9. MathCAD

9.1. Prezentare generală

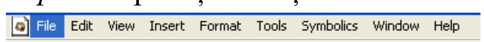
Sistemul informatic (aplicația) MathCAD este un produs al companiei MathSoft, specializat în rezolvarea problemelor de matematică, fie numeric, fie simbolic. Versiunile MathCAD Professional ≥2000 sau MathCAD 11 Entreprise necesită aceleaşi cerințe hard ca şi Windows 2000 sau Windows XP .

Lansarea în execuție *şi părăsirea* aplicației MathCAD se fac ca şi pentru orice componentă MS Office.

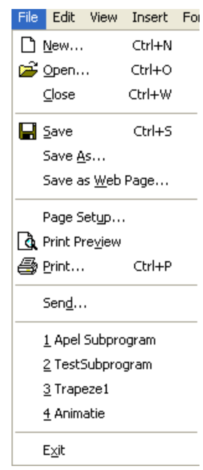
9.2. Descrierea ferestrei principale

Fereastra principală are aceeaşi structură ca şi cea a componentelor MS Office.

Linia a doua, *meniul principal* al aplicației conține următoarele submeniuri:

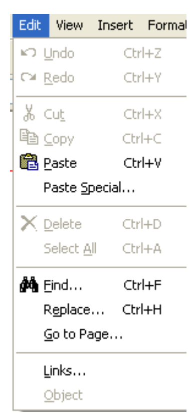


Sub-meniul File conține comenzile:



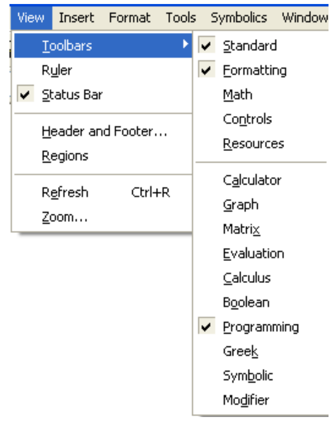
New – pentru a începe un nou document de tip MathCAD. Extensia unui document MathCAD este *.mcd* ;
Open – pentru deschiderea unui document MathCAD deja existent;
Close – pentru închiderea documentului curent;
Save – pentru salvarea documentului curent;
Save as – pentru salvarea cu un alt nume a documentului curent;
Page setup – pentru stabilirea dimensiunilor hârtiei la imprimantă;
Print preview – pentru vizualizarea documentului înainte de a fi imprimat;
Print – pentru imprimarea documentului curent.

Sub-meniul Edit conține comenzile referitoare la editarea de documente. Câteva dintre comenzile de editare:



Undo – pentru renunțarea la ultima acțiune de editare a documentului curent;
Redo – are efect invers comenzii Undo;
Cut – pentru decuparea zonei selectate din document;
Copy – pentru a trece în Cliboard zona selectată;
Paste – pentru a plasa conținutul din Clipboard în locul precizat;
Paste Special – pentru a plasa obiecte şi imagini, care se găsesc în Cliboard, în locul precizat;
Delete – pentru a şterge zona selectată;
Select All – pentru a selecta documentul întreg;
Find – pentru a găsi un cuvânt în documentul curent. Cursorul se poziționează pe cuvânt dacă acesta există;
Replace – pentru găsirea unui cuvânt şi înlocuirea acestuia printr-un altul;
Go to page – pentru a plasa cursorul la începutul paginii indicate;
Check speling – pentru lansarea modulului care controlează sintactica şi gramatica documentului.

Sub-meniul View conține următoarele comenzi privind apectul ecranului :



Tools bar – bara de instrumente, conținând tipurile:

Standard – include butoanele corespun-zând celor mai utilizate comenzi ale sub-meniurilor *File*, *Edit*. Ea se plasează sub bara de meniu principală ;

Formating – are butoane pentru stabilirea tipurilor şi dimensiunii caracterelor, poziția şi indentarea textului ;

Math – conține butoane corespunzând barelor instrumentelor (palete) pentru : calcule aritmetice (*Calculator*), evaluări de expresii aritmetice (*Evaluation*) şi logice (*Boolean*), reprezentări grafice de funcții (*Graph*), definirea vectorilor şi matricelor şi calcul matriceal (*Matrix*), calcul de sume, integrale, derivate, limite (*Calculus*), comenzi pentru scrierea programelor MathCAD (*Programming*), caractere ale alfabetului grecesc (*Greek*), calcul simbolic (*Symbolic*) .

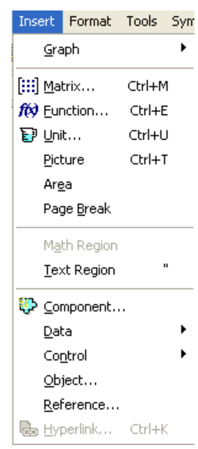
Status bar – bara de stare a documentului curent. Ea se plasează la baza ecranului;

Header and Footer permite inserarea numărului de pagină într-un document fie în antetul paginii, fie în subsol;

Regions – pentru identificarea zonelor documentului (de text şi conținând expresii matematice, programe etc);

Zoom – pentru stabilirea dimensiunii caracterelor în vederea afişării pe ecran;

Refrech – pentru refacerea imaginii afişate pe ecran.



Sub-meniul Insert are comenzi pentru inserarea în document a graficelor, matricelor, funcțiilor, imaginilor, pentru stabilirea unităților de măsură etc.

Câteva comenzii ale acestui sub-meniu :

Graph – MathCAD permite repezentarea grafică a funcțiilor în două sau trei dimensiuni sub forme diferinte ;

Matrix – pentru stabilirea dimensiunilor unui tablou (vector sau matrice) ;

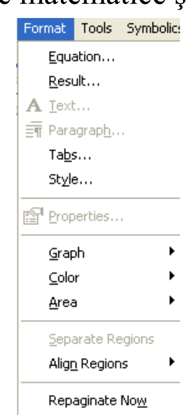
Function – permite inserarea funcțiilor care se găsesc în biblioteca aplicației ;

Unit – MathCAD, având possibilitatea de a rezolva probleme de fizică, mecanică etc, are nevoie de unități de măsură în care sunt exprimate datele ;

Picture – pemite inserarea unei imagini în documentul MathCAD ;

Area – pentru separarea documentului în zone distincte ;

Math/Text Region – pentru delimitarea zonelor documentului în care sunt formule matematice şi programe pe de o parte de zonele de text (comentarii) pe de altă parte.



Sub-meniul Format are comenzi pentru aranjarea aspectui documentului. De exemplu :

Equation – pentru stabilirea tipurilor de caractere pentru variable şi constante incluse într-o ecuație;

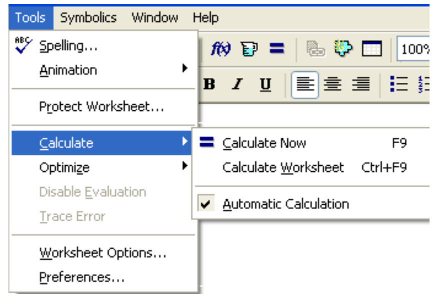
Result – pentru precizarea formei rezultatelor (numărul de cifre zecimale, simbolul pentru numărul complex $\sqrt{-1}$ etc);

Text – permite stabilirea tipului şi dimensiunii caracterelor unui text ;

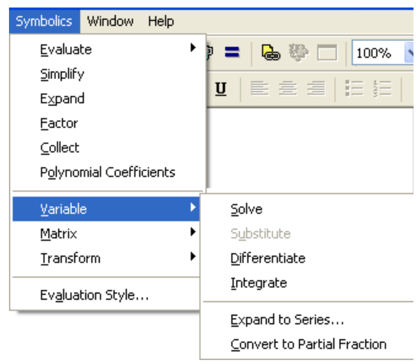
Paragraph – pentru indentarea textului ;

Style – pentru editarea documentului împărțit în secțiuni, capitole, sub-capitole etc ;

Color – permite stabilirea culorii fondului documentului ;
Separate Regions – pentru delimitarea (fără linii) a regiunilor documentului ;
Headers/Footers – pentru inserarea antetului şi sub-solului în document ;
Repaginate Now – pentru numerotarea paginilor documentului.

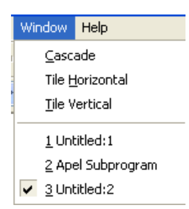


Sub-meniul Tools conţine comenzii pentru lasarea calculelor (fie numerice, fie simbolice). De exemplu :
Calculate – determină execuţia calcu-lelor pentru zona unde se găseşte cursorul ;
Calculate Worksheet – execută calcu-lele cuprinse în documentul curant ;
Automatic Calculation – execută automat calculele de fiecare dată când o formulă este scisă;
Options – permite stabilirea valorii iniţiale pentru indicele vectorilor şi matricelor, sistemul de unităţi de măsură, tipul de entităţi;
Animation – pentru realizarea unei animaţii într-o reprezentare grafică a unei funcţii.



Sub-meniul Symbolics are comenzi care permit calcul simbolic (calculul derivatelor, primitivelor, dezvoltări în serie Taylor etc). Câteva comenzi ale acestui sub-meniu :
Simplify – pentru simplificarea expresiilor matematice ;
Factor – pentru scrierea expresiilor ca un produs de factori ireductibili ;
Polinomial Coefficients – pentru deter-minarea vectorului coeficienţilor unui polinom ;
Variable – are la rândul său o listă de opţiuni care devin accesibile dacă se plasează cursorul pe o variabilă, pentru aflarea rădăcinii (*Solve*) unei ecuaţii, pentru calcularea derivatei (*Differentiate*), a primitivei (*Integrate*), pentru dezvoltarea în serie Taylor (*Expand to Series*) etc ;
Matrix – pentru determinarea matricei transpuse (*Transpose*), a matricei inverse (*Inverse*), determinantul unei matrice (*Determinant*) ;
Transform – pentru determinarea transformatei directe şi a transformatei inverse de tip Fourier, Laplace, Z ;

Sub-meniul Window are comenzi pentru divizarea ferestrei în două părţi, fie orizontale, fie verticale, pentru aranjarea feres-trelor în cascadă şi are o listă a documentelor deschise în sesiunea curentă.



Sub-meniul Help are informaţii asupra acestei aplicaţii şi se pot accesa aceste informaţii fie apăsând tasta F1, fie făcând clic deasupra sub-meniului *Help*.

În zona de editare regiunile pot fi: regiune de calcule (implicită), *Text Region* (comentarii), regiune de grafice. Dacă se suprapun două regiuni, cu *Separate Regions* din sub-meniul *Format,* aceste devin vizibile. Un comentariu se deschide cu semnul ” sau din sub-meniul *Insert* se selectează *Text Region*. Pentru părăsirea unei regiuni de text se face clic în afara acesteia sau se folosesc săgeţile direcţionale.

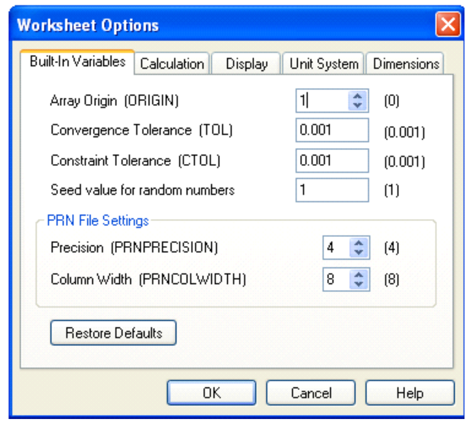
În MathCAD se face distincţie între literele majuscule şi cele minuscule în zonele de calcul.

Într-un document MathCAD calculele se fac de la stânga spre dreapta de sus în jos!

Numele de variabile (identificatori) se formează cu litere şi/sau cifre prima obligatoriu literă, la care se pot adăuga şi indici cum se arătă mai jos.

Indicii în MathCAD sunt folosiţi pentru:
a) identificarea elementelor unui vector $v \in R^n$, v_i desemnând a i-a componentă a vectorului v, sau unei matrice $A \in M_{n,m}(R)$, $A_{i,j}$ desemnând elementul de pe linia i şi coloana j a matricei A. Acest indice se obţine fie din paleta *Matrix*, fie cu [.

Notă: *Implicit, în MathCAD, indicii încep cu valoarea zero !*
Se poate schimba valoarea iniţială a indicilor utilizând Worksheet Options din sub-meniul Tools, înlocuind zero cu noua valoare în câmpul Array Origin, ca în figura alăturată.



b) identificarea coloanelor unei ma-trice, $A \in M_{n,m}(R)$, $A^{<i>}$ desemnând coloana a i-a a matricei A. Indicele de coloană se ia fie din paleta *Matrix,* fie se foloseşte combinaţia de taste Ctrl şi ^ apăsate simultan.
c) identificarea variabilelor (nume de variabile) x_i reprezentând variabila cu acest nume şi nu componenta a i-a a unui vector. Acest indice se obţine punând după literă caracterul punct (.) apoi indicele.

Atribuirea în MathCAD se face utilizând simbolul : care devine în documentul MathCAD :=

Afişarea pe ecran se face folosind semnul =

Se pot face calcule vectoriale şi matriceale utilizând MathCAD, fie numerice, fie simbolice. Tabelul următor prezintă operatorii aritmetici şi tipul operanzilor.

Operaţie	Simbol	Operanzi
Adunare	+	Variabile, constante şi funcţii numerice, vectori şi matrice
Scădere	-	Variabile, constante şi funcţii numerice, vectori şi matrice
Înmulţire	*	Variabile, constante şi funcţii numerice, vectori şi matrice
Împărţire	/	Variabile, constante şi funcţii numerice
Produs vectorial	×	Vectori tridimensionali
Ridicare la putere	^	Variabile, constante şi funcţii numerice

Adunarea, scăderea, produsul vectorilor şi matricelor se realizează foarte simplu scriind operanzii şi operatorii corespunzători.

Exemple.

a) Fie $X,\quad Y \in \mathbf{R}^n$, atunci $U = X+Y$, $V = X\text{-}Y$.

b) $Z = X*Y$

c) fie $A, B \in M_{m,n}(K)$, K fiind $\mathbf{R}$ sau $\mathbf{C}$. $E = A + B$, $D = A\text{-}B$.

d) fie $A \in M_{m,n}(K),\quad B \in M_{n,p}(K)$, atunci $F{=}A*B$.

9.3. Calcul numeric

Vom prezenta câteva aplicații în analiza matematică şi algebra liniară, care au o mare frecvență în activitățile curente în inginerie, efectuate fără dificultate în MathCAD.

9.3.1. Aplicații în analiza matematică

Calculul derivatelor unei funcții de o variabilă: într-un document MathCAD după definirea funcției şi precizarea punctului în care se doreşte evaluarea derivatei, din paleta *Calculus* se alege $\frac{d}{dx}$, după care se precizează variabila în raport cu care se calculează deriata şi apoi funcția. După semnul egal, MathCAD va afişa valoarea derivatei. Analog pentru derivatele de ordin superior, însă de această dată se alege operatorul $\frac{d^n}{dx^n}$.

Exemple.

a) Pentru calculul derivatei de ordinul întâi al funcției $f(x) = arctg(x)$, în punctul $x = \frac{\pi}{3}$ se scrie următoarea secventă MathCAD:

$$\mathrm{f(x)} := \mathrm{atan(x)} \qquad \mathrm{x} := \frac{\pi}{3} \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}}\mathrm{f(x)} = 0.477$$

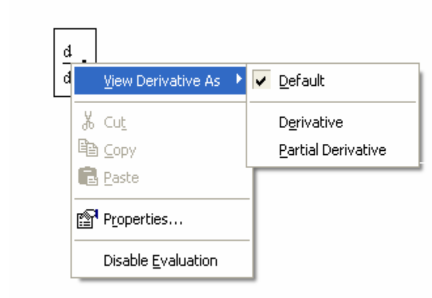
b) pentru derivata de ordinul al treilea a funcției $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}\cos(2x)$ în punctul $x = \frac{1}{2}$ se scrie secvența MathCAD:

$$\mathrm{f(x)} := \mathrm{e}^{\frac{-\mathrm{x}^2}{2}}\cos(3\cdot\mathrm{x}) \quad \mathrm{x} := \frac{1}{2} \qquad \frac{\mathrm{d}^3}{\mathrm{dx}^3}\mathrm{f(x)} = 30.638$$

Calculul derivatelor parțiale ale unei funcții de mai multe variabile

Pentru a apărea semnul $\frac{\partial}{\partial x}$ se face clic cu butonul drept al mouse-ului deasupra operatorului $\frac{d}{dx}$. Din „meniul imediat” care apare se selectează *View Derivate As* şi de aici *Partial Derivate*.

Exemplu. Să se calculeze derivatele $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2}$, pentru funcția $f(x,y) = \text{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$, în punctul $(1,2)$.



Pentru aceasta se scrie următoare secvență MathCAD:

$$f(x,y) := \text{atan}\left(\frac{y}{x}\right) \qquad x := 1 \quad y := 2$$

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x,y) = -0.4 \qquad \frac{\partial}{\partial y} f(x,y) = 0.2$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x,y) = 0.16 \qquad \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y} f(x,y) = 0.12$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x,y) = -0.16 \qquad \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x,y) = -0.032$$

Calculul integralelor definite se face utilizând operatorul $\int_a^b$. Se precizează funcția și limitele se integrare.

Exemple.

a) Pentru a calcula $\int_0^3 e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ se scrie secvența MathCAD

$$\int_0^3 e^{\frac{-x^2}{2}} dx = 1.25$$

Se pot de asemenea calcula integrale improprii convergente, ca în exemplele următoare:

b) $\int_1^\infty \frac{dx}{x(1+x^2)}$ cu secvența

$$\int_1^\infty \frac{1}{x\cdot\left(1+x^2\right)} dx = 0.347$$

c) $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ cu secvența

$$\int_0^1 \frac{\ln(x)}{\sqrt{1-x^2}}\, dx = -1.089$$

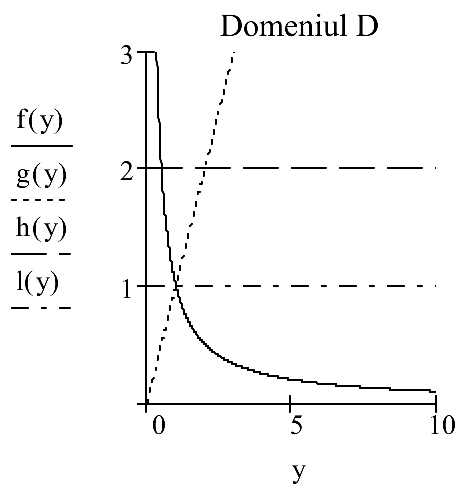
MathCAD permite şi calculul integralelor duble, dacă domeniul de integrare este bine precizat.

Exemplu. Să se calculeze $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dxdy$, unde D este domeniul mărginit de curbele $xy = 1$, $x = 2$, $y = x$. Domeniul D se poate caracteriza şi prin relațiile

$$D = \left\{ (x, y) \in R^2 \,\middle|\, 1 \le x \le 2 \ , \ \frac{1}{x} \le y \le x \right\}.$$

În figura de mai jos, domeniul D este dat de triunghiul curbiliniu.

$$\mathrm{f(y)} := \frac{1}{\mathrm{y}} \qquad \mathrm{g(y)} := \mathrm{y} \qquad \mathrm{h(y)} := 2 \qquad \mathrm{l(y)} := 1$$



Atunci secvența MathCAD corespunzătoare este

$$\int_1^2 \int_{\frac{1}{x}}^{x} \frac{x^2}{y^2}\, dy\, dx = 2.25$$

Calculul limitelor funcțiilor este de asemenea posibil a fi efectuat utilizând MathCAD.

Exemple.

a) Să se calculeze limita stângă în punctul $x = 2$ pentru funcția $f(x) = \frac{x^2+1}{x-2}$. Ca să se calculeze limita stângă se foloseşte operatorul $\lim_{\to a^-}$. Secvența MathCAD pentru acest caz este

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x^2+1}{x-2} \to -\infty$$

b) Să se calculeze limita dreaptă în punctul $x = -5$ pentru funcţia $f(x) = \dfrac{x^3+4}{x+5}$. Pentru a calcula limita dreaptă se foloseşte operatorul $\lim\limits_{\to a^+}$. Rezolvăm această problemă cu secvenţa

$$\lim_{x \to -5^+} \frac{x^3+4}{x+5} \to -\infty$$

c) Pentru a calcula limita unei funcţii într-un punct se foloseşte operatorul $\lim\limits_{\to a}$ ca în secvenţa

$$\lim_{x \to -5^+} \frac{x^3+4}{x+5} \to -\infty$$

Pentru operaţia de evaluare $(\to)$ se ia operatorul săgeată din paleta *Symbolic*.

Calculul limitelor şirurilor este posibil a fi efectuat utilizând MathCAD, ca în exemplele următoare.

Exemple.

a) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n+1}-\sqrt{n^2-2n+1}\right)$. Se foloseşte secvenţă MathCAD

$$\lim_{n \to \infty} \left(\sqrt{n^2+n+1} - \sqrt{n^2-2\cdot n+1}\right) \to \frac{3}{2}$$

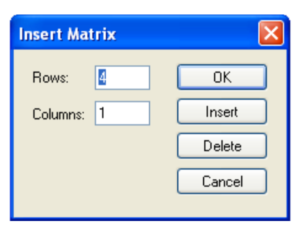
b) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+n^2+1}-\sqrt[3]{n^3-3n^2+1}\right)$. Folosim, pentru rezolvare, următoarea secvenţă:

$$\lim_{n \to \infty} \left(\sqrt[3]{n^3+n^2+1} - \sqrt[3]{n^3-3\cdot n^2+1}\right) \to \frac{4}{3}$$

c) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n^2-1}\right)^{n^2}$. Se foloseşte secvenţă MathCAD de mai jos.

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n^2-1}\right)^{n^2} \to \exp(1)$$

9.3.2. Aplicaţii în algebră



Calculul vectorial şi matriceal este bine implementat în MathCAD, operaţiile cu vectori şi matrice efectuându-se scriind comenzi apropiate de scrierea matematică obişnuită.

Vectorii şi matricele se inserează într-un document MathCAD fie utilizând combinația de taste Ctrl şi M, fie din sub-meniul *Insert*, se selectează *Matrix*, iar în caseta de dialog care apare (*Insert Matrix*) se precizează numărul de linii şi de coloane.

Produsul scalar a doi vectori: se precizează vectorii x şi y şi cu comanda $x*y=$, sau cu opertorul $\bar{x}\cdot\bar{y}$ din paleta *Matrix*, urmat de $=$, se obține rezultatul.

Exemplu. Pentru a calcula produsul scalar al vectorilor $x=\begin{pmatrix}2 & 3 & 5 & 6\end{pmatrix}'$, $y=\begin{pmatrix}1 & -4 & 7 & -8\end{pmatrix}'$, se foloseşte secvența:

$$\mathrm{x} := \begin{pmatrix}2\\3\\5\\6\end{pmatrix} \qquad \mathrm{y} := \begin{pmatrix}1\\-4\\7\\-8\end{pmatrix} \qquad \mathrm{x}\cdot\mathrm{y} = -23$$

Produsul vectorial a doi vectori se calculează după ce cei doi vectori au fost precizați cu operatorul $\bar{x}\times\bar{y}$ din paleta *Matrix*, urmat de $=$, ca în exemplul următor.

Exemplu. Să se calculeze produsul vectorial al vectorilor $x=\begin{pmatrix}1 & 2 & -4\end{pmatrix}'$ şi $y=\begin{pmatrix}8 & -5 & 3\end{pmatrix}'$. Se va folosi secvența MathCAD

$$\mathrm{x} := \begin{pmatrix}1\\2\\-4\end{pmatrix} \qquad \mathrm{y} := \begin{pmatrix}8\\-5\\3\end{pmatrix} \qquad \mathrm{x}\times\mathrm{y} = \begin{pmatrix}-14\\-35\\-21\end{pmatrix}$$

Transpusa, determinantul şi invesa unei matrice se obțin cu operatorii M^{T} , $|\mathrm{x}|$, X^{-1}, respectiv, din paleta *Matrix*.

Exemplu. Pentru a determina transpusa, inversa şi determinantul matricei $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\2 & 1 & 3\\5 & 4 & -2\end{pmatrix}$, se foloseşte secvența:

$$\mathrm{A} := \begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\2 & 1 & 3\\5 & 4 & -2\end{pmatrix} \quad \mathrm{A}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix}1 & 2 & 5\\0 & 1 & 4\\-1 & 3 & -2\end{pmatrix} \quad \mathrm{A}^{-1} = \begin{pmatrix}0.824 & 0.235 & -0.059\\-1.118 & -0.176 & 0.294\\-0.176 & 0.235 & -0.059\end{pmatrix}$$

$$|\mathrm{A}| = -17 .$$

Astfel, sistemele de ecuații liniare de tip Cramer, se pot rezolva cu comenzile $x{:}A^{-1}*b,\ x=$ după precizarea matricei coeficienților A şi a vectorului termenilor liberi b.

Exemplu. Să se rezolve sistemul de ecuații liniare

$$\begin{cases} 7x_1 - x_2 + x_3 = 7 \\ -x_1 + 9x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 + x_2 + 8x_3 = 10 \end{cases}.$$

Secvența MathCAD corespunzătoare este
a)

$$A := \begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 \\ -1 & 9 & 1 \\ 1 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix} \quad x := A^{-1}b \quad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) Sistemul se poate rezolva folosind funcția ***lsolve*** ca în secvența

$$A := \begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 \\ -1 & 9 & 1 \\ 1 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix} \quad x := \mathrm{lsolve}(A,b) \quad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c) Funcția ***Find*** permite rezolvarea ecuațiilor şi sistemelor de ecuații liniare şi/sau neliniare. Pentru începerea calculelor corespunzătoare metodei aplicată în rezolvarea pe această cale, necunoscutele trebuie inițializate cu o valoare, de preferință în vecinatatea soluției, înaintea cuvântului cheie ***Given***. Urmează sistemul (ecuația) şi afişarea soluției găsite cu ***Find***, ca în secvența următoare.

$$A := \begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 \\ -1 & 9 & 1 \\ 1 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix} \quad y_0 := 0 \quad y_1 := 0 \quad y_2 := 0$$

$$\text{Given} \quad A \cdot y = b \quad Y := \mathrm{Find}(y) \quad Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

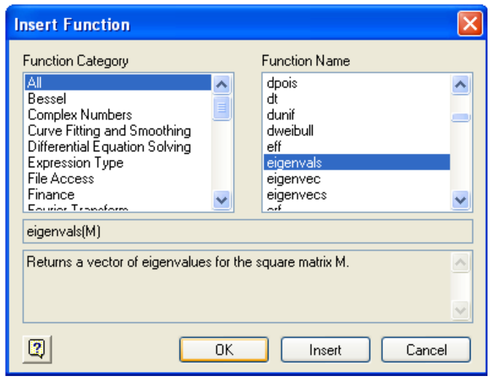
d) funcția ***Minerr*** determină soluția aproximativă a ecuației sau sistemului de ecuații liniare şi/sau neliniare. Ca şi în cazul precedent, necunoscutele trebuie inițializate cu valori situate în vecinătatea soluției, înaintea cuvântului cheie ***Given***. Urmează sistemul (ecuația) şi afişarea soluției aproximative obținute cu ***Minerr***, ca în secvența următoare.

$$A := \begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 \\ -1 & 9 & 1 \\ 1 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix} \quad y_0 := 0 \quad y_1 := 0 \quad y_2 := 0$$

$$\text{Given} \quad A \cdot y = b \quad Y := \mathrm{Minerr}(y) \quad Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Valori şi vectori proprii pentru o matrice se pot obţine precizând matricea şi apelând la funcţiile MathCAD ***eigenvals()*** şi respectiv ***eigenvec()*** , (din sub-meniul *Insert* se alege *Function*, iar din fereastra *Insert Function* se selectează funcţia respectivă) ca în figura următoare.

Reamintim că dată fiind o matrice pătratică $A \in M_n(K)$, $K = \boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{C}$, se numeşte *polinom caracteristic* $P(\lambda) = \det(A - \lambda I_n)$. Se numeşte *valoare proprie* a matricei A orice rădăcină a polinomului caracteristic. Vectorul propriu al matricei A corespunzător valorii proprii λ este orice vector nenul $v \in \boldsymbol{R}^n - \{\boldsymbol{0}\}$, soluţie a sistemului $A - \lambda I_n = \boldsymbol{0}$.



Exemplul care urmează determină valorile proprii şi vectorii proprii pentru matricea A precizată.

Exemplu. Pentru matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ să se determine valorile şi vectorii proprii. Se foloseşte următoarea secvenţă MathCAD.

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda := \text{eigenvals}(A) \qquad \lambda = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$i := 0\,..\,2 \qquad v^{\langle i \rangle} := \text{eigenvec}(A, \lambda_i)$$

$$v^{\langle 0 \rangle} = \begin{pmatrix} 0.667 \\ -0.667 \\ 0.333 \end{pmatrix} \qquad v^{\langle 1 \rangle} = \begin{pmatrix} -0.667 \\ -0.333 \\ 0.667 \end{pmatrix} \qquad v^{\langle 2 \rangle} = \begin{pmatrix} 0.333 \\ 0.667 \\ 0.667 \end{pmatrix}$$

Extragerea unei submatrice dintr-o matrice se face cu funcţia ***submatrix()***, precizând matricea, linia de început şi sfârşit, coloana de început şi sfârşit.

Alipirea a două matrice având acelaşi număr de linii se realizează cu funcția ***augment()***, în care se precizează cele două matrice care se unesc, $A \in M_{n,m}(R)$, $B \in M_{n,k}(R)$, rezultând $C \in M_{n,m+k}(R)$.

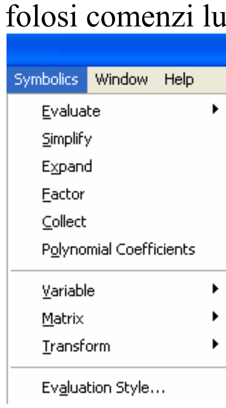
Exemplu. Din matricea $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 5 & -6 & 7 & -8 \end{pmatrix}$, să se extragă matricea B formată din liniile 3 şi 4 şi coloanele 2, 3 şi 4 din matricea A. La matricea obținută să se alipească vectorul $b = \begin{pmatrix} 10 \\ 11 \end{pmatrix}$. Se foloseşte secvența următoare.

$$A := \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 5 & -6 & 7 & -8 \end{pmatrix} \qquad B := \mathrm{submatrix}(A,2,3,1,3) \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -6 & 7 & -8 \end{pmatrix}$$

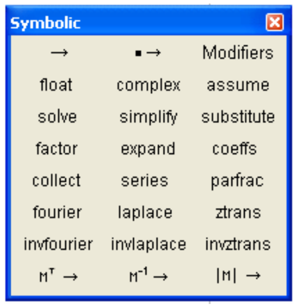
$$b := \begin{pmatrix} 10 \\ 11 \end{pmatrix} \qquad C := \mathrm{augment}(B,b) \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & 10 \\ -6 & 7 & -8 & 11 \end{pmatrix}$$

9.4. Calcul simbolic

Pentru evaluarea simbolică se pot folosi comenzi luate fie din meniul principal *Symbolics*



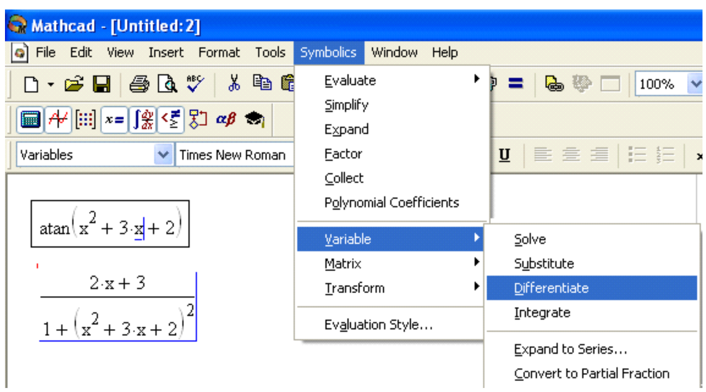
fie din paleta *Symbolic* (din meniul principal *View*, *Toolbars*, apoi *Symbolic*)



9.4.1. Calcul simbolic în analiza matematică

Derivarea simbolică a unei funcţii de o variabilă reală se poate face astfel:
a) se poziţionează cursorul pe variabilă în expresia funcţiei de derivat şi din meniul *Symbolics* se alege *Variable*, apoi *Differentiate*;
b) din paleta *Calculus* se alege operatorul $\frac{d}{dx}$, se precizează funcţia şi se cere evaluarea simbolică $(\rightarrow)$ din paleta *Symbolic*.

Exemplu. Secvenţa următoare determină derivata simbolică a funcţiei $f(x) = arctg(2x)$, în ambele moduri.
a)

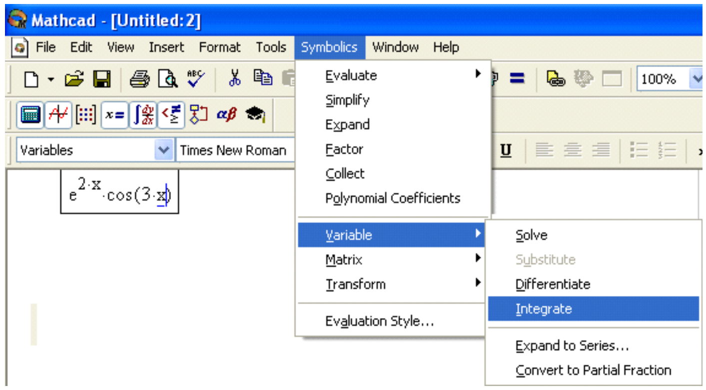


b)

$$\frac{d}{dx}\text{atan}(2\cdot x) \rightarrow \frac{2}{1+4\cdot x^2}$$

Primitiva unei funcţii se poate obţine folosind meniul principal sau paleta *Calculus*, ca în exemplul următor.

Exemplu. Secvenţa de mai jos determină o primitivă a funcţiei $f(x) = e^{-2x}\cos 3x$, în cele două modalităţi.



$$\int e^{2\cdot x}\cdot\cos(3\cdot x)\,dx \rightarrow \frac{2}{13}\cdot\exp(2\cdot x)\cdot\cos(3\cdot x)+\frac{3}{13}\cdot\exp(2\cdot x)\cdot\sin(3\cdot x)$$

Dezvoltarea în serie MacLaurin a unei funcții de o variabilă reală se poate obține:
a) fie fixând cursorul pe variabilă şi luând din meniul principal *Symbolics*, *Variable*, *Expand to Series*, urmând a preciza ordinul de aproximare,
b) fie alegând *series* din paleta *Symbolic* şi precizând în zona de editare din stânga funcția de dezvoltat, iar în zona de editare din dreapta, variabila şi ordinul de aproximare.

Exemplu. Secvența de mai jos permite obținerea dezvoltării în serie MacLaurin a funcției $f(x)=\ln(1+x)$.
a)

$$\ln(1+x) \quad 1\cdot x-\frac{1}{2}\cdot x^2+\frac{1}{3}\cdot x^3-\frac{1}{4}\cdot x^4+\frac{1}{5}\cdot x^5-\frac{1}{6}\cdot x^6+O\left(x^7\right)$$

b)

$$\ln(1+x)\ \text{series}, x, 7 \rightarrow 1\cdot x-\frac{1}{2}\cdot x^2+\frac{1}{3}\cdot x^3-\frac{1}{4}\cdot x^4+\frac{1}{5}\cdot x^5-\frac{1}{6}\cdot x^6$$

Dezvoltarea în serie Taylor a unei funcții de o variabilă în vecinătatea unui punct se poate realiza ca mai sus, cu precizarea punctului *a*, în jurul căruia se face dezvoltarea. Pentru precizarea punctului *a*, se procedează astfel:
a) după dezvoltarea în serie MacLaurin se trece în Clipboard *x-a*, iar din *Symbolics*, *Variable* se alege *Substitute*, sau
b) din paleta *Symbolic* se selectează *series*, în zona de editare din dreapta se trece funcția, iar în zona de editare din stânga *x=a* şi ordinul de aproximare (pentru = se tastează Ctrl şi **=).**

Exemplu. Secvența de mai jos dezvoltă în serie Taylor în jurul punctului *a*, funcția $f(x)=\ln(1+x)$, în ambele moduri.
a)

$$\ln(1+x) \quad x-a \quad 1\cdot x-\frac{1}{2}\cdot x^2+O\left(x^3\right) \quad x-a-\frac{1}{2}\cdot(x-a)^2+O\left[(x-a)^3\right]$$

b)

$$\ln(1+x)\ \text{series}, x = a, 3 \ \rightarrow \ln(1+a) + \frac{1}{1+a}\cdot(x-a) + \frac{-1}{2\cdot(1+a)^2}\cdot(x-a)^2$$

Calculul sumelor şi produselor formale este uşor de realizat în MathCAD, după cum rezultă şi din exemplul următor.

Exemplu. Să se calculeze $\sum_{k=1}^{n} k^2$ şi $\prod_{k=1}^{n} k$. Aceste calcule sunt realizate de secvenţa:

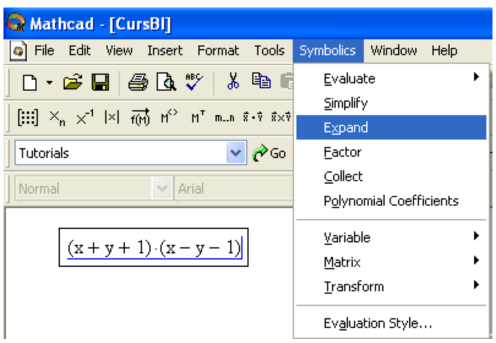
$$\sum_{k=1}^{n} k^2 \rightarrow \frac{1}{3}\cdot(n+1)^3 - \frac{1}{2}\cdot(n+1)^2 + \frac{1}{6}\cdot n + \frac{1}{6} \qquad\qquad \prod_{k=1}^{n} k \rightarrow \Gamma(n+1)$$

unde $\Gamma(n+1)$ este funcţia lui Euler de speţa a II-a (generalizarea factorialului $\Gamma(\nu) = \int_0^\infty x^{\nu-1}e^{-x}dx$).

9.4.2. Calcul simbolic în algebră

Unele *calcule algebrice simbolice* se pot realiza utilizând:
a) meniul principal *Symbolics*, *Expand*, după ce mai înainte se selectase expresia de calculat, sau
b) paleta *Symbolic* şi de aici *expand*, precizând în zona de editare din stânga expresia de calculat, iar zona de editare din dreapta se şterge.

Exemplu. a) pentru efectuarea calculelor $(x+y+1)(x-y-1)$ se se procedează ca în figura de mai jos:



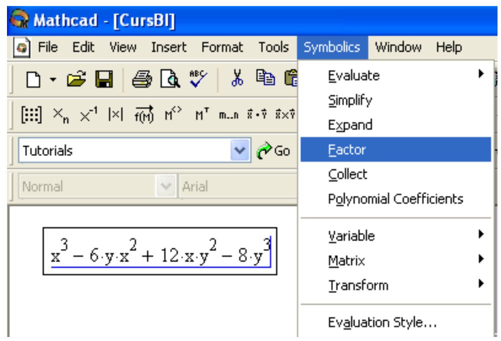
b) se foloseşte secvenţa

$$(x+y+1)\cdot(x-y-1)\ \text{expand} \rightarrow x^2 - y^2 - 2\cdot y - 1$$

Gruparea în factori ireductibili a unei expresii algebrice se realizează utilizând
a) din sub-meniul *Symbolics*, *Factor* (mai înainte trebuie selectată expresia care trebuie redusă),

b) din paleta *Symbolic*, comanda *factor*. În zona de editare din partea stângă se precizează expresia care trebuie redusă, iar zona de editare din dreapta se şterge.

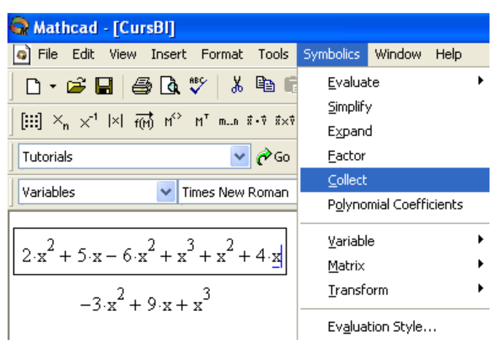
Exemplu. Să se simplifice expresia $x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$, utilizând ambele modalităţi. Se procedează ca în figura următoare.



$$x^3 - 6\cdot y\cdot x^2 + 12\cdot x\cdot y^2 - 8\cdot y^3 \text{ factor} \rightarrow (x - 2\cdot y)^3$$

Reducerea termenilor asemenea dintr-o expresie algebrică se realizează în cele două modalităţi de mai înainte, astfel:
a) se poziţionează cursorul pe variabilă şi din sub-meniul *Symbolics* se selecteaza *Collect*,
b) din paleta *Symbolic* se selectează *collect*, în zona de editare din stânga se precizează expresia, iar în cea din dreapta, variabila.

Exemplu. să se simplifice expresia $2x^2 + 5x - 6x^2 + x^3 + x + 4$. Se procedează ca în figura care urmează.
a)

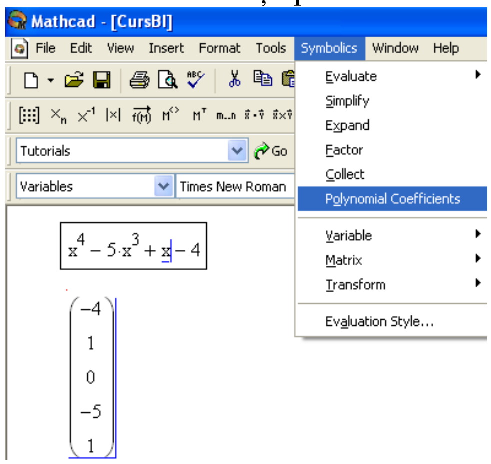


b)

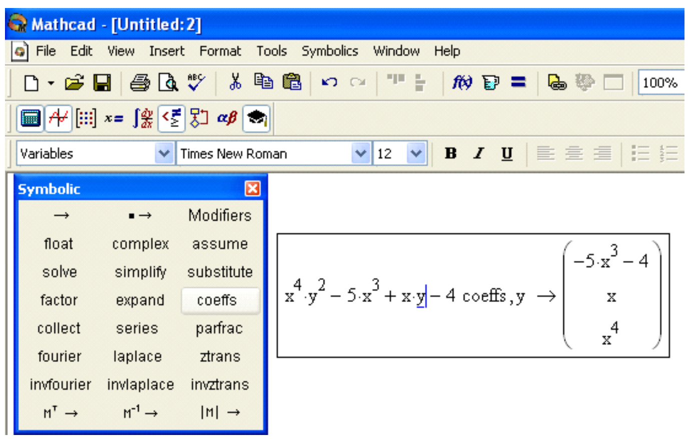
$$2\cdot x^2 + 5\cdot x - 6\cdot x^2 + x^3 + x^2 + 4 \text{ collect}, x \rightarrow -3\cdot x^2 + 5\cdot x + x^3 + 4$$

Coeficienţii unui polinom se pot obţine sub forma unui vector care are pe prima poziţie termenul liber, utilizând
a) se selectează variabila în raport cu care să se ordoneze vectorul coeficienţilor polinomului, apoi din sub-meniul *Symbolics*, *Polynomial Coefficients*, sau
b) din paleta *Symbolic*, *coeffs*, ca în exemplul care urmează.

Exemple. a) Să se depună într-un vector coeficienţii polinomului $x^4 - 5x^3 + x - 4$.



b) Să se depună într-un vector coeficienţii polinomului $x^4 y^2 - 5x^3 + xy - 4$ considerat în variabila y .



Calculul determinantului, inversei şi transpusei unei matrice depinzând de parametri se poate realiza astfel:

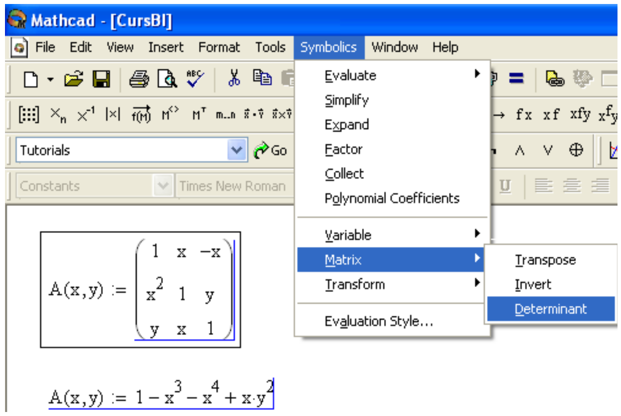
a) se selectează matricea şi din sub-meniul *Symbolics* se alege *Matrix*, apoi operaţia dorită,

b) se selectează din paleta *Symbolic* operaţia dorită şi se precizează în zona de editare matricea iniţială.

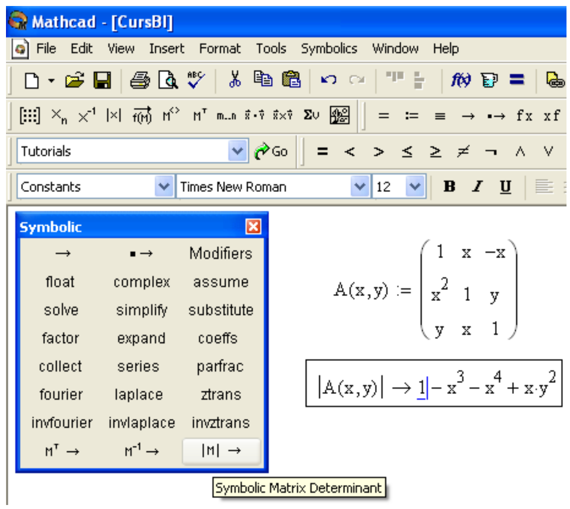
Exemplu. Pentru matricea $A(x,y) = \begin{pmatrix} 1 & x & -x \\ x^2 & 1 & y \\ y & x & 1 \end{pmatrix}$, să se calculeze determinantul şi inversa sa.

Se folosesc secvenţele:

a)



b)



9.5. Reprezentări grafice

9.5.1. Funcții de o variabilă

Pentru reprezentarea grafică a unei funcții de o variabilă se precizează funcția, apoi domeniul de variație al variabilei independente.

Din paleta *Graph* se alege butonul corespunzător tipului de reprezentare dorit.

Altfel, se poate ca din sub-meniul *Insert*, să se selecteze *Graph* şi de aici tipul de grafic pentru reprezentarea funcției. Se poate alege reprezentarea într-un sistem de axe cartezian (*X-Y Plot*) sau reprezentare polară (*Polar Plot*).

Precizarea domeniului de variație al variabilei se poate face astfel:

a) dacă $x \in [a,b]$ se scrie $x{:}a,a{+}p{:}b$, unde p este pasul cu care se modifică valorile lui x.

b) se precizează pe grafic în colțul din stânga jos a , iar în colțul din dreapta jos b.

Domeniul implicit de variație al variabilei independente se poate modifica folosind oricare dintre cele două posibilități de mai sus.

Observaţii

1. Se pot reprezenta pe aceleaşi axe mai multe funcţii, putându-se astfel face comparaţii între comportările acelor funcţii.
2. Făcând clic cu butonul drept al mouse-ului deasupra graficului, apare un meniu imediat, din care se poate alege *Trace*. În fereastra care apare (*Trace*) MathCAD înscrie coordonatele punctului de pe grafic, atunci când se punctează cu mouse-ul pe acel punct. Acest lucru este util în rezolvarea aproximativă a ecuaţiilor, punctul cu care se iniţializează algoritmul fiind ales în vecinătatea soluţiei.
3. Graficului i se poate ataşa un nume, astfel: clic cu butonul drept al mouse-ului deasupra graficului, iar din meniul imediat care apare se alege *Format*. Din fereastra *Format*, selectând *Labels*, se poate da un nume graficului şi de asemenea axelor. Această fereastră permite şi selectarea de culori pentru grafic, tipuri de linii pentru reprezentare, careiaj, scală etc.

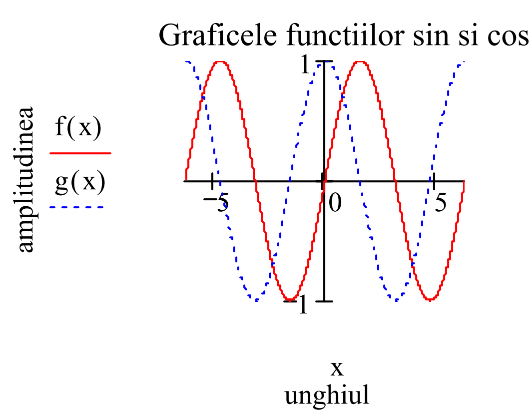
În exemplele următoare sunt prezentate secvenţele MathCAD care permit reprezentarea grafică a curbelor date de ecuaţia carteziană explicită, ecuaţia în coordonate polare şi ecuaţii parametrice.

Exemple.

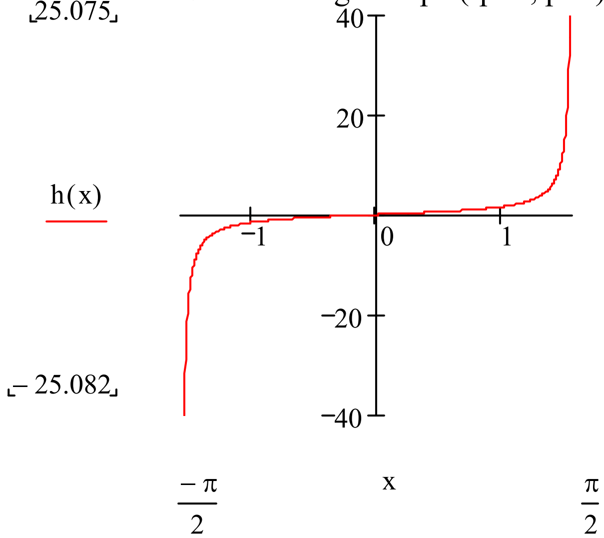
A. Reprezentarea grafică a curbelor în coordonate carteziene

1. Functiile trigonometrice

$f(x) := \sin(x) \qquad g(x) := \cos(x) \qquad h(x) := \tan(x)$



Graficul tangentei pe (-pi/2, pi/2)

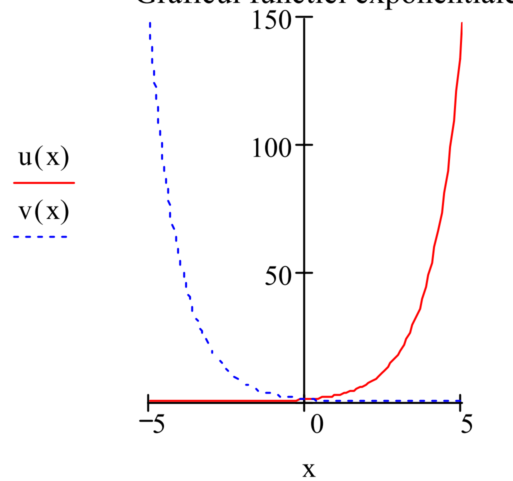


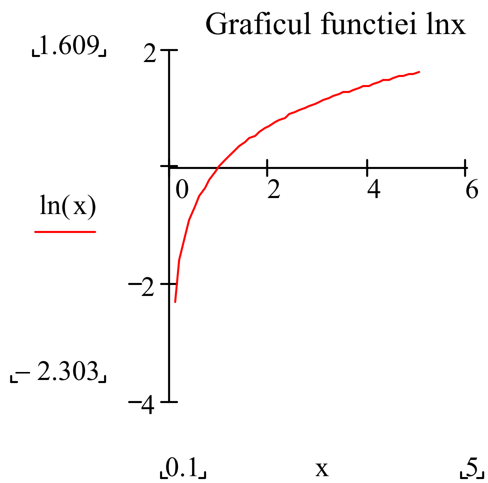
2. Functiile exponentiala si logaritmica

$u(x) := e^{x}$ $\quad v(x) := e^{-x}$ $\quad l(x) := \ln(x)$

$x := -5, -4.9 .. 5$

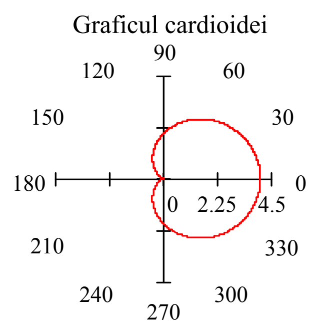
Graficul functiei exponentiale



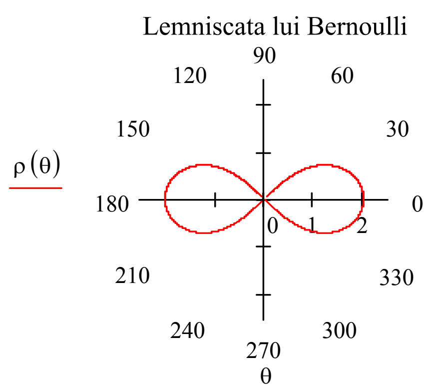


B. Reprezentarea grafică a curbelor date în coordonate polare

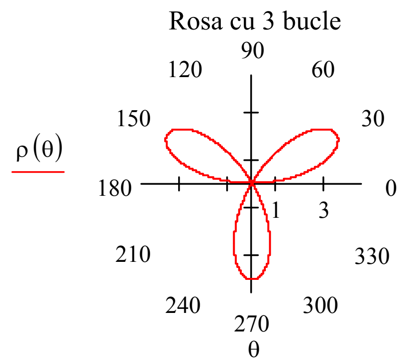
1) Cardioida $\rho(\theta) := 2\cdot(1 + \cos(\theta))$ $\theta := 0, 0.001 ..$



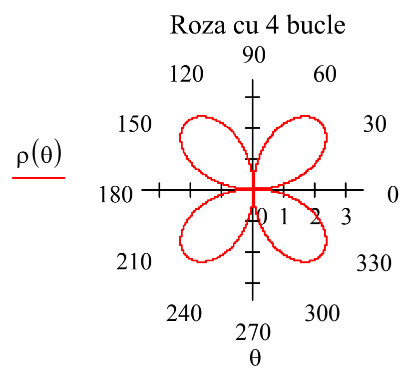
2) Lemniscata lui Bernoulli $\rho(\theta) := 2\cdot\sqrt{\cos(2\cdot\theta)}$



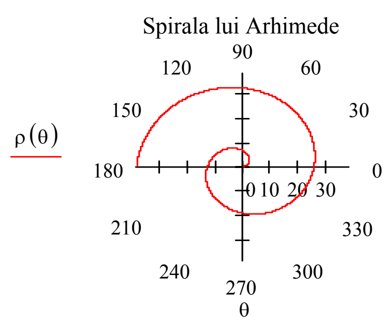
3) Roza cu 3 bucle $\rho(\theta) := 4\sin(3\cdot\theta)$



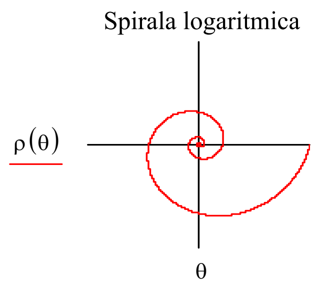
4) Roza cu 4 bucle $\rho(\theta) := 3\cdot\sin(2\cdot\theta)$



5) Spirala lui Arhimede $\rho(\theta) := 4\cdot\theta$

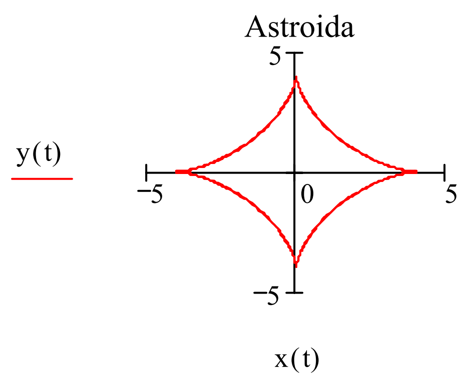


6) Spirala logaritmica $\rho(\theta) := e^{\frac{\theta}{4}}$ $\theta := 0, 0.001 .. 12\cdot\pi$

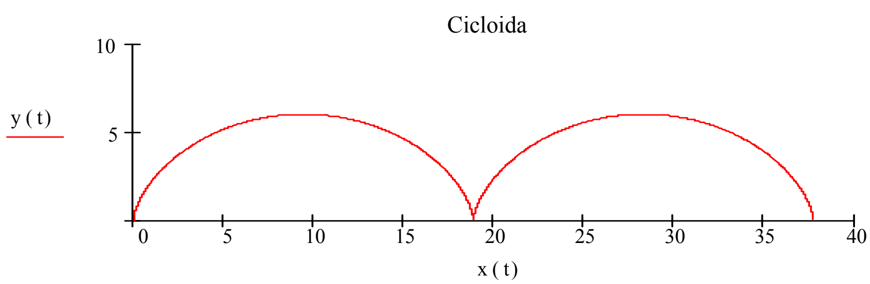


C. Reprezentarea grafică a curbelor date de ecuații parametrice

1) Astroida $x(t) := 4\cdot\cos(t)^3$ $y(t) := 4\cdot\sin(t)^3$



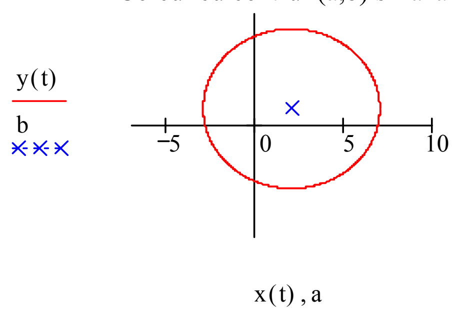
2) Cicloida $x(t) := 3\cdot(t - \sin(t))$ $y(t) := 3\cdot(1 - \cos(t))$ $t := 0, 0.01 .. 4\cdot\pi$



3) Cercul cu centrulîn a , b si raza r $\quad a := 2 \qquad b := 1$

$$x(t) := a + r\cdot\cos(t) \qquad y(t) := b + r\cdot\sin(t)$$

Cercul cu centrul (a,b) si raza r

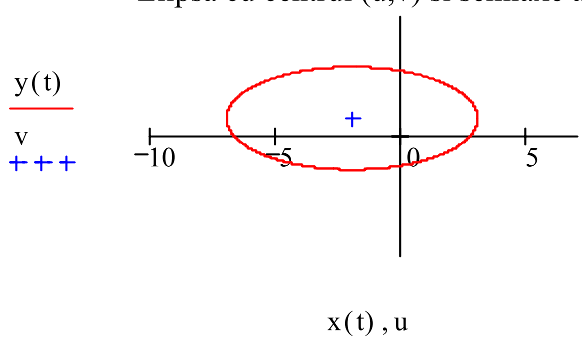


4) Elipsa cu centrul în (u,v) si semiaxe a si b

$$u := -2 \quad v := 1 \quad a := 5 \quad b := 3$$

$$x(t) := u + a\cdot\cos(t) \qquad y(t) := v + b\cdot\sin(t)$$

Elipsa cu centrul (u,v) si semiaxe a,b

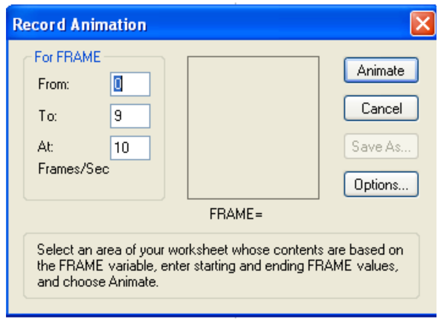


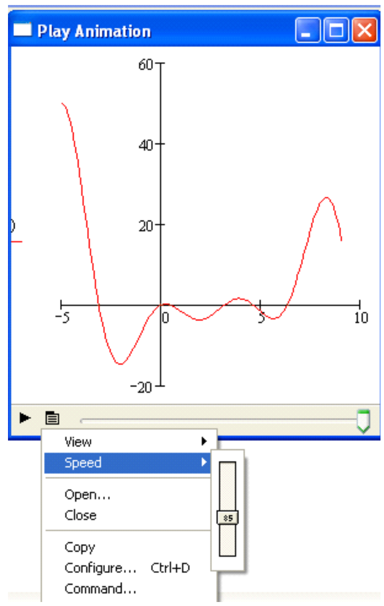
Pentru cerc şi elipsă trebuie să fie menţionate valori pentru x şi y care să conducă la un pătrat

$$\left((x,y)\in[\alpha_1,\beta_1]\times[\alpha_2,\beta_2],\ |\alpha_1-\alpha_2|=|\beta_1-\beta_2|\right).$$

Animaţie. Se poate vizualiza spotul luminos care trasează graficul folosind *Animation* din *Tools*. Animaţia are la bază variabila FRAME, care se iniţializează în fereastra *Record Animation*. Pentru realizarea unei animaţii se procedează astfel:

- se precizează funcţia de reprezentat, f(x):expresie
- se precizează domeniul de variaţie al variabilei independdente, astfel x:v_i,v_i+p;FRAME
- se reprezintă grafic funcţia
- se selectează *Animation* din *Tools*, şi de aici *Record*. Apare fereastra *Record Animation*

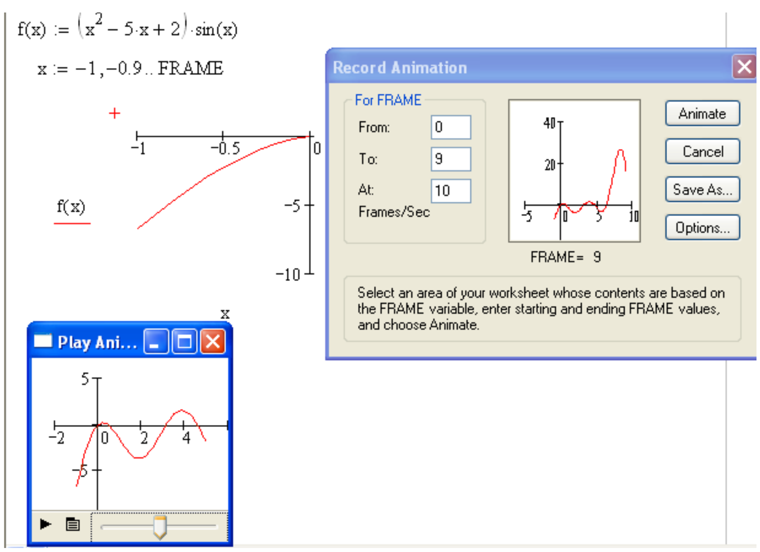




în care se precizează valoare inițială și finală pentru variabila FRAME, precum și numărul de cadre pe secundă

- se selectează zona de grafic ce se dorește a fi animată
- se apasă butonul *Animate* din fereatra de mai sus
- apare fereastra *Play Animation* și apăsând butonul *Play* se realizează animația. Se poate modifica viteza de deplasare a spotului luminos ca în figura alăturată.

Figura următoare arată cum se poate realiza animarea graficului funcției f.



9.5.2. Funcții de două variabile

Vom evidenția două modalități de reprezentare a suprafețelor în MathCAD:

- punctele suprafeței vor fi depuse într-o matrice

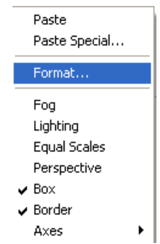
• folosind *QuickPlot Data* din *3-D Plot Format* .

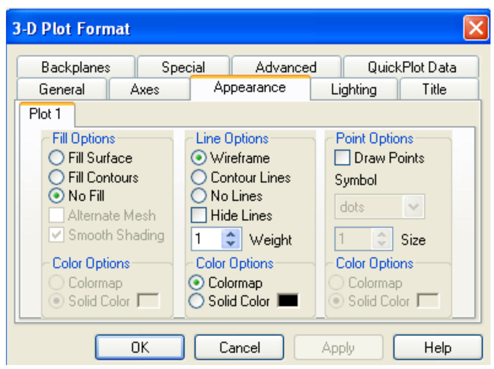
Pentru reprezentarea suprafețelor folosind o matrice se procedează astfel:

- se precizează funcția de reprezentat,
- se depun în vectori valori ale celor două variabile,
- se depun valorile funcției în punctele precizate într-o matrice,
- din sub-meniul *Insert*, se selectează *Graph*, apoi *Surface Plot* şi în zona de editare care apare se trece matricea în care s-au depus punctele suprafeței, sau din paleta *Graph* se selectează butonul *Surface Plot* ca în figură.

Ca şi în cazul curbelor, se poate da un nume graficului, axelor, se poate colora graficul, se pot reprezenta mai multe suprafețe pe aceleaşi axe etc. Prinzând cu mouse-ul de grafic, acesta poate fi rotit pentru a găsi o poziție mai avantajoasă a figurii.

Făcând clic cu butonul drept al mouse-ului deasupra graficului apare meniul imediat din figura alăturată şi de aici selectând *Format* apare fereastra *3-D Plot Format*, care permite aranjarea într-o manieră personalizată a graficului.

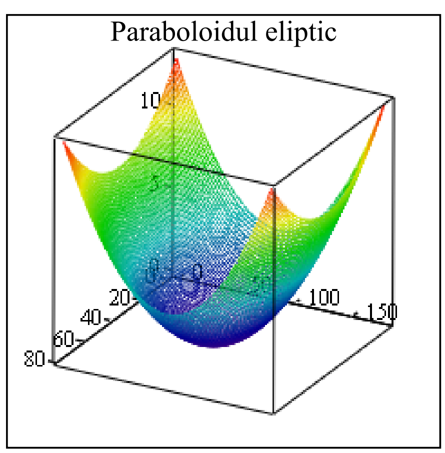




Exemple. În secvențele MathCAD următoare sunt reprezentare principalele cuadrice pe ecuații

1) Paraboloidul eliptic $f(x,y) := \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9}$ $\quad i := 0..80 \quad j := 0..180$

$x_i := -4 + 0.1\cdot i \quad y_j := -9 + 0.1\cdot j \qquad a_{i,j} := f(x_i, y_j)$

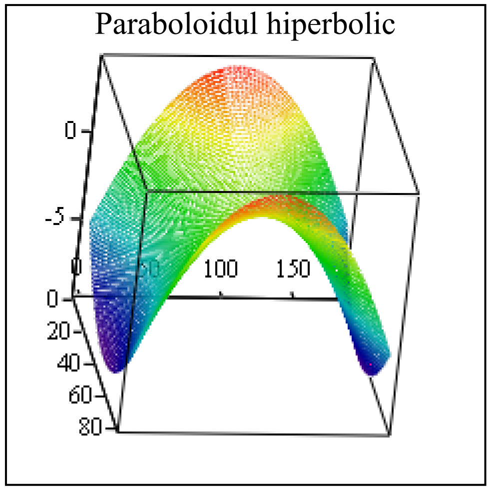


reduse.

a

2) Paraboloidul hiperbolic $f(x,y) := \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}$ $\quad i := 0..80$

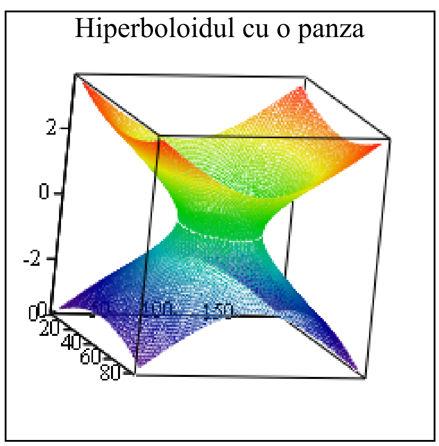
$x_i := -4 + 0.1 \cdot i \quad y_j := -9 + 0.1 \cdot j \quad a_{i,j} := f(x_i, y_j)$



a

3) Hiperboloidul cu o panza $f(x,y) := \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - 1}$ $\quad i := 0..80 \quad j := 0..180$

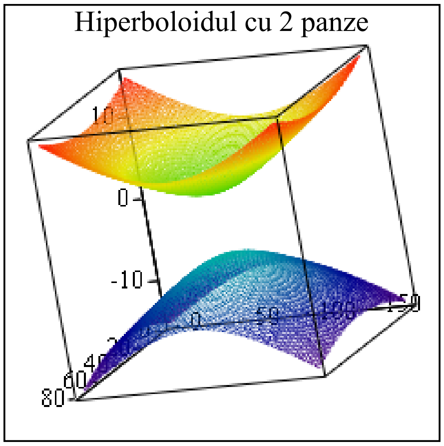
$x_i := -4 + 0.1 \cdot i \quad y_j := -9 + 0.1 \cdot j \quad a_{i,j} := f(x_i, y_j) \quad b := -a$



a, b

4) Hiperboloidul cu 2 panze $f(x,y) := 4\cdot\sqrt{1+\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}}$ $i := 0..80$ $j := 0..180$

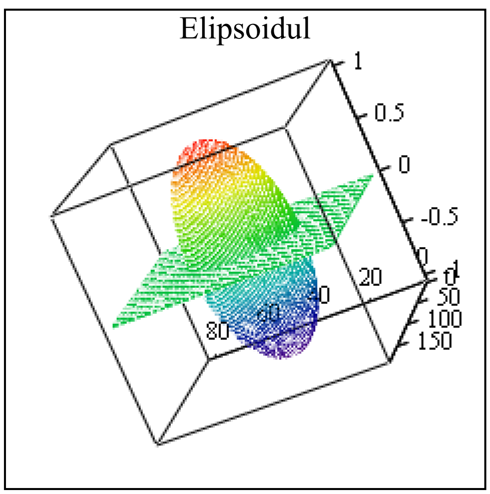
$x_i := -4 + 0.1\cdot i$ $y_j := -9 + 0.1\cdot j$ $a_{i,j} := f(x_i, y_j)$ $b := -a$



a, b

5) Elipsoidul $f(x,y) := \sqrt{1-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}}$ $i := 0..80$ $j := 0..180$

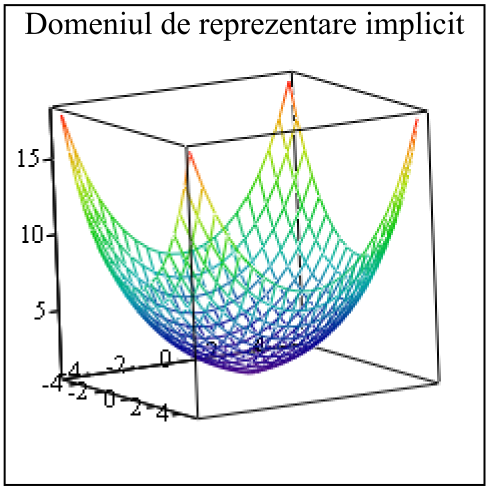
$x_i := -4 + 0.1\cdot i$ $y_j := -9 + 0.1\cdot j$ $a_{i,j} := f(x_i, y_j)$ $b := -a$



a, b

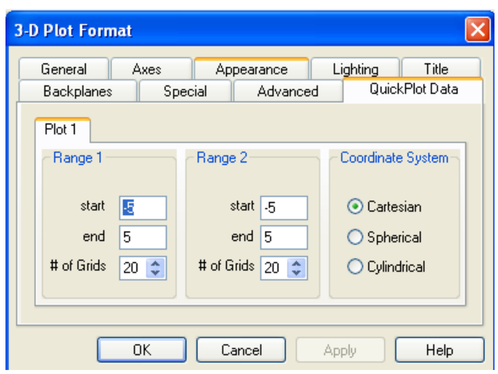
În exemplul următor se consideră domeniul de variație pentru x și y implicit, adică $(x, y) \in [-5,5] \times [-5,5]$, careiaj la 0.5 .

Suprafata cu domeniul de reprezentare implicit $f(x,y) := e^{\sqrt{\frac{x^2+y^2}{6}}}$



f

Dacă se doreşte modificarea valorilor implicite pentru domeniul de variaţie al variabilelor x şi y se face clic cu butonul drept deasupra graficului, din meniul imediat se alege *Format* şi din fereatra *3-D Plot Format* se alege *Quick Plot Data*. Acum se pot modifica valorile domeniului de reprezentare şi densitatea careiajului, ca în figura următoare.



9.6. Lucrul cu fişiere

Versiunile anterioare versiunii MathCAD Entreprise pot gestiona fişiere nestructurate, structurate şi ASCII. Vom prezenta modul de lucru cu fişiere nestructurate şi structurate. Versiunea MathCAD Entreprise gestionează fişierele nestructurate ca fiind fişiere structurate.

Înregistrările unui fişier nestructurat constau dintr-o singură valoare numerică.

Pentru lucrul cu fişiere nestructurate se folosesc următoarele comenzi:

- scrierea se face cu WRITE(„nume_extern.dat"):*variabila*
- citirea se face cu *variabila*:READ(„nume_extern.dat")
- adăugarea de înregistrări noi la sfârşitul unui fişier existent se face cu APPEND(„nume_extern.dat"):*variabila*

Observație. Dacă în fişierul nestructurat se află *n* înregistrări, pentru a le citi pe toate se foloseşte un ciclu şi valorile citite se depun într-un vector.

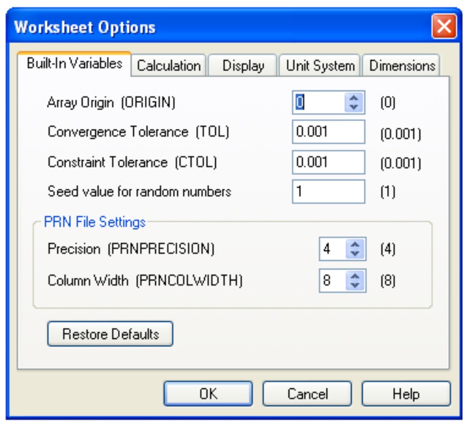
Exemplu. În fişierul „ns.dat” se vor depune valorile *a*=-129.35, *b*=254, *c*=369. Aceste valori vor fi citite din fişier şi depuse în vectorul *v*. Secvența următoare realizează aceste acțiuni.

$$a := -129.35 \quad b := 254 \quad c := 369$$

WRITE("ns.dat") := a   APPEND("ns.dat") := b   APPEND("ns.dat") := c

$i := 0..2$ $v_i :=$ READ("ns.dat")   v :=

Fişierele structurate sunt proprii lucrului cu masive (vectori şi matrice). Implicit este dat numărul de poziții ocupate de un element al tabloului. Acastă valoare se poate modifica în fereastra *Worksheet Options* din sub-meniul *Tools*.



Pentru lucrul cu fişiere structurate se folosesc următoarele comenzi:
- scrierea se face cu WRITEPRN(„nume_extern.PRN”):*variabila*
- citirea se face cu *variabila*:READPRN(„nume_extern.PRN”)
- adăugarea de înregistrări noi la sfârşitul unui fişier existent se face cu APPENDPRN(„nume_extern.PRN”):*variabila*

Observație. Tabloul care se adaugă la un fişier PRN trebuie să aibă acelaşi număr de coloane ca şi tabloul deja existent în fişier.

Următorul document MathCAD dă un exemplu de utilizare a comenzilor pentru lucrul cu fişiere structurate şi utilizarea câtorva funcții referitoare la vectori şi matrice.

Lucrul cu fisiere structurate

Intr-un fisier se afla matricea coeficientilor unui sistem si vectorul termennilor liberi
Solutia sistemului va fi scrisa in continuarea acestui fisier
Se determina norma euclidiana a matricei coeficientilor, determinantul principal,
inversa matricei coeficientilor, descompunerea Cholesky, descompunerea QR

A. *Crearea fisierului de date*

$$A := \begin{pmatrix} 7 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 8 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 9 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 10 \end{pmatrix} \qquad b := \begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 11 \\ 11 \end{pmatrix} \qquad n := 4$$

$$\mathrm{WRITEPRN}(\text{"f.prn"}) := A \qquad \mathrm{APPENDPRN}(\text{"f.prn"}) := b^T$$

B. *Citirea informatiei din fisierul f*

$$X := \mathrm{READPRN}(\text{"f.prn"}) \qquad X = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 8 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 9 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 10 \\ 8 & 10 & 11 & 11 \end{pmatrix}$$

C. *Extragem matricea coeficientilor si vectorul termenilor liberi*

$$C := \mathrm{submatrix}(X, 0, n-1, 0, n-1) \qquad C = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 8 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 9 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$$

$$d := \mathrm{submatrix}(X, n, n, 0, n-1) \qquad d^T = \begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 11 \\ 11 \end{pmatrix}$$

D. *Solutia sistemului*

$$x := C^{-1} \cdot d^T \qquad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

E. *Scrierea solutiei in continuare fisierului f*

$$\mathrm{APPENDPRN}(\text{"f.prn"}) := x^T \qquad X := \mathrm{READPRN}$$

$$X = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 8 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 9 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 10 \\ 8 & 10 & 11 & 11 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

F. *Norma euclidiana, determinantul si inversa matricei coeficientilor*

$$ne := \sqrt{\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} \left(C_{i,j}\right)^2} \qquad ne = 17.66352 \qquad nm := \mathrm{norme}(C) \quad nm = 1$$

$$\det(C) := |C| \qquad \det(C) = 4.293 \times 10^3$$

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 0.15351 & -0.02819 & 0.02562 & -0.02073 \\ -0.02819 & 0.14023 & -0.03657 & 0.0205 \\ 0.02562 & -0.03657 & 0.12416 & -0.01863 \\ -0.02073 & 0.0205 & -0.01863 & 0.10599 \end{pmatrix}$$

G. *Descompunerea Cholesky si solutia sistemului*

$$R := \mathrm{cholesky}(C) \qquad R = \begin{pmatrix} 2.64575 & 0 & 0 & 0 \\ 0.37796 & 2.80306 & 0 & 0 \\ -0.37796 & 0.76447 & 2.87623 & 0 \\ 0.37796 & -0.40772 & 0.50571 & 3.07167 \end{pmatrix}$$

*Sistemele care se obtin R*R"x=d'*
R"x=y si Rx=y

$$y := \left(R^T\right)^{-1} \cdot d^T \quad y = \begin{pmatrix} 2.50894 \\ 3.21711 \\ 3.1948 \\ 3.58111 \end{pmatrix} \qquad x := R^{-1} \cdot y \quad x = \begin{pmatrix} 0.94829 \\ 1.01985 \\ 0.96431 \\ 1.02577 \end{pmatrix}$$

H. *Descompunerea QR si rezolvarea sistemului*
QRx=d' Rx=y Qy=d'

$$QR := qr(C) \quad Q := submatrix(QR, 0, n-1, 0, n-1)$$

$$Q = \begin{pmatrix} 0.97073 & 0.07505 & 0.13223 & 0.18595 \\ 0.13868 & -0.94753 & -0.22169 & -0.18386 \\ -0.13868 & -0.27206 & 0.93745 & 0.16714 \\ 0.13868 & 0.1501 & 0.23357 & -0.95062 \end{pmatrix}$$

$$R := submatrix(QR, 0, n-1, n, 2\cdot n-1)$$

$$R = \begin{pmatrix} 7.2111 & 1.6641 & -1.80278 & 2.08013 \\ 0 & -8.19944 & -4.26859 & 2.25156 \\ 0 & 0 & 8.09501 & 3.62705 \\ 0 & 0 & 0 & -8.96928 \end{pmatrix}$$

$$y := Q^{-1}\cdot d^T \qquad y = \begin{pmatrix} 9.15255 \\ -10.21646 \\ 11.72206 \\ -8.96928 \end{pmatrix} \qquad x := R^{-1}\cdot y \qquad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

9.7. Programare în MathCAD

9.7.1. Calcule directe

În biblioteca MathCAD sunt incluse comenzi care realizează anumite funcții direct, ceea ce face această aplicație extrem de atractivă.

În continuare exemplificăm utilizarea unor astfel de comenzi pe probleme simple.

Ciclurile simple se pot realiza folosind variabila de tip şir *var:vinit,pas;vfinal ,* unde *vinit* reprezintă valoarea inițială, iar *vfinal* valoarea finală a variabilei de ciclare *var* , *pas* fiind rația cu care se modifică la fiecare iterație *var*.

Dacă *vinit* şi *vfinal* sunt numere naturale, iar *pas* este egal cu 1, atunci *pas* poate lipsi!

Ciclurile cu condiție finală se realizează cu comanda ***until*** , care are sintaxă *var:until(cond,expresie)* . Variabila *var* ia valoarea rezultată în urma evaluării expresiei *expresie* , până când condiția va fi verificată.

Versiunile superioare (>2000) de MathCAD nu încurajează utilizarea acestei comenzi.

Exemplu. *Polinomul de interpolare al lui Lagrange*

Fiind dată o funcţie, f, cunoscută prin măsurători efectuate asupra ei, în punctele x_0,..., x_n, numite *noduri de interpolare*, $y_i=f(x_i)$, se cere să se determine valoare aproximativă a acestei funcţii în punctul $a \neq x_i$, $(\forall) i = \overline{0,n}$.

Există mai multe modalităţi de a aproxima funcţia necunoscută f, dar cele mai utilizate sunt cele care consideră ca funcţie aproximantă polinoamele.

Polinomul de interpolare al lui Lagrange, $P_n(a) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{a - x_j}{x_i - x_j}$, este unic cu proprietatea că $P_n(x_i) = f(x_i)$, $\left(\forall i = \overline{0,n}\right)$, are gradul n, iar dacă funcţia necunoscută este chiar un polinom de gradul n, polinomul lui Lagrange coincide cu funcţia necunoscută. Pentru polinomul lui Lagrange se cunoaşte o margine a erorii de aproximare pentru anumite condiţii ce trebuie impuse asupra funcţiei f.

Fie funcţia dată de tabelul

x	-2	-1	0	2
y	-1	3	1	3

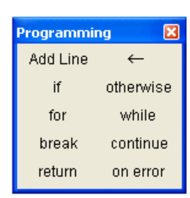
Să se afle valoare aproximativă a acestei funcţii în punctul a=1. Următoarea secvenţă MathCAD rezolvă această problemă.

$$x := \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad y := \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad n := \mathrm{last}(x) \qquad a := 1$$

$$i := 0 .. n \qquad v_i := \prod_{j=0}^{n} \mathrm{if}\left(i \neq j, \frac{a - x_j}{x_i - x_j}, 1\right) \qquad P := y \cdot v \qquad P = -1$$

În secvenţa de mai sus funcţia ***last(x)*** returnează indicele ultimei componente a vectorului x.

9.7.2. Subprograme MathCAD



În MathCAD se pot realiza subprograme care la rândul lor pot apela alte subprograme MathCAD. Pentru relizarea subprogramelor MathCAD se foloseşte paleta *Programming*. Se scrie numele subprogramului, iar între paranteze parametrii de intrare. După semnul : se alege *Add Line* din paleta *Programming*, realizându-se o linie nouă.

Atribuirile se fac cu simbolul ← .

Ciclurile cu număr cunoscut de repetări se realizează cu ***for*** . Se precizează variabila de ciclare, valoarea iniţială şi valoare finală a acesteia. Cu linia următoare începe corpul ciclului.

Ciclurile cu număr necunoscut de repetări se realizează cu ***while***. Se precizează condiția, iar cu linia următoare începe corpul ciclului.

Instrucțiunea condițională ***if*** are în zona de editare din stânga instrucțiunea ce trebuie realizată dacă expresia booleană din zona de editare din dreapta lui ***if*** are valoarea adevăr (true).

Dacă există ***otherwise*** şi valoarea expresiei booleene era fals (false) se execută instrucțiunea din partea stângă a instrucțiunii ***otherwise***.

Dacă nu există ***otherwise*** se execută instrucțiunea de după ***if***.

Zona de editare din stânga instrucțiunilor ***if*** sau ***otherwise*** poate conține o instrucțiune compusă. Pentru aceasta se apasă în zona de editare respectivă *Add Line* de atâtea ori câte instrucțiuni simple sunt în acea instrucțiune compusă.

Tabelul următor prezintă operațiile şi operatorii logici care se pot folosi în instrucțiunile ***if*** şi ***while*** (T True, F False; X, Y variabile booleene).

X	Y	$\neg X$ (not$X$)	$X \wedge Y$ ($XandY$)	$X \vee Y$)($XorY$)
T	T	F	T	T
T	F	F	F	T
F	T	F	F	T
F	F	T	F	F

În alcătuirea expresiilor logice (booleene) se folosesc parantezele rotunde ori de câte ori este nevoie.

În exemplul următor se calculează valoarea aproximativă a integralei definite cu metoda Simpson sau metoda trapezelor, în funcție de numărul de noduri precizat.

Subprogramul Calcul apelează cele două subprograme: Simpson şi Trapez. Este de remarcat faptul că un parametru al subprogramului MathCAD poate fi o funcție.

Exemplu de apelare intr-un subprogram MathCAD a altui subprogram MathCAD

Calculul aproximativ al integralei definite

Se dau: a, b capetele intervalului de integrare
n , m numarul de noduri
g(x) functia de integrat
Daca 2m>n se caluleaza cu formula Simpson, altfel cu formula trapezelor

$$\text{Simpson}(a,b,m,f) := \left| \begin{array}{l} n \leftarrow 2\cdot m \\ h \leftarrow \dfrac{b-a}{n} \\ s1 \leftarrow \displaystyle\sum_{i=1}^{m-1} f(a+2\cdot i\cdot h) \\ s2 \leftarrow \displaystyle\sum_{i=1}^{m} f[a+(2\cdot i-1)\cdot h] \\ I \leftarrow \dfrac{h}{3}\cdot(f(a)+f(b)+2\cdot s1+4\cdot s2) \\ I \end{array} \right.$$

$$\text{Trapez}(a,b,n,f) := \left| \begin{array}{l} h \leftarrow \dfrac{b-a}{n} \\ s1 \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..n-1 \\ \quad s1 \leftarrow s1 + f(a+i\cdot h) \\ I \leftarrow \dfrac{h}{2}\cdot(f(a)+f(b)+2\cdot s1) \\ I \end{array} \right.$$

$$\text{Calcul}(a,b,m,n,f) := \left| \begin{array}{l} I \leftarrow \text{Simpson}(a,b,m,f) \ \text{ if } 2\cdot m > n \\ I \leftarrow \text{Trapez}(a,b,n,f) \ \text{ otherwise} \\ I \end{array} \right.$$

Apelarea $g(x) := \cos\left(\sqrt{x^3}\right)$ $\quad int := \text{Calcul}(1,2,10,12,g)$ $\quad int = -0.24658$

9.8. Aplicații

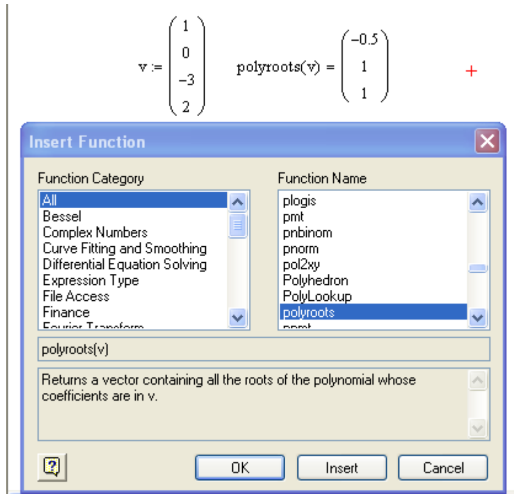
9.8.1. Rezolvarea ecuațiilor şi inecuațiilor

A. Ecuații algebrice

Funcția ***polyroots(v)*** returnează rădăcinile polinomului ai cărui coeficienți sunt depuşi în vectorul *v* , pe prima poziție fiind termenul liber.

Exemplu. Să se găsească toate rădăcinile ecuației $2x^3 - 3x^2 + 1 = 0$.

Se introduc coeficienții în vectorul v (pe prima poziție fiind termenul liber, apoi coeficienții lui x, x^2 ş.a.m.d.), apoi din sub-meniul *Inset*, selectăm *Function*, iar din fereastra *Insert Function*, alegem ***polyroots***, ca în figura de mai jos, unde sunt determinate soluțiile ecuației $2x^3 - 3x^2 + 1 = 0$.



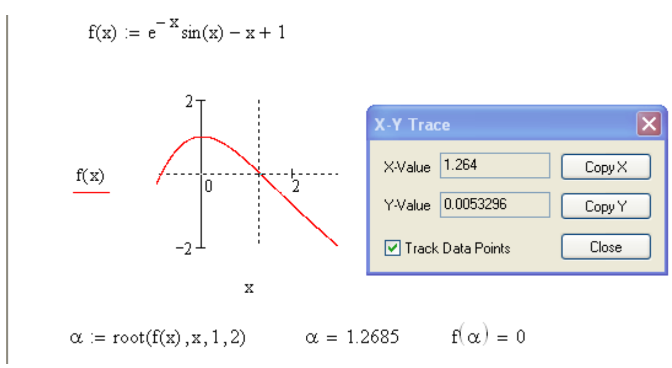
B. Ecuații transcendente

Pentru rezolvarea acestor ecuații se poate folosi funcția ***root*** **.** Trebuie precizat intervalul care conține soluția (forma ***root(f(x),x,a,b)***) sau o valoare în apropierea unei soluții a ecuației de rezolvat (forma ***root(f(x),x)***), pentru inițializarea algoritmului utilizat de funcția ***root.*** În acest scop se poate folosi reprezentarea grafică a funcției ale cărei zerouri se caută şi folosind fereastra *Trace*, se găseşte un punct în vecinătatea soluției, ca în exemplul următor.

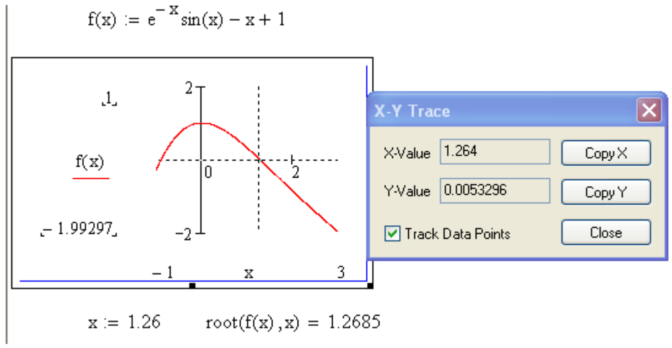
Exemplu. Să se găsească soluția ecuației $f(x) = e^{-x}\sin x - x + 1 = 0$, folosind ambele forme ale funcției ***root***.

Pentru forma ***root(f(x),x,a,b)*** , reprezentăm grafic funcția f, apoi cu ajutorul ferestrei *X-Y Trace* stabilim intervalul $[a,b]$ care conține soluția. În acest caz a=1 şi b=2.

Figura următoare reprezintă documentul MathCAD care rezolvă ecuația de mai sus şi soluția ecuației.



Pentru forma ***root(f(x),x)***, folosind fereastra *X-Y Trace*, găsim valoarea cu care se inițializează algoritmul de determinare a soluției ecuației ($x = 1.26$). Figura următoare reprezintă documentul MathCAD pentru rezolvarea problemei.



Pentru cazul când ecuația are soluții complexe, valoare inițială a variabilei trebuie să fie un număr complex în vecinătatea soluției.

Exemplu. Să se găsească toate rădăcinile ecuației $x^4 + 1 = 0$.

Următoarea secvență MathCAD rezolvă această problemă. Pentru a scrie $x = 1 + i$ în MathCAD scriem $x:1{+}1i$, iar variabilele z_k au indicii obținuți prin tastarea $z.k$

$g(x) := x^4 + 1$ Valoarea initiala $x := 1 + i$

$z_1 := \mathrm{root}(g(x), x)$ $z_1 = 0.70712 + 0.70712i$

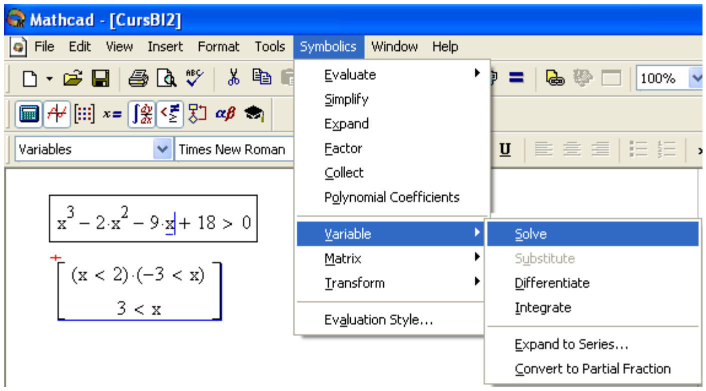
$$z_2 := \mathrm{root}\left(\frac{g(x)}{x - z_1}, x\right) \qquad z_2 = -0.70687 - 0.70687i$$

$$z_3 := \mathrm{root}\left[\frac{g(x)}{(x - z_1)\cdot(x - z_2)}, x\right] \qquad z_3 = -0.70711 + 0.70711i$$

$$z_4 := \mathrm{root}\left[\frac{g(x)}{(x - z_1)\cdot(x - z_2)\cdot(x - z_3)}, x\right] \qquad z_4 = 0.70732 - 0.70755i$$

C. Inecuații neliniare

Pentru rezolvarea inecuațiilor se scrie inecuația, se poziționează cursorul pe variabila în raport cu care trebuie rezolvată inecuația, se selectează *Variable* din sub-meniul *Symbolics* şi de aici *Solve*, ca în figura de mai jos, în care se găseşte soluția inecuației $(x^2 - 9)(x - 2) > 0$.



9.8.2. Rezolvarea sistemelor de ecuații

Pentru rezolvarea acestor sisteme se foloseşte funcția ***find*($v_1,\ldots,v_n$)** sau ***Find*($v_1,\ldots,v_n$)**. Se procedează astfel :

- se inițializează necunoscutele cu valori din vecinătate soluției ;
- se începe cu cuvântul cheie ***given*** sau ***Given***;
- se scrie blocul de restricții (ecuații sau inectuații) ;
- afişarea vectorului soluție ca rezultat al funcției ***find*** sau ***Find***.

Observații.
1. Restricțiile nu trebuie să conțină semnul diferit (#) ;
2. Nu se fac atribuiri în cadrul blocului de restricții ;
3. Operatorii $=\ >\ \geq\ <\ \leq\ \neq$ din interiorul blocului de restricții, se iau din paleta *Boolean*.

Exemplu. Să se rezolve sistemul de ecuații neliniare $\begin{cases} x^2 + y^2 & = 6 \\ x^4 + y^4 & = 20 \end{cases}$. Se inițializează algoritmul cu valorile $x = 1$, $y = 1$.

Problema se rezolvă cu următoarea secvență MathCAD.

$$x := 1 \qquad y := 1$$

Given

$$x^2 + y^2 = 6$$

$$x^4 + y^4 = 20$$

$$S := \mathrm{Find}(x, y) \qquad S = \begin{pmatrix} 1.414 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Pentru a găsi şi celelalte soluții este necesar ca să se facă inițializarea necunoscutelor cu valori în vecinătatea soluției, ca în secvența următoare :

$x := -1 \qquad y := 1$

Given

$x^2 + y^2 = 6$

$x^4 + y^4 = 20$

$S := \mathrm{Find}(x, y) \qquad S = \begin{pmatrix} -1.414 \\ 2 \end{pmatrix}$

9.8.3. Optimizări în MathCAD

Secvențele MathCAD care urmează arată cum se poate utiliza această aplicație în optimizarea unor probleme care modelează procese economice. Sunt prezentate exemple de programare liniară pentru care se cere maximul / minimul funcției obiectiv (obținut cu funcția ***Maximize /*** minimul, obținut cu funcția ***Minimize***), o problemă de transport şi un extrem cu legături liniare pentru o funcție obiectiv pătratică (problema de programare pătratică).

Optimizarea folosind Mathcad

Se dau: functia de optimizat
valori initiale pentru variabile
se scrie cuvantul cheie**Given**
se trec restrictiile
se scrie cuvantul cheie**Maximize/Minimize**
se afiseaza solutia

A. Cazul programarii liniare

1. Problema de maximizare

S-a observat cã în fiecare lunã, masinile M1, M2, M3 , ce lucreazã într-o sectie a unei întreprinderi, nu sunt folosite 8 ore, 24 de ore si respectiv 18 ore. Se ia hotãrârea sã se foloseascã si acest timp, punându-le sã lucreze la fabricarea a 2 produse suplimentare, P1 si P2 , ca produse anexe ale sectiei, care aduc un profit la unitatea de produs fabricat de 4 si respectiv 3 unitãti monetare. Timpul necesar de lucru la fiecare masinã este, pe fiecare produs, dat de tabelul urmator

	P1	P2
M1	2	1
M2	3	2
M3	1	3

Sã se determine planul de productie al sectiei pentru cele doua produse care sa dea profitul maxim

Modelarea problemei

$f(x, y) := 4 \cdot x + 3 \cdot y$

$x := 0 \qquad y := 0$

Given

$2 \cdot x + y \le 8$

$3 \cdot x + 2 \cdot y \le 24$

$x + 3 \cdot y \le 18$

$x \ge 0$

$y \ge 0$

$S := \text{Maximize}(f, x, y)$

Solutia optima

$S = \begin{pmatrix} 1.2 \\ 5.6 \end{pmatrix}$

Valoarea functiei obiectiv

$f(S_1, S_2) = 21.6$

2. Problema de minimizare

La o sectie de productie a unei întreprinderi de constructii, unde se lucreazã în flux continuu de bandã, sunt necesare pentru fabricarea de panouri pentru cofraje 4 tipuri de materii prime (panel *P*), scândurã de brad (*SB*), dulapi (*D*), cuie (*C*)) care sunt prelucrate la 3 standuri. Repartitia materiilor prime si a cheltuielilor de muncã necesare prelucrãrii pe cele 3 standuri este datã de tabelul urmator.

Materie primã	P	SB	D	C	Necesar panouri
S1	1	1	0	1	2
S2	1	2	1	0	4
S3	0	1	1	1	3
Cheltuieli	6	8	12	1 0	

Sã se determine un plan de productie astfel încât cheltuielile sã fie minime.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) := 6 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 12 \cdot x_3 + 10 \cdot x_4$$

$x_1 := 0 \quad x_2 := 0 \quad x_3 := 0 \quad x_4 := 0$

Given

$$x_1 + x_2 + x_4 = 2$$

$$x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 = 4$$

$$x_2 + x_3 + x_4 = 3$$

$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \; x_3 \geq 0 \; x_4 \geq 0$

$$S := \mathrm{Minimize}(f, x_1, x_2, x_3, x_4)$$

Solutia optima *Valoarea functiei obiectiv*

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.5 \\ 1 \\ 0.5 \end{pmatrix} \qquad f(S_1, S_2, S_3, S_4) = 29$$

3. Problema de transport

O întreprindere de constructii are în lucru 4 blocuri de locuinte în diferite locuri în oras si aprovizioneazã cu mortar de la 3 statii de betoane de asemenea amplasate în diferite locuri Prin contract, prima statie de betoane asigurã 10 mc , a doua 15 mc , iar a treia 25 mc . Necesarul zilnic de mortar pentru fiecare bloc este de 5 mc pentru primul, 10 mc pentru a doilea, 20 mc pentru al treilea si 15 mc pentru al patrulea. Pretul de transport pentru 1 mc la o statie de betoane la un bloc este dat de tabelul urmator.

Bloc / Statie betoane	B1	B2	B3	B4	Disponibil
S1	8	3	5	2	10
S2	4	1	6	7	15
S3	1	9	4	3	25
Necesar	5	10	20	15	

Sã se gãseascã un plan de transport care sã determine cantitãtile zilnice x_{ij} de mortar ce trebuie aduse de la statia de betoane i la blocul j, astfel încât cheltuielile de transport sã fie minime.

$$A := \begin{pmatrix} 8 & 3 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 6 & 7 \\ 1 & 9 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad a := \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 25 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 20 \\ 15 \end{pmatrix} \quad x := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Functia obiectiv $f(x) := \sum_{i=1}^{4} A^{\langle i \rangle} \cdot (x)^{\langle i \rangle}$

Given

$$\sum (x)^{\langle 1 \rangle} = b_1 \quad \sum (x)^{\langle 2 \rangle} = b_2 \quad \sum (x)^{\langle 3 \rangle} = b_3 \quad \sum (x)^{\langle 4 \rangle} = b_4$$

$$\sum \left(x^T\right)^{\langle 1 \rangle} = a_1 \quad \sum \left(x^T\right)^{\langle 2 \rangle} = a_2 \quad \sum \left(x^T\right)^{\langle 3 \rangle} = a_3 \qquad x \geq 0$$

$X := \text{Minimize}(f, x)$

Solutia $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 10 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 15 & 5 \end{pmatrix}$ Valoarea functiei obiectiv $f(X) = 140$

B. Cazul programarii patratice

Sa se rezolve urmatoare problema de programare patratic
Sa se determine min f unde

$$f(x_1, x_2, x_3) := \frac{1}{2} \cdot x_1^2 + \frac{1}{2} \cdot x_2^2 - 2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + x_3$$

$x_1 := 0 \qquad x_2 := 0 \qquad x_3 := 0$

Given

$x_1 - 2 \cdot x_2 + x_3 = 4$

$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0$

$S := \text{Minimize}(f, x_1, x_2, x_3)$

Solutia optima Valoarea functiei obiecti

$$S = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$f(S_1, S_2, S_3) = -0.5$$