HORMIGÓN ARMADO

Pedro Jiménez Montoya es Doctor Ingeniero de Construcción, Licenciado en Ciencias Exactas y Coronel del Cuerpo de Ingenieros de Armamento y Construcción. Ha colaborado ampliamente en el Comité Euro-Internacional del Hormigón (CEB) y, en España, ha formado parte de la Comisión Permanente Interministerial del Hormigón así como del Departamento de Matemáticas Aplicadas del CSIC (Consejo Superior de Investigaciones Científicas). Ha sido Profesor de Teoría General de Estructuras en la Escuela Politécnica Superior del Ejército, Director de la revista *ASINTO* de la Asociación de Ingenieros Militares y Co-director de la revista *Estructuras* del CSIC. Es autor de varios trabajos de investigación sobre métodos de cálculo de hormigón armado, algunos de los cuales han sido incorporados a la normativa española y de otros países. Ha efectuado numerosas publicaciones sobre temas de su especialidad. Obtuvo el premio López Tienda por sus publicaciones técnicas y el premio Juan Cámpora por su dedicación durante muchos años al estudio y a las aplicaciones del hormigón armado.

Álvaro García Meseguer es Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos y Profesor de Investigación del Instituto Eduardo Torroja, del CSIC. Desde 1960 ha presidido diversas Comisiones y Grupos de Trabajo del CEB (Comité Euro-International du Béton, hoy integrado en la FIB, Federación Internacional del Hormigón Estructural). Fue fundador de la Sección de Construcción de la EOQC (European Organisation for Quality), que presidió durante once años. Es profesor de Hormigón Armado en la Escuela de la Edificación de la UNED (Universidad Nacional de Educación a Distancia) y ha presidido la Sección de Construcción de la AEC (Asociación Española para la Calidad), así como el Grupo Español del Hormigón (GEHO-CEB) hasta su fusión con la ATEP-FIP en 1998 para constituir la Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural (ACHE), de la que es Vicepresidente. Ha publicado numerosos trabajos sobre temas de su especialidad y ha dado cursos y conferencias en distintos países de Europa y América. Está en posesión de la Encomienda con Placa de la Orden de Alfonso X el Sabio y de la Medalla de ACHE por méritos a la investigación en el campo del hormigón estructural.

Francisco Morán Cabré es Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos y Profesor de Investigación del Instituto Eduardo Torroja, del CSIC. Es miembro de la Comisión Permanente del Hormigón, habiendo colaborado en la preparación de las Instrucciones españolas desde la EH-68 hasta la actual EHE. Antiguo colaborador del Comité Euro-Internacional del Hormigón (CEB), fue vicepresidente de su Comisión de Pandeo. Ha presidido varias comisiones del Grupo Español del Hormigón (GEHO) y ha sido miembro de la Comisión Gestora de la Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural (ACHE). Es miembro de la Comisión AENOR ST140 SC2 *Eurocódigo de Hormigón*. Ha publicado numerosos trabajos y ha dado conferencias y cursos de postgrado en España y en varios países de América Latina.

Editorial Gustavo Gili, SA

08029 Barcelona Rosselló, 87-89. Tel. 93 332 81 61
México, Naucalpan 53050 Valle de Bravo, 21. Tel. 560 60 11

HORMIGÓN ARMADO

14ª EDICIÓN BASADA EN LA EHE

AJUSTADA AL CÓDIGO MODELO Y AL EUROCÓDIGO

PEDRO JIMÉNEZ MONTOYA
ÁLVARO GARCÍA MESEGUER
FRANCISCO MORÁN CABRÉ

44672

GG®

FACULTAD DE ARQUITECTURA
Depto. de DOC. y BIBLIOTECA

COMPRA ~~CANJE~~ ~~DONACION~~
Aleteq
FECHA VII/02 PRECIO € 12 00

14ª edición, 2000
14ª edición, 2ª tirada revisada, 2001

Diseño de la cubierta de Estudi Coma

Ninguna parte de esta publicación, incluido el diseño de la cubierta, puede reproducirse, almacenarse o transmitirse de ninguna forma, ni por ningún medio, sea éste eléctrico, químico, mecánico, óptico, de grabación o de fotocopia, sin la previa autorización escrita por parte de la Editorial. La Editorial no se pronuncia, ni expresa ni implícitamente, respecto a la exactitud de la información contenida en este libro, razón por la cual no puede asumir ningún tipo de responsabilidad en caso de error u omisión.

© Los autores, 2000
© Editorial Gustavo Gili, SA, Barcelona, 2000

Printed in Spain
ISBN: 84-252-1825-X
Depósito legal B.15.990-2001
Fotocomposición, TECFOTO, Barcelona
Impresión, Gráficas 92, Rubí (Barcelona)

Prólogo a la 7ª edición

El libro "Hormigón armado" del Profesor Jiménez Montoya, cuya tercera edición tuve el honor de prologar en 1969, ha adquirido, desde hace tiempo, carta de ciudadanía en las Escuelas, Institutos Universitarios y oficinas de estudio del mundo entero. Se trataba, en efecto, de la colección más completa de datos necesarios para la aplicación sistemática, tanto de los métodos clásicos, como de los nuevos métodos de cálculo fundados en la "teoría semiprobabilista de los estados límites", que preconizan las Recomendaciones CEB-FIP, y que ha sido adoptada sucesivamente por un gran número de Reglamentos nacionales.

La séptima edición, cuyo prólogo han tenido la amabilidad de confiarme los Autores, marca sin embargo, en la evolución de esta hermosa obra, una nueva etapa de carácter decisivo.

Esta vez, el Profesor Jiménez Montoya se ha marcado un programa particularmente ambicioso: ha querido profundizar la presentación de diversos aspectos del cálculo, para ofrecer a los lectores un marco científico exhaustivo de los conceptos más modernos sobre el funcionamiento del hormigón armado. Al mismo tiempo, se ha propuesto llevar a cabo una comparación sistemática entre las prescripciones ofrecidas por las normas nacionales más recientes. Y, por último, para facilitar la labor de los calculistas, ha querido que las colecciones de ábacos —expresión última del desarrollo natural de la documentación científica previa— constituyesen una herramienta completísima de trabajo.

Desarrollar un programa de tal magnitud, en un intervalo razonable de tiempo, no habría sido posible por una sola persona. Por ello, el Profesor Jiménez Montoya ha buscado la colaboración de dos especialistas bien conocidos, formados a través de una activa participación en los trabajos del Comité Europeo del Hormigón y poseedores de una gran experiencia, tanto en el campo de la investigación como en el de las aplicaciones. Uno de ellos es nuestro amigo el Profesor Alvaro García Meseguer, actualmente Co-director Técnico del Comité Europeo, cuyo conocimiento profundo de todos los Capítulos de las Recomendaciones Internacionales ha puesto de manifiesto, mediante una colaboración de más de diez años, en las tareas que han precedido a la redacción definitiva de las dos sucesivas ediciones de 1964 y 1970. El otro colaborador es el Dr. Morán Cabré, autor de una tesis magistral sobre los estados límites últimos en flexión-compresión, cuyas contribuciones esenciales han venido a enriquecer la presente obra.

La colaboración armónica de estos tres grandes especialistas ha logrado realizar una síntesis de la que no se sabe qué admirar más, si su valor intrínseco o su amplitud. El entusiasmo de los Autores les ha conducido, por otra parte, a ensanchar todavía más su campo de acción, abordando ciertos temas que los libros del hormigón armado suelen contentarse con enunciar: el control de calidad y la patología.

No quisiéramos terminar estas líneas sin recomendar a todos los ingenieros civiles y a todos los constructores, que coloquen este bello libro en el lugar de honor de su biblioteca, puesto que no dejarán de consultarlo con frecuencia, tanto para encontrar en él la respuesta a problemas conceptuales y prácticos de su vida profesional cotidiana, como para obtener datos de partida para sus cálculos, los cuales se verán notablemente facilitados por la riqueza extraordinaria de la colección de ábacos, y por la forma particularmente expresiva de su presentación.

Prof. Ing. FRANCO LEVI

Presidente h. c. del Comité Europeo del Hormigón.
Presidente h. c. de la Federación Internacional del Pretensado.

Prólogo a la 14ª edición

Un poco de historia

La obra que el lector tiene en sus manos vio la luz por primera vez hace casi cuarenta años. En tan dilatada vida pueden distinguirse fundamentalmente dos etapas: en la primera, que abarca de 1964 a 1972, esta obra alcanzó seis ediciones bajo la autoría única de Pedro Jiménez Montoya; en la segunda, entre 1973 y 1999, vieron la luz siete nuevas ediciones, fruto de la colaboración de sus tres autores actuales. De este modo, la séptima edición supuso un hito importante en la historia de este libro, al marcar el inicio de nuestra colaboración.

En cada una de las ediciones octava a decimotercera los tres autores hemos actualizado el contenido del libro para adaptarlo al continuo incremento de conocimientos que se ha venido experimentando en el campo del hormigón armado; pero esas actualizaciones nunca han significado un cambio tan profundo como el que ahora hemos introducido, en esta decimocuarta edición.

En efecto, en todo el mundo se ha dado recientemente un paso decisivo: la fusión de los conceptos "hormigón armado" y "hormigón pretensado" en un solo concepto, el de "hormigón estructural". Como consecuencia de ello, tanto las asociaciones científicas como las normas dedicadas a uno y otro dominio han experimentado un proceso de fusión y, así, han nacido:

- en el ámbito internacional, la Asociación para el Hormigón Estructural (*fédération internationale du béton, fib*), fruto de la fusión entre el Comité Euro-Internacional del Hormigón (*Comité Euro-International du Béton, CEB*) y la Federación Internacional del Pretensado (*Féderation Internationale de la Précontrainte, FIP*);
- en el ámbito nacional, por una parte, la Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural (*ACHE*), fruto de la fusión entre el Grupo Español del Hormigón (*GEHO-CEB*) y la Asociación Técnica Española del Pretensado (*ATEP*); y por otra, la Instrucción de Hormigón Estructural (*EHE*), que viene a sustituir a las antiguas Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado (*EH-91*) e Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado (*EP-93*).

El nuevo texto

Lo dicho hasta aquí, unido al avance de conocimientos que se ha experimentado en los últimos tiempos, exigía una revisión profunda de este libro y a ella han dedicado los autores sus esfuerzos a lo largo de dos años, volviendo a escribir la obra completa y teniendo como ideas directrices las dos siguientes:

- conservar como ámbito de aplicación el dominio del hormigón armado, al estar dedicada esta obra fundamentalmente al campo de la edificación, que en España, con la notable excepción de la prefabricación, está constituido casi en exclusiva por estructuras de hormigón armado;
- seleccionar rigurosamente la información que debiera contener el libro, con el fin de limitar su extensión y con ello su precio, para poder así ofrecerla al público más amplio posible, tanto profesionales como estudiantes.

Como resultado de este proceso, la obra *Hormigón Armado*, coloquialmente conocida como *el Jiménez Montoya*, es ahora un libro de un solo volumen que, en comparación con su anterior edición, presenta las siguientes novedades fundamentales:

- Con carácter general, se ajusta a la nueva Instrucción EHE (publicada en su edición definitiva a comienzos de 1999) y contiene numerosas referencias al Eurocódigo de hormigón y al Código Modelo CEB-FIP.
- Se adopta el nuevo sistema de unidades SI.
- Se suprime el capítulo dedicado al cálculo con aceros deformados en frío, así como toda referencia a los mismos, al haber desaparecido prácticamente del mercado estos aceros tan poco dúctiles.
- Se incluye un capítulo dedicado al hormigón de altas prestaciones (HAR).
- Se tratan extensamente, dedicándoles dos capítulos, el esfuerzo cortante por una parte y la torsión, el esfuerzo rasante y el punzonamiento, por otra.
- Se expone con claridad el tratamiento de las zonas de discontinuidad según la teoría de bielas y tirantes, hasta ahora no tratada en este libro; a cambio, se aligera el capítulo de placas al suprimirse gran parte de la información que se dedicaba a la teoría de las líneas de rotura.
- Se otorga gran importancia a la durabilidad, dedicándole amplio espacio en tres capítulos diferentes.
- Se amplía la información dedicada a patología estructural y tipología de la fisuración.
- Toda la bibliografía se presenta ahora junta, agrupándola por capítulos, al final de la obra; y se añade un índice alfabético, tanto conceptual como onomástico.

Las nuevas ayudas de cálculo

En el segundo tomo de anteriores ediciones de este libro se han venido incluyendo diversas colecciones de ábacos, diagramas, etc., así como un conjunto de programas de ordenador. En la presente edición estas ayudas de cálculo figuran en el capítulo 27 y presentan las siguientes novedades:

- Se utilizan las unidades del sistema SI: para esfuerzos normales, el kilonewton (kN); para momentos flectores, el kilonewton metro (kNm); y para resistencias, el newton por milímetro cuadrado (N/mm^2).

- Se conservan los diagramas de interacción adimensionales y los ábacos en roseta adimensionales para flexión esviada.
- Se conservan las colecciones de diagramas de interacción, presentándolos ahora en formato moderno, es decir, dejando fuera de los ábacos el coeficiente de mayoración de acciones. Se ofrecen tres colecciones, que cubren respectivamente los hormigones de resistencia 20, 25 y 30 N/mm^2 (en ediciones anteriores se ofrecían cuatro colecciones cubriendo las resistencias 150, 175, 200 y 250 kp/cm^2).[1]
- Se amplían las escalas funcionales para el cálculo de secciones rectangulares sometidas a flexión simple o compuesta, para abarcar el campo de las vigas planas. Como en el caso de los ábacos anteriores, se presentan en formato moderno (dejando fuera el coeficiente de mayoración de acciones) y se ofrecen tres colecciones, cubriendo los mismos hormigones (HA-20, HA-25 y HA-30).[1]
- Se suprimen los programas de ordenador, al haberse comprobado mediante una encuesta que el número de lectores que los utilizaban era más bien reducido.

Agradecimientos

Para terminar, queremos agradecer la colaboración que hemos recibido de todos aquellos colegas a quienes hemos dirigido consultas. En particular, merece nuestro reconocimiento el doctor José María García Mallo por sus numerosas observaciones al primer manuscrito de esta obra, así como los doctores Honorino Ortega y Javier León, quienes nos han prestado una gran ayuda, respectivamente, en los capítulos dedicados al acero y a los estados límites de utilización. Por su parte, la Arquitecto Ana Terrés ha colaborado con nosotros en el dibujo de los ábacos utilizando Autocad. Ni que decir tiene que la responsabilidad por los posibles defectos que esta obra pueda contener, en los campos mencionados y en cualquier otro, nos corresponde por entero.

Madrid, mayo de 2000

LOS AUTORES

[1] Aún cuando la Instrucción española excluye explícitamente los hormigones para armar de resistencia inferior a 25 N/mm^2, en esta obra se han incluido ayudas de cálculo para hormigones de resistencia igual a 20 N/mm^2 por considerarlas de utilidad en muchos casos: peritaje de estructuras existentes, obras fuera del territorio español, proyectistas de estructuras de edificación que, aún prescribiendo en su proyecto un HA-25, prefieren calcular con un HA-20, etc.

Índice de materias

Índice de tablas XXXIII

0. Notación y unidades

0.1 Introducción 1
0.2 Construcción de símbolos 1
1° Letra principal o letra guía 2
2° Subíndices descriptivos 2
0.3 Letras mayúsculas romanas 2
0.4 Letras minúsculas romanas 4
0.5 Letras minúsculas griegas 5
0.6 Símbolos especiales 7
0.7 Unidades 7

1. Cementos

1.1 Definiciones, clasificación y prescripciones 8
1° Componentes de los cementos 8
a) Clínkeres portland
b) Clínkeres aluminosos
c) Escorias siderúrgicas (S)
d) Puzolanas naturales (P)
e) Cenizas volantes (V)
f) Humo de sílice (D)
g) Fílleres calizos (L)
h) Reguladores de fraguado
i) Aditivos de los cementos
2° Clasificación de los cementos 9
3° Prescripciones químicas de los cementos comunes 11
4° Prescripciones físicas y mecánicas de los cementos 11

a) Fraguado
b) Expansión
c) Finura de molido
d) Resistencias mecánicas

1.2 Cementos portland (tipo I) 14
1° Composición química 14
a) Óxido cálcico libre, CaO
b) Óxido magnésico, MgO
c) Trióxido de azufre, SO_3
d) Pérdida al fuego
e) Residuo insoluble
f) Álcalis
2° Composición potencial 15
a) Silicato tricálcico, SC_3
b) Silicato bicálcico, SC_2
c) Aluminato tricálcico, AC_3
d) Aluminoferrito tetracálcico, AFC_4
1.3 Cementos portland con adiciones (tipos II) 17
1° Cementos portland con escoria (CEM II/A-S y CEM II/B-S) 17
2° Cementos portland con humo de sílice (CEM II/A-D) 17
3° Cementos portland con puzolana (CEM II/A-P y CEM II/B-P) 17
4° Cementos portland con ceniza volante (CEM II/A-V y CEM II/B-V) 17
5° Cementos portland con calizas (CEM II/A-L) 17
6° Cementos portland mixtos (CEM II/A-M y CEM II/B-M) 18
1.4 Otros tipos de cementos comunes 18
1° Cemento de horno alto (Tipo III) 18
2° Cementos puzolánicos (Tipo IV) 19
3° Cementos compuestos (Tipo V) 19
1.5 Cementos con propiedades adicionales 20
1° Cementos de bajo calor de hidratación (BC) 20
2° Cementos blancos (BL) 20
3° Cementos resistentes al agua del mar (MR) 20
4° Cementos resistentes a los sulfatos (SR) y al agua de mar (MR) 20
1.6 Cemento de aluminato de calcio, CAC/R (cemento aluminoso) 21
1.7 Tablas de utilización práctica 21
1.8 Suministro, recepción y almacenamiento 21

2. Agua, áridos, aditivos y adiciones

2.1 Agua de amasado y agua de curado 27
1° Generalidades 27
2° Aguas perjudiciales y no perjudiciales 28
3° Agua de mar 29
4° Análisis del agua 29
2.2 Áridos 29
1° Generalidades 30
2° La arena 30
3° La grava 31
4° Granulometría de los áridos 33
a) Parábola de Fuller

b) Parábola de Bolomey
c) Método del módulo granulométrico
d) Dominios granulométricos
2.3 Aditivos 39
1° Generalidades 39
2° Aceleradores 40
3° Retardadores 41
4° Plastificantes y fluidificantes 41
a) Plastificantes
b) Fluidificantes
5° Superfluidificantes 42
6° Aireantes 43
7° Plastificantes-aireantes 45
8° Impermeabilizantes 45
9° Otros aditivos 46
2.4 Adiciones 46

3. Dosificación del hormigón

3.1 Consideraciones generales 48
3.2 Resistencias del hormigón y relación agua/cemento 48
1° Resistencia del homigón a compresión 49
2° Durabilidad del hormigón 49
3.3 Características y composición del árido 51
1° Tamaño máximo del árido y coeficiente de forma 51
2° Composición granulométrica de los áridos 52
3.4 Consistencia del hormigón y cantidades de agua y cemento 54
3.5 Proporciones de la mezcla 56
3.6 Correcciones y ensayos 57
3.7 Ejemplo de dosificación 58

4. Preparación y puesta en obra del hormigón

4.1 Fabricación del hormigón 60
1° Consideraciones generales 60
a) Hormigón fabricado en central
b) Hormigón no fabricado en central
2° Prescripciones generales 60
4.2 Hormigón fabricado en central 61
1° Consideraciones generales 61
2° Homogeneidad y uniformidad 61
3° Formas de especificar el hormigón 61
4° Transporte a obra 62
4.3 Transporte del hormigón en obra 63
4.4 Puesta en obra del hormigón 63
1° Vertido y colocación 63
2° Puesta en obra con bomba 64
3° Compactación 65
4.5 Juntas de hormigonado 66
4.6 Hormigonado en tiempo frío 67

4.7 Hormigonado en tiempo caluroso ... 68
4.8 Curado del hormigón ... 69
1° Generalidades ... 69
2° Curado al vapor ... 70
3° Otras precauciones ... 71
4.9 Encofrados ... 71
1° Generalidades ... 71
2° Presión del hormigón fresco sobre el encofrado ... 72
a) Soportes
b) Vigas
3° Desencofrado ... 72
4° Acabado de superficies ... 73

5. Propiedades del hormigón

5.1 Propiedades del hormigón fresco ... 75
1° Consistencia ... 75
2° Docilidad ... 76
3° Homogeneidad ... 77
4° Masa específica ... 77
5.2 Propiedades del hormigón endurecido ... 77
1° Densidad ... 77
2° Compacidad ... 78
3° Permeabilidad ... 78
4° Resistencia al desgaste ... 79
5.3 Retracción del hormigón ... 79
1° El fenómeno ... 79
2° Factores que influyen en la retracción ... 79
3° Efectos de la retracción en elementos estructurales ... 80
4° Cálculo del acortamiento por retracción ... 81
5.4 El hormigón y la temperatura ... 83
5.5 Características mecánicas del hormigón ... 85
1° Resistencia característica del hormigón ... 85
2° Resistencia del hormigón a tracción ... 87
3° Resistencia del hormigón bajo un estado de tensión biaxil ... 88
5.6 Características reológicas del hormigón ... 88
1° Clasificación de las deformaciones del hormigón ... 89
2° Diagrama tensión-deformación del hormigón ... 90
3° Módulo de deformación longitudinal del hormigón ... 93
4° Coeficiente de Poisson ... 94
5° Elongabilidad del hormigón ... 95
6° Cálculo del acortamiento por fluencia ... 95
5.7 Durabilidad del hormigón ... 98
1° Consideraciones básicas ... 98
2° Agresivos al hormigón ... 100
3° Ataques químicos al hormigón ... 102

6. Ensayos del hormigón

6.1 Generalidades y clasificación ... 104

1° Generalidades ... 104
2° Clasificación ... 105
6.2 Ensayos del hormigón fresco ... 105
1° Toma de muestras del hormigón fresco ... 105
2° Ensayos de consistencia ... 106
a) Cono de Abrams
b) Mesa de sacudidas
c) Consistómetro Vebe (UNE 83.314, ISO 4110)
3° Determinación de la densidad ... 108
4° Contenido en aire ocluido ... 108
5° Otros ensayos ... 108
6.3 Ensayos mecánicos mediante probetas enmoldadas ... 108
1° Definición de las probetas y moldes (normas UNE 83.301 e ISO 1920) 109
2° Preparación de las probetas ... 110
a) Compactación por picado
b) Compactación por vibrado
c) Acabado de la probeta
3° Conservación de las probetas (Normas UNE 83.301 e ISO 2736) ... 110
4° Refrentado de las probetas cilíndricas con mortero de azufre (UNE 83.303 e ISO 2736) ... 111
5° Métodos de ensayo de probetas de hormigón ... 111
6° Método de ensayo a compresión (Normas UNE 83.304 e ISO 4012) ... 112
7° Método de ensayo a flexotracción ... 112
8° Método de ensayo a tracción indirecta (ensayo brasileño) ... 113
6.4 Equivalencias entre los distintos ensayos mecánicos de probetas enmoldadas ... 114
1° Equivalencia entre distintas formas de probetas ... 114
2° Equivalencia entre distintas edades ... 114
3° Equivalencia entre distintas resistencias ... 116
6.5 Extracción y ensayo de probetas testigo ... 117
1° Generalidades ... 117
2° Dimensiones de las probetas (según Norma UNE 83.302) ... 117
3° Preparación y conservación de las probetas ... 118
4° Evaluación de la resistencia ... 118
6.6 Ensayos no destructivos ... 118
1° Métodos esclerométricos ... 119
2° Métodos por velocidad de propagación ... 120
3° Métodos por resonancia ... 122
4° Métodos combinados o mixtos ... 123
5° Métodos por absorción o difusión de isótopos radiactivos ... 123
6.7 Ensayos de control de calidad del hormigón ... 124
1° Ensayos anteriores a la terminación de la obra ... 124
2° Ensayos posteriores a la terminación de la obra ... 125

7. Hormigón de Alta Resistencia (HAR)

7.1 Generalidades ... 127
1° Hormigón de altas prestaciones ... 127
2° Adiciones ... 128
7.2 Materiales componentes y dosificación de los HAR ... 129

1° Cemento ... 129
2° Agua y áridos ... 129
3° Relación agua/cemento ... 130
4° Aditivos y adiciones ... 130
5° Dosificación ... 130
7.3 Fabricación, colocación y curado de los HAR ... 132
1° Amasado ... 132
2° Puesta en obra y compactación ... 132
3° Curado ... 132
7.4 Características del hormigón de alta resistencia ... 132
1° Durabilidad ... 132
2° Resistencia a compresión ... 133
3° Resistencia a tracción ... 133
4° Diagrama tensión-deformación ... 134
5° Módulo de deformación longitudinal ... 134
6° Retracción y fluencia ... 134
7° Coeficiente de Poisson ... 134
7.5 Cálculo con hormigones de alta resistencia ... 135
1° Generalidades ... 135
2° Datos prácticos ... 135
7.6 Empleo del hormigón de alta resistencia ... 136
1° Consideraciones generales ... 136
2° Realizaciones ... 137

8. Armaduras

8.1 Generalidades ... 139
1° Características geométricas ... 139
2° Características mecánicas ... 140
a) Resistencia o carga unitaria de rotura, f_s
b) Límite elástico, f_y
c) Relación f_s/f_y
d) Alargamiento
e) Ensayo de doblado-desdoblado
3° Características de adherencia ... 142
4° Ductilidad del acero ... 143
5° Aptitud al soldeo del acero ... 144
8.2 Barras corrugadas ... 145
1° Consideraciones generales e identificación ... 145
2° Tipos de acero de las barras corrugadas ... 146
3° Características geométricas y adherentes de las barras corrugadas ... 147
4° Características mecánicas de las barras corrugadas ... 148
8.3 Soldadura de aceros ... 150
1° Consideraciones generales ... 150
2° Soldeo a tope por resistencia eléctrica ... 150
3° Soldeo a tope por arco eléctrico ... 151
4° Soldeo por solapo ... 151
5° Soldeo en cruz por arco eléctrico ... 152
6° Recomendaciones de proyecto ... 153
8.4 Comportamiento a la fatiga de los aceros ... 153

8.5 Mallas electrosoldadas ... 154
8.6 Armaduras básicas electrosoldadas en celosía ... 156
8.7 Capacidad mecánica de las armaduras ... 157

9. El hormigón armado

9.1 Introducción ... 160
9.2 La adherencia entre el hormigón y el acero ... 161
1° Generalidades ... 161
2° Determinación de la tensión de adherencia ... 162
9.3 Disposiciones de las armaduras ... 163
1° Generalidades ... 163
2° Colocación de las armaduras ... 164
3° Distancias entre barras ... 166
4° Distancias a los paramentos ... 166
9.4 Doblado de las armaduras ... 168
9.5 Anclaje de las armaduras ... 168
1° Generalidades ... 168
2° Posiciones de las barras ... 169
3° Ganchos y patillas normales ... 169
4° Longitudes de anclaje ... 170
5° Anclaje de barras corrugadas aisladas ... 171
6° Anclaje de grupos de barras ... 172
7° Anclaje de mallas electrosoldadas ... 173
8° Anclaje por dispositivos especiales ... 173
9° Anclaje de cercos ... 173
10° Ejemplos de anclajes de barras ... 173
9.6 Empalme de las armaduras ... 176
1° Generalidades ... 176
2° Empalme por solapo de barras aisladas ... 176
3° Empalme por solapo de grupos de barras ... 177
4° Empalme por solapo de mallas electrosoldadas ... 177
5° Empalmes por soldadura ... 178
6° Empalmes por manguito ... 178
9.7 Organización de las armaduras en elementos de hormigón armado ... 179
1° Generalidades ... 179
2° Nudos y encuentros ... 179
3° Piezas de trazado curvo ... 181
4° Piezas con secciones delgadas ... 181
9.8 Durabilidad del hormigón armado ... 182
1° Causas que originan la corrosión del acero ... 182
2° Factores más influyentes en la corrosión del acero ... 183
3° Vida útil de una estructura ... 183

10. Control de calidad de las obras de hormigón

10.1 Introducción ... 186
10.2 El control y la seguridad ... 187
10.3 Control de componentes del hormigón ... 187
1° Cemento ... 187

2° Agua ... 188
3° Áridos ... 188
4° Aditivos ... 189
5° Adiciones ... 189
10.4 Control del acero ... 189
1° Control a nivel reducido ... 190
2° Control a nivel normal ... 190
3° Aptitud al soldeo ... 191
10.5 Control del hormigón fresco ... 191
10.6 Control de la resistencia del hormigón ... 192
1° Introducción y definiciones ... 192
2° Tamaño del lote y constitución de la muestra ... 193
3° Modalidades de control ... 194
a) Control a nivel reducido
b) Control al 100 por 100
c) Control estadístico
4° Forma de aplicar el control estadístico ... 196
5° Ejemplos de aplicación del control estadístico ... 197
6° Decisiones derivadas del control de la resistencia ... 198
7° Caso de extracción de probetas testigo ... 198
10.7 Estimadores y curvas de eficacia ... 199
10.8 Control de la ejecución ... 201
1° Niveles de control ... 201
a) Control a nivel intenso
b) Control a nivel normal
c) Control a nivel reducido
2° Tolerancias de ejecución ... 203
a) Tolerancias de replanteo y cimentaciones
b) Tolerancias de ferralla
c) Tolerancias en secciones de hormigón
d) Desplomes en soportes
e) Diferencia de cotas
f) Acabado de superficies
10.9 Repercusiones en la seguridad de los elementos ... 205
10.10 Pruebas de las obras ... 208
1° Generalidades ... 208
2° Pruebas de carga ... 208

11. Bases de cálculo, seguridad y durabilidad

11.1 Introducción ... 211
1° Cálculo de estructuras en general ... 211
2° Cálculo de esfuerzos ... 212
3° Cálculo de estructuras de hormigón armado ... 213
11.2 Limitaciones del método de tensiones admisibles ... 214
11.3 Método de los estados límite ... 215
1° Definición de estado límite ... 215
2° Magnitudes aleatorias. Valores característicos y de cálculo ... 216
3° Determinación de la seguridad ... 217
11.4 Terminología: acciones, situaciones y combinaciones ... 219

11.5 Valores de las resistencias de los materiales ... 220
1° Resistencia característica del hormigón ... 220
2° Resistencia característica del acero ... 221
3° Resistencia de cálculo de los materiales ... 221
11.6 Valores de las acciones ... 222
1° Valores característicos de las acciones ... 222
2° Valor representativos de las acciones ... 223
3° Valor de cálculo de las acciones ... 224
4° Casos especiales de ponderación de acciones ... 226
11.7 Hipótesis de carga ... 226
1° Estados límites últimos ... 226
a) En situaciones persistentes o transitorias
b) En situaciones accidentales
c) En situaciones sísmicas
2° Estados límites de servicio ... 228
3° Simplificaciones ... 228
a) Estados límites últimos
b) Estados límites de servicio
11.8 Comprobaciones que deben realizarse ... 229
11.9 Análisis del proceso de rotura bajo tensiones normales ... 229
1° Roturas por flexión ... 229
2° Roturas por compresión ... 233
3° Roturas por tracción ... 234
11.10 Cuantías límites de armaduras ... 234
1° Cuantía mínima en flexión simple o compuesta ... 235
2° Cuantías límites en compresión ... 236
3° Cuantía mínima de la armadura transversal ... 236
11.11 Durabilidad de las estructuras de hormigón armado ... 237
1° Identificación del tipo de ambiente ... 237
2° Estrategias de durabilidad en proyecto ... 238
3° Requisitos del hormigón ... 239
4° Protecciones ... 240

12. Cálculo de secciones. Método clásico

12.1 Generalidades ... 241
12.2 Hipótesis básicas ... 242
1° Tensiones admisibles ... 242
2° Secciones planas ... 243
3° Diagrama tensión-deformación del hormigón ... 243
4° Diagrama tensión-deformación del acero ... 243
5° Equilibrio ... 244
12.3 Valores de las tensiones admisibles ... 245
12.4 Definiciones relativas al cálculo de secciones ... 245
12.5 Flexión simple ... 245
1° Sección de forma cualquiera. Ecuaciones de equilibrio ... 245
2° Sección de forma cualquiera. Comprobación ... 247
3° Sección de forma cualquiera. Dimensionamiento ... 247
4° Sección rectangular. Ecuaciones de equilibrio ... 247
5° Sección rectangular. Comprobación ... 248

6° Sección rectangular. Dimensionamiento ... 248
a) Canto mínimo sin armadura de compresión
b) Altura peraltada
c) Altura rebajada
12.6 Flexión compuesta ... 251
1° Sección de forma cualquiera. Ecuaciones de equilibrio ... 251
2° Sección de forma cualquiera. Comprobación ... 251
3° Sección de forma cualquiera. Dimensionamiento ... 252
4° Sección rectangular ... 252
12.7 Compresión compuesta ... 252
1° Sección de forma cualquiera ... 252
2° Sección rectangular simétrica ... 253
12.8 Compresión simple ... 254
12.9 Tracción simple ... 255
1° Tirantes ... 255
2° Depósitos circulares y tuberías ... 256
12.10 Tracción compuesta ... 257
12.11 Flexión esviada ... 257
12.12 Ejemplos ... 258

13. Estado límite último bajo solicitaciones normales. Principios generales de cálculo

13.1 Consideraciones generales ... 260
13.2 Bases de cálculo ... 261
1° Caracterización del estado límite último ... 261
2° Compatibilidad de deformaciones ... 261
3° Diagramas tensión-deformación del hormigón ... 262
4° Diagramas tensión-deformación de los aceros ... 262
5° Condiciones de equilibrio ... 264
13.3 Dominios de deformación de las secciones, en el estado límite último de agotamiento resistente ... 264
13.4 Ecuaciones de equilibrio y compatibilidad ... 265
1° Tracción simple o compuesta ... 266
2° Flexión simple o compuesta ... 266
3° Compresión simple o compuesta ... 267

14. Estado límite último bajo solicitaciones normales. Cálculo de secciones rectangulares con diagrama parábola-rectángulo

14.1 Generalidades ... 268
14.2 Ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones ... 268
1° Tracción simple o compuesta ... 269
2° Flexión simple o compuesta ... 269
3° Compresión simple o compuesta ... 273
14.3 Ecuaciones adimensionales para sección rectangular ... 274
1° Flexión simple o compuesta. Dominios 2, 3 y 4 ... 274
2° Flexión compuesta. Dominio 4*a* ... 276
3° Compresión compuesta. Dominio 5 ... 276
14.4 Tablas universales de cálculo para sección rectangular ... 276
1° Tabla universal de flexión simple o compuesta ... 277

2° Tabla universal para esfuerzos de compresión con pequeñas excentricidades ... 277
14.5 Flexión simple. Cálculo práctico de secciones rectangulares ... 280
1° Ecuaciones de equilibrio ... 280
2° Dimensionamiento de secciones en flexión simple ... 281
a) Canto mínimo sin armadura de compresión
b) Canto igual o superior al mínimo
c) Canto inferior al mínimo
d) Armadura de compresión fijada
3° Comprobación de secciones en flexión simple ... 283
14.6 Flexión compuesta. Cálculo práctico de secciones rectangulares ... 284
1° Dimensionamiento de secciones en flexión compuesta ... 284
2° Comprobación de secciones en flexión compuesta ($e > d$) ... 285
14.7 Compresión con débiles excentricidades en sección rectangular ... 286
1° Dimensionamiento óptimo de secciones ... 286
2° Comprobación de secciones ... 287
14.8 Tracción compuesta ... 287
1° Dimensionamiento ... 287
2° Comprobación ... 288
14.9 Diagramas de interacción ... 289
14.10 Ejemplos de flexión simple ... 290
14.11 Ejemplos de flexión compuesta ... 291

15. Estado límite último bajo solicitaciones normales. Cálculo de secciones con métodos simplificados

15.1 Método del diagrama rectangular ... 293
1° Consideraciones generales ... 293
2° Ecuaciones de equilibrio ... 294
15.2 Flexión simple con diagrama rectangular ... 296
1° Dimensionamiento de secciones rectangulares ... 296
a) Canto mínimo sin armadura de compresión
b) Canto igual o superior al mínimo
c) Canto inferior al mínimo
2° Comprobación de secciones rectangulares ... 298
15.3 Flexión o compresión compuesta con diagrama rectangular ... 298
1° Dimensionamiento de secciones rectangulares ... 298
a) Grandes excentricidades ($e > d$)
b) Pequeñas excentricidades
2° Comprobación de secciones rectangulares ... 300
15.4 Método simplificado del momento tope. Fundamentos ... 300
15.5 Método del momento tope. Secciones rectangulares ... 301
1° Ecuaciones de equilibrio ... 301
2° Dimensionamiento en flexión simple ... 302
a) Canto mínimo sin armadura de compresión
b) Canto igual o superior al mínimo
c) Canto inferior al mínimo
3° Dimensionamiento en flexión o compresión compuesta ... 303
a) Determinación de la armadura de compresión
b) Determinación de la armadura de tracción o menos comprimida

15.6 Fórmulas aproximadas para secciones rectangulares 304
1° Notaciones para armaduras asimétricas 304
2° Dimensionamiento en flexión simple o compuesta ($e > d$) 305
a) Flexión simple o compuesta con $\mu \leq 0{,}252$
b) Flexión simple o compuesta con $\mu > 0{,}252$
3° Notaciones para armaduras simétricas 305
4° Soportes con armadura simétrica sometidos a flexocompresión recta 305
15.7 Ejemplos de flexión simple. Diagrama rectangular 306
15.8 Ejemplos de flexión compuesta. Diagrama rectangular 307

16. Estado límite último bajo solicitaciones normales. Secciones en T y de formas especiales

16.1 Secciones en T. Generalidades 309
16.2 Ecuaciones de equilibrio de las secciones en T 313
16.3 Secciones en T sometidas a flexión simple 313
1° Ecuaciones de equilibrio 313
2° Dimensionamiento 314
3° Comprobación 315
16.4 Secciones de formas especiales 316
16.5 Ejemplo de aplicación 316

17. Flexión esviada

17.1 Generalidades 318
17.2 Comprobación de una sección cualquiera 318
1° Método numérico 319
2° Método gráfico 319
17.3 Sección rectangular con armadura simétrica (pilares) 320
1° Ábacos adimensionales en roseta 320
2° Reducción a flexión recta 321
17.4 Sección rectangular con armadura asimétrica (vigas) 323
17.5 Métodos aproximados para otras formas de sección 323
1° Simplificación de la sección 323
2° Simplificación de la disposición de armaduras 324
3° Reducción a otras dos solicitaciones 324
4° Afinidad de secciones 324
17.6 Métodos tradicionales 325
a) Método de superposición
b) Método de la Instrucción rusa
17.7 Ejemplos 325

18. Soportes de hormigón armado. Compresión simple. Pandeo

18.1 Consideraciones generales 327
18.2 Compresión simple 328
1° Excentricidad mínima de cálculo 328
2° Contribución del hormigón y del acero 329
3° Fórmulas prácticas de compresión simple 330
18.3 Disposiciones relativas a las armaduras 331
1° Armaduras longitudinales 331

2° Cuantías límites 332
3° Armaduras transversales 333
18.4 Hormigón zunchado (confinado) 334
18.5 Soportes compuestos 336
18.6 Pandeo de piezas comprimidas de hormigón armado 338
1° Ideas previas 338
2° Definiciones. Longitud de pandeo y esbelteces 340
3° Criterios de intraslacionalidad de pórticos 341
4° Valores límites para la esbeltez 342
5° Método aproximado de la Instrucción española 342
6° Método aproximado de la columna modelo 343
7° Método de las curvaturas de referencia 346
8° Método general 346
9° Pandeo en flexión esviada 347
18.7 Ejemplos de aplicación 347

19. Solicitaciones tangenciales. Esfuerzo cortante

19.1 Generalidades 350
19.2 Comportamiento básico del hormigón. Cálculo de tensiones tangenciales 352
1° Hormigón sin fisurar en servicio 352
2° Hormigón fisurado en servicio 353
3° Hormigón en rotura 354
4° Tensiones principales 355
5° Tensiones en las alas de secciones en T 356
19.3 Comportamiento básico de las armaduras transversales 358
1° Generalidades. Analogía de la celosía 358
2° Cortante resistido por las armaduras transversales 359
3° Compresiones en el hormigón del alma 360
4° Decalaje de la ley de esfuerzos 361
19.4 Dimensionamiento por el método clásico (tensiones admisibles) 362
1° Generalidades 362
2° Tensiones admisibles y casos de dimensionamiento 363
a) Caso 1
b) Caso 2
19.5 Comportamiento a cortante en rotura de vigas sin armaduras transversales 365
a) Resistencia a cortante de la cabeza comprimida
b) Efecto arco
c) Efecto de engranamiento de áridos
d) Efecto pasador
19.6 Dimensionamiento según la Instrucción española 366
1° Agotamiento por compresión oblicua del alma 367
2° Agotamiento de piezas sin armadura de cortante 368
3° Agotamiento de piezas con armadura de cortante 369
4° Disposiciones, cuantías y separaciones de estribos 373
19.7 Dimensionamiento según el Eurocódigo de hormigón 374
1° Agotamiento por compresión oblicua del alma 374
2° Agotamiento de piezas sin armadura de cortante 375
3° Agotamiento de piezas con armadura de cortante 377
a) Contribución de las armaduras transversales

b) Contribución del hormigón
4° Disposiciones, cuantías y separaciones de estribos 378
19.8 Organización y disposición de las armaduras transversales 379
1° Generalidades 379
2° Disposiciones relativas a los estribos 380
3° Disposiciones relativas a las barras levantadas 381
4° Otras disposiciones de armaduras transversales 382
19.9 Práctica del armado de vigas y ejemplo 383
1° Armaduras longitudinales 383
2° Armaduras transversales 385
3° Ejemplo 386
19.10 Casos especiales de piezas, cargas y apoyos 387
1° Piezas de canto variable 387
2° Secciones en T y doble T 389
3° Otros casos especiales 390
19.11 Deslizamiento de las armaduras 390

20. Rasante, torsión y punzonamiento

Esfuerzo rasante

20.1 Introducción 393
1° Esfuerzo cortante y esfuerzo rasante 393
2° Mecanismo de cortante-fricción 394
3° Juntas entre hormigones 395
20.2 Tensiones rasantes actuantes en juntas de hormigonado 396
20.3 Tensiones rasantes resistentes en juntas de hormigonado 398
1° Juntas sin armadura de rasante 398
2° Juntas con armadura de rasante 398
20.4 Dimensionamiento a rasante según la Instrucción española 399
1° Fórmulas de cálculo 399
2° Disposiciones relativas a las armaduras de rasante 400
20.5 Rugosidad de las superficies 401
a) De rugosidad baja
b) De rugosidad alta

Torsión

20.6 Generalidades 401
20.7 Comportamiento básico del hormigón. Cálculo de tensiones tangenciales 403
20.8 Comportamiento básico de las armaduras. Analogía de la celosía espacial 405
20.9 Dimensionamiento por el método clásico (tensiones admisibles) 408
1° Torsión pura 408
2° Torsión con flexión 408
20.10 Dimensionamiento en rotura (estado límite último) 409
1° Torsión pura 409
a) Definición de la sección de cálculo
b) Comprobaciones que hay que realizar
c) Torsor resistido por las bielas comprimidas de hormigón
d) Torsor resistido por las armaduras transversales
e) Torsor resistido por las armaduras longitudinales

2° Torsión con flexión y axil 411
3° Torsión con cortante 412
20.11 Organización y disposición de las armaduras de torsión 413

Punzonamiento

20.12 Generalidades 414
20.13 Placas sin armadura de punzonamiento. Comprobación 417
20.14 Placas con armadura de punzonamiento 418
a) Zona con armadura de punzonamiento
b) Zona exterior a la armadura de punzonamiento
c) Zona adyacente al soporte
20.15 Punzonamiento en placas con capitel 420
20.16 Ejemplo de comprobación a punzonamiento 421

21. Estados límites de servicio. Patología

21.1 Los estados límites de servicio 423
21.2 Estudio teórico de la fisuración en vigas de hormigón armado 424
1° Introducción 424
2° Valores límites del ancho de fisuras 424
3° Anchura previsible de fisuras 424
a) Formación sistemática de fisuras
b) Aparición sucesiva de fisuras
c) Cálculo de la separación entre fisuras
d) Cálculo del alargamiento del acero
21.3 Fórmulas prácticas de fisuración bajo tensiones normales 428
1° Introducción 428
2° Casos ordinarios 429
3° Fórmula de la Instrucción española 429
4° Fórmula americana 430
5° Fisuración por compresión 431
21.4 Fisuración bajo tensiones tangenciales 431
21.5 Estado límite de deformación 432
21.6 Valores límites admisibles para las flechas 433
1° Introducción 433
2° Instrucción española 434
3° Otras normas 435
21.7 Cálculo de flechas originadas por la flexión 435
1° Acciones 435
2° Flecha instantánea 435
3° Flecha diferida 440
21.8 Otras deformaciones 442
21.9 Estado límite de vibraciones 443
21.10 Patología del hormigón armado 443
1° Tipos de fisuras 444
a) Fisuras de afogarado
b) Otras fisuras en estado plástico
c) Fisuras de retracción
d) Fisuras de origen térmico
e) Fisuras por corrosión de las armaduras

f) Fisuras por expansiones en el hormigón
g) Fisuras por la acción de las cargas
h) Fisuras por fallo de adherencia-anclaje
i) Fisuras por errores de proyecto o ejecución
2° Actuaciones recomendadas 455

22. Elementos especiales y zonas de discontinuidad

22.1 Cargas concentradas sobre macizos 458
22.2 Generalidades sobre articulaciones 460
22.3 Articulaciones de hormigón armado 462
1° Introducción 462
2° Articulación tipo Mesnager 463
3° Articulación tipo Freyssinet 464
a) Dimensionamiento de la rótula
b) Armaduras
c) Recomendaciones para el cálculo
22.4 Apoyos de material elastomérico 466
22.5 Continuidad y discontinuidad. Zonas D 468
22.6 Método de las bielas y tirantes 470
1° Introducción 470
2° Proceso de aplicación práctica 471
3° Limitaciones 473
22.7 Vigas de gran canto (vigas pared) 474
1° Generalidades 474
2° Anchura mínima 474
3° Vigas de gran canto simplemente apoyadas 474
4° Vigas de gran canto continuas 477
22.8 Ménsulas cortas 478
1° Generalidades 478
2° Método del ACI 480
3° Método de la Instrucción española 481
4° Otras consideraciones 484
22.9 Otros casos de discontinuidad 484
1° Cargas y reacciones directas, indirectas y colgadas 484
2° Vigas cortas 486
3° Cargas concentradas próximas a los apoyos 487
4° Elementos con empuje al vacío 488

23. Cimentaciones de hormigón armado

23.1 Introducción 489
1° Generalidades. Estudio del terreno 489
2° Requisitos de proyecto 489
3° Clasificación y criterios de empleo 490
4° Acciones en las cimentaciones e interacción suelo-cimentación-estructura 490
5° Cálculos geotécnicos y estructurales 491
23.2 Zapatas. Generalidades. Presiones sobre el terreno y asientos del mismo 491
1° Tipos de zapatas 491

2° Criterios y proceso de diseño 492
3° Presión admisible sobre el terreno 493
4° Asientos previsibles y admisibles 495
5° Comprobación al vuelco y al deslizamiento 497
6° Distribución de presiones del terreno 497
a) Zapata continua o corrida bajo muro
b) Zapata continua o corrida bajo pilares
c) Zapata aislada rectangular
23.3 Zapatas aisladas con carga centrada 506
1° Generalidades 506
2° Predimensionamiento de la zapata 507
3° Dimensionamiento de zapatas rígidas 508
4° Dimensionamiento de zapatas flexibles 509
a) Cálculo a flexión. Dimensionamiento de la armadura principal
b) Comprobación a cortante
c) Comprobación a punzonamiento
5° Anclaje y disposición de las armaduras 511
6° Zapatas de hormigón en masa 512
7° Ejemplo de zapata de hormigón armado 513
a) Predimensionamiento
b) Comprobación de la presión sobre el terreno
c) Cálculo a flexión y cortante
d) Comprobación de los anclajes
23.4 Zapatas continuas bajo muro 514
1° Predimensionamiento 515
2° Armaduras en zapatas rígidas 515
3° Armaduras en zapatas flexibles 516
4° Comprobación a cortante y punzonamiento 516
5° Anclaje de las armaduras 516
23.5 Zapatas aisladas bajo carga excéntrica. Zapatas de medianería 516
1° Zapatas de medianería con viga centradora 518
a) Dimensionamiento
b) Cálculo de la viga centradora
c) Cálculo de la zapata de medianería
d) Cálculo de la zapata interior
2° Zapatas de medianería con tirante embebido en el forjado 520
23.6 Zapatas combinadas. Zapatas continuas bajo pilares 522
1° Zapatas combinadas 522
2° Zapatas continuas bajo pilares 523
23.7 Losas 523
1° Tipos de losas 523
2° Estabilidad y asientos 524
3° Distribución de presiones y cálculo de esfuerzos 525
4° Dimensionamiento 527
23.8 Pilotajes. Generalidades y cálculo de pilotes 527
1° Tipos y sistemas de pilotes 528
2° Encepados. Generalidades y criterios de diseño 528
3° Cálculo de pilotes 529
a) Cargas actuantes sobre un pilote

b) Carga de hundimiento y carga admisible de un pilote
c) Cálculo del pilote
23.9 Pilotajes. Cálculo y armado de encepados 531
1° Criterios generales de diseño 531
2° Clasificación de los encepados 532
3° Encepados rígidos sobre dos pilotes 532
a) Armadura principal
b) Armadura secundaria
4° Encepados rígidos sobre varios pilotes 534
a) Armadura principal
b) Armadura secundaria
5° Encepados flexibles 537
a) Cálculo a flexión
b) Cálculo a cortante
6° Armaduras en espera 537
23.10 Vigas de arriostramiento 537
1° Vigas de atado 537
2° Vigas centradoras de encepados 538

24. Placas de hormigón armado

24.1 Generalidades 539
24.2 Métodos clásicos. Ecuación diferencial de las placas 540
24.3 Métodos clásicos. Cálculo por diferencias finitas 542
24.4 Métodos clásicos. Método de los elementos finitos y asimilación a un emparrillado 544
1° Método de los elementos finitos 544
2° Asimilación a un emparrillado 544
24.5 Métodos clásicos. Métodos simplificados 545
1° Método de Marcus 545
2° Método del ancho eficaz para cargas concentradas 546
3° Cálculo aproximado de esfuerzos en placas continuas 547
4° Cálculo de las reacciones sobre elementos sustentantes 547
24.6 Métodos clásicos. Tablas para el cálculo de esfuerzos y disposición de las armaduras 548
1° Tablas para el cálculo de esfuerzos 548
2° Disposición de las armaduras 548
24.7 Método de las líneas de rotura. Bases del método 556
24.8 Método de las líneas de rotura. Fuerzas nodales 559
24.9 Método de las líneas de rotura. Obtención de la configuración de rotura 560
1° Método del equilibrio 560
2° Método de los trabajos virtuales 561
3° Método aproximado de tanteos sucesivos 563
24.10 Método de las líneas de rotura. Estudio de los ángulos 563
24.11 Placas sobre apoyos aislados. Consideraciones generales 564
1° Definiciones 564
2° Dimensiones de los elementos 566
3° Métodos de cálculo 568
24.12 Placas planas sobre apoyos aislados. Forjados sin vigas 569
1° Generalidades 569

2° Cálculo de esfuerzos. Método directo 570
a) Campo de aplicación
b) Momentos de referencia positivos y negativos en la placa
c) Esfuerzos en soportes
3° Cálculo de esfuerzos. Método de los pórticos virtuales 571
a) Campo de aplicación
b) Cargas verticales que deben aplicarse
c) Características elásticas de los elementos. Caso de cargas verticales
d) Características elásticas de los elementos. Caso de cargas horizontales
e) Cálculo de esfuerzos en los pórticos virtuales
4° Reparto de los momentos de referencia entre las bandas 574
a) Caso de cargas verticales
b) Caso de cargas horizontales
5° Criterios de transmisión de momentos entre placa y soportes 575
6° Disposición de las armaduras 576
7° Aberturas 577
24.13 Placas sobre apoyos aislados con vigas de unión de soportes 579
1° Características elásticas 580
a) Dinteles virtuales
b) Elementos de torsión
c) Rigidez de los soportes
2° Cálculo de esfuerzos y reparto de momentos 581

25. Depósitos

25.1 Depósitos de planta rectangular 584
1° Consideraciones generales 584
2° Diseño del depósito 584
3° Acciones sobre los depósitos 587
a) Empuje de tierras con el depósito vacío
b) Presión hidrostática sin empuje de tierras
c) Otras sobrecargas
4° Dimensionamiento de depósitos de planta rectangular 588
a) Determinación de los momentos flectores
b) Determinación de los esfuerzos de tracción
c) Comprobación a cortante
d) Comprobación a fisuración y cálculo de las armaduras
e) Comprobación en rotura
f) Organización de las armaduras y cuantías mínimas
5° Ejemplo de depósito de planta rectangular 595
25.2 Depósitos cilíndricos 596
1° Consideraciones generales 596
2° Cálculo de esfuerzos 598
3° Dimensionamiento de depósitos cilíndricos 599
4° Ejemplo de depósito cilíndrico 599

26. Cálculo de estructuras. Métodos simplificados

26.1 Método simplificado para el cálculo de estructuras de edificios, con cargas verticales ... 603
26.2 Método práctico para el cálculo de pórticos múltiples ... 607
1° Método de cálculo ... 607
2° Momentos de nudo ... 608
a) En los nudos de tramos intermedios
b) En los nudos de tramos extremos
c) En los nudos de tramos inmediatos a los extremos

27. Ábacos y diagramas para el cálculo de secciones

27.1 Bases de cálculo ... 629
1° Introducción ... 630
2° Hipótesis básicas ... 630
3° Campo de aplicación de ábacos y diagramas ... 630
4° Unidades ... 631
27.2 Ábaco general de flexión ... 631
1° Descripción ... 631
2° Empleo en flexión simple ... 632
3° Empleo en flexión compuesta ... 632
4° Ejemplos de aplicación ... 632
27.3 Diagramas adimensionales de interacción ... 633
1° Descripción ... 633
2° Empleo de los diagramas ... 634
3° Ejemplos de aplicación ... 635
27.4 Ábacos en roseta para flexión esviada ... 636
1° Descripción ... 636
2° Empleo de los ábacos ... 636
3° Ejemplo de aplicación ... 637
27.5 Ábacos para el cálculo de losas ... 637
1° Descripción ... 637
2° Empleo de los ábacos ... 638
3° Ejemplo de aplicación ... 638
27.6 Escalas funcionales de flexión ... 638
1° Descripción ... 638
2° Empleo de las escalas en flexión simple ... 639
3° Empleo de las escalas en flexión compuesta ... 639
4° Ejemplo de aplicación en flexión simple ... 640
5° Ejemplo de aplicación en flexión compuesta ... 640
27.7 Diagramas de interacción para cálculo de soportes ... 641
1° Descripción ... 641
2° Empleo de los diagramas de interacción ... 642
3° Empleo de los diagramas en compresión simple ... 643
4° Ejemplos de aplicación de los diagramas de interacción ... 643

Ábaco general de flexión
Secciones rectangulares ... 645

Diagramas de interacción adimensionales
Secciones rectangulares ... 647

Diagramas de interacción adimensionales
Secciones en cajón ... 667

Diagramas de interacción adimensionales
Secciones circulares y anulares ... 6..

Ábacos en roseta para flexión esviada
Secciones rectangulares ... 683

Ábacos para el cálculo de losas armadas en una sola dirección
Resistencia característica del hormigón 20 N/mm² ... 693

Escalas funcionales para el cálculo de secciones rectangulares sometidas a flexión simple o compuesta
Resistencia característica del hormigón 20 N/mm² ... 695

Diagramas de interacción para el cálculo de secciones rectangulares sometidas a flexión o compresión compuestas. Armaduras simétricas
Resistencia característica del hormigón 20 N/mm² ... 713

Ábaco para el cálculo de losas armadas en una sola dirección
Resistencia característica del hormigón 25 N/mm² ... 727

Escalas funcionales para el cálculo de secciones rectangulares sometidas a flexión simple o compuesta
Resistencia característica del hormigón 25 N/mm² ... 729

Diagramas de interacción para el cálculo de secciones rectangulares sometidas a flexión o compresión compuestas. Armaduras simétricas
Resistencia característica del hormigón 25 N/mm² ... 747

Ábaco para el cálculo de losas armadas en una sola dirección
Resistencia característica del hormigón 30 N/mm² ... 761

Escalas funcionales para el cálculo de secciones rectangulares sometidas a flexión simple o compuesta
Resistencia característica del hormigón 30 N/mm² ... 763

Diagramas de interacción para el cálculo de secciones rectangulares sometidas a flexión o compresión compuestas. Armaduras simétricas
Resistencia característica del hormigón 30 N/mm² ... 781

Bibliografía ... 795

Índice analítico y onomástico ... 817

Índice de tablas

1. Cementos

Tabla 1.1 Cementos comunes 10
Tabla 1.2 Prescripciones mecánicas de los cementos comunes, según la Instrucción RC-97 11
Tabla 1.3 Prescripciones químicas de los cementos comunes 12
Tabla 1.4 Interpretación del análisis químico y los ensayos físicos y mecánicos de los cementos portland (tipo I) y portland con adiciones (tipo II) 23
Tabla 1.5 Características y criterios de empleo de los cementos portland 24
Tabla 1.6 Características y criterios de empleo de los cementos portland con adiciones 25
Tabla 1.7 Características y criterios de empleo de los cementos de horno alto y puzolánicos 26

2. Agua, áridos, aditivos y adiciones

Tabla 2.1 Análisis del agua de amasado y curado 30
Tabla 2.2 Contenido máximo de finos en el árido 32
Tabla 2.3 Ensayos de la arena y de la grava cuya realización es siempre obligatoria 34
Tabla 2.4 Series normalizadas de tamices 35
Tabla 2.5 Valores de la constante *a* 37
Tabla 2.6 Módulo granulométrico de áridos que siguen la parábola de Fuller 37
Tabla 2.7 Dominio granulométrico para el árido fino, según la Instrucción española 39
Tabla 2.8 Influencia de la temperatura y de la relación A/C en los tiempos de fraguado, según Venuat 40

3. Dosificación del hormigón

Tabla 3.1 Valores orientativos máximos de la relación agua/cemento en función de la resistencia del hormigón a compresión a 28 días 49

Tabla 3.2 Valores orientativos de la resistencia media en función de la resistencia característica 49
Tabla 3.3 Máxima relación agua/cemento y mínimo contenido de cemento en kg/m³, en función de las condiciones ambientales 50
Tabla 3.4 Valores recomendados para el tamaño máximo del árido 51
Tabla 3.5 Valores óptimos del módulo granulométrico según Abrams para hormigones ordinarios 53
Tabla 3.6 Consistencias y formas de compactación (hormigón sin aditivos) 54
Tabla 3.7 Litros de agua por metro cúbico 55
Tabla 3.8 Valores de la relación grava/arena 56
Tabla 3.9 Masa específica del hormigón fresco 57
Tabla 3.10 Influencia de algunos factores en la trabajabilidad y resistencia del hormigón 57

4. Preparación y puesta en obra del hormigón

Tabla 4.1 Comprobación de la homogeneidad del hormigón 62
Tabla 4.2 Tensiones admisibles de la madera para cálculo de encofrados 73
Tabla 4.3 Plazos mínimos de desencofrado 73

5. Propiedades del hormigón

Tabla 5.1 Consistencia de los hormigones 76
Tabla 5.2 Valor medio de la retracción y valor del coeficiente α 82
Tabla 5.3 Acción de las altas temperaturas sobre el hormigón 84
Tabla 5.4 Deformaciones del hormigón 90
Tabla 5.5 Valor básico φ_1 de la fluencia y valor del coeficiente α 96
Tabla 5.6 Coeficiente de fluencia φ tras 70 años de carga 98

6. Ensayos del hormigón

Tabla 6.1 Coeficientes de conversión respecto a la probeta cilíndrica de 15 x 30 cm 114
Tabla 6.2 Coeficientes de conversión respecto al ensayo brasileño en probeta 15 x 30 cm 115
Tabla 6.3 Valores de la relación f_{cj} / f_{c28} 115
Tabla 6.4 Coeficientes de conversión respecto a 28 días de edad, en los ensayos de resistencia a tracción 116
Tabla 6.5 Influencia de la edad en la resistencia a compresión de probetas testigo, según Petersons 118
Tabla 6.6 Calidad de los hormigones con cementos portland 122
Tabla 6.7 Procedimientos para estimar la calidad del hormigón de una estructura 126

7. Hormigones de alta resistencia (HAR)

Tabla 7.1 Ejemplos reales de dosificación de hormigones de alta resistencia 131
Tabla 7.2 Edificios construidos con HAR en USA y Canadá 138
Tabla 7.3 Obras construidas con HAR en España 138

8. Armaduras

Tabla 8.1 Condiciones de adherencia 143

Tabla 8.2 Composición química de los aceros soldables (tipos B 400 S, B 500 S y B 400 SD) 144
Tabla 8.3 Medidas nominales de las barras corrugadas 147
Tabla 8.4 Geometría del corrugado 148
Tabla 8.5 Características mecánicas de las barras corrugadas. Ensayo de tracción 149
Tabla 8.6 Ensayo de doblado-desdoblado de las barras corrugadas 149
Tabla 8.7 Mallas estándar 155
Tabla 8.8 Secciones en cm² y masas en kg/m 157
Tabla 8.9 Armaduras traccionadas o comprimidas con f_{yk} = 400 N/mm². Capacidades mecánicas en kN 158
Tabla 8.10 Armaduras traccionadas con f_{yk} = 500 N/mm². Capacidades mecánicas en kN 158
Tabla 8.11 Armaduras comprimidas con f_{yk} = 500 N/mm². Capacidades mecánicas en kN 159

9. El hormigón armado

Tabla 9.1 Valores de cálculo de la tensión de adherencia, f_{bd}, según el Eurocódigo 2 163
Tabla 9.2 Recubrimientos mínimos en mm 167
Tabla 9.3 Diámetro mínimo de mandril para el doblado de barras 168
Tabla 9.4 Posiciones de barras, a efectos de anclaje 169
Tabla 9.5 Longitudes de anclaje para barras corrugadas aisladas. Valores de los coeficientes m 172
Tabla 9.6 Valores del coeficiente α_l 176

10. Control de calidad de las obras de hormigón

Tabla 10.1 Valores máximos del tamaño del lote para el control del hormigón 193
Tabla 10.2 Valores del coeficiente K_N 196
Tabla 10.3 Tamaño máximo del lote para el control de la ejecución 202
Tabla 10.4 Comprobaciones que deben efectuarse durante la ejecución 203

11. Bases de cálculo, seguridad y durabilidad

Tabla 11.1 Factores aleatorios 216
Tabla 11.2 Valores de referencia de la probabilidad de fallo 219
Tabla 11.3 Coeficientes parciales de seguridad para los materiales en el cálculo de estados límites últimos 221
Tabla 11.4 Coeficientes ψ según el Documento Nacional de Aplicación español 224
Tabla 11.5 Coeficientes de ponderación para las acciones en el cálculo de estados límites últimos 225
Tabla 11.6 Hipótesis de carga según ACI 318-95 227
Tabla 11.7 Cuantías geométricas mínimas referidas a la sección total de hormigón 235
Tabla 11.8 Clasificación de la agresividad química, según la Instrucción española 238

12. Cálculo de secciones. Método clásico

Tabla 12.1 Cálculo de vigas rectangulares según el método clásico, con n = 15 250

14. Estado límite último bajo solicitaciones normales. Cálculo de secciones rectangulares con diagrama parábola-rectángulo

Tabla 14.1 Valores de ψ y λ en el dominio 2 271
Tabla 14.2 Valores de ψ y λ en el dominio 5 275
Tabla 14.3 Tabla universal para flexión simple o compuesta 278
Tabla 14.4 Compresiones con pequeñas excentricidades 279
Tabla 14.5 Valores límites 281

15. Estado límite último bajo solicitaciones normales. Cálculo de secciones con métodos simplificados

Tabla 15.1 Coeficientes para dimensionamiento de soportes rectangulares 306

16. Estado límite último bajo solicitaciones normales. Secciones en T y de formas especiales

Tabla 16.1 Vigas en T exentas 310
Tabla 16.1 Vigas en T múltiples 311

17. Flexión esviada

Tabla 17.1 Método de Jiménez Montoya 322
Tabla 17.2 Método de las hiperelipses. Exponentes α para armaduras iguales en las cuatro esquinas 322
Tabla 17.3 Método de las hiperelipses. Exponentes α para armaduras iguales en las cuatro caras 323

18. Soportes de hormigón armado. Compresión simple. Pandeo

Tabla 18.1 Longitud de pandeo $l_0 = \alpha \cdot l$ de las piezas aisladas 340
Tabla 18.2 Valores de la excentricidad ficticia e_a / h por pandeo 344
Tabla 18.3 Factores δ para la excentricidad de pandeo 345

19. Solicitaciones tangenciales. Esfuerzo cortante

Tabla 19.1 Cortante V_s resistido por las armaduras transversales 360
Tabla 19.2 Tensiones de compresión σ_c en el hormigón del alma 361
Tabla 19.3 Decalaje ν de la ley de esfuerzos en la armadura traccionada 362
Tabla 19.4 Resistencia virtual a cortante f_{cv} en N/mm², según la Instrucción española, para piezas sin armadura transversal de hormigón H-25 369
Tabla 19.5 Esfuerzo cortante de agotamiento que absorbe una barra levantada a 45° de acero B 400 S, en kN 371
Tabla 19.6 Esfuerzo cortante de agotamiento que absorben los estribos de dos ramas de acero B 400 S, en kN 371
Tabla 19.7 Esfuerzo cortante de agotamiento que absorbe una barra levantada a 45° de acero B 500 S, en kN 372
Tabla 19.8 Esfuerzo cortante de agotamiento que absorben los estribos de dos ramas de acero B 500 S, en kN 372
Tabla 19.9 Resistencia virtual a cortante f_{cv} en N/mm², según la Instrucción española, para piezas con armadura transversal de hormigón H-25 373

Tabla 19.10 Valores de la resistencia básica del hormigón a cortante τ_{rd} según el Eurocódigo (unidades N/mm²) 376
Tabla 19.11 Resistencia virtual a cortante f_{cv} en N/mm², según el Eurocódigo, para piezas sin y con armadura transversal, de hormigón H-25 376
Tabla 19.12 Cuantía geométrica mínima ρ_t de armaduras transversales según el Eurocódigo 378

20. [illegible]sante, torsión y punzonamiento

Tabla 20.1 Valores de los coeficientes β y μ en función del tipo de superficie 400
Tabla 20.2 Valores de C y de W_t para diversas formas de secciones 405
Tabla 20.3 Valores de τ_{rd} (N/mm²) para un hormigón de f_{ck} = 25 N/mm² 418

21. Estados límites de servicio. Patología

Tabla 21.1 Valores máximos de la abertura de fisuras, w_{max} , y recubrimientos mínimos, c_{min} 425
Tabla 21.2 Valores máximos recomendados, en mm, de los diámetros de las barras por condiciones de fisuración 429
Tabla 21.3 Separación entre estribos de vigas 432
Tabla 21.4 Relación máxima luz/canto que exime de comprobar flechas en elementos de edificación sometidos a flexión simple, según la Instrucción española 434
Tabla 21.5 Relación máxima luz/canto que exime de comprobar flechas en elementos de edificación sin tabiquería, sometidos a flexión simple, según normas americanas 435
Tabla 21.6 Valores del coeficiente ξ 441
Tabla 21.7 Causas más frecuentes de desórdenes patológicos 455

22. Elementos especiales y zonas de discontinuidad

Tabla 22.1 Valores orientativos de las características de los apoyos de material elastomérico 467

23. Cimentaciones de hormigón armado

Tabla 23.1 Presiones admisibles en zapatas en kN/m² (terrenos arenosos) 494
Tabla 23.2 Presiones admisibles en zapatas y losas en kN/m² (terrenos arcillosos) 494
Tabla 23.3 Asientos generales admisibles según MV-101:1962 496
Tabla 23.4 Valores del coeficiente de balasto k en kN/m³ 500
Tabla 23.5 Presión máxima en zapatas rectangulares con carga biexcéntrica. Valores del coeficiente $10 \cdot \alpha_1$ 503
Tabla 23.6 Presiones en esquinas de zapatas rectangulares con carga biexcéntrica. Valores del coeficiente α_2 504
Tabla 23.7 Presiones en esquinas de zapatas rectangulares con carga biexcéntrica. Valores del coeficiente α_3 505

24. Placas de hormigón armado

Tabla 24.1 Esfuerzos en placas rectangulares apoyadas en sus cuatro bordes. Método clásico con ν = 0,15 550

Tabla 24.2 Esfuerzos en placas rectangulares apoyadas en tres bordes. Método clásico con $\nu = 0{,}15$ 552
Tabla 24.3 Momentos de referencia en las secciones críticas de apoyos y vanos en porcentajes del momento isostático, M_0 570
Tabla 24.4 Factores δ para placas aligeradas 570
Tabla 24.5 Factores δ para placas macizas 571
Tabla 24.6 Porcentajes de reparto de los momentos de referencia entre las distintas bandas (en el caso de placas sobre apoyos aislados sin vigas de unión entre soportes) 575
Tabla 24.7 Valores de la fracción k del momento que se transmite por flexión 575
Tabla 24.8 Porcentajes de reparto de los momentos de referencia entre las distintas bandas (en el caso de placas sobre apoyos aislados con vigas de unión entre soportes) 582

25. Depósitos

Tabla 25.1 Distribución de juntas 586
Tabla 25.2 Esfuerzos y flechas en placas laterales 589
Tabla 25.3 Esfuerzos de tracción y valores de β 590
Tabla 25.4 Ancho límite de fisura que proporciona estanquidad al agua 591
Tabla 25.5 Armaduras necesarias (ver figura 25.11) 597
Tabla 25.6 Esfuerzos en el arranque de la pared 598

26. Cálculo de estructuras. Métodos simplificados

Tabla 26.1 Viga apoyada. Distintas hipótesis de carga 610
Tabla 26.2 Viga empotrada. Distintas hipótesis de carga 614
Tabla 26.3 Viga apoyada empotrada. Distintas hipótesis de carga 618
Tabla 26.4 Viga en voladizo. Distintas hipótesis de carga 624
Tabla 26.5 Momentos de inercia de secciones rectangulares (cm^2) 626
Tabla 26.6 Momentos de inercia de secciones circulares (cm^2) 628

0. Notación y unidades

0.1 Introducción

En general, tanto las notaciones como las unidades, y especialmente las primeras, difieren de unos países a otros. Raros son los libros y material escrito en general que coinciden en sus notaciones, lo que conduce a errores de interpretación algunas veces y a complicaciones innecesarias siempre.

En los últimos años se han realizado grandes esfuerzos internacionales para conseguir sistemas unificados en todo el mundo. Esta unificación está prácticamente conseguida hoy en lo que se refiere a unidades técnicas, gracias a la aceptación universal del llamado Sistema Internacional de Unidades S.I., cuya incorporación a la práctica se va efectuando poco a poco en los diferentes países. Al haber sido ya incorporado a la nueva normativa española dicho Sistema de Unidades, se ha creído conveniente adoptarlo también en esta obra.

En lo que se refiere a notaciones, la unificación sigue un proceso más lento. Los autores participaron activamente en las tareas de unificación de notaciones, especialmente en el seno del Comité Eurointernacional del Hormigón (CEB, hoy integrado junto con la FIP en la Federación Internacional del Hormigón Estructural, FIB), del American Concrete Institute (ACI) y de la International Standard Organisation (ISO). Fruto de estas tareas es el acuerdo internacional sobre Principios de Notación CEB-FIP-ACI, sobre el que se basan las notaciones tanto en Europa como en América.

España ha incorporado también a su normativa las mencionadas notaciones, que son las que se utilizan en este libro. En los apartados que siguen ofrecemos un resumen de las mismas. Los lectores interesados en el tema pueden encontrar información más detallada en la bibliografía.

0.2 Construcción de símbolos

La selección de un símbolo para representar un término o cantidad dados, se efectúa de acuerdo con las siguientes reglas.

1.° LETRA PRINCIPAL O LETRA GUÍA

a) *Las letras mayúsculas latinas* se emplean para designar momentos, esfuerzos cortantes, esfuerzos normales, cargas concentradas, áreas, momentos estáticos, momentos de inercia y módulos de elasticidad.
b) *Las letras minúsculas latinas* se emplean para designar solicitaciones unitarias, dimensiones lineales, resistencias y subíndices.
c) *Las letras mayúsculas griegas* no se utilizan salvo en símbolos matemáticos.
d) *Las letras minúsculas griegas* se emplean para designar coeficientes adimensionales, ángulos, tensiones, deformaciones y pesos específicos.

2.° SUBÍNDICES DESCRIPTIVOS

Aunque las Normas Internacionales dejan libertad para emplear subíndices descriptivos, siempre que se dé una definición clara de los mismos, se recomienda el empleo de los siguientes, basados principalmente en la lengua inglesa:

b:	Adherencia *(bond)*	m:	Valor medio
c:	Hormigón *(concrete)*	q:	Carga variable
d:	Cálculo o diseño *(design)*	r:	Fisuración *(cracking)*
e:	Elástico, eficaz	s:	Acero *(steel)*
f:	Fuerzas y otras acciones; ala de viga en T *(flange)*; fisuración	t:	Transversal
g:	Carga permanente	u:	Último (estado límite)
j:	Número de días (del francés *jours*)	v:	Cortante
k:	Valor característico	w:	Viento *(wind)*; alma de una viga *(web)*
l:	Longitudinal	∞:	Valor convencional asintótico

Cuando no exista peligro de confusión, pueden omitirse algunos subíndices o todos. Si se desea, pueden emplearse cifras como subíndices.

Por otra parte, puede añadirse una prima (′) significando compresión, a aquellos símbolos expresivos de cantidades geométricas, cuando resulte necesario.

Pueden emplearse también abreviaturas como subíndices, en cuyo caso deben utilizarse las tres primeras letras de la palabra en cuestión. Se utilizarán con preferencia palabras de raíz latina.

0.3 Letras mayúsculas romanas

A = Área. Contenido de agua en el hormigón.

A_c = Área de la sección del hormigón.

A_e = Área efectiva.

A_s = Área de la sección de la armadura en tracción (Simplificación: A).

A'_s = Área de la sección de la armadura en compresión (Simplificación: A').

A_{s1} = Área de la sección de la armadura en tracción, o menos comprimida (Simplificación: A_1).

A_{s2} = Área de la sección de la armadura en compresión, o más comprimida (Simplificación: A_2).

A_{st} = Área de la sección de la armadura transversal (Simplificación: A_t).

C = Momento de inercia de torsión. Contenido de cemento en el hormigón.

E = Módulo de deformación.

E_c = Módulo de deformación del hormigón.

E_s = Módulo de elasticidad del acero.

F = Acción.

F_d = Valor de cálculo de una acción.

F_k = Valor característico de una acción.

F_m = Valor medio de una acción.

G = Carga permanente. Módulo de elasticidad transversal.

G_k = Valor característico de la carga permanente.

G^* = Acción permanente de valor no constante.

I = Momento de inercia.

K = Cualquier coeficiente con dimensiones.

M = Momento flector.

M_{cr} = Momento de fisuración (también llamado M_f).

M_d = Momento flector de cálculo.

M_f = Momento de fisuración (también llamado M_{cr}).

M_u = Momento flector último.

N = Esfuerzo normal.

N_d = Esfuerzo normal de cálculo.

N_u = Esfuerzo normal último.

P = Fuerza de pretensado. Carga puntual.

Q = Carga variable.

Q_k = Valor característico de Q.

Q_r = Valor representativo de Q.

S = Solicitación. Momento de primer orden de un área.

S_d = Valor de cálculo de la solicitación.

T = Momento torsor. Temperatura.

T_d = Momento torsor de cálculo.

T_u = Momento torsor último.

U_c = Capacidad mecánica del hormigón.

U_s = Capacidad mecánica del acero (Simplificación: U).

V = Esfuerzo cortante.

V_d = Esfuerzo cortante de cálculo.

V_u = Esfuerzo cortante último.

W = Módulo resistente. Carga de viento.

X = Reacción o fuerza en general, paralela al eje x.

Y = Reacción o fuerza en general, paralela al eje y.

Z = Reacción o fuerza en general, paralela al eje z.

0.4 Letras minúsculas romanas

a = Flecha. Distancia.

b = Anchura; anchura de una sección rectangular.

b_e = Anchura eficaz de la cabeza de una sección en T.

b_w = Anchura del alma o nervio de una sección en T.

c = Recubrimiento.

d = Canto útil. Diámetro. Tamaño mínimo del árido.

d' = Distancia de la fibra más comprimida del hormigón al centro de gravedad de la armadura de compresión.

e = Excentricidad.

f = Resistencia.

f_c = Resistencia del hormigón a compresión.

f_{cd} = Resistencia de cálculo del hormigón a compresión.

$f_{c,est}$ = Resistencia característica estimada del hormigón (Simplificación: f_{est}).

f_{cj} = Resistencia del hormigón a compresión, a los j días de edad.

f_{ck} = Resistencia característica del hormigón a compresión.

f_{cm} = Resistencia media del hormigón a compresión.

f_{ct} = Resistencia del hormigón a tracción.

f_s = Carga unitaria de rotura del acero.

f_y = Límite elástico del acero.

f_{yd} = Resistencia de cálculo del acero.

f_{yk} = Límite elástico característico del acero.

g = Carga permanente repartida. Aceleración debida a la gravedad.

h = Canto total o diámetro de una sección. Espesor.

h_f = Espesor de la placa de una sección en T.

i = Radio de giro.

j = Número de días.

k = Cualquier coeficiente con dimensiones.

l = Longitud. Luz.

l_b = Longitud de anclaje.

l_e = Longitud de pandeo.

l_o = Distancia entre puntos de momento nulo.

m = Momento flector por unidad de longitud o de anchura.

n = Número de objetos considerado. Coeficiente de equivalencia.

q = Carga variable repartida.

r = Radio.

s = Espaciamiento. Separación entre planos de armaduras transversales.

t = Tiempo. Edad teórica.

w = Anchura de fisura.

x = Coordenada. Profundidad del eje neutro.

y = Coordenada. Profundidad del diagrama rectangular de tensiones.

z = Coordenada. Brazo de palanca.

0.5 Letras minúsculas griegas

Alfa	α	Ángulo. Coeficiente adimensional.
Beta	β	Ángulo. Coeficiente adimensional.
Gamma	γ	Coeficiente de ponderación o seguridad. Peso específico.
	γ_m	Coeficiente de minoración de la resistencia de los materiales.
	γ_c	Coeficiente de seguridad o minoración de la resistencia del hormigón.
	γ_s	Coeficiente de seguridad o minoración del límite elástico del acero.
	γ_f	Coeficiente de ponderación de las acciones.
	γ_n	Coeficiente de seguridad o ponderación complementario de las acciones o solicitaciones.

	γ_f	Coeficiente de seguridad a la fisuración.
Delta	δ	Coeficiente de variación.
Epsilon	ε	Deformación relativa.
	ε_c	Deformación relativa del hormigón.
	ε_{cc}	Deformación relativa de fluencia.
	ε_r	Deformación relativa de retracción.
	ε_s	Deformación relativa del acero.
	ε_{s1}	Deformación relativa de la armadura más traccionada, o menos comprimida (ε_1).
	ε_{s2}	Deformación relativa de la armadura más comprimida o menos traccionada (ε_2).
Eta	η	Coeficiente de reducción relativo al esfuerzo cortante.
Lambda	λ	Coeficiente adimensional.
Mu	μ	Momento flector reducido o relativo.
Nu	ν	Esfuerzo normal reducido o relativo.
Xi	ξ	Coeficiente sin dimensiones. Profundidad relativa del eje neutro.
Rho	ρ	Cuantía geométrica: $\rho = A_s/A_c$.
Sigma	σ	Tensión normal.
	σ_c	Tensión en el hormigón.
	σ_s	Tensión en el acero.
	σ_{s1}	Tensión de la armadura más traccionada, o menos comprimida (σ_1).
	σ_{s2}	Tensión de la armadura más comprimida, o menos traccionada (σ_2).
	σ_I	Tensión principal de tracción.
	σ_{II}	Tensión principal de compresión.
Tau	τ	Tensión tangente.
	τ_b	Tensión de adherencia.
	τ_w	Tensión tangente del alma.
	τ_{wd}	Valor de cálculo de τ_w.
	τ_{wu}	Valor último de la tensión tangente de alma.
	τ_{td}	Valor de cálculo de la tensión tangente de torsión.
	τ_{tu}	Valor último de la tensión tangente de torsión.
Phi	φ	Coeficiente adimensional.
Psi	ψ	Coeficiente adimensional.
Omega	ω	Cuantía mecánica: $\omega = A_s \cdot f_{yd}/A_c \cdot f_{cd}$.

0.6 Símbolos especiales

$\varnothing$ = Diámetro de una barra.

$\not>$ = No mayor que.[1]

$\not<$ = No menor que.[1]

0.7 Unidades

De acuerdo con las Normas Internacionales CEB-FIP y la nueva normativa española, se adopta en esta obra el Sistema Internacional de Unidades S.I., recomendándose emplear las siguientes unidades:

- Para fuerzas, kN (kilonewton)
- Para cargas distribuidas, kN/m (kilonewton por metro) y kN/m^2 (kilonewton por metro cuadrado)
- Para densidad, kg/m^3 (kilogramos por metro cúbico)
- Para peso específico, kN/m^3 (kilonewton por metro cúbico)
- Para tensiones y resistencias, N/mm^2 (newton por milímetro cuadrado) = MN/m^2 (meganewton por metro cuadrado) = MPa (megapascal)
- Para momentos flectores, kNm (kilonewton metro)

La correspondencia entre estas unidades y las del antiguo Sistema MKS (metro-kilopondio-segundo) es la siguiente:

a) Un kilopondio (kp) vale alrededor de 9,8 newton (N):

$$1 \text{ kp} = 9{,}8 \text{ N}$$

(Por consiguiente, 10 N corresponden a 1 kp con error aproximado de un 2 por 100.)

Inversamente,

$$1 \text{ N} = 0{,}102 \text{ kp, por lo que:}$$

$$1 \text{ kN} = 102 \text{ kp}$$

b) Un newton por milímetro cuadrado (N/mm^2), igual a un meganewton por metro cuadrado (MN/m^2) y también llamado megapascal (MPa), vale:

$$1 \text{ N/mm}^2 = 1 \text{ MN/m}^2 = 10{,}2 \text{ kp/cm}^2$$

Por consiguiente, 0,1 N/mm^2 corresponden a 1 kp/cm^2 con error aproximado de un 2 por 100.

c) Un kilonewton metro vale 102 kilopondios metro:

$$1 \text{ kNm} = 102 \text{ kpm}$$

[1] Es una prescripción, no una descripción; ver apartado 10.6-3.° *c*.

1. Cementos

1.1 Definiciones, clasificación y prescripciones

En general, se llaman conglomerantes hidráulicos aquellos productos que, amasados con el agua, fraguan y endurecen tanto expuestos al aire como sumergidos en agua, por ser estables en tales condiciones los compuestos resultantes de su hidratación. Los conglomerantes hidráulicos más importantes son los *cementos.*

Los cementos en España están regulados por la "Instrucción para la Recepción de Cementos, RC-97" y las Normas UNE, concordantes con la Norma europea EN 197.[1]

1.° COMPONENTES DE LOS CEMENTOS

A continuación se indican los componentes (constituyentes) de los cementos que, dosificados en distintas proporciones y molturados conjuntamente, dan origen a los distintos tipos de cementos (Norma UNE 80.301:96).

a) Clínkeres portland

Son los productos que se obtienen al calcinar hasta fusión parcial mezclas muy íntimas, preparadas artificialmente, de calizas y arcillas, hasta conseguir la combinación prácticamente total de sus componentes.

b) Clínkeres aluminosos

Son productos que se obtienen por fusión de una mezcla de calizas y bauxitas de composición y granulometría adecuadas para conseguir un contenido mínimo de alúmina del 36 por 100.

c) Escorias siderúrgicas (S)

Son granulados de horno alto, que se obtienen por templado o enfriado brusco, con agua o con aire, de la ganga fundida procedente de procesos siderúrgicos. Deben poseer carácter básico e hidraulicidad latente o potencial, así como un contenido mínimo de fase vítrea.

[1] Las Normas Europeas EN están elaboradas por el Comité Europeo de Normalización cuya Secretaría Central está en Bruselas.

d) Puzolanas naturales (P)

Son principalmente rocas tobáceas, volcánicas vítreas, de naturaleza traquítica alcalina o pumítica. Finamente divididas no poseen ninguna propiedad hidráulica, pero contienen constituyentes (sílice y alúmina) capaces de fijar cal a la temperatura ambiente en presencia de agua, formando compuestos de propiedades hidráulicas.

En sentido amplio, el término puzolana se aplica también a otros productos artificiales, o naturales de origen no volcánico, que tienen análogas propiedades, como la tierra de diatomeas y las arcillas activas.

e) Cenizas volantes (V)

Son los residuos sólidos que se recogen por precipitación electrostática o por captación mecánica, de los polvos que acompañan a los gases de la combustión de los quemadores de centrales termoeléctricas alimentadas con carbones pulverizados.

f) Humo de sílice (D)

Es un subproducto de la obtención del silicio y del ferrosilicio. Se reduce en horno eléctrico cuarzo muy puro y carbón, recogiéndose del humo generado, mediante filtro electrostático, partículas de muy pequeño diámetro formadas, principalmente, por sílice muy reactiva.

g) Fílleres calizos (L)

Son compuestos principalmente de carbonato cálcico en forma de calcita (superior al 85 %), que molidos conjuntamente con el clínker portland, en proporciones determinadas, afectan favorablemente a las propiedades y comportamiento de los morteros y hormigones, tanto frescos como endurecidos. Su acción principal es de carácter físico: dispersión, hidratación, trabajabilidad, retención de agua, capilaridad, permeabilidad, retracción, fisuración.

h) Reguladores de fraguado

Son materiales naturales o productos artificiales que añadidos a los clínkeres portland y a otros constituyentes del cemento, en pequeñas proporciones, y molidos conjuntamente, proporcionan cementos con un fraguado adecuado. El regulador de fraguado más usual es el sulfato cálcico en alguna de sus variedades, o en mezcla de ellas.

i) Aditivos de los cementos

Son productos que pueden emplearse en la fabricación del cemento, para facilitar el proceso de molienda o bien para aportar al cemento o a sus derivados algún comportamiento específico (inclusores de aire). La dosificación de los aditivos debe ser inferior al uno por ciento en masa. No deben confundirse con los aditivos al hormigón (apartado 2.3).

2.° CLASIFICACIÓN DE LOS CEMENTOS

Los cementos que contempla la Instrucción española RC-97 son los siguientes:

- Cementos comunes (Norma UNE 80.301:96)
- Cementos resistentes a los sulfatos y/o al agua de mar (UNE 80.303:96)
- Cementos blancos (UNE 80.305:96)
- Cementos de bajo calor de hidratación (UNE 80.306:96)
- Cementos para usos especiales (UNE 80.307:96)
- Cemento de aluminato de calcio (UNE 80.310:96)

Los cementos se clasifican en tipos, según sus componentes, y en clases según su resistencia. El número que identifica a la clase corresponde a la resistencia mínima a compresión, a veintiocho días, expresada en newtons por milímetro cuadrado (N/mm^2). Se exceptúan los cementos para usos especiales en que dicha resistencia se refiere a los noventa días.

En las tablas 1.1 y 1.2 se da la clasificación de los cementos comunes, según tipos y clases, de acuerdo con la Instrucción RC-97.

TABLA 1.1
CEMENTOS COMUNES

Tipos de cemento y composiciones: porcentajes en masa[1]

Tipo de cemento	*Denominación*	*Designación*	*Clinker* K	*Escoria de horno alto* S	*Humo de sílice* D	*Puzolanas naturales* P	*Cenizas volantes* V	*Caliza* L	*Componentes minoritarios Adiciones*[2]
CEM I	Cemento portland	CEM I	95-100	—	—	—	—	—	0-5
CEM II	Cemento portland con escoria	CEM II/A-S	80-94	6-20	—	—	—	—	0-5
		CEM II/B-S	65-79	21-35	—	—	—	—	0-5
	Cemento portland con humo de sílice	CEM II/A-D	90-94	—	6-10	—	—	—	0-5
	Cemento portland con puzolana	CEM II/A-P	80-94	—	—	6-20	—	—	0-5
		CEM II/B-P	65-79	—	—	21-35	—	—	0-5
	Cemento portland con ceniza volante	CEM II/A-V	80-94	—	—	—	6-20	—	0-5
		CEM II/B-V	65-79	—	—	—	21-35	—	0-5
	Cemento portland con caliza	CEM II/A-L	80-94	—	—	—	—	6-20	0-5
	Cemento portland mixto[3]	CEM II/A-M	80-94	↓	↓	6-20[4,5]	↓	↓	0-5
		CEM II/B-M	65-79	↓	↓	21-35[4,5,6]	↓	↓	0-5
CEM III	Cemento de horno alto	CEM III/A	35-64	36-65	—	—	—	—	0-5
		CEM III/B	20-34	66-80	—	—	—	—	0-5
CEM IV	Cemento puzolánico	CEM IV/A	65-89	—	—	11-35[4]	↑	—	0-5
		CEM IV/B	45-64	—	—	36-55[4]	↑	—	0-5
CEM V	Cemento compuesto	CEM V/A	40-64	18-30	—	↑	18-30 ↑	—	0-5

[1] Los valores de la tabla se refieren al núcleo de cemento, entendiéndose por tal el clinker y las adiciones, con exclusión del sulfato de calcio (regulador de fraguado) y de los aditivos.
[2] Los componentes minoritarios adicionales pueden ser filler, o uno o más de los componentes principales, a menos que estén incluidos ya como tales en el cemento.
[3] Cuando algún cemento portland mixto, en razón de su composición, se pueda incluir en alguno de los tipos II anteriores, deberá llevar la denominación y designación correspondientes a dicho tipo.
[4] La proporción de humo de sílice se limita al 10 %.
[5] La producción de filler se limita al 5 %.
[6] La proporción de caliza se limita al 20 %.

TABLA 1.2

PRESCRIPCIONES MECÁNICAS DE LOS CEMENTOS COMUNES, SEGÚN LA INSTRUCCIÓN RC-97

Clase resistente	*Resistencia a compresión N/mm²*			
	Resistencia inicial		*Resistencia normal*	
	2 días	*7 días*	*28 días*	
32,5	—	≥ 16,0	≥ 32,5	≤ 52,5
32,5R[1]	≥ 13,5	—		
42,5	≥ 13,5	—	≥ 42,5	≤ 62,5
42,5R[1]	≥ 20,0	—		
52,5	≥ 20,0	—	≥ 52,5	—
52,5R[1]	≥ 30,0	—		

[1] R = Alta resistencia inicial

Los porcentajes en masa de los distintos tipos de cemento excluyen el regulador de fraguado y los eventuales aditivos. Por otra parte, conviene no confundir los aditivos al cemento con las adiciones; éstas se refieren siempre a uno o varios de los siguientes constituyentes: escoria siderúrgica (S), humo de sílice (D), puzolanas naturales (P), cenizas volantes (V) y fílleres calizos (L).

A título de ejemplo: la designación para un cemento portland con adición de puzolana y de resistencia 42,5 N/mm² es CEM II/A-P/42,5 UNE 80.301, o bien CEM II/B-P/42,5 UNE 80.301, según sea el contenido de puzolana (ver tabla 1.1).

3.° PRESCRIPCIONES QUÍMICAS DE LOS CEMENTOS COMUNES

En la tabla 1.3 se incluyen las especificaciones que deben cumplir los cementos comunes, relativas a las características químicas, según la Instrucción RC-97. Los ensayos correspondientes deben efectuarse de acuerdo con la Norma EN 196-2:1996 y normas UNE concordantes.

4.° PRESCRIPCIONES FÍSICAS Y MECÁNICAS DE LOS CEMENTOS

Las características físicas y mecánicas más importantes son: fraguado, expansión, finura de molido y resistencia a compresión.

a) Fraguado

La velocidad de fraguado de un cemento viene limitada por las normas estableciendo un período de tiempo, a partir del amasado, dentro del cual deben producirse el principio y el fin de fraguado. Ambos conceptos se definen de un modo convencional, mediante la aguja de Vicat, ya que el fraguado es un proceso continuo que se inicia al amasar el cemento y se prolonga por el endurecimiento sin solución de continuidad.

Las penetraciones de la aguja de Vicat sobre una probeta de pasta normal de cemento, en función del tiempo, dan una idea del proceso de fraguado. Como resultado del ensayo puede dibujarse un diagrama como el indicado en la figura 1.1, que corresponde a un cemento portland medio (Norma europea EN 196-3).

TABLA 1.3

PRESCRIPCIONES QUÍMICAS DE LOS CEMENTOS COMUNES

Características	*Tipo de cemento*	*Clase resistente*	*Porcentaje en masa %*
Pérdida por calcinación	CEM I CEM III	Todas	≤ 5,00
Residuo insoluble	CEM I CEM III	Todas	≤ 5,00
Contenido de sulfatos (expresado en SO_3)	CEM I CEM II[(1)] CEM IV CEM V	32,5 32,5R[(2)] 42,5	≤ 3,50
		42,5R[(2)] 52,5 52,5R[(2)]	≤ 4,00
	CEM III	Todas	
Contenido de cloruros (Cl^-)	Todos[(3)]	Todas	≤ 0,10
Puzolanicidad	CEM IV	Todas	Satisfacer el ensayo

[(1)] Esta indicación afecta a todos los cementos CEM II/A y CEM II/B, incluidos los cementos portland compuestos que contienen un solo componente principal, por ejemplo, II/A-S o II/B-V.
[(2)] R = Alta resistencia inicial.
[(3)] El cemento tipo III puede contener más de 0,10% de cloruros pero, en tal caso, se debe consignar en los envases y albaranes de entrega el contenido real de cloruros.

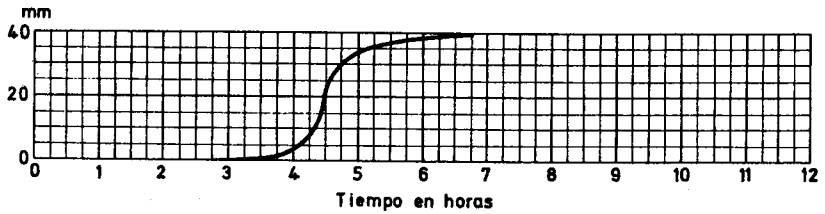


Figura 1.1 Curva de fraguado de un cemento

Según la Instrucción española RC-97 el fraguado del cemento debe cumplir las siguientes prescripciones:

Resistencia del cemento	Principio del fraguado en minutos	Final del fraguado en horas
Muy alta	> 45	< 12
Alta, media, baja	> 60	< 12

El límite inferior que marcan las normas para el comienzo de fraguado, es pequeño y puede resultar insuficiente para muchas obras de hormigón, en las que la distancia de transporte sea grande. Debe comprobarse, en tales casos, que el principio de fraguado del cemento se aleja del mínimo admitido, especialmente si la temperatura ambiente supera a la normalizada del ensayo, que es de 18 °C a 22 °C para el agua de amasado.

La influencia de la temperatura en los tiempos de fraguado puede verse en la tabla 2.7 (apartado 2.3 del capítulo 2).

Para obras de pavimentos de hormigón ejecutadas en verano conviene utilizar cementos cuyo principio de fraguado, en ensayo efectuado a 30 °C, tenga lugar no antes de una hora.

El fraguado es tanto más corto y rápido en su comienzo cuanto más elevada es la finura del cemento. La meteorización de éste (almacenamiento prolongado) aumenta la duración del fraguado. La presencia de materia orgánica (que puede provenir del agua o de la arena) retrasa el fraguado y puede llegar a inhibirlo. A menor cantidad de agua de amasado, así como a mayor sequedad del aire ambiente, corresponde un fraguado más corto.

b) Expansión

Los ensayos de estabilidad de volumen tienen por objeto manifestar, a corto plazo, el riesgo de expansión tardía que puede tener un cemento fraguado debida a la hidratación del óxido de calcio y/o del óxido magnésico libres.

El método de ensayo que se utiliza, tanto en España como en el resto de Europa, es el de las agujas de Le Chatelier (Norma europea EN 196-3). Consiste en un pequeño molde cilíndrico abierto por una generatriz y terminado por dos agujas para amplificar la expansión. Una vez relleno con la pasta de cemento, se mantiene 24 horas en la cámara húmeda. El aumento de la distancia de las dos puntas de las agujas después de sumergido el molde en agua en ebullición, durante tres horas, mide la expansión.

Según la Instrucción RC-97, la expansión de cualquier tipo de cemento no debe ser superior a 10 milímetros.

c) Finura de molido

Es una característica íntimamente ligada al *valor hidráulico* del cemento, ya que influye decisivamente en la velocidad de las reacciones químicas que tienen lugar durante su fraguado y primer endurecimiento.

Al entrar en contacto con el agua, los granos de cemento se hidratan sólo en una profundidad de 0,01 mm, por lo que, si dichos granos fuesen muy gruesos, su rendimiento sería muy pequeño al quedar en su interior un núcleo prácticamente inerte.

Si el cemento posee una finura excesiva, su retracción y calor de fraguado son muy altos (lo que, en general, resulta perjudicial), el conglomerante resulta ser más susceptible a la meteorización (envejecimiento) tras un almacenamiento prolongado, y disminuye su resistencia a las aguas agresivas. Pero siendo así que las resistencias mecánicas aumentan con la finura, se llega a una situación de compromiso: *el cemento portland debe estar finamente molido, pero no en exceso.*

Lo deseable es que un cemento alcance sus debidas resistencias, a las distintas edades, por razón de calidad del clínker más bien que por razón de finura de molido. La nueva normativa, tanto europea como española, no incluye en sus Pliegos prescripciones para la finura de molido.

Para la determinación de la finura de molido existen varios métodos de ensayo siendo el más conocido el de la *superficie específica Blaine* (Norma UNE 80.122). Consiste en determinar la superficie de un gramo de cemento cuyas partículas estuviesen totalmente sueltas, expresándose en centímetros cuadrados. La superficie específica Blaine de los distintos cementos está comprendida, generalmente, entre 2.500 y 4.000 cm^2/g.

Otros métodos para determinar la finura de molido son por tamizado en seco (Norma UNE 80.107) y por tamizado húmedo (Norma UNE 80.108).

d) Resistencias mecánicas

Como resistencia de un cemento se entiende la de un mortero normalizado, amasado con arena de características y granulometría determinadas, con relación agua/cemento igual a 0,5, en las condiciones que especifica la Norma UNE 80-101, que es análoga a la Norma europea EN 196-1.

Las probetas son prismáticas de $4 \times 4 \times 16$ cm^3. Se rompen primero a flexotracción con carga centrada y luego, cada uno de los trozos resultantes, se rompe a compresión sobre superficie de 4×4 cm^2. Las roturas se efectúan normalmente a 2, 7 y 28 días.

La resistencia mecánica de un hormigón será tanto mayor cuanto mayor sea la del cemento empleado. Pero esta característica no es la única que debe buscarse, ya que por sí sóla no garantiza otras igualmente necesarias, o incluso más, como por ejemplo la durabilidad.

En la tabla 1.2 se dan las prescripciones mecánicas de los cementos, según la Instrucción española RC-97. Recuérdese que *el número que identifica la clase de un cemento corresponde a la resistencia mínima a compresión, a 28 días, expresada en N/mm*^{2} (excepto en cementos para usos especiales, en que dicha resistencia se refiere a 90 días). Ni la Instrucción española ni la Norma europea especifican valores para la resistencia a flexotracción.

1.2 Cementos portland (tipo I)

Los cementos portland se obtienen por molturación conjunta de clínker portland, una cantidad adecuada de regulador de fraguado y, eventualmente, hasta un cinco por ciento de adiciones. Estas adiciones pueden ser una sola o varias entre escoria siderúrgica, puzolana natural, cenizas volantes, fíller calizo y humo de sílice.

A continuación se indican las clases de los cementos tipo I, según la Instrucción española RC-97 (véase tabla 1.2):

I/32,5 I/32,5R I/42,5 I/42,5R I/52,5 I/52,5R

en donde la letra R indica alta resistencia inicial.

Los cementos portland normalmente empleados en las obras corrientes de hormigón armado son de las clases 32,5 y 42,5 N/mm^2, si bien esta última es más adecuada para cuando se requiere un endurecimiento más rápido de lo normal.

1.° COMPOSICIÓN QUÍMICA

Las características y propiedades del cemento portland están íntimamente ligadas a su composición química y a su constitución potencial. La primera se determina por análisis y viene expresada en forma de óxidos. Una composición química típica del clínker de un cemento portland es la siguiente:

Cal combinada	CaO	62,5 por 100
Sílice	SiO_2	21,0 "
Alúmina	Al_2O_3	6,5 "
Hierro	Fe_2O_3	2,5 "
Azufre	SO_3	2,0 "
Cal libre	CaO	0,0 "
Magnesia	MgO	2,0 "
Pérdida al fuego	P. F.	2,0 "
Residuo insoluble	R. I.	1,0 "
Álcalis	$Na_2O + K_2O$	0,5 "

Los cuatro primeros componentes son los principales del cemento, de carácter básico la cal y de carácter ácido los otros tres.

Los restantes componentes puede decirse que son los indeseables del cemento. A continuación se comentan brevemente.

a) Óxido cálcico libre, CaO

La cal libre y el hidróxido cálcico coexisten normalmente en el cemento anhidro. Una parte de la primera se hidrata y pasa a la segunda durante el amasado, pero si el contenido en CaO libre del cemento es superior al 1,5 o 2 por 100, queda otra parte capaz de hidratarse en el transcurso del endurecimiento, es decir, a edades medias o largas, lo que puede producir fenómenos expansivos.

b) Óxido magnésico, MgO

La magnesia MgO puede presentarse en el clínker en estado vítreo (por enfriado enérgico) o en estado cristalizado (periclasa), siendo esta última forma realmente peligrosa, debido a su lenta hidratación para pasar a hidróxido magnésico $Mg(OH)_2$ en un proceso de carácter expansivo. Por ello se limita el contenido en magnesia a un 5 por 100 como máximo.

c) Trióxido de azufre, SO_3

El azufre proviene de la adición de piedra de yeso que se hace al clínker durante la molienda para regular su fraguado, pudiendo también provenir del combustible empleado en el horno. Un exceso de SO_3 puede conducir al fenómeno de falso fraguado, por lo que conviene ser estricto en la comprobación de que no se rebasa la limitación impuesta por el Pliego correspondiente. Un contenido en SO_3 inferior al 4 por 100 es aceptable.

d) Pérdida al fuego

Cuando su valor es apreciable, la pérdida al fuego proviene de la presencia de adiciones de naturaleza caliza o similar, lo cual no suele ser conveniente. Si el cemento ha experimentado un prolongado almacenamiento, la pérdida al fuego puede provenir del vapor de agua o del CO_2 presentes en el conglomerante, siendo entonces expresiva de una meteorización del cemento.

e) Residuo insoluble

Proviene de la presencia de adiciones de naturaleza silícea. No debe superar el 5 por 100 para el portland I.

f) Álcalis

Provienen en general de las materias primas y se volatilizan en buena parte, encontrándose luego en el polvo de los humos de las fábricas de cemento. No suelen superar el 0,8 por 100.

2.° COMPOSICIÓN POTENCIAL

Los cuatro componentes principales anteriormente citados –cal, sílice, alúmina y hierro– no se encuentran libremente en el cemento, sino combinados formando silicatos, aluminatos y ferritos cálcicos, que son los constituyentes hidráulicos del mismo o componentes potenciales.

Los principales constituyentes del cemento portland son[1]: el silicato tricálcico (SC_3), el silicato bicálcico (SC_2), el aluminato tricálcico (AC_3) y el aluminoferrito tetracálcico (AFC_4), a los que hay que añadir los componentes secundarios anteriormente mencionados (el yeso, los álcalis, la cal libre y la magnesia libre).

[1] Se utiliza aquí la nomenclatura habitual en la química del cemento: $SiO_2 = S$; $CaO = C$; $Al_2O_3 = A$; $Fe_2O_3 = F$.

En la hidratación de los silicatos citados se produce cal libre, a cuyo elevado pH se debe la gran alcalinidad del medio (pH ≥ 12), lo que asegura la protección química de las armaduras en el hormigón armado. Pero a la vez, el hidróxido cálcico constituye un punto débil para el material en ambientes agresivos, ya que la presencia de la cal unida a la eventual presencia de sulfatos aportados por el medio agresivo, produce el sulfoaluminato tricálcico hidratado (sal de Candlot) en un proceso fuertemente expansivo que arruina a los hormigones.

Sin embargo, es hecho probado que los cementos de alta saturación en cal (alto contenido en silicato tricálcico) poseen mayores resistencias mecánicas. La conclusión es que debe buscarse, en cada caso particular, *una solución de compromiso entre resistencia mecánica y resistencia química*, ya que no es posible conseguir el máximo de ambas simultáneamente.

El cálculo de la composición potencial del clínker puede realizarse, a partir de los óxidos proporcionados por el análisis químico, mediante las fórmulas clásicas de Bogue, que no se incluyen aquí por salirse de los límites de esta obra (Norma UNE 80.304).

Un clínker de cemento portland de tipo medio contiene:

Silicato tricálcico SC_3	40 a 50	por 100
Silicato bicálcico SC_2	20 a 30	"
Aluminato tricálcico AC_3	10 a 15	"
Aluminoferrito tetracálcico AFC_4	5 a 10	"

A continuación se comentan brevemente los cuatro componentes citados.

a) Silicato tricálcico, SC_3

Es el compuesto activo por excelencia del clínker, porque desarrolla una resistencia inicial elevada, siendo su calor de hidratación igualmente elevado. Su fraguado es lento y su endurecimiento bastante rápido. Por ello, aparece en gran proporción en los cementos de endurecimiento rápido y en los de altas resistencias iniciales.

Debe limitarse el contenido de SC_3 en los cementos para obras de grandes masas de hormigón, no debiendo rebasarse un 35 por 100, con objeto de evitar valores elevados del calor de hidratación. Para tales casos, se preferirán contenidos altos en silicato bicálcico, a costa del tricálcico.

b) Silicato bicálcico, SC_2

Es el componente que comunica al cemento su resistencia a largo plazo, al ser lento su fraguado y muy lento su endurecimiento. Su calor de hidratación es el más bajo de los cuatro y su estabilidad química es mayor que la del silicato tricálcico. Por ello, los cementos con alto contenido en silicato bicálcico son más resistentes a los sulfatos que los de bajo contenido.

c) Aluminato tricálcico, AC_3

Suministra al cemento un calor de hidratación muy grande, elevadísima velocidad de fraguado y gran retracción, por lo que es el compuesto que gobierna las resistencias a corto plazo. Su estabilidad química es buena frente a ciertas aguas agresivas (de mar, por ejemplo) y muy débil frente a sulfatos.

Precisamente con objeto de frenar la rápida reacción del aluminato tricálcico con el agua y regular el tiempo de fraguado del cemento, se añade al clínker un sulfato (piedra de yeso).

d) Aluminoferrito tetracálcico, AFC_4

No participa prácticamente en las resistencias mecánicas y su presencia se debe a la necesidad de utilizar fundentes que contienen hierro en la fabricación del clínker. Tiene un pequeño calor de hidratación y gran velocidad de fraguado. Su resistencia a las aguas selenitosas y agresivos en general es la más alta de todos los constituyentes.

Su color oscuro le hace prohibitivo para los cementos blancos por lo que en este caso se utilizan otros fundentes en la fabricación.

1.3 Cementos portland con adiciones (tipos II)

Los cementos portland con adiciones se vienen empleando en Europa, con gran éxito, por razones económicas. Por una parte, por el ahorro de energía que ello supone y, por otra, por el aprovechamiento de ciertos productos naturales y subproductos industriales.

Los cementos portland con adiciones tienen un comportamiento intermedio entre los portland tipo I, por un lado, y los cementos de horno alto o puzolánicos, por otro. Se pasa, pues, sin solución de continuidad del cemento portland tipo I a los siderúrgicos o puzolánicos, a través de los portland tipo II.

Estos cementos tienen las mismas clases resistentes que los cementos tipo I. Para sus aplicaciones, véase el apartado 1.7.

A continuación se indican los distintos tipos de cementos portland con adiciones que contempla la Instrucción española (véase tabla 1.1).

1.° CEMENTOS PORTLAND CON ESCORIA (CEM II/A-S y CEM II/B-S)

Están constituidos por clínker de cemento portland, escoria siderúrgica y hasta un 5 por 100 de adiciones. Son de moderado calor de hidratación, baja retracción y sensibles a las bajas temperaturas.

2.° CEMENTOS PORTLAND CON HUMO DE SÍLICE (CEM II/A-D)

Están constituidos por clínker de portland, humo de sílice (microsílice) y hasta un 5 por 100 de adiciones. El humo de sílice tiene mayor actividad que la puzolana y que las cenizas volantes. Su gran finura requiere mayor cantidad de agua, por lo que se limita su dosificación al 10 por 100.

3.° CEMENTOS PORTLAND CON PUZOLANA (CEM II/A-P y CEM II/B-P)

Están constituidos por clínker de portland, puzolana y hasta un 5 por 100 de adiciones. Son de moderado calor de hidratación, baja retracción y endurecimiento algo más lento que el portland tipo I.

4.° CEMENTOS PORTLAND CON CENIZA VOLANTE (CEM II/A-V y CEM II/B-V)

Están constituidos por clínker de portland, ceniza volante y hasta un 5 por 100 de adiciones. Sus características son parecidas a las de los portland con puzolana.

5.° CEMENTOS PORTLAND CON CALIZAS (CEM II/A-L)

Están constituidos por clínker de portland, fíller calizo y hasta un 5 por 100 de adiciones. Pueden emplearse en climas fríos y en prefabricación, pero no son aptos para grandes macizos y terrenos agresivos.

6.° CEMENTOS PORTLAND MIXTOS (CEM II/A-M y CEM II/B-M)

Contienen clínker de portland y varias adiciones, con las limitaciones indicadas en la tabla 1.1. Sus características y aplicaciones pueden considerarse como suma de las correspondientes a los cementos tipo II-S, II-P y II-V.

1.4 Otros tipos de cementos comunes

1.° CEMENTO DE HORNO ALTO (TIPO III)

Estos conglomerantes constituyen la familia de los cementos fríos. La Instrucción española considera dos tipos de cementos de horno alto:

TIPO III/A: Sus constituyentes son clínker de portland (35 a 64 %), escoria siderúrgica (36 a 65 %) y otros constituyentes (0 a 5 %). Los porcentajes son en masa y no incluyen ni el regulador de fraguado ni los aditivos.

TIPO III/B: Sus constituyentes son clínker portland (20 a 34 %), escoria siderúrgica (66 a 80 %) y otros constituyentes (0 a 5 %).

Las clases resistentes son las mismas que para los cementos portland (tabla 1.2).

La escoria granulada es una especie de arena (el aspecto y el color son parecidos) que se obtiene por enfriamiento brusco en agua de la ganga fundida procedente de procesos siderúrgicos. Sus partículas son más o menos porosas y "rechinan" al aplastarlas con la mano. Al ser enfriada bruscamente en agua (temple) la escoria se vitrifica y se vuelve activa. Dado su contenido en cal combinada, la escoria no es una simple puzolana, sino que tiene de por sí propiedades hidráulicas, es decir, que es un verdadero cemento. Lo que sucede es que, por sí sola, la escoria fragua y endurece muy lentamente, por lo que debe ser acelerada por la presencia de algo que libere cal, como el clínker de portland. Bastan muy pequeñas cantidades de este último componente para asegurar el fraguado y endurecimiento de la escoria molida.

Estos cementos presentan poca retracción y un débil calor de hidratación, por lo que pueden ser utilizados sin riesgo en grandes macizos. A cambio y por la misma razón, son muy sensibles a las bajas temperaturas, que retardan apreciablemente su endurecimiento, por lo que no deben utilizarse por debajo de los + 5 °C.

Los cementos siderúrgicos son susceptibles de experimentar cambios de tonalidad más o menos irregularmente después de endurecidos. El hormigón de cemento de escorias presenta una rotura de color verdoso característico.

Quizá la idea más importante que debe retenerse en relación con estos cementos es que necesitan efectuar su endurecimiento en medio constantemente húmedo durante dos semanas al menos, dada su lentitud. Sus grandes enemigos son la sequedad y el calor.

No deben emplearse los de fabricación muy reciente, que presentan riesgos de retracciones elevadas. Por igual motivo y para evitar desecaciones prematuras y rápidas, hay que emplear bajas relaciones agua/cemento y vigilar bien el amasado, porque estos cementos dan morteros y hormigones un poco agrios que incitan a quien los amasa a echar más agua a la hormigonera. Un vibrado enérgico vence esa rigidez durante la puesta en obra.

Conviene utilizar dosificaciones amplias, bien amasadas, para evitar faltas de homogeneidad y el riesgo de tener endurecimientos irregulares. En general es preferible una buena dosificación en cemento de categoría inferior a otra pobre de categoría superior.

En resumen, puede decirse que los cementos siderúrgicos son delicados y exigen más precauciones en su empleo que los portland. Son más resistentes que éstos a las aguas sulfatadas, las de mar y las muy puras; pero no deben utilizarse si la agresividad es grande.

2.° CEMENTOS PUZOLÁNICOS (TIPO IV)

La Instrucción española contempla dos tipos de cementos puzolánicos: el CEM IV/A que contiene de 65 a 89 por 100 de clínker de portland y de 11 a 35 por 100 de material puzolánico (puzolana natural, cenizas volantes o humo de sílice), aparte de otras adiciones en proporción no superior al 5 por 100; y el CEM IV/B cuyas proporciones de clínker y material puzolánico son, respectivamente, de 45 a 64 por 100 y de 36 a 55 por 100. (Véase tabla 1.1)

Las clases resistentes de los cementos puzolánicos son las mismas que las correspondientes a los cementos portland (ver tabla 1.2).

Se entiende por *puzolana,* en sentido estricto, el producto natural de origen volcánico que, finamente dividido, no posee ninguna propiedad hidráulica, pero contiene constituyentes (sílice y alúmina) capaces de fijar cal a la temperatura ambiente en presencia de agua, formando compuestos de propiedades hidráulicas. En sentido amplio, el término puzolana se aplica también a otros productos artificiales, o naturales de origen no volcánico, que tienen análogas propiedades, tales como las cenizas volantes, el humo de sílice, la tierra de diatomeas y las arcillas activadas.

Los cementos puzolánicos endurecen más lentamente, en especial en ambiente frío, y requieren en general más agua de amasado que el portland normal; pero a largo plazo llegan a superar las resistencias de éste.

La ventaja de los cementos puzolánicos reside en que la puzolana fija la cal liberada en la hidratación del clínker, eliminando así un peligro en ambientes agresivos. Como el proceso *liberación-fijación* de cal se prolonga mucho en el tiempo, el cemento va ganando resistencias con la edad en mayor proporción que el portland, al formarse nuevos compuestos resistentes de naturaleza muy estable.

Por las mismas razones, el cemento puzolánico confiere al hormigón una elevada densidad, disminuyendo su porosidad y haciéndolo más compacto, lo que aumenta su resistencia química. Todo ello lo hace recomendable para gran número de obras (canales, pavimentos, obras en aguas muy puras o ambientes medianamente agresivos, hormigonados bajo agua, obras marítimas, etc.).

Los cementos puzolánicos son algo más untuosos y manejables que el portland, por lo que mejoran la plasticidad del hormigón, resultando aptos para su empleo en hormigones bombeados.

El color negruzco de las puzolanas oscurece de forma típica a estos cementos.

3.° CEMENTOS COMPUESTOS (TIPO V)

Están constituidos por clínker de portland (40 a 64 %), escoria siderúrgica (18 a 30%), puzolana y cenizas volantes (en total, 18 a 30%) y hasta un 5 por 100 de otras adiciones (D o L). Sus características y aplicaciones son intermedias entre las correspondientes a los cementos tipo III y IV.

1.5 Cementos con propiedades adicionales

Existen cementos con características especiales que, además de cumplir las prescripciones relativas a las características químicas, físicas y mecánicas correspondientes a su tipo y clase, indicadas en los apartados 1.1-3.°y 4.°, presentan propiedades adicionales.

Se estudian a continuación los cementos de bajo calor de hidratación (UNE 80.306:96), los cementos blancos (UNE 80.305:96), cementos resistentes al agua de mar (UNE 80.303:96) y cementos resistentes a los sulfatos y al agua de mar (UNE 80.303:96).

1.° CEMENTOS DE BAJO CALOR DE HIDRATACIÓN (BC)

Se consider cementos de bajo calor de hidratación todos aquellos que, a la edad de cinco días, desarrollan un calor de hidratación igual o inferior a 65 cal/g, según Norma UNE 80.118.

En los cementos portland tipo I de bajo calor de hidratación, aparece en gran proporción el silicato bicálcico, SC_2, a costa del silicato tricálcico, SC_3.

2.° CEMENTOS BLANCOS (BL)

Se consideran como cementos blancos los pertenecientes a los tipos I y II, cuando las adiciones de estos últimos no superan el 25 % en masa, y cuyo índice de blancura sea igual o superior al 70 por 100. El índice de blancura se determina por la medida de su reflectancia luminosa direccional, en relación con un patrón de óxido magnésico en polvo (Norma UNE 80.117).

Las clases resistentes de los cementos blancos son las mismas que las de sus tipos correspondientes.

Con el cemento blanco es fundamental emplear áridos muy limpios y evitar el uso de herramientas de hierro, que mancharían el hormigón. El aspecto final de éste depende, en gran medida, del color de los áridos. El uso de ciertos productos de curado puede alterar el tono de las superficies.

3.° CEMENTOS RESISTENTES AL AGUA DEL MAR (MR)

Los cementos resistentes al agua del mar (sulfatos y cloruros alcalinos y alcalinotérreos) tienen limitado superiormente el contenido de aluminato tricálcico de su clínker a los siguientes valores: 5 % para el cemento tipo I; 8 % para los tipos II, y 10 % para los III/A y IV. Además, el contenido en $C_3A + C_4AF$ del clínker está limitado superiormente al 22 % para los cementos tipo I, y al 25 % para los restantes. Los cementos de horno alto tipo III/B son siempre resistentes al agua del mar.

La determinación del aluminato tricálcico, C_3A, y del aluminoferrito tetracálcico, C_4AF, se efectúa por cálculo según la Norma UNE 80.304.

4.° CEMENTOS RESISTENTES A LOS SULFATOS (SR) Y AL AGUA DE MAR (MR)

Son cementos muy útiles para obras en contacto con terrenos yesíferos o aguas selenitosas y deben tener bajo contenido en aluminatos. Según la Instrucción española se consideran como cementos resistentes a los sulfatos (cálcico y/o magnésico) aquellos que, por su composición y por la constitución de su clínker, tienen un contenido en aluminato tricálcico no superior al 5 % para los cementos tipo I; al 6 % para los tipos II, y al 8 % para los III/A y IV. Además, el contenido en $C_3A + C_4AF$ no debe ser superior al 22 % para los cementos tipos I y II, ni al 25 % para los III/A y IV. Los cementos de horno alto tipo III/B son siempre resistentes a los sulfatos.

Como en el caso anterior, la determinación del aluminato tricálcico y del aluminoferrito tetracálcico se efectúa según la Norma UNE 80.304.

Al tener un contenido bajo en C_3A, los cementos resistentes a los sulfatos son de bajo calor de hidratación, experimentan menos retracción y desarrollan sus resistencias más lentamente que sus correspondientes tipos ordinarios. A cambio, disminuye la trabajabilidad de las mezclas.

Las clases resistentes de los cementos resistentes a los sulfatos son las mismas que las de sus tipos correspondientes.

Deben emplearse cementos resistentes a los sulfatos en obras de hormigón en masa o armado, cuando el contenido de sulfatos del agua en contacto con la obra sea igual o mayor que 400 mg/kg, o en suelos cuyo contenido sea igual o mayor que 3.000 mg/kg. Además, la dosificación de cemento no será inferior a 250 k g/m^3 para el hormigón en masa, ni a 325 kg/m^3 para el hormigón armado.

1.6 Cemento de aluminato de calcio, CAC/R (cemento aluminoso)

El constituyente principal del cemento aluminoso es el aluminato monocálcico AC, cuyos cristales hexagonales crecen muy rápidamente, lo que explica los elevados valores iniciales de su resistencia mecánica (la Instrucción española le exige 40 N/mm^2 de resistencia a compresión a un día). La ausencia de cal libre confiere a este cemento su peculiar resistencia a los agentes agresivos, ya que sin dicha cal no puede formarse el gran enemigo del portland, el sulfoaluminato cálcico (sal de Candlot).

Los hormigones con cemento aluminoso son muy poco porosos y casi insensibles a los agentes químicos de carácter ácido, pero en cambio no resisten las aguas alcalinas y su carácter ácido favorece la corrosión de las armaduras. En ciertas condiciones de humedad y temperatura pueden presentar a largo plazo una apreciable regresión de sus resistencias mecánicas (así ha sucedido en España en buen número de forjados de edificación fabricados con viguetas de cemento aluminoso). Por ello, *el cemento aluminoso no debe emplearse en hormigón armado y, menos aún, en hormigón pretensado, ni mezclarse con ningún otro tipo de cemento.* Se emplea con ventaja en hormigones refractarios y, por su gran velocidad de endurecimiento, en reparaciones de vías de agua.

1.7 Tablas de utilización práctica

En las tablas 1.4 a 1.7 se han recogido las ideas prácticas más importantes, desde el punto de vista del empleo de los cementos. En la confección de dichas tablas se ha perseguido fundamentalmente *la claridad y la brevedad,* aunque a veces haya sido *a costa de la precisión.*

La tabla 1.4 constituye un resumen de las prescripciones preconizadas por la Instrucción española RC-97, para los cementos de uso más frecuente en hormigón armado (portland, tipo I, y portland con adiciones, tipo II), con indicación de los peligros de empleo y recomendaciones para el caso en que dichos cementos no cumplan las mencionadas prescripciones.

Las tablas 1.5, 1.6 y 1.7 proporcionan unas recomendaciones, de carácter general, para la utilización de los distintos tipos de cemento, con indicación de sus características principales y sus limitaciones, que se consideran de gran utilidad para los técnicos de proyecto y de obra. Cuando se trate de problemas específicos deberá consultarse con especialistas.

1.8 Suministro, recepción y almacenamiento

El suministro de cemento se realiza en sacos (en España de 25 o 50 kg) o a granel. En ambos casos, todo suministro debe ir acompañado de un albarán y de una hoja de características, en los que deben figurar entre otros datos la naturaleza y proporción nominal de todos los componentes, así como las restricciones de empleo, en su caso.

Si se trata de sacos, éstos deben llevar impreso en una de sus caras el tipo y clase de cemento, así como la marca comercial y, eventualmente, las restricciones de empleo.

La toma de muestras y los ensayos de recepción deben llevarse a cabo según indica la Instrucción española RC-97. Si el cemento posee un sello o marca de conformidad oficialmente homologado, la Dirección Facultativa puede eximirlo de los ensayos de recepción.

El almacenamiento de sacos debe efectuarse en un local cerrado y no al exterior, disponiéndolos en hiladas de tres o cuatro de altura, interrumpidas por tablones o calzos que aseguren el paso del aire. Conviene llevar registro de los datos de identificación de cada partida y marcar claramente los lotes ensayados y los no ensayados para evitar confusiones. Mientras dure la obra, conviene conservar muestras del cemento (con 5 kg es suficiente, en bolsa o bote de plástico), que son imprescindibles para poder dictaminar después, caso que se presente cualquier anomalía en el hormigón. De otro modo, los laboratorios especializados pueden prestar una ayuda muy aleatoria.

Si el suministro se realiza a granel, la conservación del cemento se efectúa fácil y correctamente en los silos metálicos que habitualmente se emplean. Las características físicas del cemento ensilado dependen de su grado de asiento, su naturaleza y su finura, pudiendo darse como valores medios los siguientes:

Masa del litro de cemento suelto ..... de 0,9 a 1,1 kg
Masa del litro de cemento compactado ..... de 1,1 a 1,4 kg
Ángulo de rozamiento interno ..... entre 20° y 30°

Cuando el cemento experimenta un almacenamiento prolongado, puede sufrir alteraciones consistentes en la hidratación de sus partículas más pequeñas (meteorización), que pierden así su valor hidráulico. Eso se traduce en un retraso en los tiempos de fraguado y en una disminución de las resistencias mecánicas, especialmente las de compresión a cortas edades.

La meteorización del cemento se traduce también en un aumento de la pérdida al fuego, correspondiente a las partículas finas meteorizadas. Este ensayo es el que detecta la meteorización de forma más directa y cuantitativamente expresiva.

A veces puede utilizarse un cemento ligeramente meteorizado, pero teniendo en cuenta sus nuevas características: su distinta granulometría, su retraso en el fraguado y su eventual pérdida de resistencias mecánicas. Al desaparecer los finos, disminuyen el calor de hidratación y la retracción en las primeras edades, requiriendo tanta más agua de amasado cuanto mayor haya sido el proceso de meteorización.

TABLA 1.4

INTERPRETACIÓN DEL ANÁLISIS QUÍMICO Y LOS ENSAYOS FÍSICOS Y MECÁNICOS DE LOS CEMENTOS PORTLAND (TIPO I) Y PORTLAND CON ADICIONES (TIPOS II)

Determinación	*Limitaciones de la instrucción española RC-97*	*Peligros de empleo si no cumple la limitación*	*Recomendaciones si no cumple la limitación*
Pérdida al fuego	MÁXIMO: 5,0 % para CEM I y CEM III en todas sus clases	– retracciones fuertes. – menor defensa química. – retraso en el fraguado y primer endurecimiento.	– comprobar ensayo de fraguado. – puede utilizarse el cemento, pero es preferible RECHAZAR.
Residuo insoluble	MÁXIMO: 5,0 % para CEM I y CEM III en todas sus clases	– retracciones fuertes. – menor defensa química.	– puede utilizarse el cemento, pero es preferible RECHAZAR.
Trióxido de azufre $SO_3^=$	MÁXIMO: 3,5 % para CEM I y CEM II (clases 32,5 - 32,5R y 42,5); 4,0 para CEM IV y CEM V (clases 42,5R – 52,5 y 52,5R); 4,0 para CEM III (todas las clases)	– alteraciones en el fraguado y endurecimiento. – pérdidas de resistencia.	RECHAZAR – (si cumple estrictamente, efectuar ensayos de fraguado y resistencia).
Cloruros Cl^-	MÁXIMO, %: 0,1 para todos los cementos	– corrosión de las armaduras	– para hormigón armado, RECHAZAR.
Fraguado	PRINCIPIO, después de: 45 minutos para cementos de resistencia muy alta; 60 minutos para cementos de resistencia alta, media y baja	– puesta en obra de masas que han empezado a fraguar, especialmente en verano. – anomalías del proceso de endurecimiento.	– comprobar contenido en SO_3. – salvo opinión contraria de especialista, RECHAZAR.
	FINAL, antes de: 12 horas	– proceso muy lento de endurecimiento, especialmente en verano. – escasa resistencia química, especialmente a cortas edades.	– comprobar contenido en SO_3, pérdida al fuego, residuo insoluble y resistencias mecánicas a cortas edades. – salvo excepción, RECHAZAR. Si se acepta, extremar el curado.
Expansión	MÁXIMO: 10 milímetros en el ensayo de las Agujas de Le Chatelier, para todos los cementos	– expansión peligrosa a medio o largo plazo.	RECHAZAR

	Clase	Resistencia a compresión		
		Inicial	Normal	
		7 días	28 días	
Resistencias a compresión	32,5	—	≥ 32,5	≤ 52,5
	32,5R	≥ 13,5	≥ 32,5	≤ 52,5
	42,5	≥ 13,5	≥ 42,5	≤ 62,5
	42,5R	≥ 20,0	≥ 42,5	≤ 62,5
	52,5	≥ 20,0	≥ 52,5	—
	52,5R	≥ 30,0	≥ 52,5	—

TABLA 1.5

CARACTERÍSTICAS Y CRITERIOS DE EMPLEO DE LOS CEMENTOS PORTLAND

	Cementos portland tipo I		
	Clases 32,5 y 32,5R	*Clases 42,5 y 42,5R*	*Clases 52,5 y 52,5R*
Características	– Bajo calor de hidratación. – Baja retracción.	– Resistencia mecánica alta. – Endurecimiento rápido.	– Resistencia mecánica muy alta, a todas edades. – Endurecimiento muy rápido.
Limitaciones	– Resistencia mecánica media. – Poca resistencia química.	– Poca resistencia química.	– Fuerte calor de hidratación. – Tendencia a fisuras de afogarado y retracción. – Poca resistencia química.
Indicado para	– Hormigón armado. – Hormigón en masa de pequeño o mediano volumen. – Pavimentos y firmes de carreteras. – Estabilización de suelos.	– Hormigón armado. – Hormigón pretensado. – Prefabricación, incluso con tratamiento higrotérmico.	– Obras de hormigón armado que requieren endurecimiento rápido y altas resistencias. – Hormigón pretensado. – Prefabricación. – Hormigonado en tiempo muy frío. – Desencofrado muy rápido.
No indicado para	– Obras en aguas, terrenos o ambientes agresivos. – Macizos de gran volumen, sobre todo en dosificaciones altas.	– Obras en aguas, terrenos o ambientes agresivos. – Piezas de hormigón armado de gran espesor. – Elementos o piezas fisurables por retracción.	– Obras en aguas, terrenos o ambientes agresivos. – Obras de hormigón armado de mediano volumen o espesor. – Elementos o piezas fisurables por retracción.
Precauciones	– Cuidar el almacenamiento. No debe prolongarse más de tres meses.	– Cuidar el almacenamiento. No debe prolongarse más de dos meses. – Cuidar el amasado y, sobre todo, el curado. – Precauciones para evitar fisuración por retracción durante las primeras horas.	– Cuidar el almacenamiento. No debe prolongarse más de un mes. – Cuidar dosificación, amasado y, sobre todo, el curado. – Precauciones para evitar fisuración por retracción durante las primeras horas.

TABLA 1.6

CARACTERÍSTICAS Y CRITERIOS DE EMPLEO DE LOS CEMENTOS PORTLAND CON ADICIONES

	Tipo II-S		*Tipos II-P y II-V*	
	Clases 32,5 y 32,5R	*Clases 42,5 y 42,5R*	*Clases 32,5 y 32,5R*	*Clases 42,5 y 42,5R*
Características	– Bajo calor de hidratación. – Baja retracción.	– Resistencia mecánica alta. – Baja retracción. – Moderado calor de hidratación.	– Bajo calor de hidratación. – Baja retracción. – Endurecimiento algo más lento que el portland I.	– Resistencia mecánica alta. – Baja retracción. – Moderado calor de hidratación. – Hormigones más impermeables.
Limitaciones	– Resistencia mecánica media. – Sensibles a las bajas temperaturas.	– Sensibles a las bajas temperaturas durante la ejecución.	– Resistencia mecánica media. – Endurecimiento sensible a los climas secos y fríos, o secos y cálidos.	– Endurecimiento sensible a los climas secos y fríos, o secos y cálidos.
Indicado para	– Hormigón armado. – Hormigón en masa, incluso de gran volumen. – Pavimentos y cimentaciones. – Estabilización de suelos. – Obras de hormigón en masa en ambientes débilmente agresivos por salinidad o por sulfatos.	– Hormigón armado. – Hormigón en masa, incluso de gran volumen. – Pavimentos y cimentaciones. – Estabilización de suelos. – Obras de hormigón en masa en ambientes débilmente agresivos por salinidad o por sulfatos. – Prefabricación con tratamiento higrotérmico.	– Hormigón armado. – Hormigón en masa. – Pavimentos y cimentaciones. – Prefabricados con tratamiento higrotérmico.	– Hormigón armado. – Hormigón en masa que tolere un moderado calor de hidratación. – Hormigón armado o en masa en ambientes ligeramente agresivos por aguas puras, carbónicas o con débil acidez mineral. – Obras de gran impermeabilidad. – Prefabricación y pretensado.
No indicado para	– Hormigonado en tiempo de heladas. – Hormigón pretensado. – Obras en aguas, terrenos o ambientes agresivos, salvo los indicados.	– Hormigonado en tiempo de heladas. – Hormigón pretensado con armaduras adherentes. – Obras en aguas, terrenos o ambientes agresivos, salvo los indicados.	– Hormigonado en tiempo de heladas. – Hormigón pretensado. – Obras en aguas, terrenos o ambientes agresivos.	– Obras en aguas, terrenos o ambientes agresivos, salvo los indicados. – Macizos de gran volumen y piezas de gran espesor.
Precauciones	– Curado prolongado en ambiente húmedo, sobre todo en climas fríos o temperaturas bajas, evitando la desecación. – El almacenamiento no debe prolongarse más de tres meses.	– Curado prolongado en ambiente húmedo, sobre todo en climas fríos o temperaturas bajas, evitando la desecación. – El almacenamiento no debe prolongarse más de dos meses.	– Curado prolongado, en especial en climas secos y fríos. – Evitar desecación durante el primer período de endurecimiento en climas cálidos y secos. – El almacenamiento no debe prolongarse más de tres meses.	– Curado prolongado, en especial en climas secos y fríos. – Evitar desecación durante el primer período de endurecimiento en climas cálidos y secos. – El almacenamiento no debe prolongarse más de dos meses.

EL CEMENTO PORTLAND MIXTO (CEM II/A-M y B-M) tiene unas características y aplicaciones que pueden considerarse como suma de las correspondientes a los cementos tipos II-S, II-P y II-V.

EL CEMENTO PORTLAND CON CALIZA (CEM II/A-L) tiene unas aplicaciones análogas a las de los cementos portland de su misma clase, pero los hormigones con él fabricados presentan unas propiedades adicionales mejorando la hidratación, trabajabilidad, retracción, fisuración, etc.

FACULTAD DE ARQUITECTURA
Depto. de DOC. y BIBLIOTECA
44672

TABLA 1.7

CARACTERÍSTICAS Y CRITERIOS DE EMPLEO DE LOS CEMENTOS DE HORNO ALTO Y PUZOLÁNICOS

	Cemento de horno alto Tipo III		*Cemento puzolánico Tipo IV*
	III/A-32,5 y III/A-42,5	*III/B-32,5 y III/B-42,5*	*CLASES 32,5 y 42,5*
Características	– Moderado calor de hidratación. – Baja retracción. – Mayor resistencia química que el portland.	– Bajo calor de hidratación. – Baja retracción. – Resistentes al agua del mar y a los sulfatos.	– Hormigones más trabajables, más compactos, más impermeables y de mayor resistencia química que con el cemento portland. – Bajo calor de hidratación.
Limitaciones	– Menor trabajabilidad que el portland. – Muy sensibles a las bajas temperaturas. – Endurecimiento lento.	– Menor trabajabilidad que el portland. – Muy sensibles a las bajas temperaturas. – Endurecimiento lento.	– Evolución de resistencias más lenta que el portland.
Indicado para	– Obras de hormigón en masa, incluso de gran volumen. – Obras de hormigón en masa o armado en ambientes húmedos y ligeramente agresivos por salinidad o por sulfatos. – Cimentaciones, pavimentaciones y obras subterráneas. – Obras marítimas. – Ciertos prefabricados.	– Obras de hormigón en masa, incluso de gran volumen. – Obras de hormigón en masa o armado en ambientes húmedos o agresivos por salinidad o por sulfatos. – Cimentaciones, pavimentaciones y obras subterráneas. – Obras marítimas.	– Obras de hormigón en masa de grandes volúmenes (grandes cimentaciones, muros de contención, presas, etc.). – Obras marítimas, vertederos industriales o sanitarios. – Obras en medios agresivos por aguas puras, carbónicas o con débil acidez. – Hormigones muy impermeables. – Prefabricados con tratamiento higrotérmico.
No indicado para	– Hormigonado a bajas temperaturas. – Obras en ambientes muy secos. – Hormigones vistos. – Obras de gran superficie y poco espesor. – Obras en ambientes muy agresivos. – Obras que requieren altas resistencias iniciales.	– Hormigonado a bajas temperaturas. – Obras en ambientes muy secos. – Hormigones vistos. – Obras de gran superficie y poco espesor. – Obras que requieren altas resistencias iniciales. – Hormigón pretensado.	– Hormigonado en climas secos o fríos. – Obras en ambientes muy agresivos. – Obras que requieren altas resistencias iniciales.
Precauciones	– Prolongar el amasado evitando exceso de agua. – Prolongar el curado, sobre todo en climas fríos o a temperaturas bajas, evitando al máximo la desecación prematura. – Prolongar el tiempo de desencofrado. – Preferir dosis ricas de clase 32,5 a dosis pobres de clase 42,5.	– Prolongar el amasado evitando exceso de agua. – Prolongar el curado, sobre todo en climas fríos o a temperaturas bajas, evitando al máximo la desecación prematura. – Prolongar el tiempo de desencofrado. – Preferir dosis ricas de clase 32,5 a dosis pobres de clase 42,5.	– Curar prolongadamente, sobre todo en climas secos y fríos. – Evitar desecación durante el primer período de endurecimiento en climas cálidos y secos.

2. Agua, áridos, aditivos y adiciones

2.1 Agua de amasado y agua de curado

1.° GENERALIDADES

El agua de amasado juega un doble papel en el hormigón. Por un lado, participa en las reacciones de hidratación del cemento; por otro, confiere al hormigón la trabajabilidad necesaria para una correcta puesta en obra.

La cantidad de agua de amasado debe limitarse al mínimo estrictamente necesario, ya que el agua en exceso se evapora y crea una serie de huecos en el hormigón (capilares) que disminuyen su resistencia; pero, por otra parte, no puede disminuirse excesivamente el contenido en agua, pues podrían obtenerse masas poco trabajables y de difícil colocación en obra. La figura 2.1 ilustra este fenómeno: en efecto, la parte superior del gráfico indica cómo mejora la trabajabilidad de la masa al aumentar la cantidad de agua por m^3 de hormigón, mientras que en la parte inferior puede apreciarse el porcentaje de pérdida de resistencia del hormigón correspondiente.

Puede retenerse la idea de que *cada litro de agua de amasado añadido de más a un hormigón equivale a una disminución de dos kilogramos de cemento.*

El *agua de curado*, durante el proceso de fraguado y primer endurecimiento del hormigón, tiene por objeto evitar la desecación, mejorar la hidratación del cemento e impedir una retracción prematura (véase apartado 4.8).

Tanto el agua de amasado como el agua de curado deben reunir ciertas condiciones para desempeñar eficazmente su función. En general, se debe ser más estricto en la aptitud de un agua para curado que en la de un agua para amasado. Mucho más peligrosa es el agua que recibe el hormigón cuando está endureciendo, porque las reacciones que puede originar ya no actúan sobre una masa en estado plástico. Además, la aportación de sustancias perjudiciales en el agua de amasado es limitada en cantidad y se produce de una sola vez, sin renovación; mientras que la aportación del agua de curado es mucho más amplia y de actuación más duradera.

2.° AGUAS PERJUDICIALES Y NO PERJUDICIALES

Un índice útil de carácter general sobre la aptitud de un agua, en la técnica del hormigón, es su potabilidad. Las excepciones se reducen, casi exclusivamente, a las aguas de alta montaña, cuya gran pureza les confiere carácter agresivo. No obstante, algunas aguas manifiestamente insalubres pueden también ser utilizadas: aguas bombeadas de minas (que no sean de carbón), algunas de residuos industriales, aguas pantanosas, etc. Las aguas depuradas co oro pueden emplearse perfectamente.

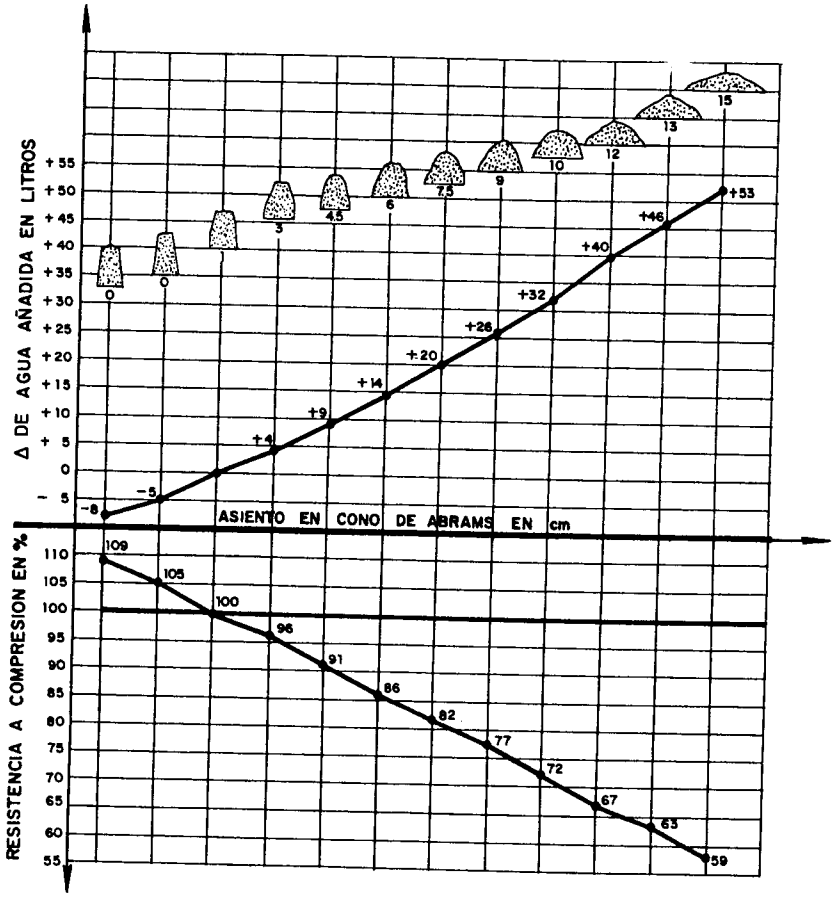


Figura 2.1 Influencia de un exceso de agua en la consistencia y resistencia del hormigón

Entre otras, no conviene emplear aguas cuyo pH sea inferior a cinco, ni las que contengan aceites, grasas o hidratos de carbono. Cuando el agua contiene materias sólidas en suspensión (limos o arcillas) debe proscribirse su empleo, ya que esos finos disminuyen notablemente la adherencia pasta-árido.

En casos de duda es necesario efectuar análisis para determinar la aptitud de un agua. Las limitaciones impuestas por la Instrucción española EHE se incluyen al final de este apartado 2.1.

Un criterio práctico mediante el cual puede justificarse que un agua de amasado no altera, perjudicialmente, las propiedades exigibles al hormigón, puede ser el ensayo comparativo de resistencia, a 28 días, de los hormigones amasados con el agua en estudio y con un agua potable de buena calidad.

En Estados Unidos, como resultado de una amplia experimentación (cerca de 6.000 ensayos sobre más de 60 aguas diferentes), utilizan a veces aguas de amasado en principio no aptas, si la pérdida de resistencia que producen en el hormigón, apreciada mediante el ensayo comparativo, no supera el 15 por 100. El único riesgo que se corre aplicando este criterio es que pueden existir sustancias nocivas (especialmente cloruros) cuyos efectos se manifiestan solamente a largo plazo.

En fin, si es absolutamente obligado emplear un agua sospechosa, convendrá forzar la dosis de cemento (no menos de 350 kg/m^3) y mejorar la preparación y puesta en obra del hormigón.

3.° AGUA DE MAR

No se pueden dar reglas generales acerca del agua de mar utilizada en el amasado de hormigones. En muchos casos se ha empleado con éxito para estructuras de hormigón armado, a pesar de su alto contenido en sulfatos. La Instrucción española EHE admite su empleo para hormigón en masa, previniendo acerca de la posible aparición de manchas (eflorescencias producidas por la cristalización de sales) y de la probable caída de resistencia, que puede cifrarse en un 15 por 100 aproximadamente.

El contenido medio en cloruro sódico del agua de mar es del orden de 25 gramos por litro (es decir, unos 15 gramos por litro de ión cloro), lo que la coloca dentro del límite admisible para hormigón en masa y abiertamente fuera para hormigón armado. Las restantes sales están constituidas fundamentalmente por sulfatos magnésico, cálcico y potásico, con contenidos del orden de 1,50; 1,25 y 1,00 gramos por litro respectivamente, lo que da un total de ión SO_4 próximo a los 3 g/l. Estos contenidos bastarían para calificar al agua como perjudicial, pero por una serie de razones de índole química (véase punto b del apartado 5.7-3.°) su agresividad real es mucho menor de la que tendría un agua no marina con sulfatos o cloruros en análogas proporciones.

La presencia de algas en el agua no debe admitirse, ya que impiden la adherencia árido-pasta, provocando posteriormente multitud de poros en el hormigón.

El amasado con agua de mar suele ser especialmente perjudicial cuando el hormigón va a estar en contacto con agua de mar. Por ello es norma de buena práctica amasar siempre con agua dulce los hormigones destinados a obras marítimas. En particular, los cementos aluminosos, que resisten bien el agua de mar, no deben ser amasados jamás con agua de mar, la cual puede provocar, aparte de otros perjuicios, un fraguado relámpago.

4.° ANÁLISIS DEL AGUA

En general, las Normas obligan a analizar las aguas solamente cuando no se posean antecedentes de su utilización o en caso de duda. Las limitaciones incluidas en las Normas (en particular, en la española) suelen ser prudentes y conservadoras, no siendo raro encontrar en la literatura especializada valores límites más tolerantes.

En la tabla 2.1 se ofrecen las limitaciones de la Instrucción española, con un breve comentario a cada una de ellas.

TABLA 2.1

ANÁLISIS DEL AGUA DE AMASADO Y CURADO

Determinación	*Limitación impuesta por la Instrucción española*	*Riesgos que se corren si no se cumple la limitación*	*Observaciones*
pH	MÍNIMO 5	– alteraciones en el fraguado y endurecimiento. – disminución de resistencias y de durabilidad.	– la Norma soviética admite hasta un pH igual a 4. – con cemento aluminoso no deben usarse aguas de pH superior a 8.
Sustancias disueltas totales	MÁXIMO 15 gramos por litro	– aparición de eflorescencias u otro tipo de manchas. – pérdida de resistencias mecánicas. – fenómenos expansivos a largo plazo.	– por sustancias disueltas se entiende el residuo salino seco que se obtiene por evaporación del agua. – en zonas sujetas a fluctuaciones de nivel de agua, conviene rebajar el límite a 5 gramos por litro.
Contenido en sulfatos, expresados en ión SO_4	MÁXIMO 1 gramo por litro	– alteraciones en el fraguado y endurecimiento; pérdidas de resistencia. – puede resultar gravemente afectada la durabilidad del hormigón.	– con cemento SR puede llegarse a 5 g/l. – la Norma soviética admite hasta 2,7 g/l con portland normal y 10 g/l con SR. – atención al contenido en sulfatos del cemento y los áridos, cuando se está cerca del límite. – se debe ser más estricto con el agua de curado.
Contenido en ión cloro	MÁXIMO 3 gramos por litro	– corrosión de armaduras u otros elementos metálicos. – otras alteraciones del hormigón.	– para hormigón en masa puede elevarse el límite de tres a cuatro veces. – para hormigón pretensado debe rebajarse el límite a 1 gramo por litro.
Hidratos de carbono	No deben apreciarse	– el hormigón no fragua. – otras alteraciones en el fraguado y endurecimiento.	La sacarosa, glucosa y sustancias análogas alteran profundamente el mecanismo de fraguado de los cementos.
Sustancias orgánicas solubles en éter	MÁXIMO 15 gramos por litro	– graves alteraciones en el fraguado y/o endurecimiento. – fuertes caídas de resistencia.	– el ensayo pone de manifiesto la presencia de aceites y grasas de cualquier origen, humus y otras sustancias orgánicas vegetales, que muestran una interacción con la cal liberada del cemento. – atención a la materia orgánica de la arena, cuando se está cerca del límite.

2.2 Áridos

1.° GENERALIDADES

Como áridos para la confección de hormigones pueden emplearse arenas y gravas naturales o procedentes de machaqueo, que reúnan en igual o superior grado las características de resistencia y durabilidad que se le exijan al hormigón.

Desde el punto de vista de durabilidad en medios agresivos, deben preferirse los áridos de tipo silíceo (gravas y arenas de río o cantera) y los que provienen de machaqueo de rocas volcánicas (basalto, andesita, etc.) o de calizas sólidas y densas. Las rocas sedimentarias en general (calizas, dolomitas, etc.) y las volcánicas sueltas (pómez, toba, etc.) deben ser objeto de análisis previo. No deben emplearse áridos que provengan de calizas blandas, feldespatos, yesos, piritas o rocas friables ni porosas. Tampoco deben emplearse áridos que contengan sulfuros oxidables (estos áridos pueden provenir de canteras que presentan vetas de pirrotina, marcasita o ciertas formas de pirita), dado el gran riesgo existente de que tales sulfuros se oxiden a largo plazo, lo que entraña un gran aumento de volumen y la consiguiente fisuración y cuarteamiento del hormigón (apartado 21.10-1.° *f*).

Se denomina *grava o árido grueso* a la fracción mayor de 4 mm y *arena o árido fino* a la menor de 4 mm. Aparte, es clásico encontrar en cada país y región denominaciones diversas más específicas para la grava, en función del tamaño de las piedras. La arena suele dividirse, a partir de los 2 mm, en *arena gruesa y arena fina,* llamándose *polvo o finos de la arena* a la fracción inferior a 0,063 mm.

Los áridos se suministran en fracciones y se designan por su tamaño mínimo (d) y máximo (D) expresados en milímetros. Para ello se utiliza la expresión "árido d/D".

Los áridos pueden ser rodados o machacados. Los primeros proporcionan hormigones más dóciles y trabajables, requiriendo menos cantidad de agua que los segundos. Los machacados confieren al hormigón fresco una cierta acritud que dificulta su puesta en obra. En ambos efectos influye más la arena que la grava. En cambio, los áridos de machaqueo proporcionan una mayor trabazón que se refleja en una mayor resistencia del hormigón, especialmente a tracción y, en general, en una mayor resistencia química.

Al emplear árido rodado suelto se tiene la garantía de que se trata de piedras duras y limpias, salvo contaminación de la gravera. Pero si se encuentra mezclado con arcilla es imprescindible lavarlo, para eliminar la camisa que envuelve a los granos y que haría disminuir grandemente su adherencia con la pasta. Este lavado debe ser enérgico, realizado con máquinas de lavar, no sirviendo de nada el simple rociado en obra.

Análogamente, el árido machacado debe estar desprovisto del polvo de machaqueo, que supone un incremento de finos en el hormigón y, por tanto, mayor cantidad de agua de amasado, menor resistencia y mayor riesgo de fisuras en las primeras edades. No obstante, numerosos ensayos han demostrado que cuando se trata de áridos calizos el polvo de machaqueo no es tan perjudicial, pudiendo admitirse en este caso un mayor porcentaje de finos.

A este respecto, en la tabla 2.2 se recoge el contenido máximo en finos (es decir, de partículas que pasan por el tamiz 0,063 mm) prescrito por la Instrucción española.

Los áridos se oponen a la retracción del hormigón, tanto más cuanto más resistentes son. En general, la retracción disminuye a medida que aumenta el tamaño máximo del árido.

Cuando se tengan dudas acerca de la resistencia de los áridos a la helada, debe encargarse a un laboratorio la realización del ensayo UNE EN 1367-2:98, según el cual se somete al árido a cinco ciclos de tratamiento con soluciones de sulfato magnésico, las cuales provocan un efecto expansivo análogo al ocasionado por los ciclos de hielo-deshielo. El árido se considera satisfactorio si, tras estos cinco ciclos, su pérdida de peso no supera el 15% para la arena, o el 18 % para la grava.

Por último, los áridos deben cumplir las siguientes condiciones físico-mecánicas: absorción de agua no superior al 5 % (Normas UNE 83.133:90 y 83.134:90); friabilidad de la arena no superior a 40 (Norma UNE EN 1097-1:97, ensayo micro-Deval), y resistencia al desgaste de la grava no superior a 40 (Norma UNE EN 1097-2:98, ensayo de Los Ángeles).

2.° LA ARENA

Es el árido de mayor responsabilidad. A diferencia de la grava, el agua e incluso el cemento, puede decirse que *no es posible hacer un buen hormigón sin una buena arena.*

TABLA 2.2

CONTENIDO MÁXIMO DE FINOS EN EL ÁRIDO

Tamaño del árido	*Porcentaje máximo que pasa por el tamiz 0,063 mm*	*Tipo de árido y ambiente*
Árido grueso	1 %	Tipo 1: • Áridos redondeados • Áridos de machaqueo no calizos
	2 %	Tipo 2: • Áridos de machaqueo calizos
Árido fino	6 %	Tipo 3: • Áridos redondeados • Áridos de machaqueo no calizos para estructuras marinas o en contacto con agua de elevado contenido en cloruros
	10 %	Tipo 4: • Áridos de machaqueo calizos para estructuras marinas o en contacto con agua de elevado contenido en cloruros • Áridos de machaqueo no calizos para estructuras en ambiente normal
	15 %	Tipo 5: • Áridos de machaqueo calizos para estructuras en ambiente normal

Las mejores arenas son las de río, ya que, salvo raras excepciones, son cuarzo puro, por lo que no hay que preocuparse acerca de su resistencia y durabilidad. La arena de mina suele tener arcilla en exceso, por lo que generalmente es preciso lavarla. Las arenas de mar, si son limpias, pueden emplearse en hormigón armado, previo lavado con agua dulce.

Las arenas que provienen del machaqueo de granitos, basaltos y rocas análogas son también excelentes, con tal de que se trate de rocas sanas que no acusen un principio de descomposición. Deben rechazarse de forma absoluta las arenas de naturaleza granítica alterada (caolinización de los feldespatos).

Las arenas de procedencia caliza son de calidad muy variable. Siempre resultan más absorbentes y requieren más cantidad de agua de amasado que las silíceas. Su resistencia al desgaste es baja, por lo que los hormigones sometidos a este efecto (por ejemplo, en pavimentos) deben confeccionarse con arena silícea, al menos en un 30 por 100 de la totalidad de la arena.

La humedad de la arena tiene gran importancia en la dosificación de los hormigones. Por ello es siempre necesario tenerla en cuenta.

La arena no debe contener sustancias perjudiciales para el hormigón. La Instrucción española las limita a los valores indicados en la tabla 2.3, cuyas determinaciones deben efectuarse siempre.

3.° LA GRAVA

La resistencia de la grava viene ligada a su dureza, densidad y módulo de elasticidad. Se aprecia en la limpieza y agudeza de los cantos vivos resultantes del machaqueo.

Las buenas calizas no son rayadas por la navaja, la cual deja tan sólo un ligero trazo sobre su superficie (densidad mayor de 2,6 y resistencia mayor de 100 N/mm^2). Las que son rayadas por el latón (densidad menor de 2,3 y resistencia menor de 50 N/mm^2) caen fuera de lo admisible. Entre ambas se colocan las que no son rayadas por el bronce. En todos los casos debe realizarse la prueba sobre una superficie plana y con el material totalmente seco.

Una característica importante de la grava es su coeficiente de forma, que se define más adelante (apartado 3.3-1.° *b*).

En la tabla 2.3 figuran los límites admitidos por la Instrucción española para el contenido en sustancias perjudiciales de la grava. Los ensayos correspondientes son siempre obligatorios.

4.° GRANULOMETRÍA DE LOS ÁRIDOS

La distribución de los distintos tamaños de los granos que componen un árido tiene una importancia decisiva en las características del hormigón. El estudio de dicha distribución suele efectuarse mediante la *curva granulométrica,* que se determina cribando el árido a través de una serie normalizada de cribas y tamices.

Las cribas y tamices normalmente empleados corresponden a las series ISO-565, UNE-7050 o serie americana Tyler, cuyas aberturas están en progresión geométrica de razón dos. Sus valores en milímetros vienen dados en la tabla 2.4.

Una vez efectuado el cribado del árido, puede dibujarse su curva granulométrica tomando en abscisas las aberturas de los tamices y, en ordenadas, los porcentajes que pasan por cada tamiz, en volumen absoluto.[1] Generalmente se emplea papel semilogarítmico (figura 2.2).

Los áridos empleados en la preparación del hormigón se obtienen, normalmente, mezclando arenas y gravas en proporciones adecuadas, o mejor aún, tres o más grupos de distintos tamaños. No es posible establecer, de una manera general, una curva granulométrica óptima única, debido a que en cada caso hay que tener en cuenta diversos factores: las resistencias y propiedades exigidas al hormigón; los medios de transporte, puesta en obra y compactación del hormigón; las propiedades y forma de los granos; el tipo y dimensiones del elemento estructural, etc.

Los parámetros que determinan las características granulométricas de un árido son, fundamentalmente, tres: el tamaño máximo del árido, la compacidad y el contenido en granos finos.

Se denomina *tamaño máximo de un árido* (D) la mínima abertura de tamiz UNE 7050-2:85 por el que pasa más del 90 % en peso, debiendo además pasar la totalidad del árido por el tamiz de abertura doble. (El tamaño mínimo se define, de forma análoga, como la máxima abertura de tamiz por el que pasa menos del 10 % en peso) Cuanto mayor sea el *tamaño máximo del árido*, menores serán las cantidades necesarias de cemento y agua del hormigón. Pero el tamaño máximo del árido viene limitado por las dimensiones de los elementos estructurales y la separación entre armaduras, influyendo también los medios de amasado y puesta en obra del hormigón (véase apartado 3.3-1.° *a*).

[1] Cuando los áridos son de la misma densidad y no se incluye el cemento en la curva granulométrica, los mencionados porcentajes pueden tomarse en peso.

TABLA 2.3
ENSAYOS DE LA ARENA (A) Y DE LA GRAVA (G) CUYA REALIZACIÓN ES SIEMPRE OBLIGATORIA

Determinación	*Limitación impuesta por la Instrucción española*	*Riesgos que se corren si no se cumple la limitación*	*Observaciones*
Terrones de arcilla, según método de ensayo UNE 7133:58	MÁXIMO A: 1 por 100 G: 0,25 por 100 del peso total de la muestra	– hormigón poco resistente – coqueras interiores y oquedades en las superficies	– se entiende por terrones las partículas que se deshacen bajo la presión de los dedos – suelen existir en las arenas de mina – especialmente peligrosos en medios agresivos
Finos que pasan por el tamiz 0,063 mm (UNE EN 933-2:96)	VER TABLA 2.2	– falta de adherencia pasta-árido – hormigón fisurable por retracción – hormigón poco resistente	– los finos son más peligrosos con áridos rodados que con áridos procedentes de machaqueo – los finos incluyen limos, arcillas, sales solubles y otras impurezas
Material retenido por el tamiz 0,063 mm y que flota en un líquido de peso específico 2, según método de ensayo UNE 7244:71	MÁXIMO A: 0,5 por 100 G: 1 por 100 del peso total de la muestra	– anomalías en el fraguado – coqueras – hormigón poco resistente	– se refiere a partículas de carbón, madera, materias vegetales, etc. Deben prohibirse totalmente – no es corriente encontrar áridos que incumplan este ensayo
Compuestos totales de azufre expresados en $SO^{=}_3$, y referidos al árido seco (UNE EN 1744-1:98)	MÁXIMO A: 1,0 por 100 G: 1,0 por 100 del peso total de la muestra	– alteraciones en el fraguado y endurecimiento – pérdidas de resistencia – gran disminución de la durabilidad	– suelen provenir de sulfatos (yeso, anhidrita) o de sulfuros (piritas) – atención al contenido en sulfatos del cemento y del agua, cuando se está cerca del límite
Sulfatos solubles en ácidos expresados en $SO^{=}_3$, y referidos al árido seco (UNE EN 1744-1:98)	MÁXIMO A: 0,8 por 100 G: 0,8 por 100 del peso total de la muestra	– ataques al hormigón – procesos expansivos que destruyen el hormigón	– puede protegerse el hormigón utilizando un cemento resistente a los sulfatos – conviene asegurar un grado suficiente de impermeabilidad
Sustancias que reaccionan perjudicialmente con los álcalis del cemento	A y G deben estar EXENTAS de tales sustancias	Procesos fuertemente expansivos que destruyen el hormigón	– puede darse con ciertos áridos silíceos de naturaleza opalina o similar – es raro encontrar áridos que no cumplan el ensayo correspondiente
Cloruros expresados en Cl y referidos al árido seco	MÁXIMO A: 0,05 por 100 G: 0,05 por 100	Corrosión de las armaduras	En hormigón pretensado el límite se rebaja a 0,03 por 100
Partículas blandas, determinadas según UNE 7134:58	MÁXIMO G: 5 por 100 del peso total de la muestra	Hormigón poco resistente	– el ensayo mide la resistencia de los granos de la grava al rayado con latón – se detectan también las partículas duras aglomeradas débilmente (ciertas areniscas)
Coeficiente de forma de la grava, determinado según UNE 7238:71	MÍNIMO G: 0,20	– hormigón poco trabajable y de difícil compactación – escasa resistencia y compacidad	Se admiten valores inferiores, previos ensayos de comprobación del hormigón en laboratorio
Índice de lajas de la grava, determinado según UNE EN 933-3:97	MÁXIMO G: 35	– hormigón poco trabajable y de difícil compactación – escasa resistencia y compacidad	Se admiten valores superiores, previos ensayos de comprobación del hormigón en laboratorio

TABLA 2.4
SERIES NORMALIZADAS DE TAMICES

Tamices	*Abertura en milímetros*									
ISO-565	0,125	0,250	0,50	1,00	2,00	4,00	8,00	16,00	31,50	63,00
UNE-7050	0,160	0,320	0,63	1,25	2,50	5,00	10,00	20,00	40,00	80,00
Serie Tyler	0,149	0,297	0,59	1,19	2,38	4,76	9,50	19,00	38,00	76,00

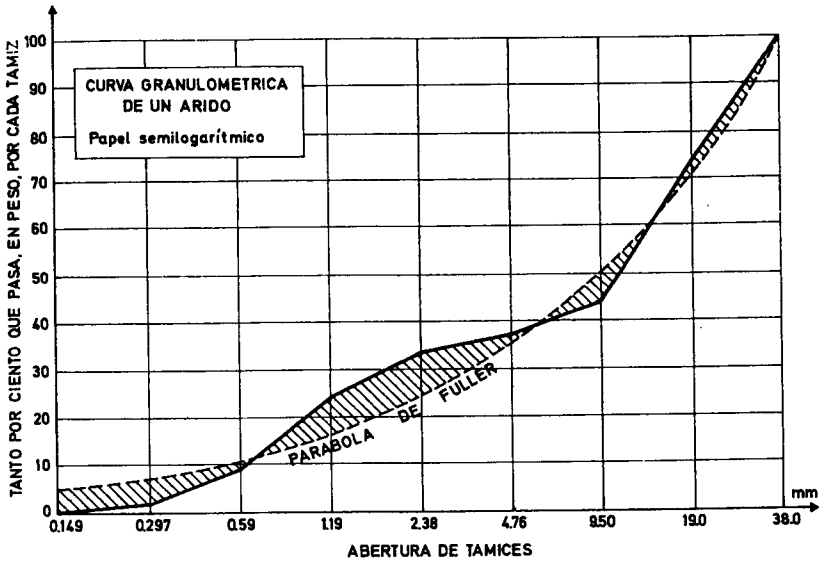


Figura 2.2 Curva granulométrica y parábola de Fuller

Se llama *compacidad de un árido* a la relación entre su volumen real y su volumen aparente, relación que aumenta con el *coeficiente de forma* de la grava (véase apartado 3.3-1.° *b*). Cuanto mayor sea su compacidad, menor será el volumen de huecos que deja el árido y, por tanto, será menor la cantidad de pasta de cemento necesaria para rellenarlos. Las granulometrías de compacidad elevada se consiguen con mezclas relativamente pobres en a rena y gran proporción de granos gruesos, por lo que requieren poca cantidad de agua de amasado.

Las composiciones granulométricas de elevada compacidad dan lugar a masas poco trabajables y que se disgregan con facilidad; pero si se dispone de medios adecuados para su correcta puesta en obra y compactación, puede obtenerse con ellas hormigones muy resistentes, de mucha durabilidad y poca retracción.

Por otra parte, para que una masa de hormigón sea dócil, trabajable y no se disgregue durante el transporte, puesta en obra y compactación, debe tener un contenido óptimo de *granos finos*. Al aumentar el contenido de granos finos, disminuye la compacidad del árido y será necesario aumentar las cantidades de cemento y agua del hormigón. En cada caso, habrá que adoptar una solución de compromiso que satisfaga a ambos aspectos, parcialmente contradictorios: la compacidad del árido y el contenido óptimo de finos.

Especial importancia tienen los finos menores de 0,25 milímetros, sobre todo para hormigones que deban transportarse mediante canalizaciones, para elementos de paredes delgadas muy armadas y para obtener hormigones muy impermeables. Como la proporción necesaria de estos finos está ligada a la cantidad de cemento, es frecuente considerarlos conjuntamente en la fracción granulométrica comprendida entre cero y 0,25 milímetros.

Como se ha dicho anteriormente, no se puede establecer de u nanera general una curva granulométrica óptima. Existen varios métodos para obtener curvas adecuadas a cada caso, cada uno de los cuales tiene su propio campo de aplicación. De estos métodos, que se resumen a continuación, unos se refieren a *granulometrías continuas,* en las que se encuentran representados todos los tamaños de los granos, y otros a *granulometrías discontinuas*, en los que faltan algunos de los tamaños intermedios.

a) Parábola de Fuller

En hormigón armado, con áridos redondeados cuyo tamaño máximo sea de 50 ± 20 milímetros y contenido de cemento no inferior a 300 kg/m^3, se obtienen buenos resultados mediante granulometrías continuas que siguen la parábola (figuras 2.2 y 2.3):

$$p = 100\sqrt{\frac{d}{D}}$$

en donde:

p = porcentaje en peso que pasa por cada tamiz;
d = abertura (diámetro) de cada tamiz;
D = tamaño máximo (diámetro) del árido.

Cuando se emplean áridos de machaqueo, en piezas de pared delgada o en secciones muy armadas, puede adoptarse la parábola de Fuller aumentando los finos convenientemente.

b) Parábola de Bolomey

En esta curva granulométrica (figura 2.3) se considera incluido el cemento y su campo de aplicación es mucho más amplio que el de la parábola de Fuller. Su ecuación es:

$$p = a + (100 - a)\sqrt{\frac{d}{D}}$$

con los mismos significados que en la anterior y con los valores de la constante a que figuran en la tabla 2.5. Como en esta curva se considera también el cemento, de más densidad que los áridos, es necesario tomar los porcentajes en volumen absoluto.

c) Método del módulo granulométrico

Se llama *módulo granulométrico* de un árido (módulo de finura de Abrams) a la suma de los porcentajes retenidos en cada tamiz de la serie Tyler, dividida por 100. El módulo granulométrico cuantifica el área limitada por la curva granulométrica, el eje de ordenadas y la horizontal trazada a la altura 100 por 100, empleando papel semilogarítmico.

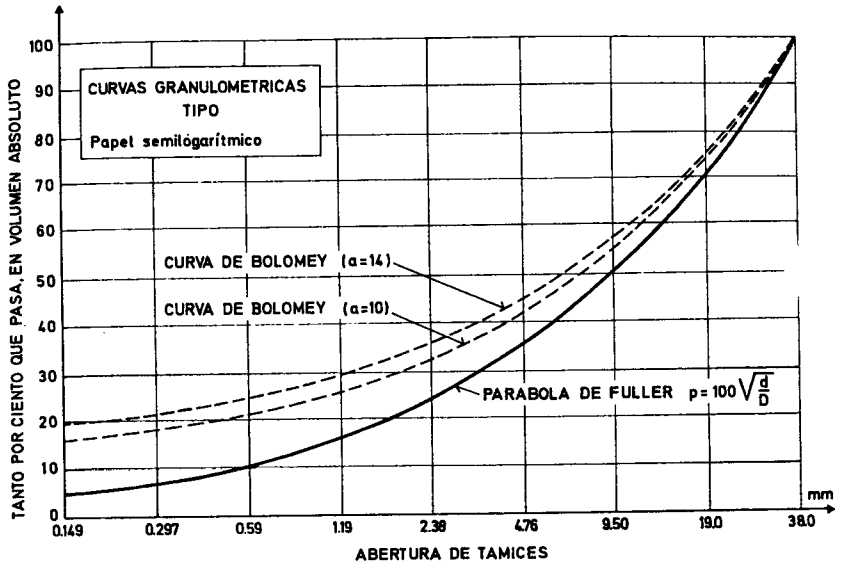


Figura 2.3 Parábola de Fuller y curva de Bolomey

TABLA 2.5
VALORES DE LA CONSTANTE *a*

Consistencia del hormigón	Valores de *a*	
	Áridos rodados	*Áridos machacados*
Seca y plástica	10	12
Blanda	11	13
Fluida	12	14

Según Abrams, Hummel y otros autores, no es necesario ceñirse exactamente a una curva granulométrica teórica (lo que a veces resulta costoso en la práctica), sino que basta con que el módulo granulométrico del árido sea el mismo que el de la curva teórica adoptada, a igualdad de consistencia. En la tabla 2.6 se incluyen los valores del módulo granulométrico de los áridos que siguen la parábola de Fuller, en función del tamaño máximo del árido.

TABLA 2.6
MÓDULO GRANULOMÉTRICO DE ÁRIDOS QUE SIGUEN LA PARÁBOLA DE FULLER

Tamaño máximo del árido en mm	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
Módulo granulométrico	5,21	5,45	5,64	5,82	6,00	6,16	6,29	6,40	6,51	6,60

Una vez elegido el módulo granulométrico teórico, es sencillo determinar las proporciones en que deben mezclarse los áridos, a partir de sus módulos granulométricos propios (véase apartado 3.3-2.° *b*).

A continuación se obtiene el módulo granulométrico correspondiente a la curva granulométrica dibujada en la figura 2.2.

Abertura mm	*% retenido en peso*	
	Parcial	*Acumulado*
76,000	0,0	0,0
38,000	0,0	0,0
19,000	28,4	28,4
9,500	28,4	56,8
4,760	6,3	63,1
2,380	3,7	66,8
1,190	9,3	76,1
0,590	14,8	90,9
0,297	7,6	98,5
0,149	1,5	100,0
Suma		580,6

Módulo granulométrico
$m = 5{,}81$

d) Dominios granulométricos

En los diagramas de la figura 2.4, tomados de la Norma DIN-1045, aparecen dibujadas curvas límites que determinan los dominios en donde pueden situarse las curvas granulométricas utilizables. Estos dominios, correspondientes a dos tamaños máximos del árido, se incluyen también en el Código Modelo CEB-FIP.

Para las granulometrías continuas, las curvas *A*, *B* y C delimitan los siguientes dominios:

Dominio	*Utilización*	*Características*
1	no convenientes	masas de difícil puesta en obra
3	las más convenientes	masas dóciles y trabajables; hormigones resistentes
4	todavía utilizables	hormigones poco resistentes, con retracción
5	no convenientes	exigen demasiada agua de amasado

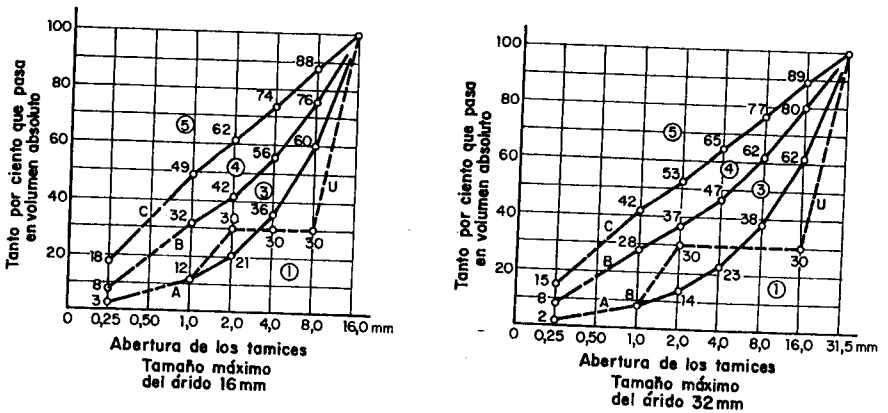


Figura 2.4 Dominios granulométricos, según DIN-1045

Para las granulometrías discontinuas, son convenientes las curvas granulométricas comprendidas entre la *U* y la *C*, exigiendo las masas tanta más agua cuanto más arriba se sitúen en el diagrama.

Por su parte, la Instrucción española prescribe que la curva granulométrica de la arena debe estar comprendida dentro del dominio granulométrico definido en la tabla 2.7.

TABLA 2.7
DOMINIO GRANULOMÉTRICO PARA EL ÁRIDO FINO, SEGÚN LA INSTRUCCIÓN ESPAÑOLA

Límites	*Material retenido acumulado, en % en peso, en los tamices*						
	4 mm	2 mm	1 mm	0,5 mm	0,25 mm	0,125 mm	0,063 mm
Superior	0	4	16	40	70	82	(*)
Inferior	20	38	60	82	94	100	100

(*) Este valor depende del tipo de árido y del ambiente. Es igual a 94 % para áridos tipo 3, a 90 % para áridos tipo 4 y a 85% para áridos tipo 5, según la clasificación establecida en la tabla 2.2.

2.3 Aditivos

1.° GENERALIDADES

Se llaman aditivos aquellos productos que se incorporan al hormigón fresco con objeto de mejorar alguna de sus características (facilitar su puesta en obra, regular su proceso de fraguado y endurecimiento, aumentar su durabilidad, etc.). Por su importancia creciente, han sido denominados *el cuarto componente del hormigón.*

Existen en el comercio multitud de aditivos que, con el nombre de aceleradores, retardadores, plastificantes, aireantes, impermeabilizantes, etc., ponen a disposición del técnico un medio útil para la confección de hormigones de las más variadas características. Su dosificación, en general inferior a un 5 por 100 del peso del cemento, requiere un cuidado especial, ya que, de no ser la conveniente, puede influir en el hormigón de forma indeseable, a veces opuesta a la que se quería conseguir con el aditivo. Se recomienda por ello emplear sólo aquellos productos garantizados que suministren casas especializadas de solvencia, debiendo seguirse escrupulosamente las indicaciones de uso correspondientes. Además, los fabricantes de aditivos están obligados a etiquetar correctamente estos productos, según Norma UNE 83275:89 EX.

La designación de los aditivos y su definición figura en la Norma UNE EN 934-2:98. Además de su acción principal o específica, los aditivos suelen ejercer otras acciones secundarias, favorables o desfavorables. Como tales acciones dependen fundamentalmente del resto de los componentes del hormigón y de las condiciones ambientales, conviene realizar en cada caso (y muy especialmente cuando se utilizan cementos diferentes al CEM I) ensayos previos de carácter comparativo, confeccionando amasadas de prueba con dosis de 0; 0,5; 1 y 3 veces la dosis media prevista de aditivo.

Debe tenerse en cuenta que los aditivos mejoran ciertas propiedades de aquellos hormigones que de por sí están bien dosificados y preparados, no teniendo sentido su empleo en hormigones de malos componentes o mal proyectados y confeccionados de origen. La idea de que los aditivos son la panacea universal que todo lo consigue debe desterrarse absolutamente.

A continuación se incluyen algunas precisiones sobre los aditivos más importantes. Aquellos que modifican el comportamiento reológico o el tiempo de fraguado del hormigón deben cumplir la Norma UNE F 934-2:98.

2.° ACELERADORES

Son productos que, añadidos al hormigón, adelantan el fraguado o el endurecimiento del mismo y, en general, ambos procesos a la vez.

Entre los aceleradores de fraguado clásicos está el carbonato sódico, cuya dosificación óptima (que suele oscilar entre el 2 y el 5 por 100 del peso del cemento) conviene determinar en cada caso, ya que en pequeñas proporciones actúa más bien como retardador.

Son aceleradores de endurecimiento: los cloruros (de calcio, de sodio, de aluminio, etc.) las bases alcalinas (sosa, potasa, amoníaco) y sus sales (carbonatos, silicatos, aluminatos, etc.). Debe recordarse también que *el calor es un acelerador* de fraguado y endurecimiento, así como la cantidad de agua de amasado, *cuya disminución acelera el fraguado* (ver tabla 2.8).

El empleo de aceleradores tiene por objeto, en general, reducir el tiempo de desmoldeo o desencofrado, lo que adquiere gran importancia en prefabricación. También se utilizan en el hormigonado en tiempo frío, para conseguir que el hormigón adquiera resistencias rápidamente y contrarrestar el efecto retardador de las bajas temperaturas.

Tradicionalmente, el producto más comúnmente empleado es el *cloruro cálcico* que, utilizado en dosis del orden del 1,5 al 2 por 100 del peso del cemento, es el acelerador más eficaz que se conoce, especialmente en tiempo frío. Normalmente no debe hormigonarse cuando se prevea que la temperatura en las 48 horas siguientes puede ser inferior a 0 °C (lo que puede suponerse si la temperatura a las 9 de la mañana –hora solar– es inferior a +4 °C). El empleo del cloruro cálcico en la dosis indicada permite hormigonar aunque se prevean temperaturas de –3 °C (es decir, de +1 °C a las 9 de la mañana).

Ahora bien, como la presencia de cloruros en el hormigón provoca a veces (y favorece siempre) fenómenos de corrosión en el acero, las modernas instrucciones prohiben su empleo en hormigón armado, admitiéndolo sólo para hormigones en masa.

TABLA 2.8

INFLUENCIA DE LA TEMPERATURA Y DE LA RELACIÓN A/C EN LOS TIEMPOS DE FRAGUADO, SEGÚN VENUAT

Valores obtenidos experimentalmente con un mortero normal de cemento portland P-400

Relación A/C	*0,45*		*0,50*		*0,55*	
Fraguado P: principio F: fin	P	F	P	F	P	F
5 °C	6 h 30 m	16 h 00 m	7 h 30 m	16 h 30 m	9 h 15 m	17 h 00 m
20 °C	3 h 00 m	6 h 00 m	3 h 30 m	6 h 30 m	4 h 00 m	7 h 00 m
40 °C	1 h 30 m	2 h 15 m	1 h 45 m	2 h 30 m	1 h 55 m	2 h 50 m
60 °C	1 h 20 m	1 h 55 m	1 h 30 m	2 h 10 m	1 h 40 m	2 h 30 m
80 °C	0 h 40 m	1 h 00 m	0 h 45 m	1 h 10 m	0 h 50 m	1 h 20 m
100 °C	0 h 25 m	0 h 50 m	0 h 30 m	0 h 55 m	0 h 40 m	1 h 00 m

3.° RETARDADORES

Los productos de partida empleados para retardar el fraguado del hormigón suelen ser sustancias orgánicas, principalmente lignosulfatos o hidratos de carbono. En general, las resistencias a compresión muy tempranas (1 a 3 días) suelen verse disminuidas, pero no así las de 28 o 90 días, que pueden incluso resultar más elevadas que las del hormigón sin aditivo.

Los retardadores son de utilidad en tiempo caluroso o cuando la distancia de transporte del hormigón fresco es grande. Suelen aumentar la retracción del hormigón y conviene realizar con ellos ensayos previos *en obra,* ya que su acción puede variar sensiblemente de unas a otras condiciones particulares, en especial con la dosis de cemento y la relación agua/cemento.

Debido a que el empleo de retardadores es delicado, hoy día se recomienda sustituirlos por fluidificantes que, al mismo tiempo que permiten reducir el agua de amasado, actúan también como retardadores del fraguado.

4.° PLASTIFICANTES Y FLUIDIFICANTES

Los plastificantes y fluidificantes son aditivos que aumentan la docilidad y trabajabilidad del hormigón. Esto permite emplear masas que de otra forma sería casi imposible colocar en obra, o bien reducir el agua de amasado de los hormigones en beneficio de su resistencia o de la dosificación del cemento.

Existen dos tipos de aditivos que aumentan la docilidad del hormigón: unos, llamados *plastificantes*, actúan mecánica y físicamente, permitiendo una cierta *retención de agua;* y otros, llamados *fluidificantes*, actúan mediante procesos físico-químicos, permitiendo una *reducción de agua* (en general, por modificación de la tensión superficial de la misma).

a) Plastificantes

Son productos a base de polvos muy finos, tales como la tierra de diatomeas, la bentonita, cales grasas o hidráulicas finas, cenizas volantes y puzolanas molidas que, añadidos al hormigón, completan la granulometría del cemento y facilitan el deslizamiento de los granos en el mortero, haciendo las mezclas más trabajables. Mejoran también la impermeabilidad del hormigón y, al ser químicamente inertes, alteran poco sus restantes propiedades. Pero los plastificantes exigen aumentar algo el agua de amasado, por lo que no permiten, en general, mejorar la resistencia y durabilidad del hormigón, salvo en el caso en que estos finos añadidos a la masa del hormigón fresco posean carácter puzolánico, como es el caso de las cenizas volantes.

En resumen puede decirse que su eficacia es grande cuando el hormigón está falto de finos o contiene áridos de bajo coeficiente de forma; y conviene añadir que una dosificación excesiva de estos aditivos puede disminuir las resistencias mecánicas del hormigón y aumentar perjudicialmente su retracción, debido al exceso de agua necesario.

El empleo conjunto de plastificantes y fluidificantes puede mejorar no sólo la docilidad de la masa sino también las resistencias del hormigón. Tal es el caso de los hormigones de alta resistencia, que se tratan en el capítulo 7.

b) Fluidificantes

Más importancia e interés presentan los *fluidificantes*, que son generalmente productos orgánicos de molécula larga, tensoactiva. Al poseer estas moléculas un extremo hidrófilo y otro hidrófobo, quedan adsorbidas y orientadas en la superficie de los granos, de lo que resulta un efecto lubricante y una defloculación o dispersión de los granos de cemento, que pueden ser así mojados con una cantidad de agua mínima.

Entre los productos de partida más empleados como fluidificantes se encuentran los jabones de resina y el lignosulfato sódico o cálcico (subproducto de la fabricación de pasta de papel).

Las características que confieren a los hormigones, mejorando sus propiedades tanto en fresco como endurecidos, son las siguientes:

- aumentan la plasticidad de las masas;
- a igualdad de docilidad, reducen la relación agua/cemento (de un 5 a un 15 por 100);
- a igualdad de relación agua/cemento, mejoran la docilidad;
- disminuyen la tendencia a la segregación durante el transporte;
- mejoran la adherencia del hormigón a las armaduras;
- mejoran la resistencia (de un 10 a un 20 por 100 en compresión a 28 días) al disminuir el agua necesaria y forzar la hidratación a fondo del cemento;
- aumentan la durabilidad y resistencia a la abrasión del hormigón.

Conviene tener en cuenta que los fluidificantes suelen retrasar ligeramente el fraguado y primer endurecimiento del hormigón, sobre todo si se emplean en dosis elevadas, por lo que deben tomarse precauciones y retrasar el desencofrado cuando se utilicen en tiempo frío.

Los fluidificantes no deben emplearse con hormigones blandos o fluidos sino, por el contrario, con los secos y secoplásticos, ya que su eficacia es tanto mayor cuanto menor es la relación agua/cemento. Están especialmente indicados para hormigones bombeados y preamasados, para piezas muy densamente armadas, para hormigones vistos y, en general, para cualquier obra en que se requiera un hormigón de calidad.

Salvo el caso en que se emplee para hormigón en masa, debe comprobarse previamente que el fluidificante en cuestión está exento de cloruros.

5.° SUPERFLUIDIFICANTES

Como se ha dicho anteriormente, el empleo de fluidificantes puede tener efectos secundarios sobre el hormigón, como el retraso en su fraguado y primer endurecimiento. Por otra parte, la reducción de agua conseguida con estos productos no supera el 15 por 100.

Por lo anterior, modernamente se están empleando los denominados *superfluidificantes* que son productos que no presentan para el hormigón los efectos secundarios anteriormente indicados y que permiten reducciones de agua de hasta un 30 por 100.

Existen dos grupos de superfluidificantes, los condensados de formaldehido (SMF y SNF) y los lignosulfonados modificados (SML). Los del segundo grupo son más económicos por ser subproductos de la industria del papel, pero los más empleados son los del primer grupo.

Los superfluidificantes tienen muchas y notables propiedades, de las que destacan dos: aumentan la docilidad de la masa de hormigón fresco sin variar la relación agua/cemento y, alternativamente, aumentan las resistencias del hormigón sin variar la docilidad de la masa.

Con el empleo de superfluidificantes se mejora notablemente la trabajabilidad de las masas, sin variar la dosis de agua ni la relación agua/cemento, consiguiéndose aumentos del asiento en cono de Abrams de cinco a veinte centímetros. El hormigón mantiene su cohesión sin presentar exudación, segregación ni pérdida de sus resistencias.

Estas características resultan muy útiles para el hormigonado de piezas de geometría complicada o con gran concentración de armaduras, así como para bombear hormigón y en prefabricación. Además, los superfluidificantes permiten una puesta en obra rápida y económica, al no ser necesario, en general, vibrar la masa del hormigón, dada la gran fluidez de la misma.

Debe tenerse en cuenta que los superfluidificantes pierden eficacia rápidamente, por lo que las masas deben colocarse antes de transcurridos de treinta a sesenta minutos de haber añadido el aditivo, dependiendo ese lapso de tiempo del tipo de cemento, de los áridos y de la dosificación. Esta pérdida de eficacia es mayor en hormigones de bajo contenido en cemento y con temperaturas superiores a 30 °C.

Por otra parte, con el empleo de superfluidificantes pueden aumentarse las resistencias del hormigón sin variar la docilidad de las masas. El agua de amasado puede reducirse entre un 20 y un 30 por 100, llegándose a relaciones agua/cemento muy bajas con asientos en cono de Abrams de unos 10 centímetros y muy altas resistencias, tanto a 28 días como a primeras edades.

El aumento de resistencia que puede conseguirse con el empleo de superfluidificantes tiene muchas aplicaciones: para hormigones de alta resistencia, en prefabricación, para reparación de pavimentos, en puentes, obras marítimas, etc. Por otra parte, el uso de estos aditivos permite reducir la dosis de cemento, lo que puede resultar de gran interés cuando sea necesario disminuir el calor de fraguado y la retracción del hormigón.

6.° AIREANTES

Los aireantes ocluyen en la masa del hormigón infinidad de burbujas de aire, de 20 a 200 micras de diámetro, uniformemente repartidas y siguiendo una curva granulométrica continua que se solapa con la del cemento y finos de la arena, las cuales interceptan la red capilar del hormigón endurecido, mejorando así su resistencia a las heladas y a los agentes agresivos.

Los productos de partida empleados como aireantes son análogos a los citados para plastificantes reductores de agua, es decir, sustancias orgánicas del tipo resinas o aceites sulfonados que, al ser batidos con el hormigón fresco en dosis convenientes, incorporan a su masa un volumen de aire comprendido entre el 3 y el 6 por 100.

Las ventajas de los hormigones con aire ocluido son las siguientes:

a) Son más dóciles y trabajables, debido a la acción lubricante de las burbujas de aire. Esta propiedad tiene una notable aplicación en los hormigones de mala docilidad, como ocurre con los de áridos procedentes de machaqueo, los pobres en arena y los hormigones secos.

En los hormigones ordinarios, el aireante permite reducir los áridos finos en un volumen igual al del aire incorporado, y disminuir el agua de amasado.

b) Son más homogéneos, presentando mayor estabilidad durante el transporte, con menor tendencia a la segregación.

c) Presentan mejor aspecto al ser desencofrados (menor número de coqueras y poros).

d) Los hormigones aireados son más impermeables y menos absorbentes por capilaridad, debido al efecto de las burbujas de aire interceptando los capilares.

e) Poseen una gran resistencia a las heladas, al actuar las burbujas como cámaras de expansión cuando se hiela el agua contenida en los capilares. Este efecto de mayor durabilidad se ilustra en la figura 2.5.

f) Tienen mayor resistencia a las aguas agresivas, como consecuencia de su menor permeabilidad y absorción capilar.

Frente a estas ventajas, los hormigones con aire ocluido presentan, en general, menores resistencias mecánicas, como muestra la figura 2.6. En cuanto al valor de la retracción, resulta muy poco modificado.

El contenido en aire ocluido debe ser objeto de control regular en obra, haciendo la toma de muestras después del transporte para tener en cuenta las pérdidas por este efecto. La medida del volumen de aire ocluido se efectúa mediante un aparato sencillo, que se describe en las Normas ISO 4848, ASTM C-231 y UNE 85.259, teniendo también interés en casos específicos la observación y recuento al microscopio de las burbujas de aire (Norma ASTM C-457).

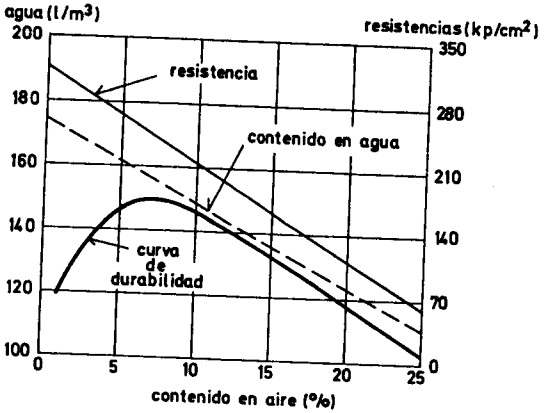


Figura 2.5 Variación de la durabilidad (resistencia a la helada) en función del contenido en aire ocluido, según Venuat

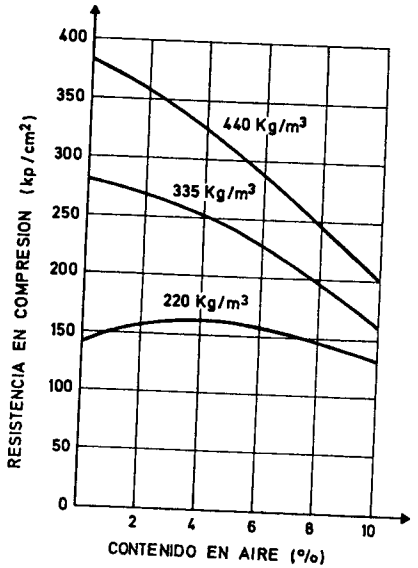


Figura 2.6 Influencia del contenido en aire ocluido sobre la resistencia a compresión de un hormigón 0/25 mm, asiento en cono de 8-10 cm y distintos contenidos de cemento, según Gaynor

Conviene reducir el contenido de aire ocluido a medida que aumenta el tamaño máximo del árido, como se indica en la figura 2.7.

Además de las aplicaciones ya citadas, los aireantes se emplean con ventaja en hormigones de áridos ligeros (escorias, arcillas expandidas, pómez, perlita, etc.). en hormigones preamasados y, de una forma específica, en hormigones para pavimentos (carreteras y aeropuertos).

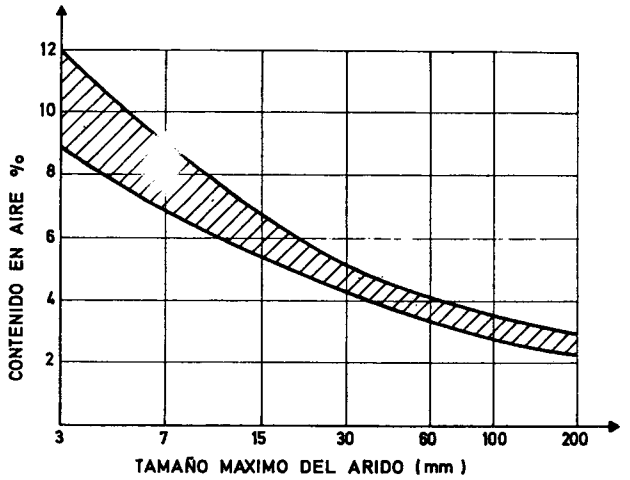


Figura 2.7 Contenido en aire ocluido, recomendado por Hess, según el tamaño máximo del árido

7.° PLASTIFICANTES-AIREANTES

De forma general puede decirse que todo plastificante reductor de agua es en alguna medida aireante, siendo también cierta la recíproca. No obstante, existen productos comerciales que específicamente poseen un carácter mixto, reuniendo las ventajas de ambos tipos de aditivos.

Con el empleo de plastificantes-aireantes garantizados por casas de experiencia, pueden obtenerse hormigones más trabajables y de mayor resistencia mecánica y química que los hormigones ordinarios, lo que tiene gran importancia en la técnica del hormigón armado.

8.° IMPERMEABILIZANTES

El agua puede penetrar en el hormigón sea por presión (depósitos, conducciones, etc.), sea por capilaridad (contacto con medio húmedo). Cuando un hormigón ha sido correctamente dosificado, confeccionado y colocado, resulta en general impermeable por sí mismo, tanto más cuanto menor sea su red capilar, es decir, cuanto mayor sea su compacidad.

La red capilar se forma por evaporación del agua de amasado en exceso sobre la estrictamente necesaria para hidratar el cemento. Este exceso es siempre necesario para poder manejar y colocar el hormigón, debiendo ser, como es obvio, lo menor posible. La red capilar será tanto más importante cuanto:

- menos finamente molido esté el cemento;
- mayor sea la relación agua/cemento;
- peor sea la composición granulométrica del hormigón;
- más corto sea el curado.

Habida cuenta de lo anterior, pueden emplearse impermeabilizantes de masa que, al cerrar los poros y capilares, mejoran la compacidad del conjunto. Pero es evidente que su efecto será nulo si tales poros y capilares no son relativamente pequeños, es decir, si el hormigón está mal dosificado o ejecutado. *No se puede impermeabilizar un hormigón malo.*

44672

En la figura 2.8 puede apreciarse la correlación existente entre la permeabilidad del hormigón y la relación agua/cemento, de la que se deduce que cuando se quieran conseguir hormigones impermeables, será necesario emplear una relación agua/cemento lo más baja posible.

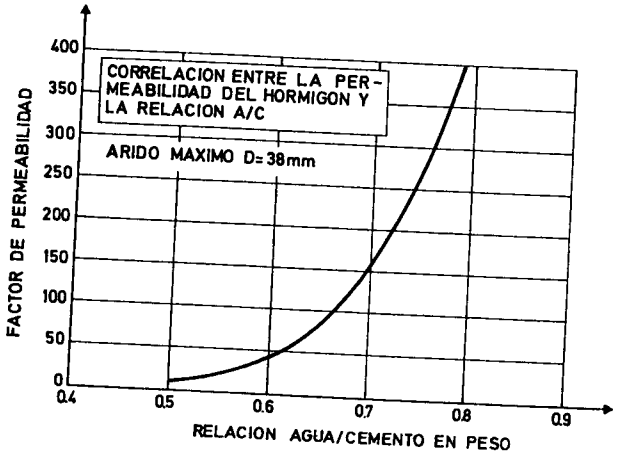


Figura 2.8 Influencia de la relación A/C en la permeabilidad

Entre los productos de partida utilizados como impermeabilizantes de masa pueden mencionarse *las materias finas* (kieselguhr, bentonitas, caliza o puzolana molida, etc.), *las sales de ácidos grasos* (estearatos, oleatos, etc.) y los *plastificantes en general.* Los impermeabilizantes aumentan, por regla general, la retracción y pueden disminuir las resistencias si poseen efecto aireante.

Aparte de los impermeabilizantes de masa o hidrófugos, existen *impermeabilizantes de superficie,* que se aplican sobre la superficie del hormigón endurecido y actúan tan sólo sobre un pequeño espesor del mismo. De ellos existen en el comercio una extensa gama (resinas, siliconas, aceites y jabones, etc.) de gran número de aplicaciones.

9.° OTROS ADITIVOS

Se ha tratado hasta aquí de los aditivos más comúnmente empleados, pero existen multitud de otros productos, de acción simple o múltiple, con los que pueden conseguirse los más variados efectos. Cabe mencionar, entre ellos, *los expansivos o compensadores de retracción; los gasificantes; los endurecedores de superficie; los colorantes; los inhibidores de corrosión; los insecticidas; los fungicidas y similares;* etc.

La técnica de aditivos se encuentra en continua evolución y mejora, no siendo arriesgado suponer un próspero futuro a este tipo de productos.

2.4 Adiciones

Como vimos en el apartado 1.1, las adiciones empleadas en la fabricación de cementos comunes pueden ser escorias de horno alto, humo de sílice, puzolanas naturales, cenizas volantes y caliza. Por consiguiente y a primera vista, cualquiera de esos componentes puede utilizarse como adición al hormigón. Pero el caso no es el mismo, ya que, por una parte, en la fabricación de cemento se consigue una mezcla íntima entre el clinker y la adición, lo que no sucede en la del hormigón; y por otra, así como la industria del cemento utiliza tecnologías muy depuradas y control exhaustivo de todas las materias primas, la del hormigón se efectúa con tecnologías más sencillas y controles, en general, menos rigurosos. Téngase en cuenta que las adiciones más utilizadas son las que proceden de residuos industriales (escorias, cenizas, humo de sílice), por lo que la regularidad de sus características es más que dudosa, lo que obliga a severos controles de recepción.

Por otra parte, no todas las adiciones están normalizadas, por lo que en muchos casos su aptitud tiene carácter aleatorio.

Por lo dicho, el empleo de adiciones al hormigón entraña ciertos riesgos, como se ha hecho patente en la realidad de diversas obras. No es de extrañar por ello que las normas de los diversos países restrinjan al máximo el empleo de estos productos. A título de ejemplo, tanto la prenorma europea prEN206:1997 como la Instrucción española admiten tan sólo las cenizas volantes y el humo de sílice (cuya definición vimos en el apartado 1.1) como adiciones al hormigón armado, prohibiendo las cenizas en el caso del hormigón pretensado.

El empleo de adiciones según la normativa española está sujeto a las siguientes limitaciones:

- Sólo pueden emplearse cuando se utilice cemento del tipo CEM I, es decir, cemento sin adiciones.
- Las cenizas volantes deberán cumplir las prescripciones de la Norma UNE EN 450:95. En cuanto al humo de sílice, se limita inferiormente su índice de actividad al 100 % y su contenido en SiO_2 al 85 %; y se limita superiormente su contenido en cloruros al 0,10 % y su pérdida al fuego al 5 %. Todo ello según los métodos de ensayo descritos en las Normas UNE EN 196-1:96, EN 196-2:96 y EN 196-21:97, respectivamente.
- En obras de edificación la cantidad máxima de cenizas no debe superar el 35 % del peso del cemento, y la de humo de sílice no debe superar el 10 %.
- Los contenidos en cemento en cualquier tipo de obras no deben ser inferiores a 200, 250 o 275 kg/m^3 según se trate de hormigón en masa, armado o pretensado, respectivamente.

3. Dosificación del hormigón

3.1 Consideraciones generales

La dosificación de un hormigón tiene por objeto determinar las proporciones en que hay que mezclar los distintos componentes del mismo para obtener masas y hormigones que reúnan las características y propiedades exigidas en el proyecto.

Ya se comprende que el problema de la dosificación es complejo por depender de muchos factores, unos ligados a las propiedades exigidas al hormigón, otros a las características de los materiales disponibles y otros, por último, a los medios de fabricación, transporte y colocación. Podría decirse que el proceso de dosificación es tanto un arte como una técnica.

Existen muchos métodos y reglas para dosificar teóricamente un hormigón, pero todos deben considerarse orientativos. Por ello, las proporciones definitivas de los componentes deben establecerse mediante ensayos de laboratorio, introduciendo después las correcciones que resulten necesarias o convenientes. Actualmente y debido al gran desarrollo que ha experimentado en todos los países la industria del hormigón preparado, la mayor parte de los hormigones utilizados en edificación se dosifican y elaboran en central bajo condiciones bien controladas, con lo que se ha dado un gran paso para disponer de hormigones con las características y propiedades necesarias, amén de contar con la garantía correspondiente de la casa suministradora.

El punto de partida para establecer la dosificación puede ser, o bien la resistencia mecánica, o bien la dosificación de cemento por metro cúbico de hormigón compactado, habida cuenta de la durabilidad en ambos casos. A continuación se indica la marcha a seguir para la dosificación por resistencia, en función de las condiciones ambientales a las que vaya a estar sometida la obra.

3.2 Resistencia del hormigón y relación agua/cemento

Tanto las resistencias mecánicas como la durabilidad del hormigón dependen de muchos factores: tipo, clase y cantidad de cemento, características, granulometría y tamaño máximo del árido, vertido, compactación y curado del hormigón y, sobre todo, de la relación agua/cemento de la masa.

1.° RESISTENCIA DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN

A pesar de que la relación agua/cemento es el factor que más influye en la resistencia del hormigón, no pueden darse valores fijos que relacionen ambas magnitudes por depender, además, de otros muchos factores. En la tabla 3.1 se incluyen unos valores orientativos de la relación agua/cemento, que no deben superarse, en función de la resistencia del hormigón, del tipo de árido y de la clase de cemento, para unas condiciones de ejecución suficientemente buenas.

TABLA 3.1

VALORES ORIENTATIVOS MÁXIMOS DE LA RELACIÓN AGUA/CEMENTO EN FUNCIÓN DE LA RESISTENCIA DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN A 28 DÍAS

Resistencia del hormigón (N/mm²)		*Áridos rodados (*)*		*Áridos machacados (*)*	
característica f_{ck}	media f_{cm}	CEM-I/32,5	CEM-I/42-5	CEM-I/32,5	CEM-I/42,5
20	28	0,55	0,60	0,65	–
25	33	0,50	0,55	0,60	0,65
30	39	0,45	0,50	0,55	0,60
35	44	0,40	0,45	0,50	0,55
40	50	–	0,40	0,45	0,50

(*) Hormigones sin aditivos

La relación agua/cemento debe ser tan baja como sea posible, pero teniendo en cuenta que debe permitir una adecuada trabajabilidad y compactación del hormigón y que debe evitarse, además, el fenómeno de segregación de los áridos gruesos. A veces, para conseguir estas características, es necesario utilizar mayor cantidad de cemento de la estrictamente necesaria, o emplear aditivos adecuados.

Conviene recordar que la resistencia característica, f_{ck}, que se consigue en obra es obviamente menor que la resistencia media, f_{cm}, obtenida en los ensayos de laboratorio (véase apartado 5.5). En la tabla 3.2 se dan unos valores, meramente indicativos, de la relación entre ambas resistencias, según el Código Modelo CEB-FIP-90 y según el Código ACI-316-84, para unas condiciones de ejecución suficientemente buenas.

TABLA 3.2

VALORES ORIENTATIVOS DE LA RESISTENCIA MEDIA EN FUNCIÓN DE LA RESISTENCIA CARACTERÍSTICA

Código	*Valor de f_{ck} que se desea en N/mm² (MPa)*	*Valor necesario de f_{cm} en N/mm² (MPa)*
Código Modelo	$f_{ck} \leq 50$	$f_{cm} = f_{ck} + 8{,}0$
Código ACI	$f_{ck} < 20$ $20 \leq f_{ck} \leq 35$ $f_{ck} > 35$	$f_{cm} = f_{ck} + 7{,}0$ $f_{cm} = f_{ck} + 8{,}5$ $f_{cm} = f_{ck} + 10{,}0$

2.° DURABILIDAD DEL HORMIGÓN

Aunque la *durabilidad del hormigón* es tanto mayor cuanto mayor es su resistencia, la resistencia a compresión, por sí sola, no puede considerarse como una medida de la durabilidad, ya que ésta depende de otros muchos factores y, en particular, de las propiedades de las capas exteriores de recubrimiento de la pieza de hormigón.

La durabilidad del hormigón, que se estudia con detalle más adelante (ver apartados 5.7, 9.8 y 11.9), está ligada a su compacidad, o dicho de otra manera, a su impermeabilidad. Pero los ensayos de impermeabilidad existentes hoy día no son unánimemente aceptados por los distintos laboratorios y especialistas, ni existen especificaciones para clasificar los hormigones en función del ambiente al que vaya a estar sometida la obra.

Por estas razones, el Código Modelo CEB-FIP, la Norma europea ENV-206 y la Instrucción española, recomiendan limitar la relación agua/cemento y el contenido en cemento a los valores indicados en la tabla 3.3, con objeto de proteger al hormigón frente a las acciones físicas y al ataque químico, así como para evitar la corrosión de las armaduras (apartado 9.8).

TABLA 3.3

MÁXIMA RELACIÓN AGUA/CEMENTO Y MÍNIMO CONTENIDO DE CEMENTO EN kg/m^3, EN FUNCIÓN DE LAS CONDICIONES AMBIENTALES

Condiciones ambientales de la estructura		*Máxima relación agua/cemento*	*Contenido mínimo de cemento*	
			H. en masa	*H. armado*
I – Interior de edificios – Exterior con baja humedad	I	0,65	200	250
II – Interior de edificios con humedad alta – Exteriores normales – Elementos en contacto con aguas normales – Elementos en contacto con terrenos ordinarios	II sin heladas	0,60	200	275
	II-h con heladas	0,55	200	300
	II-*f* con heladas y fundentes (1)	0,50	200	300
III – Elementos en atmósfera industrial agresiva – Elementos en atmósfera marina – Elementos en contacto con aguas salinas o ligeramente ácidas	III sin heladas	0,55	200	300
	III-h con heladas	0,50	200	300
	III-*f* con heladas y fundentes (1)	0,50	200	325
IV – Ambientes con contenido de sustancias químicas capaces de provocar alteraciones del hormigón con velocidad...	IV-a ... lenta	0,50	225	325
	IV-b ... media	0,50	250	350
	IV-c ... alta	0,45	250	350

(1) Con fundentes (sales de deshielo), el hormigón debe contener un mínimo de 4,5% de aire ocluido

No obstante lo indicado anteriormente, las mencionadas normas preconizan también, para los hormigones sometidos a los ambientes III y IV, que debe comprobarse la impermeabilidad del hormigón mediante el ensayo de penetración de agua (Normas UNE 83.309 e ISO 9690). El hormigón puede considerarse suficientemente impermeable si la profundidad media de penetración no supera los 30 mm, y la profundidad máxima, los 50 mm.

3.3 Características y composición del árido

En el capítulo 2 de esta obra se ha efectuado un estudio de las características y composición de los áridos que deben emplearse en hormigón armado. Como complemento de lo indicado, a continuación se estudian los factores que han de considerarse en la dosificación del hormigón, es decir, tipo y procedencia del árido (ya tratados ampliamente en el apartado 2.2), tamaño máximo del mismo, coeficiente de forma del árido grueso, granulometría del árido fino y, por último, composición granulométrica del árido total.

1.° TAMAÑO MÁXIMO DEL ÁRIDO Y COEFICIENTE DE FORMA

a) Cuanto mayor sea el tamaño del árido, menos agua se necesitará para conseguir la consistencia deseada, ya que la superficie específica de los áridos (superficie que hay que mojar) será más pequeña. Como consecuencia, podrá reducirse la cantidad de cemento, resultando más económico el hormigón para la misma resistencia.

Conviene, por lo tanto, emplear el mayor tamaño posible de árido, siempre que sea compatible con las exigencias de puesta en obra. Éstas imponen que el tamaño máximo del árido (cuya definición precisa figura en el apartado 2.2-4.°) no exceda del menor de los dos límites siguientes, según la Instrucción española:

1.° *La cuarta parte de la anchura, espesor o dimensión mínima de la pieza entre encofrados; o la tercera parte si se encofra por una sola cara o se trata de elementos prefabricados en taller; o los dos quintos en el caso de losas superiores de forjados.*

2.° *Los cuatro quintos de la distancia horizontal libre entre barras que no formen grupo o entre éstas y el encofrado, en el caso de barras horizontales o inclinadas a menos de 45° respecto a la horizontal; o los cinco cuartos, en el caso de barras verticales o inclinadas a más de 45° respecto a la horizontal.*

Por otra parte, tamaños superiores a 40 mm no siempre conducen a mejoras de resistencia, porque con áridos muy gruesos disminuye en exceso la superficie adherente y se crean discontinuidades importantes dentro de la masa, especialmente si ésta es rica en cemento.

En la tabla 3.4 se indican los valores del tamaño máximo del árido que pueden recomendarse para los distintos tipos de obras.

TABLA 3.4

VALORES RECOMENDADOS PARA EL TAMAÑO MÁXIMO DEL ÁRIDO

Dimensión mínima de la sección del elemento	*Tipo de elemento y tamaño máximo del árido*			
	Vigas, pilares y muros armados	*Muros sin armar*	*Losas muy armadas*	*Losas poco armadas o sin armar*
De 5 a 10 cm	De 10 a 20 mm	20 mm	De 15 a 25 mm	De 20 a 40 mm
De 15 a 30 cm	De 20 a 40 mm	40 mm	40 mm	De 40 a 80 mm
De 40 a 80 cm	De 40 a 80 mm	80 mm	De 40 a 80 mm	80 mm
Más de 80 cm	De 40 a 80 mm	160 mm	De 40 a 80 mm	De 80 a 160 mm

b) Se llama *coeficiente de forma del árido grueso* a la relación entre el volumen de *n* granos de dicho árido, y el correspondiente a *n* esferas cuyos diámetros sean las mayores dimensiones de cada uno de los granos (Norma UNE 7.238).

Los áridos que presentan formas laminares o aciculares (lajas y agujas) son inadecuados para la obtención de hormigones con buenas resistencias y, además, necesitan cantidades exce-

sivas de cemento. La Instrucción española preconiza que el coeficiente de forma no debe ser inferior a 0,20.

Para hormigones de buena calidad, el coeficiente de forma puede ser tan importante o más que la composición granulométrica del árido total. Por ello, algunos autores precisan más y consideran, como valor mínimo del coeficiente de forma, 0,25 para áridos de tamaños 12,5 a 25 mm y, por el contrario, admiten hasta 0,15 para tamaños de 25 a 50 mm.

2.° COMPOSICIÓN GRANULOMÉTRICA DE LOS ÁRIDOS

Es de aplicación cuanto se dice en el capítulo 2, apartado 2.2-4.°, sobre granulometría los áridos.

Recuérdese que, cuanto mayor sea la *compacidad* del árido, menor será su volumen de huecos y, por tanto, será menor la cantidad de pasta de cemento necesaria para rellenarlos. Las granulometrías de compacidad elevada se consiguen con mezclas pobres en arena y que requieren poca cantidad de agua de amasado, pero estas mezclas dan lugar a masas poco trabajables. Si se dispone de medios adecuados para su correcta puesta en obra y compactación, pueden obtenerse hormigones muy resistentes, de mucha durabilidad y poca retracción.

Por el contrario, para que la masa de hormigón sea trabajable y no se disgregue durante su colocación, *debe tener un contenido óptimo de granos finos*, con lo que disminuirá la compacidad del árido y será necesario emplear mayor cantidad de agua y cemento. En cada caso, habrá que adoptar una solución de compromiso que satisfaga a ambos aspectos: la compacidad del árido y el contenido óptimo de finos.[1]

a) De acuerdo con la Instrucción española, la curva granulométrica del árido fino debe estar comprendida entre los límites indicados en la tabla 2.7, como ya vimos.

b) Como ha sido indicado anteriormente, no puede recomendarse una *curva granulométrica única del árido total*. En el apartado 2.2-4.° han sido estudiadas las curvas de Fuller y Bolomey, así como el método del *módulo granulométrico de Abrams*, cada uno de los cuales tiene su campo de aplicación.

En general, unos métodos se refieren al caso de *granulometría continua*, en el que se encuentran representados todos los tamaños de granos; y otros al caso de *granulometría discontinua*, en el que faltan algunos elementos intermedios, por lo que la curva granulométrica presenta un escalón horizontal. Ambos tipos de hormigón tienen sus partidarios y sus detractores, pudiendo decirse como idea básica que el primero es más trabajable y menos expuesto a segregación que el segundo, si bien con éste se pueden conseguir mayores resistencias cuando se estudia y fabrica cuidadosamente.

En hormigón armado, con áridos rodados cuyo tamaño máximo sea de 30 a 70 milímetros, el empleo de la parábola de Fuller (apartado 2.2-4.°) da buenos resultados, siempre que no existan secciones fuertemente armadas. Cuando se emplean áridos de machaqueo o en secciones muy armadas, puede emplearse el mismo método con algunas correcciones finales, en el sentido de aumentar algo el árido fino a costa del grueso.

[1] Un caso aparte son los hormigones de alta resistencia (ver capítulo 7), en los que parte de los finos se sustituyen por cenizas volantes y microsílice (5 a 10 % del peso del cemento), los cuales suelen tener elevadas dosis de cemento de alta resistencia (400 a 500 kg/m³ de CEM-I/52,5). Con el empleo, además, de superfluidificantes pueden adoptarse relaciones agua/cemento muy bajas (hasta 0,30).

Como se dijo en el apartado 2.2, no es necesario ceñirse exactamente a las curvas teóricas de Fuller o Bolomey, bastando con que el módulo granulométrico de la curva compuesta sea el mismo que el de la teórica. Esto es válido también, según Hummel y Abrams, para el caso de granulometría discontinua.

Recordemos que el *módulo granulométrico* es el área limitada por la curva, el eje de ordenadas y la paralela al eje de abscisas por el punto 100 por 100, en papel semilogarítmico.

El módulo granulométrico correspondiente a la parábola de Fuller figura en la tabla 2.6 (que se incluye de nuevo aquí), en función del tamaño máximo del árido. De una forma más ajustada y considerando, además, la variable contenido en cemento, pueden utilizarse los valores del módulo granulométrico recomendados por Abrams, los cuales figuran en la tabla 3.5.

TABLA 2.6

MÓDULO GRANULOMÉTRICO DE ÁRIDOS QUE SIGUEN LA PARÁBOLA DE FULLER

Tamaño máximo del árido en mm	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
Módulo granulométrico	5,21	5,45	5,64	5,82	6,00	6,16	6,29	6,40	6,51	6,60

TABLA 3.5

VALORES ÓPTIMOS DEL MÓDULO GRANULOMÉTRICO SEGÚN ABRAMS PARA HORMIGONES ORDINARIOS

Contenido en cemento (kg/m³)	*Tamaño máximo del árido (mm)*						
	10	15	20	25	30	40	60
275	4,05	4,45	4,85	5,25	5,60	5,80	6,00
300	4,20	4,60	5,00	5,40	5,65	5,85	6,20
350	4,30	4,70	5,10	5,50	5,73	5,88	6,30
400	4,40	4,80	5,20	5,60	5,80	5,90	6,40

Una vez elegido el módulo granulométrico teórico con el que se desea trabajar, es sencillo determinar las proporciones en que deben mezclarse los áridos, a partir de sus módulos granulométricos propios. Si, como ocurre corrientemente, se dispone de arena y grava cuyos módulos granulométricos son m_a y m_g, siendo m el teórico elegido, se deducen los porcentajes x e y, en peso, en que deben mezclarse la arena y la grava, resolviendo las ecuaciones:

$$m_a \cdot \frac{x}{100} + m_g \cdot \frac{y}{100} = m$$

$$x + y = 100$$

El módulo granulométrico del árido compuesto puede relacionarse con la resistencia del hormigón, expresada en términos relativos. En condiciones medias y a título orientativo, la figura 3.1 presenta dicha relación.

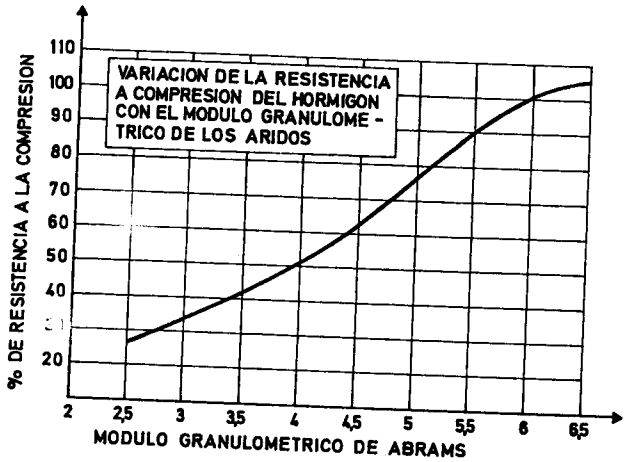


Figura 3.1 Relación entre el módulo granulométrico y la resistencia del hormigón

Por último, son de mucho interés práctico los *dominios granulométricos* indicados en el apartado 2.2-4.°*d*, tomados de la Norma DIN 1045 y del Código Modelo CEB-FIP, válidos tanto para granulometrías continuas como discontinuas. En los diagramas se indican las características de las masas correspondientes a las curvas granulométricas que caen dentro de cada dominio.

3.4 Consistencia del hormigón y cantidades de agua y cemento

En función del tipo de elemento y sus características (tamaño de la sección, distancia entre barras, etc.) y teniendo en cuenta la forma de compactación prevista, se fija la consistencia que ha de tener el hormigón. A tal efecto, pueden ser útiles las indicaciones de la tabla 3.6.

TABLA 3.6
CONSISTENCIAS Y FORMAS DE COMPACTACIÓN
(HORMIGÓN SIN ADITIVOS)

Consistencias	*Asiento en cono de Abrams (cm)*	*Forma de compactación*
Seca	0 a 2	Vibrado enérgico en taller
Plástica	3 a 5	Vibrado enérgico en obra
Blanda	6 a 9	Vibrado o apisonado
Fluida	10 a 15	Picado con barra
Líquida	≥ 16	(No apta para elementos resistentes)

Conviene, además, tener en cuenta las dos observaciones siguientes:

1.ª La consistencia a pie de tajo de colocación puede ser bastante diferente de la de salida de hormigonera, especialmente si el transporte interior es apreciable y las condiciones ambientales son rigurosas.

2.ª Si la densidad de armaduras es grande, resultan muy preferibles las masas de mayor asiento bien compactadas, ya que las de menor asiento provocan el riesgo de coqueras.

Fijada la consistencia, se determina la cantidad de agua por metro cúbico de hormigón, según los valores de la tabla 3.7.

TABLA 3.7
LITROS DE AGUA POR METRO CÚBICO*

Consistencia del hormigón	*Asiento en cono de Abrams (cm)*	*Áridos rodados*			*Piedra partida y arena de machaqueo*		
		80 mm	40 mm	20 mm	80 mm	40 mm	20 mm
Seca	0-2	135	155	175	155	175	195
Plástica	3-5	150	170	190	170	190	210
Blanda	6-9	165	185	205	185	205	225
Fluida	10-15	180	200	220	200	220	240

* Hormigones sin aditivos

Es interesante tener en cuenta, al fijar la cantidad de agua, la influencia, en términos relativos, que ésta tiene en la resistencia del hormigón. En condiciones medias y a título de orientación, puede servir la relación establecida por Abrams, que se muestra en la figura 3.2.

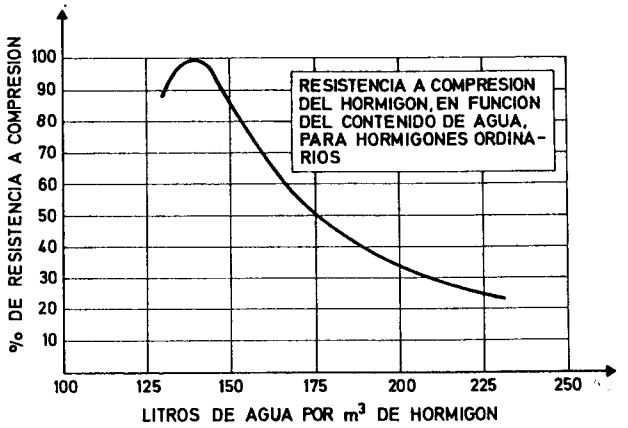


Figura 3.2 Influencia de la cantidad de agua en la resistencia del hormigón

Una vez fijada la cantidad de agua, y conocida la relación agua/cemento según el apartado 3.2, se determina la cantidad de cemento por metro cúbico de hormigón. Dicho contenido no debe ser inferior a los valores indicados en la tabla 3.3, de acuerdo con las condiciones ambientales a que vaya a estar sometida la estructura, ni superior a 400 kg salvo casos especiales. Esta última limitación es orientativa y tiene por objeto evitar valores altos del calor de fraguado y la retracción en las primeras edades, factores que dependen de la temperatura ambiente, clase y finura del cemento, proceso de curado, etc.

3.5 Proporciones de la mezcla

A la hora de determinar las cantidades necesarias de los distintos materiales para obtener un metro cúbico de hormigón, hay que tener en cuenta la contracción que experimenta el hormigón fresco, que puede evaluarse en un 2,5 por 100. Ello se debe a que el agua se evapora en una parte; en otra parte es absorbida por el árido; y el resto, en fin, forma con el cemento una pasta que retrae apreciablemente antes de fraguar

Por tanto, la suma de los volúmenes de los c. intos materiales debe ser 1.025 litros, para obtener un metro cúbico de hormigón:

$$A+\frac{C}{p}+\frac{G_1}{p_1}+\frac{G_2}{p_2}=1.025$$

en donde A es la cantidad de agua en litros por metro cúbico de hormigón; C, G_1 y G_2, respectivamente, las cantidades de cemento, arena y grava en kg/m^3, y p, p_1 y p_2, sus masas específicas (densidades reales), en kg/dm^3.

Las masas específicas deben determinarse directamente. A falta de estos datos pueden adoptarse los valores $p = 3{,}1$; $p_1 = p_2 = 2{,}65$ kg/dm^3.

La relación entre G_1 y G_2 se determina a partir de la curva granulométrica adoptada para el árido total, o bien, mediante el método del módulo granulométrico. En la tabla 3.8 se dan unos valores orientativos de la relación G_2/G_1, para distintos tipos de áridos y consistencias, que pueden ser de utilidad, bien para tanteos, o bien para dosificar hormigones de escasa importancia.

TABLA 3.8
VALORES DE LA RELACIÓN GRAVA/ARENA G_2/G_1

	G_2 y G_1 rodadas	*G_2 machacada y G_1 rodada*	*G_2 y G_1 machacadas*
Hormigón muy plástico, rico en mortero	1,5 a 1,7	1,4 a 1,6	1,3 a 1,5
Hormigón normal	1,8 a 2,0	1,7 a 1,9	1,6 a 1,8
Hormigón compacto, más bien seco	2,0 a 2,2	1,9 a 2,1	1,8 a 2,0

En todo lo dicho se ha supuesto que los áridos están secos. Si no es así, hay que determinar su contenido de agua y restar el que corresponda a los pesos G_1 y G_2 de la cantidad A de agua que se vierte directamente en la hormigonera. Este efecto, que puede ser muy importante en el caso de la arena, invalida prácticamente los métodos de dosificación por volumen, con los que pueden cometerse errores apreciables debido, además, a la incertidumbre respecto al grado de compacidad del material, a los defectos de enrasado, etc.

Finalmente, en la tabla 3.9 se dan unos valores estimativos de la masa específica del hormigón fresco, en función del tamaño máximo del árido, que pueden ser muy útiles para valorar las proporciones de las mezclas. Estos valores, tomados de Kumar Mehta y Monteiro (1994), corresponden a hormigones normales con 325 kg de cemento, de consistencia plástica-blanda y áridos de 2.700 kg/m^3 de masa específica.

TABLA 3.9
MASA ESPECÍFICA DEL HORMIGÓN FRESCO

Tamaño máximo del árido en mm	*Estimación de la masa específica del hormigón fresco kg/m^3*	
	Hormigón sin aire incorporado	*Hormigón sin aire incorporado*
10	2.278	.189
12,5	2.307	2.230
20	2.349	2.278
25	2.379	2.313
38	2.414	2.349
50	2.444	2.373
75	2.468	2.396

3.6 Correcciones y ensayos

Una vez establecidas las proporciones de la mezcla, deben efectuarse ensayos para comprobar que se obtienen las características deseadas de resistencia y trabajabilidad, introduciendo las correcciones necesarias. Como ambas características se contraponen en muchos aspectos, la solución final habrá de ser un compromiso entre ambas, como tantas veces sucede.

La tabla 3.10 muestra, de un modo cualitativo, la influencia de algunos factores en la resistencia y trabajabilidad. Las indicaciones de la tabla son válidas dentro de límites normales, pero no pueden extrapolarse a los extremos.

TABLA 3.10
INFLUENCIA DE ALGUNOS FACTORES EN LA TRABAJABILIDAD Y RESISTENCIA DEL HORMIGÓN

Cuando aumenta...	*La trabajabilidad*	*La resistencia*
La finura de la arena	Aumenta	Disminuye
La relación grava/arena	Disminuye	Aumenta
La cantidad de agua	Aumenta	Disminuye
El tamaño máximo del árido	Disminuye	Aumenta
El contenido en aire ocluido	Aumenta	Disminuye

A la vista de los resultados de los ensayos (asiento en cono de Abrams, masa específica del hormigón y resistencia) se retocarán las dosis de los distintos componentes, teniendo en cuenta las siguientes observaciones:

a) Con áridos de machaqueo conviene aumentar algo el árido más fino.

b) Para hormigón vibrado, puede aumentarse algo el árido más grueso.

c) Con dosis de cemento superiores a los 300 kg/m^3 puede disminuirse algo el árido más fino, y al contrario con dosis inferiores.

d) Con cemento puzolánico debe aumentarse algo la dosis de agua.

e) En hormigones con aire ocluido, debe disminuirse la arena en un volumen igual al del aire ocluido (en general, 40 dm^3 por m^3 de hormigón), pudiendo también disminuirse el agua, por m^3 de hormigón, en la proporción de 3 litros por cada 1 por 100 de aire ocluido (en general, 12 litros de agua).

f) El aumento de un saco de cemento (50 kg) por metro cúbico de hormigón viene a producir en éste un aumento de resistencia de 2,5 N/mm^2.

3.7 Ejemplo de dosificación

Tanteo de dosificación de un hormigón para una estructura de un edificio de viviendas. Resistencia característica, $f_{ck} = 25$ N/mm^2 (MPa).

Materiales

- Árido grueso rodado de tamaño máximo 40 mm y módulo granulométrico $m_g = 7{,}35$, con una masa específica $p_2 = 2{,}6$ kg/dm^3
- Arena de río de módulo granulométrico $m_a = 3{,}16$ y masa específica $p_1 = 2{,}6$ kg/dm^3
- Cemento I/32,5 con masa específica $p = 3{,}1$ kg/dm^3
- Consistencia plástica-blanda, para compactar mediante vibrado.

Granulometría del árido total

- En principio, se adopta una granulometría de $m = 5{,}88$ (tabla 3.5).
- Porcentajes de arena y gravilla, x e y:

$$m_a \frac{x}{100} + m_g \frac{y}{100} = 5{,}88 \qquad x = 35\ \%$$

$$x + y = 100 \qquad y = 65\ \%$$

Cantidades de agua y cemento

- Para $f_{ck} = 25$ N/mm^2 puede adoptarse una relación agua/cemento igual a 0,50 (tabla 3.1).
- Para una consistencia plástica-blanda y áridos rodados de tamaño máximo 40 mm se toman 175 dm^3 de agua (tabla 3.7).
- El contenido de cemento resulta 175/0,50 = 350 kg/m^3, valor coincidente con el de la tabla 3.5 para $m = 5{,}88$.

Dosificación provisional

- De la ecuación de volúmenes absolutos, resulta:

$$A + \frac{C}{3{,}1} + \frac{G_a}{2{,}60} + \frac{65/35}{2{,}60} \cdot G_a = 1.025\ \text{dm}^3$$

Agua	175	dm^3
Cemento	350	kg/m^3
Arena	671	"
Gravilla	1.246	"
	2.442	kg/m^3

Masa específica

- La masa específica obtenida para el hormigón fresco puede considerarse correcta, de acuerdo con la tabla 3.9, para un tamaño máximo del árido de 40 mm y sin aire incorporado.

Correcciones y ensayos

- Esta dosificación habrá que corregirla de acuerdo con la humedad que aporten los áridos, sobre todo las cantidades de agua y arena.
- A continuación se efectuarán los ensayos pertinentes para comprobar que las características de la masa y del hormigón endurecido se ajustan a las del proyecto.

4. Preparación y puesta en obra del hormigón

4.1 Fabricación del hormigón

1.° CONSIDERACIONES GENERALES

Una vez determinada la dosificación más conveniente se procede a la fabricación del hormigón. Para ello es necesario, en primer lugar, almacenar las materias primas y disponer de unas instalaciones de dosificación adecuadas, así como del correspondiente equipo de amasado. La Instrucción española distingue las dos formas siguientes de preparar el hormigón.

a) Hormigón fabricado en central
Es la forma más recomendable. Requiere disponer de una central de hormigonado y de un servicio de control de calidad de producción (apartado 4.2). Se consiguen así una gran homogeneidad y uniformidad de las masas de hormigón. La central puede estar o no a pie de obra y puede o no pertenecer a las instalaciones propias de la obra. Si no pertenece (es decir, si su responsable es independiente del constructor) el hormigón se denomina *hormigón preparado.*

b) Hormigón no fabricado en central
Es el fabricado en hormigoneras de obra. Su empleo no es aconsejable salvo en obras de poca importancia, por las grandes dispersiones que resultan de este tipo de preparación.

2.° PRESCRIPCIONES GENERALES

El agua se dosifica en volumen; el cemento y los áridos, en peso, si bien estos últimos pueden dosificarse también en volumen para obras de poca importancia. En tal caso, deben utilizarse recipientes de medida de poca sección y mucha altura, para minimizar los errores que se cometen en el enrase.

Las materias primas deben amasarse de forma que se consiga una mezcla íntima y homogénea, debiendo resultar el árido bien recubierto de pasta de cemento. El período de batido, a la velocidad de régimen, no será inferior a un minuto, con la posible excepción del hormigón fabricado en central.

No deben mezclarse masas frescas que contengan distintos tipos de cementos no compatibles entre sí. Antes de comenzar la fabricación de una masa con un nuevo tipo de cemento, las hormigoneras deberán limpiarse perfectamente.

Debe tenerse muy en cuenta que el agua total de una masa de hormigón está constituida por el agua directamente añadida a la amasada, el agua que contie[illegible] los áridos (tanto de absorción como el agua superficial), el agua residual de lavado que p[illegible]iera quedar en la amasadora y, eventualmente, la que pudieran aportar los aditivos.

4.2 Hormigón fabricado en central

1.° CONSIDERACIONES GENERALES

Una central de hormigonado consta de almacenamiento de materias primas, instalaciones de dosificación, equipos de amasado y equipos de transporte, y dispondrá de un laboratorio de control de calidad de producción. En cada central debe haber un técnico de fabricación, que estará presente durante el proceso de producción, y otro técnico encargado del servicio de control de calidad.

Las instalaciones de dosificación disponen de silos con compartimentos adecuados y separados para cada una de las fracciones granulométricas necesarias de árido. Los equipos de amasado están constituidos por amasadoras fijas o móviles. Si el amasado se realiza, parcial o totalmente, en amasadora móvil, deberá efectuarse antes del transporte, para lo que se requiere, normalmente, de 70 a 100 revoluciones a la *velocidad de régimen;* después, durante el transporte, sólo se permite girar la hormigonera a la *velocidad de agitación* y no a la de régimen.

2.° HOMOGENEIDAD Y UNIFORMIDAD

Será necesario efectuar los ensayos pertinentes para comprobar la *homogeneidad* de un hormigón (mantenimiento de las características dentro de una misma amasada), así como la *uniformidad* del mismo (mantenimiento de características similares entre distintas amasadas).

a) *La homogeneidad* del hormigón se analiza determinando la dispersión que existe entre características de dos muestras tomadas de la misma amasada, para comprobar la idoneidad de los procesos de dosificación, amasado y transporte. En la tabla 4.1 se indican las tolerancias admitidas por la Instrucción española en los ensayos efectuados para comprobar la homogeneidad del hormigón. Dichas tolerancias se refieren a la máxima diferencia entre los resultados de los ensayos de dos muestras tomadas de la descarga del hormigón (entre 1/4 y 3/4 de la descarga). Deberán obtenerse resultados satisfactorios en los dos ensayos del grupo A y, al menos, en dos de los cuatro del grupo B.

b) *La uniformidad* del hormigón se estudia evaluando, mediante el coeficiente de variación, la dispersión existente entre características análogas de distintas amasadas. Para ello, normalmente, se utilizan los valores de la resistencia a compresión a 28 días.

3.° FORMAS DE ESPECIFICAR EL HORMIGÓN

Hay dos formas de especificar el hormigón, *por resistencia o por dosificación.* Esta última sólo es recomendable para casos de hormigones sin función resistente; o bien, en el otro extremo, para casos de hormigones especiales cuya composición se ha estudiado previamente en laboratorio por parte del utilizador.

TABLA 4.1
COMPROBACIÓN DE LA HOMOGENEIDAD DEL HORMIGÓN

Ensayos	*Tolerancia*	*Observaciones*
GRUPO A		
1. CONSISTENCIA (UNE 83.313-90)		
Si el asiento medio es ≤ 9 cm	3 cm	—
Si el asiento medio es > 9 cm	4 cm	—
2. RESISTENCIA A COMPRESIÓN [1]	7,5 %	respecto a la media total
GRUPO B		
3. DENSIDAD DEL HORMIGÓN	16 kg/m³	—
4. CONTENIDO DE AIRE	1 %	respecto al volumen del hormigón
5. CONTENIDO DE ÁRIDO GRUESO (UNE-7.295)	6 %	respecto al peso de la muestra
6. MÓDULO GRANULOMÉTRICO DEL ÁRIDO (UNE 7.295)	0,5	—

[1] Para cada muestra se romperán a compresión, a 7 días, tres probetas cilíndricas. Se determinará la media de cada una de las dos muestras como porcentaje de la media total.

Cuando la especificación del hormigón sea por resistencia, el suministrador establecerá la composición de la mezcla y garantizará las características especificadas de tamaño máximo del árido, consistencia, resistencia característica y contenido máximo de cemento por metro cúbico de hormigón. Esta última limitación tiene por objeto evitar problemas indeseables de retracción y calor de fraguado excesivos.

En el caso poco frecuente de que la especificación del hormigón fuese por dosificación, el suministrador garantizará las características especificadas de tamaño máximo del árido, consistencia y contenido de cemento por metro cúbico de hormigón.

En ningún caso el suministrador puede emplear aditivos ni adiciones sin el conocimiento del utilizador y sin la autorización de la Dirección Facultativa.

El utilizador efectuará la recepción del hormigón tomando las muestras necesarias para realizar los ensayos de control (capítulo 9). Cualquier rechazo del hormigón basado en los resultados de los ensayos de consistencia (y aire ocluido, en su caso) deberá realizarse durante la entrega. No puede rechazarse ningún hormigón por estos conceptos sin la realización de los ensayos oportunos.

En los acuerdos entre el utilizador y el suministrador deberá tenerse en cuenta el tiempo que, en cada caso, pueda transcurrir entre la fabricación y la puesta en obra del hormigón. A título orientativo se indica que, en condiciones medias, el tiempo transcurrido entre la adición del agua de amasado al cemento y a los áridos, y la colocación del hormigón, no debe ser mayor de hora y media. En tiempo caluroso, o en condiciones que contribuyan a un rápido fraguado del hormigón, el tiempo límite deberá ser inferior, a menos que se tomen medidas especiales.

4.° TRANSPORTE A OBRA

El transporte del hormigón, desde la central a la obra, puede efectuarse, bien en amasadoras móviles a velocidad de agitación, o en equipos adecuados que sean capaces de mantener la homogeneidad del hormigón.

Según la Instrucción española, cada carga de hormigón debe ir acompañada de una hoja de suministro en la que deben figurar, entre otros, los siguientes datos:

a) *Especificación del hormigón:* Resistencia característica y contenido de cemento por metro cúbico de hormigón (con una tolerancia de 15 kg en más o en menos), cuando se especifique por resistencia. Cuando se especifique por dosificación, el contenido de cemento por metro cúbico de hormigón.

Tipo, clase y marca del cemento.

Tamaño máximo del árido, consistencia y relación A/C con una tolerancia de 0,02 en más o en menos.

Tipo de aditivo, según UNE 83.200-91, si lo hubiere.

Procedencia y cantidad de adiciones (cenizas volantes o humo de sílice), si las hubiere.

b) *Cantidad de hormigón que compone la carga (m^3 de hormigón fresco).*

c) *Hora límite de uso para el hormigón.*

4.3 Transporte del hormigón en obra

Anteriormente se ha tratado del transporte del hormigón hasta la obra. En este apartado se establecen algunas prescripciones para el transporte en obra, desde el camión o la amasadora en su caso, hasta el tajo de colocación. Este transporte puede hacerse por múltiples procedimientos: mediante canaletas, tuberías, cintas transportadoras, vagonetas, etc. Cualquiera que sea la forma de transporte, deben cumplirse las siguientes condiciones:

a) Durante el transporte no deben segregarse los áridos gruesos, lo que provocaría en el hormigón pérdidas de homogeneidad y resistencia. Deben evitarse las vibraciones y choques, así como un exceso de agua, que favorecen la segregación. Los áridos rodados son más propicios a segregarse que los de machaqueo, dado el mayor rozamiento interno de estos últimos.

b) Debe evitarse, en lo posible, que el hormigón se seque durante el transporte.

c) Si al llegar al tajo de colocación el hormigón acusa un principio de fraguado, la masa debe desecharse y no ser puesta en obra.

d) Cuando se emplean hormigones de diferentes tipos de cemento, se limpiará cuidadosamente el material de transporte antes de hacer el cambio.

4.4 Puesta en obra del hormigón

1.° VERTIDO Y COLOCACIÓN

El vertido y colocación del hormigón deben efectuarse de manera que no se produzca la disgregación de la mezcla. El peligro de disgregación es mayor, en general, cuanto más grueso es el árido y más discontinua su granulometría, siendo sus consecuencias tanto peores cuanto menor es la sección del elemento que se hormigona.

Son aplicables las siguientes recomendaciones:

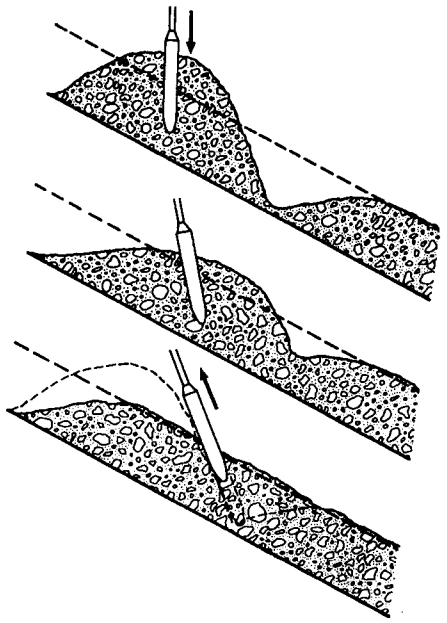
a) El vertido no debe efectuarse desde gran altura (uno a dos metros como máximo en caída libre), procurando que su dirección sea vertical y evitando desplazamientos horizontales de la masa. El hormigón debe ir dirigido durante el vertido, mediante canaletas u otros dispositivos que impidan su choque libre contra el encofrado o las armaduras.

b) La colocación se efectuará por capas o tongadas horizontales de espesor inferior al que permita una buena compactación de la masa (en general, de 20 a 30 cm, sin superar los 40 cm cuando se trate de hormigón en masa, ni los 60 cm en hormigón armado). Las distintas capas se consolidarán sucesivamente, «cosiendo» cada una a la anterior con el medio de compactación que se emplee y sin que trascurra mucho tiempo entre capas para evitar que la masa se seque o comience a fraguar.

c) No se arrojará el hormigón con pala a gran distancia, ni se distribuirá con rastrillos para no disgregarlo, ni se le hará avanzar más de un metro dentro de los encofrados.

d) En las piezas muy armadas y, en general, cuando las condiciones de colocación son difíciles, puede ser conveniente, para evitar coqueras y falta de adherencia con las armaduras, colocar primero una capa de dos o tres centímetros del mismo hormigón pero exento del árido grueso, vertiendo inmediatamente después el hormigón ordinario.

e) En el hormigonado de superficies inclinadas, el hormigón fresco tiene tendencia a correr o deslizar hacia abajo, especialmente bajo el efecto de la vibración. Si el espesor de la capa y la pendiente son grandes, es necesario utilizar un encofrado superior. Caso contrario, puede hormigonarse sin este contraencofrado *colocando el hormigón de abajo a arriba*, por roscas, cuyo volumen y distancia a la parte ya compactada deben calcularse de forma que el hormigón ocupe su lugar definitivo después de una *corta acción del vibrador* (fig. 4.1).



El hormigón se extiende de abajo arriba, por roscas, que deben ocupar su lugar definitivo después de una acción del vibrador tan corta como sea posible

Figura 4.1. Colocación del hormigón en una superficie inclinada

2.° PUESTA EN OBRA CON BOMBA

El bombeo del hormigón para su puesta en obra es un método cómodo, que está alcanzando gran desarrollo.

El hormigón bombeado requiere un contenido en cemento no menor de 300 kg/m^3 y utilizar arena y árido grueso que no sean de machaqueo. La dosificación del hormigón debe hacerse en peso. Conviene utilizar un plastificante o fluidificante y emplear consistencias plástico-blandas.

Resulta adecuado el empleo de cemento puzolánico, por la plasticidad que confiere al hormigó

El ta.. año máximo del árido no debe exceder de 1/4 del diámetro de la tubería si es metálica, o de 1/3 si es de plástico. No deben emplearse tuberías de aluminio, material que reacciona con los álcalis del cemento.

En la colocación debe evitarse la proyección directa del chorro de hormigón sobre las armaduras; hay que vigilar que el hormigón no aparezca segregado a causa del aire comprimido; y deben adoptarse precauciones en materia de seguridad de los operarios.

3.° COMPACTACIÓN

Para que el hormigón resulte compacto debe emplearse el medio de consolidación más adecuado a su consistencia, de manera que se eliminen los huecos y se obtenga un completo cerrado de la masa, sin que llegue a producirse segregación. El proceso de compactación debe prolongarse hasta que refluya la pasta a la superficie.

La compactación resulta más difícil cuando el hormigón encuentra un obstáculo para que sus granos alcancen la ordenación que corresponde a su máxima compacidad. Por esta causa, el proceso de consolidación debe prolongarse junto a los fondos y paramentos de los encofrados y, especialmente, en los vértices y aristas.

Los medios de compactación normalmente empleados en hormigón armado son: *el picado con barra, el apisonado y el vibrado,* aparte de otros métodos especiales como los de *inyección, compactación por vacío y por centrifugación,* de todos los cuales daremos una ligera idea.

a) *La compactación por picado* se efectúa mediante una barra metálica que se introduce en la masa de hormigón repetidas veces, de modo que atraviese la capa que se está consolidando y penetre en la subyacente.

Este método se emplea con hormigones de consistencia blanda y fluida, en general en obras de poca importancia. También es indicado para compactar zonas de piezas muy armadas, tales como nudos de ciertas vigas, en los que no se puede compactar por vibrado una masa seca sin riesgo de coqueras.

b) *La compactación por apisonado* se efectúa mediante golpeteo repetido con un pisón adecuado, de formas diversas. Las tongadas suelen ser de 15 a 20 cm de espesor. Se emplea generalmente en elementos de poco espesor y mucha superficie horizontal, con hormigones de consistencia plástica y blanda.

c) *La compactación por vibrado* se emplea cuando se quieren conseguir hormigones resistentes, ya que es apropiada para masas de consistencia seca. Es el método de consolidación más adecuado para las estructuras de hormigón armado, al permitir una mejor calidad con ahorro de cemento y mano de obra, así como un desencofrado más rápido como consecuencia de emplear menos cantidad de agua de amasado.

El contenido de aire de un hormigón sin compactar, que es del orden del 15 al 20 por 100, se reduce a un 2 o a un 3 por 100 después de su compactación por vibrado.

La acción de los vibradores depende, entre otros factores, de su frecuencia de vibración. Las bajas frecuencias (1.500 a 2.000 ciclos por minuto) ponen en movimiento los áridos gruesos y necesitan mucha energía; las frecuencias medias (3.000 a 6.000 ciclos por minuto) ponen en movimiento los áridos finos y requieren menos energía; en fin, las altas frecuencias (12.000

44672

a 20.000 ciclos por minuto) afectan al mortero más fino y requieren poca energía. Con ellas, el mortero se vuelve líquido y ejerce el papel de lubricante, facilitando la colocación de los áridos en posición de máxima densidad.

Existen tres tipos de vibradores: internos, de superficie y externos (de mesa o de encofrado). Los primeros, también llamados *vibradores de aguja*, son los más empleados en estructuras que se hormigonan in situ. La aguja debe disponerse verticalmente en la masa de hormigón, introduciéndola en cada tongada hasta que la punta penetre en la capa subyacente y cuidando de evitar todo contacto con las armaduras, cuya vibración podría separarlas de la masa de hormigón. La aguja no debe desplazarse horizontalmente durante su trabajo y debe retirarse con lentitud, para que el hueco que se crea a su alrededor se cierre por completo. La separación entre los distintos puntos de inmersión del vibrador depende de su radio de acción y debe ser del orden de vez y media éste, con objeto de llegar a producir en toda la superficie de la masa una humectación brillante. Normalmente, la separación óptima oscila entre 40 y 60 centímetros. Es mejor vibrar en muchos puntos durante poco tiempo que en pocos durante más tiempo.

Los *vibradores de superficie* disponen de una bandeja a la que está sujeto el vibrador, la cual se mueve por la superficie del hormigón hasta conseguir una humectación brillante en toda ella. Otras veces se trata de una viga o plataforma, más o menos pesada, sobre la que se montan uno o varios vibradores, con lo que se combina la vibración con el peso del conjunto. Este sistema se emplea profusamente en el hormigonado de pavimentos de hormigón.

Los *vibradores externos* actúan sobre los moldes o encofrados de las piezas. Es el caso de las *mesas vibrantes* y de los *vibradores de molde*, que se fijan rígidamente a los moldes o encofrados, los cuales transmiten la vibración al hormigón. Este sistema se emplea en prefabricación.

d) *Entre los métodos especiales* podemos citar, en primer término, la consolidación por *inyección*, en la cual, una vez colocado el árido grueso en el encofrado, se inyecta el mortero con aparatos adecuados hasta que rellene los huecos dejados por aquél. La compacidad del árido grueso debe ser la mayor posible, y el mortero o papilla de inyección ha de tener unas características especiales de plasticidad para rellenar con facilidad todos los huecos.[1] Constituye una técnica delicada, por lo que es conveniente, para efectuar consolidaciones de este tipo, emplear procedimientos ya experimentados (patentes «Prepakt», «Colcrete», etc.).

Otro método especial es la consolidación *por vacío*, más propia de taller que de obra, que consiste en amasar el hormigón con el agua necesaria para su fácil colocación y, empleando moldes especiales, aspirar después parte del agua mediante ventosas aplicadas al molde y conectadas a una bomba de vacío.

Para la fabricación de tubos de hormigón se emplea, generalmente, la consolidación *por centrifugado* en la que, debido a la fuerza centrífuga, los áridos más gruesos son desplazados hacia el exterior, quedando en la cara interna una capa más rica en cemento y, por tanto, más impermeable. Se emplean dosificaciones altas en cemento y relaciones agua/cemento elevadas, ya que el agua sobrante se elimina por la parte interna del tubo.

4.5 Juntas de hormigonado

Al interrumpir el hormigonado de una estructura de hormigón, es necesario que las juntas queden orientadas lo más perpendicularmente posible a la dirección de las tensiones de compresión, siendo deseable alejarlas de las zonas de máximos esfuerzos. Por ello, en el hormigonado de soportes inclinados las juntas de hormigonado no deben disponerse horizontalmente sino en sentido perpendicular a la directriz del soporte.

[1] Al estar los granos de árido grueso en contacto directo y no separados por pasta de cemento, este hormigón experimenta una retracción excepcionalmente baja.

Antes de reanudar el hormigonado, debe limpiarse la junta de toda suciedad y material que quede suelto, retirando con cepillo de alambre u otro procedimiento la capa superficial de mortero, para dejar los áridos al descubierto. Realizada esta operación de limpieza, en la que no deben emplearse ácidos u otros agentes corrosivos, se humedece la superficie de la junta y se le aplica una capa de mortero fresco de 1 cm de espesor inmediatamente antes de verter el nuevo hormigón.

No debe hormigonarse directamente sobre superficies que hayan sufrido el efecto de la helada, debiendo sanearse previamente las partes dañadas por el hielo.

En el hormigonado de soportes y muros es conveniente esperar, por lo menos a que el hormigón ya no esté plástico, antes de hormigonar la viga o losa que apoya sobre ellos, con objeto de que el hormigón haya experimentado ya su primera contracción y no se produzcan fisuras posteriores (véase apartado 21.10-1.° *b*).

En las vigas y placas, conviene situar las juntas de hormigonado en las proximidades del cuarto de la luz, donde los esfuerzos cortantes y de flexión son moderados, dándoles un trazado a 45°. Es posible también situarlas hacia el centro de la luz, con trazado vertical. Cuando sea necesario, se asegurará la transmisión de cortantes mediante disposiciones apropiadas.

En aquellas estructuras en que sean de temer los efectos de la retracción, conviene dejar abiertas las juntas de hormigonado durante el tiempo necesario para que las piezas contiguas puedan deformarse con libertad, si ello es posible. La anchura de estas juntas debe ser la necesaria para poder efectuar con facilidad el hormigonado posterior.

Para terminar diremos que el empleo de productos adhesivos como las resinas epoxi, permite resolver con éxito gran cantidad de problemas de juntas.

4.6 Hormigonado en tiempo frío

Está perfectamente demostrado que el hormigón no adquiere la resistencia necesaria cuando su fraguado y primer endurecimiento tienen lugar en tiempo de heladas, debido a la acción expansiva del agua intersticial, que impide la evolución normal de estos procesos.[1]

Los ensayos efectuados por Graf llevan a la conclusión de que el hormigón queda seriamente dañado si la primera helada le sorprende cuando su resistencia en probeta cilíndrica no ha alcanzado los 8 N/mm^2, pues en tal caso no es capaz de resistir los esfuerzos internos a que se ve sometido.

Por esta causa, debe suspenderse el hormigonado en cualquiera de los casos siguientes:

a) Cuando se prevea que, dentro de las 48 horas siguientes, pueda descender la temperatura ambiente por debajo de los 0 °C.

b) Cuando la temperatura de la masa de hormigón sea inferior a 5 °C en elementos normales, o a 10 °C en elementos de pequeño espesor.

c) Cuando la temperatura de los moldes o encofrados sea inferior a 3 °C.

Por otra parte, para hormigonar en tiempo frío es necesario mejorar la dosificación del hormigón, adoptando relaciones *A/C* lo más bajas posible, empleando mayor cantidad de cemento o cemento de mayor resistencia e incluso utilizando un aditivo adecuado. Todo ello con objeto de aumentar la velocidad de endurecimiento del hormigón y el calor de fraguado de la masa.

[1] No se confunda este concepto con la acción de la helada sobre los hormigones ya endurecidos, de la que se trata en el apartado 5.4.

Las precauciones que pueden adoptarse, en el caso en que sea imprescindible continuar el hormigonado, son las siguientes:

1.° Añadir un aditivo adecuado al agua de amasado (ver apartado 2.3-2.°).

2.° Calentar el agua de amasado a unos 40 °C o excepcionalmente más, cuidando de que no se formen grumos en la hormigonera.[1] Para ello conviene verter una parte de los áridos antes que el cemento.

3.° Calentar los áridos.

4.° Proteger las superficies hormigonadas, mediante sacos, hojas de plástico (polietileno), balas de paja, tejadillos con lana de vidrio, etc.

5.° Crear un ambiente artificial adecuado alrededor de la obra (moldes radiantes calentados eléctricamente, circulación de aire o agua caliente, etc.) para que el proceso de fraguado y endurecimiento pueda desarrollarse normalmente.

6.° Prolongar el curado durante el mayor tiempo posible.

7.° Retrasar el desencofrado de las piezas, incluidos costeros, cuando el encofrado actúe como aislante (caso de la madera).

El peligro de que se hiele el hormigón fresco es tanto mayor cuanto más agua lleve éste. Por ello se recomienda emplear, en estos casos, hormigones tan secos como sea posible. Además, el uso de aireantes es siempre aconsejable.

Si no puede garantizarse que, con las medidas adoptadas, se consiguen evitar los perjuicios de la helada, deberán efectuarse ensayos de información (ver apartado 6.7-1.°) para conocer la resistencia realmente alcanzada por el hormigón y adoptar, en su caso, las medidas oportunas.

Con independencia de todo lo dicho, hay que recordar que el fraguado y endurecimiento del hormigón se retrasan en periodos de baja temperatura (véase la tabla 2.8), lo que debe tenerse en cuenta tanto para el desencofrado y retirada de puntales como para la eventual realización de pruebas de la estructura.

4.7 Hormigonado en tiempo caluroso

Cuando el hormigonado se efectúe en tiempo caluroso, deben adoptarse medidas para impedir la evaporación del agua de amasado, especialmente durante el transporte del hormigón, y para reducir, en su caso, la temperatura de la masa. No hay que olvidar que el calor, la sequedad y el viento provocan una evaporación rápida del agua —también de la del hormigón ya compactado—, lo que trae consigo pérdidas de resistencia, fisuras por afogarado y aumento de la retracción en las primeras edades.

Para reducir la temperatura de la masa puede recurrirse al empleo de agua fría, con escamas o trozos de hielo en su masa. A ser posible, los áridos deben almacenarse protegidos del soleamiento.

Una vez colocado el hormigón, se protegerá del sol y del viento mediante algún procedimiento que le conserve su humedad propia o le aporte nueva humedad (curado del hormigón). A tal efecto pueden emplearse:

[1] Algunos autores recomiendan llegar hasta 70 °C.

- *tejadillos móviles,* indicados en obras de trazado lineal. Se pondrá atención al riesgo de que el viento se introduzca bajo su superficie;
- *hojas de plástico,* que pueden colocarse directamente sobre el hormigón, aunque pueden marcarse los pliegues en su superficie;
- *esteras de paja,* cuya superficie debe regarse continuamente;
- *capas de arena* perennemente húmedas (pueden manchar el hormigón);
- *balsas de agua* directamente aplicadas sobre el hormigón, o *regado continuo* de su superficie, no antes de que el hormigón haya endurecido lo suficiente para no arrastrar la pasta de cemento;
- *inmersión en agua,* de especial interés en prefabricación;
- *películas de curado,* a base de resinas que se pulverizan sobre la superficie del hormigón y forman, al polimerizarse, una película protectora que impide la evaporación del agua; es el sistema más eficaz y también el más caro.

Como norma general y a pesar de las protecciones, no debe hormigonarse por encima de los 40 °C, o por encima de los 35 °C si se trata de elementos de mucha superficie (pavimentos, soleras, losas, etc.). En las proximidades de estas temperaturas conviene regar continuamente, al menos durante 10 días, los encofrados y superficies expuestas de hormigón.

4.8 Curado del hormigón

1.° GENERALIDADES

De las operaciones necesarias para la ejecución de elementos de hormigón, posiblemente sea el curado la más importante, por la influencia decisiva que tiene en la resistencia y demás cualidades del elemento final.

Durante el proceso de fraguado y primeros días de endurecimiento, se producen pérdidas de agua por evaporación, creándose una serie de huecos o capilares en el hormigón que disminuyen su resistencia. Para compensar estas pérdidas y permitir que se desarrollen nuevos procesos de hidratación con aumento de resistencias, el hormigón debe curarse con abundancia de agua.

La falta de curado es especialmente grave para la durabilidad de la estructura, ya que ésta depende de la impermeabilidad (y por tanto, de la compacidad) de las capas exteriores de hormigón, que son precisamente las más sensibles a una falta de curado. En efecto, el núcleo de las piezas (salvo que sean muy delgadas) mantiene el contenido de humedad durante un periodo prolongado, y se ve menos afectado por la falta de curado que las capas superficiales. En consecuencia, de no curarse bien el hormigón, la capa de recubrimiento de las armaduras resultará porosa y permeable, con lo que la vida útil de la estructura se verá gravemente mermada (apartado 9.8).

El agua de curado debe ser apta para el fin que con ella se persigue. Véase al efecto el apartado 2.1.

Los procedimientos más comúnmente empleados para curar el hormigón se han expuesto en el apartado anterior. En general, los métodos que aportan agua resultan más eficaces que los que impiden su evaporación. Como es obvio, la duración e intensidad del curado dependen, fundamentalmente, de la temperatura y humedad del ambiente, así como de la acción del viento y del soleamiento directo; otras variables importantes son el tipo y la cantidad de cemento, la relación *A/C* y, en particular, las condiciones de exposición de la estructura en servicio, ya que a mayor severidad de éstas se requerirá un curado más prolongado.

Como idea general y para unas condiciones medias diremos que, con cemento portland normal y para elementos de hormigón armado, el período de curado mínimo debe ser de siete días, plazo que puede reducirse a la mitad si el cemento es de altas resistencias iniciales. Por el contrario, hay que aumentarlo a quince días cuando se trate de cementos lentos.

Cuando se hormigona en tiempo seco o cuando los elementos de hormigón van a estar en ambiente agresivo, los períodos de curado anteriormente citados deben aumentarse en un 30 por 100.

En el caso de grandes superficies (pavimentos, soleras, etc), el curado por aportación de humedad se sustituye a menudo por el empleo de productos de curado, que protegen la superficie del hormigón e impiden la evaporación del agua interna del mismo. Se emplean para ello distintos tipos de recubrimientos a base de aceites, resinas, plásticos, etc. Conviene que los productos sean coloreados para poder apreciar su reparto, siendo preferible el color blanco que refleja los rayos solares. Su aplicación debe hacerse desde el momento en que ha refluido la lechada y ésta comienza a perder su brillo.

2.° CURADO AL VAPOR

Uno de los métodos más eficaces para el curado del hormigón es el empleo de vapor, que acelera considerablemente el endurecimiento. Por su propia naturaleza, el curado al vapor se utiliza casi exclusivamente en prefabricación.

En el curado al vapor (y, en general, en cualquier curado por calor húmedo) interviene el concepto de *maduración del hormigón,* que es el producto de la temperatura, en grados centígrados, a que se somete la pieza, por el tiempo de actuación de la misma, si ésta es constante; o la integral de la curva temperatura-tiempo, en el caso de temperatura variable.

Se admite hoy día que, para un mismo hormigón y dentro de ciertos límites, la eficacia del curado es la misma si la maduración es también la misma. Es decir, que distintas combinaciones de temperaturas y tiempos conducen al mismo resultado siempre que su producto (o la suma de productos) sea constante.

El proceso de curado al vapor se inicia, una vez transcurrido el prefraguado, elevándose *gradualmente* la temperatura hasta alcanzar la temperatura límite. Esta se mantiene durante un cierto plazo, al cabo del cual se hace descender de forma continua hasta igualar la temperatura ambiente (fig. 4.2). Es importante evitar que el hormigón experimente choques térmicos durante el proceso.

Cada cemento tiene una curva de curado ideal, que puede determinarse experimentalmente para conocer las velocidades óptimas de variación de temperatura, el valor de temperatura límite y el tiempo de permanencia en la misma. En general, la duración del prefraguado oscila

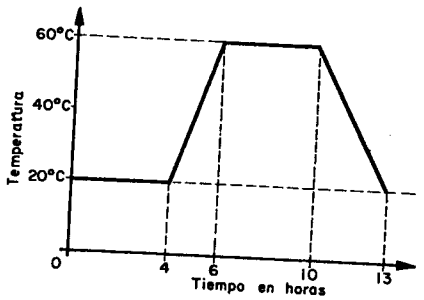


Figura 4.2 Ejemplo de un proceso de curado al vapor

entre dos y cinco horas;[1] la velocidad de calentamiento y enfriamiento no debe exceder de 20 °C por hora; y la temperatura límite óptima está comprendida entre 55 °C y 75 °C, sin que deban excederse los 80 °C.

La presión del vapor debe mantenerse lo más uniforme posible a lo largo de la pieza, conservando el recinto de curado, en todo momento, saturado de humedad.

3.° OTRAS PRECAUCIONES

Mientras no se han concluido los procesos de curado y endurecimiento del hormigón, es necesario evitar cualquier causa externa que pueda agrietarlo, tales como sobrecargas, choques o vibraciones excesivas, originadas por los trabajos de construcción del resto de la obra.

Ejemplos típicos de lo dicho son las acumulaciones de material (tales como acopios de ladrillo en forjados de edificación), las trepidaciones que originan algunas máquinas auxiliares de obra y los impactos involuntarios que puedan producirse sobre soportes u otros elementos.

Si no es posible evitar este tipo de acciones, deberán protegerse adecuadamente las piezas, así como sus paramentos y aristas.

4.9 Encofrados

1.° GENERALIDADES

La misión del encofrado es contener y soportar el hormigón fresco hasta su endurecimiento, sin experimentar asientos ni deformaciones, dándole la forma deseada. Cuando, en vez de obras in situ, se trata de prefabricación en taller, los encofrados se denominan *moldes.*

Los encofrados o moldes son generalmente de madera o metálicos, exigiéndoseles como cualidades principales las de ser rígidos, resistentes, estancos y limpios. Su montaje debe efectuarse de forma que queden perfectamente sujetos, para que durante la consolidación y endurecimiento del hormigón no se produzcan movimientos perjudiciales.

Los encofrados de madera deben humedecerse antes de la colocación del hormigón, para que no absorban el agua de éste. Además se dispondrán las tablas y juntas de forma que permitan su libre entumecimiento, sin que se originen esfuerzos o deformaciones anormales y sin que dejen salir la pasta de cemento.

Las superficies interiores de los encofrados deben estar limpias en el momento del hormigonado. Para facilitar esta limpieza en los fondos de pilares y muros, conviene disponer aberturas provisionales en la parte inferior de los encofrados correspondientes. Análoga disposición conviene en los encofrados de las piezas de gran canto, para facilitar la compactación del hormigón correspondiente a las capas inferiores de la pieza. La separación de estas aberturas, tanto en vertical como en horizontal, debe ser de un metro como máximo, y no se cerrarán hasta que el hormigón no haya alcanzado la cota correspondiente.

Tanto las superficies interiores de los encofrados como los productos desencofrantes que a ellas puedan aplicarse, deberán estar exentos de sustancias perjudiciales para el hormigón.

En elementos de gran luz, conviene disponer en los encofrados la oportuna contraflecha para que, una vez desencofrada y cargada la pieza de hormigón, ésta conserve una ligera concavidad en su intradós. En general, la contraflecha no es necesaria para luces menores de seis metros.

---

[1] Conviene que el primer periodo del proceso de curado al vapor no baje de 4 horas cuando se hormigona a 20 °C de temperatura ambiente; y puede reducirse a medida que aumenta esta temperatura.

Cuando sea necesario y con el fin de evitar la formación de fisuras en los paramentos de las piezas, deben proyectarse los encofrados de tal modo que no impidan el acortamiento del hormigón por retracción.

Antes de reutilizar un encofrado debe limpiarse con cepillo de alambre, para eliminar el mortero que haya podido quedar adherido a su superficie.

2.° PRESIÓN DEL HORMIGÓN FRESCO SOBRE EL ENCOFRADO

La acción principal a que se ve sometido un encofrado es la presión que el hormigón fresco ejerce sobre él, la cual aumenta con la altura de la masa contenida en el mismo. El fondo del encofrado soporta todo el peso del hormigón. En cuanto a las paredes, han de soportar una presión que, en primera aproximación, puede considerarse igual a la hidrostática.

La hipótesis anterior es desfavorable porque la masa de hormigón no es un líquido homogéneo, pero puede llegar a verificarse en las zonas en que se ejerce una vibración intensa. En hormigones que se compactan por vibrado, la presión sobre el encofrado puede alcanzar valores elevados si la velocidad de hormigonado es grande (lo que suele suceder cuando la sección es pequeña) o si el tiempo de fraguado se retrasa, sea por tratarse de tiempo frío, sea por emplearse retardadores de fraguado.

La presión estática ejercida por el hormigón sobre el encofrado puede calcularse mediante las siguientes fórmulas:

a) Soportes

- para T = 10 °C ..... $p = 35\ v \nearrow 24\ h$
- para T = 20 °C ..... $p = 25\ v \nearrow 24\ h$
- para T = 30 °C ..... $p = 20\ v \nearrow 24\ h$

con los siguientes significados:

T = temperatura ambiente durante el hormigonado;
p = presión sobre el encofrado, en kN/m^2;
v = velocidad de hormigonado, en metros de altura por hora;
h = altura del soporte, en metros.

b) Vigas

- costeros con superficie rugosa ..... $p = 12\ h^2$
- costeros con superficie lisa ..... $p = 14\ h^2$

siendo ahora:

p = presión sobre el encofrado, en kN/m de viga;
h = altura del costero, en metros.

Los fondos de las vigas se calculan como vigas continuas. Como tensiones admisibles de la madera pueden tomarse los valores de la tabla 4.2.

3.° DESENCOFRADO

Los costeros y fondos del encofrado, así como los apeos y cimbras, deben retirarse transcurridos los plazos oportunos, sin producir sacudidas ni choques. En condiciones normales, la retirada de costeros puede efectuarse a las 10 horas del hormigonado en verano y a las 30 horas en invierno.

TABLA 4.2

TENSIONES ADMISIBLES DE LA MADERA PARA CÁLCULO DE ENCOFRADOS

Clase de esfuerzo	*Resistencia (N/mm^2)*
Compresión paralela a las fibras	7
Compresión perpendicular a las fibras	3
Flexión en las fibras extremas	8
Esfuerzo cortante	0,7
Tracción paralela a las fibras	8
Tracción perpendicular a las fibras	0

El plazo de retirada de fondos y apeos depende de la evolución del endurecimiento del hormigón y, por consiguiente, del tipo de cemento, de la temperatura ambiente, etc. En la tabla 4.3 se dan unas cifras indicativas, válidas para cemento portland ordinario y unas condiciones medias de evolución del endurecimiento, de acuerdo con la Instrucción española.

TABLA 4.3

PLAZOS MÍNIMOS DE DESENCOFRADO

Temperatura superficial del hormigón (°C)	≥ 24 °C	16 °C	8 °C	2 °C
Encofrados verticales	9 horas	12 horas	18 horas	30 horas
LOSAS • Fondos de encofrado • Puntales	 2 días 7 días	 3 días 9 días	 5 días 13 días	 8 días 20 días
VIGAS • Fondos de encofrado • Puntales	 7 días 10 días	 9 días 13 días	 13 días 18 días	 20 días 28 días

Cuando no se posea experiencia de casos análogos, para fijar los plazos de desencofrado y descimbramiento conviene proceder a ensayos de información (ver apartado 6.7-1.°), con objeto de conocer la resistencia realmente alcanzada por el hormigón.

En obras de importancia es conveniente la medición de flechas durante el desencofrado.

En fin, debe recordarse que cualquier elemento de encofrado que pueda impedir el libre juego de las juntas de retracción o dilatación, así como de las articulaciones, si las hay, debe ser retirado oportunamente.

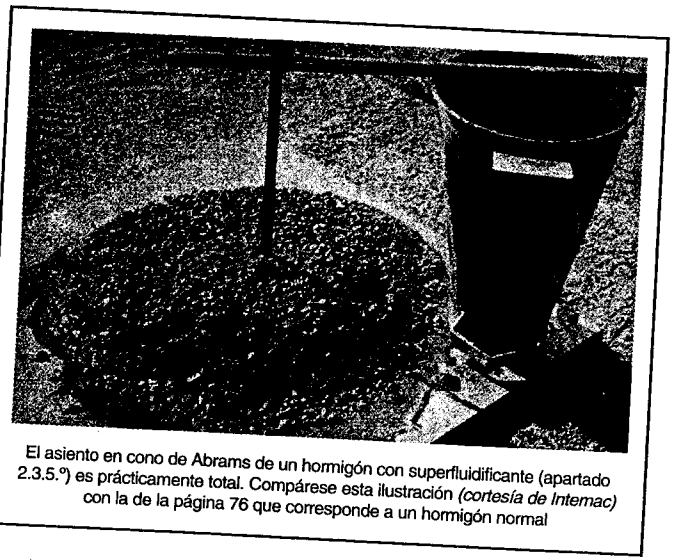
4.° ACABADO DE SUPERFICIES

Después del desencofrado, hay que proceder a la reparación de los pequeños defectos que puedan apreciarse, tales como coqueras superficiales, irregularidades, etc.

Si los defectos son de dimensiones grandes o están situados en zonas críticas, puede resultar necesaria una demolición parcial o total del elemento en cuestión.

No suele ser fácil que las aristas vivas del hormigón resulten bien acabadas. Por ello es preferible muchas veces el biselarlas de origen, colocando berenjenos en las esquinas del encofrado.

Como se indica en el apartado 10.8-2.°, la desviación máxima de las aristas y paramentos con respecto a la vertical teórica no debe sobrepasar los 6 mm por cada 3 m de altura, o por cada 6 m en caso de elementos muy destacados, y la máxima irregularidad de una superficie, medida sobre regla de 2 m o escantillón curvo equivalente, en cualquier dirección, no debe sobrepasar los 5 mm en superficies vistas, ni los 20 mm en superficies ocultas.



El asiento en cono de Abrams de un hormigón con superfluidificante (apartado 2.3.5.°) es prácticamente total. Compárese esta ilustración *(cortesía de Intemac)* con la de la página 76 que corresponde a un hormigón normal

5. Propiedades del hormigón

5.1 Propiedades del hormigón fresco

El hormigón fresco es un material esencialmente heterogéneo, puesto que en él coexisten tres fases: la sólida (áridos y cemento), la líquida (agua) y la gaseosa (aire ocluido). A su vez, la fase sólida es heterogénea entre sí, ya que sus granos son de naturaleza y dimensión variables.

Entre las propiedades del hormigón fresco podemos citar, como más importantes, la consistencia, la docilidad, la homogeneidad y la masa específica o densidad.

1.° CONSISTENCIA

Es la menor o mayor facilidad que tiene el hormigón fresco para deformarse. Varía con multitud de factores: cantidad de agua de amasado, tamaño máximo, granulometría y forma de los áridos, etc.; el que más influye es la cantidad de agua de amasado, como puede verse en la figura 2.1 del capítulo 2.

Existen varios procedimientos para determinar la consistencia, siendo los más empleados el cono de Abrams, la mesa de sacudidas y el consistómetro Vebe.

El cono de Abrams es un molde troncocónico de 30 cm de altura (fig. 5.1) que se rellena con el hormigón objeto de ensayo. La pérdida de altura que experimenta la masa fresca del hormigón una vez desmoldada, expresada en centímetros, da una medida de su consistencia.

La mesa de sacudidas sirve para someter a una masa de hormigón fresco, de forma determinada, a una serie de sacudidas normalizadas, midiéndose el escurrimiento experimentado. Es un método más preciso que el anterior y, por tanto, preferible cuando se trata de instalaciones fijas.

El consistómetro Vebe es una variante del cono de Abrams que se emplea para hormigones muy secos (que darían asiento nulo). La consistencia se mide por el número de segundos necesarios para que el tronco de cono formado por el hormigón con el molde de Abrams experimente, sometido a vibración en mesa, un asiento determinado.

Los procedimientos indicados y los métodos operatorios correspondientes se describen en el apartado 6.2. Ninguno de ellos debe usarse con tamaños de árido superiores a 40 mm, en cuyo caso es necesario cribar previamente por el cedazo de dicha abertura y prescindir del material retenido.

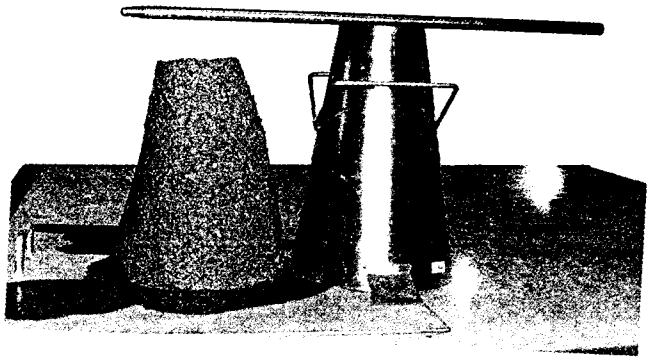


Figura 5.1 Cono de Abrams *(cortesía de Anefhop)*

Los hormigones se clasifican por su consistencia en secos, plásticos, blandos, fluidos y líquidos, como se indica en la tabla 5.1. La consistencia líquida no es admisible para hormigón armado.

TABLA 5.1
CONSISTENCIA DE LOS HORMIGONES

Consistencia		*Asiento en cono de Abrams (cm)*
Seca	(S)	0 a 2
Plástica	(P)	3 a 5
Blanda	(B)	6 a 9
Fluida	(F)	10 a 15
Líquida	(L)	≥ 16

2.° DOCILIDAD

La docilidad, concepto de difícil definición, puede considerarse como la aptitud de un hormigón para ser puesto en obra con los medios de compactación de que se dispone. Esta *trabajabilidad* [1] del hormigón está relacionada con su deformabilidad (consistencia), con su homogeneidad, con la trabazón de sus distintos componentes y con la mayor o menor facilidad que la masa presente para eliminar los huecos de la misma (aire ocluido), alcanzando una compacidad máxima.

La docilidad depende, entre otros factores, de los siguientes:

a) De la cantidad de agua de amasado. Cuanto mayor sea ésta, mayor será la docilidad.

b) De la granulometría de los áridos, siendo más dóciles los hormigones cuyo contenido en arena es mayor. Pero por otra parte, a más cantidad de árido fino corresponde más agua de amasado necesaria y, por tanto, menor resistencia. Por ello las relaciones que indicamos no pueden extrapolarse más allá de ciertos límites.

c) La docilidad es mayor con áridos redondeados que con áridos procedentes de machaqueo.

d) La docilidad aumenta con el contenido en cemento y con la finura de éste.

[1] La trabajabilidad del hormigón es inversamente proporcional a la cantidad de trabajo interno útil que es necesaria para producir una compactación completa.

e) El empleo de un plastificante aumenta la docilidad del hormigón, a igualdad de las restantes características.

La docilidad del hormigón se valora determinando su consistencia con el cono de Abrams (UNE 83.313:90). Para el caso de hormigones de edificación, la Instrucción española recomienda que el asiento en cono no sea inferior a 6 centímetros (en el supuesto de que no se empleen superfluidificantes).

3.° HOMOGENEIDAD

Es la cualidad por la cual los diferentes componentes del hormigón aparecen regularmente distribuidos en toda la masa, de manera tal que dos muestras tomadas de distintos lugares de la misma resulten prácticamente iguales. La homogeneidad se consigue con un buen amasado y, para mantenerse, requiere un transporte cuidadoso y una colocación adecuada.

La homogeneidad puede perderse por *segregación* (separación de los gruesos por una parte y los finos por otra) o por *decantación* (los granos gruesos caen al fondo y el mortero queda en la superficie, cuando la mezcla es muy líquida). Ambos fenómenos aumentan con el contenido de agua, con el tamaño máximo del árido, con las vibraciones o sacudidas durante el transporte y con la puesta en obra en caída libre.

4.° MASA ESPECÍFICA

Un dato de gran interés como índice de la uniformidad del hormigón en el transcurso de una obra, es la masa específica (densidad) del hormigón fresco, sea sin compactar, sea compactado. La variación de cualquiera de ambos valores, que repercute en la consistencia, indica una alteración de la granulometría de los áridos, del contenido en cemento o del agua de amasado, por lo que debe dar origen a las correcciones oportunas. Unos valores medios de la masa específica en función del tamaño máximo del árido figuran en la tabla 3.9.

5.2 Propiedades del hormigón endurecido

Estudiaremos en este apartado la densidad, la compacidad, la permeabilidad y la resistencia al desgaste.

1.° DENSIDAD (Norma UNE 83.317)

La densidad o masa específica del hormigón endurecido depende de muchos factores, principalmente de la naturaleza de los áridos, de su granulometría y del método de compactación empleado. Será tanto mayor cuanto mayor sea la de los áridos utilizados y mayor cantidad de árido grueso contenga, bien clasificado; y tanto mayor cuanto mejor compactado esté.

De todas formas, las variaciones de densidad del hormigón son pequeñas, pudiendo tomarse en los cálculos el valor 2.300 kg/m^3 para los hormigones en masa y 2.500 kg/m^3 para los armados.

Los valores indicados corresponden a hormigones normales. *Los hormigones pesados,* fabricados con áridos de barita o metálicos, tienen densidades de 3.000 a 3.500 kg/m^3 y aún mayores, empleándose en protecciones contra radiaciones. Los *hormigones ligeros,* fabricados con piedra pómez, arlita u otros áridos de pequeña masa específica, tienen densidades del orden de 1.300 kg/m^3 e incluso inferiores a mil.

Mención aparte merece el *hormigón estructural ligero*, fabricado con áridos a base de arcillas o escorias expandidas, cuya densidad es del orden de 1800 kg/m^3. Este tipo de hormigón se emplea profusamente en Norteamérica para placas macizas de forjados, consiguiéndose un ahorro de peso propio de hasta un 30% y resistencias del orden de 28 N/mm^2.

2.° COMPACIDAD

La compacidad, íntimamente ligada a la densidad, depende de los mismos factores que ésta, sobre todo del método de consolidación empleado. Estos métodos de consolidación (apartado 4.4-3.°) tienen por objeto introducir, en un volumen determinado, la mayor cantidad posible de áridos y, al mismo tiempo, que los huecos dejados por éstos se rellenen con la pasta de cemento, eliminando por completo las burbujas de aire.

Es evidente la relación directa que existe entre la compacidad de un hormigón y sus resistencias mecánicas, por cuanto dicha compacidad aumenta con el volumen de materias sólidas que componen el hormigón, en relación con los volúmenes ocupados por el agua y el aire.

Una buena compacidad no sólo proporciona una mayor resistencia mecánica (frente a esfuerzos, impactos, desgaste, vibraciones, etc.), sino también una mayor resistencia física (efecto de la helada) y química frente a las acciones agresivas, ya que, al contener una cantidad mínima de huecos o porosidades, las vías de penetración de los agentes exteriores son también mínimas.

3.° PERMEABILIDAD

En el apartado 2.3-8.° se indicaron las dos formas en que el agua puede penetrar en el hormigón: por presión y por capilaridad. Los factores que influyen en la permeabilidad son los mismos que hacen variar su red capilar y se enuncian en dicho apartado.

El más influyente es, sin duda, la relación agua/cemento. Al disminuir ésta, disminuye la permeabilidad: mientras que para una relación agua/cemento igual a 0,5 el factor de permeabilidad es aproximadamente 15, para 0,8 es alrededor de 450, o sea, treinta veces mayor (fig. 2.8).

Medir la permeabilidad de un hormigón es un problema difícil, que no se encuentra resuelto satisfactoriamente. Existen diversos métodos, unos dedicados a la permeabilidad bajo presión (UNE 83.309:90) y otros a la permeabilidad por succión (absorción). Las medidas se efectúan por diferencia de pesada, o por el tiempo requerido para que el agua atraviese de una cara a otra, o por medición de superficie de mancha en una sección obtenida por corte, etc. Pero ningún método proporciona garantía completa, siendo incierta la concordancia entre medidas realizadas según distintos métodos sobre un mismo hormigón.

Por otra parte, los ensayos sólo pueden efectuarse sobre probetas obtenidas in situ del hormigón endurecido, no sirviendo de nada utilizar probetas enmoldadas, que nunca son representativas desde el punto de vista de la permeabilidad.

Existen distintos procedimientos para aumentar la impermeabilidad de un hormigón, que se estudian en el apartado 2.3-8.°. En todos ellos es imprescindible partir de un hormigón muy compacto. Aparte del empleo de impermeabilizantes de masa o de superficie, cabe aplicar recubrimientos a base de chapas metálicas, fieltro asfaltado, etc., o simplemente, enlucir la superficie con un buen mortero de cemento, de 10 a 20 mm de espesor. Este tipo de protecciones se enumeran en el apartado 11.11-4.°.

Todo lo dicho, que se refiere a la permeabilidad al agua, puede aplicarse igualmente a la permeabilidad al aire, característica que interesa en hormigones para protección contra radiaciones nucleares.

4.° RESISTENCIA AL DESGASTE

En ciertos casos, como sucede en los pavimentos de carretera o interiores de construcciones industriales, interesa que el hormigón presente una gran resistencia al desgaste. Para conseguirlo, la primera condición es emplear un hormigón seco, ya que la lechada superficial es un elemento débil, fácilmente desgastable y productor de polvo.

Es también imprescindible emplear arena silícea y no caliza, al menos en una proporción no inferior al 30 por 100 de la arena total.

Mayores garantías se obtienen aplicando un revestimiento delgado de alta resistencia al desgaste, que puede ser un mortero de cemento con árido fino especial (carborundo, corindón, sílice molida, granalla de hierro inoxidable, etc.) o un mortero especial de materias plásticas, resina epoxi, etc.

Pueden aplicarse también tratamientos superficiales endurecedores, como impregnación por fluosilicatos, silicatación, ocratación o carbonatación.

5.3 Retracción del hormigón

1.° EL FENÓMENO

Durante el proceso de fraguado y endurecimiento, el hormigón contrae de volumen cuando tal proceso se verifica en el aire; y se entumece si se verifica en el agua. Al primer fenómeno se denomina retracción.

La retracción puede explicarse por la pérdida paulatina de agua en el hormigón. Aunque el fenómeno es complejo, de una forma simplificada se podría decir que el hormigón contiene agua en cinco estados distintos:

- el agua combinada químicamente o de cristalización;
- el agua de gel;
- el agua zeolítica o intercristalina;
- el agua adsorbida, que forma meniscos en la periferia de la pasta de cemento que une los granos de árido;
- el agua capilar o libre.

De estos estados, el agua capilar y parte de la adsorbida pueden *evaporarse* a la temperatura ordinaria. Si el hormigón no está en un ambiente permanentemente húmedo, va perdiendo el agua capilar, lo que no produce cambios de volumen, y parte del agua adsorbida (e incluso, según algunos autores, de la zeolítica), lo cual origina una contracción de meniscos que obliga a que los granos de árido se aproximen entre sí. Esta es la causa de la retracción.

2.° FACTORES QUE INFLUYEN EN LA RETRACCIÓN

Aparte del grado de humedad ambiente, en el fenómeno de retracción influyen los siguientes factores:

a) *El tipo, clase y categoría del cemento* influyen en el sentido de dar más retracción los más resistentes y rápidos, a igualdad de las restantes variables.

b) *A mayor finura de molido del cemento* corresponde una mayor retracción.

c) *La presencia de finos* en el hormigón aumenta apreciablemente la retracción.

d) *La cantidad de agua de amasado* está en relación directa con la retracción. Por ello, a igualdad de dosis de cemento por m³ de hormigón, la retracción aumenta con la relación agua/cemento; y a igualdad de relación A/C, aumenta con la dosis de cemento.

e) *La retracción aumenta cuando disminuye el espesor del elemento* en contacto con el medio ambiente, por ser entonces mayor el efecto de desecación con respecto al volumen de la pieza.

f) *El hormigón armado retrae menos que el hormigón en masa,* ya que las barras de acero se oponen al acortamiento y lo disminuyen, tanto más cuanto mayor sea la cuantía (véase apartado 21.8). La relación entre un valor y otro de la retracción viene a ser del orden del 80 por 100.

A pesar de los esfuerzos que se realizan, no ha podido conseguirse fabricar un cemento que no experimente retracción. Los llamados *cementos sin retracción y cementos expansivos* son, en realidad, cementos en los que se trata de compensar la retracción con una expansión equivalente (o superior), a base de piedra de yeso y otras materias, o empleando como aditivo polvo de aluminio. Pero la retracción y la expansión no son concomitantes, ya que ésta precede a aquélla al verificarse durante el fraguado y primer endurecimiento. Se trata, en definitiva, de cementos especiales cuyo empleo es muy limitado y no aconsejable sin un riguroso control.

3.° EFECTOS DE LA RETRACCIÓN EN ELEMENTOS ESTRUCTURALES

La retracción no es una fuerza sino una deformación impuesta, que provocará tensiones de tracción y, por consiguiente, fisuras, únicamente en el caso en que se encuentre impedido el libre acortamiento del hormigón; por ello, tiene tanta más influencia cuanto más rígida es una estructura. Este es el caso de los arcos muy rebajados y de poca luz, de hormigón en masa, en donde suelen aparecer grietas de retracción; o de las vigas de luz media o grande si están fuertemente coartadas en sus extremos (fig. 5.2*a*).

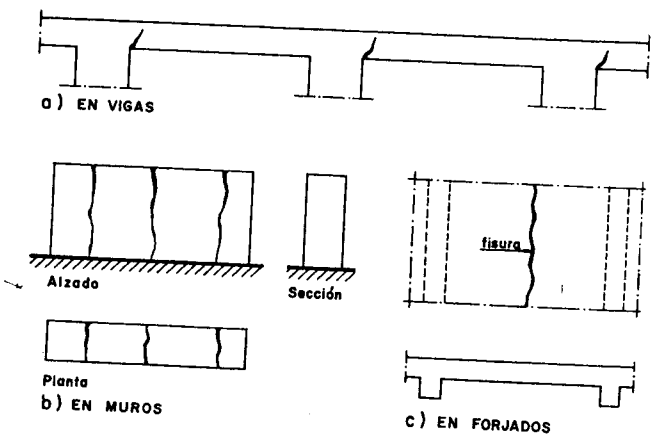


Figura 5.2 Ejemplos de fisuras de retracción

Un caso típico es el del muro de cimentación, en el que la coacción exterior está representada por el terreno. Si no se han dejado juntas de retracción, el muro acaba por fisurarse cada 10 ó 12 m, pudiendo aparecer con el tiempo una segunda familia de fisuras intermedias (fig. 5.2*b*).

En los elementos de tipo superficial las fisuras de retracción son muy frecuentes, especialmente si aparecen asociados con vigas o nervios que actúan de líneas de coacción en el conjunto (fig. 5.2*c*).

Las armaduras suponen también impedimento interior al libre acortamiento del hormigón. Por ello, en vigas muy armadas con recubrimiento grande, éste puede fisurarse por retracción, dado el gradie que existe entre la superficie libre (donde la retracción es máxima) y la armadura que impo su coacción al hormigón circundante. Favorece al fenómeno el hecho habitual de que el recubrimiento es mucho más rico en pasta que el interior de la pieza, a causa del vibrado del hormigón.

La probabilidad de fisuración por retracción está íntimamente ligada con la *elongabilidad* del hormigón, de la que se trata en el apartado 5.6-5.°.

Cuando el hormigón se combina con otros materiales, debe recordarse el fenómeno de la retracción y estudiar la compatibilidad de deformaciones del conjunto. Es el caso de los revestimientos sobre hormigón aplicados prematuramente, en los que, al contraerse éste, el revestimiento queda sometido a compresión, acabando por agrietarse e incluso desprenderse.

Para evitar los efectos de la retracción, o paliarlos, pueden disponerse juntas permanentes (muros, pavimentos) o temporales (presas, arcos); estas últimas se hormigonan después, cuando las dos partes aisladas han experimentado la mayor parte de su retracción. La protección y el curado prolongado de superficies, especialmente en tiempo seco, es fundamental para disminuir la retracción en las primeras edades. Siempre es conveniente disponer armaduras repartidas de pequeño diámetro, en forma de malla superficial (forjados) o armaduras de piel (vigas esbeltas), con objeto de distribuir las fisuras y disminuir su anchura, consiguiendo que lleguen a ser inapreciables al ojo desnudo. Habrá veces, en fin, en que se podrán aceptar las fisuras por retracción, cuando no perjudiquen fundamentalmente al elemento afectado.

Otras indicaciones sobre fisuras por retracción pueden encontrarse en el apartado 21.10-1.°.

4.° CÁLCULO DEL ACORTAMIENTO POR RETRACCIÓN

Como valores medios del acortamiento por retracción, cuando no sea necesaria su determinación precisa, pueden tomarse 0,35 mm por metro para hormigón en masa y 0,25 mm por metro para hormigón armado.

Para una evaluación más afinada, puede determinarse el acortamiento por retracción haciendo intervenir las variables que más influyen en el fenómeno. A continuación se indica un procedimiento sencillo, basado en trabajos del CEB, que da valores suficientemente aproximados en la mayor parte de los casos de la práctica.

a) El valor ε_t de la retracción de un elemento de hormigón en masa, desde el momento de su acabado hasta el instante t, viene dado por:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_0 \cdot \beta_t = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \beta_t$$

en donde ε_1, que depende del medio ambiente, viene dado en la tabla 5.2; ε_2, que depende del espesor ficticio de la pieza e, se da en el párrafo siguiente, y β_t, que refleja la evolución en el tiempo, viene dado en el gráfico de la figura 5.3 para distintos valores de e.

b) A continuación se indican los valores del espesor ficticio e y del coeficiente ε_2:

$$e = \alpha \frac{2A}{u}, \qquad \varepsilon_2 = 0{,}7 \frac{e+16}{e+8} \quad (e \text{ en cm})$$

siendo α el coeficiente dado en la tabla 5.2; A el área de la sección transversal del elemento; y u el perímetro de la sección transversal que está en contacto con la atmósfera. Si una de las dimensiones de la sección es muy grande con respecto a la otra, el espesor ficticio (abstracción hecha del coeficiente corrector por ambiente, α) coincide con el real.

La fórmula anterior de ε_2 da valores aceptables para espesores ficticios e iguales o mayores de 10 cm. En el caso poco habitual en que el espesor ficticio e sea menor de dicha cantidad, conviene tomar para ε_2 un valor superior al dado por la fórmula (como orientación, se recomienda tomar $\varepsilon_2 = 1{,}20$ para $e = 5$ cm).

TABLA 5.2
VALOR MEDIO DE LA RETRACCIÓN Y VALOR DEL COEFICIENTE α

AMBIENTE	*Humedad relativa aproximada*	ε_1	α
En el agua	100 por 100	$+10\times10^{-5}$	30
En atmósfera muy húmeda	90 por 100	-13×10^{-5}	5
En ambiente medio	70 por 100	-32×10^{-5}	1,5
En atmósfera seca	40 por 100	-52×10^{-5}	1,0

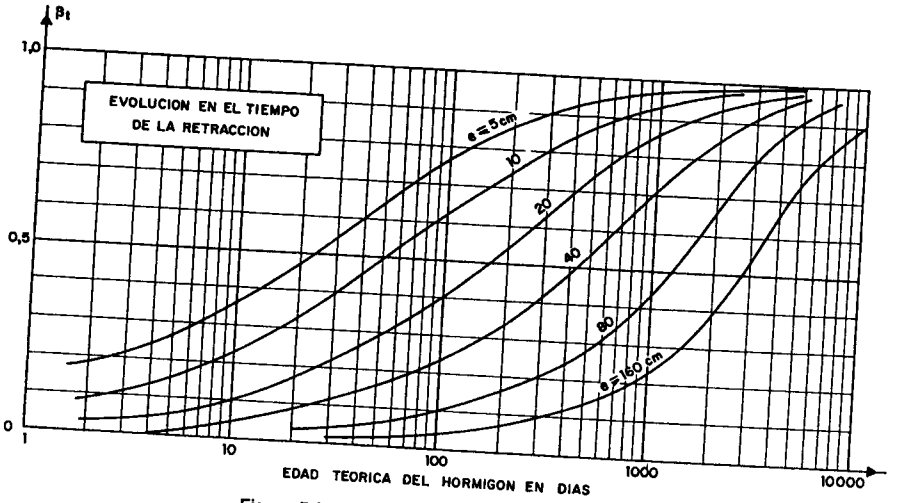


Figura 5.3 Evolución de la retracción en el tiempo

c) En el eje de abscisas del gráfico de la figura 5.3 aparece la edad teórica del hormigón en días, t. Si el hormigón está sometido a temperaturas normales, la edad teórica coincide con la real. Si no es así, se tomará como edad teórica t la dada por la expresión:

$$t = \frac{\sum j(T+10)}{30}$$

donde j es el número de días durante los cuales el endurecimiento se efectúa a una temperatura media diaria de T grados centígrados.

d) Si la influencia de la retracción va a ser efectiva, no desde el principio, sino a partir de una edad de j días, el valor que interesa determinar en el instante t es:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot (\beta_t - \beta_j)$$

con los mismos significados que anteriormente.

e) Si el hormigón ha sido amasado con gran exceso de agua, o con un cemento rápido de gran finura, la retracción puede alcanzar valores mayores de los indicados en este procedimiento, al menos en un 25 por 100, especialmente en las primeras edades.

Por el contrario, en hormigones muy secos, la retracción calculada debe disminuirse en un 25 por 100, para encontrar valores más concordantes con los medidos experimentalmente.[1]

f) A partir de la deformación ε_t correspondiente a hormigón en masa, puede calcularse la deformación ε_{st} correspondiente a hormigón armado mediante la relación (apartado 21.8):

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_t \frac{1}{1+n\cdot\rho}$$

siendo $n = \frac{E_s}{E_c}$ el coeficiente de equivalencia y $\rho = \frac{A_s}{A_c}$ la cuantía geométrica de la pieza.

5.4 El hormigón y la temperatura

En los apartados 4.6 y 4.7 se ha estudiado el efecto de las temperaturas extremas en el hormigón fresco y las precauciones que deben adoptarse. Estudiaremos ahora su influencia en el hormigón endurecido.

El hormigón se comporta frente a las bajas temperaturas como si se tratase de una piedra natural, siendo su *porosidad* (cuantía y estructura de los capilares), así como su grado de saturación en agua, las características que determinan su comportamiento frente a la helada. En efecto, al helarse el agua introducida en los capilares, ésta aumenta de volumen y ejerce un efecto de cuña que fisura al hormigón.

La mejor defensa contra este efecto reside en la confección de un hormigón lo más compacto posible. El empleo de aireantes (apartado 2.3-6.°) mejora apreciablemente la resistencia a la helada, ya que las pequeñas burbujas de aire ocluido actúan como cámaras de expansión y palían o anulan el efecto destructor de la presión interna ejercida por el agua al congelarse. También son eficaces las impregnaciones de la superficie de hormigón con aceite de linaza, tratamiento que se emplea en la técnica de pavimentos rígidos.

Un caso excepcional de muy bajas temperaturas (cercanas a –273 °C) lo constituye el almacenamiento de gas licuado en depósitos de hormigón, que en muchos casos pueden sustituir con ventaja a los tradicionales depósitos metálicos. El hormigón pretensado resulta ser así un excelente material criogénico.

En cuanto a las altas temperaturas, el hormigón se comporta frente a ellas experimentando una serie de fenómenos físico-químicos que, en lo ensencial, se resumen en la tabla 5.3.

El coeficiente de dilatación térmica, α, del hormigón varía con el tipo de cemento y áridos, con la dosificación y con el rango de temperaturas, oscilando entre $9{,}2\times10^{-6}$ y 11×10^{-6} para

[1] En todo el método se supone que el hormigón no contiene aditivos, ya que éstos pueden modificar sensiblemente el valor de la retracción.

temperaturas comprendidas entre – 15 °C y 50 °C. Como valor medio para los cálculos puede tomarse el de $\alpha = 10^{-5}$, es decir, 0,01 mm por metro y grado de temperatura, aproximadamente igual al del acero. Por tanto, este valor es igualmente válido para el hormigón armado y puede aceptarse hasta una temperatura de 150 °C.

En general, los áridos calizos proporcionan valores de α más bajos que los áridos silíceos.

TABLA 5.3
ACCIÓN DE LAS ALTAS TEMPERATURAS SOBRE EL HORMIGÓN

Temperatura	*Efecto sobre el hormigón*
< 100 °C	Ninguna influencia
100 °C a 150 °C	El hormigón cede su agua capilar y de adsorción
150 °C durante un tiempo bastante largo	Ligera disminución de la resistencia a compresión y fuerte caída de la resistencia a tracción
Hasta 250 °C en períodos cortos	Disminución de la resistencia a tracción sin afectar a la de compresión
300 °C a 500 °C	Pérdida de un 20 por 100 de la resistencia a compresión; la de tracción puede haber desaparecido
A 500 °C y más	La cal hidratada se destruye por pérdida del agua de cristalización (agua combinada químicamente)
Hacia 900 °C-1.000 °C	La deshidratación es total y provoca la destrucción completa del hormigón

Como los coeficientes de dilatación térmica de las diversas rocas que constituyen los áridos y de la pasta de cemento, no son iguales, las variaciones de temperatura provocan en la masa de hormigón movimientos térmicos diferenciales que pueden amplificar su sistema interno de microfisuras. Por ello, en los hormigones que hayan de estar sometidos a variaciones importantes de temperatura, conviene escoger los materiales componentes de forma que su compatibilidad térmica sea la mayor posible.

En el proyecto de estructuras de hormigón es necesario tener en cuenta los movimientos térmicos, bien estableciendo juntas de dilatación a distancias adecuadas (del orden de los 30 metros), bien tomando en consideración los esfuerzos que aparecen si la estructura no tiene libertad de movimiento. En estructuras a la intemperie, la carrera de temperaturas (diferencia entre la temperatura media y cada una de las extremas) que suele suponerse, oscila entre 15 °C y 10 °C, según la ubicación de la obra y, sobre todo, según el espesor de los elementos, ya que de él depende su mayor o menor inercia térmica.

Una evaluación más precisa de la carrera de temperaturas puede obtenerse mediante la fórmula:

$$|carrera| = 20 - 0{,}75 \cdot \sqrt{e} \leq 0$$

siendo e el espesor del elemento en centímetros y supuesta la estructura al exterior. Si está abrigada de la intemperie, el valor dado por la fórmula puede reducirse a la mitad. En elementos enterrados, puede incluirse en su espesor el de la capa de terreno que los recubre y aísla del exterior.

En estructuras metálicas suelen suponerse carreras bastante mayores, del orden de + 30 °C, debido a su mayor conductividad. Hay que tener en cuenta que las temperaturas extremas, tanto diarias como estacionales, penetran muy lentamente en la masa del hormigón, reduciéndose pronto su valor a poca distancia de la superficie.

44672

El coeficiente de conductividad térmica del hormigón es mucho más bajo que el del acero, siendo sus valores respectivos, 1,1 y 45 kcal/m$^2 \cdot h \cdot$ °C por término medio.[1]

La contracción producida por un descenso de temperatura es análoga a la originada por la retracción (y viceversa: ésta equivale a un descenso de temperatura del orden de los 25 °C) y ambos efectos se suman, siendo a menudo difícil distinguir uno de otro. Existe, no obstante, la diferencia esencial de que, en el primer caso, los dos materiales, hormigón y acero, se deforman por igual, no surgen tensiones entre ellos, al contrario de lo que sucede con la retracción.

5.5 Características mecánicas del hormigón

1.° RESISTENCIA CARACTERÍSTICA DEL HORMIGÓN

La resistencia a compresión simple es la característica mecánica más importante de un hormigón. Su determinación se efectúa mediante el ensayo de probetas, según métodos operatorios normalizados que se describen en el apartado 6.3. Ahora bien, los valores de ensayo que proporcionan las distintas probetas son más o menos dispersos, en forma variable de una obra a otra, según el cuidado y rigor con que se confeccione el hormigón; y esta circunstancia debe tenerse en cuenta al tratar de definir un cierto hormigón por su resistencia.

El problema puede plantearse así: dados n resultados obtenidos al ensayar a compresión simple n probetas cilíndricas 15 × 30 de un mismo hormigón, determinar un valor que sea representativo de la serie y, por consiguiente, del propio hormigón.

Tradicionalmente se ha seguido el criterio de adoptar, para dicho valor, la media aritmética f_{cm} de los n valores de roturas, llamada *resistencia media.* Pero este valor no refleja la verdadera calidad del hormigón en obra, al no tener en cuenta la dispersión de la serie.

Si tenemos dos hormigones con la misma resistencia media, no cabe duda de que es más fiable aquel que presenta menor dispersión. Por consiguiente, el coeficiente de seguridad que se adopte en el cálculo debe ser mayor para el hormigón más disperso. La conclusión que se extrae es que el adoptar la resistencia media como base de los cálculos conduce a coeficientes de seguridad variables según la calidad de la ejecución.

Para eliminar este inconveniente y conseguir que se trabaje con un coeficiente de seguridad único, homogéneo en todos los casos, se ha adoptado el concepto de *resistencia característica del hormigón,* que es una medida estadística que tiene en cuenta no sólo el valor de la media aritmética f_{cm} de las roturas de las diversas probetas, sino también la desviación típica relativa o *coeficiente de variación,* δ, de la serie de valores.

a) *Se define como resistencia característica,* f_{ck}, del hormigón aquel valor que presenta un grado de confianza del 95 por 100, es decir, que existe una probabilidad de 0,95 de que se presenten valores individuales de resistencia de probetas más altos que f_{ck}. De acuerdo con esta definición y admitiendo la hipótesis de distribución estadística normal (fig. 5.4), la resistencia característica viene dada por la expresión:

$$f_{ck} = f_{cm}\,(1 - 1{,}64\,\delta)$$

[1] La conductividad (o conductibilidad) para fábrica de ladrillo hueco suele ser de 0,4; para ladrillo macizo, 0,75 y para el corcho, 0,04.

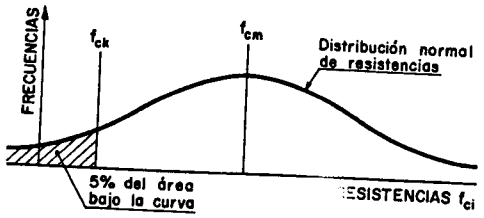


Figura 5.4 Definición de resistencia característica (f_{ck})

donde f_{cm} es la resistencia media y δ el coeficiente de variación de la población de resistencias:

$$f_{cm} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_{ci}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{f_{ci} - f_{cm}}{f_{cm}}\right)^2}$$

No debe confundirse la expresión dada para f_{ck}, que es una definición (válida para n = ∞), con los estimadores de la resistencia característica, que se emplean para aceptar o rechazar un hormigón determinado en obra, a partir de un número relativamente pequeño de determinaciones. Estas ideas se tratan ampliamente más adelante, en los apartados 10.6 y 10.7.

b) *El valor del coeficiente de variación* δ depende de las condiciones de ejecución del hormigón. Para los hormigones fabricados en central el coeficiente de variación suele oscilar entre 0,08 y 0,20, según la calidad de la planta. Un coeficiente de variación superior a 0,20 es propio de los hormigones fabricados a mano o en pequeñas hormigoneras de obra, los cuales no son aconsejables salvo para obras de pequeña importancia. Sobre este tema puede verse el apartado 10.6-4.°.

c) *El concepto de resistencia característica* se refiere, por antonomasia, a la resistencia a compresión medida sobre probetas cilíndricas 15 × 30 de veintiocho días de edad, fabricadas, conservadas y rotas según métodos normalizados (apartado 6.3); pero puede hacerse extensivo a cualquier tipo de ensayo, clase de probeta, modo de conservación y edad del hormigón, ya que se trata de una definición de tipo estadístico. *Siempre que se hable, en esta obra, de resistencia característica, nos referimos a la primera definición,* salvo advertencia en contrario.

d) *Cuando se trata de soportes, muros y, en general, de piezas de pequeña sección que se hormigonan verticalmente de una sola vez,* existe un efecto de refluxión de mortero hacia la parte superior durante la compactación del hormigón, el cual queda mejor consolidado en la base (debido al peso de la masa fresca que gravita sobre ella) y más debilitado en su tercio más alto. En consecuencia, el valor de la resistencia característica del hormigón de soportes puede estimarse en el 90 por 100 del valor f_{ck} que corresponde a probetas enmoldadas, las cuales son representativas del hormigón de la base pero no del hormigón del tercio superior. Por lo dicho, cuando se trata de soportes o muros de pequeña sección, resulta prudente afectar la resistencia de cálculo del hormigón de un coeficiente 0,9 aún cuando las normas no obligan a ello. Como es natural, este efecto no se produce en soportes prefabricados, que se hormigonan en horizontal.

e) *El Código Modelo CEB-FIP 90 tipifica los hormigones,* con arreglo a su resistencia característica, según la serie

12, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80

en donde las resistencias se expresan en N/mm² (MPa). Por su parte, la Instrucción española recomienda utilizar la serie

20, 25, 30, 35, 40, 45, 50

añadiendo que el empleo de la resistencia 20 se limita a hormigones en masa (dicho de otro modo, que la resistencia mínima empleable en hormigón armado es 25 N/mm²). Con esta limitación se pretende asegurar una mayor durabilidad de las estructuras de hormigón.

f) *En definitiva,* los valores recomendables de f_{ck} son [illegible] y 30 N/mm² para estructuras de edificación, reservándose los restantes valores de la serie para obras civiles, obras de hormigón pretensado y prefabricación.

2.° RESISTENCIA DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN

Aunque no suele contarse con la resistencia a tracción del hormigón a efectos resistentes, es necesario conocer su valor porque juega un importante papel en ciertos fenómenos, tales como la fisuración, el esfuerzo cortante, la adherencia de las armaduras, etc. Por otra parte, en ciertos elementos de hormigón, como en el caso de pavimentos, puede ser más interesante el conocimiento de la resistencia a tracción que la de compresión, por reflejar mejor ciertas cualidades, como la calidad y limpieza de los áridos.

Como ocurre con la resistencia a compresión, la resistencia a tracción es un valor un tanto convencional que depende del tipo de ensayo. Existen tres formas de obtener la resistencia a tracción: *por flexotracción, por hendimiento y por ensayo directo de tracción axil* (fig. 5.5). El último método no es práctico, dadas las dificultades que entraña su realización (al sujetar la probeta entre las mordazas de la prensa se debilita la sección de agarre y la probeta rompe junto a la mordaza, lo que falsea el ensayo), por lo que se emplean normalmente los otros dos.

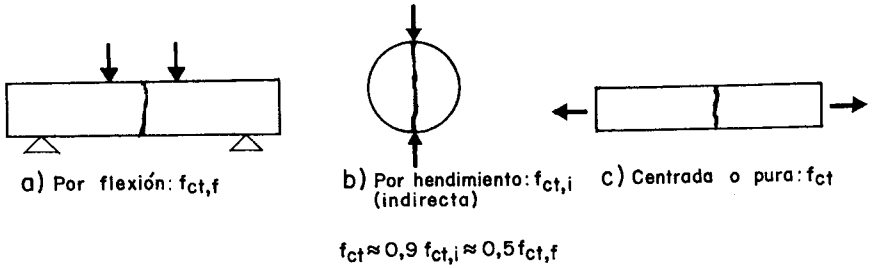


Figura 5.5 Resistencias del hormigón a tracción

La *resistencia a tracción por flexión* (flexotracción) y la *resistencia a tracción por hendimiento* (tracción indirecta), se determinan según los métodos operatorios descritos en el apartado 6.3 (puntos 7.° y 8.°).

De no disponer de ensayos comparativos, para la resistencia a tracción axil f_{ct} puede tomarse el 90 por 100 de la resistencia a tracción por hendimiento, y el 50 por 100, aproximadamente, de la resistencia a flexotracción.

Los valores obtenidos en los ensayos para la resistencia a tracción son bastante dispersos y su variación puede extenderse al intervalo ($0{,}7f_{ctm}$, $1{,}3f_{ctm}$), referido al valor medio. Aunque la resistencia a tracción depende de muchas variables (entre ellas la naturaleza y limpieza de los áridos), la Instrucción española admite que la resistencia a tracción axil (media $f_{ct,m}$ o característica $f_{ct,k}$), está ligada a la resistencia característica del hormigón a compresión f_{ck}, mediante las relaciones:

$$f_{ct,m} = 0{,}30\sqrt[3]{f_{ck}^2}\ \text{(MPa)} \qquad y \qquad f_{ct,k} = 0{,}21\sqrt[3]{f_{ck}^2}\ \text{(MPa)}$$

en donde todas las resistencias, *incluida* f_{ck}, se expresan en N/mm^2. Puede observarse que en la segunda de estas fórmulas, que corresponde al valor característico inferior (cuantil 5%), aparece el factor 0,21 que es igual a 0,7 x 0,3. Para el valor característico superior (cuantil 95%) debe utilizarse el factor 1,3 x 0,3 = 0,39. Para el cálculo del momento de fisuración en piezas flectadas (apartado 21.7) puede tomarse el factor 0,37, que corresponde a la resistencia a tracción por flexión.

La elección del valor de f_{ct} que debe introducirse en los cálculos depende del tipo de problema: para el estado límite de formación de fisuras debe tomarse el valor característico, y para el estudio de deformaciones, el valor medio.

3.° RESISTENCIA DEL HORMIGÓN BAJO UN ESTADO DE TENSIÓN BIAXIL

Una probeta prismática de hormigón sometida a compresión simple, se rompe cuando la carga produce una tensión igual a la resistencia f_c. Pero si dicha probeta se somete a un esfuerzo de compresión en la dirección de su eje mayor, y a un esfuerzo de tracción en dirección normal a la primera, la rotura se produce por la acción conjunta de ambos esfuerzos, cuando la tensión de compresión alcanza el valor σ_I, y la de tracción el valor σ_{II}, ambos inferiores, respectivamente, a las resistencias a compresión y tracción simples.

Ya se comprende la dificultad de realización que presentan los ensayos biaxiles. No obstante, los resultados obtenidos por distintos autores parecen bastante concordantes, pudiendo admitirse la fórmula:

$$\sigma_{II} = 0{,}3\sqrt[3]{f_c^2}\cdot\sqrt{1-(\sigma_I/f_c)^2}\ \text{(unidades en N/mm}^2\text{)}$$

que proviene de introducir una corrección adecuada, dada por el último radical, en la expresión de la resistencia a tracción pura, f_{ct}.

El hormigón se encuentra sometido a estos estados de tensión biaxil en las vigas que trabajan a flexión con esfuerzo cortante, ya que las distintas fibras están sometidas a compresión en una dirección principal y a tracción en la otra normal a ella. No obstante, ambos cálculos suelen hacerse por separado.

Análogamente, si una probeta prismática está sometida a compresión triaxil, la rotura se produce cuando la compresión σ_I en la dirección principal alcanza un cierto valor, superior a la resistencia en compresión simple, f_c. Considère y Brandtzaeg admiten la fórmula:

$$\sigma_I = f_c + 4{,}1\cdot\sigma_{II} \quad \text{con} \quad \sigma_{II} < f_c$$

donde σ_{II} es la compresión ejercida en las caras laterales.

Un caso donde el hormigón se encuentra sometido a esfuerzos de compresión triaxil es el de las columnas zunchadas, ya que el zuncho coarta la deformación transversal debida al efecto Poisson y actúa, por consiguiente, como una compresión lateral.

5.6 Características reológicas del hormigón

Recordemos que la Reología es la rama de la Mecánica que estudia la evolución de deformaciones de un material, producidas por causas tensionales, a lo largo del tiempo.

Se ha definido con acierto al hormigón como un *pseudosólido elasto-visco-plástico,* haciendo con ello referencia a su compleja reología, que participa de las características de los tres tipos de cuerpos mencionados: los elásticos, los viscosos y los plásticos. No extrañará esta complejidad si se recuerda que en el hormigón coexisten la fase sólida (áridos y cemento), la líquida (agua) y la gaseosa (aire ocluido).

El fenómeno de retracción, ya estudiado (apartado 5.3-1.°, cuya lectura se recomienda aquí), forma parte de la reología del hormigón. A continuación estudiaremos otros fenómenos, cuyo conjunto gobierna la evolución de las deformaciones del hormigón a lo largo del tiempo.

1.° CLASIFICACIÓN DE LAS DEFORMACIONES DEL HORMIGÓN

Sea una probeta de hormigón, que vamos a someter a un proceso de carga y descarga, observando la evolución de sus deformaciones en el tiempo (fig. 5.6):

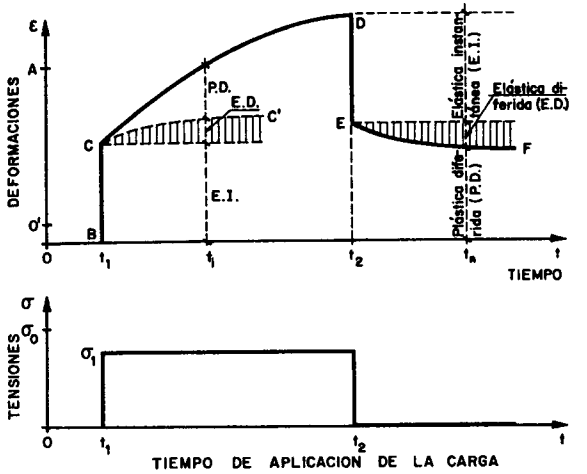


Figura 5.6 Deformaciones del hormigón

a) Supongamos que en el momento inicial $t = 0$ cargamos la probeta a una tensión σ_o: aparecerá entonces una deformación *OA* instantánea. Si descargamos inmediatamente la probeta, la deformación no se anula totalmente; se recupera la mayor parte, *O'A*, y queda una deformación remanente, *OO'*.

Por consiguiente, hay dos partes en la deformación instantánea del hormigón: la *deformación elástica, AO'*, y la *deformación remanente, OO'*. La primera es recuperable y la segunda no.

A partir de este primer ciclo de carga (carga noval), la deformación remanente no vuelve a presentarse, siempre que la tensión a que se someta la probeta no supere a la ya aplicada, σ_o. Dicho de otro modo, el hormigón se comporta frente a las cargas sucesivas (no novales) como perfectamente elástico.

b) Carguemos ahora la probeta, en el instante t_1, de manera que se produzca en ella una tensión $\sigma_1 < \sigma_o$: aparecerá una deformación elástica *BC*. Si se mantiene la carga, la deformación irá creciendo con el tiempo según la curva *CD*, debido al comportamiento plástico del hormigón. Si al llegar al instante t_2 se descarga la probeta, se recupera instantáneamente la deformación elástica (*DE* = *BC*); y si se deja transcurrir el tiempo con la probeta descargada, se va recuperando una parte creciente de la deformación, según la curva *EF*.

Quedan así puestas de manifiesto las tres deformaciones fundamentales del hormigón, que se han acotado en la figura 5.6 referidas al instante t_u: la deformación *elástica instantánea*, la *elástica diferida* y la *plástica diferida*. Estas mismas deformaciones pueden ponerse de manifiesto en un instante t_i anterior a la descarga, sin más que dibujar la rama plástica CC' simétrica de la EF.

c) Resumiendo lo dicho, pueden clasificarse las deformaciones según la tabla 5.4, en la que se han hecho figurar, además, las deformaciones térmicas y de retracción, independientes de las cargas exteriores.

TABLA 5.4
DEFORMACIONES DEL HORMIGÓN

	Dependientes de las cargas exteriores		*Independientes de las cargas exteriores*
	Instantáneas	*Diferidas (fluencia)*	
Reversibles	Elásticas Instantáneas	Elásticas diferidas	Térmicas
Irreversibles	Remanentes	Plásticas diferidas	Retracción

A efectos de cálculo y de un modo simplificado, *se denomina fluencia al conjunto de deformaciones diferidas*, englobando en este concepto la deformación elástica diferida y la plástica diferida. Y se *admite que la deformación por fluencia tiende hacia una asíntota, cuyo valor es proporcional a la deformación elástica instantánea*, según un factor de proporcionalidad que estudiamos más adelante, en el punto 6.°

2.° DIAGRAMA TENSIÓN-DEFORMACIÓN DEL HORMIGÓN

El diagrama noval tensión-deformación del hormigón presenta una parte final parabólica y otra inicial sensiblemente rectilínea (fig. 5.7).

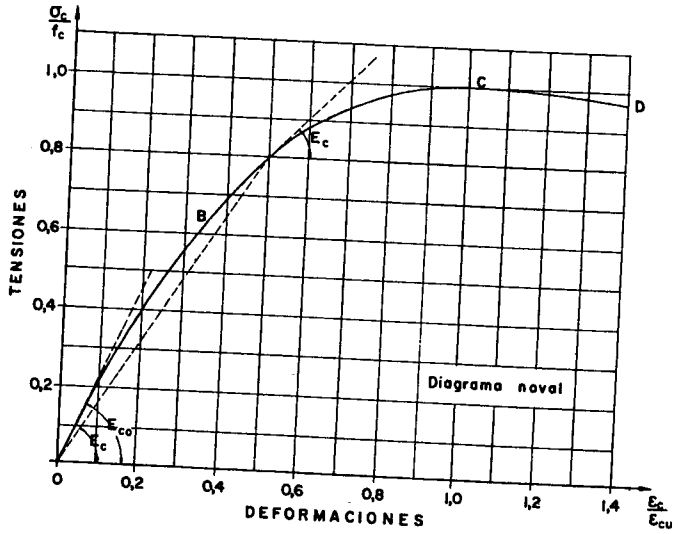


Figura 5.7 Diagrama noval σ - ε del hormigón

a) Repitamos el proceso indicado en *a*) del punto 1.° anterior, pero dibujando ahora el diagrama $\sigma - \varepsilon$ (fig. 5.8). Si al llegar a la tensión σ_o, descargamos la probeta, la rama descendente que se obtiene es la recta AO', aproximadamente paralela a la tangente en el origen OT. Aparece así la deformación remanente OO', ya conocida.

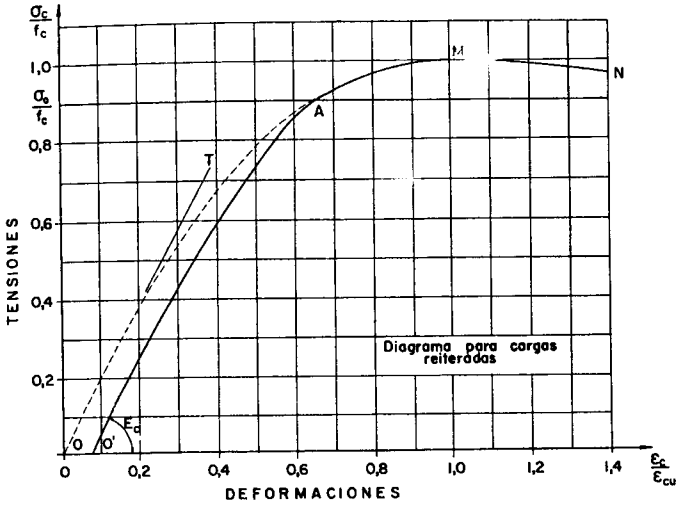


Figura 5.8 Diagrama no noval σ - ε del hormigón

A partir de este momento y para los sucesivos procesos de carga-descarga, el hormigón funciona con el diagrama $O'AMN$, es decir, con un tramo inicial $O'A$ perfectamente elástico y rectilíneo que no variará siempre que no se supere la tensión σ_o. El módulo de elasticidad coincide aproximadamente con el inicial del diagrama noval.

Esta *rectificación* del diagrama noval, suprimiendo la deformación remanente, se produce en la práctica al efectuar una prueba de carga en una estructura (apartado 10.10-2.°).

Mientras el hormigón de un elemento estructural, durante su vida de servicio, se conserve dentro del tramo $O'A$, el comportamiento de dicho elemento será perfectamente elástico. Pero si un aumento de solicitaciones en una determinada sección del mismo le hace entrar en la rama noval AMN, aparecerán deformaciones relativamente grandes en dicha sección, ya que la curva se va haciendo cada vez más tendida; este fenómeno explica la aparición de rótulas plásticas en estructuras hiperestáticas, con la consiguiente readaptación de esfuerzos, en lo que se refiere al hormigón. Cuando dicha readaptación no es posible el hormigón llega a la rotura en un proceso acelerado e irreversible de deformaciones crecientes, como sucede en los casos de inestabilidad (pandeo).

b) El diagrama noval de la figura 5.8 corresponde a una duración breve del proceso de carga. Si esta duración se hace variar, aumentándola, se obtienen otras curvas del tipo de las dibujadas en la figura 5.9.

Se ponen así de manifiesto, de nuevo, las deformaciones diferidas del hormigón que aparecen bajo carga mantenida. Aún cuando el diagrama de la figura 5.9 no pretende una precisión cuantitativa, sino tan sólo ilustrar cualitativamente el fenómeno, puede observarse (por ejemplo, mirando la horizontal correspondiente a una compresión relativa de 0,4) que las deformaciones de fluencia pueden llegar a ser dos o tres veces mayores que las elásticas correspondientes.

El diagrama muestra, igualmente, el fenómeno de *cansancio* del hormigón (curva límite de rotura bajo carga constante) que se estudia en el apartado 11.9-2.°.

c) La edad del hormigón en el momento de aplicación de la carga influye en la magnitud de la fluencia, en el sentido de aumentarla cuanto más joven es el material, como puede apreciarse comparando las figuras 5.9 (edad de 28 días) y 5.10 (edad de un año).

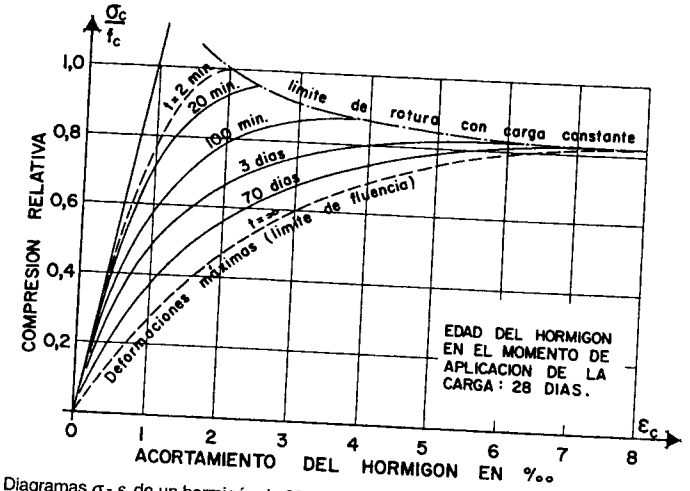


Figura 5.9 Diagramas σ - ε de un hormigón de 28 días de edad (*los valores numéricos son meramente indicativos*)

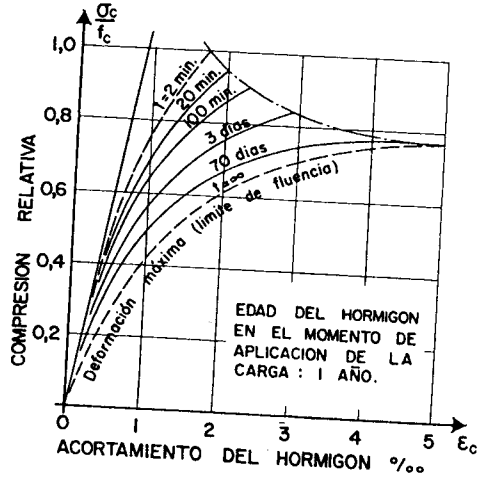


Figura 5.10 Diagramas σ - ε de un hormigón de un año de edad (*los valores numéricos son meramente indicativos*)

3.° MÓDULO DE DEFORMACIÓN LONGITUDINAL DEL HORMIGÓN

No siendo el hormigón un cuerpo elástico, no cabe, en rigor, hablar de módulo de elasticidad, sino de *módulo de deformación longitudinal,* el cual no tiene un valor constante en el diagrama noval $\sigma - \varepsilon$, dada la curvatura del mismo.

Distinguiremos los conceptos siguientes (fig. 5.7):

a) *Módulo tangente*, cuyo valor es variable en cada punto y viene medido por la inclinación de la tangente a la curva en dicho punto:

$$E_c = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$$

b) *Módulo secante,* cuyo valor es variable en cada punto y viene medido por la inclinación de la recta que une el origen con dicho punto:

$$E_c = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

c) *Módulo inicial,* también llamado módulo de elasticidad en el origen, que corresponde a tensión nula, en cuyo caso coinciden el módulo tangente y el secante. Viene medido por la inclinación de la tangente a la curva en el origen.

De las definiciones anteriores y del examen de los diagramas $\sigma - \varepsilon$ noval y reiterativo (figs. 5.7 y 5.8) se deducen las siguientes conclusiones importantes:

- el módulo tangente en el diagrama noval disminuye al aumentar la tensión, llegando a anularse para la tensión máxima;
- el módulo secante en el diagrama noval también disminuye al aumentar la tensión, llegando a un valor del orden del medio al tercio del inicial, para la tensión máxima;
- el módulo secante en el diagrama reiterativo, para tensiones que ya han sido alcanzadas anteriormente, es constante y aproximadamente igual al 85% del módulo inicial en primera carga.

Por consiguiente, cuando se trata de determinar deformaciones para cargas próximas a las de servicio en una estructura (que producen tensiones en el hormigón del orden del 40 por 100 de la de rotura, como máximo), se puede adoptar como módulo secante de deformación un valor constante, para cada tipo de hormigón y humedad ambiente, igual a 0,85 veces el módulo de elasticidad inicial del diagrama noval.

Según el Código Modelo CEB-FIP los diagramas tensión-deformación del hormigón en compresión axil adoptan la forma indicada en la figura 5.11 que expresa con claridad el aumento de rigidez del hormigón a medida que aumenta su resistencia. Tanto dicho código como la Instrucción española ofrecen el siguiente *valor medio del módulo de deformación inicial del hormigón (pendiente de la tangente en el origen) a j días d edad, para cargas instantáneas o rápidamente variables:*

$$E_{0j} = 10.000 \sqrt[3]{f_{cmj}}$$

expresión en la que f_{cmj} es la resistencia media del hormigón a j días de edad, que debe expresarse en N/mm^2 para obtener E_{0j} en N/mm^2. En cuanto al módulo secante (pendiente de la secante) y según lo indicado anteriormente, puede tomarse igual a (con las mismas unidades que antes):

$$E_j = 8.500 \sqrt[3]{f_{cmj}}$$

expresión válida siempre que las tensiones en condiciones de servicio no sobrepasen el 40% de la resistencia característica a compresión a j días de edad.

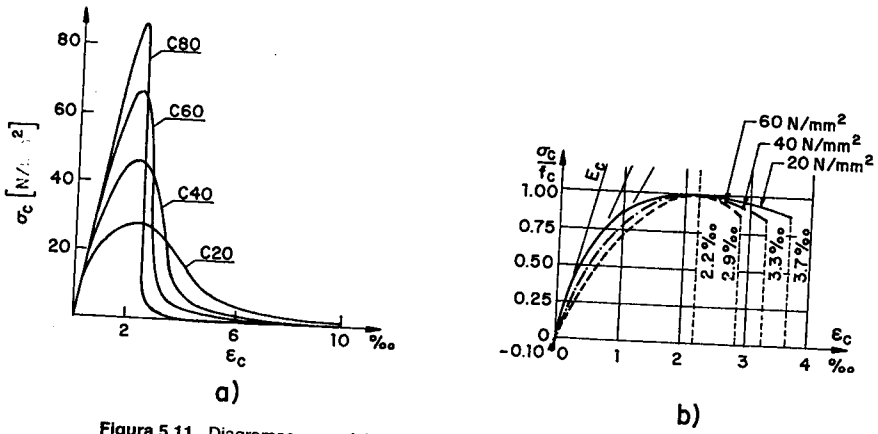


Figura 5.11 Diagramas σ - ε del hormigón, en valores absolutos (*a*) y relativos (*b*)

Se observará que en las expresiones anteriores figura la resistencia media del hormigón, cosa lógica por ser E_{oj} y E_j valores medios del módulo de deformación. Cuando no se conozca por ensayos la resistencia media del hormigón, su valor a 28 días puede estimarse a partir de la resistencia característica a la misma edad mediante la fórmula $f_{cm} = f_{ck} + 8$ en N/mm^2. Para pasar a otras edades, puede utilizarse la tabla 6.3 que proporciona los valores de $f_{cm,j}$ en función de f_{cm}.

Cuando las cargas son de actuación permanente interviene el fenómeno de la fluencia y las deformaciones aumentan (figs. 5.9 y 5.10); estas deformaciones se determinan como se indica en el punto 6.° de este apartado. No obstante, en los casos en que no sea necesaria una gran precisión, pueden determinarse las deformaciones operando con el *módulo de deformación para cargas permanentes:*

$$E_c = \frac{\sigma_o}{\varepsilon_{tot}} = \frac{\sigma_o}{\varepsilon_{co} + \varepsilon_{cc}} = \frac{1}{1+\varphi} E_{cm}$$

en donde φ es la relación entre la deformación diferida ε_{cc} y la instantánea ε_{co}. Los valores del *coeficiente de fluencia* φ se dan en la tabla 5.6.

4.° COEFICIENTE DE POISSON[1]

El coeficiente de Poisson, ν, es la relación, cambiada de signo, entre las deformaciones transversales y las longitudinales correspondientes, en piezas que trabajan a compresión simple. El coeficiente de Poisson relativo a las deformaciones elásticas bajo tensiones normales de utilización puede tomarse igual a 0,2, si bien en ciertos cálculos puede despreciarse el efecto de la dilatación transversal. Al aumentar la carga e iniciarse la plastificación del hormigón, el coeficiente de Poisson aumenta rápidamente hasta alcanzar un valor del orden de 0,5.

[1] El término "coeficiente" indica que se trata de un valor adimensional, a diferencia de la palabra "módulo" que se reserva para los valores con dimensiones.

5.° ELONGABILIDAD DEL HORMIGÓN

Poco se conoce de la reología del hormigón sometido a tracción, dada la dificultad de los ensayos y las fuertes dispersiones que se obtienen.

La deformación de rotura del hormigón en tracción vale, aproximadamente, de 0,01 a 0,015 por 100 y es una medida de su *elongabilidad,* es decir, de su capacidad para soportar alargamientos sin romperse.

La elongabilidad del hormigón depende, en buena parte, de la *ductilidad* del cemento, que viene medida por el cociente de sus resistencias a tracción y a compresión, a las mismas edades.

La elongabilidad del hormigón varía apreciablemente con la velocidad de aplicación de la carga, lo cual significa que existe también en tracción un efecto de fluencia. Este efecto puede elevar la deformación de rotura a valores de 0,03 a 0,04 por 100.

Está demostrado que la elongabilidad es mayor en hormigones de elevada relación agua/cemento, en hormigones poco curados y en hormigones jóvenes. Por consiguiente y al igual que sucede con el acero, la elongabilidad se opone a la resistencia; o, dicho de otra forma, los hormigones de buena calidad son más frágiles que los mediocres.

Este hecho explica la realidad experimental de que los hormigones de baja calidad se fisuran poco por retracción, cosa que se comprueba en la práctica con cierta frecuencia. Por el contrario, aunque los hormigones de baja relación agua/cemento experimentan menor retracción, son más susceptibles de fisurarse por esta causa, debido a su baja elongabilidad.

6.° CÁLCULO DEL ACORTAMIENTO POR FLUENCIA

Todos los procedimientos al uso para estimar los acortamientos por fluencia son de carácter empírico y derivan de la realización de ensayos de laboratorio sobre probetas sometidas a compresión. No es extraño por ello que los métodos de cálculo ofrecidos por los diferentes códigos varíen a cada nueva edición de los mismos.

Los autores consideran que las formulaciones contenidas en la Instrucción española de 1991 (EH-91), basadas en trabajos del CEB, son suficientemente aproximadas para hormigón armado y que, por su sencillez, resultan preferibles a otras más modernas y complicadas, cuyo uso es conveniente para hormigón pretensado Por ello expondremos a continuación ese procedimiento, que es análogo al expuesto para la retracción en el apartado 5.3-4.°.

a) La fluencia del hormigón depende, principalmente, del grado de humedad ambiente en que se encuentre la pieza, del espesor de ésta y de la composición del hormigón. Influye también la edad del hormigón en el momento de la puesta en carga y, naturalmente, el tiempo transcurrido hasta el momento en que se evalúa la fluencia.

b) La deformación total del hormigón ε_{tot} es la suma de la deformación elástica instantánea ε_{co}, más la deformación de fluencia ε_{cc} (fig. 5.6). La deformación de fluencia es, a su vez, la suma de la deformación elástica diferida ε_{cd}, más la plástica diferida ε_{cf}. Es decir:

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{co} + \varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} + \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{cf} = \frac{\sigma_o}{E_{cm}} + \varphi \frac{\sigma_o}{E_{cm}} = \frac{\sigma_o}{E_{cm}}(1+\varphi)$$

en donde φ es el coeficiente de fluencia a tensión constante referido, convencionalmente, a la deformación inicial para una puesta en carga a 28 días.

De acuerdo con la simplificación admitida por el Código Modelo para la evaluación de la fluencia después de 90 días, se prescinde de la parte de deformación irreversible que se desarrolla en las primeras horas de la aplicación de la carga.

c) El coeficiente φ consta de dos sumandos: uno que representa la deformación elástica diferida, $0{,}4 \cdot \beta'_{t-j}$, y otro que representa la deformación plástica diferida, $\varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot (\beta_t - \beta_j)$. Por consiguiente:

$$\varphi = 0{,}4 \cdot \beta'_{t-j} + \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot (\beta_t - \beta_j)$$

d) El coeficiente β'_{t-j} refleja la evolución en el tiempo de la deformación elástica diferida y se toma del gráfico de la fig 5.12, en función de la duración $t - j$ del efecto de fluencia, siendo t el instante para el cual se evalúa la fluencia y j la edad del hormigón en el momento de la puesta en carga, ambos expresados en días a partir de la confección del hormigón.

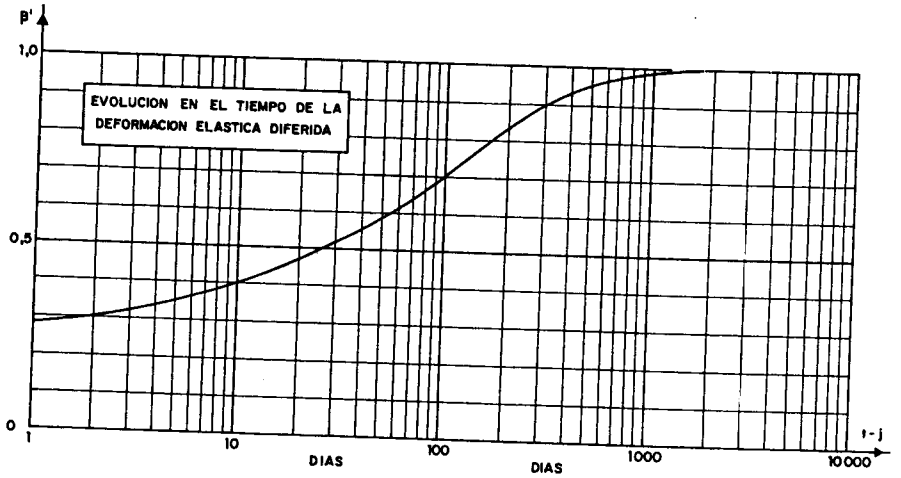


Figura 5.12 Evolución en el tiempo de la deformación elástica diferida

e) El coeficiente φ_1 depende del medio ambiente y viene dado en la tabla 5.5; φ_2 depende del espesor ficticio de la pieza e y se da en el párrafo siguiente. Los coeficientes β_t y β_j reflejan la evolución en el tiempo de la deformación plástica diferida y se toman del gráfico de la figura 5.13, con los significados de t y j indicados anteriormente.

TABLA 5.5
VALOR BÁSICO φ_1 DE LA FLUENCIA Y VALOR DEL COEFICIENTE α

AMBIENTE	*Humedad relativa aproximada*	φ_1	α
En el agua	100 por 100	0,8	30
En atmósfera muy húmeda	90 por 100	1,0	5
En ambiente medio	70 por 100	2,0	1,5
En atmósfera seca	40 por 100	3,0	1,0

f) A continuación se indican los valores del espesor ficticio e y del coeficiente φ_2:

$$e = \alpha \frac{2A}{u}, \qquad \varphi_2 = 1{,}12 \frac{e+31}{e+17} \quad (e \text{ en cm})$$

siendo α el coeficiente dado en la tabla 5.5, A el área de la sección transversal del elemento y u el perímetro de la sección transversal que está en contacto con la atmósfera. Si una de las dimensiones de la sección es muy grande con respecto a la otra, el espesor ficticio (abstracción hecha del coeficiente corrector por ambiente, α) coincide con el real.

La fórmula anterior de φ_2 da valores aceptables para espesores ficticios iguales o menores de 80 cm. En el caso poco habitual en que el espesor ficticio e sea mayor de esta cantidad, conviene tomar para φ_2 un valor inferior al dado por la fórmula (como orientación, se recomienda tomar $\varphi_2 = 1{,}25$ para $e = 80$ cm y $\varphi_2 = 1{,}12$ para $e = 150$ cm).

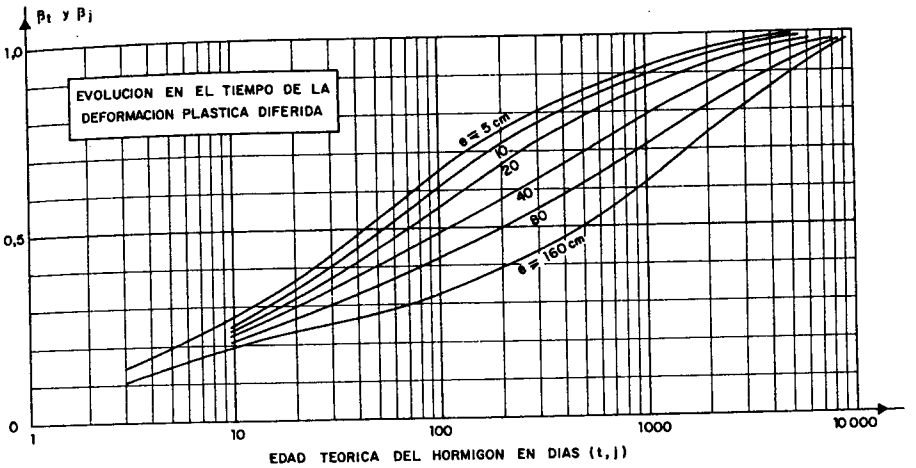


Figura 5.13 Evolución en el tiempo de la deformación plástica diferida

g) En el eje de abscisas del gráfico de la figura 5.13 aparece la edad teórica del hormigón en días, t. Si el hormigón está sometido a temperaturas ambientes normales, la edad teórica coincide con la real. Si no es así, se tomará como edad teórica t la dada por la expresión:

$$t = \frac{\sum j(T+10)}{30}$$

donde j es el número de días durante los cuales el endurecimiento se efectúa a una temperatura media ambiente de T grados centígrados.

h) Si el hormigón ha sido amasado con gran exceso de agua, la deformación plástica diferida puede alcanzar un valor mayor del indicado, al menos en un 25 por 100. Por el contrario, en hormigones muy secos tal deformación suele ser inferior a la calculada en un 25 por 100. La deformación elástica diferida no experimenta alteración por este concepto: la corrección afecta, por consiguiente, sólo al segundo sumando de φ.

i) Con independencia de todo lo anterior, el Código Modelo CEB-FIP 1990 ofrece unos valores tabulados para el coeficiente de fluencia tras 70 años de carga, válidos para hormigones de f_{ck} comprendida entre 20 y 50 N/mm^2. Estos valores, que figuran en la tabla 5.6, pueden tomarse como los coeficientes finales de fluencia en los casos en que no sea necesaria una gran precisión.

TABLA 5.6
COEFICIENTE DE FLUENCIA φ TRAS 70 AÑOS DE CARGA

Edad del hormigón a la puesta en carga (días)	*Condiciones atmosféricas secas (interior) (HR = 50%)*			*Condiciones atmosféricas húmedas (exterior) (HR = 80%)*		
	Dimensión ficticia $2A_c/u$ (mm)					
	50	150	600	50	150	600
1	5,8	4,8	3,9	3,8	3,4	3,0
7	4,1	3,3	2,7	2,7	2,4	2,1
28	3,1	2,6	2,1	2,0	1,8	1,6
90	2,5	2,1	1,7	1,6	1,5	1,3
365	1,9	1,6	1,3	1,2	1,1	1,0

5.7 Durabilidad del hormigón

Para cumplir su cometido como material de construcción, el hormigón debe ser no sólo resistente, sino también durable. Dada la importancia de la materia y su complejidad, abordaremos su estudio como sigue:

a) En este apartado expondremos los distintos procesos que pueden degradar el hormigón como material;

b) en el apartado 9.8 haremos lo propio con respecto al acero como material embebido en el hormigón y definiremos el concepto de *vida útil* de una estructura;

c) finalmente, en el apartado 11.11 trataremos de la durabilidad de la estructura como un todo y ofreceremos algunas recomendaciones sobre diseño estructural y estrategias de proyecto frente a la durabilidad.

Todos estos conocimientos son necesarios no sólo para el proyectista sino también para el constructor y el fabricante de materiales, ya que la durabilidad de una estructura depende de las decisiones que se tomen en cada una de las fases del proceso constructivo (ver figura 5.14). El objetivo que se busca es alargar lo más posible la vida útil de la estructura.

1.° CONSIDERACIONES BÁSICAS

Los dos elementos que más influyen en la durabilidad del hormigón, tanto en masa como armado, son la presencia de agua y el mecanismo de transporte, a través de los poros y fisuras, de gases, agua y agentes agresivos disueltos.

Los poros del hormigón se ubican en la pasta de cemento, que constituye la interfaz entre los distintos granos de árido; y en términos generales, pueden clasificarse en *microporos, poros capilares* y *macroporos*. Los primeros, también denominados *poros de gel*, tienen un radio medio del orden de una centésima de micra y no influyen prácticamente en la durabilidad. En cambio, los *poros capilares* (cuyo radio medio es del orden de una milésima de milímetro) y, sobre todo, los *macroporos* (radio medio del orden de un milímetro), influyen en la durabilidad de forma decisiva.

La durabilidad del hormigón viene a menudo determinada por la velocidad a la que se descompone como resultado de una reacción química. Para que ésta tenga lugar es necesario que

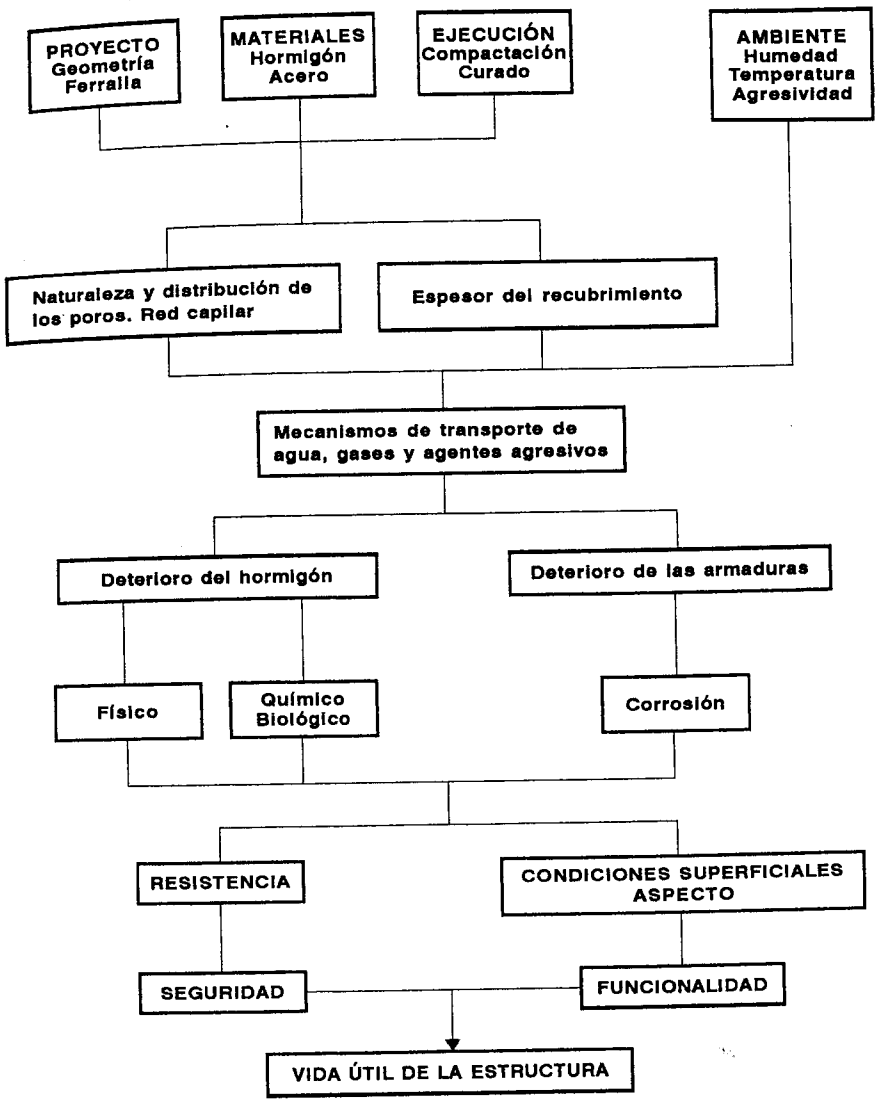


Figura 5.14 Factores que influyen en la durabilidad de una estructura

las sustancias agresivas (iones y moléculas, normalmente provenientes del ambiente exterior) se trasladen por la red de poros del hormigón hasta encontrar la sustancia reactiva en el hormigón. Si no hay transporte, no hay reacción.

La degradación del hormigón depende, por tanto, de que sea posible o no el transporte por su interior de gases y de agua con sustancias agresivas. El aumento de la humedad ambiente produce un llenado de agua de los poros mayores, lo que reduce el espacio disponible para la

difusión de gases. Por consiguiente, ambos factores (difusión de agua y difusión de gases) se contraponen entre sí, hasta tal punto que en hormigones saturados de agua, la difusión de gases (oxígeno, dióxido de carbono, etc.) se reduce a valores despreciables.

Por lo dicho, cuando se moja la superficie del hormigón a causa de la lluvia o de salpicaduras, las sustancias disueltas en agua son transportadas por el agua y la difusión de gases está prácticamente impedida. Pero al cesar el transporte de agua, la difusión de gases comienza a jugar una vez un papel dominante. Por ello, las zonas de hormigón sometidas a ciclos humedad-sequedad (canales, depósitos, carrera de mareas en muelles, etc.) son muy vulnerables desde el punto de vista de la durabilidad.

2.° AGRESIVOS AL HORMIGÓN

Los agentes que pueden atentar contra la durabilidad del hormigón son muchos y no es fácil intentar su clasificación. En forma simplificada pueden agruparse en:

a) ***Acciones mecánicas:*** Cargas, sobrecargas, impactos, vibraciones. Producidos por causas naturales (agua corriente, aire) o artificiales.

b) ***Acciones físicas:*** Variaciones de temperatura y humedad, heladas, temperaturas extremas, corrientes eléctricas, erosión, fuego, radiaciones.

c) ***Acciones biológicas:*** Vegetación, microorganismos (bacterias y otras formas microscópicas de vida orgánica).

d) ***Acciones químicas:*** Aire y otros gases, en atmósfera natural o contaminada. Aguas agresivas (de curado, naturales superficiales o profundas, de mar, industriales, negras agrícolas, negras urbanas) y otros líquidos. Áridos reactivos. Productos químicos orgánicos (aceites, grasas) o inorgánicos. Suelos y terrenos agresivos.

Las acciones citadas pueden producir en el hormigón grietas, descamaciones, fallos de unión pasta-árido, formación de compuestos expansivos debidos a reacciones químicas que ocasionan la consiguiente fisuración, formación de eflorescencias por cristalización de sales solubles de calcio y magnesio durante períodos secos, cambios de coloración, etc.

a) ***Las acciones mecánicas*** deben tenerse en cuenta en el cálculo, tanto las acciones directas (cargas) como las indirectas (deformaciones impuestas), incluyendo los efectos de impacto y vibraciones. Como consecuencia de estas acciones el hormigón puede fisurarse (la tipología de estas y otras fisuras se estudia más adelante, en el apartado 21.10).

b) ***Las acciones físicas*** han sido estudiadas en el apartado 5.4 en lo que se refiere a variaciones de temperatura exterior y actuación de temperaturas extremas.

En cuanto a variaciones de temperatura interior, el calor de fraguado del cemento produce tensiones internas importantes en elementos de gran masa de hormigón. Debido a la escasa conductividad térmica de éste (unas 0,003 calorías por centímetro cuadrado, centímetro, segundo y grado centígrado), el calor de hidratación se disipa con gran lentitud y como el proceso de enfriamiento del hormigón en grandes macizos puede durar varios meses, las tensiones térmicas que se desarrollan en el seno del material pueden llegar a superar su resistencia a tracción y fisurarlo. Si el elemento tiene poco espesor, el equilibrio térmico con el ambiente se alcanza en las primeras edades, cuando el hormigón se encuentra todavía en estado plástico, lo que le permite absorber las tracciones que puedan originarse por gradiente térmico, sin riesgo de fisuras.

La presencia de corrientes eléctricas vagabundas o derivadas puede provocar fenómenos de corrosión electroquímica de las armaduras si se combina con la presencia de sustancias ácidas y salinas (en particular, cloruros) en el medio ambiente que rodea al hormigón. Este caso puede presentarse cuando, próximas a las armaduras principales, existen líneas eléctricas de trazado paralelo a ellas.

En lo que respecta al hielo, hay que recordar que el paso del agua de estado líquido a sólido se produce con un incremento de volumen del 9%. Si los poros están completamente saturados de agua se producirá rotura del material por reventón (*splitting*). De ahí la conveniencia de utilizar aireantes, ya que los poros derivados del aire ocluido son cuasi estancos y pueden no estar saturados aún cuando lo esté el hormigón (ver apartado 2.3-6.°).

La aplicación de productos de deshielo sobre una superficie de hormigón cubierta de hielo provoca un salto térmico al derretirse éste, con riesgo de que se produzcan fisuras debidas a la diferencia de temperatura entre la superficie y el interior del hormigón. Si hay nuevos ataques de helada en presencia de agentes de deshielo, esos ataques serán más severos que si no hubiesen actuado dichos agentes, por lo que convendrá forzar el contenido en aire ocluido para evitar el efecto de descamación de las capas superficiales que es típico de estos casos. Conviene recordar también aquí que las sales de deshielo tienen carácter agresivo para las armaduras, por su contenido en ión cloro.

La erosión del hormigón puede producirse por abrasión o por cavitación. La primera produce el desgaste por rozamiento de la superficie del hormigón, como es el caso de los pavimentos de carretera e industriales; al respecto, puede consultarse el apartado 5.2-4.°. La segunda se presenta cuando el agua sin sólidos fluye con gran velocidad paralelamente a una superficie de hormigón y, debido a cualquier cambio en la geometría de dicha superficie o a otra causa, el flujo de agua se separa de la pared de hormigón creando unas zonas de bajas presiones. Ello ocasiona la formación de pequeñas burbujas de vapor de agua en esas zonas, vapor que se condensa después y las hace estallar bruscamente. Debido a tales ondas expansivas aparecen deterioros en la superficie del hormigón en forma de picaduras, pudiéndose producir también roturas superficiales de cierta extensión.

La acción del fuego sobre el hormigón somete a éste a temperaturas crecientes, frente a las cuales se comporta según vimos en la tabla 5.3. Ahora bien, desde el punto de vista de la seguridad estructural, el peligro reside en que las altas temperaturas lleguen al acero, ya que su límite elástico disminuye fuertemente a medida que la temperatura aumenta por encima de los 150 °C, reduciéndose a la mitad para valores del orden de los 500 °C. Por consiguiente, el hormigón desempeña el papel de agente protector del acero frente al fuego, papel que será tanto más eficaz cuanto mayor sea el tiempo de exposición a fuego necesario para que la estructura pierda su capacidad resistente. En este sentido, el hormigón de áridos calizos presenta ventajas respecto al de áridos silíceos, ya que, a igualdad de temperatura, los primeros absorben calor (paso de la caliza a la cal viva) manteniendo un cierto tiempo la integridad de la pieza, en tanto que los segundos se desprenden del hormigón con estallidos.

c) ***Las acciones biológicas*** están producidas por hongos, bacterias, algas o musgos, que pueden encontrar buenas condiciones de crecimiento en suelos y paredes de ciertas plantas industriales (especialmente del ramo de la alimentación), alcantarillas, zonas marítimas, etc. También se da el caso de penetración de raíces de plantas y árboles a través de fisuras.

Tales acciones pueden causar daños de tipo mecánico (fuerzas de expansión) o por segregación de ácidos húmicos (directamente o por sus productos de descomposición) que disuelven la pasta de cemento. Por otra parte, toda esta vegetación puede causar un efecto de retención de agua sobre la superficie del hormigón, lo que provoca la saturación del mismo y el consiguiente riesgo de daños por heladas.

En la práctica, la mayor parte de estos fenómenos se presenta en las redes de alcantarillado, en las que, en condiciones anaeróbicas (sin oxígeno), puede formarse sulfuro de hidrógeno, el cual, al oxidarse por la acción bacteriológica, forma ácido sulfúrico, con el consiguiente ataque al hormigón situado por encima del nivel del agua (figura 5.15).



Figura 5.15 Ataque biológico en redes de alcantarillado. *Fuente: CEB, 1996*

Se han desarrollado cementos especiales antibactericidas (en general, a base de materiales tóxicos, como arsénico o cobre) que disminuyen olores y forman limos protectores de la superficie del hormigón.

En contraposición a todo lo anterior, la vegetación acuática que se desarrolla en las estructuras marinas suele tener un efecto favorable, ya que las plantas consumen el oxígeno antes de que éste se difunda en el hormigón, evitando así que participe en el proceso de corrosión de las armaduras.

d) ***Las acciones químicas*** son, en general, las más temibles. Las más importantes en la práctica son los ataques por ácidos, por sulfatos y por álcalis, que estudiaremos a continuación en detalle.

3.° ATAQUES QUÍMICOS AL HORMIGÓN

a) ***La acción de los ácidos*** sobre el hormigón produce una conversión de sus compuestos cálcicos (hidróxido cálcico, silicato cálcico hidratado y aluminato cálcico hidratado) en sales cálcicas del ácido actuante: el ácido clorhídrico origina cloruro cálcico; el nítrico, nitrato cálcico, sal muy soluble como la anterior; el sulfúrico, sulfato cálcico, que precipita como yeso; etc. Con ácidos orgánicos sucede lo mismo. El resultado de estas transformaciones es una destrucción de la estructura del cemento endurecido, cualquiera que sea la compacidad de éste. En cambio, en el ataque por sulfatos la compacidad de la pasta de cemento tiene gran importancia, al no destruirse en este caso todo el sistema poroso como sucede con los ácidos.

La velocidad del proceso de deterioro depende más de la solubilidad de la sal cálcica resultante que de la agresividad del ácido actuante. Cuanto menos soluble es la sal, mayor es el efecto pasivante de la sal precipitada; y viceversa, si la sal es soluble, la velocidad de las reacciones corre pareja con la velocidad de disolución de la sal cálcica. De ello se deduce la siguiente regla, de validez general para todas las reacciones químicas: *la velocidad de deterioro causada por el ataque de un agresivo químico es mucho mayor si la solución fluye que si está estancada.* Como ejemplo puede recordarse que, como se dijo en el apartado 2.1, es mucho más peligroso emplear aguas nocivas para el curado del hormigón que utilizarlas para su amasado.

Las aguas puras, al igual que los ácidos, disuelven los compuestos cálcicos, por lo que causan el mismo efecto destructor sobre la pasta endurecida de cemento. Por su parte, la lluvia ácida no aporta suficiente cantidad de ácido al año como para que su efecto sobre el hormigón resulte significativo.

b) ***El ataque por sulfatos*** se caracteriza por la reacción del ión sulfato, como sustancia agresiva, con el aluminato del cemento, lo que origina la formación de sulfoaluminato tricálcico (estringita, antiguamente denominada sal de Candlot) con notable aumento de volumen, que puede originar la desintegración del hormigón. Obsérvese que, a diferencia de los ácidos, que reaccionan con todos los componentes del cemento, los sulfatos sólo atacan al componente alúmina. Por ello y como se ha dicho anteriormente, en el caso de los sulfatos la mayor o menor compacidad del hormigón juega un papel determinante en el proceso de deterioro.

La presencia de otros elementos puede modificar el proceso descrito. Así por ejemplo, está demostrada la influencia atenuante que tiene el ión cloro, al resultar preferente la formación de cloro-aluminato (sal de Fridell). Por esta razón, las aguas de mar, que merecerían ser calificadas como de alta agresividad por su alto contenido en sulfatos, son sólo moderadamente agresivas.

c) ***El ataque por álcalis*** se parece al de sulfatos, con la diferencia de que aquí la sustancia que reacciona con el agente agresivo no es el cemento sino que son los áridos. El hidróxido cálcico de los poros del hormigón contiene álcalis (ión sodio y ión potasio) en mayor o menor proporción, y estos álcalis pueden atacar a la sílice contenida en los áridos originando el gel álcali-sílice. Esta reacción, que se presenta únicamente con ciertos áridos de naturaleza opalina cuya sílice no está bien cristalizada, puede provocar expansiones destructivas en el hormigón, que se manifiestan en la superficie mostrando un esquema de fisuración en mapa, típico de todo proceso expansivo (volumétrico, no lineal como en el caso de la corrosión de las barras de acero) en el interior del hormigón. Otras manifestaciones típicas son los hinchamientos locales y la exudación de productos cristalinos (lágrimas de gel sílice-álcali).

d) ***Las sustancias que poseen carácter agresivo para el hormigón*** son, de un modo genérico, las siguientes:

- Gases que poseen olor amoniacal o que, por su carácter ácido, enrojecen el papel azul de tornasol. En general, el ataque sólo es importante cuando se trata de gases de concentración alta y en ambiente húmedo, salvo el anhídrido carbónico, que es agresivo en ambiente seco.
- Aguas agresivas del subsuelo o de otros orígenes, tales como las aguas ácidas de pH inferior a 5, las aguas puras, las aguas sulfatadas o selenitosas, las aguas residuales que contienen más de 30 g/l de sales disueltas, las aguas de ciertas canteras, las aguas detergentes, etcétera. La agresividad es mucho más fuerte cuando se trata de aguas en movimiento.
- Líquidos que desprenden burbujas gaseosas, poseen olor nauseabundo, dejan residuos cristalinos o terrosos al evaporarlos o que, por su carácter ácido, enrojecen el papel azul de tornasol; aceites vegetales y otros compuestos orgánicos análogos.
- Tierras o suelos con humus o sales cristalizadas; y sólidos secos o húmedos cuyas dispersiones acuosas enrojecen el papel azul de tornasol.

6. Ensayos del hormigón

6.1 Generalidades y clasificación

1.° GENERALIDADES

Estudiaremos en este capítulo los métodos de ensayo más comunes que se realizan con el hormigón. De ellos, unos se refieren al *hormigón fresco* y tienen como finalidad conocer las características del mismo; y otros se refieren al *hormigón endurecido,* siendo su objeto determinar sus cualidades y, fundamentalmente, su resistencia.

No es fácil definir las resistencias de un hormigón, ya que su comportamiento, frente a los distintos esfuerzos a que ha de estar sometido, es variable y complejo. Las medidas de las resistencias preconizadas por la Resistencia de Materiales pueden servir de base y punto de referencia, pero no son más que valores convencionales que dependen de multitud de factores: unos de ellos, ligados con el material en sí (granulometría y calidad de cemento y áridos, dosificación, confección); otros, dependientes de los métodos de ensayo (forma y dimensiones de las probetas, conservación de las mismas, edad, tipo de solicitación, velocidad de carga).

Por esta causa, el comportamiento resistente del hormigón, en las distintas piezas de una estructura, será distinto del correspondiente a la probeta que sirvió de base para determinar su resistencia. Por otra parte, existe una dispersión de los resultados de las distintas probetas de un mismo ensayo, según ha sido indicado en el apartado 5,5-1.°.

Los métodos de ensayo utilizados hoy día para la determinación de las distintas características del hormigón varían poco de unas normas a otras, gracias a los trabajos del Comité Europeo de Normalización (CEN), encargado por la Comisión de la Unión Europea de la redacción de una normativa común (Normas EN) sobre productos de construcción.

En relación con el hormigón, el CEN ha redactado la Norma EN 206 que abarca la composición, clasificación, propiedades y durabilidad de los hormigones, así como el control y conformidad de sus cualidades, admitiendo para los distintos métodos de ensayo las Normas Internacionales ISO. Concordantes con esta normativa son las normas españolas UNE de la serie 83 para ensayos de hormigón.

2.° CLASIFICACIÓN

Según su naturaleza, los métodos de ensayo normalmente empleados para determinar las resistencias del hormigón pueden clasificaras en *destructivos* y *no destructivos*.

a) *Los ensayos destructivos* son aquéllos que determinan la resistencia mediante la rotura de probetas o piezas de hormigón. Las probetas pueden fabricarse en moldes apropiados o bien extraerse de una obra ya construida.

b) *Los ensayos no destructivos* determinan la calidad del hormigón sin destruir la pieza o estructura ensayada.

Según su finalidad, los ensayos de resistencia del hormigón pueden clasificarse en los cuatro grupos siguientes:

a) *Ensayos previos*, cuyo objeto es determinar la dosificación que ha de adoptarse con los materiales disponibles y de acuerdo con las condiciones de ejecución previstas. Se efectúan en laboratorio antes de comenzar las obras.

b) *Ensayos característicos,* que tienen por objeto comprobar, antes de empezar el hormigonado, que la resistencia y dispersión del hormigón en obra se encuentran dentro de los límites admitidos en el proyecto.

c) *Ensayos de control,* que se efectúan con probetas moldeadas en obra, cuyo objeto es comprobar, a lo largo de la misma, que la resistencia del hormigón se mantiene igual o mayor que la exigida.

d) *Ensayos de información,* que tienen por objeto conocer la resistencia del hormigón correspondiente a una parte de la obra y a una edad determinada, bien para poder fijar los plazos de desencofrado, bien para determinar la acción de las heladas durante el hormigonado, o para cualquier otra información acerca de la evolución de resistencias que experimenta el hormigón de la estructura.

A continuación estudiaremos los principales ensayos del hormigón, en estado fresco (apartado 6.2) o en estado endurecido para determinar sus resistencias mecánicas (apartados 6.3 a 6.7). Otros ensayos de interés sobre el hormigón endurecido que no expondremos aquí son la determinación de la densidad, de la permeabilidad y del módulo de elasticidad, cuya descripción puede consultarse en las normas UNE correspondientes (83.312, 83.310 y 83.316 respectivamente).

6.2 Ensayos del hormigón fresco

1.° TOMA DE MUESTRAS DEL HORMIGÓN FRESCO

A continuación se indica el procedimiento operatorio preconizado por las normas EN 206, UNE 83.300 e ISO 2736:

- Las muestras deberán ser lo más representativas posible del hormigón objeto de control (el volumen de la muestra debe ser, al menos, 1,25 a 1,50 veces el volumen de las probetas).
- Cuando se trate de hormigoneras fijas o camiones hormigoneras, la muestra debe obtenerse pasando el recipiente de recogida a través de toda la corriente de descarga, o haciendo que dicha corriente vaya a parar al recipiente para obtener el volumen necesario. Debe cuidarse que la velocidad de descarga no sea tan pequeña que pueda producirse la segregación del hormigón.

44672

- Las muestras para los distintos ensayos se tomarán en el intervalo de vertido comprendido entre 1/4 y 3/4 de la descarga. Cuando se trate de comprobar la homogeneidad de una misma amasada o carga (ver apartado 10.6-2.°), las muestras se tomarán a 1/4 y 3/4 de la descarga, aproximadamente.
- Cuando se trate de hormigoneras de pavimentación o en cualquier tipo de transporte en donde no sea posible tomar las muestras durante la descarga, la muestra se compondrá tomando al azar, al menos, cinco porciones de la descarga completa del hormigón. Las cinco porciones se tomarán distribuidas en el interior de la masa evitando los bordes de la misma, en donde han podido producirse segregaciones.
- La muestra debe estar protegida del sol, viento y lluvia, debiendo evitarse su desecación. Antes de su utilización se vuelve a mezclar sobre una plancha metálica perfectamente limpia y ligeramente humedecida. El período de tiempo entre la toma de la muestra y su utilización no debe exceder de quince minutos.

2.° ENSAYOS DE CONSISTENCIA

Los métodos para medir la consistencia del hormigón fresco son numerosos y empíricos. Aunque no existe un método universal, el más comúnmente utilizado (y también el más sencillo) es el *cono de Abrams,* empleándose también la *mesa de sacudidas,* sobre todo en instalaciones fijas, y *el consistómetro Vebe* para hormigones muy secos.

A continuación describimos cada uno de estos ensayos:

a) Cono de Abrams

Este método de ensayo se describe en la norma UNE 83.313, que se corresponde con la ISO 4109.

- Se utiliza un molde sin fondo de forma troncocónica, provisto de dos asas para manipularlo, con las siguientes dimensiones interiores (figuras 5.1 y 6.1):
  Diámetro de la base superior: 100 mm ± 3 mm
  Diámetro de la base inferior: 200 mm ± 3 mm
  Altura del tronco de cono: 300 mm ± 3 mm
- Se coloca el molde sobre una superficie plana, rígida y que no absorba agua. Se humedece el interior del molde y la superficie de apoyo. Se introduce el hormigón en tres capas de alturas sensiblemente iguales, picando cada capa con una barra metálica de 16 mm de diámetro y 60 cm de longitud. Se enrasa la superficie.

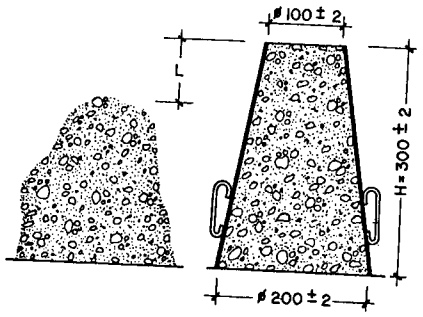


Figura 6.1 Cono de Abrams

- Se desmoldea inmediatamente, levantando el cono despacio y con cuidado en dirección vertical, sin producir sacudidas. Se mide el asiento por referencia a una regla horizontal colocada sobre el cono (fig. 5.1), tomando el punto más alto de la cara superior de la masa asentada. El asiento se expresa por la medida obtenida, redondeada en centímetros.
- Este ensayo no es aplicable con áridos mayores de 40 mm. Además, si el asiento obtenido es inferior a 1 cm, el ensayo es muy poco significativo.

b) Mesa de sacudidas

Este método de ensayo se describe en la norma ISO 9.812, que se corresponde con la ASTM C-124.

Se utiliza un molde sin fondo de forma troncocónica, cuyas bases tienen diámetros de 25 cm y 17 cm, respectivamente, y cuya altura es de 13 cm. En cuanto a la mesa de sacudidas, viene definida en la norma citada.

Una vez limpia la mesa, se coloca el molde sobre ella y se rellena de hormigón, compactándolo con varilla. Luego se saca el molde y se acciona la mesa, imprimiendo 16 sacudidas o golpes en caída libre, desde una altura de 12,5 mm.

La consistencia se expresa en tanto por ciento de aumento del diámetro de la base inferior del tronco de cono.

c) Consistómetro Vebe (UNE 83.314, ISO 4110)

El consistómetro Vebe, desarrollado en Suecia, proporciona una medida bastante precisa de la consistencia de los hormigones secos, así como de su trabajabilidad.

El aparato (fig. 6.2) está constituido por una mesa vibrante, un cilindro de 240 mm de diámetro fijado a la mesa, un cono de Abrams que se coloca en su interior y un conjunto móvil que comprende un embudo, un vástago graduado y una placa de vidrio fija al extremo del vástago; éste puede deslizar verticalmente y ser bloqueado mediante un tornillo.

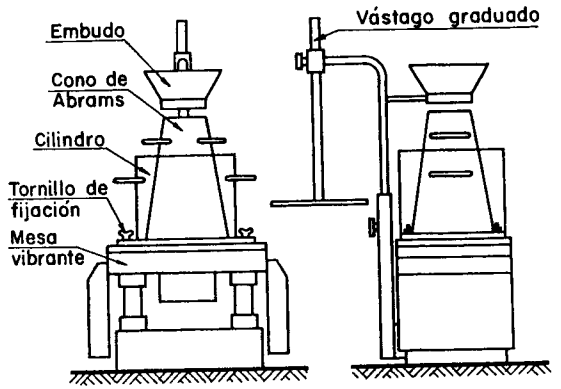


Figura 6.2 Consistómetro Vebe

Se coloca el cono en el cilindro, disponiendo encima el embudo. Se llena el cono de hormigón y se compacta, enrasando la superficie con paleta. Entonces, se gira el embudo para poder levantar el cono, lo que se hace suavemente.

La placa de vidrio se coloca en contacto sobre la masa fresca. Se pone en marcha la mesa vibrante, a la vez que un cronómetro. Entonces, la placa de vidrio va descendiendo lentamente con el hormigón. El cronómetro y la mesa vibrante se paran en el momento en que la superficie del hormigón se ha extendido lo suficiente para establecer un contacto completo con la placa de vidrio, cuyo diámetro es ligeramente inferior al diámetro interior del cilindro.

La consistencia Vebe viene medida por el número de segundos. Si el resultado es inferior a 5 segundos, el ensayo es poco significativo.

3.° DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD

El método de ensayo para la determinación de la densidad del hormigón fres se describe en las normas UNE 83.317 e ISO 6276.

a) Se utiliza un molde rígido y estanco cuya menor dimensión no sea inferior a 10 cm, ni a cuatro veces el tamaño máximo del árido. Tanto su capacidad como su masa se determinarán con un error no mayor de 0,1 %. El molde se rellena y compacta de acuerdo con lo indicado en 6.3-2.° para las probetas enmoldadas.

b) Se determina la masa del hormigón restando, de la masa total, la masa del molde, con un límite máximo de error de 0,2 % del alcance máximo de la balanza. Dividiendo por el volumen del molde se obtiene la densidad, que se expresará en kg/m^3.

4.° CONTENIDO EN AIRE OCLUIDO

Este método de ensayo se describe en la norma UNE 83.315, que se corresponde con la ISO 4848.

El ensayo consiste, esencialmente, en determinar la deformación elástica que experimenta el hormigón fresco bajo una presión dada y en condiciones definidas, y comparar esta deformación con la de un volumen conocido de aire sometido a la misma presión. Para ello se utiliza un aparato que consta de una cuba con tapa hermética, más unos accesorios que permiten aplicar una presión conocida y observar su efecto en el volumen de muestra introducida.

5.° OTROS ENSAYOS

Además de los anteriores, pueden realizarse otros ensayos con el hormigón fresco, tales como: determinación de la cantidad de agua de amasado (por secado y diferencia de pesada); control de la eficacia de amasado de una hormigonera (comprobando diversas fracciones granulométricas, por tamizado bajo agua, de muestras tomadas en distintas zonas de la hormigonera); contenido, limitación de tamaño y módulo granulométrico del árido grueso (por tamizado bajo agua); etc.

6.3 Ensayos mecánicos mediante probetas enmoldadas

Los ensayos principales sobre el hormigón endurecido son los correspondientes a sus resistencias mecánicas, de los que se trata en este apartado. Los métodos de ensayo que se describen a continuación tienen por objeto obtener las resistencias del hormigón a compresión, a flexotracción y a tracción indirecta, mediante la rotura de probetas fabricadas y conservadas en condiciones normalizadas, con arreglo a la norma EN 206. Sólo en el caso de los ensayos de información (apartado 6.7-1.°) las probetas se conservan en otras condiciones.

La toma de muestras del hormigón fresco para la confección de las probetas ya ha sido descrita en el apartado 6.2-1.° de este mismo capítulo.

1.° DEFINICIÓN DE LAS PROBETAS Y MOLDES (normas UNE 83.301 e ISO 1920)

a) La forma y dimensiones de las probetas de ensayo deben ser las siguientes (fig. 6.3):

- cubos de arista a;
- cilindros de diámetro a y altura $2a$;
- prismas de arista a y longitud $4a$ ó $5a$.

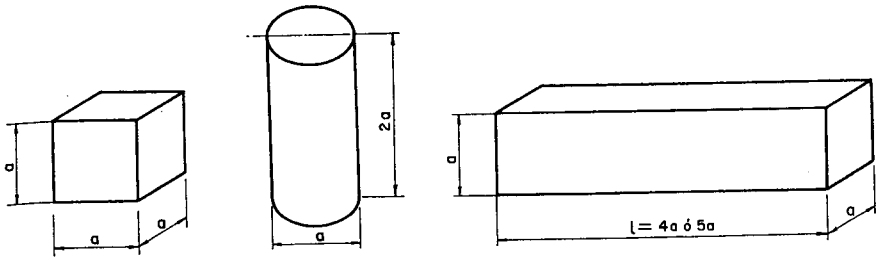


Figura 6.3 Forma y dimensiones de las probetas según Normas UNE

La arista a ha de ser mayor que tres veces el tamaño máximo del árido, debiéndose adoptar la serie de valores $a = 10$, 15, 20, 25 y 30 cm, preferentemente $a = 15$ cm en el caso de probetas cilíndricas.

b) Los moldes de las probetas deben ser rígidos y no absorbentes. Sus caras planas tendrán una tolerancia de ± 0,05 mm y sus ángulos rectos no tendrán variaciones superiores a ± 0,5°. Los moldes deben ser estancos, siendo conveniente untarlos con aceite mineral o cualquier otra sustancia apropiada que no ataque al cemento, con objeto de evitar la adherencia del hormigón (fig. 6.4).

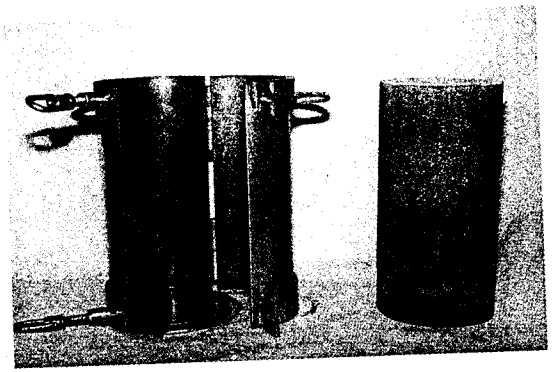


Figura 6.4 Molde metálico y probeta recién desmoldada *(cortesía de Geocisa)*

c) La barra de picado del hormigón debe ser rectilínea, de acero, de 16 mm de diámetro y longitud de 60 cm. En sus 25 mm finales será troncocónica y estará rematada en su extremo por un casquete esférico de 6 mm de radio. (Está demostrado que si se emplea una barra recta con su extremo cortado sin redondear, la probeta presenta una resistencia menor.)

2.° PREPARACIÓN DE LAS PROBETAS

Son de aplicación las normas EN 206, UNE 83.301 e ISO 2736. Para simplificar, nos referiremos aquí únicamente al caso de probetas cilíndricas de 15 cm de diámetro y 30 cm de altura, que son las más utilizadas.

a) Compactación por picado

Para hormigones cuyo asiento en el cono de Abrams sea igual o mayor que 4 cm, la confección de las probetas debe efectuarse colocando el hormigón en tres capas de igual espesor. Cada capa debe ser compactada mediante picado con barra metálica, a razón de 25 golpes distribuidos uniformemente por toda la sección del molde. En cada golpe la barra debe penetrar ligeramente en la capa subyacente.

b) Compactación por vibrado

Para hormigones cuyo asiento en el cono de Abrams sea menor que 4 cm, las probetas se confeccionan colocando el hormigón en dos capas de igual espesor, compactadas mediante mesa vibratoria o vibrador de aguja, hasta que el mortero que refluye a la superficie de la capa cubra los granos de árido que queden en la misma. Cuando se utilice vibrador de aguja debe emplearse de modo que penetre de forma centrada y rápida en el hormigón, hasta una distancia de unos 20 mm del fondo del molde (caso de la capa inferior) y sin tocar sus paredes. Al compactar la capa superior, el vibrador debe penetrar unos 20 mm en la capa inferior. Se recomienda que el diámetro del vibrador sea de unos 25 mm.

c) Acabado de la probeta

Una vez compactado el hormigón, debe ser convenientemente enrasada, con pasta de cemento, la cara superior de la probeta cilíndrica, de forma tal que no resulten irregularidades superiores a 2,5 mm y que no se rebase la tolerancia de perpendicularidad de la base con respecto al eje, la cual es de 1,5°. Una vez curada la probeta y antes del ensayo de compresión, es necesario refrentar la cara superior con mortero de azufre, con objeto de obtener una superficie de mayor regularidad, con tolerancias más exigentes (véase apartado 4.° siguiente).

Las probetas se manipularán lo menos posible y se cubrirán de manera adecuada, para evitar su desecación.

3.° CONSERVACIÓN DE LAS PROBETAS (Normas UNE 83.301 e ISO 2736)

a) Las probetas destinadas al control de calidad de la resistencia del hormigón deben quedar en los moldes al menos durante 24 horas, conservándose a una temperatura comprendida entre 16 °C y 27 °C hasta el momento de ser transportadas a la cámara de conservación. Este transporte deberá efectuarse, con sumo cuidado, antes de que transcurran 48 horas. Previa justificación especial, este plazo puede aumentarse hasta las 72 horas.

El lugar de conservación normalizado consiste en una cámara que mantiene una humedad relativa igual o superior a 95 % y una temperatura de 20 °C ± 2 °C. Esta cámara puede sustituirse por una balsa de inmersión, cuya agua, de pH igual o mayor que 5, deberá estar a la misma temperatura indicada (norma UNE 83.301). Cuando se trate de probetas fabricadas con cemento portland, el agua de la balsa debe estar saturada de cal, pero no así si se trata de cemento portland con adiciones activas. Las probetas se mantendrán de esta forma hasta el momento de la rotura.

b) Cuando se trate de determinar la resistencia real u otras cualidades del hormigón en obra, las probetas deben conservarse en unas condiciones tan próximas como sea posible a las de la estructura objeto del ensayo.

4.° REFRENTADO DE LAS PROBETAS CILÍNDRICAS CON MORTERO DE AZUFRE (UNE 83.303 e ISO 2736)

Las caras planas de carga de las probetas destinadas al ensayo de rotura por compresión que tengan imperfecciones superiores a 0,1 mm, deben ser refrentadas de modo que presenten una superficie plana adecuada y normal al eje del cilindro, con una tolerancia de 0,5°.

El refrentado del hormigón endurecido se efectúa con un mortero de azufre obtenido, mediante un tratamiento térmico adecuado, de una mezcla de azufre, arena y, eventualmente, un fundente idóneo. Una composición muy utilizada en la práctica es la siguiente (porcentajes en peso):

- azufre monoclínico en polvo ..... 62 %
- arena silícea entre tamices 0,16 y 0,32 ..... 36 %
- negro de humo ..... 2 %

Los aparatos necesarios son: un dispositivo de mezcla, un plato de refrentado, y un mecanismo de alineación, con un triedro trirrectángulo que asegure la ortogonalidad entre la cara refrentada y el eje de la probeta, con objeto de no rebasar la tolerancia de 0,5°.

La capa de refrentado debe tener un espesor medio superior a 3 mm y su valor máximo, en cualquier punto, debe ser inferior a 8 mm. Dicha capa debe estar exenta de fisuras, oquedades y burbujas, y su resistencia a compresión nunca será inferior a la correspondiente a la probeta que se ensaya.[1]

5.° MÉTODOS DE ENSAYO DE PROBETAS DE HORMIGÓN

a) Los ensayos de las probetas pueden efectuarse en cualquier máquina de ensayo, de capacidad suficiente, siempre que la carga se aplique de una manera continua y sin saltos. El error máximo de la máquina, dentro del campo de las cargas utilizables, no debe ser superior al ± 1 por 100. La prensa para ensayos de compresión estará provista de platos de acero, cuyo espesor será suficiente para evitar toda deformación y cuyas caras tendrán una dureza Rockwell C no inferior a 55. Uno de estos platos irá montado sobre una rótula esférica y será, normalmente, el que apoye sobre la base superior de la probeta; el otro plato, sobre el que reposará la probeta, debe estar constituido por un bloque muy rígido.

b) Las superficies de los platos, cuando éstos sean nuevos, no presentarán desigualdades superiores a 0,025 mm, sin que dichas desigualdades puedan exceder después, una vez usada la máquina, de 0,05 mm. El diámetro de la esfera de la rótula no debe ser mucho mayor que la dimensión de la probeta, y el centro de dicha esfera debe estar situado, aproximadamente, en la vertical del centro de la carga.

c) Las probetas que se hayan conservado según lo indicado en 3.° *a)* deben ensayarse en estado húmedo. Los ensayos de estas probetas deben tener lugar tan pronto como sea posible, después de retiradas de la sala de conservación, procurando cubrirlas, durante el intervalo correspondiente, con trapos u otros elementos mojados.

d) Las probetas conservadas según lo indicado en 3.° *b)* deben ensayarse en el estado que corresponda al de su conservación.

e) Las dimensiones de las probetas deben medirse con error menor de un milímetro, para determinar la superficie de la sección de ensayo.

---

[1] La resistencia a compresión del mortero de azufre se obtiene mediante probetas cúbicas de 4 cm de lado, a las dos horas. Nunca debe ser menor de 35 N/mm^2.

6.° MÉTODO DE ENSAYO A COMPRESIÓN (Normas UNE 83.304 e ISO 4012)

a) Una vez preparada la prensa, se limpiarán tanto las superficies de carga de los dos platos como las caras de la probeta. Primero se debe centrar la probeta sobre el plato inferior; después se lleva el plato superior hasta que quede en contacto con ella, haciendo girar a mano la parte móvil acoplada a la rótula, a fin de realizar un contacto uniforme. Los cubos deben ensayarse, preferentemente, sobre las caras laterales que corresponden al molde. P a la compresión transversal de los prismas, los platos deben tener unas dimensiones tales que la ras de contacto sean realmente cuadradas y tengan las mismas dimensiones que la arista nominal del prisma objeto de ensayo.

b) La carga debe aplicarse de una manera continua y sin saltos, a una velocidad constante tal que el incremento de la carga or segundo produzca un aumento de tensión de 0,5 ± 0,2 N/mm^2. Se tolera una velocidad e carga mayor durante la aplicación de la primera mitad de la carga de rotura. No debe introducirse ninguna corrección a los mandos de la máquina de ensayo, cuando la probeta se deforma rápidamente momentos antes de la rotura. Se continuará el ensayo hasta la rotura, registrando la carga máxima soportada por la probeta.

7.° MÉTODO DE ENSAYO A FLEXOTRACCIÓN

Son de aplicación las Normas UNE 83.305 e ISO 4013.

a) El ensayo suele efectuarse sobre probetas prismáticas de sección cuadrada $a \times a$ y una longitud de $4a$ o $5a$, siendo la luz de ensayo igual a $3a$. Las dimensiones normalmente empleadas son:

- para árido de 25 mm ..... $10 \times 10 \times 50$ cm
- para árido de 38 mm ..... $15 \times 15 \times 75$ cm
- para árido de 50 mm ..... $20 \times 20 \times 100$ cm

b) Las probetas se rompen a flexión mediante la aplicación de dos cargas iguales y simétricas, colocadas a los tercios de la luz (figura 6.5). El mecanismo para la aplicación de la carga se compone de dos rodillos de acero de 20 mm de diámetro, y otros dos para el apoyo de la probeta. Es importante que las probetas se apoyen y reciban la carga sobre las dos caras laterales que estuvieron en contacto con el molde; primero, porque así no es necesario refrentarlas; y segundo, porque se elimina la influencia de la distinta compacidad del hormigón junto al fondo y en la superficie.

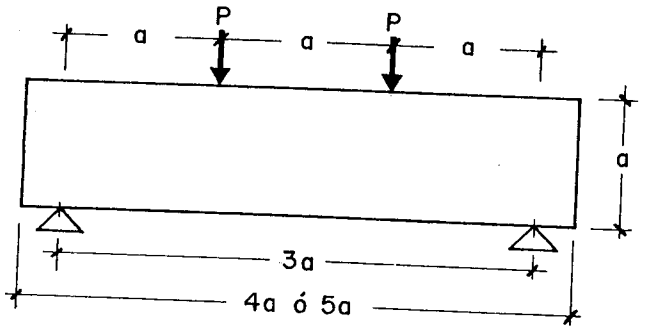


Figura 6.5 Ensayo a flexotracción

La carga se aplica de forma continua sin choques bruscos, y a una velocidad de carga tal que el aumento de la tensión en las fibras inferiores de la probeta, calculada por la fórmula clásica, sea de 0,05 ± 0,01 MPa por segundo.

c) La *resistencia a flexotracción* se calcula mediante la fórmula clásica:

$$f_{ctf} = \frac{M_r}{W} = \frac{6M_r}{a^3} = \frac{3F}{a^2}$$

en donde M_r es el momento de rotura, W el módulo resistente de la sección, y $F=2P$, la carga total aplicada. Con esta fórmula se admite un diagrama tensión-deformación lineal para el hormigón, por lo que el valor obtenido para f_{ctf} es mayor que el lor de la resistencia a tracción axial, f_{ct}, cuya determinacion directa es muy problemática. El Eur ódigo 2 admite para la resistencia a tracción axial, en función de la resistencia a flexotracción, el valor $f_{ct} = 0{,}5\, f_{ctf}$.

8.° MÉTODO DE ENSAYO A TRACCIÓN INDIRECTA (ENSAYO BRASILEÑO)

Son de aplicación las Normas UNE 83.306 e ISO 4108.

a) La resistencia del hormigón a tracción axial, f_{ct}, que es a la que se refieren muchos de los cálculos, puede obtenerse mediante el ensayo de *tracción directa* de acuerdo con la Recomendación RILEM CPC-7. Pero resulta más sencillo y práctico emplear el método de tracción indirecta también llamado *ensayo brasileño* o *ensayo de hendimiento*, aunque el valor obtenido es necesario corregirlo. Este método consiste en la rotura de la probeta, generalmente cilíndrica, mediante la aplicación de una carga de compresión en dos generatrices diametralmente opuestas (fig. 6.6).

b) Para la rotura se utilizan dos bandas de apoyo de contrachapado o cartón sin defectos, de unas dimensiones aproximadas de 3 mm de espesor y 25 mm de ancho, con una longitud algo mayor que la de la probeta. La carga se aplica de manera continua, sin choques bruscos, y de forma que el aumento de la tracción indirecta sea de 0,03 ± 0,01 MPa por segundo.

c) La resistencia a tracción indirecta se calcula mediante la fórmula dehendimiento:

$$f_{ct} = \frac{2F}{\pi \cdot a \cdot l}$$

en donde F es la carga de rotura, a el diámetro de la probeta y l su longitud.

d) El valor obtenido para la tracción indirecta del hormigón, f_{ct}, mediante el ensayo brasileño (ver figura 6.6*b*) es algo mayor que el correspondiente a la tracción axial, f_{ct}. Tanto el Eurocódigo 2 como el Código Modelo CEB-FIP-90, admiten la relación:

$$f_{ct} = 0{,}9 \cdot f_{ct,i}$$

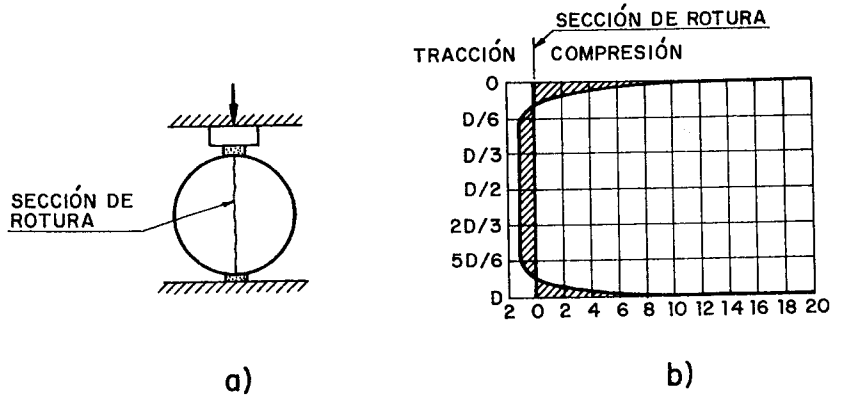


Figura 6.6 Ensayo brasileño (*a*) y distribución de tensiones (*b*), muy parecida a la de tracción pura

6.4 Equivalencias entre los distintos ensayos mecánicos de probetas enmoldadas

No es posible establecer con carácter general unos coeficientes de equivalencia entre unos ensayos y otros, porque las relaciones varían de uno a otro hormigón. Por ello, sólo pueden darse unos valores medios de carácter orientativo.

Ahora bien, para un hormigón determinado que se esté fabricando bajo las mismas condiciones esenciales, puede determinarse mediante ensayos cualquier coeficiente de equivalencia que resulte conveniente conocer. No obstante, en el control de calidad de obras de hormigón, no deben tomarse decisiones de aceptación o rechazo basadas en coeficientes de equivalencia.

1.° EQUIVALENCIA ENTRE DISTINTAS FORMAS DE PROBETAS

a) *En los ensayos de resistencia a compresión,* cuando se utilizan probetas diferentes de la cilíndrica 15 × 30, los resultados obtenidos en el ensayo deben multiplicarse por el coeficiente de conversión dado en la tabla 6.1, para obtener el valor que correspondería a la probeta cilíndrica 15 × 30. Esta tabla 6.1 está recomendada por el CEB, así como por la Instrucción española.

b) *De los ensayos de resistencia a tracción* el más sencillo de efectuar es el ensayo brasileño descrito en el apartado 6.3-8.°. Cuando se efectúa el ensayo de hendimiento sobre probeta diferente de la cilíndrica, o se realiza otra forma de ensayo de tracción, los resultados obtenidos deben multiplicarse por el coeficiente de conversión dado en la tabla 6.2, recomendada por el CEB, para obtener el valor que correspondería al ensayo brasileño.

TABLA 6.1
COEFICIENTES DE CONVERSIÓN RESPECTO A LA PROBETA CILÍNDRICA DE 15 × 30 cm

Tipo de probeta (Con caras refrentadas)	*Dimensiones (cm)*	*Coeficiente de conversión*	
		Valores límites	*Medio*
Cilindro	15 × 30	—	1,00
Cilindro	10 × 20	0,94 a 1,00	0,97
Cubo	25 × 50	1,00 a 1,10	1,05
Cubo	10	0,70 a 0,90	0,80
Cubo	15	0,70 a 0,90	0,80
Cubo	20	0,75 a 0,90	0,83
Prisma	30	0,80 a 1,00	0,90
Prisma	15 × 15 × 45	0,90 a 1,20	1,05
	20 × 20 × 60	0,90 a 1,20	1,05

Por otra parte, en la figura 6.7 se muestra la influencia de la dimensión de la probeta en el ensayo de flexotracción, referida a la probeta de 10 × 10 cm de base.

2.° EQUIVALENCIA ENTRE DISTINTAS EDADES

a) *En los ensayos de resistencia a compresión* puede admitirse que la relación entre la resistencia a j días de edad y la de 28 días, es la dada en la tabla 6.3 de acuerdo con el CEB y la Instrucción española.

TABLA 6.2
COEFICIENTES DE CONVERSIÓN AL ENSAYO BRASILEÑO EN PROBETA 15 × 30 cm

Tipo de ensayo	*Tipo de probeta y dimensiones (cm)*	*Coeficiente de conversión*	
		Valores límites	*Valor medio*
Ensayo brasileño	cilindro 15 × 30	—	1,00
	cubo de 15 o 20	0,91 a 1,16	1,03
Ensayo de flexión con cargas a los tercios de la luz	prisma de 10 × 10	0,55 a 0,67	0,61
	prisma de 15 × 15	0,61 a 0,74	0,67
Ensayo de flexión con carga centrada	prisma de 10 × 10	0,53 a 0,61	0,57
	prisma de 15 × 15	0,54 a 0,64	0,59
Tracción directa sobre probetas de esbeltez mayor que 2	prisma de 15 × 15 o cilindro Ø = 15	0,88 a 1,32	1,10

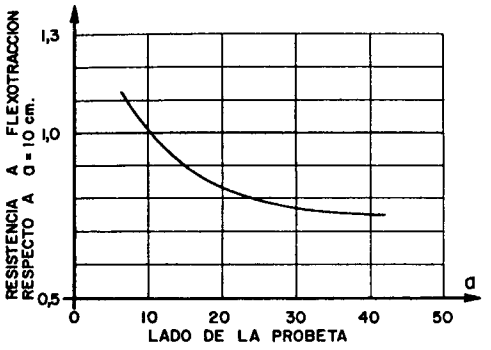


Figura 6.7 Ensayo de flexotracción: influencia del tamaño de la probeta

TABLA 6.3
VALORES DE LA RELACIÓN f_{cj} / f_{c28}

Edad del hormigón, en días	3	7	28	90	360
Cemento portland normal	0,40	0,65	1,00	1,20	1,35
Cemento portland de alta resistencia inicial	0,55	0,75	1,00	1,15	1,20

b) *En los ensayos de resistencia a tracción,* la relación citada puede tomarse de la tabla 6.4, también de acuerdo con el CEB.

TABLA 6.4
COEFICIENTES DE CONVERSIÓN RESPECTO A 28 DÍAS DE EDAD, EN LOS ENSAYOS DE RESISTENCIA A TRACCIÓN

Edad del hormigón, en días	3	7	28	90
Tracción directa	0,58	0,74	1,00	1,22
Ensayo brasileño	0,65	0,78	1,00	1,08
Ensayo de flexotracción	0,58	0,75	1,00	1,20

3.° EQUIVALENCIA ENTRE DISTINTAS RESISTENCIAS

Entre las distintas resistencias a tracción (pura, por hendimiento y por flexión) y la resistencia a compresión de un hormigón, pueden establecerse unas relaciones medias de tipo orientativo. Tales relaciones figuran en el apartado 5.5-2.°.

A su vez, las distintas resistencias a tracción están ligadas entre sí según se indica en la tabla 6.2.

En las fotografías de las figuras 6.8, 6.9 y 6.10 puede apreciarse la disposición de los ensayos de compresión, flexotracción y brasileño, respectivamente.



Figura 6.8 Rotura en el ensayo de compresión simple *(cortesía de Geocisa)*

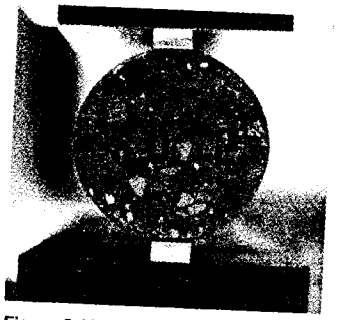


Figura 6.10a Ensayo brasileño *(cortesía de Intemac)*

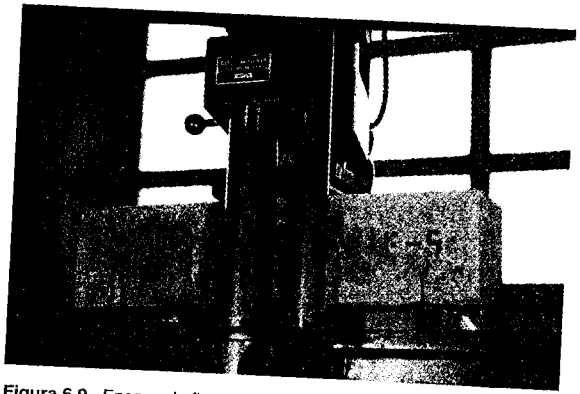


Figura 6.9 Ensayo de flexotracción *(cortesía de Intemac)*

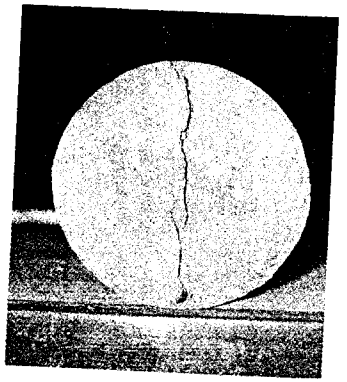


Figura 6.10b Rotura en el ensayo brasileño *(cortesía de Anefhop)*

6.5 Extracción y ensayo de probetas testigo

1.° GENERALIDADES

Cuando sea necesario determinar la resistencia del hormigón correspondiente a una obra ya ejecutada, pueden obtenerse probetas talladas directamente de la obra.

Generalmente, las probetas se extraen mediante perforadoras tubulares, con las que se obtienen testigos cilíndricos cuyas caras extremas se cortan posteriormente con disco. A veces se emplean también cubos cortados del elemento en cuestión; pero la perturbación que introduce el corte es mayor, generalmente, que la del taladro, lo que conduce a menores resistencias, especialmente en hormigones bajos.

Para la ubicación de la zona de muestreo debe recordarse que, normalmente, la resistencia del hormigón es más pequeña en las proximidades de la cara superior de las piezas y va aumentando con la profundidad, debido a la mejor compactación de las capas inferiores por efecto de la masa que gravitó sobre ellas durante el hormigonado. Por ello, cuando se trata de pilares, conviene muestrear en el tercio superior de los mismos para quedar del lado de la seguridad, aunque la extracción en esta zona presente mayores dificultades. Las diferencias de resistencia entre el tercio superior y el inferior pueden alcanzar un 15%.

En cuanto a la dirección del sondeo, parece que los ensayos demuestran que no tiene gran influencia en la resistencia que se obtiene, cualquiera que sea su posición relativa respecto a la dirección de hormigonado o a la de actuación de las cargas.

Un valioso auxiliar en la técnica de extracción de probetas es el *detector magnético de armaduras*, también llamado *pacómetro*, aparato que, aplicado a la superficie del hormigón, permite localizar la presencia y el trazado de las armaduras hasta profundidades del orden de los 10 cm, así como el espesor del recubrimiento. De este modo se evita cortar armaduras al proceder al sondeo.

Si la extracción de un testigo reduce la sección transversal resistente de una pieza sometida a compresión (por ejemplo, un soporte) en menos del 30 por 100, puede suponerse que la capacidad resistente de la pieza disminuye en la proporción de las áreas, siempre que el testigo esté centrado en el eje del elemento. Si se extraen varios testigos en la misma vertical, lo anterior sigue siendo válido con tal de que la distancia libre entre taladros no sea inferior a cuatro veces su diámetro.

2.° DIMENSIONES DE LAS PROBETAS (según Norma UNE 83.302)

Cuando se trate de probetas cilíndricas destinadas al ensayo de compresión, es recomendable que su diámetro sea igual o mayor de 10 cm, y que su altura sea por lo menos el doble del diámetro. Por otra parte, para que la probeta sea representativa, su diámetro no debe ser inferior al triple del tamaño máximo del árido.

No obstante, pueden emplearse probetas de menor altura (pero nunca menor que su diámetro), en cuyo caso, según la Norma UNE 83.302, la resistencia obtenida hay que reducirla multiplicando por el factor $0{,}80 + 0{,}10 \cdot l/a$, siendo l la longitud de la probeta y a su diámetro. Se obtiene así la resistencia en probeta 15×30.

Es conveniente que las probetas no se extraigan antes de los 28 días. Sus bases de ensayo (obtenidas por corte con disco) no deben tener irregularidades superiores a 5 mm, y deben ser perpendiculares al eje de la probeta con una desviación máxima de 5°. La tolerancia máxima de los diámetros de sus bases, con respecto al diámetro medio de la probeta, será de ± 2,5 mm.

3.° PREPARACIÓN Y CONSERVACIÓN DE LAS PROBETAS

Las bases de las probetas cilíndricas destinadas al ensayo de compresión deben refrentarse con mortero de azufre. La longitud de la probeta, ya refrentada, se medirá con una precisión mínima de 1,0 mm; y el diámetro se determinará como la media de las medidas tomadas en dos diámetros perpendiculares, en puntos en donde la sección sea mínima y con un error no mayor de 0,1 mm.

En el caso en que la obra o estructura de la que se han extraído las probetas vaya a estar sometida a humedad continuamente, o a saturación de agua, las probetas talladas y refrentadas deben mantenerse, antes del ensayo, durante 40 a 48 horas en agua, a la temperatura de 20 ± 2 °C. En caso contrario se mantendrán al aire, en el ambiente del laboratorio, durante el mismo tiempo. La conservación en agua conduce a valores de rotura del orden del 15% menores que la conservación al aire.

El ensayo de rotura a compresión se efectúa de acuerdo con la Norma UNE 83.304, debiendo especificarse la forma de conservación de las probetas y los puntos de la obra de donde han sido extraídas.

4.° EVALUACIÓN DE LA RESISTENCIA

De acuerdo con los ensayos desarrollados por la *Cement and Concrete Association*, puede admitirse que la resistencia obtenida con probetas cilíndricas talladas de 10 × 20 es del orden del 90 % de la correspondiente a las probetas normales enmoldadas.

En cuanto a la influencia de la edad, está ligada fundamentalmente al tipo de cemento y al grado de maduración del hormigón (apartado 4.8-2.°). Si se desease estimar la resistencia a otra edad distinta de la ensayada, habría que utilizar correlaciones específicas para cada cemento; en su defecto, pueden emplearse valores medios como los indicados en la tabla 6.3 o en la tabla 6.5 deducida de los trabajos de Petersons.

TABLA 6.5
INFLUENCIA DE LA EDAD EN LA RESISTENCIA A COMPRESIÓN DE PROBETAS TESTIGO, SEGÚN PETERSONS

Tipo de cemento	*Resistencia relativa*					
	7 días	14 días	28 días	3 meses	1 año	> 2 años
Normal	0,70	0,88	1	1,12	1,18	1,20
De alta resistencia inicial	0,80	0,92	1	1,10	1,15	1,15
De endurecimiento lento	—	0,70	1	1,40	1,60	1,70

Es relativamente frecuente que los testigos de hormigón contengan algún trozo de barra de acero en su interior, en dirección perpendicular al esfuerzo de compresión. Es lógico suponer que su presencia puede disminuir el resultado obtenido en el ensayo, pero parece demostrado que este efecto no llega al 5 por 100, siendo, por tanto, despreciable.

6.6 Ensayos no destructivos

Los ensayos no destructivos tienen por objeto conocer la calidad del hormigón en obra, sin que resulte afectada la pieza o estructura objeto de examen. Estos ensayos son materia de estudio para la mayor parte de los laboratorios especializados y se encuentran en continuo desarrollo y perfeccionamiento. En particular, el progreso de las técnicas electrónicas ha contribuido decisivamente al grado de precisión de los resultados que hoy día se obtienen.

Existe una gran variedad de métodos de ensayo no destructivos, pero todos ellos van encaminados a determinar ciertas características del hormigón (dureza, módulo de elasticidad, densidad, grado de humedad, etc.) que, a veces, permiten obtener una estimación orientativa de la resistencia del hormigón. Los más importantes y mejor desarrollados en la actualidad pueden clasificarse en los siguientes grupos:

- métodos esclerométricos;
- métodos por velocidad de propagación;
- métodos por resonancia;
- métodos mixtos;
- métodos por absorción o difusión de radio-isótopos,

de cada uno de los cuales haremos una ligera reseña.

1.° MÉTODOS ESCLEROMÉTRICOS

Los métodos esclerométricos constituyen ensayos elementales que determinan la dureza superficial del hormigón, bien mediante la energía residual de un impacto sobre la superficie del hormigón (medición de un rebote), bien mediante la huella que deja una bola al chocar con dicha superficie, o bien midiendo la profundidad de penetración de un clavo. Aunque algunos de los aparatos empleados llevan unas tablas de correlación entre la dureza superficial y la resistencia del hormigón, estos valores deben tomarse con suma prudencia.

Por otra parte, cuando la superficie de la pieza de hormigón es más dura que el interior de la misma (lo que sucede por carbonatación, ver apartado 9.8-1.°), los métodos esclerométricos resultan inseguros, al arrojar valores de resistencia superiores a los reales. De ahí que no sea recomendable su empleo en estructuras con muchos años de edad.

Para realizar estos ensayos existen varios tipos de aparatos, denominados *esclerómetros*, entre los que podemos señalar los siguientes (figs. 6.11 a 6.13):

a) *El martillo Schmidt* (UNE 83.307:86, ver fig. 6.11), que es el más utilizado por su sencillez y bajo coste, mide la dureza superficial del hormigón en función del rechazo de un martillo ligero, constituido por un pequeño cilindro macizo de acero, al hacerlo chocar con la superficie de la pieza. Debe obtenerse el rechazo medio de varias determinaciones, limpiando y alisando previamente la superficie que se ensaya. Puede resultar útil para determinar la marcha del endurecimiento del hormigón, o para comparar su calidad entre distintas zonas de una misma obra, pero no para controlar la resistencia del hormigón, debido a que la dispersión de las distintas determinaciones es bastante grande y, además, la parte ensayada afecta a una capa superficial de poco espesor.

Los resultados que se obtienen vienen afectados por muchas variables, entre ellas: posición del martillo (horizontal, vertical o inclinada); estado de la superficie; humedad del hormigón; tamaño y rigidez de la pieza; concentración de árido grueso en la superficie, etc. En manos expertas, el esclerómetro Schmidt es una herramienta útil; pero en manos inexpertas conduce a conclusiones erróneas.

b) *El martillo Frank* mide la dureza superficial del hormigón por el diámetro de la huella que deja impresa una bola de acero sobre la que se da un golpe. Para efectuar el ensayo se sigue la norma DIN 4.240, muy fácil de ejecutar; pero, como en el caso anterior, los resultados no tienen gran precisión, por lo que sólo debe emplearse para obtener una idea de la calidad del hormigón o de la marcha del endurecimiento del mismo.



Figura 6.11 Esclerómetro Schmidt
(cortesía de Labein)

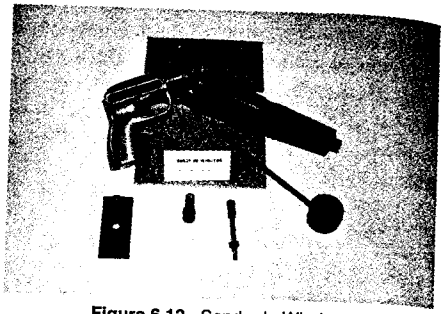


Figura 6.12 Sonda de Windsor
(cortesía de Intemac)

c) *Merece destacarse, por último, la sonda de Windsor* (fig. 6.12), de origen americano. Se basa en aplicar a la superficie del hormigón una especie de clavo de acero extraduro, que se introduce en el material por medio de una carga explosiva. Lo que se mide es la profundidad de penetración, que viene relacionada con la resistencia a compresión del hormigón. Se afirma que la reproducibilidad de las medidas es grande y que el ensayo es aplicable a superficies planas y curvas, losas de pequeño espesor, etc., lo cual representa, sin duda, una ventaja respecto al martillo Schmidt.

2.° MÉTODOS POR VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN

Los métodos de ensayo en obra mediante la determinación de la velocidad de propagación son, probablemente, los más interesantes de los ensayos no destructivos. Se fundan en la relación que existe entre la velocidad de propagación de una onda progresiva o impulso, a través de un medio homogéneo e isótropo, y las constantes elásticas del material, que a su vez están ligadas con la resistencia del mismo.

En lo que sigue, usaremos la letra V mayúscula para la velocidad, en lugar de v minúscula, para no confundirla con la letra griega ν que representa al coeficiente de Poisson.

a) Si en un punto de una masa de hormigón se excita una perturbación, mediante un impulso cualquiera, la energía se propaga en todas direcciones, manifestándose en cada una de ellas como si existieran dos ondas de origen simultáneo caracterizadas por tener distinta velocidad de propagación.

La más rápida de estas ondas es la longitudinal, que corresponde a las deformaciones de tracción-compresión, en la que el desplazamiento de las partículas tiene lugar en la dirección de propagación, con una velocidad

$$V_l = \sqrt{\frac{E_d \cdot g}{\gamma} \cdot \frac{1-\nu}{(1+\nu)\cdot(1-2\nu)}}$$

con los siguientes significados:

E_d = Módulo de elasticidad longitudinal dinámico del hormigón.
g = Aceleración de la gravedad.
γ = Peso específico del hormigón.
ν = Coeficiente de Poisson.

La otra onda es transversal, más lenta que la anterior, que corresponde a las deformaciones de esfuerzo cortante, en la que el desplazamiento de las partículas resulta perpendicular a la dirección de propagación, y cuya velocidad es:

$$V_t = \sqrt{\frac{G_d \cdot g}{\gamma}} = \sqrt{\frac{E_d \cdot g}{\gamma} \cdot \frac{1}{2(1+\nu)}}$$

en donde G_d es el módulo de elasticidad transversal dinámico.

Cuando la perturbación se excita en la superficie de la masa de hormigón, o muy próxima a la misma, en vez de la onda transversal se manifiesta una onda superficial de gran energía, llamada onda de Rayleigh, cuya velocidad de propagación es:

$$V_r = \sqrt{\frac{E_d \cdot g}{\gamma} \cdot \frac{1}{2(1+\nu)}} \cdot \frac{0{,}87+1{,}12\nu}{1+\nu}$$

Mediante las fórmulas anteriores puede determinarse el módulo de elasticidad dinámico del hormigón y, por consiguiente, la calidad del mismo. Así, por ejemplo, midiendo la velocidad de propagación de la onda longitudinal, se obtiene:

$$E_d = V_l^2 \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{(1+\nu)\cdot(1-2\nu)}{1-\nu}$$

en la cual γ/g es conocido, y el coeficiente de Poisson ν puede estimarse en 0,2 por término medio.[1]

b) Los aparatos más empleados para los ensayos por velocidad de propagación son los que se fundan en la primitiva versión comercial del llamado soniscopio, dado a conocer por la Comisión 115 del ACI en 1948.[2] El equipo más corriente y conocido se compone de un generador de impulsos eléctricos, un osciloscopio, un marcador de tiempos, un excitador de vibraciones piezoeléctrico y un captador del mismo tipo.

c) Multitud de ensayos se han efectuado y se están llevando a cabo en la actualidad, encaminados a correlacionar la resistencia a compresión y la velocidad de propagación; pero son tantas las variables que intervienen en el problema, que es muy difícil establecer formas simples de relacionar ambos factores.

Como observación de tipo general diremos que, cuando se intenta establecer una correlación entre rotura de probetas y velocidad de propagación ultrasónica, no debe olvidarse que para obtener resultados válidos es necesario que la dimensión mínima de la probeta sea mayor que 1,5 a 2 veces la longitud de onda del impulso ultrasónico.

Pero el objeto principal de los ensayos no destructivos es estimar la calidad del hormigón en obra, por lo que algunos autores proponen la clasificación indicada en la tabla 6.6 sin intentar obtener módulos de elasticidad o resistencias.

---

[1] Puede determinarse de una manera precisa el módulo de Poisson midiendo las velocidades de propagación de las ondas longitudinal V_l y transversal V_t, o bien longitudinal y de Rayleigh V_r, y eliminando en las fórmulas correspondientes el valor de E_d.

[2] Leslie y Cheesman: "An ultrasonic method of studying deterioration and cracking in concrete structures". Journal del ACI, núm. 21, 1949 - "Dynamic testing of concrete with the soniscope apparatus". Proceedings, núm. 29, 1949.

TABLA 6.6
CALIDAD DE LOS HORMIGONES CON CEMENTOS PORTLAND

Velocidad V_l *(m/s)*	*Calidad del hormigón*
> 4.500	Excelente
3.600-4.500	Bueno
3.000-3.600	Aceptable
2.100-3.000	Malo
< 2.100	Muy malo

d) En la Norma UNE 83.308:86 se describen los campos de aplicación, procedimientos operatorios y variables que afectan a los resultados, de los ensayos basados en técnicas ultrasónicas.

3.° MÉTODOS POR RESONANCIA

Los métodos no destructivos, para determinar la calidad del hormigón por resonancia, están basados en la relación existente entre la frecuencia de resonancia de una pieza y las constantes elásticas del material.

Estos ensayos presentan el inconveniente de que han de efectuarse sobre probetas o piezas de pequeñas dimensiones.

a) Si en una probeta o pieza de hormigón se logra excitar una vibración, cuya frecuencia coincida con su frecuencia propia o de resonancia, pueden determinarse las constantes elásticas del material mediante las relaciones:

$$E_d = k_1 \cdot P \cdot f_1^2$$
$$E_d = k_2 \cdot P \cdot f_2^2$$
$$G_d = k_3 \cdot P \cdot f_3^2$$

con los siguientes significados:

P = Peso de la probeta.
E_d = Módulo de elasticidad dinámico.
G_d = Módulo de rigidez dinámico.
f_1 = Frecuencia de resonancia transversal.
f_2 = Frecuencia de resonancia longitudinal.
f_3 = Frecuencia de resonancia por torsión.

Los valores de las constantes k, para probetas cilíndricas o prismáticas, están incluidos en la Norma ASTM C-215, en donde se encuentra la marcha a seguir para efectuar el ensayo.

b) Un equipo para el ensayo de resonancias puede estar constituido por un excitador de vibraciones, un amplificador de potencia, un oscilógrafo de baja frecuencia, un captador de vibraciones, un amplificador de alta ganancia, y por último, un patrón de frecuencias.

c) Una vez determinadas las frecuencias de resonancia, pueden calcularse los módulos de elasticidad y rigidez dinámicos y, como consecuencia, el coeficiente de Poisson. Pero debe advertirse que estos valores dinámicos no coinciden con los correspondientes módulos estáticos del hormigón.

El módulo de elasticidad dinámico E_d puede identificarse, prácticamente, con el módulo de elasticidad estático inicial.[1]

Por último, conviene añadir que se han llevado a cabo interesantes investigaciones encaminadas a determinar la resistencia del hormigón en función del módulo de elasticidad dinámico, pero sin que se haya llegado a ningún resultado práctico, debido a la gran cantidad de factores que intervienen en el problema. A título de orientación indicaremos la fórmula francesa

$$E_d = 11.000 \sqrt[3]{f_c} \ (\text{N/mm}^2)$$

en donde f_c es la resistencia del hormigón a compresión, expresada en N/mm^2.

4.° MÉTODOS COMBINADOS O MIXTOS

Cada uno de los métodos que acaban de ser expuestos posee sus propias limitaciones. Así, por ejemplo, los ensayos ultrasónicos pueden resultar poco precisos con hormigones de alta dosificación de cemento. Por su parte y como se dijo en el punto 1.° anterior, el esclerómetro puede conducir a errores considerables cuando la capa superficial del hormigón está excesivamente endurecida (por carbonatación del hormigón, por un curado al vapor o por otra causa) o cuando la compactación ha sido anormalmente alta, en relación con un hormigón normal.

Todo ello ha dado lugar a que se desarrollen métodos mixtos, combinando los anteriores, lo que conduce a una mayor precisión de las estimaciones de resistencia. A este respecto, son notables los trabajos realizados por Facaoaru y otros en el Instituto de Investigaciones de la Construcción de Bucarest, así como los de Hostalet de INTEMAC, en España.

Como método combinado se recomienda relacionar el índice de rebote esclerométrico, la velocidad del impulso ultrasónico y la resistencia a compresión del hormigón obtenida mediante extracción de probetas testigo. Las correlaciones son de tipo lineal en el caso esclerómetro-resistencia y de tipo exponencial en el caso ultrasonidos-resistencia, pudiéndose encontrar curvas de correlación entre esas tres variables y factores de corrección, en la literatura especializada.

5.° MÉTODOS POR ABSORCIÓN O DIFUSIÓN DE ISÓTOPOS RADIACTIVOS

Aunque estos métodos de ensayo están aún en vías de experimentación, pueden ser de bastante interés para efectuar un control de la homogeneidad del hormigón.

El control de la calidad del hormigón puede efectuarse, bien midiendo su densidad, o bien mediante la determinación del contenido de agua. De ambos métodos trataremos sucintamente.

a) La densidad del hormigón puede determinarse basándose en la absorción de rayos gamma, a su paso a través de la masa del mismo. En primera aproximación puede suponerse que la atenuación de la radiación gamma, al atravesar un material, es de la forma

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$$

en donde:

I = Radiación que atraviesa el espesor x.
I_o = Radiación incidente.
μ = Coeficiente de absorción.
x = Espesor del material.

[1] Tobío considera que el módulo E dinámico supera al estático, como media, en 7.000 N/mm^2.

El valor de μ puede suponerse proporcional a la densidad del material.

La fuente emisora puede ser una bola de Co-60, de unos 10 milicuries, dispuesta en un alojamiento practicado en un cubo de plomo, que sirve de blindaje. El receptor puede ser un tubo Geiger.

El método resulta útil para detectar algún defecto del hormigón endurecido, o bien para controlar la homogeneidad del hormigón fresco. Otra aplicación puede tenerla en la determinac del peso específico del hormigón, que interviene en el ensayo de velocidad de propagación.

b) La calidad del hormigón puede también determinarse midiendo su contenido en agua, mediante la retrodifusión de los neutrones rápidos de los átomos de hidrógeno de la misma.

Si una fuente de neutrones actúa sobre una masa de hormigón, el número de neutrones que perderán su energía, transformándose en neutrones lentos, será tanto mayor cuanto más átomos de hidrógeno contenga el material, es decir, cuanto mayor sea su contenido en agua.

La fuente radiactiva suele ser Ra-Be, y el receptor un tubo detector de neutrones, sensible, del tipo BF3.

6.7 Ensayos de control de calidad del hormigón

Hemos estudiado hasta aquí los métodos operatorios que permiten conocer las características del hormigón y, en particular, su resistencia. En definitiva, el objetivo principal de todos estos métodos es, desde el punto de vista práctico, bien establecer la dosificación necesaria para obtener una resistencia determinada, o bien comprobar que la resistencia realmente alcanzada es igual o superior a la supuesta en los cálculos.

Al ser el hormigón un material resistente que se coloca fresco en obra y endurece con el tiempo, el control de su calidad resulta más complicado que el de otros materiales que llegan a obra ya elaborados. Por ello dedicamos a este tema un capítulo completo (capítulo 10) al que pueden servir de introducción las ideas que a continuación se indican.

1.° ENSAYOS ANTERIORES A LA TERMINACIÓN DE LA OBRA

Según su finalidad y como ya se dijo en el apartado 6.1-2.°, pueden clasificarse en *previos, característicos, de control* y *de información.*

a) *Los ensayos previos* tienen por objeto establecer la dosificación que debe adoptarse, con los materiales disponibles y de acuerdo con las condiciones de ejecución previstas, para obtener la resistencia característica f_{ck} especificada en el proyecto.

Los ensayos previos se realizan en laboratorio, antes de empezar las obras, para lo cual deben fabricarse, según la Instrucción española, *por lo menos cuatro series de probetas procedentes de amasadas distintas, con dos probetas cilíndricas de* 15 × 30 *cm por serie, por cada dosificación que se desee estudiar.* Las probetas se rompen a compresión a los 28 días, de acuerdo con los métodos de ensayo UNE 83.301, UNE 83.303 y UNE 83.304 (véase apartado 6.3).

Puede prescindirse de estos ensayos previos cuando, por experiencias anteriores con los mismos materiales y proceso de ejecución, sea posible establecer una dosificación idónea.

En la tabla 3.2 se indican las relaciones que existen entre la resistencia característica f_{ck} que se desea alcanzar en obra y la resistencia media f_{cm} que debe obtenerse en los ensayos previos de laboratorio.

b) *Los ensayos característicos* tienen por objeto comprobar, antes del comienzo del hormigonado, que la resistencia característica que puede alcanzarse en obra no es inferior a la especificada.

Para realizar estos ensayos, de acuerdo con la Instrucción española, *deben fabricarse, con los medios de obra, seis amasadas diferentes de cada uno de los tipos de hormigón que haya de utilizarse, enmoldándose dos probetas cilíndricas de* 15 × 30 *cm por cada amasada.*

Las probetas se fabrican y conservan de acuerdo con lo indicado en el apartado 6.3, rompiéndose a compresión a 28 días. Para la aceptación debe verificarse que

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq f_{ck}$$

siendo $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_6$ los valores medios de la resistencia de cada amasada.

Los ensayos característicos deben efectuarse lo antes posible y son preceptivos, salvo el caso de emplear hormigón preparado, o cuando se posea experiencia con los materiales y medios de ejecución que se vayan a utilizar.

c) *Los ensayos de control* tienen por objeto comprobar, en el transcurso de la ejecución de la obra, que la resistencia característica del hormigón se mantieneigual o mayor que la especificada. La forma de operar se describe con detalle en el capítulo 10 de esta obra.

d) *Los ensayos de información* tienen por objeto conocer la resistencia real del hormigón de una zona determinada de la obra, a una edad determinada, bien para estudiar la acción de las heladas, bien para fijar los plazos de desencofrado, o para cualquier otra determinación.

En particular, los ensayos de información son necesarios cuando la mecánica del control conduce a la no aceptación automática del hormigón (apartado 10.6-6.°).

Si los ensayos de información han sido previstos de antemano, éstos pueden consistir en la fabricación y rotura de probetas, análogas a las de los ensayos de control *pero conservadas en condiciones lo más parecidas posible a las correspondientes del hormigón de la zona en estudio* y rotas a la edad que convenga para el efecto que se investiga.

Si no han sido previstos de antemano, los ensayos han de efectuarse cuando el elemento en cuestión ya está terminado. Este caso se trata en el punto 2.° siguiente.

2.° ENSAYOS POSTERIORES A LA TERMINACIÓN DE LA OBRA

Se presenta a menudo el problema de tener que estimar la calidad del hormigón de una estructura ya terminada. Tal es el caso cuando los ensayos de control no dan resultados satisfactorios; cuando no se han efectuado ensayos de control; cuando el hormigón presenta síntomas patológicos o se ha visto expuesto a influencias que pueden hacer pensar en descensos de resistencia; cuando se desea modificar el uso de una estructura existente; cuando se desea comprobar la eficacia de un nuevo método de construcción; etc.

En tales casos puede recurrirse a la extracción de probetas testigo (apartado 6.5), a la realización de ensayos no destructivos (apartado 6.6), de pruebas de carga (apartado 10.10-2.°) o de otras determinaciones directas o indirectas de la calidad del hormigón. En la tabla 6.7 se presenta un resumen de los procedimientos comúnmente empleados.

En general, la estimación final de la calidad del hormigón requiere el empleo combinado de diversos métodos. Así, porejemplo, los ensayos no destructivos y en particular el esclerómetro, proporcionan índices con validez relativa, en el sentido de que a índices dobles corresponden, aproximadamente, resistencias dobles, dentro de un mismo hormigón. Mediante la extracción y rotura de probetas testigo es posible entonces conocer valores reales de la resistencia, que permiten "tarar" el esclerómetro para ese caso particular, consiguiendo así que los índices esclerométricos cobren mayor valor.

44672

TABLA 6.7
PROCEDIMIENTOS PARA ESTIMAR LA CALIDAD DEL HORMIGÓN DE UNA ESTRUCTURA

Procedimiento	*Forma de trabajo*	*Característica que se determina*
Análisis químico.	Determinación del contenido en cal o sílice, sobre muestra de 5 kg de hormigón.	Contenido en cemento por m^3 de hormigón.
	Otros métodos.	Dosis de los componentes.
		Relación agua/cemento.
Extracción de probetas testigo.	Sonda rotatoria y ensayos posteriores.	Resistencia.
		Peso específico.
		Porosidad.
		Módulo de elasticidad dinámico.
		Las del caso anterior.
Exploración esclerométrica.	Estimación de la dureza superficial (índice esclerométrico).	Resistencia.
Exploración con ultrasonidos.	Medida de la velocidad de propagación de ondas ultrasónicas.	Módulo de elasticidad.
		Resistencia.
		Presencia de fisuras.
Detección magnética de armaduras.	Medición de variaciones en campos magnéticos, con el pacómetro.	Posición de las armaduras.
		Espesor del recubrimiento.
Rayos X.	Inspección radiográfica.	Posición de las armaduras.
Isótopos radioactivos.	Medición de la absorción, difusión o presencia de radio-isótopos.	Peso específico.
		Porosidad.
		Coqueras.
		Contenido en agua.
		Posición y diámetro de las armaduras.
Examen al microscopio.	Sobre el propio elemento.	Presencia de fisuras.
Análisis petrográfico.	Sobre muestras extraídas.	Posibles alteraciones (precipitación, carbonatación, etc.)
Recuento microscópico.	Método de las líneas transversales sobre muestra preparada.	Aire ocluido.
Pruebas de carga.	Medición de deformaciones y fisuras.	Comprobación del comportamiento elástico.

Los resultados que se obtienen de todos estos ensayos, incluidos los de probetas testigo, deben interpretarse de manera juiciosa, puesto que ninguno puede traducirse directamente a términos de resistencia normalizada sobre probetas enmoldadas, que es en definitiva la que sirve de base a los cálculos y a los Pliegos de Condiciones.

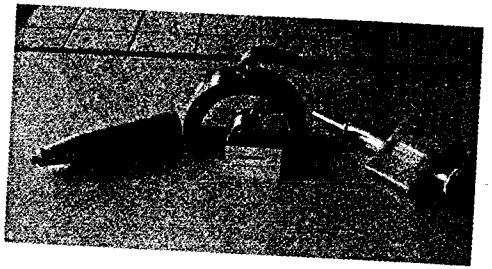


Figura 6.13 Diferentes tipos de esclerómetro: normal, de bola para hormigones ligeros y con registrador *(cortesía de Intemac)*

7. Hormigones de Alta Resistencia (HAR)

7.1 Generalidades

El calificativo *de alta resistencia* aplicado al hormigón es de carácter convencional. En España se consideran hormigones de alta resistencia (HAR) aquellos cuya resistencia característica a compresión f_{ck} en probeta cilíndrica 15x30 a 28 días, supera los 50 N/mm^2 sin rebasar los 100 N/mm^2; y se consideran como hormigones *de muy alta resistencia* (HMAR) aquellos cuya resistencia f_{ck} supera los 100 N/mm^2, denominándose *hormigones convencionales* los de f_{ck} igual o menor de 50 N/mm^2.

1.° HORMIGÓN DE ALTAS PRESTACIONES

Modernamente, el concepto de "alta resistencia" está siendo sustituido por el de "altas prestaciones". Se denomina así al hormigón que reúne unas características especiales, que no pueden alcanzarse usando componentes convencionales y métodos ordinarios de amasado, puesta en obra, compactación y curado.

Entre las características especiales que pueden reunir los hormigones de altas prestaciones se encuentran las siguientes:

- facilidad de colocación (trabajabilidad);
- compactación sin segregación;
- alta resistencia en las primeras edades;
- alta resistencia a largo plazo;
- impermeabilidad;
- densidad;
- compacidad;
- estabilidad de volumen;
- larga vida útil en ambientes agresivos.

Como muchas de estas características están relacionadas entre sí, un cambio de una cualquiera de ellas entraña cambios en las otras. Por esta razón, cuando se desee utilizar un hormigón de altas prestaciones, conviene especificar claramente en el proyecto aquellas características del mismo que se consideren críticas.

De forma resumida puede decirse que las altas prestaciones comprenden las tres propiedades principales de todo hormigón: resistencia, durabilidad y trabajabilidad.

Una buena trabajabilidad significa que la masa de hormigón fresco debe tener una elevada fluidez (para permitir su adecuada puesta en obra, en particular por bombeo) sin que llegue a producirse segregación; esta propiedad depende de las características de los materiales constituyentes y de su dosificación. Además, la masa debe ser capaz de pasar entre las armaduras de los elementos que se hormigonan sin que lo que depende de la forma y disposición de tales armaduras.

El problema de conseguir un hormigón de alta resistencia consiste en cómo reducir la cantidad de agua de amasado sin que ello afecte a la trabajabilidad del hormigón. Este problema se soluciona, en parte, mediante el empleo de *superfluidificantes*, que permiten reducciones de agua de hasta un 30% con efectos secundarios mucho menores que los correspondientes a los fluidificantes; y en parte, mediante el empleo de adiciones como la *microsílice* o las *cenizas volantes*. A continuación estudiaremos estas adiciones.

2.° ADICIONES

Los superfluidificantes (ver apartado 2.3-5.°) provocan una gran dispersión de las partículas de cemento, impidiendo la *floculación* de las mismas, con lo que se reduce mucho el agua intersticial y se consigue mejorar considerablemente la hidratación del conglomerante. Se logra así aumentar la plasticidad de la masa con relaciones agua/cemento muy bajas, lo que conduce a obtener hormigones muy trabajables, muy poco porosos y de alta resistencia.

La dosificación de los superfluidificantes, así como su eficacia, depende de muchos factores: de su composición, del tipo y clase de cemento, de la relación agua/cemento, del tiempo de transporte a obra, de las adiciones, etc. Por otra parte, al envolver el superfluidificante a las partículas de cemento, puede retrasarse algo el comienzo de la hidratación. Además, algunos de estos aditivos pierden su eficacia en breve tiempo, lo que debe tenerse en cuenta en la fabricación, transporte y puesta en obra del hormigón.

La obtención de hormigones de alta resistencia requiere el empleo de altas dosis de cemento de clase resistente elevada, lo que puede conducir a pastas viscosas y a valores elevados del calor de fraguado, con el consiguiente peligro de fisuración de los elementos de hormigón. Por ello, casi siempre es necesario sustituir una parte del cemento por ciertas adiciones minerales, especialmente microsílice y, a veces, cenizas volantes.

La microsílice o humo de sílice es un subproducto que se obtiene en la fabricación del silicio y ferrosilicio. Los humos engendrados arrastran partículas de sílice muy reactivas, que se recogen mediante filtros electrostáticos. Es un polvo finísimo cuya superficie específica suele ser del orden de 200.000 cm^2 por gramo (valor unas 50 veces superior al del cemento) y cuyo contenido en óxido de silicio oscila entre el 85 y el 90 por 100.

La acción de la microsílice sobre el hormigón es doble: por una parte, actúa como árido fino, mejorando la red capilar y disminuyendo el tamaño de los poros; por otra, dado su carácter puzolánico, se combina con la cal libre del cemento formando silicatos, es decir, nuevos compuestos resistentes. Dada su gran finura, el empleo de humo de sílice (ver Norma UNE 83.460:94) exige más agua de amasado en el hormigón, lo que hace imprescindible el empleo simultáneo de un superfluidificante.

Las cenizas volantes se obtienen como subproducto en las centrales termoeléctricas. Son polvos muy finos cuya superficie específica es del orden de 5.000 cm^2 por gramo, algo superior a la del cemento que suele estar comprendida entre 2.500 y 4.000 cm^2/g. Contienen óxido de silicio en proporción variable entre el 35 y el 60 por 100 y su actividad puzolánica es menor que la de la microsílice por un doble motivo: su menor finura y su menor contenido en óxido de silicio.

Las cenizas volantes proporcionan a la masa del hormigón mayor plasticidad y menor calor de hidratación. Al sustituir parte del cemento por ceniza volante se reduce la demanda de agua de la masa y las resistencias disminuyen a cortas edades si bien aumentan a largo plazo. El empleo de cenizas no adecuadas puede ocasionar fenómenos expansivos en el hormigón (ver Normas UNE 83.414:90 y EN 450:95).

Con la aportación simultánea de microsílice y superfluidificante a una masa de hormigón de dosificación adecuada puede reducirse notablemente la relación agua/cemento, obteniéndose masas muy trabajables, uniformes y poco segregables, aptas para su colocación por bombeo. Se obtienen así hormigones muy resistentes, impermeables y de gran durabilidad.

7.2 Materiales componentes y dosificación de los HAR

La elección de materiales componentes para obtener hormigones de alta resistencia depende de muchos factores: resistencia que se desea obtener, medios disponibles para la fabricación y puesta en obra del hormigón, tipo de estructura, disponibilidades económicas, etc. A continuación se ofrecen algunos datos orientativos.

1.° CEMENTO

Deben utilizarse cementos de clase resistente igual o superior a 42,5. Los más empleados suelen ser los tipos CEM I 52,5 R y CEM I 42,5 R, pero si se hormigona en época calurosa o se trata de grandes macizos, convienen más los tipos CEM I 52,5 y CEM I 42,5 (e incluso los de bajo calor de hidratación) con objeto de disminuir el calor de fraguado y la retracción. Interesa que el cemento tenga un bajo contenido en aluminato tricálcico.

La dosis de cemento suele ser alta, del orden de 450 a 500 kg/m^3 de hormigón. La experiencia demuestra que por encima de estos valores se produce una disminución de resistencia cuando se utilizan superfluidificantes, amén de producirse los correspondientes incrementos de calor de fraguado, retracción y coste del hormigón.

Al ser difícil predecir cuál será el comportamiento de cada uno de los cementos disponibles con los aditivos, es necesario realizar ensayos previos para poder determinar cuál de ellos resulta más eficaz.

2.° AGUA Y ÁRIDOS

Tanto para el amasado como para el curado del hormigón es prohibitivo utilizar aguas de mar ni aguas salinas. En cuanto a los áridos, además de cumplir estrictamente las características indicadas para hormigones convencionales, deben reunir los siguientes requisitos.

El árido grueso debe ser una gravilla inerte que posea como mínimo la misma resistencia que se exige al hormigón, y que tenga una densidad no inferior a 2,60 kg/dm^3. Son muy convenientes los áridos de machaqueo procedentes de rocas basálticas, ofitas o incluso calizas si son de buena calidad, siendo deseable que su coeficiente de desgaste en el ensayo de Los Ángeles no sea superior a 20. Diversos ensayos efectuados por INTEMAC demuestran que es posible obtener mejores resultados con áridos calizos que con áridos silíceos, debido proba-

blemente a la mayor absorción de agua de los primeros, lo que mejora la adherencia pasta-árido y, con ello, la resistencia.

El tamaño máximo del árido grueso debe ser de 10 a 12,5 mm, si bien se han empleado con éxito gravillas de 20 milímetros. Tamaños mayores conducen a hormigones de docilidad inadecuada para su correcta colocación en obra y debilitan, por efecto pared, la interfaz árido-pasta. El coeficiente de forma debe ser lo más elevado posible.

El árido fino tiene la mayor importancia, pues de él depende en gran parte la trabajabilidad y resistencia del hormigón. La mayoría de los autores recomienda arena silícea de río, con módulo granulométrico no inferior a 3 y exenta de finos, ya que las altas dosis de cemento y las eventuales adiciones sustituyen eficazmente esa falta de finos.

La composición granulométrica del árido total está formada, generalmente, por los dos grupos indicados anteriormente. Si se emplea superfluidificante, la cantidad de árido fino más conveniente se sitúa en torno al 60% de la de árido grueso.

3.° RELACIÓN AGUA/CEMENTO

La relación A/C debe ser muy baja y, por tratarse de hormigones de elevadas resistencias, resulta imprescindible medirla con gran precisión. Para ello es necesario tener en cuenta el agua que contengan, no sólo los áridos, sino también el superfluidificante, así como la posible agua residual que pueda contener la amasadora tras proceder a su limpieza. Por otra parte, si se incorporan adiciones a la masa (microsílice o cenizas volantes), es conveniente referirse a la relación agua/(cemento + adición), ya que las adiciones actúan como un conglomerante más.

En teoría, el valor mínimo de la relación A/C que se requiere para una hidratación completa del cemento es del orden de 0,25 a 0,28. De la experiencia existente en obras efectuadas con HAR se deduce que dicha relación no debe superar el valor 0,35, si bien el Código Modelo CEB-FIP 90 admite valores de hasta 0,40. Como siempre, el valor óptimo habrá de determinarse en cada caso mediante ensayos previos de laboratorio, habida cuenta de la resistencia especificada en proyecto, de la forma de puesta en obra y de las restantes características de la obra en cuestión.

4.° ADITIVOS Y ADICIONES

A lo indicado en el apartado 7.1 pueden añadirse las siguientes consideraciones.

Los aditivos normalmente empleados en los HAR son los superfluidificantes, en dosis que suelen oscilar entre 10 y 20 kg por m^3 de hormigón. Se consiguen así asientos en cono de Abrams del orden de 150 a 200 milímetros. Los tipos más empleados son a base de policondensados de formaldehido-melanina sulfonados, o bien de naftaleno sulfonado, no siendo recomendables los compuestos lignosulfonados por retrasar en exceso el comienzo del fraguado.

En cuanto a las adiciones, se emplea la microsílice casi exclusivamente, dada su gran finura y su alto valor puzolánico. Por su elevada superficie específica la microsílice es muy ávida de agua, lo que obliga al empleo simultáneo de un superplastificante. Para hormigones de f_{ck} superior a 60 N/mm^2 el empleo de microsílice es absolutamente imprescindible. Las dosis utilizadas son del orden del 8 al 12 por 100 del peso del cemento e incluso mayores. El ajuste de todas las variables indicadas requiere la realización de ensayos previos.

5.° DOSIFICACIÓN

La dosificación de los hormigones de alta resistencia debe determinarse en cada caso, en función de las características de los materiales disponibles, de los medios de fabricación y colocación del hormigón y del tipo de estructura en cuestión. A título meramente indicativo, en la tabla 7.1 se presentan siete dosificaciones utilizadas en obras reales, y las correspondientes resistencias obtenidas con ellas. Como puede observarse en la tabla, la resistencia media a compresión en probeta cilíndrica a 28 días superó en todos los casos los 80 N/mm^2. Hay que decir también que el asiento inicial en cono de Abrams de estos siete hormigones fue igual o mayor de 170 milímetros.

TABLA 7.1

EJEMPLOS REALES DE DOSIFICACIÓN DE HORMIGONES DE ALTA RESISTENCIA

Dosificación y resistencias	*Designación del hormigón*						
	A	B	C	D	E	F	G
Cemento (kg/m^3)	400	475	500	480	487	375	513
Gravilla (kg/m^3)	1080	1120	1100	1170	1068	935	1080
Arena (kg/m^3)	800	670	700	690	676	600	685
Agua (kg/m^3)	140	135	135	135	155	135	120
Superfluidificante (kg/m^3)	16,0	18,5	25,2	27,8	10,4	7,5	19,4
Microsílice (kg/m^3)	30,0	32,0	30,0	38,0	47,0	75,0	43,0
Tamaño máximo del árido (mm)	20	12	10	12	12	19	20
Relación gravilla/arena	1,35	1,67	1,57	1,68	1,58	1,56	1,58
Relación agua/cemento	0,35	0,28	0,27	0,28	0,32	0,36	0,23
Relación agua/(cemento + microsílice)	0,33	0,27	0,25	0,26	0,29	0,30	0,22
Resistencia a 7 días (N/mm^2)	60,0	70,2	71,8	71,8	72,9	91,0	82,8
Resistencia a 28 días (N/mm^2)	80,0	80,2	86,2	86,4	91,9	98,5	108,1

Fuente: González Isabel, 1993

7.3 Fabricación, colocación y curado de los HAR

1.° AMASADO

El amasado de los hormigones de alta resistencia es distinto del correspondiente a los hormigones convencionales. En éstos, el amasado se lleva a cabo en central, antes de su llegada a obra, mientras que en los HAR es necesario corregir la dosificación y completar el amasado a pie de obra.

En efecto, para prevenir una pérdida de eficacia del superfluidificante, es conveniente añadir una parte del mismo en la central y el resto a pie de obra, hasta conseguir la consistencia necesaria. Entonces se completa el amasado en la cuba, a una velocidad superior a la de régimen, durante unos dos minutos.

Casi todos los autores recomiendan que el tiempo total de amasado de un HAR sea un 60% mayor que el correspondiente a un hormigón convencional.

2.° PUESTA EN OBRA Y COMPACTACIÓN

Dada la gran docilidad del HAR (entre 150 y 200 mm de asiento en cono de Abrams) resulta fácil ponerlo en obra, lo que suele efectuarse por bombeo sin problemas de segregación.

El diámetro de la aguja del vibrador no debe superar los 40 milímetros. El espesor de las tongadas puede ser mayor que en el caso del hormigón convencional, debido a la menor energía necesaria para su compactación y a su menor tendencia a la segregación. El vibrador no debe aplicarse a las armaduras.

3.° CURADO

Así como la colocación de los hormigones de alta resistencia resulta más fácil que la de los convencionales, su curado requiere una atención especial, debido al alto calor de hidratación propio de los HAR (se pueden alcanzar temperaturas de 80° C) el cual entraña un serio peligro de fisuración.

Es absolutamente imprescindible mantener completamente húmedas las superficies de las piezas durante los primeros días después del hormigonado, siendo muy recomendable prolongar el curado durante dos semanas al menos. El empleo de sistemas de curado que evitan la pérdida de agua no es suficiente, debiendo completarse con nuevas aportaciones de agua. Los sistemas de riego por aspersión, arpilleras húmedas y similares resultan siempre más eficaces.

7.4 Características del hormigón de alta resistencia

1.° DURABILIDAD

En esta obra, la durabilidad del hormigón armado se estudia, con carácter general, en los apartados 5.7, 9.8 y 11.9. A continuación expondremos los rasgos diferenciales propios del hormigón de alta resistencia.

La baja porosidad de los HAR dificulta la penetración de líquidos y gases en su seno, lo que repercute en una mayor durabilidad frente a medios agresivos, ciclos de hielo y deshielo, etc. En condiciones extremas de baja temperatura y al igual que sucede con hormigones convencionales, puede convenir el empleo de algún agente aireante. En cuanto a la reacción álcali-árido, podría ocasionar problemas debido al elevado contenido en cemento, por lo que la Instrucción española recomienda extremar el control en la selección de áridos para asegurarse de que son inertes y utilizar cementos de bajo contenido en álcalis.

Los HAR también suministran una buena protección contra la corrosión de las armaduras, gracias a su elevada dosis de cemento y a su reducida porosidad. Si bien es cierto que la presencia de microsílice en el hormigón reduce su contenido en hidróxido cálcico y, consecuentemente, el valor de su pH (que puede bajar hasta 12,5), este efecto, que va en contra de la protección por pasivación de las armaduras, queda sobradamente compensado por la gran disminución de permeabilidad frente al CO_2. Dicho con otras palabras: la disminución del tamaño de los poros (efecto físico positivo en la microestructura de la pasta) es más ventajosa que la disminución del pH (efecto químico negativo que rebaja la alcalinidad), con lo que resulta finalmente un aumento de resistencia a la corrosión del acero, en comparación con los hormigones convencionales.

Pero no todo son ventajas, ya que está demostrado que los HAR presentan menor resistencia al fuego que los hormigones convencionales. La razón es que, dada la gran densidad de la pasta endurecida, resulta impedida la circulación del vapor de agua ocasionado por las altas temperaturas, lo que provoca unas elevadas tensiones internas en las piezas expuestas al fuego, fisuraciones y, finalmente, desprendimientos de material en forma violenta, con bajada rápida de las resistencias.

2.° RESISTENCIA A COMPRESIÓN

Los HAR experimentan un gran aumento de resistencia durante los primeros días, aumento que se hace más lento después pero que continúa más allá de los 28 días. Por esta causa, en obras importantes en las que la estructura no entra en carga a corto plazo, se toma a veces como edad de referencia del hormigón la de 56 días (8 semanas) en lugar de los 28 habituales (4 semanas).

Una vez establecida la dosificación de un HAR mediante ensayos previos, el hormigón realmente puesto en obra tendrá una resistencia a compresión menor que la de laboratorio. La relación entre ambas puede estimarse en torno al 80 por 100 (hasta el 90% según la Norma noruega NS 3473:89).

En cuanto a las diferencias que se obtienen en los ensayos a compresión entre probeta cúbica y probeta cilíndrica, el coeficiente multiplicador 0,8 habitualmente utilizado en hormigones convencionales para pasar de la primera a la segunda resulta demasiado bajo en los HAR, siendo más próximo a la realidad un coeficiente de 0,9 o incluso mayor.

3.° RESISTENCIA A TRACCIÓN

Las fórmulas indicadas en 5.5-2.° para determinar la resistencia en tracción en función de la de compresión para hormigones convencionales, proporcionan valores algo elevados al emplearlas con hormigones de alta resistencia. Por esta razón, pueden emplearse en aquellos cálculos en los que considerar una mayor resistencia a tracción resulte más desfavorable que considerar una menor. Tal es el caso de la determinación de la cuantía mínima en flexión a partir de la resistencia en tracción del hormigón.

No obstante lo dicho, en estructuras delicadas se recomienda determinar la resistencia a tracción mediante ensayos (ver apartados 6.3-7.° y 8.°).

4.° DIAGRAMA TENSIÓN-DEFORMACIÓN

Según demuestran los ensayos, la rama ascendente del diagrama tensión-deformación del hormigón de alta resistencia, en compresión centrada, tiene menor curvatura que la correspondiente a hormigón convencional, con una deformación de rotura que aumenta ligeramente a medida que aumenta su resistencia. En la práctica, puede adoptarse para dicha deformación de rotura en compresión centrada el valor $\varepsilon_u = 0{,}002$ cualquiera que sea el valor de la resistencia f_{ck}.

Por el contrario, la deformación de rotura en flexión disminuye al aumentar la resistencia, lo que significa que los hormigones de alta resistencia son más frágiles en flexión que los convencionales.

A efectos de cálculo y según la Instrucción española, se pueden utilizar los mismos diagramas parábola-rectángulo y rectangular que para hormigones convencionales, manteniendo constante la deformación de pico $\varepsilon_0 = 0{,}002$ y tomando como deformación última ε_u los siguientes valores:

- Para hormigones convencionales ($f_{ck} \leq 50$ N/mm^2): $\varepsilon_u = 0{,}0035$
- Para HAR ($f_{ck} > 50$ N/mm^2): $\varepsilon_u = 0{,}001\,[2{,}5 + 2(1-0{,}01 f_{ck})]$ con f_{ck} en N/mm^2.

5.° MÓDULO DE DEFORMACIÓN LONGITUDINAL

Según la Instrucción española, la validez de las fórmulas dadas en el apartado 5.6-3.° para hormigones convencionales puede extenderse a los HAR, de acuerdo con la experimentación.

6.° RETRACCIÓN Y FLUENCIA

En las primeras edades la deformación por retracción de los HAR es mayor que la de los hormigones convencionales, pero a partir de un año viene a ser del mismo orden de magnitud (lo que significa que vienen a compensarse los dos factores que influyen en la retracción en sentido contrario: baja relación agua/cemento, que disminuye la retracción, y alta dosis de cemento, que la aumenta) pudiendo incluso ser menor cuando se trata de hormigones con microsílice. Dada la mayor dosis de conglomerante de estos hormigones, tiene mucha influencia en la retracción el tipo de cemento, según sea de endurecimiento lento, normal o rápido.

En cuanto a la deformación por fluencia, generalmente evoluciona en los HAR de forma rápida a edades cortas, aumentando después con mucha mayor lentitud. Para su evaluación, en hormigones sin microsílice pueden utilizarse las mismas fórmulas que para hormigón convencional (apartado 5.6-6.°); si se utiliza microsílice, la deformación por fluencia disminuye apreciablemente con respecto a la del hormigón convencional, pudiendo llegar a valores del orden de la mitad. En aquellas estructuras para las que la deformación por fluencia del hormigón sea un factor relevante, es conveniente evaluar los efectos de la fluencia mediante la realización de ensayos previos.

7.° COEFICIENTE DE POISSON

Siempre que la tensión de servicio no sobrepase el 40% de la de rotura, puede adoptarse para el coeficiente de Poisson el mismo valor 0,20 que para hormigones convencionales. Como se dijo en el apartado 5.6-4.°, al aumentar la carga e iniciarse la plastificación del hormigón, el coeficiente de Poisson aumenta rápidamente hasta alcanzar el valor 0,5 en hormigones convencionales y un valor algo menor en los HAR.

7.5 Cálculo con hormigones de alta resistencia

1.° GENERALIDADES

En general, son aplicables para los HAR los principios y métodos de cálculo utilizados para los hormigones convencionales, con las salvedades que a continuación se indican.

a) Al determinar el valor característico del peso propio de un elemento de hormigón debe tomarse para su peso específico el valor 24 kN/m^3 para hormigón en masa y 26 kN/m^3 para hormigón armado.

b) Sobre los diagramas de cálculo tensión-deformación del hormigón en el estado límite último de agotamiento, véase el apartado anterior, punto 4.°.

c) En el estado límite último de agotamiento, los dominios de deformación (apartado 13.3) deben ser adaptados al valor de la deformación última ε_u que corresponda a la resistencia f_{ck} del HAR (apartado 7.4-4.°). Esta adaptación modifica los valores límite de validez de las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad correspondientes a cada dominio, valores que habrá que determinar en cada caso.

d) Dada la fragilidad de los hormigones de alta resistencia, para ellos tiene mayor importancia todavía la recomendación (de carácter general para todos los hormigones) de no superar el valor $0{,}45 \cdot d$ para la profundidad de la fibra neutra de deformaciones en flexión.

e) En elementos comprimidos es conveniente aumentar la cuantía de las armaduras transversales, con objeto de asegurar el buen confinamiento del hormigón del núcleo y evitar roturas frágiles según planos diagonales. Para ello deberá reducirse la distancia entre cercos y no utilizar para éstos diámetros muy pequeños (ver punto 2.° de este apartado).

f) En flexión simple o compuesta, la cuantía mínima de las armaduras de tracción puede determinarse con las mismas fórmulas que para hormigón convencional. En efecto, dicha cuantía pretende evitar la rotura frágil tras producirse la fisuración (momento en el que el hormigón cede sus tracciones al acero) y equivale, por tanto, al volumen de tracciones soportado por el hormigón hasta ese momento; y como la resistencia en tracción del HAR aumenta en menor medida que su resistencia en compresión, el empleo de tales fórmulas se coloca del lado de la seguridad.

g) El comportamiento a cortante de las piezas de HAR difiere un tanto del caso de hormigón convencional. Debido a la gran resistencia de la interfaz pasta-árido, pueden producirse fisuras de cortante con escaso engranamiento entre áridos (ver apartado 19.5), lo que disminuye la contribución del hormigón a la resistencia de la pieza a cortante.

h) En general, con el hormigón de alta resistencia se producen menores aberturas de fisuras que con hormigón convencional, debido a la mayor adherencia acero-hormigón y la mayor resistencia a tracción. Análogamente y por las mismas razones, a las que debe añadirse el mayor módulo de deformación, tanto las flechas instantáneas como las diferidas de las piezas con HAR son menores que con hormigón convencional.

i) En los cálculos de fisuración y deformaciones, en los que interviene la resistencia a tracción del hormigón, es muy conveniente determinar dicha resistencia mediante ensayos.

2.° DATOS PRÁCTICOS

A continuación se ofrecen algunos valores recomendados por la Instrucción española para el cálculo de secciones y elementos estructurales.

a) En elementos sometidos a compresión simple o compuesta, las armaduras longitudinales deben tener un diámetro no inferior a 12 mm y deben disponerse con una separación máxima entre barras de 250 mm. La cuantía geométrica de estas armaduras no será superior al 6 por 100.

b) En los mismos elementos anteriores, las armaduras transversales deben tener un diámetro no inferior a 8 mm y deben disponerse con una separación no superior al menor de los tres valores siguientes: 200 mm, 12 ∅ y la menor dimensión del núcleo de hormigón encerrado por la armadura transversal.

c) El cálculo de soportes puede realizarse según uno u otro de los métodos que se exponen a continuación:

- Suponer como área resistente efectiva del hormigón, A_{ce}, la correspondiente al núcleo confinado por la armadura transversal, el cual ofrece una resistencia mayor que la parte exterior de recubrimiento. En esta hipótesis, debe adoptarse como resistencia de cálculo f_{1cd} la misma que para hormigones convencionales (apartado 18.4).
- Suponer, como sección resistente del hormigón, la sección total o bruta del soporte, A_c, con el recubrimiento incluido. En esta hipótesis, debe adoptarse como resistencia de cálculo f_{1cd} la definida por la expresión:

$$f_{1cd} = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot \left(1{,}2 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$$

en la que las tres resistencias se expresan en N/mm^2.

d) Para los cálculos de inestabilidad son válidos los mismos métodos que para hormigón convencional. Cuando sea necesario utilizar el diagrama momentos-curvatura, se tendrá en cuenta el valor de la deformación última ε_u indicado en 7.4-4.°

e) Para las comprobaciones de cortante y punzonamiento pueden emplearse las mismas fórmulas que con hormigón convencional, pero limitando en los cálculos el valor de la resistencia característica f_{ck} del hormigón a 65 N/mm^2 como máximo. De este modo resultará un valor reducido para la colaboración del hormigón V_{cu} a cortante (ver párrafo 1.°*g* anterior) en el estado último de agotamiento por tracción, así como para el valor límite admisible en el estado último de agotamiento por compresión.

f) Para los cálculos a torsión, fisuración y deformaciones, son aplicables los mismos métodos que con hormigón convencional.

7.6 Empleo del hormigón de alta resistencia

1.° CONSIDERACIONES GENERALES

La utilización cada vez más frecuente del hormigón de alta resistencia y el constante aumento de literatura especializada sobre la materia demuestran que se trata de una técnica en auge y de brillante futuro. En efecto, su campo de aplicación es muy amplio: edificios de gran altura (especialmente y cuando menos, en los soportes de las primeras plantas), puentes de grandes luces, plataformas fuera de costa, prefabricación, etc.

Las ventajas económicas que puede reportar el empleo del HAR son difícilmente evaluables por depender de multitud de factores, que varían en cada caso. De un lado, la confección de estos hormigones es bastante más costosa que la de los convencionales, ya que la selección de los áridos, las grandes dosis de cemento, el empleo de aditivos y, sobre todo, el empleo de microsílice, encarecen estos hormigones. De otro lado, el empleo de los HAR reporta grandes ventajas técnicas y económicas.

Las principales razones que explican la creciente utilización de hormigones de alta resistencia frente al hormigón convencional, en lo que respecta a edificios de gran altura, son las siguientes:

- Ganancia de espacio en plantas de sótano (aparcamientos) y primeras plantas, al reducirse considerablemente la sección de los pilares.
- Mayor facilidad de puesta en obra (bombeos a gran altura, alta densidad de armaduras que criban el hormigón) debido a la gran docilidad de estos hormigones.
- Ahorro de superficie de elementos de encofrado.
- Menores plazos de ejecución (pueden hormigonarse hasta dos pisos por semana) gracias a la rapidez con que el HAR desarrolla sus resistencias (a 7 días suele alcanzarse el 80% de la resistencia a 28).
- Reducción del peso propio de la estructura (lo que abarata las cimentaciones), mejor comportamiento en estados de servicio (fisuración, deformaciones, vibraciones) y mayor durabilidad.

En definitiva, puede asegurarse que la relación calidad/precio es mayor en las obras realizadas con HAR que en las de hormigón convencional; y que en edificios altos el HAR compite con ventaja frente a las estructuras metálicas.

2.° REALIZACIONES

Generalmente se admite que los primeros elementos resistentes ejecutados con HAR fueron los pilares (que se combinaron con forjados de hormigón estructural ligero para disminuir el peso propio de la estructura) de la torre Lake Point, de 70 pisos, construida en Chicago en 1965 con un hormigón de 52 N/mm^2 de resistencia característica. Desde entonces, en esa misma ciudad se han ido construyendo gran número de edificios altos con HAR, técnica que se fue extendiendo rápidamente a otras ciudades americanas a partir de la década de los 70. A finales de dicha década, el ACI (American Concrete Institute) creó su Comité 363 dedicado al estudio del hormigón de alta resistencia.

En la década de los 80 el empleo del hormigón de alta resistencia en *edificios de gran altura* estaba ya muy generalizado en Estados Unidos y Canadá. En la tabla 7.2 puede verse una muestra de cómo fueron progresando las resistencias utilizadas para el hormigón a lo largo de dicho periodo.

El empleo de HAR en *puentes* se inició en Japón y pronto se extendió por América y Europa. En los países nórdicos, en particular Noruega y Dinamarca, la utilización del hormigón de alta resistencia en puentes se debe no tanto a la disminución del peso propio cuanto a razones de durabilidad. En Noruega es digno de mención el puente de Helgelands, con sus 425 metros de luz principal, que fue construido en 1990 con hormigón de f_{ck} = 65 N/mm^2.

En el Mar del Norte, a partir de 1972, se han construido decenas de *plataformas petrolíferas* con hormigones de resistencia del orden de 60 a 70 N/mm^2.

Existen otras muchas aplicaciones del hormigón de alta resistencia: *pavimentos* (en Noruega se han alcanzado hasta 130 N/mm^2 de resistencia en 1989), *traviesas de ferrocarril, dovelas para túneles, tuberías,* etc. Por otra parte, desde 1987 se vienen celebrando congresos internacionales sobre la materia, siendo de esperar que pronto se vean colmadas las lagunas que todavía existen en el conocimiento del HAR, cuyo tratamiento en la normativa internacional es aún escaso.

TABLA 7.2
EDIFICIOS CONSTRUIDOS CON HAR EN USA Y CANADÁ

Edificio	*Ciudad*	*Año*	*Número de pisos*	f_{ck} *(N/mm²)*
Texas Commerce Tower	Chicago	1981	75	52
Helmsley Place Hotel	Houston	1978	53	55
City Center Proyect	New York	1981	52	55
NCNB Corporate Center	Denver	1990	68	55
Royal Bank Plaza	New York	1975	43	61
Water Tower Place	Chicago	1975	76	62
River Plaza	Chicago	1976	56	62
Columbia Center	Seattle	1983	76	66
Interfirst Plaza	Dallas	1983	72	69
Scotia Plaza	Toronto	1987	68	70
311 S. Wacker Drive	Chicago	1989	70	83
One Peachtree Center	Atlanta	1991	62	83
Two Prudential Plaza	Chicago	1989	—	83
Society Center	Cleveland	1991	63	83
Bay Adelaide Center	Atlanta	1991	57	85
Niemann Marcus Plaza	Minneapolis	1991	—	96
Two Union Square	Seattle	1988	62	97
255 W. Wacker Drive	Chicago	1988	31	97
Pacific First Center	Seattle	1989	44	97

Fuente: Aguado, 1996

En cuanto a España, la primera obra en la que se empleó hormigón de alta resistencia (con una f_{ck} de 80 N/mm²) fueron las pasarelas peatonales de Montjuic, proyectadas por Javier Ruiz-Wamba y construidas en 1992 en el anillo olímpico de Barcelona. Y el primer edificio en altura corresponde al conjunto residencial Natura Playa, en la playa de San Juan de Campello (Alicante), cuya torre más alta, de estructura proyectada por Florentino Regalado y construida en 1997, tiene 23 plantas y pilares de hormigón de resistencia característica 70 N/mm². Otras realizaciones españolas con hormigón de alta resistencia pueden verse en la tabla 7.3.

TABLA 7.3
OBRAS CONSTRUIDAS CON HAR EN ESPAÑA

Obra	*Ciudad*	*Año*	*Resistencia en N/mm²*	
			Característica de proyecto	*Media de obra*
Pasarelas de Montjuic	Barcelona	1992	80	87,8
Pasarelas del puerto	Málaga	1992	60	76,0
Puente sobre el río Guadalete	Cádiz	1995	80	90,0
Puente sobre el río Miño	Lugo	1995	65	94,5
Puente Eje Transversal	Barcelona	1996	60	78 a 92
Conjunto Residencial Natura Playa	Alicante	1996	70	87,6
Dovelas prefabricadas para túneles	—	1996	80	86,0
Tuberías de abastecimiento	Alicante	1996	57 y 51	58,4 a 51,3

Fuente: Sirvent Casanova, 1997

8. Armaduras

8.1 Generalidades

De acuerdo con la Instrucción española, las armaduras empleadas en hormigón armado pueden ser barras corrugadas de acero soldable, mallas electrosoldadas o armaduras básicas electrosoldadas en celosía. Con esta formulación, que no admite el empleo de barras lisas como armaduras para hormigón armado, la normativa española se aproxima aún más a la europea (Normas EN 10080 e ISO 6935-2).

Aparte del tipo de acero, interesa tener en cuenta las características geométricas, mecánicas, de ductilidad y de adherencia de las armaduras, así como su aptitud al soldeo. A continuación se estudia cada uno de estos aspectos.

1.° CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

Las barras empleadas en hormigón armado deben ajustarse a la siguiente serie de diámetros nominales, expresados en milímetros:

6, 8, 10, 12, 14, 16, 20, 25, 32, 40

Esta serie tiene la ventaja de que las barras correspondientes se diferencian fácilmente unas de otras a simple vista, lo que evita confusiones en obra. Además, si se exceptúa el diámetro 14 mm, la sección de cada una de estas barras equivale aproximadamente a la suma de las secciones de los dos redondos inmediatamente precedentes, lo cual facilita las distintas combinaciones de uso.

Las barras deben suministrarse sin grietas ni sopladuras. La merma de sección no será superior al 4,5 por 100 del valor nominal correspondiente. La determinación de la sección real de una barra no es inmediata en los aceros corrugados, ya que su diámetro varía de unas zonas a otras a causa de los resaltos o corrugas. Se utiliza entonces el concepto de *sección media equivalente,* definido a través de la masa de la barra:

$$\text{Área (mm}^2\text{)} = \frac{\text{Masa (kg/m)}}{7{,}85\times10^{-3}}$$

Los valores de la sección media equivalente y los de su correspondiente diámetro, deben coincidir con los nominales, que son aquellos especificados respecto a los cuales se establecen las tolerancias de suministro.

2.° CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS

Las características mecánicas más importantes para la definición de un acero son: la resistencia, el límite elástico, la relación entre los dos valores mencionados, el alargamiento y la aptitud al doblado-desdoblado. Las dos primeras califican al acero desde el punto de vista resistente y las tres últimas desde el punto de vista de sus cualidades plásticas. Ambos grupos de propiedades son necesarios y, en general, se contraponen entre sí, por lo que el resultado final obtenido durante el proceso de fabricación es siempre una solución de compromiso.

Las cuatro primeras características mencionadas se determinan mediante el ensayo de tracción, que consiste en someter una barra bruta, sin mecanizar, a un esfuerzo axil de tracción hasta su rotura (Euronorm 2-57, Recomendación ISO-R82 y Norma UNE 7.474:92), obteniéndose así el diagrama tensión-deformación del acero. La aptitud al doblado-desdoblado se determina a través del ensayo correspondiente (Norma UNE 36.068:94). A continuación comentamos estas características (figura 8.1 a y b).

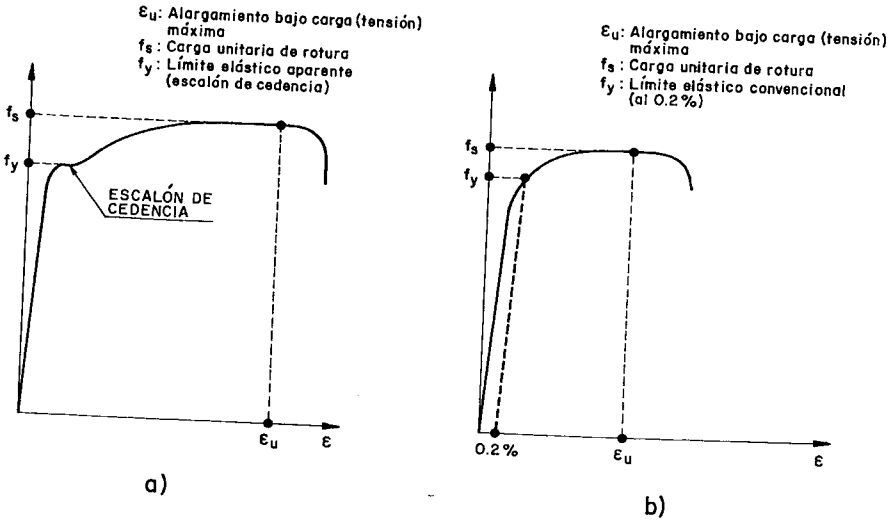


Figura 8.1 Diagrama σ-ε de un acero: (*a*) con escalón de cedencia; (*b*) sin escalón de cedencia

a) Resistencia o carga unitaria de rotura, f_s
Es la máxima fuerza de tracción que soporta la barra, cuando se inicia la rotura, dividida por el área de la sección nominal de la probeta. Se denomina también, más precisamente, *carga unitaria máxima a tracción.*[1]

b) Límite elástico, f_y
Es la máxima tensión (también referida a la sección nominal de la barra) que puede soportar el material sin que se produzcan deformaciones plásticas (remanentes) significativas. Según el tipo de acero, puede tratarse de *límite elástico aparente* o de *límite elástico convencional.* A diferencia del segundo, el primero es claramente observable en el ensayo de tracción, al presentar *escalón de cedencia o de relajamiento* (fig. 8.1*a*). El segundo se define convencionalmente como la tensión que produce una deformación remanente del 0,2 por 100 (fig. 8.1*b*).

c) Relación f_s / f_y
Cuanto más alta sea esta relación más dúctil es el acero. Véase el punto 4.° de este mismo apartado.

d) Alargamiento
En la figura 8.1 aparece representado el *alargamiento bajo carga máxima* o *alargamiento último,* ε_u, que corresponde al momento de la rotura. Para determinarlo no se requiere efectuar ninguna medición especial sobre la probeta, ya que su valor se mide en el diagrama σ-ε resultante del ensayo de tracción.

La Instrucción española no alude a este alargamiento, sino al llamado *alargamiento de rotura* (que, en rigor, debería llamarse *alargamiento después de la rotura*). Este alargamiento es el incremento de longitud de la probeta correspondiente a la carga máxima, medido después de la rotura y expresado en tanto por ciento:

$$\frac{l_1 - l_0}{l_0}\cdot 100$$

en donde l_0 y l_1 son, respectivamente, las longitudes inicial y final de la base de medida marcada sobre la probeta. La base de medida tiene una longitud de n veces el diámetro nominal, variando n según las normas (en general, n vale cinco o diez).

Hay que distinguir dos clases de alargamiento de rotura:

- Cuando la base de medida está centrada en la probeta, incluyendo la zona de estricción, se determina el *alargamiento concentrado remanente de rotura* o simplemente *alargamiento de rotura.* Este es el valor que limita la Instrucción española (con base de medida igual a cinco diámetros) y, para medirlo, hay que juntar a tope, después de la rotura, las dos semiprobetas resultantes. Su valor es poco significativo para el proyectista.
- Cuando, por el contrario, la zona de rotura no está incluida en la base, se determina el *alargamiento repartido de rotura,* cuyo valor es más pequeño que el anterior. Se trata, al igual que el anterior, de un alargamiento remanente, es decir, se mide después de retirada la carga (sobre una semiprobeta, ya rota la probeta) y no bajo ésta como sucede con el alargamiento bajo carga máxima, ε_u. Su valor es algo más significativo que el del alargamiento concentrado, a efectos de comportamiento estructural del acero.

Ambos alargamientos de rotura varían con la longitud inicial de la base de medida. Como hemos dicho, la Instrucción española prescribe valores mínimos para el alargamiento concentrado de rotura, medido sobre base de cinco diámetros (tabla 8.5) y no se refiere al alargamiento repar-

[1] Téngase en cuenta que, después de la estricción, los valores que se registran en el gráfico del ensayo están referidos a la sección inicial y no a la real. Por eso es más correcto hablar de *carga unitaria de rotura* en vez de *tensión de rotura.*

tido de rotura ni al *alargamiento bajo carga máxima*, ε_u. Sin embargo, tanto el Código Modelo CEB-FIP como el Eurocódigo, sí consideran este último parámetro, más significativo que los dos anteriores por ser un indicador de la deformación del acero justo antes de la rotura, que puede utilizarse en cálculos no lineales o en situaciones extremas (caso de sismos).

e) Ensayo de doblado-desdoblado

Tiene por objeto comprobar la plasticidad del acero, necesaria para prevenir roturas frágiles durante las manipulaciones de ferralla y transporte. El fenómeno de rotura frágil, es decir, sin absorción importante de energía, se presenta cuando el acero se ve sometido a tensiones multidireccionales aplicadas rápidamente. El riesgo es tanto mayor cuanto más baja es la temperatura ambiente. Por esta causa se presentan alguna vez roturas en ganchos y patillas cuando las barras experimentan fuertes impactos, como puede ser el caso durante la descarga de redondos ya preparados de ferralla si la maniobra se realiza con poco cuidado en días muy fríos.

El ensayo de doblado-desdoblado se efectúa a la temperatura ambiente, sobre un mandril cuyo diámetro depende de la clase de acero y del diámetro de la barra (ver tabla 8.6). La fuerza de doblado se aplica constante y uniformemente hasta alcanzar un ángulo de 90°. A continuación se somete la probeta a un calentamiento de 100° C durante 30 minutos y se enfría al aire, desdoblándose como mínimo 20°. El ensayo se considera satisfactorio si durante el mismo no se producen grietas o pelos en la zona curva de la probeta, apreciables a simple vista (Norma UNE 36.068:94).[1]

3.° CARACTERÍSTICAS DE ADHERENCIA

El problema de asignar a una barra de acero un número que exprese sus características de adherencia con el hormigón ha originado gran cantidad de estudios teórico-experimentales, sin que hasta la fecha pueda decirse que se haya resuelto definitivamente. Existen diversos métodos de ensayo en uso y esta multiplicidad de soluciones es la mejor prueba de que ninguno es completamente satisfactorio.

En general, siempre que entra en juego la resistencia del hormigón a la tracción o al cizallamiento resulta difícil cuantificar los fenómenos y reflejarlos en fórmulas precisas. Dos buenos ejemplos son los de adherencia y fisuración, cuyo tratamiento en el cálculo es bastante aleatorio y, con frecuencia, escasamente aproximado.

Modernamente ha cristalizado un acuerdo internacional respecto a un método desarrollado por Baus (Lieja) de *ensayo de adherencia por flexión*. El método de Baus, modificación del *beam-test (ensayo de la viga)* norteamericano, ha sido adoptado por la RILEM, el CEB y la FIP.

La probeta consiste en dos medias viguetas de hormigón armadas con un redondo pasante —que es la barra objeto de ensayo— y unidas por una rótula metálica en la zona de compresión (fig. 8.2). La barra va provista de manguitos de plástico que dejan, en cada semiviga, una longitud adherente de 10 ∅.

Con esta disposición se obtienen tres ventajas importantes: se anula el efecto local de apoyos; se conoce con precisión la tensión en la armadura, al conocer exactamente el brazo del par interno; y se obtienen dos resultados por ensayo.

[1] La normativa española, en línea con otras europeas, no contempla el ensayo de doblado simple a 180° para las barras corrugadas.

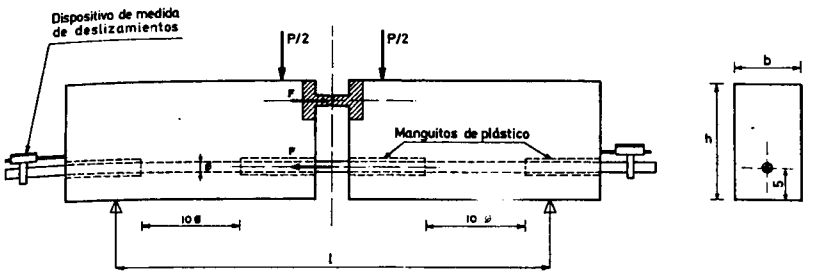


Figura 8.2 Ensayo de adherencia por flexión

En los extremos de las barras se colocan comparadores para medir deslizamientos. En el ensayo se determinan los valores $\tau_{0,01}$; $\tau_{0,1}$ y τ_1 de las tensiones en la barra que corresponden a deslizamientos de 0,01; 0,1 y 1 milímetros, respectivamente; así como el valor τ_{max} de la tensión de rotura de adherencia (*tensión máxima de adherencia*, correspondiente a un deslizamiento de 3 mm, o a la rotura si ésta se produce antes). Se denomina *tensión media de adherencia* τ_m a la media aritmética de los tres valores $\tau_{0,01}$; $\tau_{0,1}$ y τ_1.

Si se satisfacen simultáneamente las condiciones indicadas en la tabla 8.1, la barra es calificada como de "alta adherencia".

El ensayo de adherencia por flexión ha sido incorporado a la normativa española (Norma UNE 36.740:97) y sirve de base a los ensayos de homologación de las características de adherencia de las barras corrugadas.

(Sobre adherencia hormigón-acero, véase apartado 9.2)

TABLA 8.1

CONDICIONES DE ADHERENCIA

Diámetro nominal ∅ (mm)	*Tensión media de adherencia* τ_m *(N/mm²)*	*Tensión máxima de adherencia* τ_{max} *(N/mm²)*
Inferior a 8	≥ 6,88	≥ 11,22
De 8 a 32	≥ 7,84 – 0,12 ∅	≥ 12,74 – 0,19 ∅
Superior a 32	≥ 4,00	≥ 6,66

4.° DUCTILIDAD DEL ACERO

Las características plásticas de las barras de acero tienen una gran importancia en el comportamiento de las piezas de hormigón armado, pues gracias a ellas se obtienen importantes ventajas: de un lado, pueden evitarse las roturas frágiles (sin aviso) de las piezas; de otro, es posible la redistribución de esfuerzos en estructuras hiperestáticas, lo que permite neutralizar eventuales errores de proyecto o de obra, así como hacer frente a ciertas solicitaciones no tenidas en cuenta en los cálculos. Además, al aumentar la ductilidad de las piezas resulta aumentada su capacidad de disipar energía bajo solicitaciones dinámicas (acción sísmica).

Un acero será tanto más dúctil cuanto mayores sean la relación f_s / f_y y el alargamiento bajo carga máxima, ε_u. El Eurocódigo 2 distingue entre aceros de alta ductilidad y de ductilidad normal, según los valores característicos siguientes:

- De alta ductilidad: $(f_s/f_y)_k \geq 1{,}08$ y $\varepsilon_{uk} \geq 5{,}0\ \%$
- De ductilidad normal: $(f_s/f_y)_k \geq 1{,}05$ y $\varepsilon_{uk} \geq 2{,}5\ \%$

siendo f_s y f_y, respectivamente, la resistencia y el límite elástico reales del acero, $(f_s/f_y)_k$ el valor característico de su relación, y ε_{uk} el alargamiento característico bajo carga máxima.

Por su parte, el Código Modelo CEB-FIP 90 considera tres clases de acero según su ductilidad:

- Clase A: $(f_s/f_y)_k$ 1,08 y $\varepsilon_{uk} \geq 5{,}0\ \%$
- Clase B: $(f_s/f_y)_k$ 1,05 y $\varepsilon_{uk} \geq 2{,}5\ \%$
- Clase S: $(f_s/f_y)_k \geq 1{,}15$ y $\varepsilon_{uk} \geq 6{,}0\ \%$

y preconiza el empleo de aceros de clase S para estructuras que precisen gran ductilidad, como es el caso de las ubicadas en zonas sísmicas de alto riesgo.

En fin, la Instrucción española recomienda utilizar, para estructuras sometidas a acciones sísmicas, un acero soldable de características especiales de ductilidad, siguiendo la Norma UNE 36065 EX. Este acero, denominado B 400 SD, tiene una relación $(f_s/f_y)_k$ igual o superior a 1,20 (pero no mayor que 1,35) y un alargamiento bajo carga máxima ε_{uk} no menor del 9,0 %.

Aún cuando, como se ha dicho, cada una de las variables $(f_s/f_y)_k$ y ε_{uk} influye de forma positiva en la ductilidad (a mayor valor de cada una de ellas, mayor ductilidad), en el estado actual de conocimientos los investigadores no se han puesto de acuerdo acerca de la influencia relativa de cada una de ellas. Dicho de otro modo, si dos aceros A y B presentan valores cruzados entre sí (cada acero presenta un valor mayor que el otro de una de las variables y menor de la otra) no es posible saber cuál de los dos es más dúctil. A la resolución de este problema se dedican hoy esfuerzos, siendo destacables los trabajos de Honorino Ortega, quien propone medir la ductilidad del acero mediante un parámetro único, denominado *factor de ductilidad*, igual al área delimitada por el diagrama σ - ε, la horizontal que pasa por el límite elástico f_y y la vertical que pasa por el alargamiento bajo carga máxima ε_u (ver bibliografía).

5.° APTITUD AL SOLDEO DEL ACERO

Las normas modernas, incluida la española, otorgan gran importancia a la aptitud al soldeo de las barras de acero para hormigón, aptitud que depende, fundamentalmente, de la composición química del acero. La Norma UNE 36.068:94 para barras corrugadas de acero soldable limita los contenidos máximos de carbono, carbono equivalente, fósforo, azufre y nitrógeno, tanto en la colada como en el producto final, según los valores de la tabla 8.2.

Más adelante se estudian los distintos tipos de empalme de barras por soldadura, así como los métodos que deben emplearse. No obstante, en cada caso será la empresa suministradora del acero la que deba especificar el método de soldeo adecuado a su producto.

TABLA 8.2
COMPOSICIÓN QUÍMICA DE LOS ACEROS SOLDABLES
(TIPOS B 400 S, B 500 S y B 400 SD)[1]

Análisis	*C* % máx.	C_{eq} [2] % máx.	*P* % máx.	*S* % máx.	*N* [3] % máx.
Colada	0,22	0,50	0,050	0,050	0,012
Producto	0,24	0,52	0,055	0,055	0,013

[1] Ver tabla 8.5

[2] $\%C_{eq} = \%C + \frac{\%Mn}{6} + \frac{\%Cr + \%Mo + \%V}{5} + \frac{\%Ni + \%Cu}{15}$

[3] Si existen elementos fijadores del nitrógeno, tales como aluminio, vanadio, etc., en cantidad suficiente, se pueden admitir contenidos superiores

8.2 Barras corrugadas

1.° CONSIDERACIONES GENERALES E IDENTIFICACIÓN

Al ir evolucionando la técnica del hormigón armado se hizo patente la necesidad de emplear aceros de mayor límite elástico; pero para ello era necesario mejorar la adherencia entre el hormigón y las barras, con objeto de conseguir una distribución más uniforme de las posibles fisuras (mayor número con aberturas más pequeñas). Surgió así la idea de imprimir, en toda la superficie de la barra, una serie de resaltos, corrugas o aletas, lo que originó las denominadas *barras corrugadas*, cuyo empleo es, hoy día, casi exclusivo en la técnica del hormigón armado.

Las barras corrugadas están normalizadas en España por la Norma UNE 36.068:94. En la figura 8.3 se indican las formas de las corrugas que dicha norma impone. Como se observa en la figura, los dos tipos de acero contemplados por la norma (ver punto 2.° siguiente) se diferencian por la disposición de las corrugas en cada uno de los dos sectores opuestos en que aparece dividida la barra. En el tipo B 400 S la separación entre corrugas es diferente entre un sector y otro, pero las corrugas de ambos sectores tienen la misma inclinación. Por el contrario, en el tipo B 500 S las corrugas de un sector tienen una misma inclinación y están separadas uniformemente, en tanto que en el otro sector las corrugas aparecen agrupadas en dos series, de igual separación pero de inclinación diferente a la de las corrugas del sector opuesto.

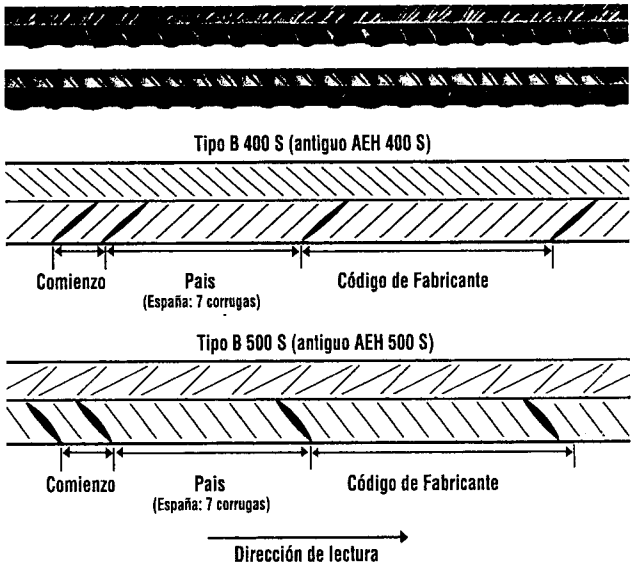


Figura 8.3 Forma de corrugas y código de identificación de barras. *Fuente: Calidad Siderúrgica, 1998*

Por otra parte, el organismo normalizador (AENOR) tiene asignado un código a cada fabricante y marca comercial, el cual se refleja a través de unas marcas que el tren de laminación imprime a las barras, marcas que se repiten a distancias en general no superiores a un metro. Una corruga ordinaria entre dos corrugas regruesadas anuncia el comienzo de las marcas de laminación. A partir de ahí

y hasta la siguiente corruga regruesada, el número de corrugas ordinarias indica el país de fabricación (a España, junto con Portugal, le corresponden siete corrugas) y, a partir de esa corruga y hasta la siguiente regruesada, el número de corrugas ordinarias indica el fabricante.

2.° TIPOS DE ACERO DE LAS BARRAS CORRUGADAS

a) La Instrucción española considera como barras corrugadas para hormigón armado únicamente las de acero soldable (ver su composición química en tabla 8.2) de las clases siguientes:

B 400 S B 500 S y B 400 SD

en las que el número indica el límite elástico garantizado, expresado en N/mm² (MPa). La letra B (del alemán *beton* y el francés *béton*) indica que se trata de aceros para hormigón. La letra S (*soldable*) no debe confundirse con la clase S de aceros de gran ductilidad, según notación del Código Modelo CEB-FIP 90 (apartado 8.1-4.°). La letra D indica que se trata de un acero de *ductilidad* especial, recomendado para estructuras sometidas a acciones sísmicas (apartado 8.1-4.°). En la fig. 8.4 puede verse la forma de las corrugas del acero B 400 SD.

Las barras se fabrican a partir de semiproductos procedentes de lingotes o de colada continua, generalmente según alguno de los siguientes procedimientos:

- Laminación en caliente, sin tratamiento posterior
- Laminación en caliente y tratamiento térmico mediante calor de laminación
- Laminación en caliente y deformación posterior en frío

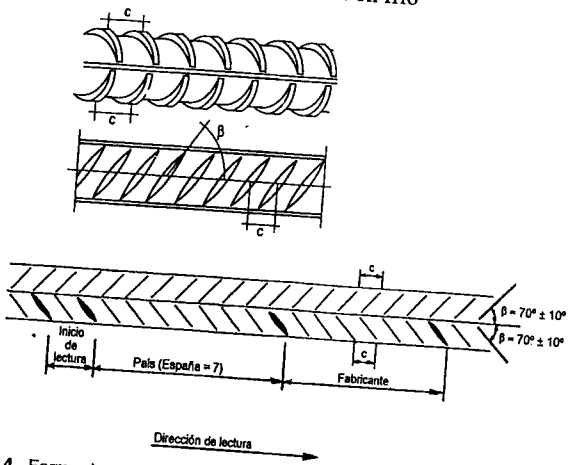


Figura 8.4 Forma de corrugas del acero B 400 SD. *Fuente: Calidad Siderúrgica, 1999*

b) El diagrama tensión-deformación de estos aceros depende del método de fabricación, por lo que debe ser facilitado por el fabricante. A partir de este diagrama se obtiene el *diagrama característico*, que es aquel cuyos valores de tensión presentan, para cada deformación no mayor del 10 por 1.000, un nivel de confianza del 95% con respecto a los obtenidos en el ensayo de tracción (Norma UNE 7.474:92); o dicho con otras palabras, que existe una probabilidad del 95% de que el valor real iguale o supere al valor característico.

c) Tanto la Instrucción española como el Eurocódigo 2 admiten que, a falta de datos experimentales, puede adoptarse como diagrama característico tensión-deformación el birrectilíneo indicado en la figura 8.5. Dicho diagrama está formado por la recta de Hooke (con $E_s = 2.10^5$ N/mm²) hasta el valor f_{yk} (igual a 400 o a 500, según el acero) y otra recta inclinada que llega hasta el punto ε_{max} igual a 0,08 (para acero 400) o 0,05 (para acero 500) y f_{max} igual a $1,05 \cdot f_{yk}$. En cuanto a la rama de compresión, puede considerarse simétrica de la de tracción, con respecto al origen, en todos los casos.

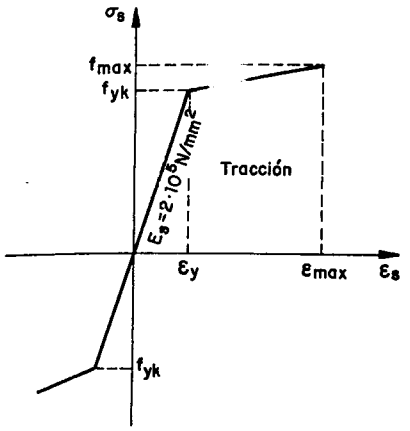


Figura 8.5 Diagrama característico σ-ε del acero

3.° CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS Y ADHERENTES DE LAS BARRAS CORRUGADAS

Como ya se apuntó en 8.1-1.°, al no ser constante la sección recta de las barras corrugadas es necesario definir su *diámetro medio equivalente*, que es el que corresponde a un cilindro de revolución de masa específica 7,85 kg/dm³ y de igual masa por metro lineal que la barra en cuestión. Los diámetros y secciones equivalentes se determinan mediante las fórmulas:

- Diámetro medio equivalente: $\varnothing = 12{,}739\sqrt{m}$
- Sección media equivalente: $A = 127{,}39\ m$

en donde el diámetro $\varnothing$ se expresa en mm, la sección A en mm² y la masa unitaria m en kg/m.

Los valores medios equivalentes deben coincidir con los nominales (tabla 8.3), que son aquellos respecto a los cuales se establecen las tolerancias de suministro.

TABLA 8.3

MEDIDAS NOMINALES DE LAS BARRAS CORRUGADAS

Diámetro nominal $\varnothing$ (mm)	*Masa nominal* m (kg/m)	*Sección nominal* A (mm²)
6	0,222	28,3
8	0,395	50,3
10	0,617	78,5
12	0,888	113
14	1,21	154
16	1,58	201
20	2,47	314
25	3,85	491
32	6,31	804
40	9,86	1.260

Las características adherentes de las barras dependen de la forma del corrugado, que viene definida por una serie de parámetros, siendo los más importantes la altura de los resaltos, a, la separación entre resaltos, c, y la inclinación de las corrugas, β. Tanto las normas europeas como la Norma UNE 36.068:94 consideran como indicador de calidad adherente el *índice de corrugas*, que mide en términos relativos la superficie que se opone al deslizamiento de la barra, refiriéndola al área de la superficie de ésta. El valor del índice de corrugas se obtiene como cociente del área de las corrugas proyectadas sobre una sección transversal y el área de la superficie de la barra, tomadas ambas por unidad de longitud de la barra.

En la tabla 8.4 se dan los valores recomendados por la Norma UNE 36.068:94 para los parámetros mencionados, así como sus tolerancias.

Por su parte, la Instrucción española considera como barras de alta adherencia las que cumplen el ensayo de adherencia por flexión indicado en 8.1-3.°, que es el empleado para su homologación con carácter obligatorio. En el certificado de homologación (sin el cual no debe utilizarse el acero) se consignan los valores límites, con sus tolerancias, de las características geométricas del corrugado, con lo que la comprobación de que el acero cumple con las condiciones de adherencia se efectúa en la práctica mediante simples determinaciones dimensionales (altura de corrugas, separación entre corrugas y perímetro sin corrugas).

TABLA 8.4

GEOMETRÍA DEL CORRUGADO

Diámetro nominal (mm)	*Altura mínima de corrugas, a (mm)*[1]	*Separación entre corrugas*[2] *(mm)*			*Índice de corrugas. Valor mínimo*
		Acero B 400 S		*Acero B 500 S*	
		c_1	c_2	c	
6	0,39	5,8	4,2	5,0	0,039
8	0,52	6,6	4,8	5,7	0,045
10	0,65	7,5	5,5	6,5	0,052
12	0,78	8,3	6,1	7,2	0,056
14	0,91	9,7	7,1	8,4	0,056
16	1,04	11,0	8,2	9,6	0,056
20	1,30	13,8	10,2	12,0	0,056
25	1,63	17,3	12,7	15,0	0,056
32	2,08	22,1	16,3	19,2	0,056
40	2,60	27,6	20,4	24,0	0,056

(1) Medida en el centro de la corruga
(2) Tolerancia: ± 15% para diámetros superiores a 8 mm y ± 20% para los diámetros 6 mm y 8 mm

4.° CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DE LAS BARRAS CORRUGADAS

a) En la tabla 8.5 se indican los valores mínimos que deben garantizarse del límite elástico f_{yk}, de la resistencia f_{sk}, del alargamiento de rotura ε_{uk} y de la relación máxima admisible entre los valores de la resistencia a tracción y el límite elástico obtenido en cada ensayo. Las dos últimas limitaciones impuestas tienen por objeto garantizar la ductilidad del acero (véase 8.1-1.°).

b) En la tabla 8.6 se indican los diámetros de los mandriles sobre los que deben efectuarse los ensayos de doblado-desdoblado en las barras corrugadas. Estos ensayos tienen por objeto garantizar la plasticidad suficiente frente a los procesos de ferralla y manipulación en obra.

TABLA 8.5

CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DE LAS BARRAS CORRUGADAS
ENSAYO DE TRACCIÓN

Clase de acero	*Límite elástico* f_{yk}	*Resistencia* f_{sk} [1],[2]	*Alargamiento de rotura* ε_{uk} *sobre base de 5* $\varnothing$[1]	*Valor mínimo de* f_s / f_y [3]
	MPa	MPa	%	
B 400 S	400	440	≥14	1,05
B 500 S	500	550	≥12	1,05
B 400 SD	400	480	≥20 [4]	1,20 [5]

(1) Valor característico especificado
(2) Para el cálculo de las cargas unitarias (tensiones) se utilizará la sección nominal
(3) Relación mínima admisible entre los valores de la resistencia a la tracción y el límite elástico obtenidos en cada ensayo
(4) Además, el alargamiento bajo carga máxima debe ser al menos del 9%
(5) Además, la relación f_s / f_y no debe superar 1,35

TABLA 8.6

ENSAYO DE DOBLADO-DESDOBLADO DE LAS BARRAS CORRUGADAS

Clase de acero	*Diámetro de mandril* $\alpha_1 = 90°$ $\alpha_2 = 20°$			
	$\varnothing \leq 12$	$12 < \varnothing \leq 16$	$16 < \varnothing \leq 25$	$25 < \varnothing \leq 40$
B 400 S B 400 SD	5 $\varnothing$	6 $\varnothing$	8 $\varnothing$	10 $\varnothing$
B 500 S	6 $\varnothing$	8 $\varnothing$	10 $\varnothing$	12 $\varnothing$

c) En el dimensionamiento de secciones se adopta como *diagrama tensión-deformación de cálculo* el obtenido a partir del diagrama característico mediante una afinidad oblicua paralela a la recta de Hooke, de razón $1/\gamma_s$, siendo γ_s el coeficiente de seguridad adoptado para el acero (figura 8.6*a*), de valor 1,15 según la Instrucción española (ver apartado 11.5-3.°). Se considera como resistencia de cálculo el valor

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$$

y como deformaciones en tracción y compresión, respectivamente, el 10 por 1.000 y el 3,5 por 1.000 (apartado 13.3). Por otra parte, tanto la Instrucción española como las normas europeas consideran aceptable y suficientemente preciso el diagrama simplificado de la figura 8.6*b*, con la segunda rama horizontal.

d) La forma de suministro de los aceros también influye en sus características mecánicas. Los diámetros medios y grandes, que se suministran en barras, no experimentan alteraciones de sus características de origen, pero los diámetros finos que se suministran en rollos pueden verse alterados al realizar el enderezado, con disminución de su límite elástico y carga de rotura. Por ello, la operación de enderezado debe efectuarse y controlarse cuidadosamente.

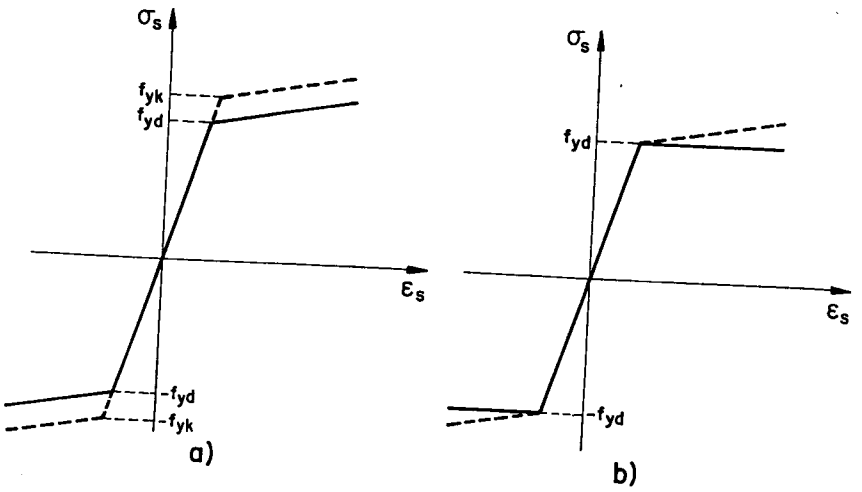


Figura 8.6 Diagrama de cálculo σ-ε del acero: (*a*) no simplificado; (*b*) simplificado

e) Finalmente, debe procurarse que tanto las características mecánicas de las armaduras como las geométricas y de adherencia, estén garantizadas por un organismo competente (certificación). En España existe la Marca AENOR de producto (que no debe confundirse con la Marca AENOR de Empresa Registrada), la cual garantiza: la homogeneidad de las materias primas empleadas en la fabricación; que el fabricante dispone de los medios adecuados de fabricación y control; y que, durante todo el proceso de elaboración de los productos, se ha efectuado un correcto control estadístico de calidad. La identificación de la existencia de esta certificación se efectúa mediante etiquetas sujetas a cada paquete de barras o mallas, en las que figura la marca N de AENOR, con la leyenda "producto certificado" y el número de registro de la marca en cuestión.

8.3 Soldadura de aceros

1.° CONSIDERACIONES GENERALES

La aptitud al soldeo de las barras de acero depende, fundamentalmente, de su composición química. La Norma UNE 36.068:94 establece los contenidos máximos de ciertos elementos químicos (azufre, fósforo, carbono y nitrógeno, ver 8.1-5.°) para que las barras corrugadas de aceros puedan ser soldables. Por su parte, la UNE 36.832:96 regula la disposición, ejecución y control de las uniones soldadas de barras para hormigón.

Los métodos de soldeo normalmente empleados son: *soldadura a tope*, *soldadura por solapo y soldadura en cruz*. Antes de efectuar cualquiera de estas soldaduras conviene consultar al fabricante del acero sobre su aptitud para el método de soldeo elegido. La ejecución debe confiarse únicamente a operarios cualificados.

2.° SOLDEO A TOPE POR RESISTENCIA ELÉCTRICA

Este método es de ejecución automática. Las dos barras se cortan perpendicularmente a sus ejes y se disponen en las dos mordazas de la máquina de soldar, la cual hace pasar por ellas una

corriente eléctrica de elevada potencia, automáticamente regulada en función del diámetro de las barras. El fuerte calentamiento provocado origina un principio de fusión en los extremos de las barras y, en ese momento, las mordazas se disparan una contra otra, juntando las barras con un golpe seco (forja) que provoca su unión íntima. Toda la operación dura unos pocos segundos y no existe material de aportación. En el proceso se produce una corona o rebaba que, en ocasiones, debe ser eliminada.

Las uniones a tope pueden efectuarse con cualquier tipo de acero y diámetro de barras. Tienen la ventaja de ocupar poco espacio pero, a cambio, requieren preparación de bordes y mesa de soldeo, por lo que están indicadas en prefabricación o cuando se trata de empalmar en taller gran número de barras.

Para comprobar la aptitud del acero a este método de soldeo deben efectuarse ensayos sobre los diámetros máximo y mínimo que vayan a emplearse. Para ello y según la Instrucción española, se tomarán, de cada diámetro, seis probetas consecutivas de una misma barra; las tres primeras se ensayarán a tracción, la central soldada y las otras sin soldadura, debiendo ser la carga de rotura de la soldada no inferior al 95% de la media de las otras dos, ni inferior a la carga de rotura garantizada. Las otras tres probetas, todas ellas soldadas, deberán superar el ensayo de doblado-desdoblado.

3.° SOLDEO A TOPE POR ARCO ELÉCTRICO

Este método requiere el empleo de material de aportación de un electrodo, cuyas características dependen del acero que se suelda y del diámetro de las barras. Corresponde al fabricante del acero indicar el electrodo adecuado en cada caso.

La preparación de los extremos de las barras debe realizarse, siempre que sea posible, en forma simétrica (preparación en *X*). Esto exige que se puedan voltear las barras, para que el soldador actúe en ambos lados de la *X*, depositando material alternativamente a uno y otro lado hasta completar el relleno con un sobreespesor del orden del 10 al 20 por 100 (fig. 8.7). Si no pueden voltearse las barras, la preparación de extremos se realiza en *V* o en *U*. Esta forma asimétrica no es recomendable, especialmente con diámetros grandes.

El método de soldadura a tope al arco eléctrico debe preferirse cuando se trata de un pequeño número de empalmes. No conviene utilizarlo con diámetros inferiores a 20 mm. La comprobación de la aptitud del acero a este método de soldeo se efectúa del mismo modo que en el caso anterior.

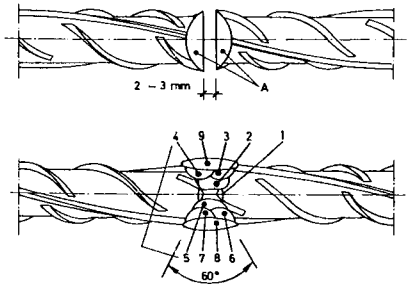


Figura 8.7 Soldeo a tope por arco eléctrico. *Fuente: CEB, 1983*

4.° SOLDEO POR SOLAPO

El método de soldeo por solapo, con cordones longitudinales, emplea la misma técnica del arco eléctrico con electrodo y es el único utilizable cuando no hay libertad de volteo de barras (caso de armaduras en espera).

La longitud total de los cordones puede calcularse igualando la transmisión a cortante de la soldadura a la carga de rotura de las barras empalmadas, con un coeficiente de seguridad adecuado. Suele ser del orden de 10 Ø (diez veces el diámetro de la barra) en segmentos no superiores a 5 Ø para no concentrar un calor excesivo en las barras. En la figura 8.8 se muestran diversas formas de unión por solapo, con barras descentradas (*a* y *b*) o con barras centradas y cubrejuntas (*c* y *d*).

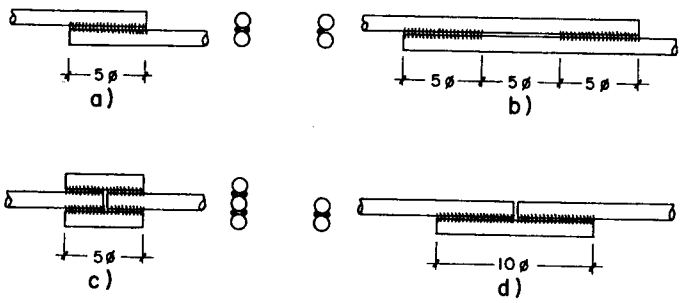


Figura 8.8 Empalmes soldados por solapo

El procedimiento de empalme por solapo no debe emplearse con diámetros muy gruesos (mayores de 25 mm) porque entonces la disposición de cordones resulta insuficiente para transmitir la totalidad del esfuerzo.

Para comprobar la aptitud del acero a este método de soldeo deben efectuarse ensayos sobre la combinación de diámetros máximos que vayan a soldarse y sobre la combinación de diámetro máximo y mínimo. Para ello y según la Instrucción española, se ejecutarán en cada caso tres uniones que se ensayarán a tracción, cuyo resultado se considerará satisfactorio si en todos los casos la rotura ocurre fuera de la unión de solapo; o en caso contrario, si la carga de rotura no es inferior al 90% de la correspondiente a la media de tres probetas testigo de la misma barra (la más fina si son de distinto diámetro), ni inferior al valor nominal.

5.° SOLDEO EN CRUZ POR ARCO ELÉCTRICO

Las uniones soldadas en cruz por arco eléctrico tienen interés como dispositivo de anclaje de barras en el hormigón, especialmente cuando se dispone de poco espacio para anclarlas por adherencia. En tales casos cabe soldar, en dirección transversal a la barra que se desea anclar, sea otras barras transversales existentes, sea trozos de barra expresamente dispuestos para ello, lo que puede suponer un ahorro al reducirse la longitud de barra necesaria para anclar por adherencia.

Para comprobar la aptitud del acero a este método de soldeo deben efectuarse ensayos sobre la combinación de barras de diámetro máximo y mínimo que vayan a soldarse. Para ello y según la Instrucción española, se ejecutarán tres uniones y se ensayarán a tracción las barras de menor diámetro, cuyo resultado se considerará satisfactorio si la carga de rotura no es inferior al 90% de la correspondiente a la media de tres probetas testigo de la misma barra, ni inferior al valor nominal.

Además, se efectuará un ensayo de arrancamiento de la cruz soldada sobre tres probetas, aplicando la tracción a la barra de menor diámetro, según la Norma UNE 36.462:80.

6.° RECOMENDACIONES DE PROYECTO

De la experiencia y de la literatura especializada se entresacan las siguientes:

- El número y posición de las uniones soldadas deben figurar en los planos. Conviene reseñar también el método de soldeo.
- Las uniones soldadas deben proyectarse en zonas alejadas de fuertes tensiones, siempre que sea posible, y preferiblemente, próximas a las zonas de momento nulo.
- No es conveniente concentrar en una misma sección más del 20 por 100 de empalmes soldados respecto al total de barras.
- Las dos recomendaciones anteriores no son necesarias para barras que trabajen a compresión.
- No deben disponerse soldaduras en los codos, ángulos o zonas de trazado curvo de las armaduras.
- Conviene distanciar las soldaduras correspondientes a barras contiguas en 10 diámetros.
- Cuando no actúen esfuerzos dinámicos, puede contarse con una capacidad resistente de la unión soldada igual a la de las barras, siempre que la ejecución esté sometida a control.
- Cuando puedan actuar esfuerzos dinámicos, es prudente contar tan solo con el 80 por 100 de la capacidad mecánica de las barras y extremar el control de la ejecución.
- Las soldaduras por solapo deben rodearse de estribos adicionales para absorber las tensiones tangentes que aparecen en su entorno.
- Por último conviene recordar que, en muchas ocasiones, pueden emplearse manguitos de empalme (apartado 9.6-6.°) con resultados muy satisfactorios.

8.4 Comportamiento a la fatiga de los aceros

No se conoce a fondo el comportamiento de los aceros a la fatiga, es decir, a solicitaciones variables repetidas gran número de veces (del orden de un millón al menos) que provocan en el material variaciones de tensión entre dos valores extremos.

Las solicitaciones oscilantes (que hacen variar la tensión entre $+\sigma$ y $-\sigma$) tienen menos importancia práctica en hormigón armado (excepción hecha del caso de sismos) que las solicitaciones alternadas, que hacen variar la tensión entre σ y $\sigma + \Delta\sigma$. En cualquier caso, se llama *endurancia o límite de fatiga* al valor máximo de la carrera de tensiones $\Delta\sigma$ tal que se puede repetir infinitas veces sin que se alcance la rotura del material (fig. 8.9).

Normalmente y a efectos prácticos, se denomina *resistencia a la fatiga* de un acero a la mayor carrera de tensiones $\Delta\sigma$ que es capaz de soportar en 2 millones de ciclos sin romperse. La resistencia a la fatiga es función de la tensión inferior σ, siendo tanto menor cuanto más próximo a cero es el valor de σ.

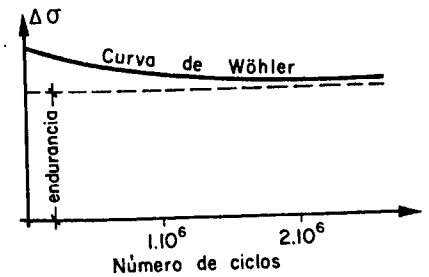


Figura 8.9 Endurancia o límite de fatiga del acero

Las estructuras que pueden verse sometidas a fatiga no son muy frecuentes: ciertos puentes de ferrocarril, cimentaciones de algunas máquinas oscilantes, ciertos puentes-grúa o estructuras afines, obras marítimas sujetas a la acción de las olas, algunos casos de estructuras expuestas al viento, etc. En estos casos, las cargas variables pueden provocar fallos por fatiga, los cuales son siempre bruscos y sin posibilidad de detección previa.

De la literatura especializada se entresacan a continuación algunas ideas fundamentales que pueden ser útiles:

- Las variables que más influyen en el fenómeno son: la carrera de tensiones $\Delta\sigma$, el valor inferior de la tensión σ y las características geométricas de las barras (forma del corrugado).
- La presencia de entalladuras, resaltos discontinuos y puntos singulares en general, hace disminuir la resistencia a fatiga, especialmente cuando su posición coincide con la zona de barra sometida a tensión máxima.
- Las consideraciones de fatiga no son determinantes en el dimensionamiento de armaduras trabajando a tracción, cuando se emplean aceros de límite elástico inferior a 420 N/mm^2.
- Las consideraciones de fatiga no son determinantes en el dimensionamiento de armaduras trabajando a compresión, cuando se emplean aceros de límite elástico inferior a 500 N/mm^2.
- Según demuestra la experiencia, cuando la carrera de tensiones $\Delta\sigma$ se mantiene por debajo de los 150 – 180 N/mm^2 no se presentan fallos por fatiga en aceros de hasta 500 N/mm^2 de límite elástico. Por ello, la Instrucción española prescribe que la variación de tensión debida a las sobrecargas que producen fatiga no exceda de 150 N/mm^2 para barras y 100 N/mm^2 para mallas electrosoldadas.

8.5 Mallas electrosoldadas

Un tipo de armaduras de gran interés para el armado de elementos superficiales (forjados, pavimentos, losas, muros, zapatas, depósitos, etc.) son las mallas electrosoldadas de acero (figura 8.10), reguladas en España por la Norma UNE 36.092:96. Las ventajas que pueden obtenerse con su empleo son: fácil y rápida puesta en obra con eliminación de posibles errores de colocación, ahorro de trabajo de ferralla, buen anclaje debido a la presencia de la armadura transversal, etc.

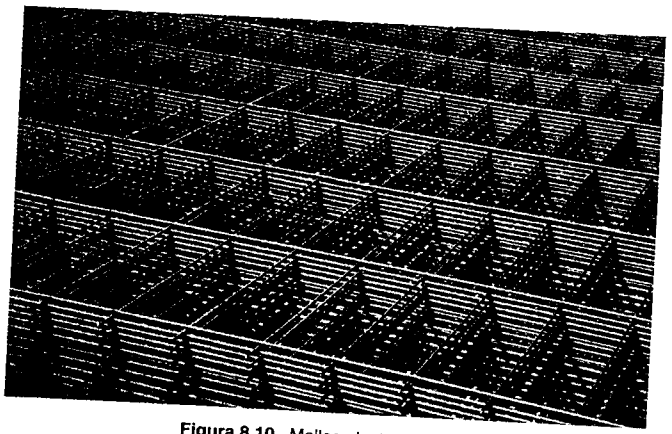


Figura 8.10 Mallas electrosoldadas

Las mallas se componen de dos sistemas de barras o alambres paralelos, que forman retícula ortogonal y van unidos mediante soldadura eléctrica en sus puntos de contacto. Se fabrican generalmente con acero trefilado de 500 N/mm^2 de límite elástico (acero B 500 T) de los siguientes diámetros nominales en milímetros:

5; 5,5; 6; 6,5; 7; 7,5; 8; 8,5; 9; 9,5; 10; 10,5; 11; 11,5; 12 y 14 mm

si bien modernamente se tiende a fabricarlas con acero B 500 S dada su mayor ductilidad.

Salvo el caso de mallas de alambres de muy pequeño diámetro (2,5 y 3 mm) para empleos no estructurales, las mallas se suministran siempre en témpanos o paneles de dimensiones tipificadas (en general, con longitudes de 6 metros y anchuras de 2,20 metros). Bajo pedido, las casas fabricantes pueden servir tipos especiales, tanto en lo referente a la combinación de cuadrícula y diámetros como a las dimensiones de los paneles. Cada panel debe llegar a obra con una etiqueta en la que se haga constar la marca del fabricante y la designación de la malla.

La distancia entre barras longitudinales suele ser de 100, 150 ó 200 mm. Las barras transversales van a distancias variables según los tipos, de forma que la cuantía transversal resulta igual a la longitudinal o a una fracción de la misma (por ejemplo, la mitad, un tercio, un cuarto, un quinto, etc.). De esta forma se cubren las distintas necesidades de la práctica.

TABLA 8.7
MALLAS ESTÁNDAR

De retícula cuadrada		*De retícula rectangular*	
Separación entre alambres (cm)[1]	*Diámetro de los alambres (mm)*[2]	*Separación entre alambres (cm)*[1]	*Diámetro de los alambres (mm)*[2]
15 x 15	5 y 5 6 y 6 8 y 8 10 y 10 12 y 12	15 x 30	5 y 5 6 y 6 8 y 8 10 y 10 12 y 12
20 x 20	5 y 5 6 y 6 8 y 8	20 x 30	5 y 5

(1) La primera cifra indica la separación entre alambres longitudinales y la segunda, entre transversales
(2) La primera cifra indica el diámetro de los alambres longitudinales y la segunda, el de los transversales

En la tabla 8.7 se indican las características de las denominadas *mallas estándar* que son las más utilizadas. Se fabrican también *mallas dobles* colocando dos alambres longitudinales juntos tangencialmente (en vez de un solo alambre de mayor diámetro), que se emplean cuando es necesario aumentar la cuantía de la armadura longitudinal. Existen también las denominadas *mallas con zonas de ahorro*, en las que se disminuye el diámetro o se aumenta la separación de los alambres en los extremos de los paneles, con objeto de no duplicar la cuantía de armadura en las zonas de empalme por solapo de los mismos.

Para comprobar las características garantizadas por el fabricante se efectúan ensayos de tracción. Una condición importante que deben cumplir las mallas es que la resistencia al arran-

camiento de los nudos soldados (ensayo de despegue), sea por lo menos igual al 30 por 100 de la carga correspondiente al límite elástico nominal del alambre o barra de mayor diámetro de las que concurren en el nudo (UNE 36.462:80). Además, el número de nudos que aparezcan sin soldar o despegados, en un panel, no debe superar el 2% del número total de nudos; y no se admite que en una misma barra o alambre haya más del 20% de nudos sin soldar.

8.6 Armaduras básicas electrosoldadas en celosía

Las armaduras básicas electrosoldadas en celosía son productos concebidos para formar parte de piezas prefabricadas semirresistentes, que se emplean como semiviguetas o prelosas en la construcción de forjados (figura 8.11). Están formadas por tres barras o alambres que forman un cuerpo único mediante una celosía triangular (encargada de resistir los esfuerzos cortantes) cuyos puntos de contacto se unen a las barras principales por soldadura eléctrica ejecutada en un proceso automático. A veces se emplean como separadores para la armadura superior de losas de hormigón.

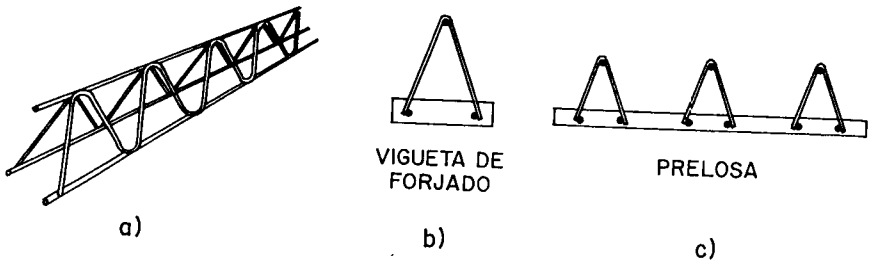


Figura 8.11 Armaduras básicas electrosoldadas. *Fuente: Calavera et al., 1997*

Básicamente, existen dos tipos de celosías. En uno de ellos, la celosía rodea a las barras principales (figura 8.12*a*) y en el otro, que es el más frecuente en España, va unida a ellas solamente por la soldadura (figura 8.12*b*).

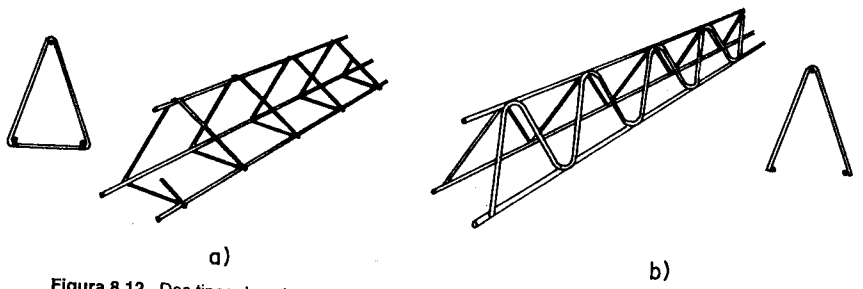


Figura 8.12 Dos tipos de celosía: (*a*) rodeando a las armaduras; (*b*) soldada a las armaduras *Fuente: Calavera et al., 1997*

Los diámetros nominales de los alambres o barras empleados en estas armaduras son:

5, 6, 7, 8, 9, 10 y 12 mm

que deben ser corrugados para los elementos longitudinales, y pueden ser lisos o corrugados para la celosía de conexión (celosía que también puede hacerse con alambres de 4 mm de diámetro). La clase de acero empleado para las barras es la B 400 S o B 500 S, y para los alambres, la B 500 T.

Estas armaduras están reguladas en España por la Norma UNE 36.739:95 EX "Armaduras básicas de acero electrosoldadas en celosía para hormigón armado".

8.7 Capacidad mecánica de las armaduras

Con objeto de facilitar el proyecto y cálculo de las secciones de hormigón armado, que más adelante se desarrolla, se incluyen en este apartado unas tablas con las capacidades mecánicas de las armaduras.

Se llama capacidad mecánica U_s de una armadura al producto del área de su sección por su resistencia de cálculo, es decir:

$$U_s = A_s \cdot f_{yd}$$

En la tabla 8.8 se dan las secciones y masas de las barras para cualquier tipo de acero. Para las barras corrugadas de acero B 400 se ofrece una sola tabla de capacidades mecánicas, la 8.9, correspondiente a $\gamma_s = 1{,}15$ (único valor admitido por la Instrucción española), válida para trabajo a tracción y compresión. Para las barras corrugadas de acero B 500 se ofrecen dos tablas de capacidades mecánicas, las 8.10 y 8.11. La primera es válida para trabajo a tracción, con coeficiente de seguridad $\gamma_s = 1{,}15$; y la segunda, para trabajo a compresión, caso en el que la resistencia de cálculo f_{yd} está limitada al valor 420 N/mm^2.

TABLA 8.8

SECCIONES EN cm^2 Y MASAS EN kg/m **CUALQUIER TIPO DE ACERO**

Diámetro (mm)	*Masa (kg/m)*	*Número de barras*								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	0,22	0,28	0,56	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54
8	0,40	0,50	1,00	1,51	2,01	2,51	3,01	3,52	4,02	4,52
10	0,62	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07
12	0,89	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,91	9,05	10,18
14	1,21	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70	9,24	10,77	12,32	13,86
16	1,58	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,09
20	2,47	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,84	21,99	25,14	28,28
25	3,85	4,91	9,82	14,73	19,63	24,54	29,45	34,36	39,27	44,18
32	6,31	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,26	56,30	64,34	72,38
40	9,87	12,56	25,13	37,70	50,26	62,83	75,40	87,96	100,50	113,10

TABLA 8.9
ARMADURAS TRACCIONADAS O COMPRIMIDAS

CAPACIDAD MECÁNICA EN kN

$U = A \cdot f_{yd}$ $U' = A' \cdot f_{yd}$

f_{yk} (N/mm²) = 400

$\gamma_s = 1{,}15$

Diámetro (mm)	Número de barras									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	9,8	19,7	29,5	3...	49,2	59,0	68,8	78,7	88,5	98,3
8	17,5	35,0	52,5	69,9	87,4	104,9	122,4	139,9	157,4	174,8
10	27,3	54,6	82..	109,3	136,6	163,9	191,2	218,5	245,9	273,2
12	39,3	78,7	118,0	157,4	196,7	236,0	275,4	314,7	354,0	393,4
14	53,5	107,1	160,6	214,2	267,7	321,3	374,8	428,3	481,9	535,4
16	69,9	139,9	209,8	279,7	349,7	419,6	489,5	559,5	629,4	699,3
20	109,3	218,5	327,8	437,1	546,4	655,6	764,9	874,2	983,5	1092,7
25	170,7	341,5	512,2	683,0	853,7	1024,4	1195,2	1365,9	1536,6	1707,4
32	279,7	559,5	839,2	1119,0	1398,7	1678,4	1958,2	2237,9	2517,6	2797,4
40	437,1	874,2	1311,3	1748,4	2185,5	2622,5	3059,6	3496,7	3933,8	4370,9

TABLA 8.10
ARMADURAS TRACCIONADAS

CAPACIDAD MECÁNICA EN kN

$U = A \cdot f_{yd}$ $U' = A' \cdot f_{yd}$

f_{yk} (N/mm²) = 500

$\gamma_s = 1{,}15$

Diámetro (mm)	Número de barras									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	12,3	24,6	36,9	49,2	61,5	73,8	86,1	98,3	110,6	122,9
8	21,9	43,7	65,6	87,4	109,3	131,1	153,0	174,8	196,7	218,5
10	34,1	68,3	102,4	136,6	170,7	204,9	239,0	273,2	307,3	341,5
12	49,2	98,3	147,5	196,7	245,9	295,0	344,2	393,4	442,6	491,7
14	66,9	133,9	200,8	267,7	334,6	401,6	468,5	535,4	602,4	669,3
16	87,4	174,8	262,3	349,7	437,1	524,5	611,9	699,3	786,8	874,2
20	136,6	273,2	409,8	546,4	683,0	819,5	956,1	1092,7	1229,3	1365,9
25	213,4	426,8	640,3	853,7	1067,1	1280,5	1494,0	1707,4	1920,8	2134,2
32	349,7	699,3	1049,0	1398,7	1748,4	2098,0	2447,7	2797,4	3147,1	3496,7
40	546,4	1092,7	1639,1	2185,5	2731,8	3278,2	3824,5	4370,9	4917,3	5463,6

TABLA 8.11
ARMADURAS COMPRIMIDAS

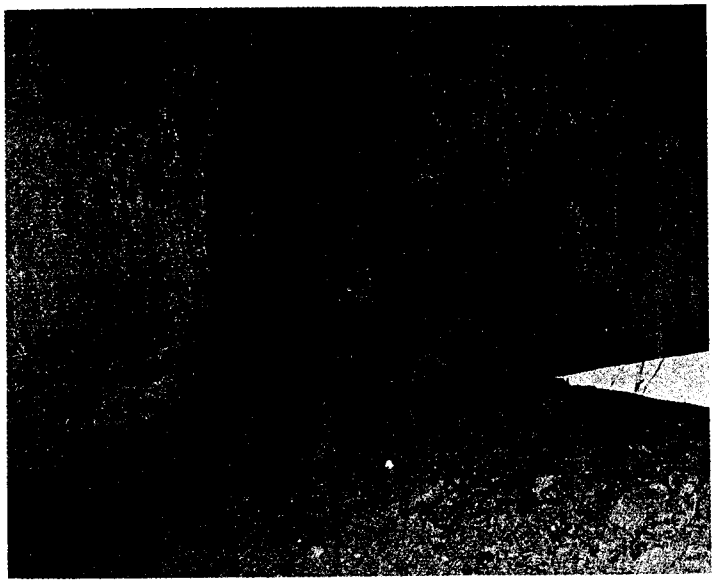
CAPACIDAD MECÁNICA EN kN

$U = A \cdot f_{yd}$ $U' = A' \cdot f_{yd}$

f_{yk} (N/mm²) = 500

$\gamma_s = 1{,}15$

Diámetro (mm)	Número de barras									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	11,9	23,8	35,6	47,5	59,4	71,3	83,1	95,0	106,9	118,8
8	21,1	42,2	63,3	84,4	105,6	126,7	147,8	168,9	190,0	211,1
10	33,0	66,0	99,0	131,9	164,9	197,9	230,9	263,9	296,9	329,9
12	47,5	95,0	142,5	190,0	237,5	285,0	332,5	380,0	427,5	475,0
14	64,7	129,3	194,0	258,6	323,3	387,9	452,6	517,2	581,9	646,5
16	84,4	168,9	253,3	337,8	422,2	506,7	591,1	675,6	760,0	844,5
20	131,9	263,9	395,8	527,8	659,7	791,7	923,6	1055,6	1187,5	1319,5
25	206,2	412,3	618,5	824,7	1030,8	1237,0	1443,2	1649,3	1855,5	2061,7
32	337,8	675,6	1013,4	1351,1	1688,9	2026,7	2364,5	2702,3	3040,1	3377,8
40	527,8	1055,6	1583,4	2111,2	2638,9	3166,7	3694,5	4222,3	4750,1	5277,9



Fallo de anclaje en una viga de puente, inducido por un movimiento de la pila. Obsérvese el trazado de las fisuras

9. El hormigón armado

9.1 Introducción

El hormigón en masa presenta una buena resistencia a compresión, como les ocurre a las piedras naturales, pero ofrece muy escasa resistencia a la tracción, por lo que resulta inadecuado para piezas que hayan de trabajar a flexión o tracción. Pero si se refuerza el hormigón en masa disponiendo barras de acero en las zonas de tracción, el material resultante, llamado *hormigón armado,* está en condiciones de resistir los distintos esfuerzos que se presentan en las construcciones.

Los iniciadores del hormigón armado como material de construcción fueron los franceses Monier y Coignet, que ya en 1861 dieron reglas para la fabricación de vigas, bóvedas, tubos, etc. Desde entonces, a lo largo de más de un siglo, la técnica del hormigón armado ha experimentado un amplio desarrollo, pudiendo decirse que en la actualidad este material ha llegado a ser de empleo preferente en numerosas aplicaciones, siendo éstas más amplias que las de cualquier otro material de construcción.

El hormigón armado presenta, como ventaja indiscutible frente a los demás materiales, su cualidad de formáceo, es decir, de adaptarse a cualquier forma de acuerdo con el molde o encofrado que lo contiene. Ello proporciona al técnico que lo emplea una mayor libertad al proyectar estructuras, con la contrapartida de exigir de él un proyecto más prolijo, por existir más variables que definir y más aspectos que detallar. En la elección final hay que tener en cuenta la facilidad de ejecución, tanto del encofrado como de la colocación de armaduras y del hormigón.

La durabilidad y resistencia al fuego del hormigón armado son superiores a las que presenta la madera, siempre que los recubrimientos y la calidad del hormigón sean acordes con las condiciones del medio que rodea a la estructura. Frente al acero, el hormigón armado resulta económico y casi siempre competitivo, ofreciendo la ventaja de su mayor monolitismo y continuidad. Sin embargo, en comparación con las estructuras metálicas, las de hormigón armado tienen el inconveniente de conducir a mayores dimensiones y pesos, así como a una menor rapidez de construcción, salvo en los casos de prefabricación.

9.2 La adherencia entre el hormigón y el acero

1.° GENERALIDADES

La adherencia hormigón-acero es el fenómeno básico sobre el que descansa el funcionamiento del hormigón armado como material estructural. Si no existiese adherencia, las barras serían incapaces de tomar el menor esfuerzo de tracción, ya que el acero se deslizaría sin encontrar resistencia en toda su longitud y no acompañaría al hormigón en sus deformaciones, con lo que, al fisurarse éste, sobrevendría bruscamente la rotura. Por el contrario, gracias a la adherencia son capaces las armaduras de trabajar, inicialmente, a la vez que el hormigón; después, cuando éste se fisura, lo hace de forma más o menos regularmente distribuida a lo largo de la pieza, en virtud de la adherencia; y la adherencia permite que el acero tome los esfuerzos de tracción, manteniendo la unión entre los dos materiales en las zonas entre fisuras.

La adherencia cumple fundamentalmente dos objetivos: asegurar el anclaje de las barras y transmitir las tensiones tangentes periféricas que aparecen en la armadura principal como consecuencia de las variaciones de su tensión longitudinal.

El fenómeno de adherencia está originado por dos tipos de causas, unas de naturaleza física (o físico-química) y otras de naturaleza mecánica.

Las primeras provocan la *adhesión* del acero con el hormigón, a través de fuerzas capilares y moleculares desarrolladas en la interfaz; es como si el acero absorbiese pasta cementante, ayudado por el efecto de la retracción.

Las segundas, mucho más importantes, están constituidas por la resistencia al deslizamiento debida a la penetración de pasta de cemento en las irregularidades de la superficie de las barras. Esta causa de origen mecánico, que puede denominarse *rozamiento,* es la que produce la mayor parte de la adherencia en las barras lisas (hoy día prácticamente en desuso) y varía apreciablemente con el estado de su superficie. En el caso de barras corrugadas, a este rozamiento se añade el efecto de *acuñamiento* del hormigón entre los resaltos, de primordial importancia (figura 9.1).

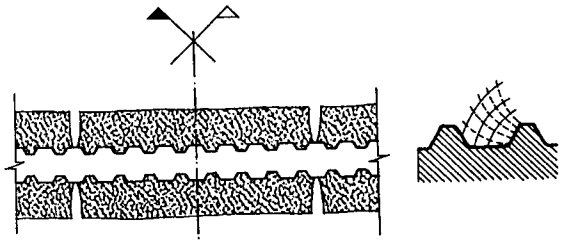


Figura 9.1 Efecto de acuñamiento del hormigón entre corrugas

En resumen, el mecanismo de la adherencia puede asignarse a tres causas: *adhesión, rozamiento* (tensiones tangentes en el hormigón) y *acuñamiento* (de las corrugas). De estas tres causas, la adhesión queda anulada cuando el deslizamiento de la barra alcanza una cierta magnitud. Por su parte, el rozamiento comienza a actuar cuando la tensión alcanza un cierto valor; y a él se añade el acuñamiento, no siendo posible separar ambos efectos.

2.° DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DE ADHERENCIA

En el apartado 8.1-3.° se trató de la adherencia entre las barras de acero y el hormigón, así como del ensayo de flexión (*beam test*) que se emplea para medirla. Antes de la aparición de este ensayo se utilizaba otro de tracción (ensayo de arrancamiento, *pull out test*), más intuitivo pero mucho menos representativo que el ensayo de adherencia por flexión. En base al mismo y de forma esquemática, cabe hacer las siguientes consideraciones.

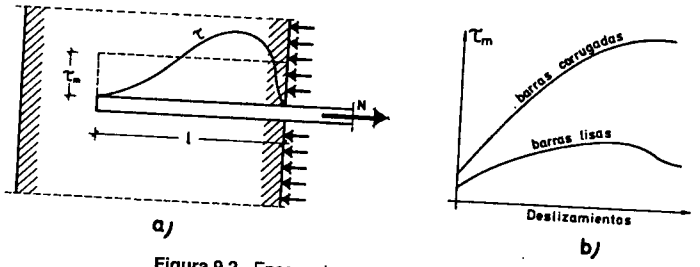


Figura 9.2 Ensayo de arrancamiento (*pull out test*)

Sea una barra de acero de diámetro $\varnothing$ embebida en un bloque de hormigón. Si la sometemos a un esfuerzo de tracción N creciente, para cada valor de N habrá una distribución de las tensiones τ de adherencia como la indicada en la figura 9.2*a*, cuyo valor medio τ_m valdrá:

$$\tau_m = \frac{N}{\pi \cdot \varnothing \cdot l}$$

y a este valor le corresponderá un cierto deslizamiento (expresado en mm) de la barra con respecto al hormigón. Si dibujamos el diagrama τ_m – deslizamientos, obtenemos unas curvas como las de la figura 9.2*b*.

El ensayo descrito termina con la rotura de la barra fuera del hormigón (caso de anclaje total) o con su arrancamiento. De acuerdo con lo indicado en 8.1-3.°, se define como *tensión media de adherencia* el valor

$$\tau_{bm} = \frac{\tau_{0,01} + \tau_{0,1} + \tau_1}{3}$$

es decir, la media aritmética de las tensiones correspondientes a los deslizamientos de 0,01 mm, 0,1 mm y 1,0 mm en el ensayo de flexión.

En lo sucesivo, denominamos por f_b al *valor límite de la tensión de adherencia*, refiriéndonos con ello al valor medio τ_{bm} en las condiciones límites, y por f_{bd} al correspondiente valor de cálculo.

El valor límite de la tensión de adherencia, f_b, varía con la resistencia a compresión del hormigón, con las características adherentes de las barras y con la posición que ocupan en la pieza respecto a la dirección de hormigonado; también depende, según algunos autores, del diámetro de las barras. El Eurocódigo 2 recomienda, como valores de cálculo de la tensión límite de adherencia, f_{bd}, los indicados en la tabla 9.1.

Por último, las longitudes prácticas de anclaje adoptadas para las barras corrugadas (apartado 9.5-4.°), han sido determinadas a partir de valores de f_b obtenidos mediante ensayos (8.1-3.°).

TABLA 9.1

VALORES DE CÁLCULO DE LA TENSIÓN DE ADHERENCIA, f_{bd}, SEGÚN EL EUROCÓDIGO 2

Posición de las barras		*Barras lisas*	*Barras corrugadas*
Anclaje de barras en posición *I* (ver tabla 9.4)	f_{bd} y f_{ck} en m^2	$0{,}24\sqrt{f_{ck}}$	$0{,}32\sqrt[3]{f_{ck}^2}$
	f_{bd} y f_{ck} en kp/cm^2	$0{,}77\sqrt{f_{ck}}$	$0{,}69\sqrt[3]{f_{ck}^2}$
Anclaje de barras en posición *II* (ver tabla 9.4)	f_{bd} y f_{ck} en N/mm^2	$0{,}17\sqrt{f_{ck}}$	$0{,}22\sqrt[3]{f_{ck}^2}$
	f_{bd} y f_{ck} en kp/cm^2	$0{,}54\sqrt{f_{ck}}$	$0{,}48\sqrt[3]{f_{ck}^2}$

Para el cálculo del deslizamiento por esfuerzo cortante (apartado 19.11), pueden tomarse estos mismos valores.

9.3 Disposiciones de las armaduras

1.° GENERALIDADES

Las armaduras que se disponen en el hormigón armado pueden clasificarse en *principales* y *secundarias*, debiendo distinguirse entre las primeras las armaduras *longitudinales* y las *transversales*.

Las armaduras longitudinales tienen por objeto, bien absorber los esfuerzos de tracción originados en los elementos sometidos a flexión o a tracción directa, o bien reforzar las zonas comprimidas del hormigón. *Las armaduras transversales* se disponen para absorber las tensiones de tracción originadas por los esfuerzos tangenciales (cortantes y torsores), para zunchar las zonas de hormigón comprimido y para asegurar la necesaria ligadura entre armaduras principales, de forma que se impida su pandeo y la formación de fisuras localizadas.

En la figura 9.3 se ha representado un pilar de hormigón armado, cuyas armaduras longitudinales trabajan a compresión, estando constituida la armadura transversal por cercos, encargados de asegurar la ligadura entre las armaduras principales, de evitar el pandeo de las barras y de coser las eventuales fisuras inclinadas que, de no existir cercos, podrían producirse.

En la figura 9.4 se ha representado una viga de hormigón armado, en donde la armadura A trabaja a tracción y la A' a compresión. En la misma figura pueden apreciarse unas *barras levantadas a* 45° y una armadura transversal constituida por *cercos* y *estribos* (fig. 9.4), encargada de absorber las tracciones originadas por los esfuerzos cortantes. Otras formas de estribos pueden verse en la figura 19.18 (capítulo 19).

En cuanto a *las armaduras secundarias*, son aquellas que se disponen, bien por razones meramente constructivas, bien para absorber esfuerzos no preponderantes, más o menos parásitos. Su trazado puede ser longitudinal o transversal, y se incluyen entre ellas: *las armaduras de montaje*, cuyo fin es facilitar la organización de las labores de ferralla; *las armaduras de piel*, que se disponen en los paramentos de vigas de canto importante (ver punto 4.° del apartado 19.8); *las armaduras para retracción y efectos térmicos*, que se disponen en los forjados y losas en general; *las armaduras de reparto*, que se colocan bajo cargas concentradas

y, en general, cuando interesa repartir una carga; etc. Además de su misión específica, las armaduras secundarias ayudan a impedir una fisuración excesiva y contribuyen al buen atado de los elementos estructurales, facilitando que su trabajo real responda al supuesto en el cálculo.

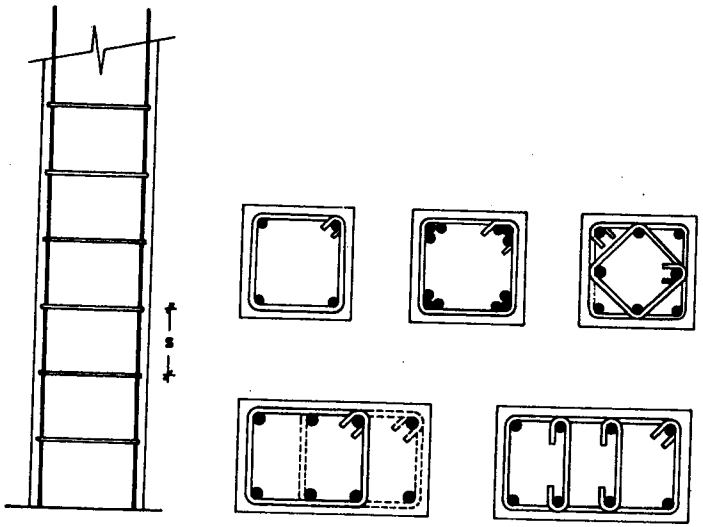


Figura 9.3 Disposición de armaduras en pilares

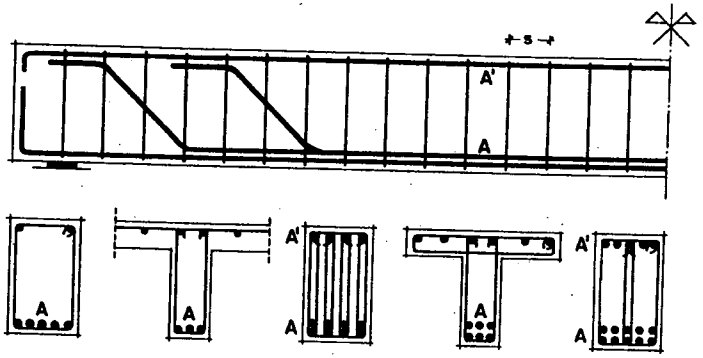


Figura 9.4 Disposición de armaduras en vigas

2.° COLOCACIÓN DE LAS ARMADURAS

Las armaduras deben colocarse limpias, exentas de óxido no adherido (se admite el óxido que queda después de cepillar las barras con cepillo de alambre), así como libres de pintura, grasa, hielo o cualquier otra sustancia perjudicial. Deberán sujetarse al encofrado y entre sí, de modo que se mantengan en su posición correcta, sin experimentar movimientos, durante el vertido y compactación del hormigón, y permitan a éste envolverlas sin dejar coqueras.

Para conseguirlo, las armaduras se colocan en los encofrados apoyadas en calzos o separadores de rigidez adecuada y en número suficiente. El empleo de separadores es imprescindible para garantizar que la distancia entre la armadura y el encofrado (recubrimiento) no será inferior al mínimo que prescriben las normas, lo que resulta fundamental para la durabilidad de las piezas. Los calzos se utilizan, con la misma finalidad, para sostener la armadura superior en losas o para separar capas de armadura en muros. La distancia entre separadores de una misma barra suele ser del orden de 50 veces su d[illegible]metro o 100 cm, decalándose los separadores entre barras contiguas.

Los calzos y separadores pueden ser de mortero, hormigón, fibrocemento, plástico rígido o material similar, prohibiéndose el empleo de madera, ladrillo o cascotes de obra (figura 9.5). Tampoco deben utilizarse calzos o separadores metálicos (salvo que sean de alambre galvanizado o acero inoxidable), especialmente en hormigones vistos, por el riesgo de aparición de manchas debidas a su oxidación. En casi todos los tipos, la fijación a la armadura se efectúa mediante una pinza o por atado con alambre.

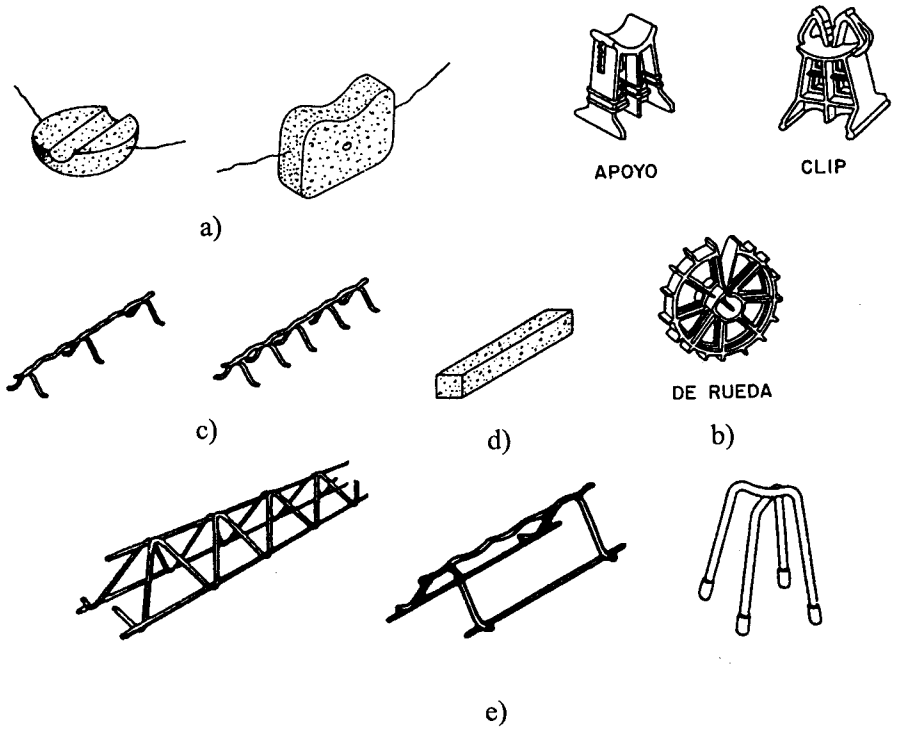


Figura 9.5 Algunos tipos de separadores y calzos: (*a*) separadores puntuales de mortero; (*b*) separadores puntuales de plástico; (*c*) separadores lineales de alambre o acero galvanizados; (*d*) separador lineal de mortero; (*e*) calzos lineales metálicos y calzo puntual de plástico. *Fuente: Calavera et al., 1997*

No es conveniente el empleo simultáneo de aceros de diferente límite elástico para armar una misma pieza, debido al peligro de que se puedan confundir unas barras con otras. Sin embargo, pueden usarse aceros diferentes para las armaduras principales, por una parte, y los cercos o estribos, por otra.

44672

3.° DISTANCIAS ENTRE BARRAS

Las distintas barras que constituyen las armaduras de las piezas de hormigón armado deben tener unas separaciones mínimas, para permitir que la colocación y compactación del hormigón pueda efectuarse correctamente, de forma que no queden coqueras. Las normas de los distintos países preconizan valores más o menos coincidentes con los que se indican a continuación.

a) La distancia libre, horizontal y vertical, entre dos barras aisladas consecutivas de la armadura principal debe ser igual o mayor que el mayor de los tres valores siguientes:

- dos centímetros;
- el diámetro de la barra más gruesa;
- 1,25 veces el tamaño máximo del árido.

b) Si se disponen dos o más capas horizontales de barras, las de cada capa deben situarse en correspondencia vertical una sobre otra, y el espacio entre columnas de barras debe ser tal que permita el paso de un vibrador interno.

c) En forjados, vigas y elementos similares pueden colocarse en contacto dos barras de la armadura principal de $\varnothing \leq 32$ mm (una sobre otra), e incluso tres barras de $\varnothing \leq 25$ mm. El disponer estos grupos de barras (así como el aparear los estribos) es una práctica recomendable cuando haya una gran densidad de armaduras, para asegurar el buen paso del hormigón y que todas las barras quedarán perfectamente envueltas por dicho material.

d) En soportes y otros elementos comprimidos hormigonados en posición vertical pueden colocarse en contacto hasta cuatro barras de la armadura principal de $\varnothing \leq 32$ mm. Tanto en este caso como en el anterior, se recomienda que los grupos de barras vayan bien sujetos por estribos o armaduras transversales análogas.

e) En los casos *c)* y *d)*, para calcular los recubrimientos mínimos (ver punto 4.° a continuación) y las distancias libres mínimas respecto a las armaduras vecinas (ver párrafo *a* anterior), se considerará como diámetro de cada grupo de barras (*diámetro equivalente*) el de una sola barra ficticia de igual centro de gravedad, cuya sección es la suma de las secciones de las diversas barras agrupadas.

4.° DISTANCIAS A LOS PARAMENTOS

Se denomina *recubrimiento geométrico* de una barra, o simplemente *recubrimiento*, a la distancia libre entre su superficie y el paramento más próximo de la pieza.[1] El objeto del recubrimiento es proteger las armaduras, tanto de la corrosión como de la posible acción del fuego. Por ello es fundamental la buena compacidad del hormigón del recubrimiento, más aún que su espesor.

Las diferentes normas establecen para los recubrimientos unas limitaciones más o menos coincidentes con las que recomendamos a continuación:

a) Como norma general, cualquier barra debe quedar a una distancia libre del paramento más próximo igual o mayor a un diámetro y al tamaño máximo del árido. Según la Instrucción española, esta última limitación puede rebajarse en un 20% si la disposición de las armaduras es tal que no dificultan el paso del hormigón; por el contrario, debe aumentarse en un 25% si entorpecen dicho paso (caso de barras en cara superior, por ejemplo).

[1] En los cálculos se denomina *recubrimiento mecánico* a la distancia entre el centro de gravedad de una armadura y el paramento más próximo, en la dirección del brazo mecánico.

b) El valor máximo admisible para el recubrimiento de la capa exterior de armaduras es de cinco centímetros. Si es necesario disponer un mayor recubrimiento y salvo casos especiales de ambientes muy agresivos, conviene colocar una malla fina de reparto en medio del espesor del recubrimiento, para sujetar el hormigón del mismo.

c) Además de lo indicado en *a)* y *b)*, para cualquier clase de armaduras deben respetarse unos ciertos recubrimientos mínimos en función de las condiciones ambientales, con objeto de proteger al acero frente a la corrosión y asegurar la durabilidad de las piezas. Estos valores mínimos dependen del tipo de elemento estructural y de la resistencia característica del hormigón, y varían de unas normas a otras. En la tabla 9.2 se ofrecen, para los tipos de ambiente más habituales, unos valores que son concordantes con los prescritos por la Instrucción española.

TABLA 9.2

RECUBRIMIENTOS MÍNIMOS EN mm (*)

(f_{ck} se expresa en N/mm^2)

Condiciones ambientales de la estructura	*Elementos en general*			*Láminas; piezas con paramentos protegidos; piezas prefabricadas*		
	$f_{ck} < 25$ (**)	$25 \leq f_{ck} < 40$	$f_{ck} \geq 40$	$f_{ck} < 25$ (**)	$25 \leq f_{ck} < 40$	$f_{ck} \geq 40$
Interiores de edificios	25	20	15	20	15	15
Interiores con humedades altas y exteriores en zonas de clima medio. Elementos enterrados o sumergidos.	30	25	20	25	20	20
Exteriores en zonas de clima seco.	35	30	25	30	25	25
Elementos de estructuras marinas por encima del nivel de pleamar, o permanentemente sumergidas, o próximas a la costa. Elementos en contacto con aguas no marinas de elevado contenido en cloruros.	40	35	30	35	30	25
Elementos de estructuras marinas situadas en la zona de carrera de mareas.	45	40	35	40	35	30

(*) Para tener en cuenta las imprecisiones de ejecución, en proyecto deben aumentarse estos valores en: 0 mm en elementos prefabricados con control intenso de ejecución; 5 mm en elementos in situ con control intenso de ejecución; y 10 mm en otros casos

(**) La Instrucción española no contempla hormigones estructurales de f_{ck} menor de 25 N/mm^2

d) Cuando la superficie del hormigón va a ir tratada con martellina o chorro de arena, como sucede en ciertos casos de hormigones vistos, conviene aumentar los valores de la tabla 9.2 en un centímetro.

e) El recubrimiento de las barras levantadas y, en general, de aquellas cuyo trazado no sea totalmente rectilíneo, no debe ser inferior a dos diámetros, medido en dirección perpendicular al plano de la curva.

f) En los paramentos horizontales en contacto con el terreno, el recubrimiento mínimo será de 70 mm, salvo que se haya preparado el terreno y se haya dispuesto un hormigón de limpieza, en cuyo caso es de aplicación la tabla 9.2.

9.4 Doblado de las armaduras

Con independencia del ensayo de doblado-desdoblado de las armaduras (apartado 8.1-2.°), encaminado a comprobar las características plásticas del acero, en las piezas de hormigón armado las barras deben doblarse con radios más amplios de los utilizados en dicho ensayo (tabla 8.6), para no provocar una perjudicial concentración de tensiones en el hormigón de la zona del codo. En este sentido conviene advertir que las tracciones transversales que tienden a desgarrar el hormigón suelen ser más peligrosas que las compresiones originadas directamente por el codo.

Las operaciones de doblado deben efectuarse en frío y a velocidad moderada. La Instrucción española establece que, salvo casos especiales, el doblado de las barras deberá realizarse sobre mandriles de diámetro no inferior a los valores indicados en la tabla 9.3.

TABLA 9.3
DIÁMETRO MÍNIMO DE MANDRIL PARA EL DOBLADO DE BARRAS

Clase de barras corrugadas	*Ganchos y patillas*		*Barras levantadas o curvadas*	
	Diámetro de la barra ∅		Diámetro de la barra ∅	
	< 20 mm	*≥ 20 mm*	*≤ 25 mm*	*> 25 mm*
B 400 S	2,5 ∅	5 ∅	10 ∅	15 ∅
B 500 S	4 ∅	7 ∅	10 ∅	20 ∅

Los cercos de diámetro igual o menor de 12 mm pueden doblarse con radios menores, siempre que no se origine en el acero un principio de fisuración. Para evitar esta fisuración, los cercos y estribos no deben doblarse con diámetros interiores menores de tres diámetros ni menores de tres centímetros.

No debe admitirse el enderezamiento de codos, incluidos los de suministro, salvo cuando esta operación pueda realizarse sin daño inmediato o futuro para la barra correspondiente.

9.5 Anclaje de las armaduras

1.° GENERALIDADES

Los anclajes extremos de las barras deben asegurar la transmisión de esfuerzos al hormigón sin peligro para éste. En general, se efectúan mediante alguna de las disposiciones siguientes:

- por prolongación recta;
- por gancho o patilla;
- por armaduras transversales soldadas (caso de mallas, por ejemplo);
- por dispositivos especiales.

La longitud de anclaje de una armadura es función de sus características geométricas de adherencia, de la resistencia del hormigón, de la posición de la barra con respecto a la dirección del hormigonado, del esfuerzo en la armadura y de la forma del dispositivo de anclaje. Por ello, su cálculo es complicado y, aun cuando el fallo de anclaje es un estado límite (apartado 11.3) que debería dar origen, en rigor, al cálculo semiprobabilista correspondiente, en la práctica se

sustituye por el empleo de longitudes de anclaje dadas por fórmulas sencillas, contrastadas experimentalmente, que quedan del lado de la seguridad.

Es muy aconsejable, como norma general, disponer los anclajes en zonas en las que el hormigón esté sometido a compresiones y, en todo caso, deben evitarse las zonas de fuertes tracciones. Esto conduce, en vigas, a llevar las armaduras de momento negativo, sobre apoyos intermedios, hasta una distancia de éstos del orden del quinto de la luz; y en apoyos extremos, a bajar las armaduras dobladas a 90°, por la cara más alejada del soporte o muro.

2.° POSICIONES DE LAS BARRAS

Las longitudes de anclaje dependen de la posición que ocupan las barras en la pieza con respecto a la dirección del hormigonado. En efecto, las barras superiores están en peores condiciones de adherencia que las inferiores, debido a que el hormigón que las circunda es generalmente de calidad algo más baja, a causa del efecto de refluxión de aire y lechada hacia lo alto durante la compactación. Por ello, a efectos de adherencia, la Instrucción española distingue dos posiciones de las barras, la I y la II, que se definen como indica la tabla 9.4.

TABLA 9.4
POSICIONES DE BARRAS, A EFECTOS DE ANCLAJE

Posición I, de buena adherencia: Barras que, durante el hormigonado, forman con la horizontal un ángulo comprendido entre 90° y 45°; y barras que, formando un ángulo menor de 45°, están situadas en la mitad inferior de la pieza o a una distancia igual o mayor que 30 cm de la cara superior de una capa de hormigonado.
Posición II, de adherencia deficiente: Barras no incluidas en el caso anterior.

Por su parte, el Eurocódigo 2 es más preciso al definir las posiciones de las barras a efectos de adherencia, introduciendo como nueva variable el canto total h de la pieza y distinguiendo los tres casos siguientes:

- Si $h \leq 25$ cm, todas las barras están en posición I.
- Si $25 < h \leq 60$ cm, están en posición I las barras colocadas en la mitad inferior de la pieza.
- Si $h > 60$ cm, están en posición I las barras colocadas a una distancia igual o mayor que 30 cm de la cara superior de la pieza.

Esta forma de definir la posición I se explica porque, en las piezas de pequeño espesor ($h \leq 25$ cm), el efecto de refluxión anteriormente mencionado es inapreciable.

3.° GANCHOS Y PATILLAS NORMALES

En los anclajes, los extremos de las barras pueden terminar en prolongación recta, en gancho o en patilla; también pueden anclarse las barras mediante ganchos en U o disponiendo barras transversales soldadas. Todos estos dispositivos se ilustran en la figura 9.6 con sus correspondientes características geométricas mínimas. En cuanto a los diámetros de doblado, deben ajustarse a lo indicado en la tabla 9.3.

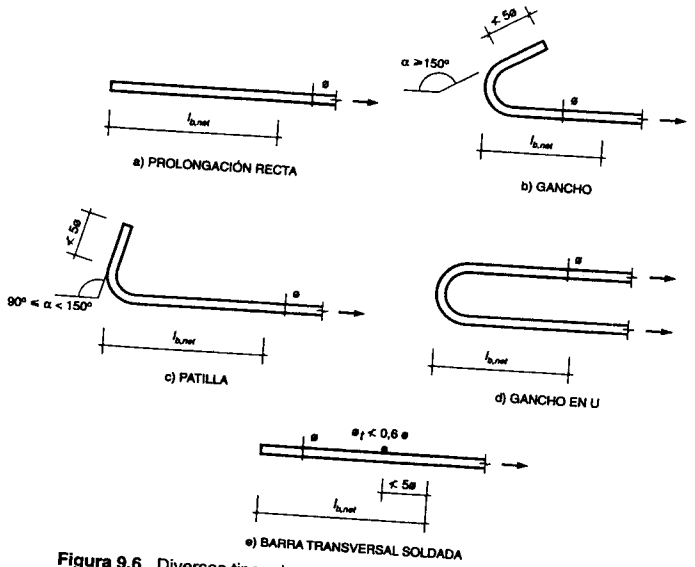


Figura 9.6 Diversos tipos de anclaje de barras. *Fuente: CPH, 1999*

Como más adelante se indica (punto 5.°) estos dispositivos permiten reducir la longitud de anclaje por prolongación recta. Ahora bien, para que sean eficaces es necesario que se encuentren recubiertos de un espesor suficiente de hormigón (al menos, tres diámetros).

4.° LONGITUDES DE ANCLAJE

En los apartados 5.°, 6.° y 7.° a continuación se ofrecen las longitudes de anclaje que deben utilizarse en la práctica. Al aplicarlas deben tenerse presentes los siguientes puntos.

a) A efectos de anclaje de barras en tracción, para tener en cuenta el efecto de la fisuración oblicua debida al esfuerzo cortante, debe suponerse la envolvente de momentos flectores trasladada paralelamente al eje de la pieza, en el sentido más desfavorable (figura 9.7), en una magnitud igual al canto útil (ver 19.3-4.°).

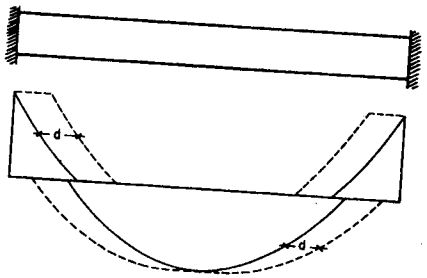


Figura 9.7 Decalaje de la ley de momentos

b) Cuando puedan existir efectos dinámicos (por ejemplo, en zonas sísmicas), las longitudes de anclaje deben aumentarse en 10 ∅.

c) Si la armadura real existente, $A_{s,real}$, es mayor que la estrictamente necesaria, A_s, las longitudes de anclaje l_b indicadas en los puntos siguientes pueden reducirse al valor:

$$l_{b,net} = l_b \frac{A_s}{A_{s,real}} \geq 0{,}33 \cdot l_b \geq 10\,\varnothing \geq 15 \text{ cm}$$

La limitación $0{,}33 \cdot l_b$ es aplicable a barras en tracción y debe elevarse a $0{,}66 \cdot l_b$ para barras en compresión.

d) En el caso de vigas, debe llevarse hasta los apoyos extremos al menos un tercio de la armadura necesaria para resistir el máximo momento positivo; y debe haber al menos un cuarto en los apoyos intermedios.

e) En las zonas de anclaje de barras de gran diámetro (∅ 40), éstas deben quedar situadas en esquinas de estribos; y si existen más de dos capas, las barras situadas junto a los paramentos deben llevar estribos adicionales.

5.° ANCLAJE DE BARRAS CORRUGADAS AISLADAS

La longitud de anclaje *por prolongación recta*, l_b, para barras corrugadas, tanto en tracción como en compresión, viene dada por las fórmulas:

- Barras en posición *I*:

$$l_b = m_1 \varnothing^2 \geq \frac{f_{yk}}{20} \varnothing \geq 15 \text{ cm}$$

- Barras en posición *II*:

$$l_b = m_2 \varnothing^2 \geq \frac{f_{yk}}{14} \varnothing \geq 15 \text{ cm}$$

con los siguientes significados:

l_b = longitud de anclaje por prolongación recta, en cm;
f_{yk} = límite elástico característico del acero, en N/mm^2;
∅ = diámetro de la barra, en cm;
m_1, m_2 = valores dados en la tabla 9.5 ($m_2 = 1{,}4\ m_1$).

La terminación en patilla, gancho o gancho en U de las barras corrugadas que trabajen a tracción, permite reducir la longitud de anclaje por prolongación recta al valor $0{,}7 \cdot l_b$, no debiendo adoptarse valores menores de 10 ∅ ni de 15 cm. Si las barras trabajan a compresión, tales terminaciones no son eficaces, por lo que no reducen la longitud l_b.

La barra transversal soldada permite la misma reducción anterior ($0{,}7 \cdot l_b$) tanto en barras trabajando a tracción como trabajando a compresión.

Conviene advertir que si se dobla una barra en su zona de anclaje por prolongación recta, esta circunstancia no autoriza a disminuir la longitud l_b de anclaje, la cual debe disponerse completa. En efecto, la experimentación demuestra que la eficacia de la longitud l_b es prácticamente independiente de que el trazado de la barra sea recto o curvo.

En la figura 9.8 se indican las longitudes prácticas de anclaje de barras corrugadas, con los valores de los coeficientes *m* que se dan en la tabla 9.5.

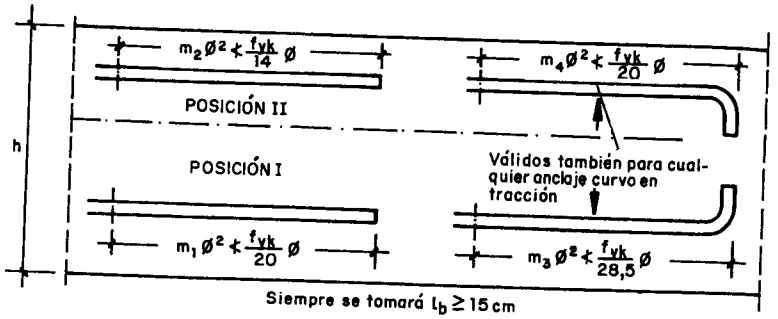


Figura 9.8 Longitudes de anclaje en centímetros (∅ en centímetros)

TABLA 9.5
LONGITUDES DE ANCLAJE PARA BARRAS CORRUGADAS AISLADAS
VALORES DE LOS COEFICIENTES *m*

Hormigón f_{ck} (N/mm²)	*Acero B 400 S*				*Acero B 500 S*			
	m_1	m_2	m_3	m_4	m_1	m_2	m_3	m_4
20	14	20	10	14	19	27	13	19
25	12	17	8	12	15	21	11	15
30	10	14	7	10	13	18	9	13
35	9	13	7	9	12	17	9	12
40	8	12	6	8	11	16	8	11
45	8	11	6	8	11	15	8	11
50	7	10	5	7	10	14	7	10

Como en el caso de empalmes de armaduras (véase 9.6-2.°), en las zonas de anclaje debe disponerse armadura transversal para evitar una posible fisuración longitudinal provocada por las tracciones transversales que aparecen junto a los anclajes. Generalmente, la armadura transversal existente para esfuerzos cortantes es suficiente para absorber dichas tracciones.

6.° ANCLAJE DE GRUPOS DE BARRAS

El anclaje de los grupos de barras debe hacerse por prolongación recta.

Si todas las barras del grupo dejan de ser necesarias en la misma sección (por ejemplo, anclaje de las barras de tracción de una pieza en voladizo, a partir de la sección de empotramiento), la longitud de anclaje será, como mínimo:

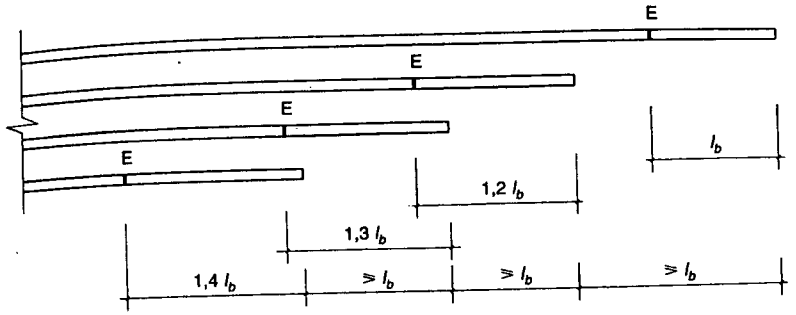
- 1,3 l_b para grupos de dos barras,
- 1,4 l_b para grupos de tres barras,
- 1,6 l_b para grupos de cuatro barras,

siendo l_b la longitud de anclaje correspondiente a una barra aislada.

Si las barras del grupo dejan de ser necesarias en secciones diferentes, la longitud de anclaje de cada barra será, como mínimo:

- 1,2 l_b si va acompañada de una sola barra,
- 1,3 l_b si va acompañada de dos barras,
- 1,4 l_b si va acompañada de tres barras,

con el mismo significado indicado para l_b y procurando que, en ningún caso, los extremos finales de las barras disten entre sí menos de la longitud l_b (figura 9.9).



E: SECCIÓN EN QUE DEJA DE SER NECESARIA LA BARRA

Figura 9.9 Anclaje de grupos de barras. *Fuente: CPH, 1999*

7.° ANCLAJE DE MALLAS ELECTROSOLDADAS

La longitud de anclaje de las mallas electrosoldadas se determinará con las mismas fórmulas indicadas para las barras corrugadas (véanse puntos 4.° y 5.° anteriores). No obstante, si en la zona de anclaje existe al menos una barra transversal soldada, podrá tomarse el valor reducido:

$$l_{b,net} = 0{,}7 \cdot l_b \frac{A_s}{A_{s,real}} \lessgtr 0{,}33 \cdot l_b \lessgtr 10\,\varnothing \lessgtr 15 \text{ cm}$$

Para que la barra transversal soldada se pueda tener en cuenta en el anclaje de la malla, es necesario que la resistencia a esfuerzo cortante de cada nudo soldado (ensayo de despegue) sea como mínimo igual a la tercera parte de la capacidad mecánica total de la barra que se ancla (véase apartado 8.5).

8.° ANCLAJE POR DISPOSITIVOS ESPECIALES

La resistencia de anclaje cuando se emplean dispositivos especiales debe determinarse mediante el cálculo o mediante ensayos realizados al efecto. Estos últimos son recomendables cuando existen esfuerzos dinámicos o gran preponderancia de las cargas variables sobre las permanentes.

9.° ANCLAJE DE CERCOS

En la figura 9.10 se muestran las disposiciones típicas que deben adoptarse.

Aparte de estas disposiciones de cercos cerrados, pueden emplearse estribos abiertos en ciertos casos, como se indica en la figura 19.18.

10.° EJEMPLOS DE ANCLAJES DE BARRAS

En las figuras 9.11 a 9.14 se han dibujado unos esquemas con los casos de anclaje que se presentan más frecuentemente.

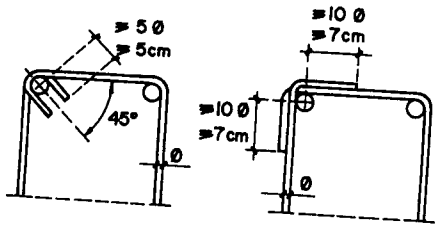


Figura 9.10 Anclaje de cercos

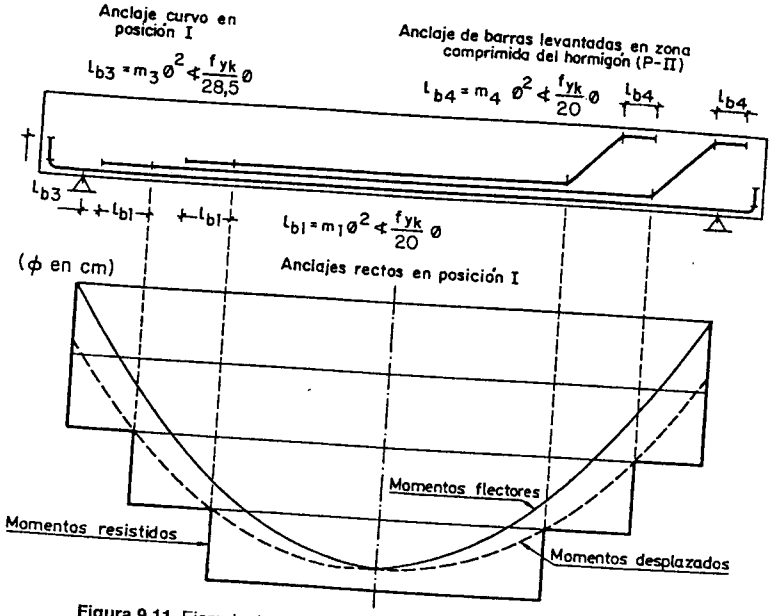


Figura 9.11 Ejemplo de anclaje de barras en viga simplemente apoyada

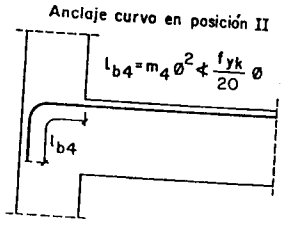


Figura 9.12 Ejemplo de anclaje curvo en un nudo

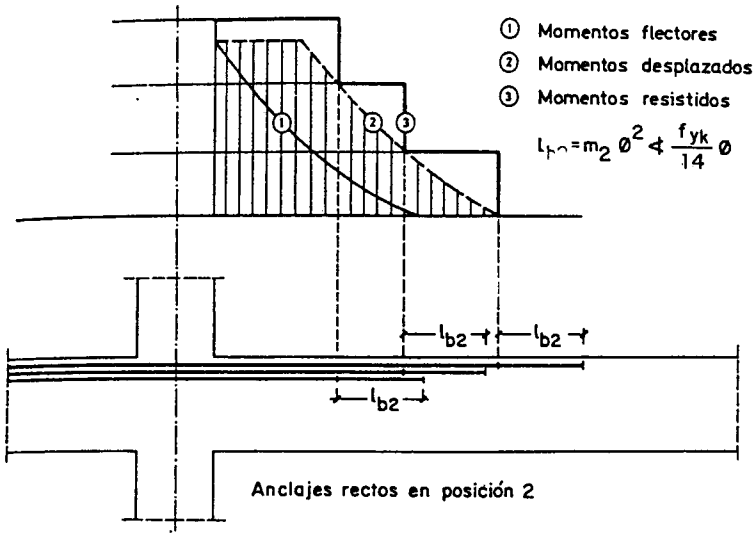


Figura 9.13 Ejemplo de anclaje de barras rectas sobre apoyo

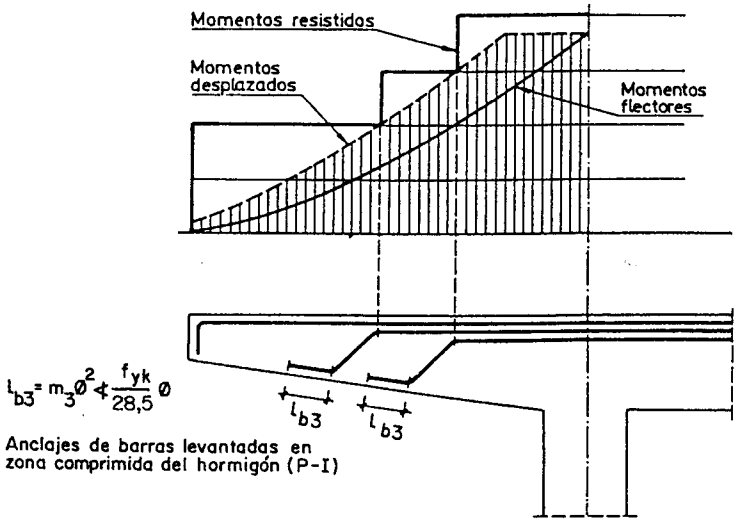


Figura 9.14 Ejemplo de anclaje de barras levantadas

9.6 Empalme de las armaduras

1.° GENERALIDADES

Los empalmes de las barras pueden efectuarse mediante alguna de las disposiciones siguientes: *por solapo, por soldadura* o *por manguito u otros dispositivos.*

Siempre que sea posible, deben evitarse los empalmes de las armaduras; de ser necesarios, conviene que queden alejados de las zonas en que las armaduras trabajen a su máxima carga. También conviene alejar entre sí los empalmes de las distintas barras de una misma armadura, de modo que sus centros queden separados, en la dirección de las barras, un mínimo de l_b.

2.° EMPALME POR SOLAPO DE BARRAS AISLADAS

Se efectúa adosando las dos barras que se empalman en la posición que mejor permita el hormigonado, dejando una separación entre ellas de 4 ∅ como máximo. Por otra parte, para las armaduras en tracción, la separación de las barras empalmadas no debe ser inferior a los valores indicados en 9.3-3.°.

Entre las barras que se empalman se desarrollan acciones tangentes que deben ser absorbidas por armadura transversal. Generalmente, la armadura transversal ya existente para esfuerzos cortantes es suficiente para cumplir este papel. Algunos autores preconizan que en las zonas donde se empalman más de la mitad de las barras existentes, si son de ∅ ≥ 16 mm, la sección de la armadura transversal por unidad de longitud no debe ser inferior a la tercera parte de la sección de la barra más gruesa, y su separación, s, no debe ser superior a 15 cm.

a) La longitud de solapo de las *barras que trabajen en tracción* debe ser, según la Instrucción española:

$$l_0 \geq \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_s}{A_{s,real}} \not< l_{0,min}$$

$$l_{0,min} = 0{,}33\,\alpha_1 \cdot l_b \not< 15\,\varnothing \not< 20 \text{ cm}$$

en donde $A_{s,real}$ es la armadura real existente, A_s la estricta, l_b la longitud de anclaje y α_1 un coeficiente dado en la tabla 9.6.

TABLA 9.6
VALORES DEL COEFICIENTE α_1

Separación de los empalmes	Porcentaje de barras empalmadas				
	20 %	25 %	33 %	50 %	> 50 %
$a \leq 10\,\varnothing$	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$a > 10\,\varnothing$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4

b) La longitud de solapo de las *barras permanentemente comprimidas* no debe ser inferior a la longitud de anclaje l_b, y el porcentaje de empalmes en la misma sección puede elevarse al 100 por 100 de las barras.

c) Cuando se trata de *piezas trabajando a tracción* no es recomendable empalmar por solapo y, si se hace, la longitud de éste debe ser el doble de la longitud de anclaje.

d) Si, excepcionalmente, la separación entre las dos barras que se empalman es mayor de 4 ∅, la longitud de solapo debe aumentarse en una longitud igual a la distancia entre barras. La armadura transversal necesaria se calculará aplicando el método de bielas y tirantes (apartado 22.6).

e) No es recomendable empalmar por solapo barras de gran diámetro (∅ 40).

3.° EMPALME POR SOLAPO DE GRUPOS DE BARRAS

Sólo se permite empalmar por solapo grupos de dos o tres barras, disponiendo *a tope* cada una de ellas con la que se va a empalmar y colocando una barra suplementaria en toda la zona de empalme. El decalaje o separación entre los distintos empalmes de las barras del grupo debe ser $1{,}2\,l_b$ o $1{,}3\,l_b$ según se trate de grupos de dos o tres barras, siendo l_b la longitud de anclaje por prolongación recta (figura 9.15).

La barra suplementaria debe ser de diámetro igual al mayor de las que forman el grupo. Su longitud debe recubrir toda la zona de empalmes y prolongarse a cada lado una magnitud de $1{,}2\,l_b$ o $1{,}3\,l_b$ según se trate de grupos de dos o tres barras.

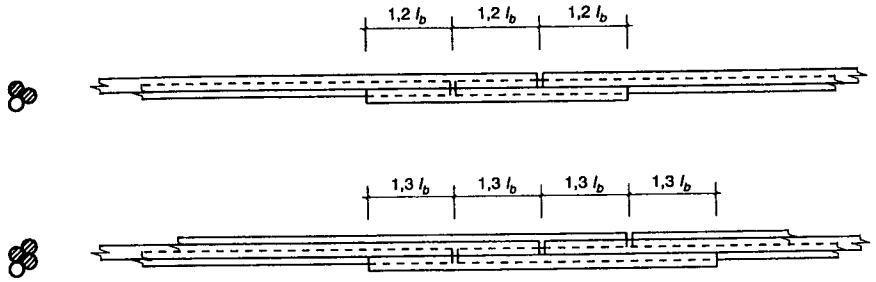


Figura 9.15 Empalme por solapo de grupos de barras. *Fuente: CPH, 1999*

4.° EMPALME POR SOLAPO DE MALLAS ELECTROSOLDADAS

Según su forma de colocación (alambres longitudinales en el mismo plano o en diferentes planos) el empalme por solapo de mallas puede efectuarse de dos maneras: *simplemente acopladas* (figura 9.16*a*) o *superpuestas en capas* (figura 9.16*b*).

Para las *mallas acopladas* la longitud de solapo $l_0 \geq l_{0,min}$ es la misma que para las barras aisladas (ver punto 2.° anterior). Para las *superpuestas en capas* la longitud de solapo debe ser $1{,}7\,l_0$ en mallas cuya separación entre alambres longitudinales sea igual o mayor de 10 diámetros; y $2{,}4\,l_0$ si tal separación es inferior a 10 diámetros. En ningún caso la longitud de solapo será inferior a 15 diámetros ni a 20 centímetros.

Los solapos deben alejarse de las zonas de máximos esfuerzos (sus tensiones no deben ser mayores del 80% de las máximas). Si se dispone una sola capa de mallas, pueden solaparse en la misma zona el 100% de los elementos; si hay varias capas, tan sólo pueden solaparse el 60% de los elementos, debiendo distanciarse entre sí las zonas de solapo en una longitud de al menos $1{,}5\,l_0$.

En *mallas dobles* cuyos alambres tengan un diámetro mayor de 8,5 mm sólo se permite solapar en una misma zona, como máximo, el 60% de la armadura.

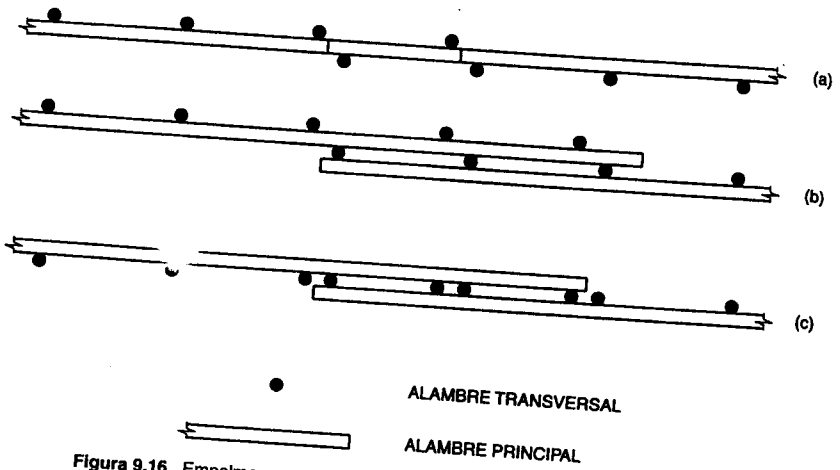


Figura 9.16 Empalme por solapo de mallas electrosoldadas. *Fuente: CPH, 1999*

5.° EMPALMES POR SOLDADURA

Pueden efectuarse empalmes por soldadura siempre que ésta se realice con arreglo a las normas de buena práctica y se respeten las siguientes limitaciones:

- No disponer estos empalmes en tramos de fuerte curvatura del trazado de las armaduras.
- No soldar armaduras galvanizadas o recubiertas de resinas epoxy.
- No soldar a tope barras de distinto diámetro salvo que éstos difieran entre sí menos de 3 milímetros.
- No soldar cuando la temperatura ambiente sea igual o inferior a 0 °C.

6.° EMPALMES POR MANGUITO

Los manguitos pueden ir roscados a las barras o unidos a ellas termomecánicamente. Los empalmes mediante manguitos roscados son más fáciles de realizar en obra (fig. 9.17). En los manguitos unidos termomecánicamente, la adherencia con las barras se consigue por alimentación aluminotérmica de una aleación de acero fundido, que rellena el espacio entre el dibujo del corrugado y las estrías del manguito (procedimiento Cadweld). En todos los casos, deben seguirse los procedimientos operatorios establecidos por los respectivos fabricantes.

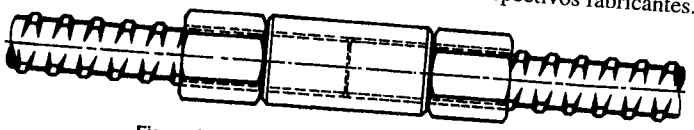


Figura 9.17 Empalme mediante manguito roscado

Los dispositivos de empalme por manguito, o cualesquiera otros, deben tener al menos la misma capacidad resistente que las barras que se empalman. Se admite concentrar la totalidad de estos empalmes en una misma sección, teniendo en cuenta que no debe resultar afectada la buena colocación del hormigón.

9.7 Organización de las armaduras en elementos de hormigón armado

1.° GENERALIDADES

En el armado de piezas de hormigón, resulta conveniente aplicar algunas reglas de buena práctica que tienden, por una parte, a garantizar el buen comportamiento mecánico de los elementos; y por otra, a una normalización de características, que conduce a economías tanto en costes como en plazos de ejecución, a la vez que facilita la labor de proyecto.

La primera regla que debe respetarse es que la disposición de las armaduras debe ser tal que permita un buen hormigonado de la pieza, es decir, que asegure que el hormigón envolverá perfectamente a todas las barra. A título de ejemplo, en la figura 9.18*a* se muestra una disposición defectuosa, que conduce a un hormigonado y compactación inadecuados; en tanto que la figura 9.18*b* muestra una disposición correcta, con huecos suficientes entre barras para permitir el paso de un vibrador.

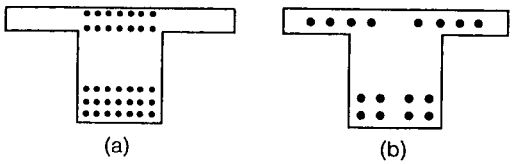


Figura 9.18 Disposición de las armaduras: (*a*) defectuosa, por impedir el paso del hormigón; (*b*) correcta. *Fuente: CEB, 1996*

En los apartados 18.3 y 19.8 se incluyen recomendaciones relativas a la disposición de armaduras para el caso de soportes y vigas, respectivamente. A tales recomendaciones pueden añadirse las siguientes.

2.° NUDOS Y ENCUENTROS

Los nudos son zonas singulares en las que suele concentrarse mucha armadura, por lo que conviene estudiar la disposición de la misma con objeto de facilitar el hormigonado. Para ello, el proyectista debe trabajar con croquis o planos a gran escala, sin olvidar esta máxima del profesor Eduardo Torroja: *Desconfiad de todo plano en el que un Ø 8 y un Ø 20 tienen el mismo grosor.*

a) *En los encuentros de vigas y pilares* no deben omitirse los cercos del pilar, a las separaciones que corresponda. Si además hay que curvar las armaduras de éstos, por existir reducción de su sección en la planta superior, se colocarán cercos en los puntos de doblado de las barras principales (fig. 9.19).

Si se trata de un soporte interior al que acometen cuatro vigas, las separaciones de cercos en el interior del nudo pueden aumentarse al doble.

Las barras superiores de las vigas deben pasar a la otra cara del soporte y prolongarse más allá en una longitud no menor de medio canto ni de 30 cm. Las barras inferiores pueden detenerse a medida que dejen de ser necesarias (ver apartado 19.9-1.°), anclándolas debidamente. Es recomendable prolongar hasta el eje del soporte al menos la cuarta parte de estas barras inferiores si el soporte es interior, la tercera parte si es exterior y, en todo caso, al menos dos barras.

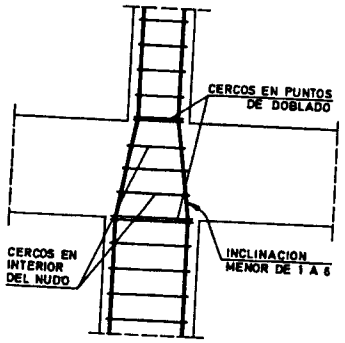


Figura 9.19 Ejemplo de armado de nudos

b) *En los encuentros de muros* las armaduras deben anclarse como indican las figuras 9.20, 9.21 y 9.22. En dichas figuras, la variante *b)* emplea más armaduras que la *a)* pero resulta de ejecución más sencilla.

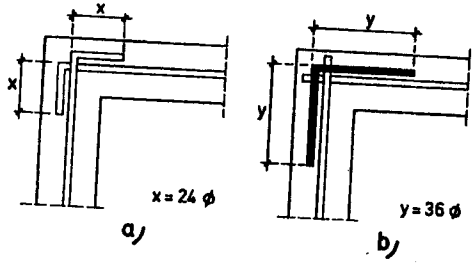


Figura 9.20 Ejemplos de anclaje de barras en encuentro de muros (1)

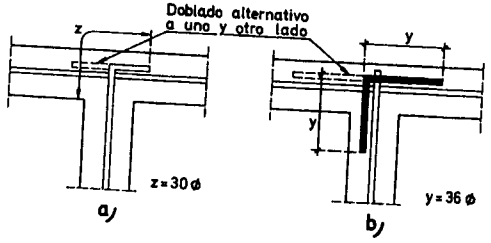


Figura 9.21 Ejemplos de anclaje de barras en encuentro de muros (2)

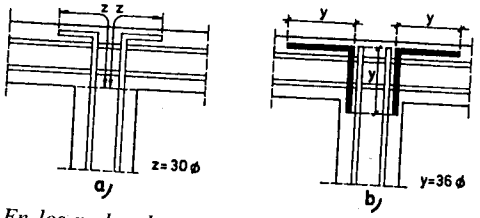


Figura 9.22 Ejemplos de anclaje de barras en encuentro de muros (3)

c) *En los nudos de piezas poligonales* hay que despiezar las barras según segmentos rectilíneos convenientemente anclados (fig. 9.23), evitando el doblarlas según un trazado curvo o poligonal que pudiera hacer saltar el recubrimiento de hormigón al entrar en carga la armadura (*empuje al vacío*). Si viniese obligada esta última disposición, se deberán colocar cercos o estribos para sujetar las barras, absorbiendo sus esfuerzos en los codos.



Figura 9.23 Despiece de barras en elementos angulosos

3.° PIEZAS DE TRAZADO CURVO

En las piezas de trazado curvo, las armaduras longitudinales de tracción situadas junto a paramentos cóncavos, y las de compresión situadas junto a paramentos convexos, deben ir envueltas por cercos o estribos normales a ellas, capaces de absorber las componentes radiales (*empuje al vacío*) que se producen (fig. 9.24). La capacidad mecánica de cada uno de estos cercos o estribos debe ser por lo menos igual al mayor de los dos valores siguientes:

$$A_t \cdot f_{yt,d} = \frac{s}{r} \cdot A \cdot f_{yd}$$

$$A_t \cdot f_{yt,d} = \frac{s}{r'} \cdot A' \cdot f_{yd}$$

con los siguientes significados:

A_t = sección del cerco o estribo (suma de las de sus ramas);
$f_{yt,d}$ = valor de cálculo del límite elástico del acero del cerco o estribo;
s = separación entre cercos o estribos;
r = radio de curvatura del trazado de la armadura de tracción;
r' = radio de curvatura del trazado de la armadura de compresión;
A = sección de la armadura de tracción;
A' = sección de la armadura de compresión;
f_{yd} = valor de cálculo del límite elástico de las armaduras principales.

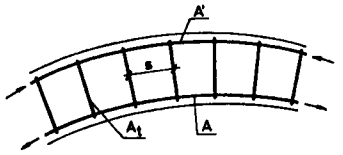


Figura 9.24 Despiece de barras en elementos curvos

4.° PIEZAS CON SECCIONES DELGADAS

En las piezas con elementos delgados, como algunas vigas T, doble T, en cajón, etc., las barras de tracción o compresión que se colocan en las alas deben distribuirse de modo que su separación no sea superior a tres veces el espesor del ala (fig. 9.25). Para asegurar la transmisión de cortantes al alma, es necesario disponer armaduras transversales, de acuerdo con lo que se indica en el apartado 19.10-2.°.

En los cálculos a flexión, para la distribución de las barras longitudinales en la losa superior puede utilizarse la fórmula de Park and Paulay, quienes recomiendan distribuirla en una anchura eficaz igual al ancho del nervio más ocho veces el espesor de la losa (apartado 16.1-4.°).

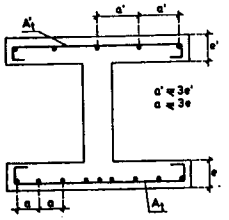


Figura 9.25 Disposición de armaduras en secciones delgadas

9.8 Durabilidad del hormigón armado

Los procesos de degradación de las estructuras de hormigón armado son inevitables, debido al paso del tiempo. Ahora bien, si se adoptan las medidas adecuadas en las distintas fases del proceso constructivo (diseño, proyecto, elección de materiales, construcción, uso y mantenimiento), es posible conseguir una prolongada vida útil de la estructura. Para ello es imprescindible conocer, aunque sólo sea a grandes rasgos, el comportamiento del hormigón armado frente a las acciones impuestas por el medio ambiente.

En el apartado 5.7 hemos estudiado la durabilidad del material hormigón. En este apartado nos ocuparemos de la durabilidad del hormigón armado y, en particular, de los mecanismos que provocan la corrosión del acero, que presentaremos de forma simplificada. Para concluir, haremos algunas consideraciones en torno al concepto de *vida útil*, que cada día alcanza mayor importancia.

1.° CAUSAS QUE ORIGINAN LA CORROSIÓN DEL ACERO

En condiciones normales, el agua contenida en los poros del hormigón está cargada de hidróxido cálcico, con valores de pH superiores a 12,5. Gracias a esta gran alcalinidad del hormigón, el acero se encuentra protegido contra la corrosión, al formarse en su superficie una capa microscópica de óxido, denominada *capa pasiva,* que impide la disolución del hierro. Se dice por ello que el acero recubierto de hormigón está protegido *por pasivación.*

Ahora bien, el CO_2 del aire penetra desde la superficie de la pieza, a través de los poros, hacia el interior del hormigón (tanto más rápidamente cuanto mayores sean los poros) y se combina con el hidróxido cálcico, según la reacción:

$$Ca(OH)_2 + CO_2 = CaCO_3 + H_2O$$

Esto significa que el hidróxido cálcico va desapareciendo paulatinamente de la red capilar para transformarse en carbonato cálcico, el cual forma una costra cuyo espesor aumenta con el tiempo y cuya dureza es superior a la del interior de la pieza (de ahí que no pueda utilizarse el esclerómetro en hormigones viejos, ya que la costra carbonatada arroja valores superiores a los del hormigón sin carbonatar, lo que falsea el resultado por el lado de la inseguridad). La disminución de hidróxido cálcico origina una disminución del pH del hormigón y, cuando el valor de éste queda por debajo de 9 en la zona de contacto con las armaduras, la capa pasiva se destruye y el acero pierde su protección frente a la corrosión.

El fenómeno descrito se denomina *carbonatación* del hormigón. El proceso de carbonatación avanza lentamente de la superficie al interior de las piezas y, antes o después, alcanza el nivel de la armadura. El parámetro decisivo es la permeabilidad del hormigón, junto con el espesor del recubrimiento.

Otra causa por la que puede perderse la capa protectora del acero es la presencia de iones cloruro con una concentración mayor de un determinado valor. En este caso, un parámetro importante es la cantidad de cemento, porque este material es capaz de combinarse con los iones cloruro (*sal de Fridell*) y actúa así de freno en el proceso, ya que únicamente los iones cloruro libres en la fase acuosa de los poros son dañinos para el acero. Por esta razón, la Instrucción española limita el contenido en ión cloro en el hormigón a valores que son función del contenido en cemento (véase apartado 10.3-1.°).

El tercer elemento dañino para el acero es el oxígeno del aire, auténtico responsable de la oxidación del acero. Al oxidarse, las barras aumentan de volumen en más de seis veces, provocando la rotura del hormigón con aparición de fisuras longitudinales en la dirección de la barra; y van perdiendo sección útil, hasta absorber, si no se actúa a tiempo, todo el margen de seguridad de la pieza.

2.° FACTORES MÁS INFLUYENTES EN LA CORROSIÓN DEL ACERO

Todos los procesos descritos descansan en fenómenos de difusión. La *carbonatación* se produce por difusión del CO_2 en los poros llenos de aire (como todo gas, el CO_2 requiere un medio aéreo para poder progresar; si el hormigón está completamente sumergido en agua, no se carbonata). La *penetración de cloruros* se produce por difusión de cloruros en los poros llenos de agua (el cloruro requiere un medio húmedo para su transporte). En fin, la *corrosión* se produce mediante un proceso electrolítico de transporte de iones hierro con aportación de oxígeno, es decir, por difusión del O_2 en los poros llenos de aire (en forma análoga al CO_2).

En definitiva: la corrosión no se produce en hormigón totalmente seco (por estar impedido el proceso electrolítico de transporte de iones) ni en hormigón totalmente saturado de agua (por falta de oxígeno), incluso habiendo quedado destruida la capa pasiva que protege a las armaduras. En condiciones medias de humedad la corrosión es posible/probable, especialmente en hormigones carbonatados. Y el caso más desfavorable corresponde a ciclos de sequedad–humedad (caso de canales, muelles marítimos, etc.) en combinación con altas temperaturas, ya que al aumentar la temperatura aumenta la velocidad de todos los procesos implicados.

La influencia de las fisuras de pequeña anchura que puedan presentar las piezas (por flexión u otras causas) no es tan grande como podría parecer, por tratarse de zonas muy localizadas cuyo efecto en los fenómenos de penetración, que acabamos de estudiar, es menos importante que el de la totalidad de la superficie expuesta al ambiente. Por otro lado, las fisuras menores de 0,4 mm de anchura suelen colmatarse (*autocicatrización*) con los depósitos cálcicos, suciedad, etc. *Lo que tiene verdadera importancia es la compacidad del hormigón del recubrimiento y el espesor del mismo,* pudiendo retenerse la idea de que la durabilidad de la pieza varía con el cuadrado del recubrimiento: a un recubrimiento doble, corresponde un tiempo cuatro veces mayor de aparición del riesgo de corrosión.

Como es natural, las condiciones ambientales de la estructura constituyen otro factor determinante de su durabilidad, razón por la que, tanto la relación *A/C* como el contenido de cemento, aparecen convenientemente limitados en todas las Instrucciones, en función de tales condiciones del ambiente. Véase al efecto la tabla 3.3.

En lo que respecta al curado, debe tenerse en cuenta la diferente influencia que ejerce sobre la permeabilidad del hormigón, en función del tipo de cemento. Como muestra la figura 9.26, en los cementos portland puros la diferencia entre curar bien y curar mal no es tan grande como en los cementos de adición. Ahora bien, si el curado se efectúa correctamente, los cementos de adición presentan ventajas sobre los portland puros. La idea que debe retenerse es la siguiente: *Con un buen curado, a mayor cantidad de adiciones en el cemento corresponde una mayor impermeabilidad del hormigón; y con un mal curado, a mayor cantidad de adiciones corresponde una mayor permeabilidad.*

De todo lo dicho se deduce la necesidad de emplear:

- Una relación agua/cemento lo más baja posible
- Una dosis de cemento lo más alta posible
- Un recubrimiento generoso, y
- Un curado prolongado e ininterrumpido.

3.° VIDA ÚTIL DE UNA ESTRUCTURA

De lo dicho hasta aquí se desprende que toda estructura se irá degradando inevitablemente con el paso del tiempo, hasta alcanzar el final de su *vida útil de servicio.* Esto no significa que, una vez alcanzado tal punto, la estructura deba ser demolida, sino que ya no compensa proceder a nuevas reparaciones, debido al alto costo de las mismas.

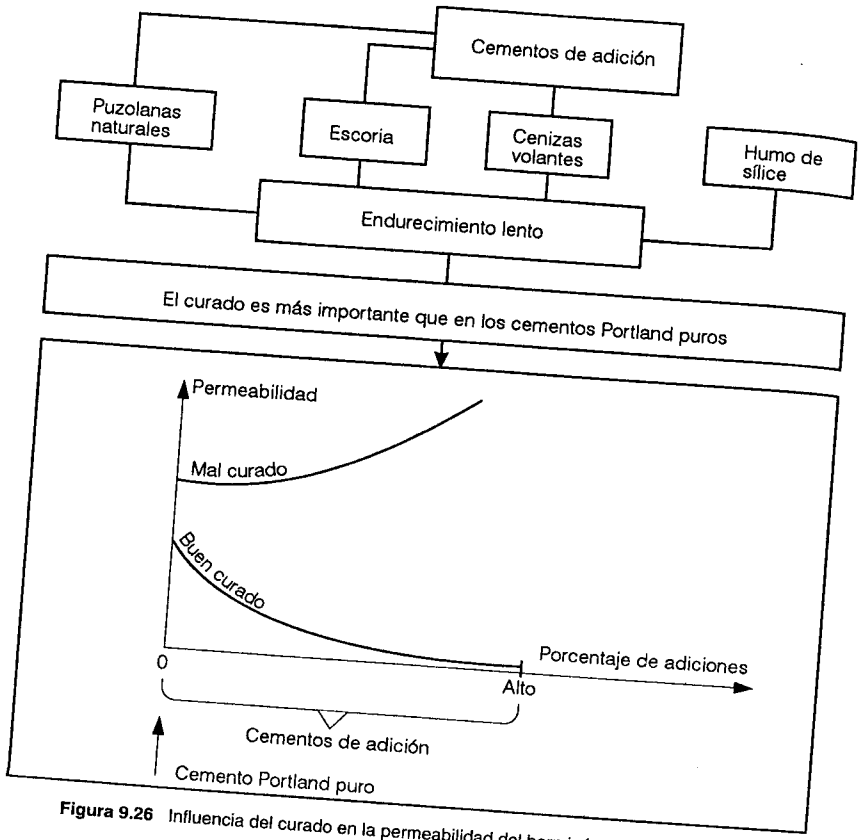


Figura 9.26 Influencia del curado en la permeabilidad del hormigón. *Fuente: CEB, 1986*

Salvo alguna rara excepción, las normas no especifican la vida útil que deben tener las estructuras (*vida proyectada en servicio*), pero suelen admitirse, como valores implícitos en las normas, los de 100-120 años para puentes y 60-80 para estructuras de edificación.

La Guía de Durabilidad del CEB ofrece la denominada *Ley de De Sitter o Ley de los cinco*, que ilustra bien la influencia que cada una de las fases del proceso constructivo ejerce sobre la vida útil de una estructura. Como indica la figura 9.27, el proceso de degradación puede dividirse en cuatro fases:

A. Fase de buen comportamiento, que será tanto más dilatada cuanto más correctamente se haya proyectado y construido la estructura.

B. Fase de precorrosión, en la que la carbonatación y los iones cloruro comienzan a llegar al acero. Si se identifica el problema, puede intervenirse con carácter preventivo, por ejemplo, aplicando recubrimientos superficiales adecuados.

C. Fase de corrosión local activa, en la que aparecen fisuras, manchas de óxido, etc. Son necesarios trabajos de reparación y mantenimiento.

D. Fase de corrosión generalizada, en la que las reparaciones necesarias son de una gran envergadura.

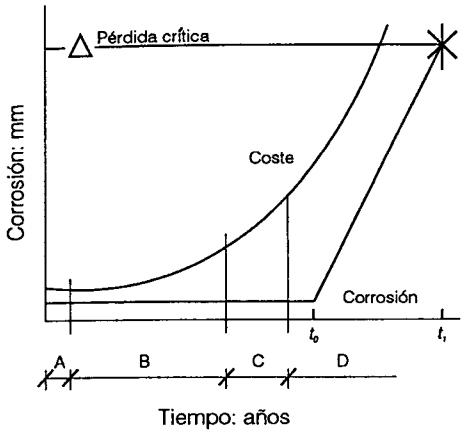
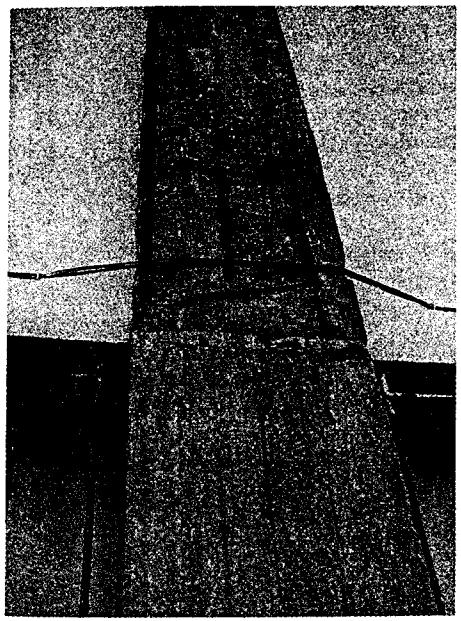


Figura 9.27 La "Ley de los cinco". *Fuente: CEB, 1986*

Pues bien, según De Sitter, un euro gastado en proyectar y construir correctamente la estructura (fase 1) es tan eficaz como 5 gastados en la fase 2, o como 25 en la fase 3, o como 125 en la fase 4. Ya se comprende que ésta no es ninguna regla exacta, pero lo que viene a significar sí es exacto: *La forma más económica de conseguir una prolongada vida útil es proyectar la estructura correctamente desde el principio, y ejecutarla correctamente después.*

Para alcanzar este objetivo deberá tenerse en cuenta lo dicho en este apartado, así como en los apartados 5.7 y 11.11.





Detalle de una barra de esquina del pilar anterior

Corrosión de la armadura de un pilar. Véase cómo el desplazamiento de la ferralla (por omisión de separadores) ha originado un recubrimiento excesivo en un lado y nulo en el otro *(cortesía del Instituto Eduardo Torroja)*

A1672

10. Control de calidad de las obras de hormigón

10.1 Introducción

Hasta épocas no muy lejanas, el control de calidad se confiaba a la pericia y vigilancia del técnico director de la obra, actuando con arreglo a su buen sentido y criterio personal. Hoy día, en que las técnicas estadísticas de control de calidad han alcanzado gran desarrollo en otros sectores industriales, la construcción ha sabido asimilar dichas técnicas y adaptarlas a sus problemas propios.

Se entiende por control de calidad *un conjunto de acciones y decisiones que se toman, bien para cumplir las especificaciones, bien para comprobar que éstas han sido cumplidas.* Un estudio completo del tema requiere analizar por separado las distintas fases del proceso constructivo y los sujetos responsables de las mismas, según el esquema simplificado de la figura 10.1.

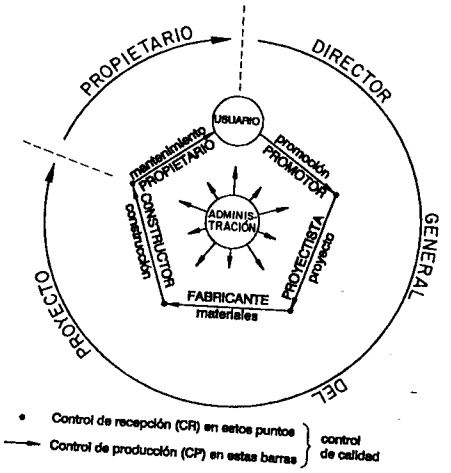


Figura 10.1 Modelización del control de calidad en construcción

Dentro de cada fase debe existir un *control de producción* a cargo de quien realiza la actividad, cuyo objeto es obtener una seguridad razonable de que se están cumpliendo las especificaciones. Y en la transmisión de productos entre fases debe existir un *control de recepción,* a cargo de quien recibe el producto, cuyo objeto es comprobar que se han cumplido las especificaciones mediante reglas de conformidad aceptadas previamente. Al conjunto de ambos controles se denomina *control de calidad.*

Conviene advertir que la mecánica de control puede admitir muchas variantes, ya que los sistemas de control que pueden imaginarse son muy variados. Lo que verdaderamente importa es efectuar un control de acuerdo con un cierto sistema previamente establecido, siendo menos importante cuál sea este último, dentro de ciertos límites. En este sentido, a lo largo del presente capítulo se expone una forma de operar suficientemente sencilla y que cubre la mayor parte de las necesidades de la práctica.

10.2 El control y la seguridad

Toda estructura de hormigón armado, una vez construida, ofrece multitud de características, más o menos significativas, que difieren de las proyectadas: las armaduras no están *exactamente* en la posición definida en los planos; el hormigón no tiene *exactamente* la resistencia especificada; las dimensiones de las piezas no coinciden con las previstas, etc.

El grado de concordancia de la estructura real con la proyectada es un índice de la calidad de ejecución de aquélla. Cuanto más alto sea el control, mayor será dicho índice, más fielmente se cumplirán las hipótesis supuestas por el proyectista, y, por consiguiente, los coeficientes de seguridad reales que presente la estructura se aproximarán más a los teóricos. Por el contrario, en una obra poco controlada las desviaciones serán grandes y, en consecuencia, se verán mermados los márgenes reales de seguridad.

Existe por consiguiente una relación entre la seguridad real de una estructura y el control ejercido durante la construcción de la misma. Si el proyectista impone para la ejecución un control cuidadoso y sistemático, podrá utilizar en sus cálculos valores más afinados para los coeficientes parciales de seguridad, γ; contrariamente, el proyectista podrá tolerar controles de ejecución menos cuidados si, habiéndolo previsto en sus cálculos, se ha cubierto mediante el oportuno aumento de los coeficientes γ. En ambos casos, el margen de seguridad real de la estructura construida será aproximadamente el mismo.

En aplicación de esta filosofía, la Instrucción española prescribe diferentes valores del coeficiente de mayoración de acciones, γ_f, en función del nivel de control de la ejecución (ver tabla 11.4 del capítulo 11).

10.3 Control de componentes del hormigón

El control consta de dos fases: en la primera, al comienzo de la obra, se efectúan unos *ensayos de aptitud* para comprobar la validez del origen de suministro escogido; en la segunda, a lo largo de la obra, se efectúan periódicamente unos *ensayos de control* para comprobar que las características continúan siendo adecuadas. Cuando se trate de hormigón preparado, será la central la obligada a efectuar estos ensayos.

1.° CEMENTO

Los *ensayos de aptitud* deben efectuarse sobre la totalidad de las características que prescribe la Instrucción RC-97 (véanse apartados 1.1-3.° y 4.° del capítulo 1), para lo cual deberá enviarse

una muestra de 8 kg al laboratorio, con suficiente antelación respecto al comienzo de la obra. El laboratorio debe determinar también el contenido en ión cloro, valor éste que, sumado a los contenidos que aporten los restantes componentes del hormigón, no debe exceder del 0,4% del peso del cemento, por razones de durabilidad (ver apartado 9.8-1.°).

Una vez aprobado el origen de suministro, se debe efectuar un *ensayo de control* cada tres meses de obra en casos normales, tomando una muestra de 8 kg formada por mezcla íntima de tres porciones por lo menos. Estas porciones se tomarán de diferentes sacos o a distintas profundidades del silo si el cemento se suministra a granel.

La muestra debe corresponder a una misma partida de cemento, no debiendo mezclarse porciones procedentes de diferentes partidas.

Las determinaciones que deben efectuarse en cada ensayo de control son:

a) Si el cemento posee Sello o Marca de Conformidad:

- en este caso los ensayos podrán sustituirse por un Certificado, expedido por el fabricante, correspondiente a la producción de la jornada a la que pertenezca la partida servida.

b) Si el cemento no posee Sello o Marca de Conformidad:

- componentes del cemento;
- principio y fin de fraguado;
- resistencia a compresión;
- estabilidad de volumen.

Un resultado negativo en cualquiera de las determinaciones, confirmado por el oportuno contraensayo, debe dar origen al rechazo de la partida correspondiente, salvo demostración de que no supone riesgo apreciable para la resistencia y durabilidad del hormigón.

Con independencia de lo anterior, cuando el cemento experimente un almacenamiento superior a tres semanas, conviene efectuar los ensayos de principio y fin de fraguado y de pérdida al fuego, para comprobar que no ha experimentado alteraciones (*meteorización*).

Respecto a las condiciones de almacenamiento y conservación del cemento, véase el apartado 1.8 del capítulo 1.

2.° AGUA

Los *ensayos de aptitud* deben efectuarse sobre la totalidad de características que prescriben las normas (tabla 2.1 del capítulo 2), para lo cual deberá enviarse una muestra de 2 litros al laboratorio, con suficiente anticipación al comienzo de la obra.

Una vez aprobado el origen de suministro, no es necesario realizar nuevos ensayos durante la obra si, como es frecuente, se está seguro de que no variarán las características del agua. En caso contrario (como sucede cuando el agua viene de pozos cuyo nivel freático varía a lo largo del año; o de ríos cuyas aportaciones experimentan variación apreciable), deberán efectuarse nuevos análisis en las ocasiones oportunas.

Es fundamental la absoluta limpieza del recipiente en que se recoja la muestra.

3.° ÁRIDOS

Los *ensayos de aptitud* deben efectuarse sobre la totalidad de las características que prescriben las normas (apartado 2.2 del capítulo 2), para lo cual deberá enviarse al laboratorio una muestra de 15 litros de arena y 50 litros de grava.

Si se desea que el laboratorio realice también ensayos de dosificación, la muestra deberá ser de 200 litros de arena y 400 litros de grava.

Una vez aprobado el origen de suministro, no es necesario realizar nuevos ensayos durante la obra si no varían las fuentes de origen. Pero si éstas varían (caso de canteras con diferentes vetas) o si alguna característica se encuentra cerca de su límite admisible, conviene repetir los ensayos periódicamente, de manera que durante toda la obra se hayan efectuado por lo menos cuatro controles.

Independientemente de lo anterior, que se refiere a ensayos de aptitud de los áridos para fabricar hormigones, deben efectuarse durante la obra controles de granulometría (prestando una especial atención al tamaño máximo del árido) y de contenido de humedad, con la frecuencia adecuada a las variaciones esperables.

Conviene conservar muestras de los áridos, en especial de la arena, hasta un año después de finalizada la obra. Bastan las mismas cantidades indicadas como necesarias para los ensayos de aptitud.

4.° ADITIVOS

Es difícil controlar la calidad de los aditivos en sí, debido a que son productos amparados por patentes y no suele haber información suficiente acerca de su composición.

Los ensayos iniciales de aptitud pueden efectuarse realizando cinco series comparativas de seis probetas, una serie sin aditivo y las otras cuatro con diferentes dosis del mismo (iguales a 0,5; 1; 2 y 3 veces la dosis recomendada por el fabricante), con objeto de conocer su efecto sobre el hormigón. El parámetro que debe medirse es el modificado por el aditivo (resistencia a tres días; contenido en aire ocluido; principio y fin de fraguado, etc., según el caso).

No deben utilizarse aditivos que no vayan correctamente etiquetados y acompañados de un certificado de garantía del fabricante.

5.° ADICIONES

Si se emplea humo de sílice o cenizas volantes, debe exigirse un certificado de garantía, emitido por un laboratorio acreditado, relativo al cumplimiento de las prescripciones correspondientes (ver apartado 2.4).

Los *ensayos de aptitud* deben efectuarse sobre la totalidad de características que prescriben las normas. Para la determinación del índice de actividad debe emplearse el mismo cemento que vaya a utilizarse en la obra.

Una vez aprobado el origen de suministro, se debe efectuar un *ensayo de control* cada tres meses de obra, efectuando las siguientes determinaciones:

- Para las cenizas volantes: trióxido de azufre, pérdida por calcinación y finura.
- Para el humo de sílice: pérdida por calcinación y contenido de cloruros.

El incumplimiento de alguna de las especificaciones será razón suficiente de rechazo.

10.4 Control del acero

Por tratarse de un material procedente de factoría, podría pensarse que su control en obra no es necesario. Esto no es así, porque el acero experimenta variaciones de unas coladas a otras, así como durante el proceso de elaboración; y aun cuando los fabricantes lleven su propio control de calidad, las comprobaciones en obra son siempre convenientes.

Aun en el caso de que el acero posea marca de calidad, es conveniente efectuar algún ensayo en obra, dada la gran responsabilidad del acero en la seguridad estructural. En España existe como marca de calidad del acero el Sello CIETSID, homologado por el Ministerio de Fomento, que puede considerarse de absoluta garantía.

A continuación se definen los dos niveles de control que fija la Instrucción española, la cual prescribe también que no deben utilizarse partidas de acero que no vayan acompañadas de un certificado de garantía del fabricante.

1.° CONTROL A NIVEL REDUCIDO

Este nivel es de aplicación en obras cuyo consumo de acero es muy reducido, o bien en aquellos casos en los que, por cualquier circunstancia, resulta difícil realizar ensayos completos. En estos casos, es obligado utilizar aceros certificados (es decir, en posesión del Sello CIETSID o análogo de otro país comunitario) y *en el cálculo se utilizará un valor característico del límite elástico no mayor del 75% del valor nominal garantizado.*

El control consiste en comprobar, sobre cada diámetro:

a) que la sección equivalente es igual o superior al 95,5 por 100 de la nominal. Se realizarán dos comprobaciones por cada partida de acero que llegue a obra;
b) que no se forman grietas ni fisuras en las zonas de doblado y ganchos de anclaje, mediante inspección en obra.

Si las dos comprobaciones de sección equivalente resultan negativas, la partida debe rechazarse; si resulta una negativa y otra positiva, se efectuará un contraensayo sobre cuatro muestras, y si alguna de estas cuatro resulta negativa, la partida será rechazada. En cuanto al criterio *b)*, la aparición de grietas o fisuras en zonas de doblado de cualquier barra obligará a rechazar toda la partida correspondiente.

2.° CONTROL A NIVEL NORMAL

Si el acero está en posesión del Sello CIETSID o análogo de otro país comunitario, su control consiste en tomar dos probetas por cada diámetro y partida de 40 toneladas o fracción y, sobre ellas, comprobar:

a) que la sección equivalente es igual o superior al 95,5 por 100 de la nominal;
b) que las características geométricas de los resaltos están comprendidas entre los límites admisibles establecidos en el certificado de homologación de adherencia (ver apartado 8.2-3.°);
c) que cumplen el ensayo de doblado-desdoblado.

Además de lo anterior y al menos en dos ocasiones durante la realización de la obra, se comprobarán el límite elástico, la carga de rotura y el alargamiento de rotura, como mínimo en una probeta por cada diámetro empleado.

Si el acero no posee el Sello CIETSID o análogo, se trata de un producto no certificado y su control se efectúa como en el caso anterior pero aumentando el número de ensayos *a), b)* y *c)*, ya que en este caso deben tomarse dos probetas por cada diámetro y partida de 20 toneladas o fracción. Además, en este caso *se utilizará en el cálculo un valor característico del límite elástico no mayor del 95% del valor nominal garantizado.*

En ambos casos se aplicarán los siguientes criterios de aceptación o rechazo:

- Si las dos comprobaciones de sección equivalente resultan negativas, la partida debe rechazarse; si resulta una negativa y otra positiva, se efectuará un contraensayo sobre cuatro muestras, y si alguna de estas cuatro resulta negativa, la partida será rechazada.
- Si se incumple alguno de los límites admisibles establecidos en el certificado de homologación de adherencia, la partida será rechazada.
- Si alguno de los dos ensayos de doblado-desdoblado resulta negativo, se someterán a ensayo cuatro nuevas probetas de la misma partida; si alguno de estos ensayos resulta negativo, la partida será rechazada.

En cuanto a la decisión relativa a los ensayos de tracción (en los que se comprueba el límite elástico, la carga de rotura y el alargamiento de rotura), en ambos casos se aplicarán los siguientes criterios:

- Si se registra algún fallo, todas las armaduras de ese mismo diámetro se considerarán como sospechosas y deberán clasificarse en lotes, uno (o más) por cada partida diferente de las ya suministradas (y también de las que posteriormente se reciban), sin que cada lote pueda exceder de 20 toneladas.
- Cada uno de estos lotes será controlado ensayando dos probetas. Serán aceptados aquellos lotes en los que ambos ensayos resulten positivos, y rechazados aquellos en los que ambos resulten negativos.
- Cada uno de los lotes restantes se juzgará ensayando 16 probetas. Si alguno de los resultados obtenidos en los ensayos es inferior al 95% de su valor nominal, el lote será rechazado. En caso contrario, se determinará la media aritmética de los dos resultados más bajos. Si esta media iguala o supera el valor nominal, el lote será aceptado; y será rechazado en caso contrario.[1]

3.° APTITUD AL SOLDEO

Cuando existan empalmes por soldadura será necesario comprobar que el acero es apto para soldeo, lo cual requiere que su composición química cumpla las condiciones exigidas en la Norma UNE 36.068:94 (ver apartado 8.1-5.°).

Además, deben realizarse ensayos de comprobación, los cuales dependen del método de soldeo en cuestión. Véase al efecto el apartado 8.3.

10.5 Control del hormigón fresco

Debe controlarse el hormigón fresco con objeto de asegurar que la colocación en obra podrá efectuarse correctamente (buena compacidad y ausencia de coqueras). Para ello se controlarán dos características: la consistencia y el tamaño máximo del árido.

A veces resulta interesante controlar también el peso específico del hormigón fresco, que constituye un índice tanto de la calidad como de la uniformidad del mismo.

[1] La media aritmética del octavo más bajo de valores de una población es un buen estimador del valor característico de dicha población (que corresponde a un cuantil inferior del 5 por 100). Este estimador es el que se aplica en este caso, ya que el octavo más bajo de una población de 16 valores son los dos más bajos.

La consistencia debe ser adecuada al procedimiento de compactación, tamaño de la pieza y cantidad de armaduras. A estos efectos puede consultarse el apartado 3.4 y la tabla 3.7 del capítulo 3.

Una vez establecida la consistencia óptima para cada zona de obra y época del año, el control se efectúa mediante el cono de Abrams (apartado 6.2-2.°) varias veces a lo largo del día, como una comprobación de rutina. Con objeto de tener en cuenta las modificaciones experimentadas durante el transporte, el ensayo debe realizarse pie de tajo de colocación.

En cuanto al tamaño máximo del árido, su control se efectúa por tamizado del hormigón fresco, con ayuda de un chorro de agua. Se admite una tolerancia del 6 por 100 en peso del árido grueso (tamaño superior a 4 mm). Basta con realizar un ensayo por semana.

10.6 Control de la resistencia del hormigón

Las ideas generales expuestas sobre este tema en el apartado 6.7 se completan detalladamente en los puntos que siguen.

1.° INTRODUCCIÓN Y DEFINICIONES

El objeto de este control es comprobar que la resistencia del hormigón que se coloca en obra es por lo menos igual a la especificada por el proyectista y que ha servido de base a los cálculos.

Para ello, a lo largo de la obra, se procederá a la confección y ensayo de probetas cilíndricas 15 × 30, empleando los métodos operatorios del apartado 3 del capítulo 6. Si los resultados son positivos, se acepta automáticamente el hormigón correspondiente; y si no lo son, se procede a ulteriores determinaciones y estudios, según se irá viendo a lo largo de este apartado.

Cuando se trata de obras de escasa importancia, puede prescindirse del control mediante probetas y efectuar una estimación indirecta de la resistencia del hormigón (ver punto 3.°).

Para la buena comprensión de lo que a continuación se indica, comenzaremos estableciendo algunas definiciones necesarias.

Valor característico de una variable aleatoria es aquel que está asociado a un cuantil del 95 por 100; es decir, que existe una probabilidad de 0,95 de que se presenten valores individuales más favorables que él.

Resistencia característica especificada, f_{ck}, es el valor que adopta el proyectista como base de sus cálculos (ver apartado 11.5-1.°) que está asociado a un cuantil del 95 por 100 por la derecha. Se le denomina también *resistencia característica de proyecto*. A este valor se le aplican los coeficientes de seguridad prescritos por las normas.

Resistencia característica real, $f_{ck,real}$, correspondiente al hormigón de una zona homogénea de obra, es el valor que tiene una probabilidad de 0,95 de ser igualado o superado por el valor obtenido al ensayar a compresión una probeta cilíndrica 15 × 30 tomada al azar dentro de la zona. Esta resistencia característica real es un valor imposible de conocer en la práctica, puesto que para determinarlo sería necesario conocer la resistencia de todos y cada uno de los puntos de la zona considerada.

Resistencia característica estimada, $f_{c,est}$, correspondiente al hormigón de una zona homogénea de obra, es el valor obtenido al ensayar unas cuantas probetas y aplicar a los resultados obtenidos una fórmula matemática llamada *estimador*. De esta forma, se estima (es decir, se cuantifica aproximadamente) el valor de la resistencia característica real del hormigón correspondiente.

Lote de control es la cantidad de hormigón que, habiendo sido confeccionado y puesto en obra en condiciones sensiblemente iguales, se somete a juicio de una sola vez, pudiendo ser aceptado o rechazado.

Unidad de producto es la menor cantidad de hormigón que se confecciona en las mismas condiciones esenciales. Por consiguiente, se identifica con cada amasada, cualquiera que sea el volumen de ésta.

Tamaño del lote es el volumen de hormigón que lo constituye, expresado en metros cúbicos o en número de amasadas por lote.

Muestra es el conjunto de probetas que se toman como representativas de un lote. El ensayo de estas probetas servirá para juzgar todo el lote.

2.° TAMAÑO DEL LOTE Y CONSTITUCIÓN DE LA MUESTRA

El tamaño de cada lote de control debe venir fijado en el Pliego de Prescripciones Particulares o, en su defecto, ser establecido por el Director de Obra. Como es evidente, cuanto mayor es el lote se producen menos gastos de ensayo, pero son más graves las consecuencias de una posible decisión incorrecta.

A efectos de control se dividirá el hormigón de la obra en lotes, cuyo tamaño no debe superar los límites señalados en la tabla 10.1. En principio, no deben mezclarse en el mismo lote elementos de tipología estructural distinta, es decir, que pertenezcan a columnas distintas de la tabla; pero en estructuras de edificación con pilares y forjados de hormigón formando nudo se permite, por sencillez, meter en el mismo lote ambos tipos de elementos.

TABLA 10.1

VALORES MÁXIMOS DEL TAMAÑO DEL LOTE

Límite superior	*Tipo de elementos estructurales*		
	Elementos comprimidos (pilares, pilas, muros portantes, etc.)	*Elementos en flexión simple (vigas, forjados, muros de contención, etc.)*	*Macizos (zapatas, estribos de puente, bloques, etc.)*
Volumen de hormigón	100 m^3	100 m^3	100 m^3
Número de amasadas [1]	50	50	100
Tiempo de hormigonado	2 semanas	2 semanas	1 semana
Superficie construida	500 m^2	1.000 m^2	—
Número de plantas	2	2	—

[1] Este límite no es obligatorio en obras de edificación

Cuando el hormigón proceda de central con Sello de Calidad oficialmente reconocido, podrán aumentarse al doble los límites de la tabla 10.1, siempre que los resultados del control de producción exigidos por el Sello estén a disposición del utilizador y sean satisfactorios. No obstante, el número mínimo de lotes será de tres, correspondientes, si es posible, a los tres tipos estructurales de la tabla 10.1. Si en algún caso se obtiene $f_{est} < f_{ck}$, se pasará a realizar el control normal sin reducción de intensidad, hasta que se obtengan cuatro resultados consecutivos correctos.

Los ensayos de resistencia se llevarán a cabo sobre n probetas tomadas de N amasadas elegidas al azar, por cada lote, según procedimiento operatorio descrito en 6.3. El tamaño N de la muestra (número de amasadas que se ensayan por lote) debe venir fijado por el Pliego de Prescripciones Particulares o, en su defecto, establecerse por el Director de la Obra. En lotes de gran tamaño es recomendable adoptar $N = 6$ y en los de pequeño tamaño, $N = 2$. No se admite muestrear una sola amasada.

La Instrucción española relaciona el número N de amasadas que deben muestrearse por lote, con la resistencia de proyecto f_{ck} del hormigón; a tal efecto prescribe que se tome:

- $N \geq 2$ si la resistencia característica de proyecto no supera los 25 N/mm^2
- $N \geq 6$ si la resistencia característica de proyecto supera los 35 N/mm^2
- $N \geq 4$ en los casos restantes.

Normalmente, de cada amasada se confeccionan dos probetas ($n = 2$), adoptándose como resultado representativo de la resistencia de la amasada, la media aritmética de las resistencias de ambas probetas.

En lo anterior se presupone la homogeneidad del hormigón dentro de cada amasada, lo que significa que los valores correspondientes a las probetas tomadas de una misma amasada deben resultar muy próximos entre sí; de no ser así, las diferencias entre estas probetas hay que achacarlas al proceso operatorio de preparación, transporte, conservación y rotura de las mismas, pero no al hormigón. En tal caso, los valores obtenidos son *aberrantes* y no deben contar en el juicio de aceptación o rechazo del hormigón.

El criterio para saber si los valores obtenidos de las probetas de una misma amasada son representativos o aberrantes es el siguiente, según la Instrucción española: Si se han confeccionado dos probetas, el recorrido relativo no debe superar el 13%; y si se han confeccionado tres, no debe superar el 20%. Este criterio conduce a la siguiente regla práctica, válida para ambos casos ($n = 2$ y $n = 3$):

$$\frac{\text{diferencia entre probetas extremas}}{\text{suma de todas las probetas}} \leq 0{,}066$$

Si esta relación se cumple, los resultados son válidos; se calcula entonces la media aritmética de los valores y ésa es la resistencia de la amasada en cuestión. Si no se cumple, debe desecharse la amasada a efectos de control.

La aparición de resultados aberrantes puede deberse también, aunque con menor probabilidad, a una falta de homogeneidad del hormigón por defecto en la operación de amasado o en el equipo amasador. De surgir esta sospecha, debe despejarse como cuestión previa, al margen de las operaciones de control del hormigón propiamente dichas, aplicando para ello los criterios establecidos en el apartado 4.2-2.°.

3.° MODALIDADES DE CONTROL

La Instrucción española establece las tres modalidades de control siguientes:

- Modalidad 1: Control a nivel reducido
- Modalidad 2: Control al 100 por 100, caso en que se conoce la resistencia de todas las amasadas que componen cada lote
- Modalidad 3: Control estadístico, caso en el que sólo se conoce la resistencia de una fracción de las amasadas que componen cada lote

a) Control a nivel reducido

En este nivel, la resistencia del hormigón no se controla directamente, es decir, no se confeccionan probetas. El único control que se efectúa es el del hormigón fresco (apartado 10.5), determinando la consistencia en cuatro ocasiones por lo menos a lo largo del día.

Este nivel de control sólo puede utilizarse en obras civiles de pequeña importancia, en edificios de viviendas de menos de tres plantas con luces inferiores a los seis metros, o en elementos que trabajen a flexión de edificios de viviendas de hasta cuatro plantas y luces también inferiores a los seis metros. Además, deberá adoptarse un valor de la resistencia de cálculo a compresión f_{cd} no superior a 10 MPa (es decir, 10 N/mm^2).

b) Control al 100 por 100

Esta modalidad de control es aplicable a cualquier obra. Consiste en determinar la resistencia de *todas* las amasadas que componen la obra y comprobar que ninguna de ellas resulta inferior a f_{ck}. No obstante y dada la definición de resistencia característica, puede admitirse que en una de cada veinte amasadas se obtenga un resultado más bajo del especificado.

Esta modalidad de control puede resultar interesante para elementos aislados de mucha responsabilidad, en cuya composición entra un número pequeño de amasadas; en los demás casos y salvo excepción, no se justifica el elevado costo que supone controlar al cien por cien.

c) Control estadístico

Esta modalidad es la más utilizada y puede aplicarse a todo tipo de obras. El procedimiento de división en lotes y el tamaño N de la muestra han quedado descritos en el punto 2.° anterior. Cuando el lote abarque dos plantas, el hormigón de cada una de ellas debe estar representado en la muestra.

Una vez ordenados, de menor a mayor, los N resultados correspondientes a las amasadas muestreadas en la forma

$$x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_m \leq \ldots \leq x_N,$$

para la resistencia característica estimada f_{est} se tomará el valor siguiente:

si $N < 6$: $\quad f_{est} = K_N \cdot x_1$

si $N \geq 6$: $\quad f_{est} = 2\dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{m-1}}{m-1} - x_m \nless K_N \cdot x_1$

en donde:

K_N = Coeficiente dado en la tabla 10.2 en función de N y del tipo de instalación en que se fabrique el hormigón
x_1 = Resistencia de la amasada de menor resistencia
m = $N/2$ si N es par
m = $(N-1)/2$ si N es impar.

La segunda fórmula anterior, aparentemente complicada, se aplica de forma sencilla siguiendo estos cuatro pasos:

1) Se desecha la mitad más alta de resultados (por exceso, si N es impar)
2) Se reserva, dejándolo aparte, el valor x_m más alto de los que quedan
3) Se calcula la media aritmética de los valores restantes (que son uno menos que antes) y se multiplica por dos
4) Al resultado se le resta el valor x_m que se reservó antes.

En el caso particular $N = 6$ (y también para $N = 7$) resulta la expresión simple:

$$f_{est} = x_1 + x_2 - x_3$$

Merece la pena recordar, en relación con la fórmula que comentamos, la diferencia de significados que tienen los símbolos $\geq$ (*igual o mayor que*) y $\nless$ (*no menor que*). El primero es una descripción de algo real, en tanto que el segundo es un criterio que debe aplicar quien emplea una determinada fórmula. El criterio es éste: *si el primer término de la fórmula resultase menor que el segundo, tome el segundo e ignore el primero.*

TABLA 10.2
VALORES DEL COEFICIENTE K_N

N	HORMIGONES FABRICADOS EN CENTRAL							OTROS CASOS
	A			B		C		
	Recorrido relativo máximo, r	K_N		*Recorrido relativo máximo, r*	K_N	*Recorrido relativo máximo, r*	K_N	
		Con Sello de Calidad	*Sin Sello de Calidad*					
2	0,29	0,93	0,90	0,40	0,85	0,50	0,81	0,75
3	0,31	0,95	0,92	0,46	0,88	0,57	0,85	0,80
4	0,34	0,97	0,94	0,49	0,90	0,61	0,88	0,84
5	0,36	0,98	0,95	0,53	0,92	0,66	0,90	0,87
6	0,38	0,99	0,96	0,55	0,94	0,68	0,92	0,89
7	0,39	1,00	0,97	0,57	0,95	0,71	0,93	0,91
8	0,40	1,00	0,97	0,59	0,96	0,73	0,95	0,93

4.° FORMA DE APLICAR EL CONTROL ESTADÍSTICO

En el apartado *c)* del punto 3.° anterior hemos definido el control estadístico. Para su aplicación y según acabamos de ver, es siempre necesario obtener el coeficiente K_N de la tabla 10.2, cualquiera que sea el número N de amasadas muestreadas de un lote. A continuación explicaremos la forma de operar con la misma.

En la tabla aparecen tres columnas señaladas con las letras A, B y C, que corresponden a tres clases de centrales de hormigonado, más una cuarta columna correspondiente a otros casos. Esta clasificación se ha efectuado en función del grado de homogeneidad del hormigón que se fabrica en cada una de ellas, el cual viene medido por el *coeficiente de variación* δ correspondiente a la central en cuestión.[1] Así,

- la clase A corresponde a centrales cuya δ está comprendida entre 0,08 y 0,13;
- la clase B corresponde a centrales cuya δ está comprendida entre 0,13 y 0,16;
- la clase C corresponde a centrales cuya δ está comprendida entre 0,16 y 0,20;
- "otros casos" incluye las hormigoneras cuya δ está comprendida entre 0,20 y 0,25.

Cada suministrador de hormigón conoce el valor de su δ, es decir, la clase A, B o C a la que pertenece su central; por consiguiente, al comienzo de la obra debe utilizarse, para calcular la resistencia estimada f_{est} del lote, el K_N de la columna que indique el suministrador. Pero la tabla contiene un mecanismo que permite verificar si la clasificación de la central fue o no correcta, y caso de no serlo, corrige el procedimiento operatorio de forma adecuada. Este mecanismo se basa en determinar el recorrido relativo de los N resultados obtenidos para las resistencias de las N amasadas muestreadas, y compararlo con los valores máximos r que figuran en la tabla.

Recordemos que el recorrido relativo de una serie de valores es igual al recorrido absoluto dividido por el valor medio de la serie; y que el recorrido absoluto es la diferencia entre los dos valores extremos de la serie. Así por ejemplo, si se dispone de 6 resultados con valores

[1] El coeficiente de variación δ de una población (cociente entre la desviación estándar y el valor medio de la variable) es un indicador adimensional de la dispersión de los valores individuales de dicha población. El valor de δ, que se estima a partir de n valores $x_1, x_2, ..., x_n$ de una muestra extraída de la población, viene dado por la siguiente fórmula:

$$\delta = \frac{1}{x_m}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n}(x_i - x_m)^2}{n-1}}$$

$$27 - 29 - 32 - 33 - 35 - 36 \text{ N/mm}^2$$

el recorrido absoluto vale 36 – 27 = 9 N/mm²; y como el valor medio vale 32 N/mm² (media aritmética de los seis resultados), el recorrido relativo resulta ser 9 / 32 = 0,28.

Mientras se cumpla que el recorrido relativo de los ensayos de control es menor que el máximo indicado en la tabla, debe seguir utilizándose el K_N de la columna indicada por el suministrador. Pero si en un lote sucede que el recorrido relativo supera el máximo indicado en la tabla para esa clase de central, se considerará automáticamente que la central pertenece a una clase inferior, que será aquella en la que se cumpla la relación de recorridos que venimos comentando. Esta nueva columna se utilizará para juzgar el lote en cuestión y también los lotes sucesivos (salvo que la relación vuelva a incumplirse, en cuyo caso se procedería a una nueva declasación de la central).

Para aplicar el K_N correspondiente a una clase superior (de menor dispersión) es necesario haber obtenido resultados del recorrido relativo menores o iguales al máximo de la tabla en cinco lotes consecutivos, pudiéndose aplicar al quinto resultado y siguientes el nuevo coeficiente K_N.

En conclusión, este procedimiento que establece la Instrucción española supone una garantía para el usuario del hormigón, sin que por ello el suministrador quede desprotegido. Queda a criterio de este último la elección de la columna A, B o C por la que será juzgado su hormigón, a sabiendas de que un incumplimiento de recorrido entraña una declasación automática, que afectará por lo menos a cinco lotes.

5.° EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL CONTROL ESTADÍSTICO

Ejemplo 1: En una determinada obra se ha especificado un hormigón HA-25. La central suministradora no tiene Sello de Calidad y, según manifestación de su director, es de clase A. Se efectúa un control estadístico de la resistencia del hormigón, muestreándose cuatro amasadas por lote y dos probetas por amasada. Se desea calcular la resistencia estimada de un cierto lote, sabiendo que se han obtenido los siguientes resultados de las probetas:

Amasada a: 29,4 y 27,0 N/mm²
Amasada b: 25,0 y 25,8 N/mm²
Amasada c: 29,2 y 31,2 N/mm²
Amasada d: 30,2 y 33,0 N/mm²

Solución: Las resistencias de las amasadas son x_a = 28,2 N/mm², x_b = 25,4 N/mm², x_c = 30,2 N/mm² y x_d = 31,6 N/mm². El recorrido absoluto vale 31,6 – 25,4 = 6,2 N/mm². El valor medio de las resistencias de las amasadas vale ¼ (28,2 + 25,4 + 30,2 + 31,6) = 28,85 N/mm². El recorrido relativo vale 6,2 : 28,85 = 0,215. Según la tabla 10.2, al caso N = 4 columna A le corresponde un recorrido relativo máximo de 0,34, por lo que deducimos que la clasificación de la central es correcta. Por tanto, la resistencia estimada del lote vale 0,94 × 25,4 = 23,9 N/mm².

Ejemplo 2: Mismos datos, con las siguientes resistencias medias de las amasadas:

$$26{,}2 \text{ - } 23{,}4 \text{ - } 32{,}2 \text{ - } 33{,}6 \text{ N/mm}^2$$

Recorrido absoluto = 33,6 – 23,4 = 10,2 N/mm². Resistencia media = 28,85 N/mm². Recorrido relativo = 10,2 : 28,85 = 0,35 que es mayor que 0,34. Por consiguiente, no debemos utilizar la columna A de la tabla 10.2 sino la columna B (ya que 0,35 es menor que 0,49). Resulta así un valor de K_N igual a 0,90, por lo que la resistencia estimada del lote vale 0,90 x 23,4 = 21,1 N/mm².

6.° DECISIONES DERIVADAS DEL CONTROL DE LA RESISTENCIA

En doctrina de calidad suele decirse que el efecto del control de recepción es doble. Por un lado, el control de calidad actúa de filtro de productos defectuosos (*efecto directo*) y, por otro, enseña al productor que la no calidad tiene un precio (*efecto indirecto*). Y este efecto indirecto (penalizaciones por no cumplimiento) tiene mayor influencia en la calidad final de la obra que el efecto directo.

En coherencia con esta doctrina, la Instrucción española establece las siguientes decisiones derivadas del control de la resistencia del hormigón.

Cuando resulta $f_{est} \geq f_{ck}$ se acepta automáticamente el lote de hormigón. Cuando $f_{est} < f_{ck}$ pero es $f_{est} \geq 0{,}9 \cdot f_{ck}$, el lote debe aceptarse también, ya que el estimador que define la resistencia característica estimada es más bien severo (ver su significado en el apartado 10.7), pero procede en tal caso imponer una penalización de tipo económico, proporcional al descenso de resistencia. Para ello, el Pliego de Prescripciones Particulares debe prever tal eventualidad y fijar el coeficiente de proporcionalidad. Así por ejemplo, si se fija un coeficiente 2, en el caso límite en que la resistencia estimada resulte igual al 90% de la especificada, el hormigón del lote en cuestión debe abonarse al 80% de su precio.

Si el descenso de resistencia fuese mayor del 10 por 100 ($f_{est} < 0{,}9 \cdot f_{ck}$) es claro que *no se ha cumplido el contrato de suministro de hormigón*, y que la responsabilidad de tal incumplimiento pertenece únicamente al suministrador. Por otra parte y como cuestión separada de la anterior, procede efectuar un estudio particular del caso para cuantificar la influencia que dicho descenso puede tener en la seguridad de los elementos afectados. Y como dicho estudio se basa en el análisis de las piezas reales y no en los resultados arrojados por las probetas enmoldadas, resulta que, en este punto, aparecen entremezcladas la responsabilidad del suministrador del hormigón y la del constructor que lo puso en obra, no siendo fácil la separación entre ambas. Por tal razón, en muchos casos de conflicto resulta preferible para ambas partes el llegar a un acuerdo amistoso antes que pasar a la vía judicial.

El descenso de seguridad estructural ocasionado por una baja de resistencia del hormigón es diferente según se trate de elementos comprimidos (soportes) o de elementos flectados (vigas y forjados), siendo mucho mayor en el primer caso que en el segundo. Su valor puede determinarse como se indica en el apartado 10.9.

Si del estudio de repercusión en la seguridad de los elementos afectados resultase que el coeficiente de seguridad teórico disminuye en un porcentaje inaceptable, antes de decretar la demolición deben considerarse las posibilidades de reforzar los elementos afectados, o de disminuir la carga de uso inicialmente prevista (*declasación*).

Pero por otra parte, cuando se obtenga una resistencia estimada menor que la especificada, es necesario considerar no sólo la influencia sobre la seguridad del elemento estructural, sino también el efecto negativo que puede tener sobre otras características como son la deformabilidad, la fisuración y la durabilidad.

7.° CASO DE EXTRACCIÓN DE PROBETAS TESTIGO

Para la estimación de la resistencia del hormigón mediante la extracción de probetas testigo es necesario tener en cuenta las dimensiones, esbeltez y conservación de las mismas, en relación con las probetas enmoldadas de 15×30 cm^2 utilizadas en el control (véase apartado 6.5). Por otra parte, un testigo extraído del tercio inferior de un muro o pilar suele dar resultados del orden de un 10 por 100 superiores a los extraídos del tercio superior, debido a la mejor compactación del hormigón en aquella zona.

Dados los márgenes de variación de los diversos coeficientes que relacionan la resistencia en probeta enmoldada y en probeta testigo, los resultados de estas últimas no deben utilizarse, como norma general, para decidir si se cumplió o no el contrato de suministro del hormigón (véase punto 6.° anterior), ya que este contrato se establece sobre la base de probetas enmoldadas. Las probetas testigo encuentran su verdadera aplicación cuando se trata de estimar la capacidad resistente del elemento en entredicho y, con ella, el eventual descenso del coeficiente de seguridad teórico (véase apartado 10.9). En tal caso, para formar un juicio definitivo hay que tener en cuenta que parte de dicho coeficiente de seguridad se destina a cubrir las incertidumbres relativas al transporte, colocación, compactación y curado del hormigón, las cuales aparecen ya recogidas por las probetas testigo.

10.7 Estimadores y curvas de eficacia

Se ha definido (apartado 10.6-1.°) el *estimador* como aquella fórmula matemática que, particularizada para los valores obtenidos en el ensayo de las probetas, proporciona el valor de la resistencia característica estimada, f_{est}.

Como el valor de la resistencia característica está asociado a un nivel de confianza del 95 por 100, es posible definir diversos estimadores de la misma, haciendo uso de los principios de la Estadística. Se trata, en definitiva, de estimar, en una distribución que se supone normal (gaussiana), aquel valor que deja a su izquierda un área del 5 por 100 del área total bajo la curva.

Dada la finalidad práctica que este libro persigue, no desarrollaremos aquí los aspectos teóricos de este tema. Pero sí parece oportuno dar las ideas más importantes.

a) *El estimador utilizado* en el apartado 10.6-3.° para el caso en que se muestrean seis o más amasadas utiliza tan sólo la mitad más baja de resultados. Por ello, este estimador no penaliza la dispersión por resultados elevados, con lo que no se cometen grandes errores en los casos en que la muestra proviene de dos poblaciones diferentes de probetas (distribución no gaussiana). Este caso puede presentarse por cambio en la partida de cemento, siendo la segunda más resistente que la primera.

Por su parte, el estimador $K_N \cdot x_1$, único aplicable cuando el número de amasadas muestreadas es menor de seis, deriva de un estudio estadístico teórico. El coeficiente K_N es función del tamaño de la muestra N y del coeficiente de variación δ, lo que justifica la disposición de la tabla 10.2. La expresión $K_N \cdot x_1$ figura también, como límite inferior, en la fórmula del estimador que hemos comentado anteriormente, y sólo es operante en casos de muestras particularmente distorsionadas, para las cuales la expresión polinómica daría un resultado aberrante.

b) *El estimador f_{est} así definido* es centrado con respecto a la resistencia característica real $f_{ck,\,real}$ del hormigón (imposible de conocer en la práctica), lo que significa que el valor obtenido al aplicarlo a un conjunto de resultados, tiene una probabilidad de 0,5 de ser mayor que $f_{ck,\,real}$ (y por tanto, la misma probabilidad de ser menor).

c) *De lo anterior se deduce* que si el hormigón puesto en obra tiene una resistencia *estrictamente igual* a la especificada ($f_{ck,\,real} = f_{ck}$) la probabilidad de que resulte $f_{est} < f_{ck}$ es la misma que la de que resulte $f_{est} > f_{ck}$. Esta circunstancia, justa pero severa, se compensa con el hecho de colocar la aceptación automática en el nivel $0{,}9\,f_{ck}$ en vez de f_{ck}.

En cambio, a poco que se mejore el hormigón ($f_{ck,\,real} > f_{ck}$) la probabilidad de que sea $f_{est} > f_{ck}$ crece rápidamente; y viceversa cuando el hormigón empeora (véase fig. 10.2).

d) *Las curvas de eficacia* de un estimador cuantifican las probabilidades mencionadas, estableciendo una relación entre el cociente $f_{ck,\,real} / f_{ck}$ y la probabilidad de que resulte $f_{est} > f_{ck}$.

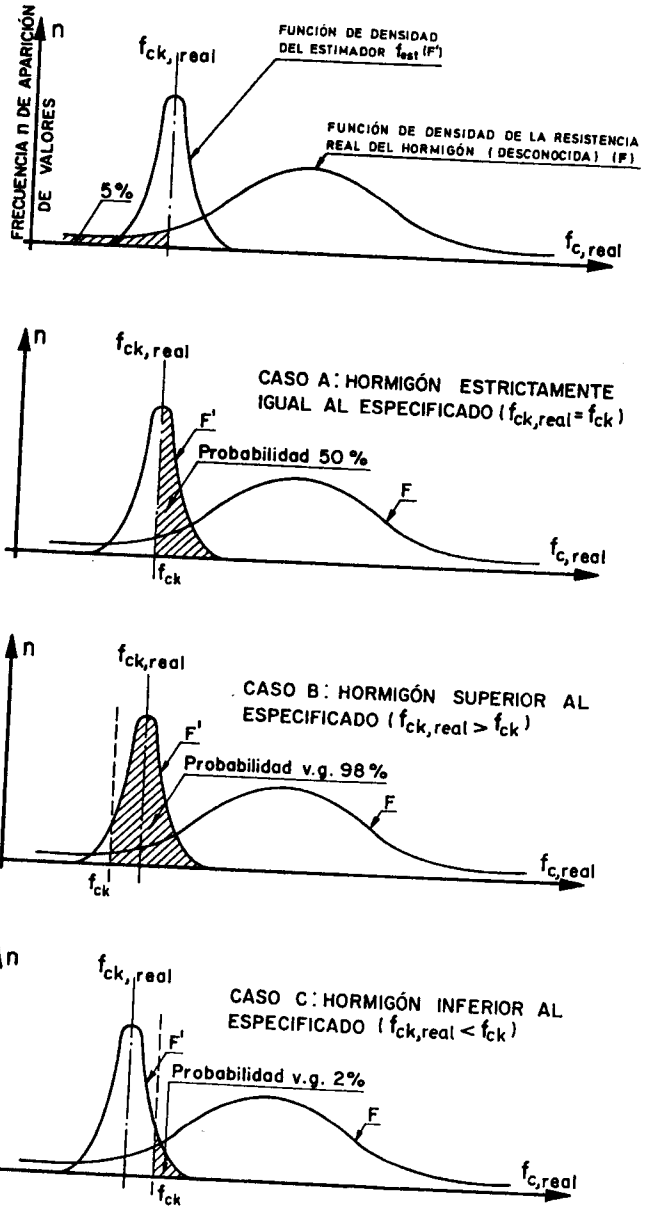


Figura 10.2 Relación entre resistencia real y resistencia estimada

Dicha relación es distinta para cada tamaño de muestra N y cada coeficiente de variación δ del hormigón.

Estas curvas, cuyo aspecto es el indicado en la figura 10.3, pueden encontrarse en la literatura especializada.[1] Su conocimiento es útil cuando están en juego grandes suministros de hormigón, ya que permiten cuantificar el riesgo del suministrador y el riesgo del utilizador, así como el establecimiento de la condiciones óptimas de elaboración del hormigón.

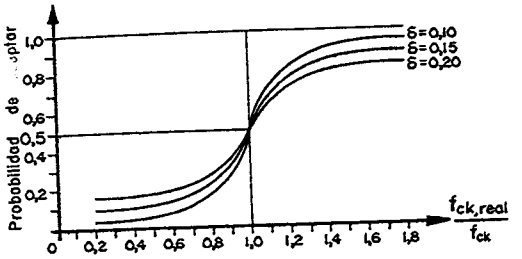


Figura 10.3 Curvas de eficacia del estimador

e) *Las normas de cada país* establecen sus propios estimadores, los cuales tendrán sus curvas de eficacia correspondientes. La comparación entre estas curvas permite conocer si los criterios de aceptación y rechazo de una determinada norma son más o menos severos que los de otra. Ahora bien, los criterios de aceptación y rechazo no siempre se fundan en la estimación de la resistencia característica, sino que pueden presentarse en otros términos, basados en la curva de eficacia elegida. En tales casos, es más propio hablar de una *función de aceptación* (que puede incluir una o más condiciones) que de un *estimador de la resistencia característica.*

Así por ejemplo, la Norma norteamericana ACI 318-95 establece que la media aritmética de tres resultados consecutivos cualesquiera debe ser igual o superior a la resistencia especificada, debiendo cumplirse también que ningún resultado individual difiera, por bajo, de la resistencia especificada en más de 3,5 N/mm^2.

10.8 Control de la ejecución

1.° NIVELES DE CONTROL

El control de la ejecución consiste en vigilar y comprobar en obra que se realizan correctamente todas las operaciones. De forma análoga al caso del material hormigón, la Instrucción española establece para la ejecución tres niveles de control, a los que corresponden distintos valores del coeficiente de mayoración de acciones que debe emplearse en fase de proyecto (véase apartado 11.6-3.° y tabla 11.5). Además, también aquí se divide la obra en lotes de inspección, de acuerdo con lo indicado en la tabla 10.3.

[1] Si las curvas se presentan en papel probabilístico normal, tomando en abscisas el porcentaje de defectuosos, resultan rectas o casi rectas.

TABLA 10.3

TAMAÑO MÁXIMO DEL LOTE PARA EL CONTROL DE LA EJECUCIÓN

Tipo de obra	*Tamaño máximo del lote*
Edificios	500 m^2 en planta, sin rebasar las dos plantas
Puentes, acueductos, túneles, etc.	500 m^2 en planta, sin rebasar los 50 m lineales
Grandes macizos	250 m^3
Chimeneas o pilas altas, torres, etc.	250 m^3, sin rebasar los 50 m lineales
Piezas prefabricadas de tipo lineal	500 m lineales
Piezas prefabricadas de tipo superficial	250 m lineales

Las operaciones que deben comprobarse durante la ejecución aparecen de forma resumida en la tabla 10.4.

a) Control a nivel intenso

Este nivel exige la existencia de dos controles formalizados: el interno, por parte del constructor, y el externo, por parte de la dirección facultativa.

El constructor debe poseer un sistema de calidad propio, auditado por tercera persona, y ponerlo en práctica durante la construcción de la obra. En cuanto al control de recepción, el proyecto debe contener un programa de control, dividiendo la obra en lotes de acuerdo con la tabla 10.3 y efectuando inspecciones continuas y sistemáticas, independientes del constructor, sobre todos los aspectos reseñados en la tabla 10.4, de manera que se efectúen el menos tres inspecciones por lote. De no estar definido en proyecto este programa, la dirección facultativa deberá subsanar esta falta antes del comienzo de la obra.

Todas las actuaciones reseñadas deberán generar la correspondiente documentación, que se archivará convenientemente, junto con una reseña acerca de las medidas correctoras que se hayan tomado. Estos documentos quedarán recogidos en el informe final de la obra, que la dirección facultativa deberá entregar al propietario de la misma.

b) Control a nivel normal

Este nivel no exige la existencia de un sistema de calidad del constructor, pero sí la de un programa de control definido en proyecto (o, en su defecto, al comienzo de la obra) en el cual se definan los lotes de control de acuerdo con la tabla 10.3. Como en el caso anterior, se efectúan inspecciones continuas y sistemáticas, independientes del constructor, sobre todos los aspectos reseñados en la tabla 10.4, de manera que se lleven a cabo al menos, en este caso, dos inspecciones por lote.

Al igual que en el nivel intenso, todas las actuaciones reseñadas en este nivel de control deberán generar la correspondiente documentación, que se archivará convenientemente, junto con una reseña acerca de las medidas correctoras que se hayan tomado. Estos documentos quedarán recogidos en el informe final de la obra, que la dirección facultativa deberá entregar al propietario de la misma.

c) Control a nivel reducido

Este nivel corresponde al caso en que se divide la obra en lotes según la tabla 10.3 y se efectúa al menos una inspección por lote, de intensidad tal que, en tres inspecciones sucesivas, se hayan recorrido todos los aspectos reseñados en la tabla 10.4.

TABLA 10.4

COMPROBACIONES QUE DEBEN EFECTUARSE DURANTE LA EJECUCIÓN

Fase de control de ejecución	*Operaciones que se controlan*
Previa al comienzo de la ejecución	Relación de agentes involucrados.– Existencia del libro de órdenes y libros de registro.– Existencia de archivos de: documentos del proyecto, hojas de suministro, certificados de materiales y resultados del control.– Revisión de los planos de proyecto y de obra, detectando indefiniciones.– Revisión de documentos contractuales.– Comprobación de que el proyecto define el nivel de control de calidad de los materiales y el de la ejecución.– Sistema de control de cambios de proyecto.– Comprobación general de equipos y, en su caso, de certificados de tarado de aparatos.– Listas de suministradores certificados.– Listas de chequeo para el control interno de la obra.
Anterior al hormigonado	Replanteo.– Excavaciones y cimentaciones: ubicación, dimensiones, formas, drenaje, preparación de superficies.– Maquinaria y herramientas adecuadas.– Condiciones de almacenamiento de los materiales.– Andamios, cimbras y apeos: cálculos necesarios, planos, tolerancias.– Encofrados: ubicación, alineación, posibles asientos, rigidez, estabilidad, estanquidad, geometría y contraflechas, preparación de superficies, limpieza general, aberturas para limpieza de fondos.– Corte, doblado y colocación de armaduras: almacenamiento, tolerancias de colocación, mandriles de doblado, sujeción, limpieza, anclajes, distancias mínimas entre barras, recubrimientos, calzos y separadores, solapos.– Colocación de elementos auxiliares embebidos en el hormigón.– Aberturas no incluidas en los planos.– Temperatura y humedad de los encofrados. – Previsión de las juntas de dilatación.– Previsiones para el curado.– Previsiones para la protección contra el sol, la lluvia y el tiempo frío o caluroso.
Durante el hormigonado	Condiciones de trabajo: tiempo atmosférico, iluminación para trabajos nocturnos, protecciones.– Consistencia del hormigón.– Contenido en aire ocluido.– Transporte del hormigón: segregación, desecación, tiempo límite.– Vertido y colocación del hormigón: método, secuencia, preparación de superficies de contacto, altura máxima en caída libre, espesor de tongadas, hormigonado bajo lluvia, en tiempo frío, en tiempo caluroso, con viento.– Compactación: uniformidad, excesos.– Juntas de trabajo, contracción o dilatación: posición, inclinación, distancia, preparación de superficies, tiempo de espera, armaduras de conexión, dimensiones, material de junta, sellado en su caso, libertad de movimiento futuro.– Hormigonado en tiempo frío, caluroso, o en épocas de lluvia.
Posterior al hormigonado	Curado: método de curado, plazos, protección de superficies.– Desencofrado, descimbramiento y reapuntalamiento.– Tolerancias y comprobación dimensional.– Acabado de superficies: combas, reparación de defectos.– Protección contra acciones mecánicas: impactos, sobrecargas, deterioro de superficies.– Posición, dimensiones y acabado de la estructura.– Deformaciones.

2.° TOLERANCIAS DE EJECUCIÓN

A continuación entresacamos, de la experiencia y de la literatura especializada, las tolerancias que pueden aplicarse en las distintas fases de ejecución.

a) Tolerancias de replanteo y cimentaciones

Para variaciones de alineación en planta, 25 mm en toda la longitud de la obra; y además, si se trata de un edificio, 15 mm en cada crujía.

Para las dimensiones en planta de zapatas de cimentación, 15 mm por defecto y 50 mm por exceso.

Como desplazamiento de su posición teórica se admite, como máximo, un 2 por 100 de la dimensión de la zapata en la dirección del desplazamiento, sin rebasar 50 mm.

b) Tolerancias de ferralla

Las de preparación de barras aparecen en la figura 10.4.

La tolerancia en colocación de barras en una sección transversal es de un 3 por 100 de la dimensión de la pieza paralela al desplazamiento de la barra, sin rebasar 25 mm. Pero si el desplazamiento no afecta al canto útil, ni a la colocación del hormigón, se admite una tolerancia doble.

En dirección longitudinal, se admite una variación de ± 50 mm.

tolerancia de l (cm) = $\pm \frac{1}{2}\sqrt[3]{l}$ (con l en cm)

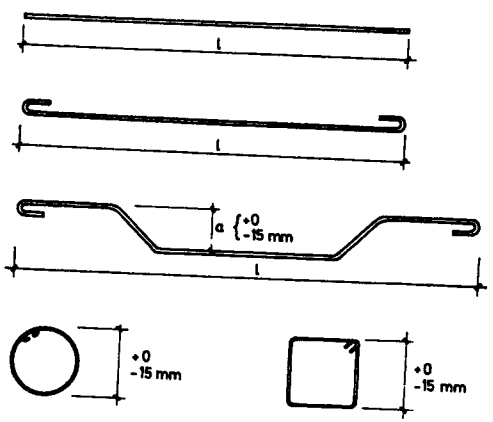


Figura 10.4 Tolerancias de ferralla

En recubrimientos y distancia entre barras vecinas, puede admitirse una tolerancia del 20 por 100 de su valor teórico.

Cuando se trata de armaduras transversales (cercos, armaduras de reparto, etc.), sus separaciones reales en centímetros no deben diferir de las teóricas, s, en más de $\frac{1}{2}\sqrt[3]{s}$, expresando s también en centímetros.

En caso necesario, las barras pueden desplazarse para evitar que interfieran con otras barras o conductos embebidos en el hormigón, siempre que no se rebasen las tolerancias indicadas o una magnitud igual al diámetro de la barra. Caso contrario, deberá consultarse con el Director de Obra.

c) Tolerancias en secciones de hormigón

Para las dimensiones de la sección transversal de soportes y vigas, así como para el espesor de placas y muros, se admite una tolerancia de 5 mm por defecto y 10 mm por exceso. Pero si la dimensión es mayor de 50 cm, se admite llegar al 1 por 100 y 2 por 100, respectivamente.

Si existen orificios o huecos pasantes en forjados, muros, etc., se admite para sus dimensiones y situación una tolerancia de ± 5 mm.

d) Desplomes en soportes

La tolerancia para el desplome puede expresarse definiendo una zona en torno al centro de gravedad de la sección transversal inferior del soporte, dentro de la cual debe caer la proyección vertical del centro de gravedad de la sección transversal superior. Esta zona de tolerancia se define normalmente como la afín al núcleo central de la sección, con razón de afinidad $\frac{1}{5}$ (ver figura 10.5).

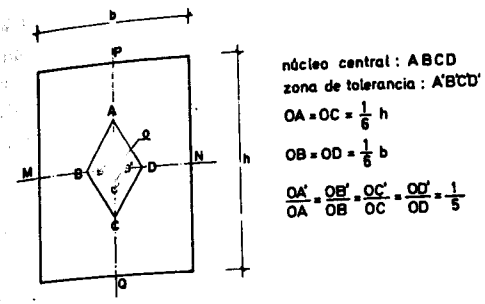


Figura 10.5 Tolerancia en desplomes de soportes

Como norma general y con independencia de lo anterior, las desviaciones máximas que se admiten en las aristas y paramentos con respecto a la vertical teórica son las siguientes:

- en soportes, muros y demás elementos verticales ordinarios, 6 mm por cada 3 m de altura, con máximo de 25 mm para toda la altura;
- en soportes de esquina y otros elementos que hayan de quedar muy destacados, 6 mm por cada 6 m de altura, con máximo de 12 mm para toda la altura.

e) Diferencia de cotas

Con respecto a las cotas teóricas señaladas en los planos, se admiten las siguientes tolerancias:

- en el intradós de placas, forjados, vigas, etc., midiendo antes de retirar los puntales, 6 mm por cada 3 m de longitud; 10 mm por cada crujía o por cada 6 m de longitud; y 20 mm como máximo en la longitud total;
- en dinteles exteriores, umbrales y otros elementos destacados, 6 mm por cada crujía o por cada 6 m de longitud, sin sobrepasar 12 mm en la longitud total.

f) Acabado de superficies

El acabado de superficies será tal que su máxima irregularidad, medida sobre regla de 2 m o escantillón curvo equivalente, en cualquier dirección, no exceda de 5 mm en superficies vistas ni de 20 mm en superficies ocultas.

10.9 Repercusiones en la seguridad de los elementos

Cuando el control de calidad detecta, en un determinado elemento, una desviación entre la obra ejecutada y la proyectada, hay que determinar la influencia que dicha desviación tiene en la seguridad del elemento.

Las desviaciones suelen presentarse en las resistencias de los materiales (hormigón y acero) o en las dimensiones de las secciones (canto útil, anchura, etc.). Más raro es el caso de errores de armado (número y diámetro de las barras, disposición de cercos, etc.).

El caso más frecuente es aquel en que el hormigón ha experimentado un descenso de resistencia frente al valor especificado. Este es el caso que desarrollamos a continuación. Para los casos restantes se operaría en forma análoga.

Sea f_{ck} la resistencia especificada y f_{est} la realmente obtenida, siendo $f_{est} < f_{ck}$. Un análisis riguroso del problema, planteado sobre bases estrictamente probabilistas, resulta hoy, en general, prácticamente inabordable por la complejidad del mismo. Pero pueden indicarse algunos criterios sencillos que permiten estimar el nivel de seguridad que se busca.

44672

1.° Se determina la solicitación actuante real (no minorada) que agotaría al elemento, en el supuesto de que dicho elemento fuese exactamente igual al proyectado. Para ello, se opera con las dimensiones y resistencias de materiales que figuran en proyecto, sin introducir ningún coeficiente de minoración, obteniéndose así la solicitación que, de actuar, provocaría su rotura.

2.° Se repite el cálculo anterior, pero cambiando f_{ck} por f_{est}. De este modo, se obtiene la solicitación actuante que agotaría al elemento construido.

3.° El cociente entre los dos valores obtenidos proporciona el porcentaje p de baja de resistencia del elemento real con respecto al proyectado. Corresponde al proyectista decidir si tal porcentaje es aceptable o no, habida cuenta de las circunstancias particulares del caso y recordando lo que indicamos en el punto 6.° del apartado 10.6. Al respecto cabe añadir que las normas de los diferentes países no ofrecen datos numéricos que permitan orientar el juicio del proyectista, si bien hay expertos que utilizan el siguiente criterio: aceptar (con penalización, por supuesto) bajas de capacidad resistente de hasta un 15% y no aceptar bajas superiores al 30%.

4.° En los casos de elementos sometidos a una solicitación simple (flexión simple o compresión), los cálculos indicados en 1.° y 2.° son inmediatos. Si existe esfuerzo cortante, se comprobará por separado. También se tendrá presente la posible repercusión en otros estados límites (anclaje, fisuración, etc.).

5.° En los casos de solicitación compuesta (momento flector combinado con esfuerzo axil) la obtención del porcentaje de baja p no es inmediata, ya que el agotamiento puede presentarse de diferentes formas, según varíen las dos solicitaciones simples. Esta situación se ilustra esquemáticamente en la figura 10.6.

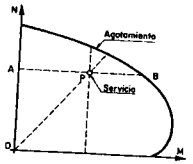


Figura 10.6 Diagrama de interacción *M-N*

El proyectista debe analizar, en su caso particular, cuál es el recorrido (o los recorridos) más probable entre la situación de servicio y la de agotamiento, deduciendo de ello el valor de p. En este análisis deben considerarse por separado las distintas acciones actuantes y sus posibles concomitancias, buscando reducir el problema a la actuación de un único momento flector o de una única fuerza excéntrica.

Así, por ejemplo, en el caso de una chimenea alta, en la que el esfuerzo axil N está producido por el peso propio y el momento flector M por el viento (acciones independientes), convendrá hacer el análisis suponiendo constante N y determinando p como cociente de los dos valores que resulten para M al aplicar los cálculos indicados en 1° y 2°. Por el contrario, en el caso de una ménsula sobre la que apoya un puente grúa, convendrá considerar constante el cociente M/N, es decir, la excentricidad de la fuerza actuante, lo que permitirá determinar p como cociente de los dos valores que resulten para tal fuerza.

6.° De no ser posible la reducción a un solo esfuerzo M o N, convendrá recordar que, en el cálculo de secciones sometidas a flexión compuesta, la hipótesis más desfavorable corresponde a una de las cuatro combinaciones siguientes (figura 10.7):

a) Máximo M con N concomitante
b) Mínimo M con N concomitante
c) Máximo N con M concomitante
d) Mínimo N con M concomitante

Esta regla resulta en la práctica suficientemente segura, si bien en casos especiales puede proporcionar una seguridad inferior a la exigida por la normativa.

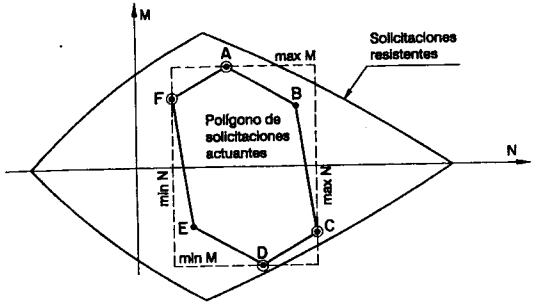


Figura 10.7 Las solicitaciones actuantes forman un polígono que debe ser interior al diagrama de interacción

7.° Algunos autores han estudiado teóricamente la alteración del coeficiente de seguridad teórico de proyecto en función de las diversas alteraciones en obra (cambios al alza o a la baja en la resistencia del hormigón o del acero, cambios en la posición de las armaduras o en las dimensiones de la sección, etc.) estableciendo curvas de relación. En las figuras 10.8 y 10.9 se muestran dos ejemplos que se refieren a secciones que trabajan, respectivamente, a flexión simple y a compresión simple.

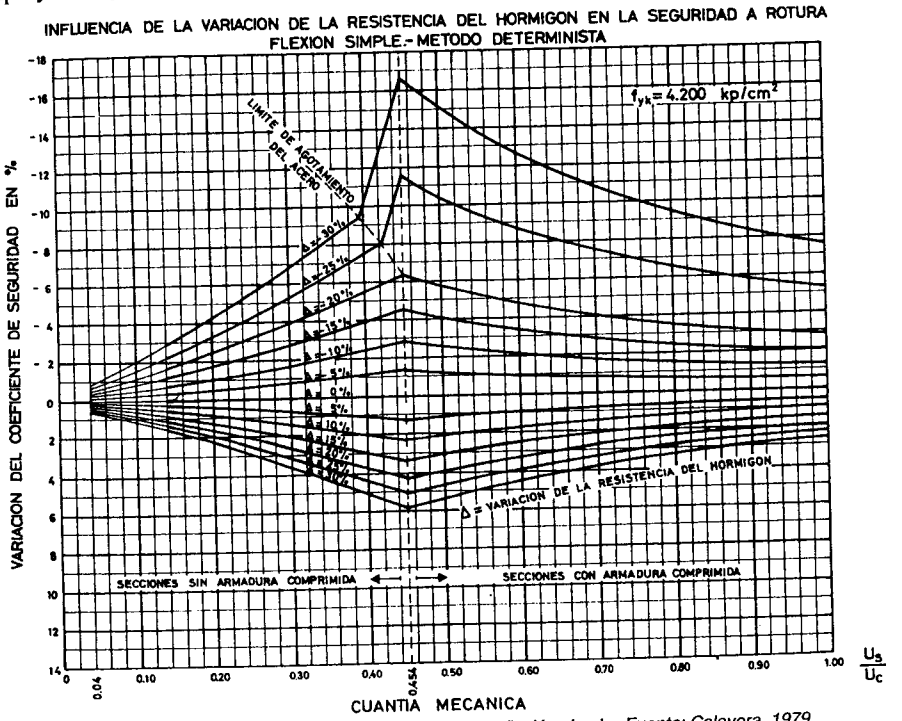


Figura 10.8 Variación del coeficiente de seguridad en flexión simple. *Fuente: Calavera, 1979*

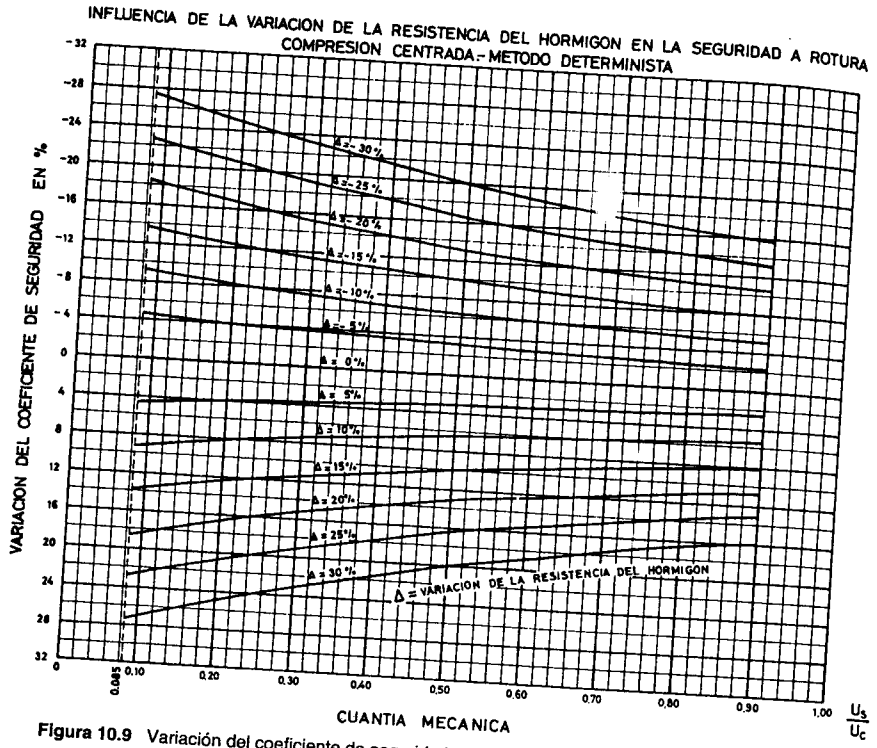


Figura 10.9 Variación del coeficiente de seguridad en compresión simple. *Fuente: Calavera, 1979*

10.10 Pruebas de las obras

1.° GENERALIDADES

Generalmente no es necesario someter a pruebas las obras de hormigón armado bien proyectadas y ejecutadas.

No obstante, hay veces en las que conviene comprobar que la obra reúne, una vez terminada, ciertas condiciones específicas que no pueden venir representadas mediante ensayos sobre probetas durante la construcción. En tales casos (por ejemplo, comprobación del grado de impermeabilidad al agua) convendrá realizar pruebas de la obra, haciéndolo constar así previamente en el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares de la misma.

Cuando se trata de comprobar la resistencia mecánica de piezas que, por cualquier causa, puedan encontrarse en entredicho, los modernos aparatos de auscultación dinámica y, en general, de ensayos no destructivos, descritos en el apartado 6.6, permiten frecuentemente resolver el problema.

2.° PRUEBAS DE CARGA

El objetivo de una prueba de carga es, generalmente, el de saber si la estructura se comporta correctamente y dentro del régimen elástico bajo la carga de servicio. En tal caso, la prueba es

no destructiva y en ella no deben sobrepasarse los valores característicos de las cargas supuestas en el cálculo como máximas de utilización, ya que de otro modo se corre el riesgo de introducir lesiones permanentes en la estructura (fisuración o deformaciones no recuperables). Este tipo de pruebas resulta conveniente cuando se desea obtener alguna información complementaria, en el caso de haberse producido cambios o problemas durante la construcción.

Un caso particular de pruebas de carga no destructivas es el constituido por las denominadas *pruebas de carga reglamentarias*, que son aquellas que vienen fijadas por una normativa (caso de los puentes de carretera o de ferrocarril), las cuales deben efectuarse obligatoriamente antes de la recepción de la obra.

Otras veces se efectúa la prueba de carga para conocer experimentalmente el marge. de seguridad de una estructura, en cuyo caso es obligado llevar hasta rotura algún elemento representativo de la misma. Naturalmente, este ensayo no tiene sentido más que cuando se repiten elementos idénticos o puede aislarse una zona de un conjunto homogéneo.

Se comprende por lo dicho que, en general, resulta arriesgado acudir a una prueba de carga en el caso en que se desea saber si una estructura antigua, de características desconocidas, es capaz de admitir una carga de utilización superior a la de uso que viene recibiendo; y ello debido al desconocimiento del grado de fragilidad de las piezas (distancia entre la aparición de signos apreciables y la rotura). No obstante, la Instrucción española admite la realización de pruebas de carga destinadas a *evaluar la capacidad resistente de una estructura*, y establece para este caso una carga total de ensayo de valor 0,85 (1,35 G + 1,5 Q), siendo G la carga permanente que actúa sobre la estructura y Q la sobrecarga de uso prevista. Se sigue así, por primera vez en España, la doctrina tradicionalmente establecida por el Código americano del ACI, pero de forma más prudente.[1]

De cualquier modo y salvo casos muy específicos, las pruebas de carga *deben ser consideradas como una comprobación adicional y no como una comprobación única*, a pesar de su aparente evidencia como argumento de validez.

En general, las pruebas de carga de obras reales en las que no se sobrepasan las cargas de servicio sólo pueden efectuarse sobre elementos que trabajen a flexión, no pudiéndose probar soportes u otros elementos comprimidos, por varias razones: magnitud excesiva de la carga necesaria, pequeñez de las deformaciones bajo carga, carácter frágil de la rotura, etc.

En cuanto a la forma de realizar las pruebas, se utilizan casi siempre cargas repartidas; y la primera precaución consiste, precisamente, en materializar la carga de forma que resulte verdaderamente distribuida, sin formación de arcos de descarga (transmisión directa a los apoyos), que falsearían la prueba. Las balsas de agua son un procedimiento idóneo, que permite además regular cómodamente los sucesivos incrementos de carga. En cambio, los sacos de cemento o similares sólo pueden emplearse si se colocan cuidadosamente y con suficiente separación entre ellos.

Las cargas se aplican por sucesivos incrementos (en general, cuatro) hasta completar la carga total, con intervalos de cinco minutos de duración por lo menos. Entre cada dos ciclos deben quedar estabilizados los aparatos de medida, así como bajo la carga total, antes de su lectura. Después, la carga total se mantiene al menos 24 horas y se procede a una nueva lectura, iniciándose la descarga.

Es importante medir las temperaturas y la humedad ambiente durante la prueba, así como tener en cuenta las condiciones de soleamiento sobre la estructura, ya que estos factores pueden afectar a los aparatos de medida (que deben estar siempre colocados a la sombra) y pueden provocar deformaciones indeseables en los elementos.

---

[1] La Norma ACI 318-95 establece para la carga total de ensayo el valor 0,85 (1,4 G + 1,7 Q).

Durante todo el proceso, y al final del mismo, debe examinarse concienzudamente el estado de la obra, observando si han aparecido fisuras, cuya anchura se medirá en cada caso.

Cuando se trata de pruebas de carga reglamentarias, el resultado de la prueba se considera satisfactorio si ha habido concordancia entre las deformaciones (flechas, giros) medidas y las previstas por el cálculo, admitiéndose desviaciones de hasta un 15% por el lado de la inseguridad y sin limitación por el lado de la seguridad. Además, se considera necesario el cumplimiento de las condiciones siguientes:

a) En el transcurso de la prueba no producen fisuras superiores al valor previsto en el proyecto y que puedan comprometer la seguridad o durabilidad de la estructura.

b) Las flechas medidas no exceden los valores establecidos en el proyecto como máximos compatibles con la correcta utilización de la estructura.

Cuando, por el contrario, *se trata de una prueba de carga destinada a evaluar la capacidad resistente de una estructura*, tanto el ACI 318-95 como la Instrucción española establecen que el resultado de la prueba debe considerarse satisfactorio si:

a) No se presentan fisuras no previstas y que comprometan la seguridad o durabilidad de la estructura.

b) La estructura se deforma de manera aceptable, según la siguiente secuencia de criterios:

- La flecha máxima bajo carga es inferior a $l^2 / (20.000\ h)$, siendo l la luz de cálculo y h el canto del elemento (en voladizos, l es el doble de su longitud).
- De no cumplirse lo anterior, debe cumplirse que la flecha residual, medida una vez retirada la carga y transcurridas 24 horas, no supere la cuarta parte de la flecha máxima bajo carga.
- De no cumplirse lo anterior, debe cumplirse que la flecha residual, tras un segundo ciclo de carga-descarga efectuado 48 horas (o más) después del primero (y midiendo tal flecha a las 24 horas de retirada la carga), no supere la quinta parte de la flecha máxima bajo carga.

Digamos finalmente que es de la máxima importancia que la realización de pruebas de carga, así como la interpretación de resultados, se confíe siempre a personal especializado en este tipo de trabajos.



Prueba de carga sobre un forjado de edificación utilizando balsas de agua *(cortesía del Instituto Eduardo Torroja)*. Véase también la ilustración de página 602

11. Bases de cálculo, seguridad y durabilidad

11.1 Introducción

1.° CÁLCULO DE ESTRUCTURAS EN GENERAL

En sentido estricto, el cálculo de una estructura consiste esencialmente en comprobar que se satisfacen las condiciones de equilibrio de esfuerzos y de compatibilidad de deformaciones. Pero en su sentido más amplio, el cálculo de una estructura incluye también la fase previa de establecimiento del tipo estructural. Este proceso se compone normalmente, cualquiera que sea el material constituyente de la estructura, de las siguientes etapas (figura 11.1):

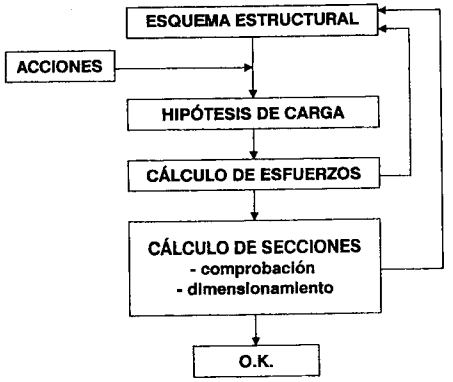


Figura 11.1 Proceso de cálculo de una estructura

a) *Establecimiento del esquema estructural*, que suele ser una simplificación de la estructura real a efectos de cálculo, fijando su disposición general, forma de trabajo, dimensiones, condiciones de apoyo, etc.

b) *Consideración de todas las acciones que pueden actuar sobre la estructura*, no sólo las acciones físicas (que son las que intervienen en los cálculos) sino también las acciones

químicas, que afectan a la durabilidad de la estructura. Es también necesario en esta etapa considerar las características del terreno de cimentación (tensiones admisibles, posibles asientos, posible agresividad, etc.).

c) *Determinación de las hipótesis de carga,* que son las diferentes combinaciones de las acciones (no incompatibles entre sí) que debe soportar la estructura, y que deben elegirse de forma que se produzcan en ella los efectos más desfavorables.

d) *Cálculo de esfuerzos,* imaginando la estructura cortada en una serie de secciones características (centros de luces, apoyos, etc.) y obteniendo para cada hipótesis de carga, al considerar el equilibrio de fuerzas y la compatibilidad de deformaciones, las *solicitaciones* que actúan en estas secciones. Dichas solicitaciones (o conjuntos de esfuerzos) no son sino las resultantes de todas las tensiones ejercidas, en la sección, por una parte de la pieza cortada sobre la otra parte.

Una vez calculados los esfuerzos puede ocurrir que su magnitud no resulte proporcionada, por exceso o por defecto, a las dimensiones originalmente otorgadas a las secciones de la estructura, en cuyo caso deberán corregirse y habrá que repetir el proceso.

e) *Cálculo de secciones* que, según los casos, consiste en una u otra de las operaciones siguientes:

- *comprobación* de que una sección previamente conocida es capaz de resistir las solicitaciones más desfavorables que pueden actuar sobre ella;
- *dimensionamiento* de una sección aún no definida completamente, para que pueda soportar tales solicitaciones.

Si en el dimensionamiento se alteran de forma importante las dimensiones de las secciones, puede resultar necesario un nuevo cálculo de la estructura. En el hormigón armado esto no es así, ya que el dimensionamiento se reduce, por lo general, a la determinación de las armaduras necesarias en cada sección, sin modificar las dimensiones de las mismas.

2.° CÁLCULO DE ESFUERZOS

Según doctrina moderna (Código Modelo CEB-FIP 1990 e Instrucción española 1999) el cálculo de esfuerzos puede efectuarse según cuatro procedimientos diferentes:

a) *Análisis lineal*, suponiendo un comportamiento perfectamente elástico y hookeano de la estructura, con proporcionalidad entre acciones, solicitaciones y deformaciones.

b) *Análisis no lineal*, considerando el comportamiento no lineal de los materiales, a partir de ciertos valores de las tensiones.

c) *Análisis lineal con redistribución limitada*, determinando los esfuerzos como en el caso *a)* y efectuando después una redistribución de los mismos que satisfaga las condiciones de equilibrio.

d) *Análisis plástico*, basado en un comportamiento plástico, total o parcial, de los materiales.

El primer procedimiento es el más utilizado, especialmente en estructuras ordinarias de edificación. Con él, la resolución de la etapa del cálculo de esfuerzos es prácticamente independiente del material de que está compuesta la estructura, ya que éste se introduce exclusivamente a través de su módulo de elasticidad. Esta etapa se resuelve aplicando los métodos de la Resistencia de Materiales, en el caso de que la estructura esté formada por piezas lineales (barras), y los de la Elasticidad plana o tridimensional en el caso de que no sea así. El

cálculo elástico de esfuerzos no ha experimentado modernamente modificaciones de concepto, aunque sí de tratamiento, gracias al empleo de ordenadores.

A diferencia del cálculo lineal de esfuerzos, el *cálculo de secciones* está influido por el material que constituye la estructura. Esta etapa del cálculo sí ha experimentado modificaciones importantes en las últimas décadas, en el caso de estructuras de hormigón armado, como se verá a continuación.

3.° CÁLCULO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO

Los métodos de cálculo de estructuras de hormigón armado pueden clasificarse según dos criterios diferentes, resultando dos grupos según cada criterio (figura 11.2). En efecto, desde un cierto punto de vista cabe distinguir:

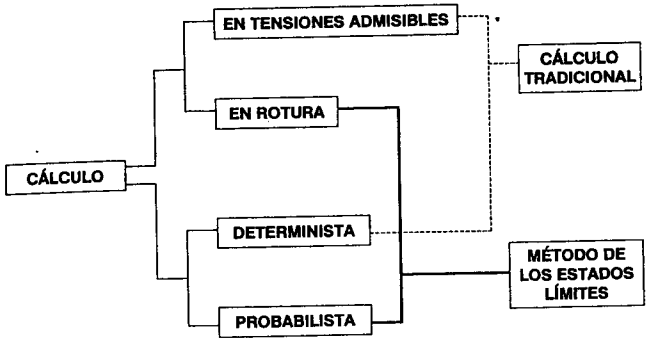


Figura 11.2 Métodos de cálculo de estructuras de hormigón armado

a) *Los métodos clásicos o de tensiones admisibles,* en los cuales se determinan las solicitaciones correspondientes a las cargas máximas de servicio; se calculan luego las tensiones correspondientes a estas solicitaciones (tensiones de trabajo); y se comparan sus valores con una fracción de la resistencia de los materiales (tensión admisible).

b) *Los métodos de cálculo en rotura,* en los cuales se determinan las solicitaciones correspondientes a las cargas mayoradas y se comparan sus valores con las solicitaciones últimas, que son las que agotarían la pieza si los materiales tuviesen, en vez de las resistencias reales, las resistencias punto de vista minoradas.

Desde otro pueden, también, distinguirse:

a') *Los métodos deterministas,* en los cuales se consideran fijos y no aleatorios los distintos valores numéricos que sirven de partida para el cálculo (resistencias de los materiales, valores de las cargas, etc.).

b') *Los métodos probabilistas,* en los cuales se consideran como aleatorias las diversas magnitudes que sirven de partida para el cálculo, por lo que se admite que los valores con que se opera tienen una determinada probabilidad de ser o no alcanzados en la realidad.

Hasta hace unas décadas, el cálculo del hormigón armado se efectuaba con métodos clásicos y deterministas, a los que se dedica el capítulo 12 del presente libro. Posteriormente se ha desarrollado *el método de los estados límites,* que se deriva de una combinación de los métodos de rotura y probabilistas. A este método de los estados límites se dedican los capítulos 13 a 20, así como los apartados 11.3 a 11.8 del presente capítulo.

11.2 Limitaciones del método de tensiones admisibles

Como la Elasticidad había alcanzado gran desarrollo cuando apareció el hormigón armado, no es extraño que se establecieran para este material unos criterios elásticos (las deformaciones desaparecen al cesar las tensiones que las provocan) y, más todavía, hookeanos (relación lineal entre tensiones y deformaciones).

A la luz de los modernos conocimientos sobre hormigón armado, el método clásico o de tensiones admisibles presenta las siguientes limitaciones:

a) El coeficiente de equivalencia n que sirve de base al método y que se define como cociente entre el módulo de elasticidad del acero y el módulo de deformación del hormigón, es un valor difícil de precisar por depender de muchos factores, como la calidad del hormigón, la forma de la sección, el tipo de solicitación, la duración de las cargas, las condiciones ambientales en que se encuentra la pieza, etc.

b) Debido al complejo comportamiento reológico del hormigón (efectos de retracción y fluencia) no siempre es posible evaluar el reparto de tensiones entre los dos materiales, acero y hormigón, mediante el concepto de coeficiente de equivalencia. En la realidad, se produce una redistribución de tensiones, con sobrecarga del acero y descarga del hormigón.

c) En las secciones dimensionadas por el método clásico, las tensiones a las que trabajan las armaduras comprimidas son, en general, muy bajas, con el consiguiente perjuicio económico. Este inconveniente se agrava con el empleo de aceros de alto límite elástico.

d) En el método clásico no se tiene en cuenta la reducción local de rigidez que ocasiona la fisuración del hormigón, con la consiguiente redistribución de tensiones que el fenómeno origina.

e) El diagrama tensión-deformación del hormigón dista mucho de ser rectilíneo, variando además con la forma de aplicar las cargas y con su duración. Por ello, las hipótesis elásticas son válidas tan sólo hasta una cierta fase del proceso de carga (apartado 11.9). Como consecuencia, el cociente entre la tensión de rotura del material y su tensión de trabajo no refleja el margen de seguridad real de la estructura.

f) Hay casos en que las solicitaciones no son proporcionales a las cargas (por ejemplo el pandeo, en el cual un aumento de la carga provoca un aumento de la solicitación mayor del que proporcionalmente correspondería); en otros casos, un pequeño aumento de la acción puede originar un gran aumento de la solicitación (como en las ménsulas compensadas). En ambos tipos de casos, un método determinista de cálculo en tensiones admisibles no permite introducir el adecuado margen de seguridad.

De las consideraciones anteriores se obtienen dos consecuencias principales:

a') El cálculo con el método clásico conduce, frecuentemente, a un desaprovechamiento de los materiales, al no tener en cuenta su capacidad de adaptación plástica para resistir mayores solicitaciones.

b') El método clásico proporciona el valor de las tensiones que aparecen en la estructura bajo las cargas de servicio, en el supuesto de que, en dicha situación, la estructura permanece en régimen elástico, como suele ser en general. Pero no proporciona información acerca de la capacidad que posee la estructura para recibir más carga, por lo que no es posible averiguar con él el verdadero margen de seguridad de la estructura.

11.3 Método de los estados límites

1.° DEFINICIÓN DE ESTADO LÍMITE

Toda estructura debe reunir las condiciones adecuadas de *seguridad, funcionalidad* y *durabilidad*, con objeto de que pueda rendir el servicio para el que ha sido proyectada.

Se denominan *estados límites* aquellas situaciones tales que, al ser rebasadas, colocan a la estructura fuera de servicio. Los estados límites pueden clasificarse en:

a) *Estados límites últimos,* que son los que corresponden a la máxima capacidad resistente de la estructura; y

b) *Estados límites de utilización* (también llamados *estados límites de servicio*) que corresponden a la máxima capacidad de servicio de la estructura.

Los estados límites últimos se relacionan con la seguridad de la estructura y son independientes de la función que ésta cumpla. Los más importantes no dependen del material que constituye la estructura y son los de:

- *Equilibrio,* caracterizado por la pérdida de estabilidad estática (vuelco, deslizamiento, subpresión, etc.). Se estudia a nivel de estructura o elemento estructural completo.
- *Agotamiento,* caracterizado por el agotamiento resistente de una o varias secciones críticas, sea por rotura o por deformación plástica excesiva. Se estudia a nivel de sección de elemento estructural.
- *Pandeo,* sea de una parte o del conjunto de la estructura. Se estudia a nivel de elemento estructural o de toda la estructura.
- *Fatiga,* caracterizado por la rotura de uno o varios materiales de la estructura, por efecto de la fatiga bajo la acción de cargas repetidas. Se estudia a nivel de sección.

Además, en estructuras de hormigón armado, deben considerarse los estados límites últimos de:

- *Adherencia,* caracterizado por la rotura de la adherencia entre las armaduras de acero y el hormigón que las rodea. Se estudia a nivel de sección.
- *Anclaje,* caracterizado por el cedimiento de un anclaje. Se estudia de forma local en las zonas de anclaje.

Los estados límites de utilización se relacionan con la funcionalidad, estética y durabilidad de la estructura y dependen de la función que ésta deba cumplir. En estructuras de hormigón armado los más importantes son los de:

- *Deformación excesiva,* caracterizado por alcanzarse un determinado movimiento (flechas, giros) en un elemento de la estructura. Se estudia a nivel de estructura o elemento estructural.
- *Fisuración excesiva,* caracterizado por el hecho de que la abertura máxima de las fisuras en una pieza alcance un determinado valor límite, función de las condiciones ambientales en que dicha pieza se encuentre y de las limitaciones de uso que correspondan a la estructura en cuestión. Se estudia a nivel de sección.
- *Vibraciones excesivas,* caracterizado por la producción en la estructura de vibraciones de una determinada amplitud o frecuencia. Se estudia a nivel de estructura o elemento estructural.

2.° MAGNITUDES ALEATORIAS. VALORES CARACTERÍSTICOS Y DE CÁLCULO

Las magnitudes que se utilizan en los cálculos aparecen rodeadas todas ellas de márgenes de imprecisión. Tanto las resistencias de los materiales como los valores de las cargas y otros factores, son magnitudes aleatorias cuya cuantificación, cualquiera que sea, aparece siempre asociada a una determinada probabilidad de ser o no superado el valor correspondiente.

En las dos primeras columnas de la tabla 11.1 se relacionan los factores aleatorios más importantes y sus causas de incertidumbre. Cada una de las variables allí enunciadas puede tratarse como una variable estocástica, es decir, como una función de probabilidad.

TABLA 11.1
FACTORES ALEATORIOS

Factores aleatorios	*Principales causas de incertidumbre*	*Magnitud en que son tenidos en cuenta (Nivel 1)*
Resistencia de los materiales	– Variabilidad de los materiales – Defectos de ensayo – Correlación entre probeta y realidad	Resistencia de cálculo de los materiales
Valor de las cargas y otras acciones	– Variabilidad de las acciones no permanentes – Variabilidad de pesos propios	Valor de cálculo de las acciones
Proceso de cálculo	– Precisión de las hipótesis de cálculo – Errores numéricos – Grado de rigor	Valor de cálculo de las acciones
Características geométricas y mecánicas de la estructura real	Defectos de ejecución (dimensiones de las secciones, posición de las armaduras, excentricidades adicionales, etc.)	– Resistencia de cálculo de los materiales – Valores de cálculo de las acciones
Otros	Precisión de las medidas, errores en planos, errores de interpretación, etc.	Valores de cálculo de las acciones

NOTA: El método de los estados límites no cubre los errores graves de proyecto, construcción o utilización.

La finalidad del cálculo es comprobar que la probabilidad de que la estructura quede fuera de servicio (es decir, alcance un estado límite), dentro del plazo previsto para su vida útil, se mantiene por debajo de un valor determinado que se fija a priori.

Un análisis probabilista completo requeriría el conocimiento de la función de distribución de cada una de las variables involucradas. Actualmente se realizan investigaciones en este campo, encaminadas a establecer un proceso avanzado de cálculo en el que las acciones y resistencias se representan por sus funciones de distribución, conocidas o supuestas. Este enfoque constituye lo que suele denominarse *Nivel 2 de diseño en estados límites,* cuyo grado de complicación es todavía grande.

En la práctica, la mayor parte de los Reglamentos están basados en el *Nivel 1 de diseño,* que constituye una simplificación del anterior. En esencia, las simplificaciones consisten en:

- atribuir los efectos de las diversas causas de error mencionadas en la tabla 11.1 a sólo dos de los factores: las resistencias de los materiales y los valores de las acciones;
- introducir en el cálculo, en vez de las funciones de distribución de acciones y resistencias, unos valores numéricos únicos (asociados a un determinado nivel de probabilidad) que se denominan *valores característicos;*

- ponderar los valores característicos mediante unos *coeficientes parciales de seguridad* γ, uno que afecta a las resistencias (γ_m) y otro a las acciones o solicitaciones (γ_f), para tener en cuenta los restantes factores aleatorios y reducir la probabilidad de fallo a límites aceptables.

Esta forma simplificada de enfocar el problema justifica el nombre de *método semiprobabilista* que se aplica al nivel 1 de diseño en estados límites, el cual conduce a resultados suficientemente concordantes con los del nivel 2 si se eligen adecuadamente los valores característicos y los coeficientes de seguridad γ. A continuación se detallan las distintas fases que comprende este método de nivel 1 de diseño (véase tabla 11.1 y apartados 11.5 y 11.6).

a) Para tener en cuenta la variabilidad aleatoria de las resistencias de los materiales se opera con la *resistencia característica,* f_k, definida como aquélla que tiene una probabilidad del 5 por 100 de que se presenten valores inferiores a ella.

b) Análogamente, se define el *valor característico de las acciones,* F_k, como aquél que tiene una probabilidad del 5 por 100 de ser rebasado durante la vida útil de la estructura.

c) Para tener en cuenta los factores aleatorios restantes y reducir la probabilidad de fallo, se opera con la *resistencia de cálculo de los materiales,* f_d, que se obtiene dividiendo la resistencia característica por el coeficiente de seguridad del material, γ_m (es decir, $f_d = f_k/\gamma_m$), y se opera también con el *valor de cálculo de las acciones,* F_d, que es el producto de la acción característica por el coeficiente de seguridad de la solicitación, γ_f (es decir, $F_d = \gamma_f \cdot F_k$).

d) A partir de las *acciones de cálculo* se determinan las *solicitaciones de cálculo* (solicitaciones actuantes), y a partir de las *resistencias de cálculo* se determinan las *solicitaciones últimas* (solicitaciones resistentes, también denominadas *solicitaciones límites*), que son las máximas que puede soportar la estructura sin sobrepasar el estado límite considerado y en el supuesto de que los materiales tuviesen, como resistencias reales, las de cálculo.

e) La finalidad del cálculo es comprobar que, para cada estado límite posible, las solicitaciones de cálculo son inferiores o iguales a las solicitaciones últimas.

3.° DETERMINACIÓN DE LA SEGURIDAD

De lo expuesto anteriormente se deduce que la forma de introducir la seguridad en el método semiprobabilista de los estados límites (nivel 1) es doble y viene representada por dos tipos de coeficientes: los de minoración γ_m de las resistencias de los materiales (γ_s para el acero y γ_c para el hormigón) y los de mayoración de las acciones, γ_f.

De forma simplista puede admitirse que el coeficiente de seguridad global viene medido por el producto de los dos mencionados:

- para fallos debidos al acero (vigas en flexión simple): $\gamma \approx \gamma_s \cdot \gamma_f$
- para fallos debidos al hormigón (soportes en compresión simple): $\gamma \approx \gamma_c \cdot \gamma_f$

A diferencia del coeficiente de seguridad del método clásico, el coeficiente de seguridad global γ da una medida de la distancia que existe entre el estado de servicio y el estado límite correspondiente (rotura, deformación excesiva, fisuración excesiva, etc.).

Si se varían los coeficientes γ_m y γ_f, se varía la probabilidad de que la estructura quede fuera de servicio. Así, por ejemplo, un aumento de γ_f implicará un dimensionamiento más holgado (mayores secciones de hormigón y de acero) y, por consiguiente, mayor coste; pero a la vez y correlativamente, menor probabilidad de fallo. Por el contrario, una disminución de γ_f conduce a estructuras más afinadas, más económicas, pero con mayor probabilidad de fallo.

¿Cómo se determinan teóricamente los valores de γ_m y γ_f? Los investigadores estiman que esos valores deben derivarse de consideraciones probabilistas efectuadas a nivel 2, pero un dato previo necesario es el valor admisible de la probabilidad de fallo. Para dicha elección los expertos han aplicado tres criterios diferentes:

- *criterio de continuidad*, recalculando estructuras existentes con arreglo a los nuevos métodos;
- *criterio de analogía*, estudiando los riesgos (probabilidades de fallo) que corre la vida humana en diversas circunstancias, tales como accidentes de ferrocarril;
- *criterios de optimación económica*, como el de *utilidad generalizada máxima* de Kjellmann, o el del *coste generalizado mínimo* de Páez y Torroja. Este último método, publicado en 1952, abrió nuevas rutas en el terreno de la seguridad aunque, según algunos autores, conduce a probabilidades de fallo demasiado altas.

El método del coste generalizado mínimo consiste en fijar γ_f de modo que tenga un valor mínimo la suma del coste de la obra, más el producto de la probabilidad de fallo por los daños que de ello se seguirían. El primer sumando, que es, a su vez, suma del coste inicial C_i más el de conservación C_c, crece al aumentar γ_f (fig. 11.3). El segundo sumando, $P \cdot D$, viene medido por el importe de las primas de seguros que habría que pagar para cubrir el riesgo de fallo y disminuye al aumentar γ_f. La función $C = C_i + C_c + P \cdot D$ pasa por un mínimo que corresponde al valor óptimo de γ_f.

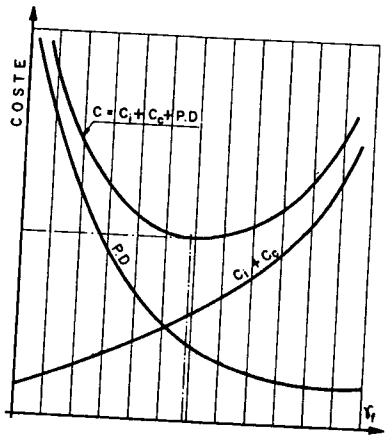


Figura 11.3 Coste generalizado mínimo

En la función C habría que tener en cuenta también, de algún modo, consideraciones de tipo moral (como el respeto a la vida humana) y psicológico (como, por ejemplo, las posibles reacciones de la opinión pública ante un accidente determinado).

Lo que más influye en el valor resultante para γ_f es la cuantía de los daños (curva decreciente de la figura). Si son muy grandes, como en el caso de estadios, salas de espectáculos, etc., la curva se desplaza hacia arriba, con lo que el punto de coste mínimo se desplaza a la derecha, aumentando el valor de γ_f. Y sucede al contrario si los daños son muy pequeños (caso de silos, acequias, etc.).

En el estado actual de conocimientos y como resumen de todos los estudios, se aceptan hoy internacionalmente los valores teóricos de referencia establecidos por el *Joint Committee of Structural Safety* (Comité Conjunto de Seguridad Estructural), los cuales figuran en la tabla 11.2.

TABLA 11.2

VALORES DE REFERENCIA DE LA PROBABILIDAD DE FALLO

Número medio de personas en peligro	*Consecuencias económicas en caso de fallo*		
	Sin gravedad	*Graves*	*Muy graves*
Pequeño (< 0,1)	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
Medio	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
Grande (>10)	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}

De la tabla 11.2 se deduce que la probabilidad de que se alcance un estado límite último, en el caso de estructuras ordinarias de edificación, es del orden de 10^{-6}. En cuanto a los estados límites de utilización, suelen aceptarse para ellos probabilidades del orden de 10^{-4}. Todos estos valores son puramente teóricos y no deben interpretarse como probabilidades de fallo de cada una de las estructuras realmente existentes.

Una vez fijada la probabilidad de fallo y a través de procesos matemáticos complejos, es posible llegar a la determinación de los coeficientes γ. En la práctica, los valores de γ_m y γ_f vienen fijados por las correspondientes normativas de cada país (apartados 11.5 y 11.6).

11.4 Terminología: acciones, situaciones y combinaciones

El avance de conocimientos experimentado últimamente en el campo del hormigón estructural ha conducido a establecer unas bases de cálculo muy diferentes a las utilizadas en teoría clásica. Antes de exponerlas y en aras de la claridad, conviene precisar la terminología que utilizaremos en los apartados siguientes, que es concordante con la utilizada por el Código Modelo CEB-FIP 90, el Eurocódigo 2 y la Instrucción española.

Cualquier causa capaz de producir estados tensionales en una estructura, o de modificar los existentes, se denomina *acción*. El término *acción* tiene, pues, el significado más amplio posible y abarca tanto las cargas permanentes como las sobrecargas, los efectos reológicos y térmicos, los asientos de apoyo, etc. Su clasificación se efectúa en el apartado 11.6-1.° y los distintos valores que deben ser considerados en el cálculo para las acciones (denominados *valores representativos*) se definen en el apartado 11.6-2.°.

Por otra parte, toda estructura, a lo largo de su vida útil, puede encontrarse en tres tipos de *situaciones* diferentes, a saber:

- *Situaciones persistentes*, que corresponden a las condiciones de uso normal de la estructura.
- *Situaciones transitorias*, que son las que se producen durante la construcción o reparación (sin uso) de la estructura.
- *Situaciones accidentales*, que corresponden al caso en que la estructura se encuentra sometida a condiciones excepcionales.

La distinción entre estas situaciones es relevante a la hora de calcular la estructura, ya que, como se verá más adelante, los coeficientes de seguridad y las hipótesis de carga varían según se trate de una u otra situación. En particular, las situaciones transitorias son relevantes en edificación para el cálculo de las flechas activas (ver apartado 21.5) ya que éstas dependen del historial de cargas durante la ejecución (piénsese, por ejemplo, en la tabiquería, que es una carga permanente que actúa en una fase intermedia del proceso de ejecución).

Por otro lado, en los cálculos deben analizarse diferentes *combinaciones* de las acciones, hasta encontrar la hipótesis más desfavorable. En cada combinación, como se verá en el

apartado 11.7, se otorga a una determinada acción la categoría de acción principal, la cual es denominada *acción determinante* en dicha combinación; y las restantes acciones que se consideran con ella en la misma combinación (cuya actuación simultánea debe ser compatible, obviamente) son denominadas *acciones de acompañamiento*.

Debe advertirse también que cada acción puede adoptar, según la combinación de que se trate, un *valor representativo* diferente, que será uno u otro de los siguientes:

- *valor característico*, también denominado *valor poco frecuente*, *valor raro* y *valor poco probable;*
- *valor de combinación;*
- *valor frecuente* y
- *valor cuasipermanente.*

Como se ha dicho, estos valores se definen en el apartado 11.6-2.° y sus denominaciones (salvo la 2) se utilizan también para calificar a las combinaciones. En efecto, la Instrucción española emplea las expresiones *combinación característica* (o bien, *poco frecuente*, *rara* o *poco probable*), *combinación frecuente* y *combinación cuasipermanente* para referirse a aquella combinación cuya acción determinante adopta, respectivamente, el valor *característico* (o bien, *poco frecuente*, *raro* o *poco probable*), *frecuente* o *cuasipermanente*.

11.5 Valores de las resistencias de los materiales

1.° RESISTENCIA CARACTERÍSTICA DEL HORMIGÓN

Este tema se ha tratado en el apartado 5.5-1.° con cierta amplitud.

Se define como *resistencia característica* del hormigón f_{ck} aquélla que presenta un nivel de confianza del 95 por 100; es decir, que existe una probabilidad de 0,95 de que se presenten valores individuales de resistencia (medida por rotura de probetas) más altos que f_{ck}.

Se define como *resistencia característica de proyecto* (o *resistencia especificada*) el valor de f_{ck} que el proyectista adopta como base de sus cálculos y especifica en los documentos del proyecto (planos y pliego de condiciones técnicas). En general se emplean para f_{ck} valores tipificados (véase punto e del apartado 5.5-1.°).

Supuesta una distribución normal (gaussiana) de la población constituida por las resistencias de infinitas probetas sacadas de un mismo hormigón, la resistencia característica f_{ck} viene ligada a la resistencia media f_{cm} por la relación (fig. 11.4):

$$f_{ck} = f_{cm} \cdot (1 - 1{,}64\ \delta)$$

siendo δ el coeficiente de variación de la población (desviación típica dividida por la media aritmética).

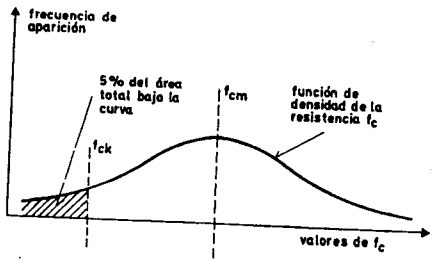


Figura 11.4 Resistencia característica f_{ck} de un hormigón de resistencias f_c

La comprobación de que el hormigón realizado en obra tiene una resistencia característica no menor de la especificada en proyecto, se efectúa mediante la rotura de unas cuantas probetas, aplicando un estimador a sus resultados (véanse apartados 10.6 y 10.7).

2.° RESISTENCIA CARACTERÍSTICA DEL ACERO

El mismo criterio que para el hormigón se utiliza para el acero, entendiendo como resistencia del mismo, no su tensión de rotura, sino la tensión correspondiente a su límite elástico, f_y. La resistencia característica del acero se designa por f_{yk}.

Al ser el acero un material manufacturado, los fabricantes garantizan su límite elástico, debiendo efectuarse en obra los ensayos de comprobación correspondientes (apartado 10.4).

3.° RESISTENCIA DE CÁLCULO DE LOS MATERIALES

Se define como *resistencia de cálculo* del hormigón, f_{cd}, el cociente entre su resistencia característica f_{ck} y el coeficiente de minoración γ_c:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Análogamente, se define como *resistencia de cálculo* del acero, f_{yd}, el cociente entre su límite elástico característico f_{yk} y el coeficiente de minoración γ_s:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

Los coeficientes γ_c y γ_s tratan de cubrir la posibilidad de reducciones de resistencia de los materiales y los restantes factores indicados en la tabla 11.1. Sus valores vienen especificados en las Normas de cada país. En la tabla 11.3 se ofrecen los valores preconizados por la Instrucción española, coincidentes salvo excepción con los del Código Modelo CEB-FIP, para el cálculo en estados límites últimos.

Cuando se trata de conocer el comportamiento de la estructura en servicio (cálculo en estados límites de utilización) debe trabajarse con el valor característico, por lo que $\gamma_c = \gamma_s = 1$ para tales casos.

TABLA 11.3

COEFICIENTES PARCIALES DE SEGURIDAD PARA LOS MATERIALES EN EL CÁLCULO DE ESTADOS LÍMITES ÚLTIMOS

Situaciones de proyecto [1]	*Hormigón* γ_c	*Acero* γ_s
Persistentes o transitorias	1,5	1,15
Accidentales o sísmicas	1,3 [2]	1,0

[1] Ver apartado 11.6-3.°

[2] En el Código Modelo CEB-FIP este valor es 1,2

11.6 Valores de las acciones

1.° VALORES CARACTERÍSTICOS DE LAS ACCIONES

Como ya dijimos, cualquier causa capaz de producir estados tensionales en una estructura, o de modificar los existentes, se denomina *acción*. A continuación clasificaremos las acciones según diferentes criterios, recordando antes que se trata aquí únicamente de acciones físicas (mecánicas, como las cargas y pesos propios, y no químicas, como la temperatura y la retracción), que son las que intervienen en los cálculos. Además de estas *acciones físicas* el proyectista debe considerar las *acciones químicas*, que afectan a la durabilidad (apartado 11.11) y que, tradicionalmente, no son tenidas en cuenta en los cálculos.[1]

Según su naturaleza, las acciones se clasifican en *directas* e *indirectas*. Las *acciones directas* son fuerzas concentradas o distribuidas que producen tensiones de forma directa. Las acciones indirectas no son fuerzas, sino *deformaciones impuestas*, capaces de engendrar tensiones si la pieza no puede tomar libremente dichas deformaciones (caso de los efectos térmicos o reológicos, asientos de apoyo, etc.).

Según que causen o no una aceleración significativa en la pieza o estructura, las acciones pueden ser *dinámicas* o *estáticas*. En general, las acciones se consideran estáticas y su posible efecto dinámico se tiene en cuenta aumentando su magnitud mediante la aplicación de coeficientes apropiados.

Según su variación en el tiempo, las acciones pueden ser *permanentes, variables* o *accidentales*. Esta es la clasificación más importante, por sus efectos en el cálculo. Las *acciones permanentes, G*, son aquéllas que actúan en todo momento y son constantes en magnitud y posición, como el peso propio de la estructura, la carga muerta y el empuje de tierras; existen también *acciones permanentes de valor no constante, G**, que son aquéllas que actúan en todo momento pero con valor variable, tales como la retracción. Las *acciones variables, Q*, varían frecuentemente respecto a su valor medio: cargas de tráfico o de uso, viento, nieve, temperatura, etc. Por último, las *acciones accidentales, A*, son aquéllas que, siendo de gran importancia, tienen muy baja probabilidad de ocurrencia durante la vida útil de la estructura: impactos, explosiones, avalanchas, tornados, etc. Los efectos sísmicos pueden considerarse de este tipo, si bien reciben un tratamiento diferenciado en las hipótesis de carga (apartado 11.7).

Finalmente, según su variación en el espacio, las acciones se clasifican en *fijas* (que se aplican siempre en la misma posición, como el peso propio) y *libres* (cuya posición puede variar, como las cargas de uso). En general, las acciones fijas son permanentes y las libres son variables, pero no siempre es así: un contenedor de un líquido colgado de una viga es un ejemplo de carga fija y variable, en tanto que la tabiquería de un edificio es un ejemplo de carga libre y permanente.

Pues bien, se define como *valor característico* F_k de una acción, cualquiera que sea su tipo, aquél que presenta una probabilidad de 0,05 de ser sobrepasado durante la vida de servicio prevista para la estructura. Este valor, también denominado *valor característico superior*, es el que se utiliza para las acciones variables y las permanentes desfavorables. En pura doctrina, cuando se trate de acciones permanentes cuya actuación resulte favorable (por ejemplo, el peso propio de un muro de contención de tierras, que es favorable cuando se estudia su estabilidad), debería utilizarse, para quedar del lado de la seguridad, el *valor característico inferior*, definido como aquél que presenta una probabilidad de 0,05 de no ser alcanzado (o ser sobrepasado por debajo) durante la vida de servicio prevista para la estructura. Pero el valor característico (y, menos aún, la distinción entre valores característicos superior e inferior) rara vez figura en las normas de acciones, en cuyo caso, y a efectos prácticos, debe considerarse como valor característico único el valor nominal que tales normas ofrezcan.

Respecto a las combinaciones más desfavorables de acciones, véase el apartado 11.7. En cuanto a valores de las acciones indirectas, pueden verse los apartados 5.3, 5.4 y 5.6.

[1] Hay propuestas recientes cuyo objetivo es introducir en los cálculos las acciones químicas, en forma análoga a las físicas.

2.° VALORES REPRESENTATIVOS DE LAS ACCIONES

En general, sobre una estructura pueden actuar, además de las permanentes, varias cargas variables Q, y es extremadamente improbable que todas ellas actúen simultáneamente con su valor característico. Cuando una de las cargas variables actúa con su valor característico Q_k (en cuyo caso tal acción es denominada *acción determinante*), lo razonable es suponer que las restantes acciones variables que la acompañan (a las que se denomina *acciones de acompañamiento*) actuarán con valores menores del característico, y es bajo esta combinación de acciones como debe calcularse cada hipótesis de carga. ¿Qué valores deben tomarse en cada caso para las acciones de acompañamiento?

Las consideraciones anteriores han conducido a introducir, en la normativa española, el concepto moderno de *valor representativo de una acción* (que en adelante distinguiremos con el subíndice r), en línea con los trabajos del CEB. Significa *aquél valor de la acción que se utiliza en la comprobación de los estados límites* (antes de introducir el coeficiente de ponderación γ_f), valor que dependerá, para una misma acción, de la combinación específica de cargas que en cada momento se estudie. Los códigos modernos de acciones ofrecen los valores representativos de las diversas acciones. Todos ellos se obtienen multiplicando el valor característico por un cierto factor ψ igual o menor que la unidad.

En general, para las acciones permanentes (G), así como para las accidentales (A), el valor representativo es el valor característico ($G_r = G_k$ y $A_r = A_k$). En cambio, *para las acciones variables* (Q), deben considerarse diferentes valores representativos, dependiendo de la combinación de acciones que se considere en cada hipótesis de cálculo (véase el apartado 11.7). Tales valores son los siguientes:

- *Valor característico*, Q_k, que se utiliza cuando la acción variable actúa aisladamente o, en el caso de que actúen dos o más acciones variables, cuando se trata de la acción determinante (es decir, de la que se supone ser la más importante en cada caso).
- *Valor de combinación*, $Q_{r0} = \psi_0 Q_k$, menor que el anterior, que se utiliza para las acciones variables que actúan en combinación con la acción determinante.
- *Valor frecuente*, $Q_{r1} = \psi_1 Q_k$, menor que el anterior, definido como el valor de la acción variable que resulta sobrepasado con frecuencia, pero en periodos de corta duración, a lo largo de la vida útil de la estructura. Se utiliza para la acción variable determinante en las situaciones accidentales (es decir, en las situaciones en las que se considera la actuación de una carga accidental, cuya probabilidad de acaecimiento es pequeña).
- *Valor cuasipermanente*, $Q_{r2} = \psi_2 Q_k$, el menor de todos, que es aquél que resulta sobrepasado durante una parte considerable de la vida útil de la estructura. Según el Documento Nacional de Aplicación (denominado abreviadamente DNA) español del Eurocódigo de Hormigón (Norma UNE ENV 1992-1-1), esta parte de tiempo puede considerarse igual al 50%. Se utiliza para las acciones variables que actúan en combinación con otras, en las situaciones accidentales o sísmicas (situaciones de muy baja probabilidad de acaecimiento).

En la tabla 11.4 se presentan los valores de los coeficientes ψ correspondientes a las cargas climáticas y a las cargas de uso en edificación, según el DNA.

TABLA 11.4
COEFICIENTES ψ SEGÚN EL DNA ESPAÑOL

		ψ_0	ψ_1	ψ_2
Sobrecarga de nieve		0,6	0,2	0,0
Acción del viento		0,6	0,5	0,0
Acción térmica		0,6	0,5	0,0
SOBRECARGAS DE USO	**Azoteas**			
	• No accesibles o sólo para conservación • Accesibles	0,7 s/ uso	0,5 s/ uso	0,3 s/ uso
	Viviendas			
	• Habitaciones • Escaleras y accesos públicos • Balcones volados	0,7 0,7 0,7	0,5 0,5 0,5	0,3 0,3 0,3
	Hoteles, hospitales, cárceles, etc.			
	• Zonas de dormitorios • Zonas públicas, escaleras, accesos • Locales de reunión y de espectáculo • Balcones volados	0,7 0,7 0,7 s/ uso	0,5 0,7 0,7 s/ uso	0,3 0,6 0,6 s/ uso
	Oficinas y comercios			
	• Locales privados • Oficinas públicas • Tiendas • Galerías comerciales, escaleras y accesos • Locales de almacén • Balcones volados	0,7 0,7 0,7 0,7 1,00 s/ uso	0,5 0,5 0,7 0,7 0,9 s/ uso	0,3 0,3 0,6 0,6 0,8 s/ uso
	Edificios docentes			
	• Aulas, despachos y comedores • Escaleras y accesos • Balcones volados	0,7 0,7 s/ uso	0,7 0,7 s/ uso	0,6 0,6 s/ uso
	Iglesias, edificios de reunión y de espectáculos			
	• Locales con asientos fijos • Locales sin asientos fijos, tribunas, escaleras • Balcones volados	0,7 0,7 s/ uso	0,7 0,7 s/ uso	0,6 0,6 s/ uso
	Calzadas y garajes			
	• Áreas con vehículos de peso no mayor de 30 kN • Áreas con vehículos de peso entre 30 y 160 kN	0,7 0,7	0,7 0,5	0,6 0,3

3.° VALORES DE CÁLCULO DE LAS ACCIONES

Se define como *valor de cálculo* de una acción, F_d, el obtenido multiplicando su valor representativo (véase punto 2.° anterior) por un coeficiente de ponderación, γ_f:

$$F_d = \gamma_f \cdot F_r$$

El coeficiente γ_f trata de cubrir la posibilidad de que las acciones[1] alcancen valores superiores a los característicos, así como los restantes factores indicados en la tabla 11.1.

Los valores de γ_f vienen especificados en las Normas de cada país. El Código americano del ACI establece, para los estados límites últimos, los siguientes valores medios: $\gamma_f = 1{,}4$ para las acciones permanentes y $\gamma_f = 1{,}7$ para las variables (recuérdese que este Código no aplica coeficientes de minoración a los materiales sino a los esfuerzos resistentes). Por su parte, la Instrucción española, en línea con el Código Modelo CEB-FIP, hace variar γ_f según el tipo de acción y el tipo de situación que se considere en cada caso, teniendo en cuenta también (a diferencia, en esto, del Código Modelo) el nivel de control de la ejecución (apartado 10.8).

En la tabla 11.5 figuran los valores de γ_f preconizados por la Instrucción española *para los estados límites últimos*. En dicha tabla se distinguen, como ya adelantamos en el apartado 11.4, tres tipos de situaciones diferentes en las que puede encontrarse la estructura a lo largo de su vida útil:

- *Situaciones persistentes*, que corresponden a las condiciones de uso normal de la estructura.
- *Situaciones transitorias*, que son las que se producen durante la construcción o reparación (sin uso) de la estructura.
- *Situaciones accidentales*, que corresponden al caso en que la estructura se encuentra sometida a condiciones excepcionales.

TABLA 11.5
COEFICIENTES DE PONDERACIÓN PARA LAS ACCIONES EN EL CÁLCULO DE ESTADOS LÍMITES ÚLTIMOS

TIPO DE ACCIÓN	*Situación persistente o transitoria*		*Situación accidental o sísmica*	
	Efecto favorable	*Efecto desfavorable* [(1)]	*Efecto favorable*	*Efecto desfavorable*
Permanente, G	$\gamma_G = 1{,}00$	$\gamma_G = 1{,}35$ (NI) **$\gamma_G = 1{,}50$ (NN)** $\gamma_G = 1{,}60$ (NR)	$\gamma_G = 1{,}00$	$\gamma_G = 1{,}00$
Permanente de valor no constante, G^*	$\gamma_{G^*} = 1{,}00$	$\gamma_{G^*} = 1{,}50$ (NI) **$\gamma_{G^*} = 1{,}60$ (NN)** $\gamma_{G^*} = 1{,}80$ (NR)	$\gamma_{G^*} = 1{,}00$	$\gamma_{G^*} = 1{,}00$
Variable, Q	$\gamma_Q = 0$	$\gamma_Q = 1{,}50$ (NI) **$\gamma_Q = 1{,}60$ (NN)** $\gamma_Q = 1{,}80$ (NR)	$\gamma_Q = 0$	$\gamma_Q = 1{,}00$
Accidental, A	--	--	$\gamma_A = 1{,}00$	$\gamma_A = 1{,}00$

(1) Los tres valores que figuran en estas casillas corresponden a los tres niveles de control de la ejecución (NI = nivel intenso; NN = nivel normal; NR = nivel reducido) que se definen en el apartado 10.8.

En cuanto a *los estados límites de utilización*, al igual que sucede con los coeficientes de minoración de los materiales, el valor de γ_f es siempre igual a la unidad, cualquiera que sea el tipo de acción.

[1] En algunos estudios (por ejemplo, análisis no lineal de estructuras con efectos de segundo orden significativos) convendrá distinguir, en el coeficiente γ_f, dos factores γ_{f1} y γ_{f2} aplicables, respectivamente, a las acciones y a las solicitaciones resultantes.

A 4672

4.° CASOS ESPECIALES DE PONDERACIÓN DE ACCIONES

a) En ocasiones, el peso propio de un elemento resulta favorable en unos tramos y desfavorable en otros. Así por ejemplo, al estudiar el máximo momento flector positivo que puede actuar en el vano central de una viga de tres vanos, resulta evidente que el peso propio del vano central es desfavorable, en tanto que el de los tramos laterales es favorable. En este caso y análogos, un criterio riguroso de seguridad conduciría a mayorar la parte desfavorable del peso propio y no mayorar la favorable. Ahora bien, en aras de la sencillez (y también de la lógica), las normas permiten para tales casos que se aplique *mismo coeficiente de ponderación a todas las acciones permanentes del mismo origen*. De este modo, en el ejemplo anterior, basta con determinar si el peso propio de toda la viga provoca un momento positivo en la sección central del vano intermedio. En caso afirmativo, el coeficiente que debe aplicarse al peso propio en todos los vanos es el que corresponde a efecto desfavorable de la tabla 11.5; y en caso negativo, el correspondiente a efecto favorable.

b) Puede suceder que los resultados de una determinada comprobación sean muy sensibles a las variaciones de magnitud que una acción permanente pueda experimentar, entre una zona y otra de su dominio de actuación. Tal es el caso, por ejemplo, del estado límite de equilibrio de una cubierta en ala de gaviota, o del puente que se construye por voladizos sucesivos, avanzando por igual a ambos lados de la pila central. En estas situaciones, resultaría inseguro aplicar el mismo coeficiente de ponderación al peso propio de los elementos gemelos y, por ello, la Instrucción española establece que los pesos de ambos elementos deben tratarse como acciones individuales, considerando uno de ellos como favorable y el otro como desfavorable. En tales casos y para la comprobación del estado límite de equilibrio, deben aplicarse los siguientes valores del coeficiente de ponderación:

- Para situaciones persistentes, $\gamma_f = 1{,}1$ para la parte desfavorable y 0,9 para la favorable.
- Para situaciones transitorias, $\gamma_f = 1{,}05$ para la parte desfavorable y 0,95 para la favorable.

11.7 Hipótesis de carga

Las distintas comprobaciones que se realizan en los cálculos (apartado 11.8) se deben efectuar para la hipótesis de carga más desfavorable, es decir, para aquella combinación de acciones tales que, siendo compatible su actuación simultánea, produzcan los efectos más adversos en relación con cada uno de los estados límites.

Hay que tener en cuenta que, a efectos de cálculo, en cada combinación de acciones éstas toman valores diferentes según se trate de situaciones persistentes o transitorias (en las que no actúa ninguna acción accidental), situaciones accidentales (en las que actúa una acción accidental) o situaciones sísmicas (en las que actúa el sismo). De estas tres situaciones, la primera es de obligada consideración en todo tipo de estructuras, cualquiera que sea su ubicación, su importancia, etc., y en ella, cada combinación está formada por las acciones permanentes G, una acción variable determinante Q_1 y una o varias acciones variables concomitantes (Q_2, Q_3, ...) cuya actuación simultánea sea compatible entre sí y con Q_1.

1.° ESTADOS LÍMITES ÚLTIMOS

Para los estados límites últimos, la Instrucción española, siguiendo al CEB, establece las siguientes combinaciones de acciones, todas ellas poco frecuentes:

a) En situaciones persistentes o transitorias:

$$\Sigma\, \gamma_G \cdot G_k + \Sigma\, \gamma_{G^*} \cdot G^*_k + \gamma_Q \cdot Q_{k1} + \gamma_Q \Sigma\, Q_{n0}$$

con los siguientes significados:

- $\Sigma\gamma_G \cdot G_k$ — acciones permanentes G con sus valores característicos ponderados;
- $\Sigma\gamma_{G^*} \cdot G^*_k$ — acciones permanentes no constantes G^* con sus valores característicos ponderados;
- $\gamma_Q \cdot Q_{k1}$ — acción variable determinante Q con su valor característico ponderado;
- $\gamma_Q \Sigma Q_{n0}$ — acciones variables Q con sus valores representativos de combinación (ver 11.6-2.°) ponderados.

En cuanto a los valores de los coeficientes de ponderación γ, para el caso de control normal de ejecución son los siguientes (para otros niveles de control, ver tabla 11.5):

- γ_G — igual a 1,00 si el efecto de G_k es favorable, y a 1,50 si es desfavorable;
- γ_{G^*} — igual a 1,00 si el efecto de G^*_k es favorable, y a 1,60 si es desfavorable;
- γ_Q — igual a 0 si el efecto de Q es favorable, y a 1,60 si es desfavorable.

b) En situaciones accidentales:

$$\Sigma\, \gamma_G \cdot G_k + \Sigma\, \gamma_{G^*} \cdot G^*_k + A_k + \gamma_Q \cdot Q_{r1} + \gamma_Q \Sigma\, Q_{r2}$$

con los siguientes significados adicionales:

- A_k — acción accidental con su valor característico;
- $\gamma_Q \cdot Q_{r1}$ — acción variable determinante Q con su valor representativo frecuente (ver 11.6-2.°) ponderado (tabla 11.5);
- $\gamma_Q \Sigma Q_{r2}$ — acciones variables Q con sus valores representativos cuasipermanentes (ver 11.6-2.°) ponderados (tabla 11.5).

c) En situaciones sísmicas:

$$\Sigma\, \gamma_G \cdot G_k + \Sigma\, \gamma_{G^*} \cdot G^*_k + A_{Ek} + \gamma_Q \Sigma\, Q_{r2}$$

con los mismos significados anteriores y donde A_{Ek} es la acción sísmica con su valor característico.

Por su parte, *el Código ACI 318-95* establece las hipótesis de carga que se indican en la tabla 11.6.

TABLA 11.6

HIPÓTESIS DE CARGA SEGÚN ACI 318-95

Caso	*Combinación de cargas*	*Aplicable cuando...*
a	1,4 G + 1,7 Q	siempre
b	0,75 (1,4 G + 1,7 Q + 1,7 W)	...existe viento W
c	0,9 G + 1,3 W	...la actuación de la carga permanente G es favorable
d	1,05 G + 1,28 Q + 1,4 E	...existe acción sísmica E
e	0,9 G + 1,43 E	...se dan los supuestos *c* y *d* simultáneamente
f	1,4 G + 1,7 Q + 1,7 H	...existen empujes del terreno H
g	0,9 G + 1,7 H	...se dan los supuestos *c* y *f* simultáneamente
h	1,4 G + 1,7 Q + 1,4 F	...existen empujes de líquidos F
i	0,9 G + 1,4 F	...se dan los supuestos *c* y *h* simultáneamente
j	0,75 (1,4 G + 1,7 Q + 1,4 X) y 1,4 (G + X)	...existen deformaciones impuestas X (asientos de apoyo, fluencia, retracción y temperatura) significativas

2.° ESTADOS LÍMITES DE SERVICIO

Para estructuras de hormigón armado en el estado límite de servicio, la Instrucción española establece las tres combinaciones siguientes, con carácter general:

Combinación poco frecuente: $\Sigma G_k + \Sigma G^*_k + Q_{k1} + \Sigma Q_{ro}$

Combinación frecuente: $\Sigma G_k + \Sigma G^*_k + Q_{r1} + \Sigma Q_{r2}$

Combinación cuasipermanente: $\Sigma G_k + \Sigma G^*_k + \Sigma Q_{r2}$

con los mismos significados del punto 1.° anterior. De estas tres combinaciones, en el cálculo a fisuración (apartado 21.3) de elementos que no requieran unas características especiales de estanquidad debe emplearse únicamente la tercera. En el cálculo de flechas (apartado 21.7), por el contrario, queda a criterio del proyectista cuál de estas combinaciones debe emplear según sea la comprobación particular de que se trate, la cual dependerá del tipo de estructura y de sus requisitos funcionales.

3.° SIMPLIFICACIONES

De la lectura de los puntos anteriores se deduce que la aplicación estricta de la Instrucción española conduce a tener que analizar un gran número de casos hasta encontrar la combinación de acciones más desfavorable para el estado límite en estudio. En efecto, hay que comenzar estableciendo el siguiente abanico de hipótesis:

- Situación permanente o transitoria: cada acción variable Q dará origen a una hipótesis, al ser considerada como determinante.
- Situación accidental: cada acción accidental que se considere dará origen a tantas hipótesis como acciones variables Q existan, ya que cada una de ellas puede ser determinante.
- Situación sísmica: una sola hipótesis.

A cada una de las hipótesis anteriores le corresponde un juego de valores representativos de las acciones variables. Una vez establecidos estos valores, hay que estudiar distintas formas de distribución de dichas acciones (por ejemplo, en el caso de pórticos, sobre qué tramos o partes de tramos actúa la sobrecarga repartida) con objeto de determinar la situación más desfavorable. En consecuencia, en casos complejos, únicamente el buen sentido y la experiencia del proyectista permitirán reducir el número de combinaciones de carga que deban estudiarse.

Por otra parte, en el caso particular de estructuras de edificación ordinarias y según la Instrucción española, las combinaciones dadas anteriormente pueden simplificarse del modo que se indica a continuación (misma notación que en el punto 1.° anterior).

a) Estados límites últimos

En situaciones persistentes o transitorias, cuando actúa únicamente una acción variable Q_k, puede tomarse:

$$\Sigma \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k$$

y cuando actúan dos o más acciones variables puede tomarse:

$$\Sigma \gamma_G \cdot G_k + 0{,}9 \cdot \gamma_Q \Sigma Q_k$$

En situaciones sísmicas puede tomarse:

$$\Sigma \gamma_G \cdot G_k + A_{Ek} + 0{,}8 \cdot \gamma_Q \Sigma Q_k$$

b) Estados límites de servicio

Cuando actúa únicamente una acción variable Q_k, puede tomarse:

$$\Sigma \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k$$

y cuando actúan dos o más acciones variables puede tomarse:

$$\Sigma \gamma_G \cdot G_k + 0{,}9 \cdot \gamma_Q \Sigma Q_k$$

Las dos últimas expresiones corresponden a las combinaciones poco probable o frecuente. Para la combinación cuasipermanente puede tomarse:

$$\Sigma \gamma_G \cdot G_k + A_{Ek} + 0{,}6 \cdot \gamma_Q \Sigma Q_k$$

11.8 Comprobaciones que deben realizarse

Como se ha dicho en el apartado 11.3-2.°, la finalidad del cálculo es comprobar que se mantiene por debajo de un valor determinado la probabilidad de que la estructura alcance un estado límite, dentro del plazo previsto para su vida útil.

Por consiguiente, las comprobaciones que deben realizarse son:

1.° *Bajo cada hipótesis de carga no se sobrepasarán los estados límites últimos: equilibrio, agotamiento resistente (bajo solicitaciones normales y tangentes), inestabilidad (pandeo), fatiga, anclaje de las armaduras y adherencia.* Las hipótesis de carga se establecerán a partir de las acciones de cálculo determinadas de acuerdo con las normas (para la Instrucción española véase tabla 11.5).

Los estados límites últimos de equilibrio (en el cual la comprobación se hace a nivel de acciones: $F_d \leq F_u$) e inestabilidad se estudian sobre la estructura en su conjunto y sobre cada uno de los elementos que lo requiera. Los de agotamiento resistente (flexión simple o compuesta, compresión simple o compuesta, cortante, rasante, torsión, punzonamiento), fatiga y adherencia se estudian sobre secciones. Por último, el estado límite de anclaje debe comprobarse, en forma local, en las zonas en donde están dispuestos los anclajes.

En lo que se refiere al pandeo, es norma generalmente aceptada considerar que, para estructuras normales de edificación de menos de quince plantas, en las que el desplazamiento máximo de la cabeza bajo cargas horizontales características (en servicio) no sobrepase 1/750 de la altura total, basta comprobar a pandeo cada soporte aisladamente.

2.° *Bajo cada hipótesis de carga no se sobrepasarán los estados límites de utilización: deformaciones, fisuración y vibraciones.* Las hipótesis de carga se establecerán a partir de las acciones características.

Tanto las deformaciones como las vibraciones se estudian a nivel de estructura o elemento estructural. Por el contrario, la fisuración se estudia a nivel de sección.

11.9 Análisis del proceso de rotura bajo tensiones normales

1.° ROTURAS POR FLEXIÓN

a) *Supongamos una viga de hormigón armado* simplemente apoyada, sometida a cargas crecientes hasta su rotura por flexión. A lo largo del proceso de carga, se puede estudiar experimentalmente la zona central (fig. 11.5) colocando unos puntos fijos A_i, B_i a distintas alturas del canto y midiendo las distancias A_iB_i antes y después de cada escalón de carga. De esta forma, se conocen los acortamientos y alargamientos de las distintas fibras durante todo el proceso.

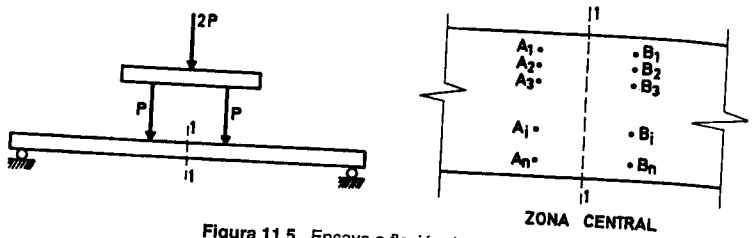


Figura 11.5 Ensayo a flexión de una viga

Otros sistemas especiales de medida permiten conocer las deformaciones en las armaduras.

Si las cargas P están suficientemente alejadas de los apoyos, la rotura se producirá por flexión pura en la zona central, sin intervención de esfuerzo cortante. En este supuesto nos colocamos.

A lo largo del proceso de carga, la pieza pasa por tres estadios diferentes, en todos los cuales la deformación de la sección 1-1 se mantiene plana (recta PQ de la fig. 11.6):

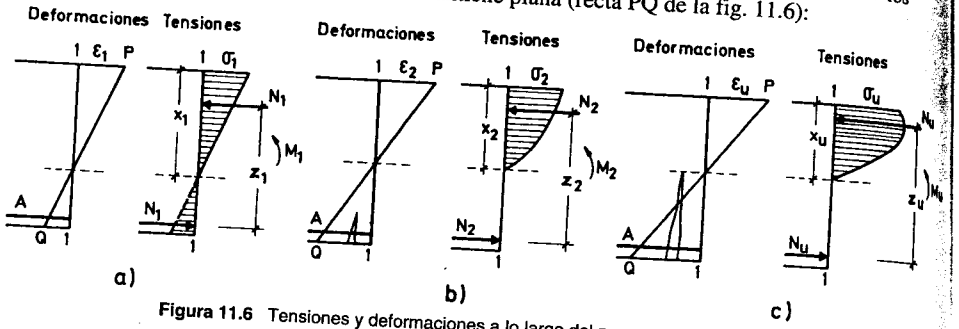


Figura 11.6 Tensiones y deformaciones a lo largo del proceso de carga

- *Estadio elástico* (fig. 11.6*a*): Las tensiones σ en las fibras comprimidas de la sección son proporcionales a las deformaciones ε. Se recorre el tramo lineal OE del diagrama σ-ε del hormigón (fig. 11.7). El diagrama de compresiones es triangular. Este estadio se desarrolla hasta una tensión del orden del 35 al 40 por 100 de la tensión de rotura del hormigón, f_c. No hay fisuras visibles.

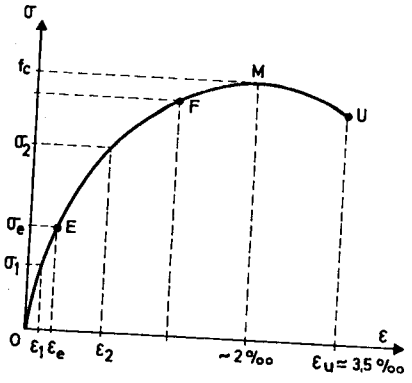


Figura 11.7 Diagrama σ - ε del hormigón

- *Estadio de fisuración* (fig. 11.6*b*): Las tensiones de tracción fisuran al hormigón y las fisuras comienzan a ascender hacia la zona comprimida. Ésta se va concentrando hacia la fibra superior. La fibra más comprimida es auxiliada en su trabajo por las vecinas, que toman más carga de la que les correspondería por reparto lineal. El diagrama de compresiones se incurva. Se está recorriendo el tramo EF del diagrama σ-ε del hormigón (fig. 11.7). Con este comportamiento, la sección va ganando brazo mecánico z y fuerza normal N para poder soportar el mayor momento M a que se ve sometida. Este estadio se extiende hasta las proximidades de la rotura.
- *Estadio de prerrotura* (fig. 11.6*c*): Al acercarse la rotura, la situación descrita antes llega a su límite. La deformación unitaria de la fibra extrema más comprimida alcanza su valor último del orden de 0,0035. El diagrama de compresiones aparece muy plastificado, con un tramo prácticamente vertical en las fibras más cargadas, que trabajan todas a su tensión máxima. Las fisuras han subido mucho, ampliando su anchura y obligando a la zona comprimida a concentrarse en la posición más alta posible. El brazo mecánico es máximo. En esta situación llevada a su extremo (tramo FU del diagrama σ-ε) la pieza rompe.

b) *La figura 11.6a del estadio elástico* corresponde a la situación estudiada por el método clásico de cálculo. La figura 11.6*c* corresponde a la situación de agotamiento, que es la estudiada por el método de cálculo en rotura. En la situación *c*, el momento último vale:

$$M_u = N_u \cdot z_u$$

y puede calcularse si se conoce la forma del diagrama de compresiones sobre el hormigón *en el momento de la rotura*, ya que N_u viene dado por su área y z_u por la posición de su centro de gravedad.

En el cálculo clásico (fig. 11.6*a*) la seguridad se introduce haciendo que la tensión de trabajo σ_1 no supere a la tensión admisible, $f_c/3$, en la situación de servicio, es decir, bajo las cargas de uso. En el cálculo en rotura (fig. 11.6*c*) la seguridad se introduce por dos procedimientos complementarios: de un lado, calculando con resistencias minoradas, es decir, encontrando el esquema de rotura y determinando el momento de agotamiento M_u que correspondería a una resistencia del hormigón $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ y del acero $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$; y de otro, comprobando que el momento mayorado, de valor $M_d = M_k \cdot \gamma_f$, no supera al de agotamiento M_u.

c) *Los esquemas de la figura 11.6*, así como los valores numéricos dados a título orientativo al definir los tres estadios, varían según la cuantía de acero que arma la sección. Si, suponiendo que no existe armadura de compresión, la armadura de tracción es pequeña (fig. 11.8*a*), el diagrama del hormigón será pequeño y muy concentrado; si aquélla es grande (fig. 11.8*b*) el diagrama se extenderá, bajando por la sección. Las situaciones extremas no son deseables, porque:

- para valores muy bajos de la armadura A, puede presentarse la rotura frágil de la pieza (apartado 11.10-1.º) al ser capaz el hormigón en tracción de soportar más momento que la propia armadura;

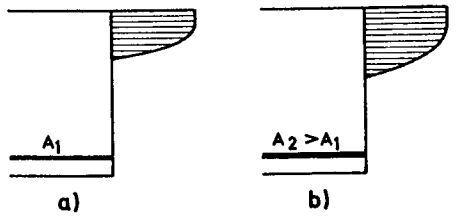


Figura 11.8 Influencia de la armadura de tracción

- para valores muy altos de A, la pieza no romperá por agotamiento del acero en tracción, que es lo deseable por existir en tal caso grandes alargamientos y fisuras de aviso, sino por agotamiento del hormigón comprimido, es decir, con rotura brusca y sin aviso. Ambos tipos de rotura se ilustran en las fotografías de las figuras 11.9*a* y *b*, que corresponden a ensayos efectuados en el Instituto Eduardo Torroja.



Figura 11.9*a* Rotura por agotamiento del acero en tracción

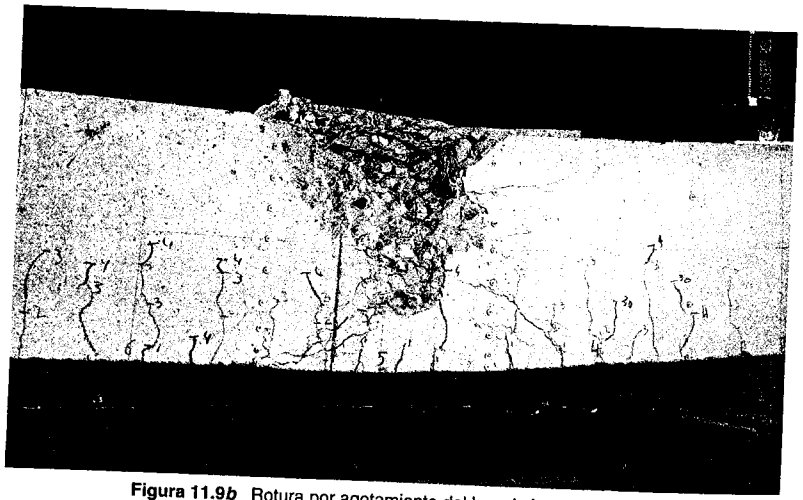


Figura 11.9*b* Rotura por agotamiento del hormigón comprimido (*compárese el aspecto de la zona inferior con el del caso a*)

d) *La existencia de armadura de compresión* modifica las situaciones descritas, en forma sencilla de estudiar. La armadura de compresión (fig. 11.10) acepta la deformación que le impone el hormigón que la rodea; y como al acercarnos a rotura, la deformación del hormigón se acerca a 0,0035 en la fibra extrema, la correspondiente a la armadura A' será próxima a ese valor, es decir, superior a la que corresponde a su límite elástico f_y. Por lo tanto, la armadura A' entra en las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos como el producto de su sección por su límite elástico, salvo en casos excepcionales de grandes recubrimientos.

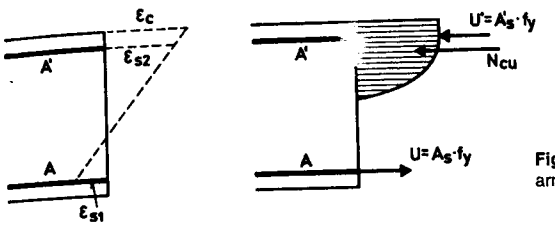


Figura 11.10 Influencia de la armadura de compresión

e) *En el proceso descrito en la figura 11.6* influye el tiempo durante el cual se mantienen las cargas. Si éste es grande, las deformaciones plásticas del hormigón aumentan y se llega a rotura antes, es decir, con una carga P_u menor que en el caso de aplicación rápida de cargas. El valor de la tensión última σ_u puede variar de un caso a otro. Por otra parte, la tensión σ_u en la fibra extrema no coincide exactamente con la resistencia característica del hormigón f_{ck}, ya que ésta corresponde a compresión simple en probeta cilíndrica, bajo carga rápida, mientras que aquélla corresponde al agotamiento por flexión.

f) *La deformación última* ε_u igual a 0,0035 corresponde a secciones rectangulares o similares. Este acortamiento puede variar con la duración de la carga y la forma de la sección, aumentando hasta 0,0045 en el caso de zonas comprimidas triangulares y disminuyendo hasta 0,0025 en el caso de vigas en T con cabeza de compresión y nervio delgados respecto al canto, en las que las condiciones de agotamiento por flexión de la cabeza comprimida son muy similares a las de compresión simple (el acortamiento en rotura por compresión simple es del orden de 0,002).

g) *A efectos de cálculo* se comprende que cualquier diagrama de compresiones en el hormigón, cuyas área y posición del centro de gravedad sean las mismas que las de la figura 11.6*c*, proporcionará los mismos resultados. Por ello es posible definir distintos diagramas y procedimientos simplificados de cálculo, como se indica en el capítulo 13, siendo el diagrama parábola-rectángulo el que se ajusta mejor a los resultados experimentales y por el lado de la seguridad, por haber sido construido como envolvente de los casos más desfavorables que pueden presentarse.

2.° ROTURAS POR COMPRESIÓN

En compresión simple, el proceso de rotura es mucho más sencillo que en flexión. Todas las fibras están igualmente solicitadas a lo largo de los distintos escalones de carga, hasta que se alcanza el agotamiento simultáneo en todas ellas. No existen aquí readaptaciones entre unas fibras y otras.

En cambio, el tiempo que dura el proceso de carga es fundamental en compresión simple. Bajo carga rápida, la pieza rompe con tensiones σ_u aproximadamente iguales a las resultantes en el ensayo de una probeta cilíndrica, es decir, $\sigma_u = f_{ck}$. Pero bajo carga mantenida, aparece el fenómeno de *cansancio del hormigón*, por el cual las piezas rompen bajo cargas menores, que pueden llegar a ser del orden del 80 por 100 de las que corresponderían a carga rápida (fig. 11.11).

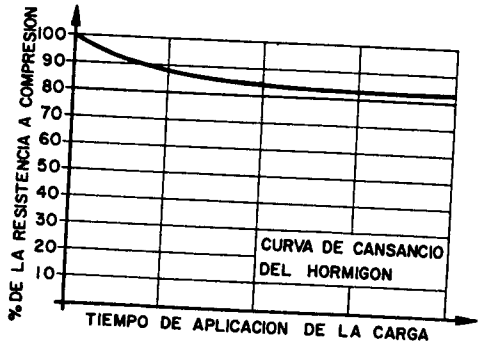


Figura 11.11 Cansancio del hormigón bajo carga mantenida

El fenómeno de cansancio aparece cuando la sección se encuentra totalmente comprimida, pero no aparece o es despreciable en flexión simple. En el método de cálculo del momento tope (apartado 15.4), debido al profesor Eduardo Torroja, la influencia del cansancio se introduce de forma variable al definir el bloque de compresiones sobre el hormigón, con lo que se consigue adaptar éste a la realidad experimental antes apuntada. En el método parábola-rectángulo, desarrollado más modernamente por el CEB a partir de los trabajos de Rüsch, la reducción por cansancio se introduce en el diagrama de una vez para todas, lo que proporciona resultados correctos en compresión simple y errores muy pequeños, del lado de la seguridad, en flexión.

Como se ha dicho antes, la deformación de rotura del hormigón en compresión simple (fig. 11.7) es menor que en flexión, del orden del 0,002. Por ello no se puede aprovechar en compresión simple toda la capacidad resistente de los aceros de elevado límite elástico, ya que en el momento de la rotura su tensión es de $0{,}002 \cdot 210.000 = 420$ N/mm^2.

3.° ROTURAS POR TRACCIÓN

En tracción simple, el hormigón se fisura muy pronto y es el acero el que toma todo el esfuerzo. Esta forma de trabajo no es propia del hormigón armado.

11.10 Cuantías límites de armaduras

Comenzaremos por distinguir entre *cuantía geométrica*, que es el cociente entre las áreas de acero (en tracción o en compresión) y hormigón (área total, referida normalmente al canto útil), y *cuantía mecánica*, que es el producto de la cuantía geométrica por el cociente entre las resistencias de cálculo del acero (en tracción o en compresión) y del hormigón.

Los límites inferiores que impone la normativa a las cuantías de las armaduras tienen una doble justificación. Por una parte, evitar la rotura frágil de las piezas y, por otra, evitar la aparición de fisuras por retracción o efectos térmicos, sobre todo si estos fenómenos no han sido tenidos en cuenta en el cálculo, como ocurre frecuentemente. La primera razón conduce a limitar inferiormente la cuantía mecánica de las armaduras, y la segunda, a limitar inferiormente la cuantía geométrica.

Algunas normas limitan también superiormente las cuantías de las armaduras, bien por razones económicas o bien para evitar dificultades durante el proceso de hormigonado de la pieza.

En la tabla 11.7 se ofrecen los valores de las *cuantías geométricas mínimas* que, en cualquier caso, deben disponerse en los diferentes tipos de elementos estructurales, en función del acero utilizado, según la Instrucción española.

TABLA 11.7

JANTÍAS GEOMÉTRICAS MÍNIMAS REFERIDAS A LA SECCIÓN TOTAL DE HORMIGÓN

Tipo de elemento estructural		*Clase de acero*	
		B 400 S	*B 500 S*
Pilares		0,004	0,004
Losas (1)		0,002	0,0018
Vigas (2)		0,0033	0,0028
Muros (3)	Armadura horizontal	0,004	0,0032
	Armadura vertical	0,0012	0,0009

(1) Cuantía mínima de cada una de las armaduras, longitudinal y transversal, repartida en las dos caras. Las losas apoyadas sobre el terreno requieren un estudio especial.

(2) Cuantía mínima correspondiente a la cara de tracción. Se recomienda disponer en la cara opuesta una armadura mínima igual al 30% de la indicada en la tabla.

(3) La cuantía mínima vertical es la correspondiente a la cara de tracción. Se recomienda disponer en la cara opuesta una armadura mínima igual al 30% de la indicada en la tabla.

La armadura mínima horizontal deberá repartirse en ambas caras. Para muros vistos por ambas caras debe disponerse el 50% en cada cara. Para muros vistos por una sola cara podrán disponerse hasta 2/3 de la armadura total en la cara vista. Si se disponen juntas verticales de contracción a distancias no superiores a 7,5 m, con la armadura horizontal interrumpida, la cuantía geométrica horizontal mínima puede reducirse a la mitad.

En cuanto a los valores de *las cuantías mecánicas mínimas*, dependen del tipo de solicitación. Los estudiamos a continuación.

1.° CUANTÍA MÍNIMA EN FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA

a) *Para evitar la rotura frágil en vigas* u otros elementos sometidos a flexión simple o compuesta, la armadura de tracción debe ser capaz de absorber un esfuerzo no menor que el de tracción desarrollado por el hormigón sólo, en el momento en que se produce la fisuración. El valor aproximado de este esfuerzo, en sección rectangular, es $U_c = 0{,}04 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$; por tanto, debe ser:

$$U_s = A_s \cdot f_{yd} \geq 0{,}04 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \qquad [11.1]$$

en donde A_s es la sección de la armadura de tracción, b el ancho de la sección y d su canto útil. Como puede comprobarse fácilmente, este valor (de obligado cumplimiento según la Instrucción española) corresponde a una cuantía geométrica menor que las especificadas en la tabla 11.7, las cuales serán las operantes siempre, salvo en el caso de hormigones de resistencia superior a 45 N/mm^2 (para los que habría que hacer la doble comprobación).

Cuando se trate de *vigas de canto muy superior al necesario por resistencia,* en las que la armadura A_{cal} requerida por el cálculo sea muy pequeña, parece razonable adoptar como cuantía mínima un valor inferior al de [11.1], ya que éste puede resultar exageradamente grande. Para estos casos puede aceptarse como cuantía mínima el valor:

$$A_s \geq 1{,}33 \cdot A_{cal} \qquad [11.2]$$

si resulta más favorable que el [11.1].

La generalización de la fórmula [11.1] a sección de forma cualquiera conduce a la fórmula de la Instrucción española:

$$A_s f_{yd} \geq 0{,}25 \frac{W_1}{h} f_{cd} \qquad [11.3]$$

donde:

A_s Área de la armadura.
f_{yd} Resistencia de cálculo del acero de la armadura en tracción.
f_{cd} Resistencia de cálculo del hormigón en compresión.
W_1 Módulo resistente de la sección total, relativo a la fibra más traccionada.
h Canto total de la sección.

b) *En las vigas de canto igual o superior a 60 cm* se dispondrán unas armaduras longitudinales de piel con separaciones máximas entre barras de 30 cm y cuantía geométrica mínima en cada cara, referida al alma, igual a

$$\frac{100\ A_s}{b(2d-h)} \geq 0{,}05$$

siendo b el ancho del alma, d el canto útil y h el canto total.

2.° CUANTÍAS LÍMITES EN COMPRESIÓN

a) *De acuerdo con la Instrucción española,* la capacidad mecánica de la armadura total de una sección totalmente comprimida, debe ser:

$$0{,}1 \cdot N_d \leq A_{tot} \cdot f_{yd} \leq A_c \cdot f_{cd}$$

en donde A_c es el área de la sección total de hormigón, A_{tot} la sección de armadura y N_d el esfuerzo normal de cálculo actuante.

En el caso de que se dispongan dos armaduras A_1 y A_2, en dos caras opuestas de la sección, la capacidad mecánica de cada una de ellas debe estar comprendida entre $0{,}05 \cdot N_d$ y $0{,}5\ A_c \cdot f_{cd}$. Por otra parte, las cuantías geométricas de estas armaduras deben cumplir las limitaciones de la tabla 11.7.

b) *Las normas americanas ACI,* por su parte, establecen limitaciones en términos de cuantía geométrica, la cual debe estar comprendida entre 0,01 y 0,08.

3.° CUANTÍA MÍNIMA DE LA ARMADURA TRANSVERSAL

Según la Instrucción española, la cuantía mínima de la armadura transversal, que debe disponerse en forma de estribos verticales, debe ser tal que se cumpla la relación:

$$\sum \frac{A_\alpha f_{y\alpha,d}}{\operatorname{sen}\alpha} \geq 0{,}02\ f_{cd} b_0$$

con los siguientes significados:

A_α Área por unidad de longitud de cada grupo de armaduras que forman un ángulo α con la directriz de la pieza.
$f_{y\alpha,d}$ Resistencia de cálculo de la armadura A_α.
f_{cd} Resistencia de cálculo del hormigón en compresión.
b_0 Ancho de la sección, o del nervio en su caso.

11.11 Durabilidad de las estructuras de hormigón armado

Como se ha dicho en el apartado 11.3-1.°, el objetivo que debe alcanzarse en el proyecto y ejecución de una estructura es conseguir que posea unas condiciones adecuadas de *seguridad, funcionalidad* (aptitud al servicio) *y durabilidad.* En este capítulo nos hemos referido hasta ahora a las dos primeras condiciones. Dedicaremos el presente apartado a la tercera de ellas, materia que ya ha sido parcialmente tratada en los apartados 5.7 y 9.8.

Conviene comenzar recordando el esquema de la figura 5.14 (capítulo 5), que muestra con claridad hasta qué punto la *vida útil* de la estructura (cuyo concepto se definió en el punto 9.8-3.°) depende de una compleja serie de factores, todos los cuales deben ser considerados en fase de proyecto: unos, porque afectan directamente a dicha fase (tipología estructural, valor de los recubrimientos, etc.) y otros, porque deben originar un conjunto de prescripciones que el proyectista debe reseñar en el Pliego de Condiciones Técnicas de la obra.

1.° IDENTIFICACIÓN DEL TIPO DE AMBIENTE

En primer lugar, el proyectista debe identificar el *tipo de ambiente* al que se verá sometida la estructura, tanto la cimentación como el resto de sus elementos. El tipo de ambiente viene definido por el conjunto de acciones físicas y químicas al que la estructura se verá sometida, las cuales pueden llegar a provocar su degradación con el tiempo. Los mecanismos de degradación del hormigón y del acero han sido ya estudiados en esta obra (apartados 5.7 y 9.8), siendo los más importantes aquéllos que provocan la corrosión de las armaduras. Por ello, la Instrucción española establece una serie muy detallada de *clases de exposición frente a la corrosión*, que, en esencia, coinciden con los cinco tipos de ambiente indicados en la tabla 9.2 (capítulo 9).

Además del peligro de corrosión del acero, existen otros relativos al hormigón: ataques químicos, ataques debidos a las heladas (ciclos hielo-deshielo y ataque por empleo de sales fundentes) y erosión (por abrasión o por cavitación). Este tipo de riesgos aparecen también clasificados y detalladamente descritos en la Instrucción española.

En fin, en lo que respecta al *tipo de medio agresivo*, conviene distinguir:

- *el agua*, cuyos principales parámetros de agresividad son el pH, el contenido en CO_2 agresivo, los contenidos en iones amonio, magnesio y sulfato, y el residuo seco; y
- *el suelo*, cuyos principales parámetros de agresividad son el grado de acidez y el contenido en ión sulfato.

Todos estos parámetros, cuyo grado de agresividad figura en la tabla 11.8, habrán de ser cuantificados previo envío de muestras a un laboratorio, salvo que se trate de ambientes ya conocidos de los que existe experiencia previa, que es el caso normal en edificación urbana.

Una vez conocidos los datos anteriores, el proyectista estará en condiciones de diseñar una estrategia para conseguir que su estructura posea una durabilidad adecuada, estrategia que, como se ha dicho, implica tomar una serie de medidas en todas las fases del proceso constructivo: proyecto, elección de materiales, ejecución y uso.

2.° ESTRATEGIAS DE DURABILIDAD EN PROYECTO

La tipología estructural y la forma específica de cada uno de los elementos constituyen el primer factor condicionante de la durabilidad de la estructura. El mayor enemigo es el agua, por lo que las formas y detalles estructurales deben ser tales que faciliten su evacuación. *No water, no problem*, es el lema universal de la durabilidad.

TABLA 11.8
CLASIFICACIÓN DE LA AGRESIVIDAD QUÍMICA, SEGÚN LA INSTRUCCIÓN ESPAÑOLA

Tipo de medio agresivo	*Parámetros*	*Tipo de exposición*		
		Ataque débil	Ataque medio	Ataque fuerte
Agua	VALOR DEL pH	6,5 - 5,5	5,5 - 4,5	< 4,5
	CO_2 AGRESIVO (mg CO_2/ l)	15 - 40	40 - 100	> 100
	IÓN AMONIO (mg NH_4^+ / l)	15 - 30	30 - 60	> 60
	IÓN MAGNESIO (mg Mg^{2+} / l)	300 - 1000	1000 - 3000	> 3000
	IÓN SULFATO (mg SO_4^{2-} / l)	200 - 600	600 - 3000	> 3000
	RESIDUO SECO (mg / l)	75-150	50-75	< 50
Suelo	GRADO DE ACIDEZ BAUMANN-GULLY	> 20	(*)	(*)
	IÓN SULFATO (mg SO_4^{2-} / kg de suelo seco)	2000 - 3000	3000-12000	> 12000

(*) Estas condiciones no se dan en la práctica

Debe prestarse atención al caso de juntas impermeables y selladas, cuya impermeabilidad nunca puede garantizarse a largo plazo. Por ello conviene haber previsto las posibles consecuencias de su mal funcionamiento y tomar medidas adecuadas (por ejemplo, disponiendo pendientes de drenaje, goterones, etc.).

Hay que evitar disposiciones que permitan que el agua pueda estancarse. Por ello, en superficies teóricamente horizontales como aparcamientos, terrazas, etc. deben disponerse los drenajes adecuados, especialmente en zonas críticas como juntas y sellamientos. Lo mismo es aplicable al interior de las vigas cajón y a cualquier otro hueco oculto que pueda presentar la estructura, cuya buena ventilación y drenaje deben asegurarse, sin olvidar que, si se acumula agua en tales huecos, su congelación puede provocar roturas en los elementos circundantes.

Los elementos expuestos a salpicaduras de aguas agresivas son particularmente vulnerables (por ejemplo, las aceras de puentes ubicados en zonas frías, que pueden recibir salpicaduras de agua cargada de sales de deshielo, por efecto del paso de vehículos; ver figura 11.12). Por la misma razón conviene situar los muros y estribos de puentes a cierta distancia de la calzada. Debe recordarse también el efecto negativo del agua de lluvia sobre las fachadas de los edificios, cuya protección con aleros o tejadillos es siempre conveniente.

Las fisuras de anchura superior a la admisible (ver tabla 21.1 del capítulo 21) permiten el acceso de sustancias agresivas, por lo que debe prestarse atención a las zonas en las que su aparición es más probable (concentración de tensiones, desviaciones abruptas de fuerzas, cambios bruscos de sección, etc.). Una mala disposición de armaduras en estas zonas puede en sí misma promover la aparición de fisuras, en tanto que una buena disposición puede distribuir las fisuras y reducir su anchura.

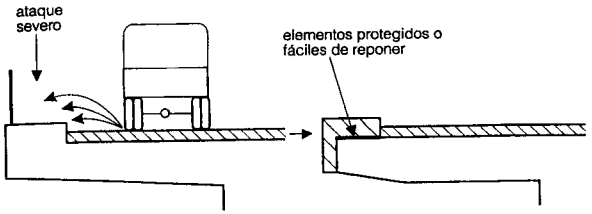


Figura 11.12 Las salpicaduras de agua cargada de sales de deshielo son muy agresivas para el hormigón. *Fuente: CEB, 1996*

Salvo en obras de pequeña importancia, se deberá facilitar, en la medida de lo posible, el acceso a todos los elementos de la estructura, estudiando la conveniencia de disponer sistemas específicos que posibiliten la inspección y el mantenimiento durante la vida útil.

Además de todo lo dicho hasta aquí, que afecta directamente a la fase de proyecto, éste debe contener una verdadera estrategia de durabilidad en lo que respecta a materiales y ejecución, cubriendo al menos los siguientes aspectos:

- Consecución de una calidad adecuada del hormigón y, en especial de su capa exterior (ver punto 3.° a continuación).
- Adopción de un espesor de recubrimiento adecuado, en función de las condiciones ambientales, para la protección de las armaduras (tabla 9.2 del capítulo 9).
- Adopción de medidas contra la corrosión de las armaduras (apartado 9.8) con especial atención al contenido en ión cloro del hormigón (apartado 10.3-1.°).
- Disposición de protecciones superficiales en el caso de ambientes muy agresivos, para lo cual se recomienda consultar con especialistas en la materia.

3.° REQUISITOS DEL HORMIGÓN

Para conseguir una durabilidad adecuada del hormigón es necesario cumplir los requisitos siguientes:

1. En todos los casos deben utilizarse materiales componentes que cumplan las limitaciones impuestas por la normativa (capítulo 2) y respetarse los límites indicados en la tabla 3.3 (capítulo 3) para la relación agua/cemento y el contenido en cemento. La dosificación del hormigón, su elaboración, transporte y puesta en obra, su compactación y su curado, deben llevarse a cabo según lo indicado en los capítulos 3 y 4.
2. Cuando sea de temer un ataque por sulfatos (aguas con un contenido en ión SO_4 superior a 600 mg/l o suelos con un contenido superior a 3 g/kg), deberá utilizarse un cemento resistente a los sulfatos, según Norma UNE 80.303:96.
3. En su caso, deberá utilizarse un cemento resistente al agua de mar (UNE 80.303:96).
4. Cuando el hormigón pueda verse sometido a efectos importantes de erosión, deberán adoptarse las siguientes medidas, según la Instrucción española:
   - Empleo de un hormigón de resistencia igual o mayor de 30 N/mm^2.
   - El árido fino debe ser cuarcítico o de dureza similar.
   - El árido grueso debe tener un coeficiente de desgaste, según ensayo de Los Ángeles, inferior a 30.
   - No deben superarse los límites de contenido en cemento siguientes: 400 kg/m^3 si el tamaño máximo del árido es de 10 mm, 375 kg/m^3 si es de 20 mm y 350 kg/m^3 si es de 40 mm.

- Debe prolongarse el curado con respecto al caso en que, a igualdad de las demás variables, no hubiese riesgo de erosión. La duración recomendada es de un 50% superior a la de dicho caso.

5. En los casos excepcionales en los que exista riesgo de que se produzca la reacción árido-álcali (lo que sólo puede suceder cuando concurren simultáneamente las tres circunstancias siguientes: ambiente húmedo, áridos reactivos y alto contenido de alcalir en el hormigón) deberá recurrirse a la literatura especializada y consultarse con especia. stas.

4.° PROTECCIONES

En la protección del hormigón frente a posibles acciones agresivas, las medidas preventivas que se adoptan de origen son las más eficaces y menos costosas (recuérdese la *Ley de los cinco* del apartado 9.8-3.°). A menudo será necesaria la consulta a especialistas, dada la complejidad de los problemas que pueden presentarse.

Cualquier acción que aumente la compacidad del hormigón y disminuya su permeabilidad, mejora la durabilidad del mismo. Para ello, aparte de las medidas de tipo intrínseco, puede recurrirse a impermeabilizarlo o defenderlo mediante protecciones o tratamientos externos.

A continuación se enuncian algunos de los más empleados, por orden creciente de importancia y eficacia:

- aplicación de lechada o mortero de cemento rico, en medio húmedo, cuando el hormigón es poroso y pobre en cemento;
- silicato de sosa o aceites silicados, que depositan sílice en los poros del hormigón;
- fluosilicatos de magnesio y de cinc que se aplican con brocha y mejoran la resistencia a los aceites y ácidos débiles;
- imprimaciones de alquitrán, brea o asfalto, aplicadas generalmente en dos capas;
- parafina o cera;
- resinas y lacas antiácidas; materias plásticas;
- revestimientos gruesos de productos bituminosos, especialmente en soleras;
- revestimientos de gres o vidrio, con mortero antiácido en las juntas;
- revestimientos de chapas de acero o de plomo, aplicados con adhesivos asfálticos;
- revestimientos de chapas de resina sintética o goma, resistentes a muchos ácidos, álcalis y otras sustancias, que se aplican con adhesivos especiales.

En medios particularmente agresivos es muy recomendable emplear más de una medida de protección, previendo un posible fallo parcial en alguna zona. Las capas protectoras deben vigilarse y conservarse en buen estado de forma continua.

12. Cálculo de secciones. Método clásico

12.1 Generalidades

El método clásico de cálculo del hormigón armado resulta de la aplicación de las teorías clásicas de la Resistencia de Materiales, en fase elástica, a las piezas heterogéneas constituidas por el hormigón y las armaduras.

En una pieza sometida a un conjunto de acciones, en una situación de servicio, se produce un estado de tensiones que puede determinarse, en los casos corrientes, mediante las teorías de la Resistencia de Materiales.[1] Las distintas tensiones así calculadas no han de superar ciertos valores límites o *tensiones admisibles,* que se obtienen dividiendo la resistencia del hormigón y el límite elástico del acero por los coeficientes de seguridad correspondientes, de forma que estos coeficientes cubren de forma clara y directa una posible disminución de la calidad de los materiales.

Para la obtención del estado tensional se procede generalmente en dos etapas. En la primera, se imagina cortada la pieza en una serie de secciones planas características, calculándose, al considerar el equilibrio de fuerzas y la compatibilidad de deformaciones de la estructura, la *solicitación* que actúa sobre cada una de dichas secciones. Esta solicitación no es otra cosa que la resultante de todas las tensiones ejercidas en la sección por una parte de la pieza sobre la otra, y sus componentes son los esfuerzos que actúan sobre la sección. Por ello se llama a esta etapa *cálculo de esfuerzos.*

En la segunda etapa se obtienen, a partir de los esfuerzos, las tensiones en todas las fibras de hormigón y en las armaduras de la sección, suponiendo para ello un comportamiento elástico y lineal para ambos materiales. Esta etapa se llama *cálculo de secciones* y de ella va a tratarse en lo que sigue.

Fácilmente se comprende que el estado tensional así obtenido es suficientemente aproximado al real en una situación de servicio, con tensiones relativamente reducidas; no así en

[1] Lo dicho es cierto para aquellas zonas de las piezas en las que hay continuidad geométrica y mecánica. Para las que presentan discontinuidad es necesario recurrir a la Teoría de la Elasticidad, o bien, de modo más práctico, a la Teoría de Bielas y Tirantes (véase apartado 22.6).

una situación cercana a la rotura, puesto que entonces fallan las hipótesis necesarias para el cálculo de esfuerzos, y sobre todo las utilizadas en el cálculo de secciones, entendidos ambos cálculos en su forma lineal clásica, por comportarse los materiales de forma muy diferente a la lineal. Por ello el cálculo clásico sigue usándose para analizar el estado tensional de piezas de hormigón armado o pretensado en situaciones de servicio, mientras que el cálculo en rotura se prefiere para estimar la seguridad de dichas piezas.

En el caso más general, las tensiones que actúan en una sección son de dos tipos: normales a la sección y tangenciales a la misma, esto es, contenidas en su plano. Las tensiones forman un sistema vectorial, del que interesa considerar la resultante y el momento resultante. Referidos estos vectores a un triedro formado por la tangente a la directriz de la pieza y los ejes principales de inercia de la sección (fig. 12.1) sus componentes son tres fuerzas (una axil N_x y dos cortantes V_y y V_z) y tres momentos (uno torsor T_x y dos flectores M_y y M_z), que son los seis esfuerzos de la sección. Ahora bien, únicamente tres de estos esfuerzos (el axil y los dos flectores) originan tensiones normales, mientras que los otros tres (los dos cortantes y el torsor) originan exclusivamente tensiones tangenciales. Por ello suele separarse, en el cálculo de secciones, el tratamiento de las tensiones normales, que se estudia en los capítulos 12 al 18, del de las tensiones tangenciales, al que se dedican los capítulos 19 y 20.

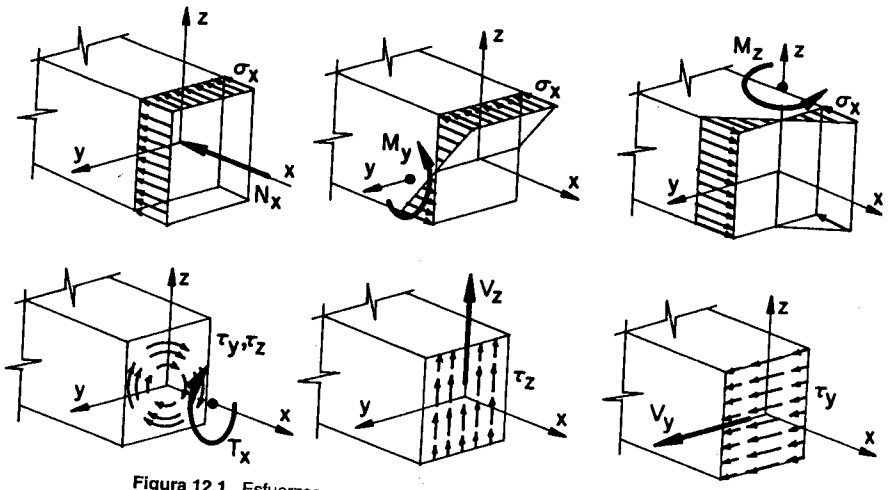


Figura 12.1 Esfuerzos en una sección y tensiones normales y tangenciales

12.2 Hipótesis básicas

A continuación se enuncian las hipótesis básicas del cálculo de secciones, sometidas a tensiones normales, por el método clásico.

1.° TENSIONES ADMISIBLES

Las tensiones en la fibra más comprimida del hormigón y en la armadura más traccionada están limitadas por los valores de las correspondientes tensiones admisibles:

$$\sigma_{c,adm} = \frac{f_c}{\gamma_1}, \qquad \sigma_{s,adm} = \frac{f_y}{\gamma_2}$$

con los siguientes significados:

f_c = resistencia del hormigón en compresión, en probeta cilíndrica y a los 28 días;
f_y = límite elástico de la armadura en tracción;
γ_1 = coeficiente de seguridad nominal del hormigón;
γ_2 = coeficiente de seguridad nominal del acero;
$\sigma_{c,adm}$ = tensión admisible del hormigón en compresión;
$\sigma_{s,adm}$ = tensión admisible del acero en tracción.

Estas resistencias y coeficientes de seguridad no son los usados habitualmente (cálculo en rotura); por ello las notaciones tampoco coinciden. Antiguamente las Instrucciones no definían con precisión el concepto de resistencia del hormigón en compresión, siendo práctica habitual tomar la resistencia media obtenida al romper varias probetas; pero desde los años cincuenta se usan resistencias características que tienen en cuenta la dispersión (ver capítulo 10). En cuanto al acero, se considera el límite elástico garantizado.

2.° SECCIONES PLANAS

Se admite la hipótesis de Bernouilli, de que las deformaciones normales a la sección siguen una ley plana, siendo iguales para las armaduras que para el hormigón que las rodea.

3.° DIAGRAMA TENSIÓN-DEFORMACIÓN DEL HORMIGÓN

Se admite un diagrama tensión-deformación lineal para el hormigón en compresión (ley de Hooke), con un módulo de elasticidad:

$$E_c = 21.000 \sqrt{f_c} \text{ para cargas de actuación breve,}$$
$$E_c = 10.000 \sqrt{f_c} \text{ para cargas permanentes,}$$

estando f_c y E_c expresados en kp/cm^2.

Se prescinde normalmente de la colaboración del hormigón en tracción. No obstante, esta colaboración puede tenerse en cuenta en algunos casos especiales, así como cuando se trata de estudiar la deformabilidad de las estructuras.

4.° DIAGRAMA TENSIÓN-DEFORMACIÓN DEL ACERO

Se admite un diagrama tensión-deformación lineal para el acero en tracción o en compresión, con un módulo de elasticidad:

$$E_s = 2.100.000 \text{ kp/cm}^2$$

Para simplificar el cálculo, resulta útil el empleo del *coeficiente de equivalencia n*, que se define mediante la relación:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{\sigma_s}{\sigma_c} \text{ (por igualdad de deformaciones),}$$

tomándose, en las obras corrientes de hormigón armado, en las que predomina la carga permanente, el valor medio $n = 15$. Mediante este coeficiente puede hallarse la *sección homogénea*, al reducir las áreas de acero, multiplicándolas por n, a otras equivalentes de hormigón.

5.° EQUILIBRIO

Se aplican a la sección las ecuaciones de equilibrio, igualando las resultantes de las tensiones internas en hormigón y armaduras con los esfuerzos actuantes sobre la sección.

12.3 Valores de las tensiones admisibles

Los valores tradicionalmente utilizados en España para los coeficientes de seguridad nominales son $\gamma_1 = 3$ para el hormigón en compresión y $\gamma_2 = 2$ para el acero en tracción.

Las normas de los distintos países (ACI, DIN, etc.) fijan valores diferentes de las tensiones admisibles (o lo que es equivalente, de los coeficientes de seguridad) según la forma de trabajo y el tipo de elemento considerado. Pero hace tiempo que tales normas fueron reemplazadas por otras en las que se adoptan los métodos de cálculo en rotura.

12.4 Definiciones relativas al cálculo de secciones

A continuación se definen los distintos estados de una sección sometida a tensiones normales, que serán estudiados luego de forma sucesiva; y se introducen algunos conceptos necesarios para los desarrollos ulteriores.

Se dice que una sección está sometida a una *solicitación de flexión simple* cuando sobre ella actúa un momento flector pero no un esfuerzo axil. Si además es nulo el esfuerzo cortante, se dice que la solicitación es de *flexión pura.* Las secciones de vigas suelen estar solicitadas a flexión simple, o se calculan como tales, por ser despreciable el axil que actúa sobre ellas.

En contraposición, se llama en general *solicitación de flexión compuesta* a la formada por un momento flector M y un esfuerzo axil N, o, lo que es equivalente, a la producida por una resultante normal excéntrica. Los pilares están en general solicitados a flexión compuesta.

Las secciones sometidas a una solicitación de flexión compuesta pueden, según su forma de trabajo, encontrarse en tres estados distintos (fig. 12.2):

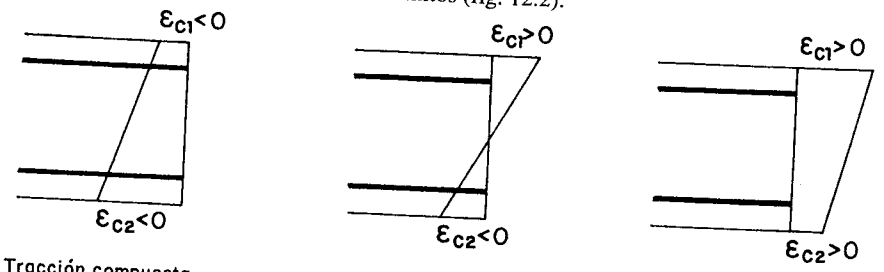


Figura 12.2 Estados de una sección según la posición del plano de deformaciones

- *Estado de tracción compuesta,* si todas las fibras de la sección están sometidas a una deformación de tracción (alargamiento). A este estado corresponde una resultante de tracción excéntrica.
- *Estado de flexión compuesta* (normalmente llamado *flexión compuesta,* sin más), si en la sección hay fibras comprimidas y otras traccionadas. La resultante puede ser de tracción o de compresión.

STOA

- *Estado de compresión compuesta,* si todas las fibras de la sección están comprimidas. La resultante es una compresión excéntrica.

De esta forma resulta que la solicitación de flexión compuesta es la más general, y abarca todo el campo de posibles solicitaciones normales, una de las cuales es la de la flexión simple ($N = 0$). Los extremos del campo son los siguientes:

- *Estado de tracción simple,* producido cuando la resultante (de tracción) actúa en el centro de gravedad de las armaduras, originando que todas ellas se deformen con igual alargamiento, siendo sus tensiones de tracción e iguales entre sí.
- *Estado de compresión simple,* producido cuando la resultante (de compresión) actúa en el centro de gravedad de la sección total homogénea, dando lugar a que todas las fibras se deformen con el mismo acortamiento y a que la ley de tensiones sea una compresión uniforme.

La mayoría de las secciones habituales en la práctica presentan un plano de simetría. Si el momento flector actúa en ese plano, la solicitación se llama de *flexión recta.* Si, por el contrario, el momento flector no está en el plano de simetría, o si se trata de una sección no simétrica por su forma o sus armaduras, la solicitación se llama de *flexión esviada.*

En un estado de flexión compuesta, se llama *fibra neutra* a la recta cuyos puntos tienen todos tensión nula. La posición de dicha recta no es conocida a priori, y su determinación constituye el principal problema del cálculo de secciones. Si la flexión es recta, lo que se supondrá en lo que sigue mientras no se especifique lo contrario, se conoce al menos la dirección de la fibra neutra (perpendicular al plano de simetría), con lo cual la única incógnita necesaria para fijar su posición es la distancia x de la recta a la fibra más comprimida de la sección (profundidad de la fibra neutra).

12.5 Flexión simple

1.° SECCIÓN DE FORMA CUALQUIERA. ECUACIONES DE EQUILIBRIO

En una sección de forma cualquiera pero con un eje de simetría, con una armadura de tracción A y otra de compresión A' (fig. 12.3), sometida a un momento flector M (solicitación de servicio), las ecuaciones de equilibrio entre las tensiones y los esfuerzos pueden establecerse como se indica a continuación.

En un elemento de sección de área $b_y \cdot d_y$, la tensión del hormigón será σ_y y la resultante elemental será $\sigma_y \cdot b_y \cdot d_y$. Integrando para toda la zona del hormigón comprimido y añadiendo la contribución de las armaduras, se obtienen las ecuaciones que expresan el equilibrio de esfuerzos normales y de momentos:

$$\int_o^x b_y \cdot \sigma_y \cdot dy + A' \cdot \sigma_2 - A \cdot \sigma_1 = 0$$

$$\int_o^x b_y \cdot \sigma_y \cdot y \cdot dy + A' \cdot \sigma_2 \cdot (x - d') + A \cdot \sigma_1 \cdot (d - x) = M$$

44672

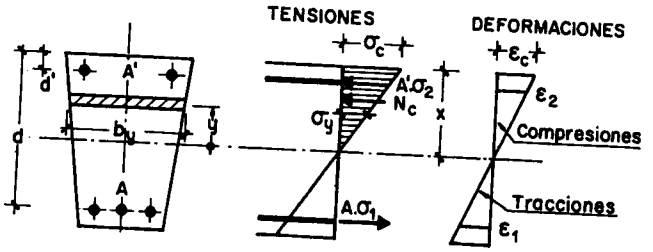


Figura 12.3 Sección sometida a flexión simple

Teniendo en cuenta que la ley de deformaciones es recta, y por lo tanto también lo es la de tensiones, resulta:

$$\frac{\sigma_y}{y}=\frac{\sigma_2}{n(x-d')}=\frac{\sigma_1}{n(d-x)}=\frac{\sigma_c}{x}$$

lo cual permite expresar σ_y, σ_2 y σ_1 en función de x y σ_c, que van a ser las incógnitas del sistema. Así se obtiene:

$$S_x+n\cdot A'\cdot(x-d')-n\cdot A\cdot(d-x)=0$$

$$I_x+n\cdot A'\cdot(x-d')^2+n\cdot A\cdot(d-x)^2=\frac{M\cdot x}{\sigma_c}$$

con los siguientes significados:

$S_x = \int_0^x b_y\cdot y\cdot dy =$ Momento estático de la zona comprimida de hormigón respecto a la fibra neutra.
$I_x = \int_0^x b_y\cdot y^2\cdot dy =$ Momento de inercia de la zona comprimida de hormigón respecto a la fibra neutra.
$A_x = \int_0^x b_y\cdot dy =$ Área de la zona comprimida de hormigón (no interviene en las fórmulas).
A = Área de la sección de armadura traccionada.
A' = Área de la sección de armadura comprimida.
n = Coeficiente de equivalencia.
x = Profundidad de la fibra neutra.
σ_c = Máxima tensión de compresión del hormigón.
d = Canto útil de la sección.
d' = Recubrimiento de A' (profundidad de su c. de g.).
M = Momento flector de servicio.

Tiene interés introducir el concepto de *sección eficaz homogénea*, que es la formada por la zona comprimida del hormigón, más las armaduras multiplicadas por el coeficiente de equivalencia. Sus características (área A_{el}, momento estático S_{el} y momento de inercia I_{el} respecto a la fibra neutra) son:

$$A_{el}=A_x+n\cdot(A+A')$$
$$S_{el}=S_x+n\cdot A'(x-d')-n\cdot A(d-x)$$
$$I_{el}=I_x+n\cdot A'(x-d')^2+n\cdot A(d-x)^2.$$

En función de estas características, las ecuaciones de equilibrio toman la forma sencilla:

$$S_{el}=0$$

$$\sigma_c=\frac{M\cdot x}{I_{el}}$$

2.° SECCIÓN DE FORMA CUALQUIERA. COMPROBACIÓN

Para la comprobación de una sección de forma cualquiera de la que se conocen las dimensiones, armaduras y momento de servicio, se determina la profundidad de la fibra neutra, x, a partir de la primera ecuación, analíticamente o por tanteos. La segunda ecuación permite entonces calcular la máxima tensión del hormigón y, a partir de ella, se obtienen las de las armaduras:

$$\sigma_c=\frac{M\cdot x}{I_{el}},\quad \sigma_2=n\cdot\sigma_c\frac{x-d'}{x},\quad \sigma_1=n\cdot\sigma_c\frac{d-x}{x}$$

tensiones que deben ser inferiores a las admisibles para que la sección se encuentre en buenas condiciones.

3.° SECCIÓN DE FORMA CUALQUIERA. DIMENSIONAMIENTO

El problema del dimensionamiento de una sección de forma cualquiera que normalmente suele presentarse es el de la determinación de las armaduras necesarias, conociendo la sección de hormigón, el momento flector de servicio y las tensiones admisibles que no pueden rebasarse.

En una sección sin armadura de compresión, se llama *momento crítico* al que puede absorber la sección en el supuesto de que tanto el hormigón como la armadura en tracción alcancen sus respectivas tensiones admisibles. Al ser conocida la distribución de tensiones puede calcularse fácilmente dicho momento crítico. Una vez conocido, conviene distinguir dos casos:

a) *Si el momento dado M es menor que el momento crítico,* la sección no necesita armadura de compresión, y la de tracción se calcula para que trabaje a su máxima tensión admisible. En este caso el hormigón no alcanzará su máxima tensión admisible, siendo las incógnitas del problema x, A y σ_c.

b) *Si el momento M es mayor que el crítico,* conviene en general trabajar con la distribución de tensiones correspondiente al momento crítico, colocando la armadura de compresión que sea necesaria.

4.° SECCIÓN RECTANGULAR. ECUACIONES DE EQUILIBRIO

En el caso de secciones rectangulares las ecuaciones de equilibrio tienen una forma sencilla. En efecto, al ser $b_y = b$ constante, resulta:

$$A_x=b\cdot x,\quad S_x=\frac{1}{2}b\cdot x^2,\quad I_x=\frac{1}{3}b\cdot x^3,$$

y, sustituyendo en las ecuaciones generales, queda:

$$0=\frac{1}{2}b\cdot x^2+n\cdot A'(x-d')-n\cdot A(d-x)$$

$$\frac{M\cdot x}{\sigma_c}=\frac{1}{3}b\cdot x^3+n\cdot A'(x-d')^2+n\cdot A(d-x)^2$$

Las ecuaciones de equilibrio pueden adoptar otra forma, tomando momentos respecto a la armadura de tracción:

$$0 = \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \sigma_c + A' \cdot \sigma_2 - A \cdot \sigma_1$$

$$M = \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \sigma_c \left(d - \frac{x}{3} \right) + A' \cdot \sigma_2 (d - d')$$

o bien, en forma adimensional, suponiendo $A' = 0$:

$$0 = \frac{1}{2} \xi - \rho_0 \cdot \beta$$

$$\mu = \frac{1}{2} \xi \cdot \zeta,$$

con los siguientes significados:

$\xi = \frac{x}{d}$ profundidad relativa del eje neutro;

$\zeta = 1 - \frac{\xi}{3}$ brazo mecánico relativo;

$\beta = \frac{\sigma_1}{\sigma_c}$ relación de tensiones;

$\rho_o = \frac{A}{b \cdot d}$ cuantía geométrica de la armadura en tracción;

$\mu = \frac{M}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_c}$ momento reducido (solicitación de servicio).

5.° SECCIÓN RECTANGULAR. COMPROBACIÓN

Para la comprobación de una sección rectangular se procede como en el caso general. Es decir, se determina x de la primera ecuación de equilibrio, y de la segunda ecuación se calcula la máxima tensión del hormigón σ_c. Las tensiones de las armaduras se obtienen, en función de σ_c, de forma inmediata.

6.° SECCIÓN RECTANGULAR. DIMENSIONAMIENTO

En el dimensionamiento de una sección rectangular sometida a flexión simple, el problema más importante es el de la determinación de las armaduras, conocidas las dimensiones del hormigón y las tensiones admisibles. Para ello resulta conveniente comparar el momento M que soporta la sección con el momento crítico de la misma. Esto equivale a comparar el canto d de la sección con el canto d_{min} para el que una sección del mismo ancho, supuesta sin armadura de compresión y sometida al momento M, estaría en condiciones críticas, es decir, alcanzaría simultáneamente las tensiones admisibles en el hormigón y en la armadura traccionada.

a) Canto mínimo sin armadura de compresión

Se obtiene inmediatamente de la ecuación adimensional de momentos, sin más que hacer $\beta = \sigma_{s,adm} / \sigma_{c,adm}$:

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{2}{\xi \cdot \zeta}} \sqrt{\frac{M}{b \cdot \sigma_{c,adm}}} = \lambda \cdot \sqrt{\frac{M}{b \cdot \sigma_{c,adm}}}$$

En la tabla 12.1, inspirada en los trabajos de Saliger, pueden obtenerse los valores de λ para los distintos valores de β, determinando así el canto mínimo para una sección rectangular de ancho b sometida a un momento M.

b) Altura peraltada

Si el canto dado es $d \geq d_{\min}$, se trata de una sección peraltada, que está en condiciones infracríticas. El acero trabajará a su tensión admisible, pero el hormigón no alcanzará la suya, por lo que la fibra neutra estará más alta que la crítica. No necesita, pues, armadura de compresión.

El cálculo de la armadura de tracción puede hacerse resolviendo el sistema de ecuaciones de equilibrio, establecidas con $\sigma_{s,adm}$. Las únicas incógnitas son σ_c y A.

Pero resulta más sencillo utilizar la tabla 12.1, en la que se entra con el valor:

$$\alpha_2 = \frac{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{s,adm}}{M}$$

y se obtiene el valor de la *cuantía geométrica* ρ_o (relación del área de la armadura al área de la sección). El área A de la armadura de tracción es:

$$A = \rho_o \cdot b \cdot d$$

c) Altura rebajada

Si el canto dado es $d < d_{\min}$, se trata de una sección rebajada, que está en condiciones supracríticas. Generalmente, en este caso, es conveniente disponer armadura comprimida, estableciendo las ecuaciones de equilibrio con una profundidad del eje neutro igual a su valor crítico, para conseguir un buen aprovechamiento de los materiales.

Para el cálculo práctico puede también utilizarse la tabla 12.1, determinando previamente los valores críticos de la sección sin armadura comprimida. Entrando en la tabla con el valor $\beta = \sigma_{s,adm} / \sigma_{c,adm}$ se encuentra α_1 y ρ_0, y se calculan:

$$M_{crit} = \frac{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{c,adm}}{\alpha_1}, \quad A_{crit} = \rho_o \cdot b \cdot d$$

Para resistir el exceso de momento $\Delta M = M - M_{crit}$ se dispone un suplemento de armadura en tracción ΔA, y una armadura comprimida A', dadas por:

$$\Delta A = \frac{\Delta M}{\sigma_{s,adm} (d - d')}, \qquad A' = \Delta A \frac{\sigma_{s,adm}}{\sigma_2} = \Delta A \cdot \frac{d - x}{x - d'}$$

Al final del capítulo pueden verse ejemplos numéricos de comprobación y dimensionamiento en flexión simple.

TABLA 12.1
CÁLCULO DE VIGAS RECTANGULARES
MÉTODO CLÁSICO, $n = 15$

$$d = \lambda \cdot \sqrt{\frac{M}{b \cdot \sigma_c}}, \quad A = \frac{M}{\sigma_1 \cdot z}$$

$\beta = \frac{\sigma_1}{\sigma_c}$	$\xi = \frac{x}{d}$	$\zeta = \frac{z}{d}$	$\rho_o = \frac{A}{b \cdot d}$	$\lambda = \sqrt{\frac{2}{\xi \cdot \zeta}}$	$\alpha_1 = \frac{b \cdot d^2 \cdot \sigma_c}{M}$	$\alpha_2 = \frac{b \cdot d^2 \cdot \sigma_1}{M}$
10	0,600	0,800	0,03000	2,04	4,167	41,7
11	0,577	0,808	0,02622	2,07	4,292	47,2
12	0,556	0,815	0,02315	2,10	4,418	53,0
13	0,536	0,821	0,02060	2,13	4,545	59,1
14	0,517	0,828	0,01847	2,16	4,672	65,4
15	0,500	0,833	0,01667	2,19	4,800	72,0
16	0,484	0,839	0,01512	2,22	4,928	78,9
17	0,469	0,844	0,01379	2,25	5,057	86,0
18	0,455	0,849	0,01262	2,28	5,186	93,3
19	0,441	0,853	0,01161	2,31	5,315	101,0
20	0,429	0,857	0,01072	2,33	5,444	108,9
21	0,417	0,861	0,00992	2,36	5,574	117,1
22	0,405	0,865	0,00922	2,39	5,704	125,5
23	0,395	0,868	0,00858	2,42	5,834	134,2
24	0,385	0,872	0,00801	2,44	5,965	143,2
25	0,375	0,875	0,00750	2,47	6,095	152,4
26	0,366	0,878	0,00704	2,50	6,226	161,9
27	0,357	0,881	0,00662	2,52	6,357	171,6
28	0,349	0,884	0,00623	2,55	6,488	181,7
29	0,341	0,886	0,00588	2,57	6,619	191,9
30	0,333	0,889	0,00556	2,60	6,750	202,5
31	0,326	0,891	0,00526	2,63	6,881	213,3
32	0,319	0,894	0,00498	2,65	7,013	224,4
33	0,313	0,896	0,00473	2,68	7,144	235,8
34	0,306	0,898	0,00450	2,70	7,276	247,4
35	0,300	0,900	0,00429	2,72	7,407	259,3
36	0,294	0,902	0,00409	2,75	7,539	271,4
37	0,289	0,904	0,00390	2,77	7,671	283,8
38	0,283	0,906	0,00372	2,79	7,803	296,5
39	0,278	0,907	0,00356	2,81	7,935	309,5
40	0,273	0,909	0,00341	2,84	8,067	322,7
41	0,268	0,911	0,00327	2,87	8,199	336,1
42	0,263	0,912	0,00313	2,89	8,331	349,9
43	0,258	0,914	0,00300	2,91	8,463	363,9
44	0,254	0,915	0,00289	2,93	8,595	378,2
45	0,250	0,917	0,00278	2,96	8,727	392,7
46	0,246	0,918	0,00267	2,98	8,860	407,5
47	0,242	0,920	0,00257	3,00	8,992	422,6
48	0,238	0,921	0,00248	3,02	9,124	438,0
49	0,234	0,922	0,00239	3,04	9,256	453,6
50	0,231	0,923	0,00231	3,06	9,389	469,4

12.6 Flexión compuesta

1.° SECCIÓN DE FORMA CUALQUIERA. ECUACIONES DE EQUILIBRIO

En una sección de forma cualquiera pero con un eje de simetría, y una armadura de tracción A y otra de compresión A' (ver fig. 12.4), trabajando en un estado de flexión compuesta, sometida a un momento flector M y a un esfuerzo normal N (solicitación de servicio), las ecuaciones de equilibrio se deducen de forma análoga a las de flexión simple, resultando:

$$S_{e1} = N \cdot \frac{x}{\sigma_c}$$

$$I_{e1} = M \cdot \frac{x}{\sigma_c} = N \cdot e_1 \cdot \frac{x}{\sigma_c}$$

donde e_1 es la excentricidad de la resultante referida a la fibra neutra.

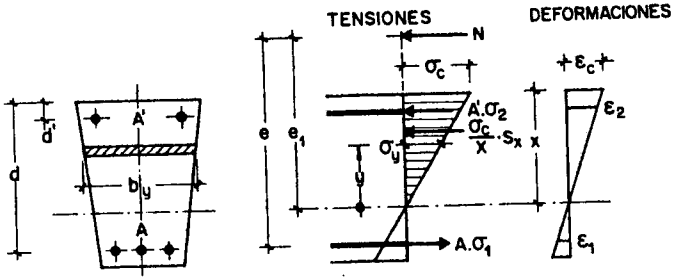


Figura 12.4 Sección sometida a flexión compuesta

2.° SECCIÓN DE FORMA CUALQUIERA. COMPROBACIÓN

Para la comprobación de tensiones de una sección de la que se conocen forma, dimensiones, armaduras y solicitación de servicio, se utiliza la ecuación que resulta de dividir miembro a miembro las dos ecuaciones de equilibrio:

$$\frac{I_{e1}}{S_{e1}} = e_1 = e - d + x$$

determinando, a partir de ella, el valor de x, analíticamente o por tanteos. La tensión del hormigón se deduce de una cualquiera de las ecuaciones de equilibrio; y de ella las de las armaduras:

$$\sigma_c = N \cdot e_1 \cdot \frac{x}{I_{e1}}, \quad \sigma_2 = n \cdot \sigma_c \cdot \frac{x - d'}{x}, \quad \sigma_1 = n \cdot \sigma_c \cdot \frac{d - x}{x},$$

que deben ser inferiores a las admisibles.

3.° SECCIÓN DE FORMA CUALQUIERA. DIMENSIONAMIENTO

El dimensionamiento de una sección de forma cualquiera, sometida a flexión compuesta, puede efectuarse aplicando el *método de Ehlers*:

Todo problema de flexión compuesta puede resolverse mediante las mismas fórmulas y tablas de flexión simple, sin más que tomar como momento M el que produce la fuerza N respecto a la armadura de tracción, y corregir el valor A_s obtenido para dicha armadura, de acuerdo con la relación:

$$A = A_s - \frac{N}{\sigma_1}.$$

En efecto, sea N el esfuerzo normal y e su excentricidad con respecto a la armadura de tracción. Supongamos actuando, además, dos fuerzas exteriores $N_1 = -N$ y $N_2 = N$ situadas a la altura de la armadura inferior, de forma que al equilibrarse entre sí no modifican el problema. Ahora bien, N y N_1 forman un par, por lo que puede dimensionarse la sección en flexión simple y con el momento $M = N \cdot e$. Y las tracciones resultantes, disminuidas en el valor de la compresión N_2, deberán ser resistidas por la armadura inferior, lo que justifica la relación dada más arriba.

4.° SECCIÓN RECTANGULAR

En el caso de sección rectangular, las *ecuaciones de equilibrio* pueden ponerse en la forma:

$$\frac{I_{e1}}{S_{e1}} = \frac{\frac{1}{3}b\cdot x^3 + n\cdot A'(x-d')^2 + n\cdot A(d-x)^2}{\frac{1}{2}b\cdot x^2 + n\cdot A'(x-d') - n\cdot A(d-x)} = e - d + x$$

$$\sigma_c = N\cdot e_1 \cdot \frac{x}{I_{e1}}.$$

Resolviendo la primera de ellas, ecuación de tercer grado en x (lo que se hará normalmente por tanteos), se calcula la profundidad de la fibra neutra; de la segunda se obtiene la máxima tensión del hormigón, y a partir de ella las de las armaduras, con lo que queda resuelta la *comprobación* de la sección.

Para el *dimensionamiento* de una sección rectangular en flexión compuesta, se aplica el método de Ehlers. El dimensionamiento en flexión simple resultante se resuelve utilizando la tabla 12.1.

12.7 Compresión compuesta

1.° SECCIÓN DE FORMA CUALQUIERA

La *comprobación* de una sección simétrica cualquiera sometida a compresión compuesta es inmediata, ya que no resulta necesario, como en flexión compuesta, determinar la posición de la fibra neutra. Conviene introducir el concepto de *sección total homogénea,* formada sumando a la sección total de hormigón las de las armaduras multiplicadas por el coeficiente de equivalencia. El área de la sección total homogénea vale:

$$A_o = A_c + n\,(A + A'),$$

siendo A_c el área de la sección total de hormigón. Se determina a continuación la posición del eje de gravedad de la sección total homogénea, definido por sus distancias y_1 e y_2 a las fibras extremas de la sección, y su momento de inercia I_o con respecto a dicho eje.

Se supone trasladada la resultante N al eje de gravedad, aplicando simultáneamente un momento flector $N \cdot e_o$ (fig. 12.5).

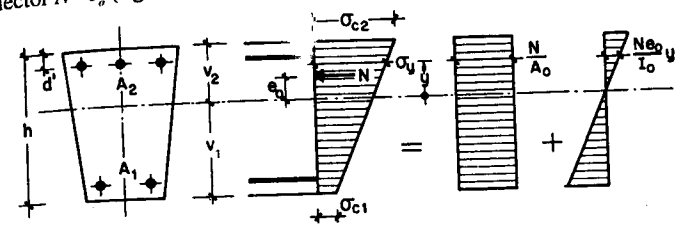


Figura 12.5 Sección sometida a compresión compuesta

La tensión en una fibra cuya distancia al eje de gravedad sea y vale:

$$\sigma_y = \frac{N}{A_o} + \frac{N\cdot e_o}{I_o} y,$$

de forma que las tensiones en las fibras más y menos comprimidas del hormigón son, respectivamente:

$$\sigma_{c2} = \frac{N}{A_o} + \frac{N\cdot e_o}{I_o} y_2$$

$$\sigma_{c1} = \frac{N}{A_o} + \frac{N\cdot e_o}{I_o} y_1$$

Para que haya compresión compuesta es necesario que resulte $\sigma_{c1} \le 0$. Si resultase $\sigma_{c1} > 0$ (tracción), se trataría de una flexión compuesta; no obstante, no sería necesario rehacer los cálculos si σ_{c1} no superara la tensión de tracción admisible para el hormigón, para la cual puede tomarse el valor de la resistencia a tracción dividida por el coeficiente de seguridad del hormigón γ_f.

En cuanto a las tensiones en las armaduras, su comprobación no es necesaria.

2.° SECCIÓN RECTANGULAR SIMÉTRICA

El caso más frecuente en la práctica es el de la sección rectangular con armadura simétrica $A_1 = A_2$, que corresponde a la mayoría de las secciones de pilares.

En la figura 12.6 puede verse un diagrama preparado para este tipo de secciones. Su uso está limitado a un recubrimiento del 10 por 100 del canto total, aunque puede emplearse del lado de la seguridad para recubrimientos menores. En él se relacionan los esfuerzos reducidos:

$$\nu = \frac{N}{b\cdot h\cdot \sigma_{c,adm}}$$

$$\mu = \frac{M_o}{b\cdot h^2\cdot \sigma_{c,adm}}$$

con la cuantía mecánica:

$$\omega = \frac{2n\cdot A}{b\cdot h}$$

y puede emplearse tanto en dimensionamiento como en comprobación. Si el punto representativo de los esfuerzos considerados cae en la zona 1 del diagrama, ello quiere decir que la sección, armada con la cuantía resultante, está en compresión compuesta, alcanzando el hormigón su tensión admisible. Si el punto cae en la zona 2, quiere decir que la sección está en flexión compuesta, alcanzando el hormigón su tensión admisible. Por último, si el punto cae en la zona 3, ello quiere decir que la sección trabaja en flexión compuesta, sin alcanzar el hormigón su tensión admisible: es la armadura inferior la que la alcanza, si se verifica la condición $\sigma_{s,adm}/\sigma_{c,adm} = n$. Si, por el contrario, $\sigma_{s,adm}/\sigma_{c,adm} > n$, entonces la sección dimensionada con el diagrama no alcanza la tensión admisible ni en hormigón ni en acero. Como la zona 3 es pequeña y relativamente infrecuente, puede usarse también en estos casos el diagrama, con lo que se queda del lado de la seguridad.

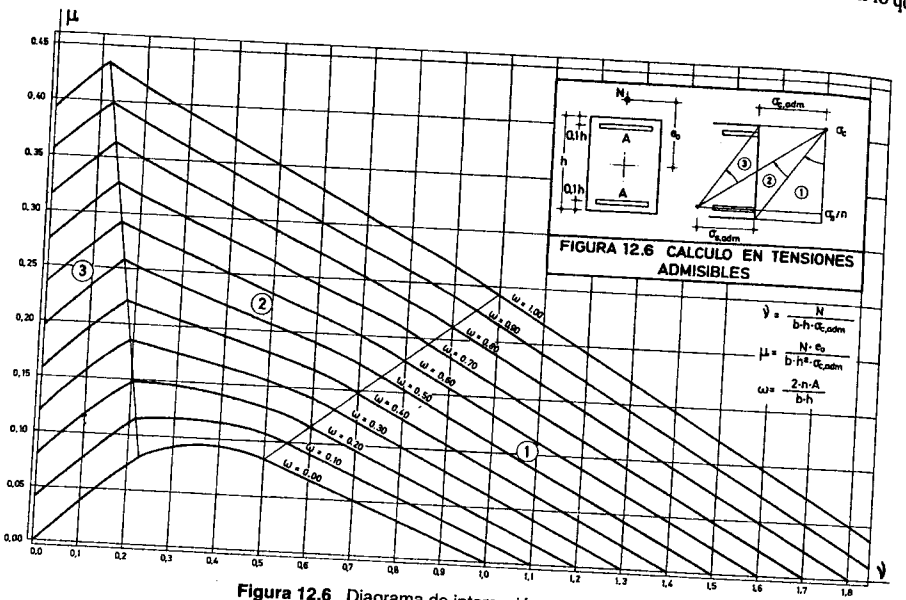


Figura 12.6 Diagrama de interacción momento-axil

12.8 Compresión simple

Cuando una fuerza de compresión N actúa en el baricentro de la sección total homogénea, se obtiene un estado uniforme de tensiones. La *ecuación de equilibrio* correspondiente es:

$$N = (A_c + n \cdot A_s) \cdot \sigma_c$$

siendo:

A_c = área de la sección total de hormigón;
n = coeficiente de equivalencia;
A_s = sección total de las armaduras;
σ_c = compresión uniforme del hormigón.

La *comprobación* de una sección a compresión simple se lleva a cabo despejando σ_c:

$$\sigma_c = \frac{N}{A_c + n \cdot A_s}$$

y comprobando que resulta inferior a la tensión admisible, $\sigma_{c,adm}$. Las armaduras no necesitan ser comprobadas, pues no alcanzan sus tensiones admisibles.

El dimensionamiento de las armaduras necesarias viene dado por:

$$A_s = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{N}{\sigma_{c,adm}} - A_c \right)$$

Como valor de la cuantía geométrica mínima en pilares, referida a la sección de hormigón necesaria, las normas clásicas daban ρ_o = 0,008. Las armaduras longitudinales deben disponerse de forma que el centro de gravedad de la sección total homogénea coincida con el punto de aplicación de la carga.

En la práctica es difícil que un pilar trabaje a compresión simple, debido a inexactitudes constructivas. Por ello es aconsejable calcularlos con una excentricidad mínima de dos centímetros.

12.9 Tracción simple

En general, debe indicarse que el hormigón armado no es un material idóneo para resistir esfuerzos de tracción simple. Su resistencia a tracción es baja y poco fiable, y su fisuración puede causar problemas. Por ello, para las piezas que vayan a trabajar de esta forma y, en particular, para depósitos y tuberías, se recomienda el empleo de la técnica del hormigón pretensado.

1.° TIRANTES

Los tirantes de hormigón armado sometidos a tracción simple se calculan de modo que todo el esfuerzo lo absorban las armaduras. La armadura total necesaria para absorber el esfuerzo de tracción, N, es:

$$A_s = \frac{N}{\sigma_{s,adm}},$$

pudiendo tomarse para la tensión admisible $\sigma_{s,adm}$ el valor $0{,}5 f_y$. En este cálculo no intervienen las dimensiones de la sección de hormigón. No obstante, si se quiere que dicho hormigón no se fisure, debe procederse de alguna de las formas siguientes:

- Hormigonar la pieza, si es posible, después de entrar en carga la armadura. De este modo el hormigón no vendrá afectado por el alargamiento del acero.
- Si la estructura no puede ponerse en carga hasta después del hormigonado, la pieza de hormigón armado deberá dimensionarse de forma que su alargamiento no sobrepase la deformación de rotura del hormigón en tracción.

Ahora bien, el módulo de deformación del hormigón en tracción no es bien conocido y varía de unos hormigones a otros, no existiendo correlaciones precisas con sus restantes características mecánicas; ello dificulta la evaluación del reparto de tensiones entre el hormigón y el acero. Si se admite como alargamiento de rotura del hormigón a tracción el valor de 0,10 a 0,15 mm por metro, para que no se produjesen fisuras habría de trabajar el acero a una tensión inferior a

$$\sigma_s = 0{,}0001 \cdot E_s = 210 \text{ kp/cm}^2,$$

y el hormigón a una tensión inferior a su resistencia a tracción:

$$f_{ct} = 0{,}09 \cdot f_c$$

Para el coeficiente de equivalencia entre estas dos tensiones puede adoptarse, con hormigones corrientes, el valor:

$$m = \frac{\sigma_s}{f_{ct}} = 15,$$

y para tensiones admisibles de ambos materiales, los valores:

$$\sigma_{ct,adm} = \frac{f_{ct}}{\gamma_r} = \frac{f_{ct}}{1{,}5} = 0{,}06 f_c$$

$$\sigma_{sr} = 15 \cdot \sigma_{ct,adm} = 10 f_{ct},$$

en donde γ_r es el coeficiente de seguridad nominal de fisuración.

La ecuación de equilibrio entre tensiones y fuerzas exteriores es:

$$N = A_c \cdot \sigma_{ct,adm} + 15 A_s \cdot \sigma_{ct,adm} = A_o \cdot \sigma_{ct,adm}$$

siendo $A_o = A_c + 15A_s$ la sección total homogénea, en cuyo baricentro debe actuar el esfuerzo.

Las secciones necesarias, tanto del hormigón como de las armaduras, para que no se produzca fisuración, serán, por tanto:

$$A_s = \frac{N}{\sigma_{sr}}$$

$$A_c = \frac{N}{\sigma_{ct,adm}} - 15A_s$$

en donde N es el esfuerzo de tracción a que ha de estar sometido el tirante en el servicio de la pieza.

2.° DEPÓSITOS CIRCULARES Y TUBERÍAS

En el caso de paredes de depósitos y tuberías de hormigón armado, el cálculo de las secciones en tracción simple se lleva a cabo empleando la fórmula empírica de Faury, que tiene en cuenta la seguridad a la fisuración:

$$N = \frac{1}{\gamma_r}\left[A_c \cdot f_{ct} + 100 A_s \left(\frac{100}{s+4} - \frac{s^2}{300}\right)\right],$$

con las siguientes notaciones:

- A_c = área de la sección del hormigón (cm²);
- A_s = sección total de las armaduras (cm²);
- f_{ct} = resistencia a tracción del hormigón (kp/cm²);
- N = esfuerzo de tracción máximo previsto (kp);
- s = separación de las barras (cm);
- γ_r = coeficiente de seguridad a fisuración (depósitos de agua, $\gamma_r = 1{,}5$).

Como siempre, para la armadura A_s se toma el valor:

$$A_s = \frac{N}{\sigma_{sr}}$$

No obstante, es muy difícil construir un depósito de hormigón armado completamente estanco, por aparecer microfisuras que permiten salir al líquido hasta tanto no se hayan colmatado.

12.10 Tracción compuesta

En tracción compuesta, es decir, cuando las deformaciones en la sección son todas ellas de tracción (lo que ocurre para pequeñas excentricidades de N), suelen calcularse las armaduras A_1 y A_2 de modo que su centro de gravedad coincida con el punto de aplicación de la fuerza (fig. 12.7).

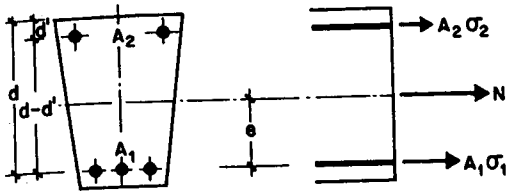


Figura 12.7 Sección sometida a tracción compuesta

Las ecuaciones de equilibrio pueden obtenerse tomando momentos con respecto a ambas armaduras. Como se prescinde de la colaboración del hormigón, resulta:

$$N \cdot e = A_2 \cdot \sigma_2 \cdot (d - d')$$

$$N \cdot (d - d' - e) = A_1 \cdot \sigma_1 \cdot (d - d')$$

con los siguientes significados:

- e = excentricidad referida a la armadura inferior;
- σ_1 = tensión en la armadura inferior;
- σ_2 = tensión en la armadura superior.

De estas ecuaciones pueden despejarse inmediatamente las tensiones de las armaduras, con lo que queda resuelta la *comprobación.* Para el *dimensionamiento* pueden utilizarse las mismas ecuaciones sin más que hacer en ellas:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{s,adm}$$

con lo que el aprovechamiento de las armaduras es máximo, obteniéndose así:

$$A_1 = \frac{N}{\sigma_{s,adm}} \cdot \left(1 - \frac{e}{d - d'}\right), \quad A_2 = \frac{N}{\sigma_{s,adm}} \cdot \frac{e}{d - d'}$$

Estas armaduras cumplen la condición más arriba indicada de que su centro de gravedad coincide con el punto de aplicación de la fuerza.

12.11 Flexión esviada

El cálculo clásico de secciones de forma cualquiera sometidas a flexión esviada simple o compuesta es muy complicado y, si bien pueden plantearse con facilidad las ecuaciones de equilibrio, la resolución práctica resulta inabordable en la mayor parte de los casos.

El único caso fácilmente abordable, de forma exacta, es el de la *comprobación* de una sección que trabaje a *compresión compuesta*. De forma análoga a la de flexión recta, se llega a la siguiente ecuación para la tensión en un punto cualquiera de la sección:

$$\sigma_{xy} = \frac{N}{A_o} + \frac{N \cdot e_x}{I_{oy}} \cdot x + \frac{N \cdot e_y}{I_{ox}} \cdot y$$

con los siguientes significados, *todos referidos a los ejes principales de inercia de la sección total homogénea*:

σ_{xy} = tensión del hormigón en el punto (x, y);
e_x = excentricidad de N en dirección x;
e_y = excentricidad de N en dirección y;
A_o = área total homogénea, $A_o = A_c + n A_s$;
I_{ox} = momento de inercia de la sección total homogénea respecto al eje x;
I_{oy} = momento de inercia de la sección total homogénea respecto al eje y;
N = esfuerzo normal de compresión, de servicio.

Esta fórmula puede también utilizarse en algunos casos de flexión compuesta con pequeñas excentricidades, siempre que las máximas tracciones del hormigón no sobrepasen la resistencia del hormigón a tracción, f_{ct}.

Más adelante, al tratar de los métodos en estados límites últimos, se exponen fórmulas sencillas y prácticas para el *dimensionamiento* de secciones en flexión esviada, simple o compuesta (capítulo 17).

12.12 Ejemplos

Ejemplo 1.° Comprobar las tensiones, en ambos materiales, de la sección en T representada en la fig. 12.8, sometida a un momento de servicio M = 100 kN·m . Hormigón de resistencia f_c = 25 N/mm^2 y acero ordinario. Tensiones admisibles $\sigma_{c,adm} = 0{,}45 f_c$ y $\sigma_{s,adm} = 0{,}50 f_s$

Los datos son:

b_w = 0,25 m (ancho nervio)
b = 1,00 m (ancho eficaz)
h_f = 0,08 m (canto ala)
d = 0,57 m (canto útil)
A' = 0 (arm. comprimida)
A = 5 Ø 22 = 19,01 cm^2
M = 100 kN · m
f_c = 25 N/mm^2
f_s = 240 N/mm^2

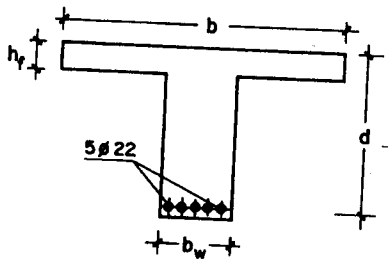


Figura 12.8 Ejemplo de sección en T sometida a flexión simple

Primeramente se determina la profundidad de la fibra neutra mediante la ecuación:

$$S_{e1} = S_x + n \cdot A' \cdot (x - d') - n \cdot A \cdot (d - x) = 0$$

o sea,

$$\frac{b_w \cdot x^2}{2} + (b - b_w) \cdot h_f \cdot \left(x - \frac{h_f}{2}\right) + n \cdot A' \cdot (x - d') - n \cdot A \cdot (d - x) = 0$$

de la que se deduce, sustituyendo valores,

$$0{,}125x^2 + 0{,}0885x - 0{,}0186 = 0$$

$$x = 0{,}169 \cong 0{,}17 \text{ m}$$

resultando $x > h_f$.

Para el cálculo de tensiones hay que determinar previamente el valor del momento de inercia,

$$I_{e1} = \frac{b \cdot x^3 - (b - b_w) \cdot (x - h_f)^3}{3} + n \cdot A (d - x)^2 = 0{,}006018 \text{ m}^4,$$

con lo que resulta, finalmente:

$$\sigma_c = \frac{M \cdot x}{I_{e1}} = \frac{100 \times 0{,}17}{0{,}006018} = 2825 \text{ kN/m}^2 = 2{,}825 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s = n \cdot \sigma_c \cdot \frac{d - x}{x} = 99{,}7 \text{ N/mm}^2,$$

que son menores que las admisibles:

$$\sigma_{c,adm} = 0{,}45 f_c = 11{,}25 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s,adm} = 0{,}50 f_s = 120 \text{ N/mm}^2.$$

Ejemplo 2.° Una sección rectangular de 0,30 × 0,50 m^2 está sometida a un momento flector de servicio M = 80 kNm. Las tensiones admisibles son de 10 N/mm^2 para el hormigón y de 140 N/mm^2 para el acero. Dimensionar las armaduras.

Los datos son:

b = 0,30 m
d = 0,47 m
h = 0,50 m

$\sigma_{c,adm}$ = 10 N/mm^2
$\sigma_{s,adm}$ = 140 N/mm^2
M = 80 kN · m

Entrando en la tabla 12.1 con el valor:

$$\beta_{crit} = \frac{\sigma_{s,adm}}{\sigma_{c,adm}} = 14$$

resulta $\alpha_1 = 4{,}672$, de donde:

$$M_{crit} = \frac{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{c,adm}}{\alpha_1} = 141{,}8 \text{ kN} \cdot \text{m} > M,$$

luego se trata de un caso de altura peraltada (canto superior al mínimo), no siendo necesaria la armadura comprimida. El acero alcanzará su tensión admisible, pero no así el hormigón. Entrando en la tabla 12.1 con el valor:

$$\alpha_2 = \frac{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{s,adm}}{M} = 116{,}0$$

resulta una cuantía geométrica $\rho_o = 0{,}01003$, y, por tanto,

$$A = \rho_o \cdot b \cdot d = 14{,}14 \text{ cm}^2,$$

para la que se adoptan 5 Ø 20 de acero ordinario.

13. Estado límite último bajo solicitaciones normales. Principios generales de cálculo

13.1 Consideraciones generales

Como se vio con todo detalle en el capítulo 11, el estudio de las secciones de hormigón armado tiene por objeto comprobar que, *bajo la combinación más desfavorable de acciones* (apartado 11.7), la pieza no supera cada uno de los estados límites, en el supuesto de que ambos materiales, hormigón y acero, tuviesen como resistencias reales *las resistencias minoradas o de cálculo*. Es decir,

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}, \qquad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

con los siguientes significados (véase 11.5-3.°):

f_{ck} = resistencia característica del hormigón;
γ_c = coeficiente de minoración del hormigón;
f_{yk} = límite elástico característico del acero;
γ_s = coeficiente de minoración del acero.

En el presente capítulo se establecen las bases de cálculo de secciones sometidas a solicitaciones normales, *en el estado límite último de agotamiento resistente*, que es el más importante y debe ser siempre comprobado.

Recuérdese (apartado 12.1) que se denominan solicitaciones normales las que originan tensiones normales sobre las secciones rectas y están constituidas por un momento flector y un esfuerzo normal, referidos al centro de gravedad del hormigón solo; a ellas nos referiremos en el presente capítulo. Por el contrario, las tensiones tangenciales están originadas por un esfuerzo cortante y un momento torsor, y serán tratadas en los capítulos 19 y 20.

Una sección de hormigón armado sometida a solicitaciones normales puede alcanzar el estado límite de agotamiento mediante tres formas diferentes: por exceso de deformación plástica del acero, por aplastamiento del hormigón en flexión y, finalmente, por aplastamiento del hormigón en compresión.

a) Se admite que, en piezas sometidas a tracción o a flexión con pequeñas cuantías, el estado límite de agotamiento se origina como consecuencia de una deformación plástica excesiva de sus armaduras, que se fija en un 10 por 1.000.

b) En piezas sometidas a flexión con cuantías medias o grandes, el estado límite de agotamiento se origina por aplastamiento del hormigón con deformaciones del orden del 3,5 por 1.000.

c) Por último, en piezas sometidas a compresión simple o compuesta, el colapso de la pieza se origina por aplastamiento del hormigón con deformaciones del orden del 2 por 1.000, es decir, menores que en el caso de flexión.

Tanto el Código Modelo CEB-FIP como la Instrucción española preconizan, para el estudio de las secciones de hormigón armado en las distintas formas de agotamiento, un método que cubre de una manera continua todas las solicitaciones normales, desde la tracción simple hasta la compresión centrada, cuyas hipótesis básicas se indican a continuación.

Naturalmente, según vimos en el apartado 11.9, las tensiones que se producen en el agotamiento de una sección no pueden determinarse admitiendo un comportamiento elástico y lineal para ambos materiales, hormigón y acero.

13.2 Bases de cálculo

El estudio de las secciones de forma cualquiera sometidas a solicitaciones normales, en el estado límite último de agotamiento resistente, es decir, en el agotamiento por rotura o por deformación plástica excesiva, se efectúa de acuerdo con las siguientes hipótesis.

1.° CARACTERIZACIÓN DEL ESTADO LÍMITE ÚLTIMO

Existen una serie de situaciones de agotamiento correspondientes a las distintas solicitaciones normales que cubren, de una manera continua, desde la tracción simple a la compresión centrada. En cada una de estas situaciones se conocen las deformaciones en dos fibras de la sección, como se indica, con todo detalle, en el apartado 13.3.

2.° COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES

Bajo la acción de las solicitaciones, las armaduras tienen la misma deformación que el hormigón que las envuelve. Se admite la hipótesis de Bernouilli de que las deformaciones normales a una sección transversal siguen una ley plana. Esta hipótesis es válida para piezas en las que la relación l_0/h, de la distancia entre puntos de momento nulo al canto total, sea superior a 2[1], excepción hecha de las zonas de discontinuidad geométrica o mecánica que pueda presentar la pieza. Estas zonas, al igual que las vigas cortas (en las que es $l_0/h \leq 2$), se tratan mediante la Teoría de Bielas y Tirantes (apartado 22.6).

Como consecuencia de esta hipótesis y la anterior, al conocerse las deformaciones en dos fibras de la sección y su ley de variación lineal, quedan determinadas las deformaciones en todas sus fibras.

---

[1] Para vigas cortas no puede admitirse la hipótesis de Bernouilli debido a la gran influencia que tienen las deformaciones por esfuerzo cortante.

3.° DIAGRAMAS TENSIÓN-DEFORMACIÓN DEL HORMIGÓN

Si se fija un diagrama tensión-deformación apropiado para el hormigón, conocida la deformación en una fibra de la sección queda determinado, unívocamente, el valor de la tensión en dicha fibra.

Se admiten los siguientes diagramas tensión-deformación para el hormigón. En todos ellos se prescinde de la colaboración del hormigón en tracción, no muy confiable y de escasa importancia.

a) *Diagrama parábola-rectángulo de cálculo,* formado por una parábola de segundo grado y un segmento rectilíneo (fig. 13.1). El vértice de la parábola se encuentra en la abscisa 2 por 1.000 (deformación de rotura del hormigón en compresión simple), y el vértice del rectángulo en la abscisa 3,5 por 1.000 (deformación de rotura del hormigón en flexión). La ordenada máxima de este diagrama corresponde a una compresion de $0{,}85 \cdot f_{cd}$, siendo f_{cd} la resistencia minorada o de cálculo del hormigón a compresión.

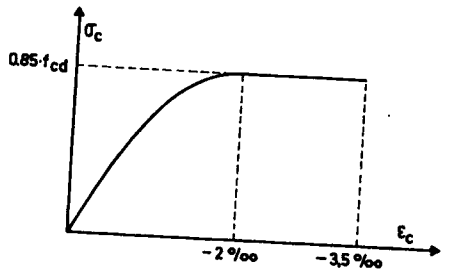


Figura 13.1 Diagrama parábola-rectángulo de cálculo

Este diagrama conduce a resultados perfectamente concordantes con la experimentación existente.

b) *Diagrama rectangular de cálculo,* formado por un rectángulo de anchura $0{,}85 \cdot f_{cd}$, y cuya altura, y, en función de la profundidad del eje neutro, x, es (fig. 13.2):

$$\text{para } x \le 1{,}25h \quad y = 0{,}8x$$
$$\text{para } x > 1{,}25h \quad y = h$$

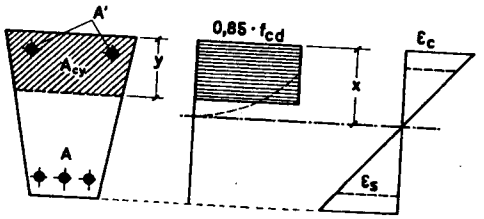


Figura 13.2 Diagrama rectangular de cálculo

c) *Otros diagramas de cálculo,* como parabólicos, birrectilíneos, trapezoidales, rectangulares con tope, etc., siempre que los resultados con ellos obtenidos concuerden, de una manera satisfactoria, con los correspondientes a la parábola-rectángulo o queden del lado de la seguridad.

4.° DIAGRAMAS TENSIÓN-DEFORMACIÓN DE LOS ACEROS

La tensión en cualquier armadura se obtiene a partir de la deformación de la fibra correspondiente, mediante el diagrama tensión-deformación de cálculo del acero empleado.

El diagrama de los aceros empleados en hormigón armado depende del método de fabricación utilizado, por lo que debe ser el fabricante quien lo facilite.

La Instrucción española admite, a falta de datos experimentales, el diagrama característico de la figura 13.3, formado por la recta de Hooke y otra recta inclinada determinada como se indica en la figura. La rama de compresión es simétrica a la de tracción respecto al origen.

Como módulo de deformación longitudinal del acero se admite el valor $E_s = 2 \cdot 10^5$ N/mm^2 (MPa).

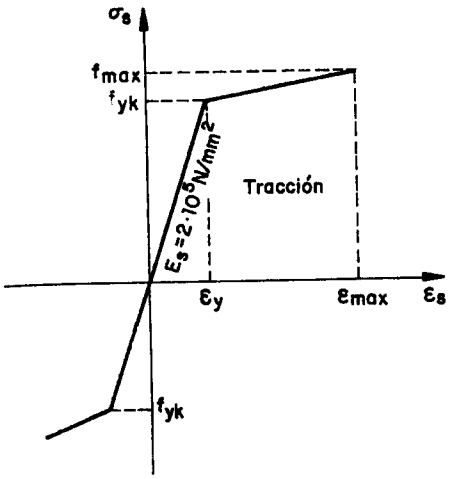


Figura 13.3 Diagrama característico σ - ε del acero

El diagrama tensión-deformación de cálculo de los aceros se obtiene a partir del característico mediante una afinidad efectuada paralelamente a la recta de Hooke, de razón $1/\gamma_s$, siendo γ_s el coeficiente de seguridad del acero (fig. 13.4a). Como simplificación que queda del lado de la seguridad, puede usarse el diagrama de la figura 13.4b, cuya segunda rama es horizontal.

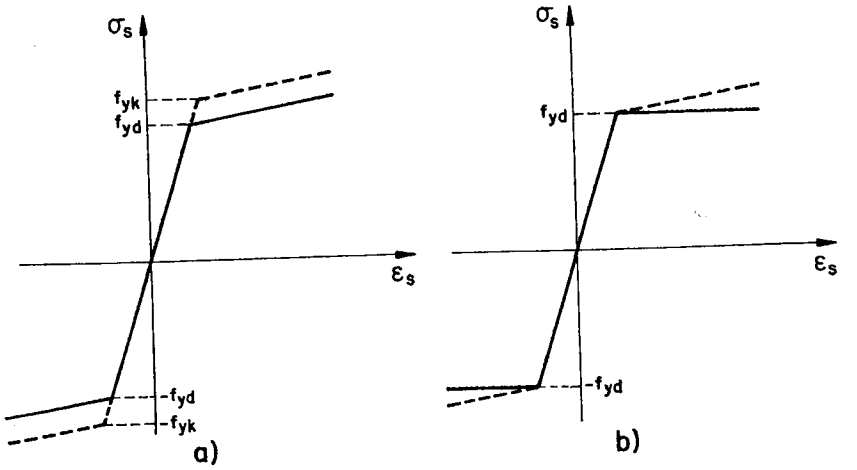


Figura 13.4 Diagrama de cálculo σ - ε del acero: (*a*) no simplificado; (*b*) simplificado

5.° CONDICIONES DE EQUILIBRIO

Se aplicarán a la sección las ecuaciones de equilibrio estático de fuerzas y momentos, igualando las resultantes de las tensiones en hormigón y acero, y sus momentos, a las componentes de la solicitación exterior. Estas condiciones de equilibrio se establecen con todo detalle en el apartado 13.4.

13.3 Dominios de deformación de las secciones, en el estado límite último de agotamiento resistente

Las deformaciones límites de las secciones, según la naturaleza de la solicitación, conducen a admitir varios dominios que han sido esquematizados en la figura 13.5 y que estudiamos detalladamente a continuación.

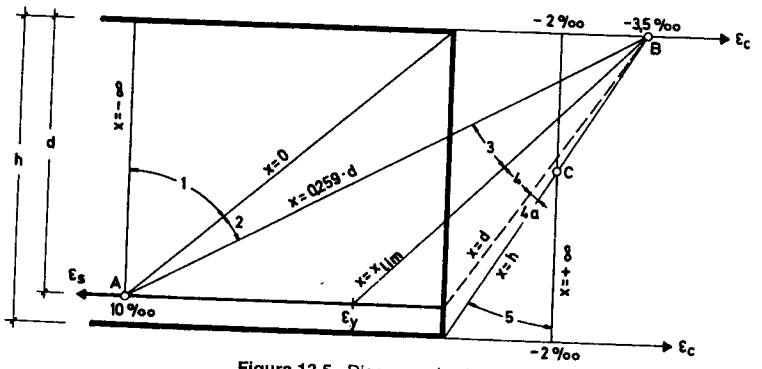


Figura 13.5 Diagrama de pivotes

Dominio 1: Tracción simple o compuesta en donde toda la sección está en tracción. Las rectas de deformación giran alrededor del punto *A* (pivote 1) correspondiente a un alargamiento del acero más traccionado del 10 por 1.000. Se cubre así el campo de profundidades del eje neutro comprendidas entre $x = -\infty$ y $x = 0$.

Dominio 2: Flexión simple o compuesta en donde el hormigón no alcanza la rotura. Las rectas de deformación continúan girando alrededor del punto *A* (pivote 1) correspondiente a un alargamiento del acero más traccionado del 10 por 1.000. La máxima deformación del hormigón es inferior a 3,5 por 1.000 en valor absoluto. Se cubre así el campo de profundidades del eje neutro comprendidas entre $x = 0$ y $x = 0{,}259 \cdot d$.

Dominio 3: Flexión simple o compuesta en donde las rectas de deformación giran alrededor del punto *B* (pivote 2) correspondiente al máximo acortamiento del hormigón $\varepsilon_c = 3{,}5$ por 1.000. El alargamiento de la armadura más traccionada está comprendido entre el 10 por 1.000 y ε_y, siendo ε_y la deformación correspondiente al límite elástico del acero. Se cubre así el campo de profundidades del eje neutro comprendidas entre $x = 0{,}259 \cdot d$ y $x = x_{lim}$.

Dominio 4: Flexión simple o compuesta en donde las rectas de deformación continúan girando alrededor del punto *B* (pivote 2). El alargamiento de la armadura más traccionada está comprendido entre ε_y y cero. Se cubre así el campo de profundidades del eje neutro comprendidas entre $x = x_{lim}$ y $x = d$.

Dominio 4a: Flexión compuesta en donde todas las armaduras están comprimidas y existe una pequeña zona de hormigón en tracción. Las rectas de deformación continúan girando alrededor del punto *B* (pivote 2). En este dominio se cubre el campo de profundidades del eje neutro comprendidas entre $x = d$ y $x = h$.

Dominio 5: Compresión simple o compuesta en donde ambos materiales trabajan a compresión. Las rectas de deformación giran alrededor del punto *C* (pivote 3) definido por la intersección de las dos rectas dibujadas en la figura (en compresión simple la deformación de rotura del hormigón es del 2 por 1.000). En este dominio se cubre el campo de profundidades del eje neutro comprendidas entre $x = h$ y $x = +\infty$.

13.4 Ecuaciones de equilibrio y compatibilidad

El estudio más general de una sección de hormigón armado, en el estado límite último de agotamiento, debe referirse a una sección de forma cualquiera sometida a solicitaciones normales y tangenciales, con una distribución arbitraria de armaduras.

No obstante, en este apartado se trata solamente del caso de secciones con un eje de simetría, sometidas a solicitaciones normales que actúan en dicho eje, y provistas de dos armaduras principales A_{s1} y A_{s2} (fig. 13.6).

Sea una sección de forma cualquiera pero simétrica respecto al plano de flexión, sometida a tracción simple o compuesta, flexión simple o compuesta, o compresión simple o compuesta. Las ecuaciones de equilibrio, en el estado último de agotamiento, pueden ponerse en la forma (fig. 13.6):

$$N_u = \int_o^h b_y \cdot \sigma_y \cdot dy + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} \qquad [13.1]$$

$$N_u \cdot e_1 = \int_o^h b_y \cdot \sigma_y \cdot (d - y) \cdot dy + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} \cdot (d - d_2)$$

con los siguientes significados:

- N_u = esfuerzo normal de agotamiento;
- e_1 = excentricidad de N_u referida a la armadura A_{s1};
- A_{s1} = área de la sección de la armadura más traccionada o menos comprimida;
- A_{s2} = área de la sección de la armadura más comprimida o menos traccionada;
- x = distancia del eje neutro a la fibra más comprimida o menos traccionada;
- d = canto útil;
- h = canto total;
- d_1 = distancia del c. d. g. de la armadura A_{s1} a la fibra más traccionada o menos comprimida;
- d_2 = distancia del c. d. g. de la armadura A_{s2} a la fibra más comprimida o menos traccionada;
- y = profundidad genérica;
- σ_y = compresión del hormigón a la profundidad y;
- σ_{s1} = tensión de la armadura A_{s1};
- σ_{s2} = tensión de la armadura A_{s2}.

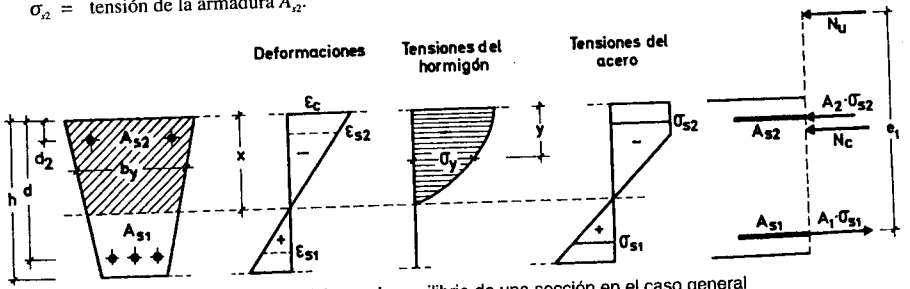


Figura 13.6 Condiciones de equilibrio de una sección en el caso general

14672

Con objeto de obtener unas ecuaciones de equilibrio válidas para cualquier solicitación, se han considerado tanto las tensiones como los esfuerzos con su signo implícito, asignándole el signo positivo a las tracciones y el negativo a las compresiones (fig. 13.6). Los momentos se consideran como positivos cuando van en sentido contrario a las agujas de un reloj.

Las ecuaciones de compatibilidad de deformaciones pueden ponerse en la forma:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_y}{x-y} = \frac{\varepsilon_{s1}}{x-d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d_2} \qquad [13.2]$$

en donde las deformaciones llevan su signo implícito de acuerdo con el criterio adoptado. Una vez determinadas las distintas deformaciones pueden obtenerse las correspondientes tensiones, mediante los diagramas tensión-deformación de ambos materiales.

Las ecuaciones de equilibrio anteriormente establecidas son válidas para cualquier solicitación, desde la tracción simple hasta la compresión centrada, siempre referidas el estado límite último de agotamiento. A continuación se efectúa un estudio de los valores extremos de la profundidad del eje neutro, en cada dominio.

1.° TRACCIÓN SIMPLE O COMPUESTA

Para valores de $x \leq 0$, las deformaciones corresponden al dominio 1 (fig. 13.5) con pivote en el punto *A*. Ambas armaduras trabajan a tracción, y la sección estará sometida a *tracción simple o compuesta*. La deformación de la armadura más traccionada será $\varepsilon_{s1} = 0{,}010$.

2.° FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA

Para $0 < x < h$, las deformaciones corresponden a los dominios 2, 3, 4 y 4a (fig. 13.5), existirán alargamientos y acortamientos, y la sección estará sometida a *flexión simple o compuesta*. Los valores extremos de x que delimitan estos dominios se determinan fácilmente mediante las ecuaciones de compatibilidad de deformaciones.

a) En efecto, el máximo valor de x en el dominio 2, o *valor crítico*, será:

$$\frac{0{,}0035}{x} = \frac{0{,}010}{d-x}, \qquad x_{cri} = 0{,}259 \cdot d$$

es decir, que la variación de la profundidad del eje neutro, en el dominio 2, es $0 < x < 0{,}259 \cdot d$. La deformación de la armadura A_{s1} es $\varepsilon_{s1} = 0{,}010$, y la correspondiente a la fibra más comprimida del hormigón variará en el intervalo $0 < |\varepsilon_c| < 0{,}0035$.

b) En el dominio 3, el valor de la profundidad del eje neutro, x, varía en el intervalo $0{,}259 \cdot d \leq x \leq x_{lim}$, siendo x_{lim} el *valor límite* a partir del cual la armadura A_{s1} no alcanza su resistencia de cálculo f_{yd}. La deformación de la fibra más comprimida del hormigón es en este dominio $\varepsilon_c = -0{,}0035$. Tenemos, por tanto (figs. 13.5 y 13.6):

$$\varepsilon_{s1} = 0{,}0035 \cdot \frac{d-x}{x}$$

Por otra parte, la deformación correspondiente al límite elástico es:

$$\varepsilon_{s1} = \frac{f_{yd}}{E_s},$$

de donde se deduce el valor límite de x:

$$x_{lim} = \frac{d}{1{,}00 + 1{,}429 \cdot 10^{-3} \cdot f_{yd}}$$

en donde se ha tomado: $E_s = 2 \cdot 10^5$ N/mm^2, y expresando f_{yd} en las mismas unidades.

c) En el dominio 4, el valor de la profundidad del eje neutro, x, varía en el intervalo $x_{lim} < x \leq d$ y las rectas de deformación giran alrededor del pivote *B* (fig. 13.5). La deformación de la fibra más comprimida del hormigón es $\varepsilon_c = -0{,}0035$ y la correspondiente al acero en tracción, $\varepsilon_{s1} < \varepsilon_y$ siendo ε_y la deformación correspondiente al límite elástico.

d) En el dominio 4*a*, el valor de la profundidad del eje neutro, x, varía en el intervalo $d < x < h$ y las rectas de deformación giran alrededor del pivote *B* (fig. 13.5). La deformación de la fibra más comprimida es $\varepsilon_c = -0{,}0035$ y la armadura A_{s1} trabaja a una pequeña compresión.

3.° COMPRESIÓN SIMPLE O COMPUESTA

Por último, para $h \leq x \leq +\infty$, las deformaciones corresponden al dominio 5 con pivote en el punto *C* (fig. 13.5). Ambas armaduras trabajan a compresión, y la sección estará sometida a *compresión simple o compuesta*. Las ecuaciones de compatibilidad de deformaciones son, en este caso:

$$\frac{0{,}002}{x - 3/7 \cdot h} = \frac{\varepsilon_{s1}}{x-d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d_2}$$

de las que pueden obtenerse las deformaciones de las armaduras.

Como resumen de cuanto se ha dicho, en la figura 13.7 se han dibujado unos diagramas que proporcionan las deformaciones ε_{s1} y ε_{s2} en función de la profundidad relativa del eje neutro. Las tres curvas correspondientes a la deformación ε_{s2} de la armadura de compresión se han dibujado para los recubrimientos $\delta' = d'/d = d_2/d = 0{,}05$, 0,10 y 0,15.

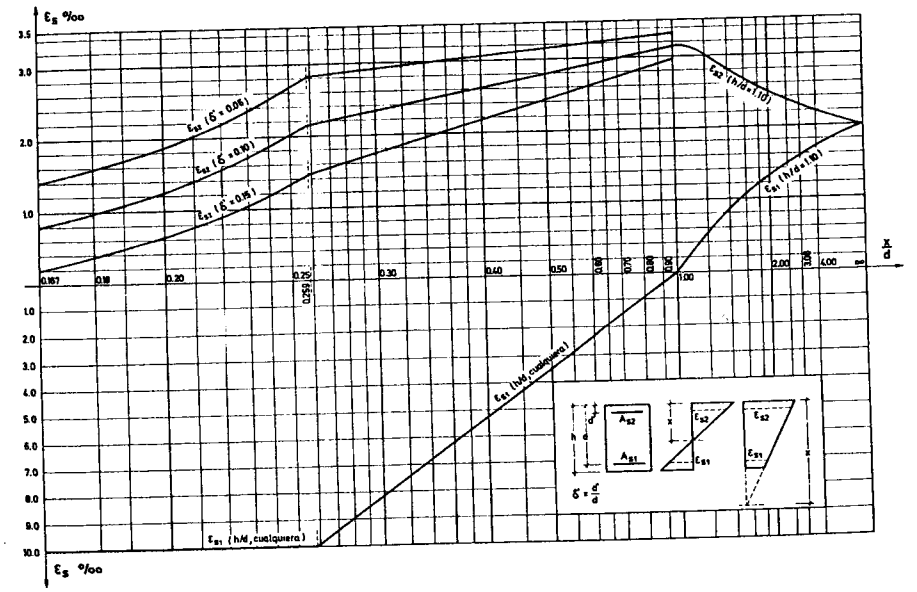


Figura 13.7 Deformaciones del acero en función de la profundidad relativa del eje neutro

14. Estado límite último bajo solicitaciones normales. Cálculo de secciones rectangulares con diagrama parábola-rectángulo

14.1 Generalidades

En este capítulo se estudian las secciones rectangulares de hormigón armado sometidas a solicitaciones normales en el estado límite último de agotamiento, por rotura o por exceso de deformación plástica.

Se llaman solicitaciones normales a las que originan tensiones normales sobre las secciones rectas. Están constituidas por un momento flector y un esfuerzo normal, referidos al centro de gravedad del hormigón solo.

De acuerdo con el estudio efectuado en 13.3, pueden considerarse las distintas solicitaciones, desde la tracción simple hasta la compresión centrada, haciendo variar la profundidad del eje neutro desde $-\infty$ a $+\infty$.

Por otra parte, en los problemas prácticos de cálculo se utilizan, en lugar de las secciones geométricas de las armaduras A_1 y A_2, sus capacidades mecánicas $U_1 = A_1 \cdot f_{yd}$ y $U_2 = A_2 \cdot f_{yd}$, definidas y tabuladas en 8.7. De esta forma puede ahorrarse una división, obteniendo directamente el número de barras de la tabla de capacidades mecánicas correspondientes al acero empleado.

14.2 Ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones

Se establecen a continuación las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, en las distintas solicitaciones, adoptando para el hormigón el diagrama parábola-rectángulo, y para los aceros, el diagrama birrectilíneo de cálculo definido en 13.2-4.°, con el segundo segmento horizontal.

Las resistencias de cálculo de ambos materiales, hormigón y acero, son respectivamente:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}, \qquad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

con los siguientes significados:

f_{ck} = resistencia característica del hormigón;
f_{cd} = resistencia de cálculo del hormigón;
γ_c = coeficiente de seguridad del hormigón;
f_{yk} = límite elástico característico del acero;
f_{yd} = resistencia de cálculo del acero (tracción o compresión);
γ_s = coeficiente de seguridad del acero.

Por otra parte, en cuanto sigue se utilizarán las notaciones indicadas en 13.4 para el caso de secciones de forma cualquiera. No obstante, cuando una de las armaduras esté trabajando a tracción y la otra a compresión, podrán designarse, respectivamente, por A_s y A', o también, como es habitual, por A y A'.

1.° TRACCIÓN SIMPLE O COMPUESTA

Por definición, para que exista tracción simple o compuesta el eje neutro ha de estar situado fuera de la sección, de modo que sea $-\infty \le x \le 0$. Todas las fibras de la sección están en tracción y las rectas de deformación corresponden al *dominio* 1, con pivote en el punto A (fig. 13.5). Corresponde a solicitaciones de tracción con débiles excentricidades (fig. 14.1).

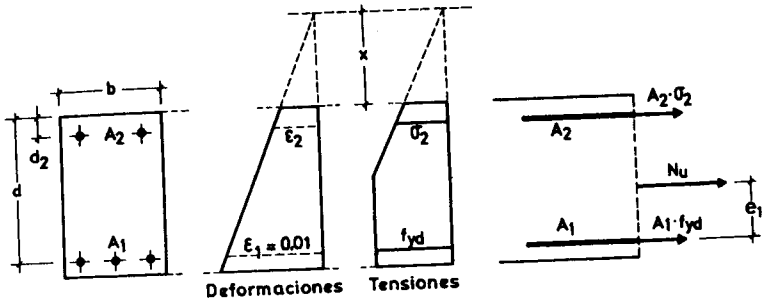


Figura 14.1 Sección sometida a tracción simple o compuesta (dominio 1)

Las tensiones del hormigón son nulas en este caso, y ambas armaduras trabajan a tracción. La más traccionada A_1 con una tensión igual a su resistencia de cálculo f_{yd}, y la menos traccionada A_2 con una tensión $\sigma_2 \le f_{yd}$. Las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad, en el estado último de agotamiento, adoptan la forma:

$$N_u = A_1 \cdot f_{yd} + A_2 \cdot \sigma_2$$
$$N_u \cdot e_1 = A_2 \cdot \sigma_2 \cdot (d - d_2) \qquad [14.1]$$
$$\varepsilon_2 = 0{,}010 \cdot \frac{x + d_2}{x + d}, \qquad \sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E_s \le f_{yd}$$

en donde todas las magnitudes se han tomado en valor absoluto.

2.° FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA

Por definición, para que exista flexión simple o compuesta el eje neutro ha de caer en la sección, es decir, $0 < x < h$. De acuerdo con lo indicado en 13.3, las rectas de deformación

corresponden a los dominios 2, 3, 4 y 4*a* (fig. 13.5). Las deformaciones, tensiones y esfuerzos se toman en valor absoluto.

a) *En el dominio* 2, la profundidad del eje neutro varía en el intervalo $0 < x < 0{,}259 \cdot d$, y las rectas de deformación giran alrededor del punto A (fig. 13.5). Es decir, que la deformación de la armadura de tracción se ha limitado al valor $\varepsilon_1 = 0{,}010$, al que corresponde una tensión igual a su resistencia de cálculo f_{yd}. Por el contrario, la deformación máxima del hormigón ε_c será inferior a la de agotamiento 0,0035, por lo que, en este dominio, *el estado último se alcanza por exceso de deformación plástica en la armadura de tracción.*

Como consecuencia, las tensiones del hormigón en el dominio 2 se distribuyen según el diagramá indicado en la figura 14.2 (parábola, sin rectángulo), que corresponde a profundidades x del eje neutro comprendidas entre $0 < x < 0{,}259 \cdot d$.

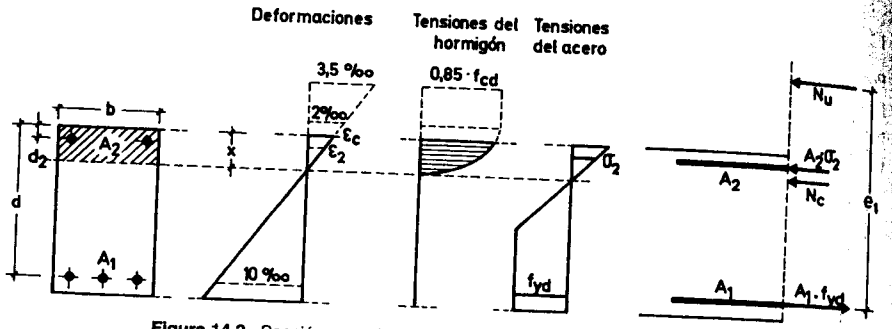


Figura 14.2 Sección sometida a flexión simple o compuesta (dominio 2)

Para secciones rectangulares sometidas a flexión simple o compuesta, en las que la profundidad del eje neutro sea $0 < x < 0{,}259 \cdot d$, las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, en el estado último de agotamiento, pueden ponerse en la forma (fig. 14.2):

$$N_u = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \psi + A_2 \cdot \sigma_2 - A_1 \cdot f_{yd}$$

$$N_u \cdot e_1 = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \psi \cdot (d - \lambda \cdot x) + A_2 \cdot \sigma_2 \cdot (d - d_2) \qquad [14.2]$$

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_2}{x - d_2} = \frac{0{,}010}{d - x}$$

en donde tanto las deformaciones, como las tensiones y esfuerzos, se han tomado en valor absoluto.[1] Al área del segmento de compresiones se la ha designado por $x \cdot f_{cd} \cdot \psi$, y a la distancia de su centro de gravedad a la fibra más comprimida, por $\lambda \cdot x$.

Los valores de ψ y λ se han tabulado en función de $\xi = x/d$, cuya variación puede verse en la tabla 14.1.

Respecto a los valores de σ_2, pueden determinarse, para cada acero y recubrimiento, en función de ξ, si bien en el dominio 2 no es conveniente ni económico disponer armadura de compresión.

No obstante, si en algún caso se ha de calcular en dominio 2 con armadura de compresión, podrán adoptarse para σ_2 los siguientes valores, con recubrimientos normales:

- para $x < 0{,}1667 \cdot d$: $\sigma_2 = 0$
- para $x \geq 0{,}1667 \cdot d$: $\sigma_2 = f_{yd} \not> 420$ N/mm^2.

[1] En el coeficiente ψ se ha incluido el factor 0,85 por cansancio del hormigón.

dando lugar esta simplificación a errores insignificantes ya que, al no agotarse el hormigón, la influencia que tiene la armadura comprimida en la capacidad resistente de la sección es muy pequeña.

TABLA 14.1

VALORES DE ψ Y λ EN EL DOMINIO 2

ξ	ψ	λ
0.0800	0.31601	0.34746
0.0900	0.35104	0.34978
0.1000	0.38477	0.35227
0.1100	0.41708	0.35495
0.1200	0.44783	0.35784
0.1300	0.47690	0.36097
0.1400	0.50415	0.36436
0,1500	0,52941	0.36806
0.1600	0.55253	0.37209
0.1667	0.56673	0.37502
0.1700	0.57333	0.37652
0.1800	0.59185	0.38126
0.1900	0.60842	0.38611
0.2000	0.62333	0.39091
0.2100	0.63683	0.39559
0.2200	0.64909	0.40011
0.2300	0.66029	0.40444
0.2400	0.67056	0.40857
0.2500	0.68000	0.41250
0.2590	0.68788	0.41587

b) *En el dominio* 3, la profundidad del eje neutro varía en el intervalo $0{,}259 \cdot d \leq x \leq x_{lim}$ y las rectas de deformación giran alrededor del punto B (fig. 13.5). Es decir, que la deformación de la fibra más comprimida del hormigón alcanza su valor de agotamiento $\varepsilon_c = 0{,}0035$, al que corresponde una tensión igual a $0{,}85 \cdot f_{cd}$. La deformación ε_1 de la armadura en tracción está comprendida entre $0{,}010 \geq \varepsilon_1 \geq \varepsilon_y$ y, por tanto, esta armadura tendrá una tensión igual a su resistencia de cálculo f_{yd}. En este dominio, tanto el hormigón como la armadura de tracción alcanzan su resistencia de cálculo, por lo que se dice que existe *flexión perfecta.*

La deformación de la armadura comprimida, con recubrimientos $d_2 = 0{,}10\ d$, es (fig. 14.3):

$$\varepsilon_2 = 0{,}0035 \cdot \frac{x - d_2}{x} \geq 0{,}00215$$

a la que corresponde una tensión igual a f_{yd} para los aceros normalmente empleados. Incluso para recubrimientos mayores puede admitirse, en este dominio, que la armadura comprimida alcanza su resistencia de cálculo, sin error apreciable.

Para secciones rectangulares sometidas a flexión simple o compuesta, en las que la profundidad del eje neutro sea $0{,}259 \cdot d \leq x \leq x_{lim}$, las ecuaciones de equilibrio, en el estado último de agotamiento, pueden ponerse en la forma (fig. 14.3):

$$N_u = 0{,}6881 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_2 \cdot f_{yd} - A_1 \cdot f_{yd}$$

$$N_u \cdot e_1 = 0{,}6881 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0{,}416 \cdot x) + A_2 \cdot f_{yd} \cdot (d - d_2) \qquad [14.3]$$

en donde las deformaciones, así como las tensiones y esfuerzos, se han tomado en valor absoluto.

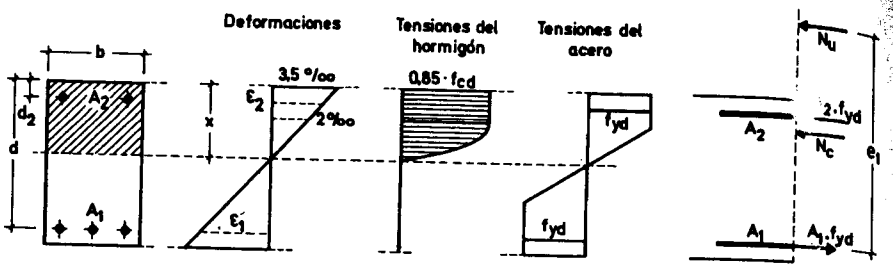


Figura 14.3 Sección sometida a flexión simple o compuesta (dominio 3)

c) *En el dominio* 4, la profundidad del eje neutro varía en el intervalo $x_{lim} < x \leq d$, y las rectas de deformación giran alrededor del punto B (fig. 13.5). La deformación y tensión de la fibra más comprimida del hormigón son, respectivamente, 3,5‰ y 0,85 $\cdot f_{cd}$. La deformación ε_1 de la armadura en tracción está comprendida entre $\varepsilon_y > \varepsilon_1 \geq 0$ y por tanto, su tensión será:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_s < f_{yd}$$

Por el contrario, la tensión de la armadura comprimida será igual a su resistencia de cálculo f_{yd}, para recubrimientos normales.

El estado último de agotamiento se alcanza, en este dominio, por aplastamiento del hormigón con *rotura frágil,* en donde la armadura de tracción no se aprovecha íntegramente, por lo que corresponde a secciones poco económicas y mal proyectadas (rotura sin aviso).

Para secciones rectangulares sometidas a flexión simple o compuesta, en las que la profundidad del eje neutro sea $x_{lim} < x \leq d$, las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, en el estado último de agotamiento, pueden ponerse en la forma (fig. 14.4):

$$N_u = 0{,}6881 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_2 \cdot f_{yd} - A_1 \cdot \sigma_1$$

$$N_u \cdot e_1 = 0{,}6881 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0{,}416 \cdot x) + A_2 \cdot f_{yd} \cdot (d - d_2) \qquad [14.4]$$

$$\varepsilon_1 = 0{,}0035 \cdot \frac{d - x}{x}, \qquad \sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_s < f_{yd}$$

en donde las deformaciones, así como las tensiones y esfuerzos, se han tomado en valor absoluto.

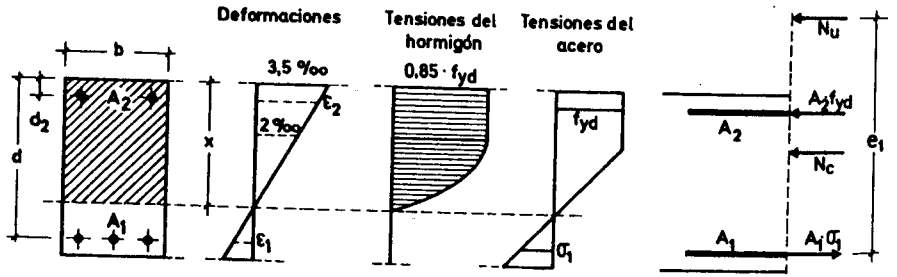


Figura 14.4 Sección sometida a flexión simple o compuesta (dominio 4)

d) *En el dominio* 4*a,* la profundidad del eje neutro varía en el intervalo $d < x < h$, y las rectas de deformación giran alrededor del punto B (fig. 13.5). La deformación y tensión de la fibra más comprimida del hormigón son, respectivamente, 3,5‰ y 0,85 $\cdot f_{cd}$. Ambas armaduras trabajan, en este caso, a compresión, la menos comprimida A_1 con una pequeña tensión σ_1, y la más comprimida A_2 con una tensión igual a su resistencia de cálculo f_{yd}.

Para secciones rectangulares sometidas a flexión compuesta, en las que la profundidad del eje neutro sea $d < x < h$, las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, en el estado último de agotamiento, pueden ponerse en la forma (fig. 14.5):

$$N_u = 0{,}6881 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_1 \cdot \sigma_1 + A_2 \cdot f_{yd}$$

$$N_u \cdot e_2 = 0{,}6881 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (0{,}416 \cdot x - d_2) + A_1 \cdot \sigma_1 \cdot (d - d_2) \qquad [14.5]$$

$$\varepsilon_1 = 0{,}0035 \cdot \frac{x - d}{x}, \qquad \sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_s$$

fórmulas que derivan de tomar momentos respecto a la armadura A_2 más comprimida, con todas las magnitudes en valor absoluto.

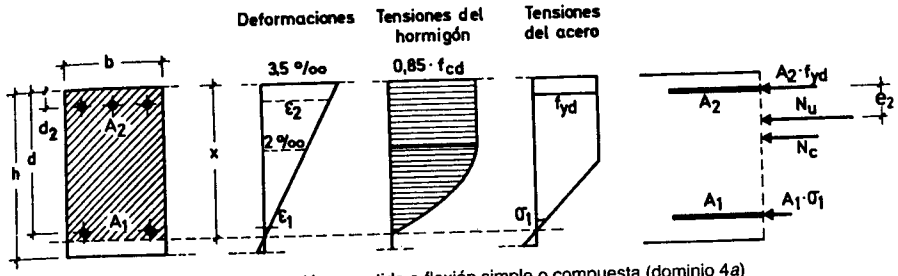


Figura 14.5 Sección sometida a flexión simple o compuesta (dominio 4*a*)

3.° COMPRESIÓN SIMPLE O COMPUESTA

Por definición, para que exista compresión simple o compuesta el eje neutro ha de estar situado fuera de la sección, de modo que sea $h \leq x \leq +\infty$. Todas las fibras de la sección están comprimidas y las rectas de deformación corresponden al *dominio* 5, con pivote en el punto C (fig. 13.5). Corresponde este caso a solicitaciones de compresión con débiles excentricidades. En el estudio que efectuamos a continuación todas las magnitudes se toman en valor absoluto.

La deformación y tensión de la fibra más comprimida del hormigón son, respectivamente, $\varepsilon_c \leq 0{,}0035$ y 0,85 $\cdot f_{cd}$. Ambas armaduras trabajan a compresión, la menos comprimida A_1 con una tensión $\sigma_1 \leq f_{yd}$, y la más comprimida A_2 con tensión igual a f_{yd}.

Para secciones rectangulares sometidas a compresión simple o compuesta, en las que la profundidad x del eje neutro sea $h \leq x \leq +\infty$, las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, en el estado último de agotamiento, pueden ponerse en la forma (fig. 14.6):

$$N_u = b \cdot h \cdot f_{cd} \cdot \psi + A_1 \cdot \sigma_1 + A_2 \cdot f_{yd}$$

$$N_u \cdot e_2 = b \cdot h \cdot f_{cd} \cdot \psi \cdot (\lambda \cdot h - d_2) + A_1 \cdot \sigma_1 \cdot (d - d_2) \qquad [14.6]$$

$$\varepsilon_1 = 0{,}002 \cdot \frac{x - d}{x - 3/7 \cdot h}, \qquad \sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_s \leq f_{yd}$$

fórmulas que derivan de tomar momentos respecto a la armadura A_2 más comprimida.[1] Al área del segmento de compresiones se la ha designado por $h \cdot f_{cd} \cdot \psi$, y a la distancia de su centro de gravedad a la fibra más comprimida, por $\lambda \cdot h$.

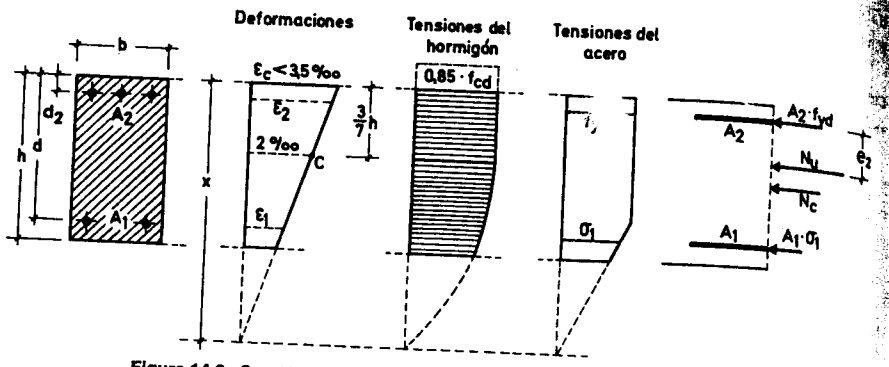


Figura 14.6 Sección sometida a compresión simple o compuesta (dominio 5)

Los valores de ψ y λ se han tabulado en función de $\xi = x/h$, cuya variación puede verse en la tabla 14.2.

Debe observarse que, para pequeñas excentricidades, se han tomado momentos respecto a la armadura más comprimida, lo que tiene ventajas para la resolución de ciertos problemas, como más adelante se verá.

14.3 Ecuaciones adimensionales para sección rectangular

Con objeto de construir tablas y diagramas que faciliten la resolución de los problemas más corrientes, se establecen a continuación las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, en forma adimensional.

1.° FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA. DOMINIOS 2, 3 y 4 (fig.13.5)

$$\nu = \xi \cdot \psi + \omega_2 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{yd}} - \omega_1 \cdot \frac{\sigma_1}{f_{yd}}$$

$$\mu = \xi \cdot \psi \cdot (1 - \lambda \cdot \xi) + \omega_2 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{yd}} \cdot (1 - \delta_2) = \mu_c + \omega_2 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{yd}} \cdot (1 - \delta_2) \qquad [14.7]$$

$$\frac{\varepsilon_c}{\xi} = \frac{\varepsilon_2}{\xi - \delta_2} = \frac{\varepsilon_1}{1 - \xi}$$

con los siguientes significados:

ε_c = deformación de la fibra más comprimida del hormigón;
ε_1, σ_1 = deformación y tensión de la armadura en tracción A_1;
ε_2, σ_2 = deformación y tensión de la armadura en compresión A_2.

[1] En el coeficiente ψ se ha incluido el factor 0,85 por cansancio del hormigón.

$$\mu = \frac{N_u \cdot e_1}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}, \qquad \omega_1 = \frac{A_1 \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}, \qquad \xi = \frac{x}{d}, \qquad \delta_2 = \frac{d_2}{d}$$

$$\nu = \frac{N_u}{b \cdot d \cdot f_{cd}}, \qquad \omega_2 = \frac{A_2 \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}, \qquad \mu_c = \xi \cdot \psi \cdot (1 - \lambda \cdot \xi) \qquad [14.8]$$

N_u, e_1 = esfuerzo axil último y su excentricidad respecto a la armadura A_1.

Debe observarse que en los dominios 2, 3 y 4, el esfuerzo reducido ν, el momento reducido μ, y las cuantías mecánicas ω_1 y ω_2, se han referido al canto útil d. Por otra parte, μ_c corresponde al momento reducido proporcionado por el hormigón.

Respecto a los valores de ψ y λ, que cuantifican el área y la posición del centro de gravedad del diagrama de compresiones del hormigón, han sido incluidos en la tabla 14.1, que corresponde al dominio 2. Para los dominios 3 y 4, estos valores son constantes:

$$\psi = 0{,}6881, \qquad \lambda = 0{,}4160$$

Por último, en flexión simple se hará, en las ecuaciones anteriores, $N_u = 0$ y $N_u \cdot e_1 = M_d$.

TABLA 14.2

VALORES DE ψ Y λ EN EL DOMINIO 5

ξ	ψ	λ
1.00	0.68810	0.41597
1.05	0.71310	0.43144
1.10	0.73273	0.44284
1.15	0.74842	0.45153
1.20	0.76116	0.45832
1.25	0.77165	0.46374
1.30	0.78038	0.46814
1.35	0.78773	0.47177
1.40	0.79398	0.47480
1.45	0.79933	0.47736
1.50	0.80395	0.47954
1.55	0.80796	0.48142
1.60	0.81147	0.48304
1.65	0.81456	0.48446
1.70	0.81730	0.48571
1.75	0.81972	0.48681
1.80	0.82189	0.48779
1.90	0.82558	0.48944
2.00	0.82859	0.49077
2.25	0.83406	0.49318
2.50	0.83768	0.49475
2.75	0.84019	0.49583
3.00	0.84200	0.49661
3.50	0.84440	0.49763
4.00	0.84586	0.49825
5.00	0.84747	0.49893
∞	0.85000	0.50000

2.° FLEXIÓN COMPUESTA. DOMINIO 4*a* (fig. 13.5)

$$\nu = 0{,}6881 \cdot \xi + \omega_1 \cdot \frac{\sigma_1}{f_{yd}} + \omega_2$$

$$\mu_2 = 0{,}6881 \cdot \xi \cdot (0{,}416 \cdot \xi - \delta_2) + \omega_1 \cdot \frac{\sigma_1}{f_{yd}} \cdot (\delta - \delta_2) = \mu_{c2} + \omega_1 \cdot \frac{\sigma_1}{f_{yd}} \cdot (\delta - \delta_2) \qquad 4.9]$$

$$\varepsilon_1 = 0{,}0035 \cdot \frac{\xi - \delta}{\xi}$$

con los siguientes significados:

ε_1, σ_1 = deformación y tensión de la armadura A_1 menos comprimida;
ε_2, σ_2 = deformación y tensión de la armadura A_2 más comprimida.

$$\mu_2 = \frac{N_u \cdot e_2}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}, \qquad \omega_1 = \frac{A_1 \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}, \qquad \xi = \frac{x}{h}, \qquad \delta_2 = \frac{d_2}{h}$$

$$\nu = \frac{N_u}{b \cdot h \cdot f_{cd}}, \qquad \omega_2 = \frac{A_2 \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}, \qquad \mu_{c2} = 0{,}6881 \cdot \xi \cdot (0{,}416 \cdot \xi - \delta_2) \qquad [14.10]$$

Debe observarse que en el dominio 4*a* se han referido los momentos a la armadura más comprimida A_2. Por otra parte, las magnitudes reducidas han sido referidas al canto total *h*.

3.° COMPRESIÓN COMPUESTA. DOMINIO 5 (fig. 13.5)

$$\nu = \psi + \omega_1 \cdot \frac{\sigma_1}{f_{yd}} + \omega_2$$

$$\mu_2 = \psi \cdot (\lambda - \delta_2) + \omega_1 \cdot \frac{\sigma_1}{f_{yd}} \cdot (\delta - \delta_2) = \mu_{c2} + \omega_1 \cdot \frac{\sigma_1}{f_{yd}} \cdot (\delta - \delta_2) \qquad [14.11]$$

$$\varepsilon_1 = 0{,}002 \cdot \frac{\xi - \delta}{\xi - 3/7}.$$

con los mismos significados indicados en el caso anterior, excepto el valor correspondiente al momento reducido proporcionado por el hormigón que, en este caso, es:

$$\mu_{c2} = \psi \cdot (\lambda - \delta_2)$$

Los valores de ψ y λ, que cuantifican el área y la posición del centro de gravedad del diagrama de compresiones del hormigón, han sido incluidos en la tabla 14.2.

14.4 Tablas universales de cálculo para sección rectangular

Para el cálculo práctico de secciones rectangulares (que se presenta en los apartados 14.5 y 14.6) se han establecido dos tablas universales que facilitan notablemente la resolución de los problemas más corrientes. Corresponden al diagrama parábola-rectángulo.

1.° TABLA UNIVERSAL DE FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA

La tabla 14.3 *corresponde a secciones rectangulares sometidas a flexión simple o compuesta* (dominios 2, 3 y 4). En el caso más elemental de flexión simple sin armadura de compresión, la tabla proporciona los valores de la cuantía mecánica ω, en función del momento reducido μ:

$$\mu = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}, \qquad \omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$$

en donde M_u es el momento de agotamiento. Las resistencias de cálculo del hormigón y del acero son, respectivamente, f_{cd} y f_{yd}. La forma de utilizar esta tabla, en los distintos casos de flexión simple o compuesta, será indicada con todo detalle en los apartados 14.5 y 14.6.

Conviene recordar que, al valor de la profundidad del eje neutro a partir del cual la armadura *A* no alcanza su resistencia de cálculo, se le llama *valor límite* (véase 13.4-2.°). La profundidad límite relativa es:

$$\xi_{lim} = \frac{1}{1 + 1{,}429 \cdot 10^{-3} \cdot f_{yd}}$$

a la que le corresponden el momento límite μ_{lim} y la cuantía límite ω_{lim} (f_{yd} en N/mm^2).

Ha sido posible establecer una tabla tan simple, debido a las dos propiedades siguientes:

a) Los valores de las cuantías mecánicas ω, correspondientes a momentos reducidos μ inferiores a μ_{lim}, son independientes del límite elástico del acero empleado.

b) Por el contrario, para $\mu > \mu_{lim}$, los valores de ω / f_{yd} son invariantes.

La misma tabla indica los valores límites de ξ, μ y ω correspondientes a los aceros naturales cuyos límites elásticos son 400 y 500 N/mm^2 (MPa).

2.° TABLA UNIVERSAL PARA ESFUERZOS DE COMPRESIÓN CON PEQUEÑAS EXCENTRICIDADES

La tabla 14.4 corresponde a secciones rectangulares sometidas a un esfuerzo normal de compresión N_u con pequeñas excentricidades (dominios 4*a* y 5). Proporciona los valores de $\psi \cdot \xi$ para el dominio 4*a* y de ψ para el dominio 5, en función de μ_{c2}. Véanse ecuaciones [14.9] y [14.11]:

Dominio 4*a*:

$$\mu_{c2} = \mu_2 - \omega_1 \cdot \frac{\sigma_1}{f_{yd}} \cdot (\delta - \delta_2), \qquad \omega_2 = \nu - \psi \cdot \xi - \omega_1 \cdot \frac{\sigma_1}{f_{yd}},$$

Dominio 5:

$$\mu_{c2} = \mu_2 - \omega_1 \cdot \frac{\sigma_1}{f_{yd}} \cdot (\delta - \delta_2) \qquad \omega_2 = \nu - \psi - \omega_1 \cdot \frac{\sigma_1}{f_{yd}}$$

No se ha creído conveniente tabular los valores de σ_1 ya que esta variable no interviene en el dimensionamiento óptimo de las secciones. No obstante, pueden determinarse con suma facilidad mediante la ecuación de compatibilidad de deformaciones.

Aunque esta tabla puede utilizarse para el dimensionamiento de las armaduras con cualquier relación A_1/A_2, su principal aplicación está en el dimensionamiento óptimo (véase 14.7-1.°).

Para una relación dada de las armaduras, resulta más cómodo el empleo de los diagramas de interacción, que se incluyen más adelante (capítulo 27).

TABLA 14.3
TABLA UNIVERSAL PARA FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA

ξ	μ	ω	$\frac{\omega}{f_{yd}} \cdot 10^2$	
0.0890	0.0300	0.0310		DOMINIO 2
0.1042	0.0400	0.0415		
0.1181	0.0500	0.0522		
0.1312	0.0600	0.0630		
0.1438	0.0700	0.0739		
0.1561	0.0800	0.0849		
0.1667	0.0886	0.0945		
0.1685	0.0900	0.0961		
0.1810	0.1000	0.1074		
0.1937	0.1100	0.1189		
0.2066	0.1200	0.1306		
0.2197	0.1300	0.1425		
0.2330	0.1400	0.1546		
0.2466	0.1500	0.1669		
0.2593	0.1592	0.1785		
0.2608	0.1600	0.1795		
0.2796	0.1700	0.1924		
0.2987	0.1800	0.2055		
0.3183	0.1900	0.2190		
0.3382	0.2000	0.2327		
0.3587	0.2100	0.2468		
0.3797	0.2200	0.2613		
0.4012	0.2300	0.2761		
0.4233	0.2400	0.2913		
0.4461	0.2500	0.3070		
0.4500	0.2517	0.3097		DOMINIO 3
0.4696	0,2600	0.3231		
0.4938	0.2700	0.3398		
0.5189	0.2800	0.3571		
0.5450	0.2900	0.3750		
0.5722	0.3000	0.3937		
0.6005	0.3100	0.4132		
0.6168	0.3155	0.4244	0.0929	
0.6303	0.3200	0.4337	0.1006	B 500 S
0.6617	0.3300	0.4553	0.1212	DOMINIO 4
0.6680	0.3319	0.4596	0.1258	B 400 S
0.6951	0.3400	0.4783	0.1483	
0.7308	0.3500	0.5029	0.1857	
0.7695	0.3600	0.5295	0.2404	
0.7892	0.3648	0.5430	0.2765	
0.8119	0.3700	0.5587	0.3282	
0.8596	0.3800	0.5915	0.4929	
0.9152	0.3900	0.6297	0.9242	
0.9844	0.4000	0.6774	5.8238	

Zona no recomendable

NOTACIONES:

$\xi = \frac{x}{d}$, $\delta' = \frac{d'}{d}$

$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$

$\nu = \frac{N_d}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$

$\omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$

$\omega' = \frac{A' \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$

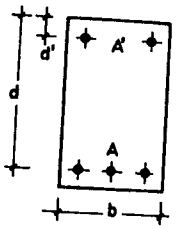


TABLA 14.4
COMPRESIONES CON PEQUEÑAS EXCENTRICIDADES

ξ	μ_{c2} $\delta_2 = 0.05$	μ_{c2} $\delta_2 = 0.10$	μ_{c2} $\delta_2 = 0.15$	$\psi \cdot \xi$	
0.85	–	–	0.1191	0.5849	DOMINIO 4a
0.86	–	–	0.1229	0.5918	
0.87	–		0.1269	0.5986	
0.88	–		0.1308	0.6055	
0.89	–	–	0.1349	0.6124	
0.90	–	0.1699	0.1390	0.6193	
0.91	–	0.1744	0.1431	0.6262	
0.92	–	0.1790	0.1473	0.6331	
0.93	–	0.1836	0.1516	0.6399	
0.94	–	0.1882	0.1559	0.6468	
0.95	0.2257	0.1930	0.1603	0.6537	
0.96	0.2308	0.1978	0.1647	0.6606	
0.97	0.2360	0.2026	0.1692	0.6675	
0.98	0.2412	0.2075	0.1738	0.6743	
0.99	0.2465	0.2124	0.1784	0.6812	

ξ	μ_{c2} $\delta_2 = 0.05$	μ_{c2} $\delta_2 = 0.10$	μ_{c2} $\delta_2 = 0.15$	ψ	
1,00	0,2518	0,2174	0,1830	0,6881	DOMINIO 5
1.01	0.2563	0.2216	0.1869	0.6936	
1.02	0.2605	0.2256	0.1906	0.6989	
1.03	0.2645	0.2293	0.1941	0.7038	
1.04	0.2684	0.2329	0.1975	0.7086	
1.05	0.2720	0.2363	0.2007	0.7131	
1.06	0.2755	0.2396	0.2037	0.7174	
1.07	0.2788	0.2427	0.2066	0.7215	
1.08	0.2819	0.2457	0.2094	0.7254	
1.09	0.2850	0.2485	0.2120	0.7292	
1.10	0.2878	0.2512	0.2146	0.7327	
1.15	0.3005	0.2631	0.2257	0.7484	
1.20	0.3108	0.2727	0.2347	0.7612	
1.25	0.3193	0.2807	0.2421	0.7716	
1.30	0.3263	0.2873	0.2483	0.7804	
1.35	0.3322	0.2929	0.2535	0.7877	
1.40	0.3373	0.2976	0.2579	0.7940	
1.45	0.3416	0.3016	0.2617	0.7993	
1.50	0.3453	0.3051	0.2649	0.8039	
1.55	0.3486	0.3082	0.2678	0.8080	
1.60	0.3514	0.3108	0.2703	0.8115	
1.65	0.3539	0.3132	0.2724	0.8146	
1.70	0.3561	0.3152	0.2744	0.8173	
1.75	0.3581	0.3171	0.2761	0.8197	
1.80	0.3598	0.3187	0.2776	0.8219	
1.90	0.3628	0.3215	0.2802	0.8256	
2.00	0.3652	0.3238	0.2824	0.8286	
2.25	0.3696	0.3279	0.2862	0.8341	
2.50	0.3726	0.3307	0.2888	0.8377	
2.75	0.3746	0.3326	0.2906	0.8402	
3.00	0.3760	0.3339	0.2918	0.8420	
3.50	0.3780	0.3358	0.2935	0.8444	
4.00	0.3792	0.3369	0.2946	0.8459	
5.00	0.3805	0.3381	0.2957	0.8475	
∞	0,3825	0,3400	0,2975	0,8500	

NOTACIONES:

$\xi = \frac{x}{h}$, $\delta_2 = \frac{d_2}{h}$

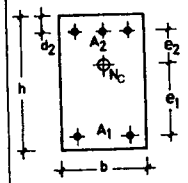
$\mu_2 = \frac{N_c \cdot e_2}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$

$\nu = \frac{N_c}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$

$\omega_1 = \frac{A_1 \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$

$\omega_2 = \frac{A_2 \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$

N_c = Resultante del bloque comprimido



14.5 Flexión simple. Cálculo práctico de secciones rectangulares

Se estudian a continuación los distintos problemas prácticos que suelen presentarse en las secciones rectangulares de hormigón armado sometidas a flexión simple. Pero antes se hace un resumen de las ecuaciones de equilibrio, de acuerdo con lo indicado en 14.2-2.°.

1.° ECUACIONES DE EQUILIBRIO

a) Para secciones rectangulares sometidas a flexión simple, con profundidades del eje neutro no superiores al valor límite, las ecuaciones de equilibrio, en el estado último de agotamiento, son (dominios 2 y 3):

$$\begin{aligned} 0 &= b\cdot x\cdot f_{cd}\cdot\psi + A'\cdot\sigma_2 - A\cdot f_{yd} \\ M_u &= b\cdot x\cdot f_{cd}\cdot\psi\cdot(d-\lambda\cdot x) + A'\cdot\sigma_2\cdot(d-d') \\ \xi &= \frac{x}{d}\le\frac{1}{1+1{,}429\cdot10^{-3}\cdot f_{yd}} \qquad (f_{yd}\text{ en N/mm}^2) \end{aligned} \qquad [14.13]$$

Debe observarse que, como es costumbre en flexión simple, se han designado por A y A' las secciones de las armaduras de tracción y compresión, respectivamente, y por d' la distancia del centro de gravedad de la armadura A' a la fibra más comprimida del hormigón. Por otra parte, ya se dijo que, en la práctica, puede adoptarse $\sigma_2 = 0$ para $\xi \le 0{,}1667$ y $\sigma_2 = f_{yd}$ para $\xi > 0{,}1667$ (véase 14.2-2.°).

Estas ecuaciones de equilibrio pueden ponerse en la siguiente forma adimensional:

$$\begin{aligned} \omega &= \xi\cdot\psi + \omega'\cdot\frac{\sigma_2}{f_{yd}} \\ \mu &= \mu_c + \omega'\cdot\frac{\sigma_2}{f_{yd}}\cdot(1-\delta') \end{aligned} \qquad [14.14]$$

con los siguientes significados:

$$\mu = \frac{M_u}{b\cdot d^2\cdot f_{cd}}, \qquad \omega = \frac{A\cdot f_{yd}}{b\cdot d\cdot f_{cd}}, \qquad \omega' = \frac{A'\cdot f_{yd}}{b\cdot d\cdot f_{cd}}$$

$$\xi = \frac{x}{d} \qquad \delta' = \frac{d'}{d} \qquad [14.15]$$

siendo ψ y λ los parámetros que cuantifican el área y el centro de gravedad del diagrama de compresiones del hormigón, cuyos valores son:

- dominio 2: ver tabla 14.1
- dominio 3: $\psi = 0{,}6881, \qquad \lambda = 0{,}4160$

b) Para secciones rectangulares sometidas a flexión simple, con profundidades del eje neutro superiores al valor límite, las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, en el estado último de agotamiento, son (dominio 4):

$$\begin{aligned} 0 &= 0{,}6881\cdot b\cdot x\cdot f_{cd} + A'\cdot f_{yd} - A\cdot\sigma_1 \\ M_u &= 06681\cdot b\cdot x\cdot f_{cd}\cdot(d-0{,}4160\cdot x) + A'\cdot f_{yd}\cdot(d-d') \\ \varepsilon_1 &= 0{,}0035\cdot\frac{d-x}{x}, \qquad \sigma_1 = \varepsilon_1\cdot E_s < f_{yd} \end{aligned} \qquad [14.16]$$

pero este caso se presenta sólo excepcionalmente en la práctica, por dar lugar a soluciones poco económicas, ya que el acero no se aprovecha íntegramente.

2.° DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES EN FLEXIÓN SIMPLE

En los distintos problemas de dimensionamiento de secciones rectangulares sometidas a flexión simple, siempre se conocen, tanto el momento de cálculo M_d, como las resistencias de cálculo de los materiales. El momento reducido de cálculo es:

$$\mu_d = \frac{M_d}{b\cdot d^2\cdot\ldots}$$

La forma práctica de operar es la siguiente: Si este momento reducido μ_d resulta igual o menor que 0,252 la sección no necesita armadura de compresión; estamos en el caso de "canto igual o superior al mínimo", el cual se resuelve más adelante, en el punto *b)* de este mismo apartado. Si, por el contrario, el momento reducido μ_d resulta mayor que 0,252, la armadura de compresión es necesaria; estamos en el caso de "canto inferior al mínimo" y debe operarse como se indica en el punto *c)*.

Pero debemos hacer una precisión sobre el concepto de "canto mínimo", ya que bajo esta denominación pueden entenderse dos valores distintos, uno teórico (pero no recomendable) y otro recomendable. El valor límite 0,252 que acabamos de utilizar corresponde al recomendable, en tanto que al valor teórico del canto mínimo le corresponde un momento reducido de 0,316.

En efecto, desde un punto de vista teórico podría suponerse que es conveniente disponer armadura de compresión a partir de los valores de la profundidad de la fibra neutra que permiten un aprovechamiento óptimo, tanto de la armadura de tracción como del hormigón. Pero no es así.

Según ha sido indicado, el valor de la profundidad límite de la fibra neutra, máximo para el que ambos materiales, hormigón y acero, alcanzan sus resistencias respectivas, es:

$$x_{lim} = \frac{d}{1+1{,}429\cdot10^{-3}\cdot f_{yd}} = \xi\cdot d$$

calculado con $E_s = 2\cdot10^5$ N/mm^2 y en donde f_{yd} debe expresarse en N/mm^2. Para los aceros normalmente empleados, los valores límites de ξ, μ y ω son los siguientes:

TABLA 14.5
VALORES LÍMITES

ACERO	f_{yk}	ξ_{lim}	μ_{lim}	ω_{lim}
B 400 S y B 400 SD	400	0,668	0,332	0,460
B 500 S	500	0,617	0,316	0,424

Calculados con $\gamma_s = 1{,}15$ $\qquad$ f_{yk} en N/mm^2 (MPa)

Pero en la práctica de flexión simple no deben alcanzarse estos valores. Primero, con objeto de aumentar la *ductilidad* de la sección, es decir, la capacidad de la pieza para deformarse antes de la rotura con la consiguiente disminución de su fragilidad. El aumento de ductilidad mejora también apreciablemente la *capacidad de redistribución de esfuerzos* de la estructura y su aptitud para soportar solicitaciones extraordinarias, mediante la formación de rótulas plásticas.[1] Segundo, para disminuir las *flechas diferidas,* muy importantes, sobre todo, en vigas planas.

[1] Véase *Aparicio, 1982.*

El Eurocódigo-2 preconiza que, para $x \le 0{,}45 \cdot d$, no es necesario comprobar la capacidad de rotación de las zonas críticas de las vigas continuas y pórticos intraslacionales analizados por métodos lineales sin redistribución de momentos (pero si se ha efectuado una redistribución del 15 por 100, deberá ser $x \le 0{,}33 \cdot d$, para evitar dicha comprobación). Este criterio de no permitir que la fibra neutra baje más del 45% del canto útil es el que hemos adoptado en esta obra para definir el canto mínimo recomendable. En apoyo de dicho criterio puede añadirse que el Código americano ACI-318 también recomienda limitar la profundidad de la fibra neutra, en flexión simple, al 75 por 100 de su valor límite, lo que equivale al 46% del canto útil.

Para mayor claridad de lo dicho, a continuación trataremos por separado de los tres casos posibles, tomando como variable directriz el canto de la sección.

a) Canto mínimo sin armadura de compresión

Generalmente se fija el ancho b de la sección y, por tanto, las únicas incógnitas son el canto útil d y la armadura de tracción A. Por las razones de ductilidad expuestas anteriormente, se ha fijado como canto mínimo sin armadura de compresión el que corresponde a una profundidad del eje neutro $x = 0{,}45 \cdot d$. No obstante, también se indica a continuación el canto mínimo teórico correspondiente al valor límite de x, por si en algún caso puede ser de utilidad.

De las ecuaciones de equilibrio [14.13], fórmulas [14.15] y tabla 14.5, se deducen los siguientes valores límites de las profundidades reducidas del eje neutro ξ, momentos reducidos μ, cuantías mecánicas ω, cantos mínimos d_{min} y capacidades de la armadura U:

- *Canto mínimo práctico recomendado:*

$$\xi = 0{,}450, \qquad \mu = 0{,}252, \qquad \omega = 0{,}310,$$

$$d_{min} = 2{,}00 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b \cdot f_{cd}}}, \qquad U = A \cdot f_{yd} = 0{,}310 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd},$$

(valores válidos para cualquier tipo de acero comercial).

- *Canto mínimo teórico (no recomendable) para acero B 500 S:*

$$\xi = 0{,}617, \qquad \mu = 0{,}316, \qquad \omega = 0{,}424,$$

$$d_{min} = 1{,}78 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b \cdot f_{cd}}}, \qquad U = A \cdot f_{yd} = 0{,}424 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd},$$

b) Canto igual o superior al mínimo

Cuando el canto útil d haya sido fijado y sea superior al valor mínimo, la sección no necesita armadura de compresión y, entonces, la única incógnita es la armadura de tracción.

Este caso se presenta para $\mu \le 0{,}252$ y se resuelve mediante la tabla 14.3 Entrando con μ se obtiene ω. La capacidad mecánica de la armadura de tracción buscada, será:

$$U = A \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

con cuyo valor se entra en la tabla de capacidades mecánicas correspondiente al acero empleado, obteniéndose directamente el número de barras necesario.

De no venir fijado el canto útil d, en general debe adoptarse un valor mayor que el mínimo. Para el caso de vigas de canto, se recomienda el canto correspondiente a un momento reducido comprendido entre $\mu = 0{,}10$ y $\mu = 0{,}20$.

Por último conviene recordar que, con objeto de cubrir los riesgos de fisuración por efecto de la retracción y variaciones de temperatura, así como para evitar una rotura frágil sin previo aviso, la cuantía de la armadura de tracción debe tener un valor mínimo que la Instrucción española fija de la siguiente forma (véase apartado 11.10):

- Por rotura frágil: $A = 0{,}04 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} / f_{yd}$
- Por retracción y temperatura: ver tabla 11.7

c) Canto inferior al mínimo

Cuando el canto haya sido fijado y sea inferior al valor mínimo, debe colocarse armadura de compresión. Este caso se presenta para $\mu > 0{,}252$ y el problema se resuelve haciendo $x = 0{,}45 \cdot d$ en las ecuaciones de equilibrio [14.13], es decir, con los valores:

$$\xi = 0{,}450, \qquad \mu = 0{,}252, \qquad \omega = 0{,}310,$$

a los que corresponden las cuantías mecánicas de las armaduras:

$$\omega' = \frac{\mu - 0{,}252}{1 - \delta'}, \qquad \omega = \omega' + 0{,}310,$$

de donde se deducen las capacidades mecánicas:

$$U' = \omega' \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}, \qquad U = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

con cuyos valores se entra en la tabla de capacidades mecánicas correspondiente al acero empleado, obteniéndose directamente el número de barras necesario.

d) Armadura de compresión fijada

En el caso de que se disponga una armadura de compresión A' de cuantía ω', aún no siendo necesaria ($\mu \le 0{,}252$), la correspondiente armadura de tracción se determina mediante el sistema de ecuaciones [14.13] o [14.14]. En la práctica puede emplearse la tabla 14.3 entrando con el momento

$$\mu_c = \mu - \omega' \cdot (1 - \delta')$$

y se encuentra ω_c. La cuantía necesaria para la armadura de tracción será

$$\omega = \omega_c + \omega'$$

3.° COMPROBACIÓN DE SECCIONES EN FLEXIÓN SIMPLE

En los problemas de comprobación se conocen todas las dimensiones geométricas de la sección y sus armaduras, así como las resistencias de cálculo de los materiales y el momento actuante de cálculo, M_d.

Hay que comprobar que el momento resistente último M_u, en el estado de agotamiento de la sección, no es inferior a M_d, es decir, que $\mu_d \le \mu$, con

$$\mu_d = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}, \qquad \mu = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

Se comienza por determinar las cuantías mecánicas de las armaduras:

$$\omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}, \qquad \omega' = \frac{A' \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$$

y haciendo $\omega_o = \omega - \omega'$, pueden presentarse tres casos:

a) Si $\omega_o \leq 0$, prescindiendo de la colaboración del hormigón, puede tomarse,

$$\mu = \omega \cdot (1 - \delta')$$

pero este caso se presenta excepcionalmente (salvo en casos en que actúan momentos de distinto signo), por suponer un exceso de armadura comprimida.

b) Si $0 < \omega_o \leq 0{,}310$, que es el caso más frecuente, entrando en la tabla 14.3 con el valor de ω_o se encuentra un momento reducido μ_o. El momento buscado será:

$$\mu = \mu_o + \omega' \cdot (1 - \delta')$$

En el caso de que ω_o corresponda a $\xi < 0{,}1667$, debe hacerse $A' = 0$ en favor de la seguridad y debe repetirse el cálculo entrando en la tabla con $\omega_o = \omega$.

c) Si $\omega_o > 0{,}310$, se trata de una sección excesivamente armada. Por las razones de ductilidad y limitación de deformaciones expuestas en 14.5-2.°, se recomienda tomar para el momento de agotamiento el valor:

$$\mu = 0{,}252 + \omega' \cdot (1 - \delta')$$

que corresponde a una profundidad de la fibra neutra $x = 0{,}45 \cdot d$.

No obstante, teóricamente puede tomarse un momento mayor, para cuyo cálculo es necesario resolver el sistema de ecuaciones de equilibrio y compatibilidad [14.13] o [14.16], según sea el valor de la profundidad de la fibra neutra menor o mayor que su valor límite.

14.6 Flexión compuesta. Cálculo práctico de secciones rectangulares

1.° DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES EN FLEXIÓN COMPUESTA ($e > d$)

En los distintos problemas de dimensionamiento de secciones rectangulares sometidas a flexión compuesta, se conoce siempre el esfuerzo normal de cálculo N_d y su excentricidad e, así como las resistencias de los materiales. El ancho b puede fijarse casi siempre y las únicas incógnitas son el canto y las armaduras.

El problema de dimensionamiento es, en general, indeterminado, por lo que existirán varias soluciones entre las que se ha de elegir una que sea razonablemente económica y de fácil realización.

Para *grandes excentricidades* el criterio que se sigue para fijar el canto es, en general, el mismo seguido para la flexión simple, es decir, conviene adoptar cantos mayores que el mínimo correspondiente a los valores límites. El estudio puede efectuarse fácilmente reduciendo el problema de flexión compuesta a uno de flexión simple, mediante el conocido teorema de Ehlers que se reseña a continuación:

Todo problema de flexión compuesta puede reducirse a uno de flexión simple, sin más que tomar como momento el que produce el esfuerzo normal respecto a la armadura de tracción, $M_d = N_d \cdot e$. La capacidad mecánica de la armadura de tracción necesaria en flexión compuesta es:

$$U = A \cdot f_{yd} - N_d$$

siendo $A \cdot f_{yd}$ la correspondiente a flexión simple con momento M_d.

Este fecundo teorema puede demostrarse fácilmente trasladando el esfuerzo N_d al centro de la armadura en tracción, para lo cual habrá que compensar con el momento flector $M_d = N_d \cdot e$, con objeto de no alterar el equilibrio de esfuerzos.

Para el cálculo práctico de secciones rectangulares sometidas a flexión compuesta, con excentricidades grandes, se utiliza la tabla 14.3 en la forma que se indica a continuación. Pero antes de pasar adelante conviene recordar las notaciones empleadas, en las que todos los parámetros se refieren al canto útil d:

$$\mu_d = \frac{N_d \cdot e}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}, \qquad \mu = \frac{N_u \cdot e}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}, \qquad \omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}, \qquad \xi = \frac{x}{d}$$

$$\nu_d = \frac{N_d}{b \cdot d \cdot f_{cd}}, \qquad \nu = \frac{N_u}{b \cdot d \cdot f_{cd}}, \qquad \omega' = \frac{A' \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}, \qquad \delta' = \frac{d'}{d}$$

en donde N_u *es* el esfuerzo normal de agotamiento, N_d el esfuerzo normal de cálculo y e su excentricidad referida a la amadura de tracción.

En aquellos problemas en que la excentricidad e_o venga referida al centro geométrico de la sección, puede determinarse la excentricidad e mediante la relación (admitiendo que el recubrimiento de A sea igual al de A'):

$$e = e_o + \frac{d - d'}{2}$$

a) Para $\mu_d \leq 0{,}252$, la sección no necesita amadura de compresión y entrando en la tabla 14.3 con el valor de μ_d, se encuentra ω. La cuantía mecánica de la armadura de tracción es:

$$\omega - \nu_d$$

y la capacidad mecánica correspondiente,

$$U = A \cdot f_{yd} = (\omega - \nu_d) \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

b) Para $\mu_d > 0{,}252$, es necesario colocar armadura de compresión. Las cuantías mecánicas necesarias son:

$$\omega' = \frac{\mu_d - 0{,}252}{1 - \delta'}, \qquad \omega = \omega' + 0{,}310 - \nu_d$$

y las capacidades mecánicas correspondientes:

$$U' = A' \cdot f_{yd} = \omega' \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}, \qquad U = A \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

2.° COMPROBACIÓN DE SECCIONES EN FLEXIÓN COMPUESTA ($e > d$)

En los problemas de comprobación de secciones rectangulares sometidas a flexión compuesta, se conocen todas las dimensiones geométricas, las armaduras y el esfuerzo normal de cálculo N_d, así como su excentricidad e referida a la armadura de tracción.

Hay que comprobar que el momento $N_u \cdot e$, en el estado último de agotamiento, no es inferior a $N_d \cdot e$. Es decir, que $\mu_d \leq \mu$.

Análogamente a lo indicado en flexión simple, haciendo $\omega_u = \omega + \nu_d - \omega'$ pueden presentarse los siguientes casos:

a) Si $\omega_o \leq 0$, prescindiendo de la colaboración del hormigón, puede tomarse

$$\mu = (\omega + \nu_d) \cdot (1 - \delta')$$

b) Si $0 < \omega_o \leq 0{,}310$, entrando en la tabla 14.3 con el valor de ω_o se encuentra un momento reducido μ_o. El momento buscado será:

$$\mu = \mu_o + \omega' \cdot (1 - \delta')$$

En el caso de que ω_o corresponda a $\xi < 0{,}1667$, puede considerarse $\omega' = 0$ en favor de la seguridad. Pero entonces μ_o se obtiene entrando en la tabla con $\omega_o = \omega + v_d$.

c) Si $\omega_o > 0{,}310$, se trata de una sección excesivamente armada. Por las razones de ductilidad y deformaciones ya expuestas, se recomienda tomar para el momento de agotamiento el valor:

$$\mu = 0{,}252 + \omega' \cdot (1 - \delta')$$

No obstante, teóricamente puede obtenerse un valor mayor resolviendo el sistema de ecuaciones de equilibrio y compatibilidad [14.3] o [14.4], correspondientes a los dominios de deformación 3 y 4, respectivamente.

14.7 Compresión con débiles excentricidades en sección rectangular

Para pequeñas excentricidades conviene adoptar generalmente armaduras simétricas, en cuyo caso resulta muy cómodo el empleo de los *diagramas de interacción* que más adelante se incluyen (capítulo 27).

Pero con objeto de poner de manifiesto las posibilidades de las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad [14.5] y [14.6], así como de la tabla 14.4, correspondientes a los dominios de deformación 4*a* y 5, a continuación se estudia un problema de dimensionamiento óptimo en compresión compuesta (caso en el que ninguna fibra de la sección está sometida a tracción).

1.° DIMENSIONAMIENTO ÓPTIMO DE SECCIONES

En los problemas más corrientes se conoce el esfuerzo normal de cálculo N_d, su excentricidad e_2 referida a la armadura más comprimida, las dimensiones de la sección y las resistencias de cálculo de los materiales. Las únicas incógnitas son las armaduras A_1 y A_2, siendo A_2 la más comprimida.

El problema es en general indeterminado, indeterminación que desaparece, bien fijando la relación A_1/A_2 de las armaduras, o bien adoptando la solución más económica. Como el primer problema suele resolverse con los diagramas de interacción, a continuación se aplica la tabla 14.4 para el dimensionamiento óptimo.

Pero antes de pasar adelante, conviene recordar las notaciones empleadas, en las que todos los parámetros se refieren ahora al canto total h:

$$\mu_{d2} = \frac{N_d \cdot e_2}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}, \qquad \omega_1 = \frac{A_1 \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}, \qquad \xi = \frac{x}{h}$$

$$v_d = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}}, \qquad \omega_2 = \frac{A_2 \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}, \qquad \delta_2 = \frac{d_2}{h}, \quad \delta = \frac{d}{h}$$

en donde N_d es el esfuerzo normal de cálculo y e_2 su excentricidad referida a la armadura más comprimida A_2.

a) Para $\mu_{d2} < 0{,}425 - 0{,}85 \cdot \delta_2$, la solución más económica se obtiene haciendo $A_1 = 0$, ya que no resulta necesario colocar armadura en esta cara, por ser suficiente la contribución del hormigón. Entrando en la tabla 14.4 con el valor $\mu_{c2} = \mu_{d2}$, en la columna correspondiente al recubrimiento dado, se encuentra $\psi \cdot \xi$ o ψ (según el dominio). La cuantía mecánica de la armadura comprimida será:

Dominio 4*a*: $\omega_2 = v_d - \psi \cdot \xi$

Dominio 5: $\omega_2 = v_d - \psi$

Si el valor μ_{d2} es menor que los de la tabla, se trata de un caso de flexión compuesta (14.6).

b) Para $\mu_{d2} \geq 0{,}425 - 0{,}85 \cdot \delta_2$, la solución más económica se obtiene haciendo que la sección trabaje en compresión simple, es decir, colocando unas armaduras tales que el baricentro plástico de la sección coincida con el punto de aplicación de la fuerza N_d. Las cuantías mecánicas de las armaduras son, en este caso,

$$\omega_1 = \frac{\mu_{d2} + 0{,}85 \cdot \delta_2 - 0{,}425}{\delta - \delta_2}$$

$$\omega_2 = v_d - \omega_1 - 0{,}85$$

válidas para aceros de límite elástico no mayor que 500 N/mm^2 (MPa) y con la limitación de $f_{yd} \geq 420$ N/mm^2.

Por otra parte, ya se verá en el capítulo 18 que las piezas sometidas a compresión deben calcularse con una excentricidad mínima, para tener en cuenta la incertidumbre que suele existir en el punto de aplicación de la carga.

Por último, se deben tener en cuenta los valores límites de las armaduras indicados en el apartado 18.3-2.°

2.° COMPROBACIÓN DE SECCIONES

Para los problemas de comprobación de secciones rectangulares sometidas a esfuerzos de compresión con débiles excentricidades, se recomienda el empleo de los diagramas de interacción. No obstante, también puede utilizarse la tabla 14.4, si bien para ello es necesario efectuar unos tanteos.

14.8 Tracción compuesta

Los problemas de tracción compuesta se resuelven mediante las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad expuestas en 14.2-1.°. Recuérdese que para que exista tracción compuesta, el esfuerzo de tracción ha de estar aplicado en un punto del eje situado entre las armaduras A_1 y A_2 que, en este caso, trabajan a tracción ambas.

1.° DIMENSIONAMIENTO

En los problemas de dimensionamiento de secciones rectangulares sometidas a tracción simple o compuesta, se conocen las dimensiones geométricas de la sección, la resistencia de cálculo del acero f_{yd}, así como el esfuerzo de cálculo N_d y su excentricidad e_1 referida a la armadura más traccionada (fig. 14.7).

El problema puede tener varias soluciones, siendo la más económica aquella en que ambas armaduras alcanzan su resistencia de cálculo, en cuyo caso el punto de aplicación de la fuerza N_d coincide con el centro de gravedad de las armaduras. Las ecuaciones de equilibrio son, en este caso:

$$N_d = A_1 \cdot f_{yd} + A_2 \cdot f_{yd}$$

$$N_d \cdot e_1 = A_2 \cdot f_{yd} \cdot (d - d_2)$$

de las que se obtienen las capacidades mecánicas:

$$U_2 = A_2 \cdot f_{yd} = \frac{N_d \cdot e_1}{d - d_2}$$

$$U_1 = A_1 \cdot f_{yd} = N_d - U_2$$

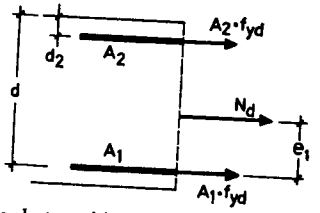


Figura 14.7 Equilibrio de fuerzas en tracción compuesta

En el caso de tracción centrada es $e_1 = e_2$ y entonces:

$$U_1 = U_2 = \frac{N_d}{2}$$

Por otra parte, puede observarse que en el cálculo de las armaduras de las piezas que trabajan a tracción no han intervenido las dimensiones del hormigón. No obstante, si se quiere evitar la fisuración del hormigón debe procederse de alguna de las formas siguientes:

a) Hormigonar el tirante, si es posible, después de entrar en carga las armaduras. De este modo el hormigón no vendrá afectado por el alargamiento del acero.

b) Si la estructura no puede ponerse en carga hasta después del hormigonado, la sección de la pieza deberá dimensionarse de modo que el alargamiento del hormigón no sobrepase a su deformación de rotura en tracción, del modo indicado en 12.9-1.°.

c) Prescindimos aquí de las soluciones de hormigón pretensado, que son las más idóneas para este tipo de elementos.

2.° COMPROBACIÓN

En los problemas de comprobación de secciones rectangulares sometidas a tracción simple o compuesta, se conocen las dimensiones geométricas de la sección, las armaduras A_1 y A_2 y la resistencia de cálculo del acero, así como el esfuerzo de cálculo N_d y su excentricidad e_1 (fig. 14.7).

De las ecuaciones 14.2-1.° se deduce que, para que la sección se encuentre en buenas condiciones de seguridad, el esfuerzo de cálculo N_d no ha de ser superior a ninguno de los dos valores siguientes:

$$\frac{A_1 \cdot f_{yd} \cdot (d - d_2)}{e_2}, \qquad \frac{A_2 \cdot f_{yd} \cdot (d - d_2)}{e_1}$$

con la condición de que el esfuerzo N_d esté situado entre ambas armaduras. De no ser así, no se trata de tracción compuesta sino de flexión compuesta.

14.9 Diagramas de interacción

En muchos casos de secciones rectangulares sometidas a tracción, flexión o compresión compuestas, es conveniente disponer las armaduras con cierta simetría respecto a los ejes, bien porque las excentricidades pueden variar de sentido, bien por simplificaciones constructivas o, por último, cuando las excentricidades sean pequeñas. Estos casos suelen presentarse, generalmente, en soportes y la excentricidad se refiere al centro geométrico de la sección.

En la figura 14.8 se han indicado las disposiciones de armaduras simétricas más corrientes.

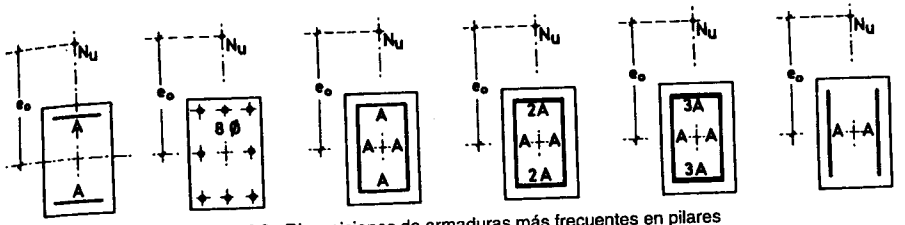


Figura 14.8 Disposiciones de armaduras más frecuentes en pilares

Para el cálculo de estas secciones resulta cómodo el empleo de *diagramas de interacción* que se obtienen tomando en unos ejes coordenados, en abscisas, los esfuerzos normales reducidos ν, y en ordenadas los momentos reducidos μ, referidos al centro geométrico de la sección y al canto total h. Resulta así una familia de curvas, una para cada cuantía mecánica (fig. 14.9), siendo:

$$\mu = \frac{N_d \cdot e_o}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}, \qquad \nu = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}}, \qquad \omega_{total} = \frac{A \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

Mediante los diagramas de interacción pueden resolverse, tanto los problemas de dimensionamiento como los de comprobación de secciones, más fácilmente que mediante el empleo de tablas.

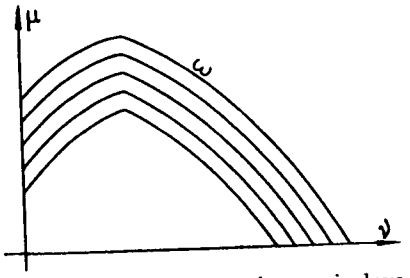


Figura 14.9 Aspecto que presentan los diagramas de interacción

En el capítulo 27 de esta obra se incluye una completa colección de diagramas de interacción para las disposiciones de armaduras indicadas en la figura 14.8. Para cada disposición de armaduras se estudian tres recubrimientos representativos: d_2/h = 0,05, 0,10 y 0,15. Con estos diagramas se pueden resolver los siguientes problemas:

1.° En los problemas de dimensionamiento se conocen las dimensiones geométricas de la sección, las resistencias de los materiales y el esfuerzo de cálculo N_d con su excentricidad e_o. Basta entrar en el diagrama con μ y ν, encontrándose inmediatamente la cuantía mecánica total.

2.° Los problemas de comprobación suelen presentarse de una de las formas siguientes:

a) Determinar el máximo esfuerzo normal que puede equilibrar una sección rectangular dada, sometida a un momento de cálculo conocido.

b) Determinar el máximo momento que puede equilibrar una sección rectangular dada, sometida a un esfuerzo normal de cálculo N_d conocido.

En ambos casos, entrando en el diagrama con la componente (momento o esfuerzo normal) conocida, se determina inmediatamente la no conocida.

14.10 Ejemplos de flexión simple

En los distintos ejemplos de flexión simple que se proponen a continuación, se considera siempre una sección rectangular de 0,30 × 0,50 m², con hormigón de resistencia característica 25 N/mm², acero B 500 S y coeficientes de seguridad de los materiales $\gamma_c = 1{,}5$ y $\gamma_s = 1{,}15$. Es decir:

$b = 0{,}30$ m; $f_{ck} = 25$ N/mm²;
$d = 0{,}47$ m; $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 16{,}67$ N/mm² = 16670 kN/m²;
$d' = 0{,}03$ m; $f_{yk} = 500$ N/mm².

De acuerdo con lo indicado en 14.5-2.°, los valores específicos a partir de los cuales de dispone armadura de compresión son:

$$\xi = 0{,}450 \qquad \mu = 0{,}252 \qquad \omega = 0{,}310$$

Ejemplo 1.°: Determinar las armaduras de la sección rectangular indicada, sometida a un momento de cálculo $M_d = 175$ kNm.

Se comienza por determinar el momento reducido:

$$\mu_d = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0{,}158$$

Como $\mu_d < 0{,}252$, no necesita armadura de compresión. Para determinar la armadura de tracción se entra con μ_d en la tabla 14.3 y se obtiene $\omega = 0{,}177$. La capacidad mecánica de la armadura de tracción necesaria será:

$$U = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} = 416{,}0 \text{ kN}$$

Con este valor se entra en la tabla de capacidades mecánicas 8.10, correspondiente al acero B 500 S con $\gamma_s = 1{,}15$, y se encuentra 5 Ø 16.

Ejemplo 2.°: Determinar las armaduras de la sección rectangular indicada anteriormente, sometida a un momento de cálculo $M_d = 350$ kNm.

$$\mu_d = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0{,}317$$

Se comienza por determinar el momento reducido:

Como $\mu_d > 0{,}252$, es necesario colocar una armadura de compresión:

$$\omega' = \frac{\mu - 0{,}252}{1 - \delta'} = 0{,}069, \qquad \omega = \omega' + 0{,}310 = 0{,}379$$

Las capacidades mecánicas correspondientes son:

$$U' = \omega' \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} = 162{,}2 \text{ kN}, \qquad U = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} = 890{,}8 \text{ kN},$$

para las que pueden adoptarse (tablas 8.11 y 8.10, respectivamente) 2 Ø 16 y 7 Ø 20.

Ejemplo 3.°: Comprobar la sección rectangular referida anteriormente, suponiendo que tiene unas armaduras de tracción y compresión, respectivamente, de 6 Ø 20 y 2 Ø 20 de acero B 500 S, sometida a un momento de cálculo $M_d = 296$ kNm.

Se comienza por determinar las capacidades mecánicas de las armaduras (tablas 8.10 y 8.11):

$$U = A \cdot f_{yd} = 819{,}5 \text{ kN}, \qquad U' = 263{,}9 \text{ kN},$$

cuyas cuantías mecánicas son:

$$\omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} = 0{,}3488 \qquad \omega' = \frac{A' \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} = 0{,}1123$$

Se entra en la tabla 14.3 con el valor $\omega_o = \omega - \omega' = 0{,}2365$, al que corresponde $\mu_o = 0{,}2027$. El momento reducido último será:

$$\mu_u = \mu_o + \omega'(1 - \delta') = 0{,}3078$$

que, al ser mayor que el momento reducido de cálculo,

$$\mu_d = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0{,}2680$$

nos indica que la sección se encuentra en buenas condiciones de seguridad.

14.11 Ejemplos de flexión compuesta

Ejemplo 1.°: Determinar las armaduras de una sección rectangular de 0,30 × 0,50 m² sometida a los esfuerzos de cálculo $M_d = 300$ kNm y $N_d = 250$ kN. Las dimensiones, características de los materiales y coeficientes de seguridad son los siguientes:

$b = 0{,}30$ m; $f_{ck} = 25$ N/mm²;
$d = 0{,}47$ m; $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 16{,}67$ N/mm² = 16670 kN/m²;
$d' = 0{,}03$ m; $f_{yk} = 500$ N/mm²;
$h = 0{,}50$ m; $\gamma_s = 1{,}15$.

Las excentricidades referidas al centro de la sección y a la armadura de tracción son, respectivamente:

$$e_o = \frac{M_d}{N_d} = 1{,}20 \text{ m}, \qquad e = e_o + \frac{d - d'}{2} = 1{,}42 \text{ m}$$

Se comienza por determinar los valores de los esfuerzos reducidos:

$$\mu_d = \frac{N_d \cdot e}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0{,}321, \qquad \nu_d = \frac{N_d}{b \cdot d \cdot f_{cd}} = 0{,}106$$

Como $\mu_d = 0{,}321 > 0{,}252$, es necesario disponer armadura de compresión:

$$\omega' = \frac{\mu_d - 0{,}252}{1 - \delta'} = 0{,}074, \qquad \omega = \omega' + 0{,}310 - \nu_d = 0{,}278$$

Las capacidades mecánicas correspondientes son:

$$U' = \omega' \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} = 173{,}9 \text{ kN}, \qquad U = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} = 653{,}4 \text{ kN},$$

para las que pueden adoptarse, respectivamente (tablas 8.11 y 8.10), 2 Ø 16 y 8 Ø 16 de acero B 500 S, con $\gamma_s = 1{,}15$.

Ejemplo 2.°: Comprobar un soporte de sección rectangular, 0,30 × 0,60 m², con armaduras simétricas 5 Ø 20 y 5 Ø 20 de acero B 500 S, sometido a unos esfuerzos de cálculo $M_d = 500$ kNm y $N_d = 900$ kN, ambos referidos al centro de la sección. Las dimensiones y características de los materiales son:

b = 0,30 m; f_{ck} = 25 N/mm²;
d = 0,57 m; $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ = 16,67 N/mm² = 16670 kN/m²;
d' = 0,03 m; f_{yk} = 500 N/mm²;
h = 0,60 m; γ_s = 1,15.

La excentricidad e, referida a la armadura de tracción, es:

$$e = \frac{M_d}{N_d} + \frac{d - d'}{2} = 0{,}826 \text{ m},$$

que, al ser mayor que el canto útil $d = 0{,}57$ m, nos indica que se trata de un caso de flexión compuesta. Los valores de los esfuerzos reducidos son:

$$\mu_d = \frac{N_d \cdot e}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0{,}458, \qquad \nu_d = \frac{N_d}{b \cdot d \cdot f_{cd}} = 0{,}316$$

Las capacidades mecánicas de las armaduras de tracción y compresión, respectivamente, son (tablas 8.10 y 8.11):

$$U = A \cdot f_{yk} / 1{,}15 = 683{,}0 \text{ kN} \qquad \text{y} \qquad U' = A \cdot 420 = 659{,}7 \text{ kN},$$

a las que corresponden las cuantías mecánicas:

$$\omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} = 0{,}240 \qquad \omega' = \frac{A \cdot 420}{b \cdot d \cdot f_{cd}} = 0{,}231$$

Entrando en la tabla 14.3 con $\omega_o = \omega - \omega' + \nu_d = 0{,}325$ se encuentra $\mu_o = 0{,}2611$. El momento de agotamiento específico será:

$$\mu_u = \mu_o + \omega'(1 - \delta') = 0{,}479$$

que, al ser mayor que el de cálculo, $\mu_d = 0{,}458$, nos indica que la sección se encuentra en buenas condiciones resistentes. El mismo resultado se obtiene empleando los diagramas de interacción.

15. Estado límite último bajo solicitaciones normales. Cálculo de secciones con métodos simplificados

15.1 Método del diagrama rectangular

1.° CONSIDERACIONES GENERALES

Como se dijo en el capítulo 13, para el cálculo de secciones sometidas a solicitaciones normales, en el estado límite último de agotamiento resistente, puede sustituirse el diagrama parábola-rectángulo de tensiones del hormigón por un diagrama rectangular equivalente, definido de tal modo que la compresión sea constante e igual a $0{,}85 \cdot f_{cd}$ (fig. 15.1) y cuya altura ficticia, y, en función de la profundidad de la fibra neutra de deformaciones x, sea:

Para $x \leq 1{,}25 \cdot h$: $y = 0{,}80 \cdot x$
Para $x > 1{,}25 \cdot h$: $y = h$

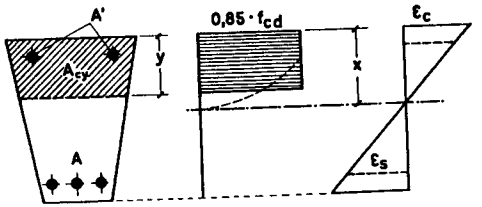


Figura 15.1 Diagrama rectangular de compresiones en el hormigón

No cabe duda de que, con el diagrama rectangular de tensiones, pueden obtenerse simplificaciones notables y de mucha utilidad en aquellos casos en que no se disponga de tabulaciones adecuadas. No obstante, debe tenerse en cuenta que el empleo de dicho diagrama puede conducirnos a ciertas contradicciones con los principios generales establecidos para el cálculo, como se tendrá ocasión de apreciar más adelante.

Las diferencias obtenidas para las armaduras, según se calcule con el diagrama parábola-rectángulo o con el rectangular, son muy pequeñas en general. Para las cuantías normalmente empleadas en flexión simple, dichas diferencias son inferiores al 1,5 por 100. No obstante, pueden obtenerse diferencias más importantes y en contra de la seguridad en ciertos casos de flexión con cuantías muy grandes (véase *Perchat, 1971*); pero estos casos no se presentan en la práctica.

2.° ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Salvo detalles que serán indicados más adelante, las bases de cálculo son las mismas que se establecieron al tratar del estudio general de flexión-compresión (véase 13.2). Por otra parte, trataremos únicamente el caso de secciones con un eje de simetría, sometidas a solicitaciones normales que actúan en dicho eje y provistas de dos armaduras principales A_1 y A_2.

a) Para secciones sometidas a flexión simple o compuesta, en las que la profundidad del eje neutro no sea superior al valor límite, las ecuaciones de equilibrio en el estado último de agotamiento pueden ponerse en la forma (fig. 15.2):

$$N_u = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot A_{cy} + A_2 \cdot \sigma_2 - A_1 \cdot f_{yd}$$

$$N_u \cdot e_1 = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot S_y + A_2 \cdot \sigma_2 \cdot (d - d_2)$$

$$y = 0{,}80 \cdot x, \qquad x = \frac{d}{1 + 1{,}429 \cdot 10^{-3} \cdot f_{yd}} \qquad f_{yd} \text{ en N/mm}^2$$

con los siguientes significados:

N_u = esfuerzo normal de agotamiento;
e_1 = excentricidad referida al baricentro de la armadura de tracción;
A_{cy} = área de la sección comprimida ficticia del hormigón;
S_y = momento estático de A_{cy} respecto al baricentro de la armadura de tracción;
f_{cd} = resistencia de cálculo del hormigón;
f_{yd} = resistencia de cálculo del acero;
σ_2 = tensión de la armadura de compresión.

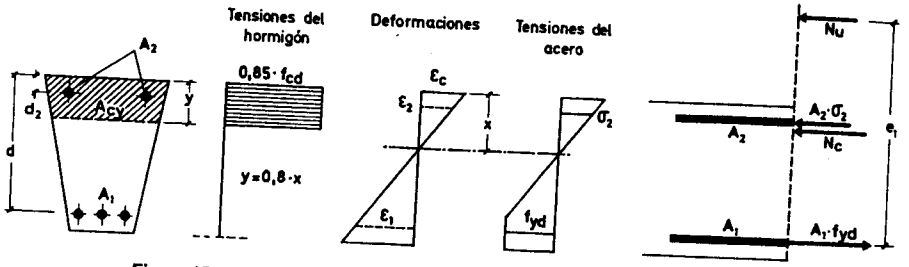


Figura 15.2 Sección sometida a flexión simple o compuesta (dominios 2 y 3)

De acuerdo con lo indicado en 14.2–2.°, para σ_2 puede tomarse:

- para $x < 0{,}1667 \cdot d$: $\sigma_2 = 0$
- para $x \geq 0{,}1667 \cdot d$: $\sigma_2 = f_{yd} \nearrow 420$ N/mm^2.

Los valores de A_{cy} y S_y correspondientes a las secciones rectangulares son, respectivamente:

$$A_{cy} = b \cdot y, \qquad S_y = b \cdot y \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right)$$

Puede considerarse que estas ecuaciones de equilibrio son válidas para los dominios 2 y 3 que, como se indicó en 14.2–2.°, corresponden, respectivamente, a profundidades del eje neutro comprendidas en los intervalos $(0,\ 0{,}259 \cdot d)$ y $(0{,}259 \cdot d,\ x_{lim})$.

Ahora bien, en el dominio 2 y para $x < 0{,}1667 \cdot d$, la deformación de la fibra comprimida del hormigón es $\varepsilon_c < 0{,}002$, a la que corresponde una tensión $\sigma_c < 0{,}85 \cdot f_{cd}$, en contra de lo que

exige el empleo del diagrama rectangular. No obstante, el error que se comete en el cálculo de secciones, al no tener en cuenta esta consideración, es despreciable.[1]

b) Para secciones sometidas a flexión simple o compuesta, en las que la profundidad x del eje neutro sea $x_{lim} < x \leq d$, las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, en el estado último de agotamiento, pueden ponerse en la forma (fig. 15.3):

$$N_u = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot A_{cy} + A_2 \cdot f_{yd} - A_1 \cdot \sigma_1$$

$$N_u \cdot e_1 = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot S_y + A_2 \cdot f_{yd} \cdot (d - d_2)$$

$$\varepsilon_1 = 0{,}0035 \cdot \frac{d - x}{x}$$

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_s \quad 0{,}0035 \cdot E_s \cdot \frac{d - x}{x} \nearrow f_{yd}$$

con las mismas notaciones indicadas en el caso anterior, y en donde E_s es el módulo de deformación del acero. Este caso corresponde al dominio 4.

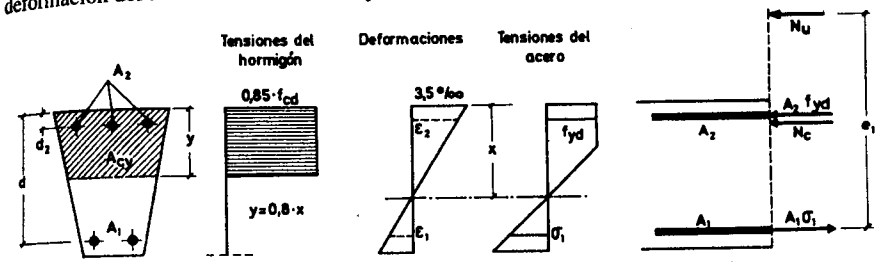


Figura 15.3 Sección sometida a flexión simple o compuesta (dominio 4)

c) Para secciones sometidas a flexión compuesta, en las que la profundidad del eje neutro sea $d < x \leq 1{,}25 \cdot h$, ambas armaduras A_1 y A_2 trabajan a compresión. Las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, en el estado último de agotamiento, pueden ponerse en la forma (fig. 15.4):

$$N_u = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot A_{cy} + A_1 \cdot \sigma_1 + A_2 \cdot f_{yd}$$

$$N_u \cdot e_2 = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot S_{y2} + A_1 \cdot \sigma_1 \cdot (d - d_2)$$

$$\varepsilon_1 = 0{,}0035 \cdot \frac{x - d}{x}, \qquad \sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_s, \qquad f_{yd} \nearrow 420 \text{ N/mm}^2$$

en donde se han tomado momentos respecto a la armadura más comprimida A_2. Este caso corresponde al dominio 4*a*.

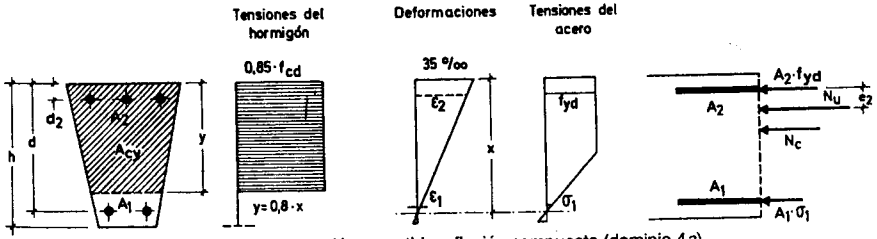


Figura 15.4 Sección sometida a flexión compuesta (dominio 4*a*)

[1] Para $x < 0{,}1667 \cdot d$, los valores de las cuantías mecánicas ω correspondientes a un momento reducido μ, calculados con el diagrama parábola-rectángulo y con el rectangular, son prácticamente los mismos, si bien corresponden a valores de x bastante distintos.

d) Para secciones sometidas a compresión compuesta, en las que la profundidad del eje sea $1{,}25 \cdot h < x \leq \infty$, ambas armaduras A_1 y A_2 trabajan a compresión. Las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, en el estado último de agotamiento, pueden ponerse en la forma (fig. 15.5):

$$N_u = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot A_{cy} + A_1 \cdot \sigma_1 + A_2 \cdot f_{yd}$$

$$N_u \cdot e_2 = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot S_{y2} + A_1 \cdot \sigma_1 \cdot (d - d_2)$$

$$\varepsilon_1 = 0{,}002 \cdot \frac{x-d}{x-3/7 \cdot h}, \qquad \sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_s \gtrless f_{yd}$$

en donde se han tomado momentos respecto a la armadura más comprimida A_2. Este caso corresponde al dominio 5.

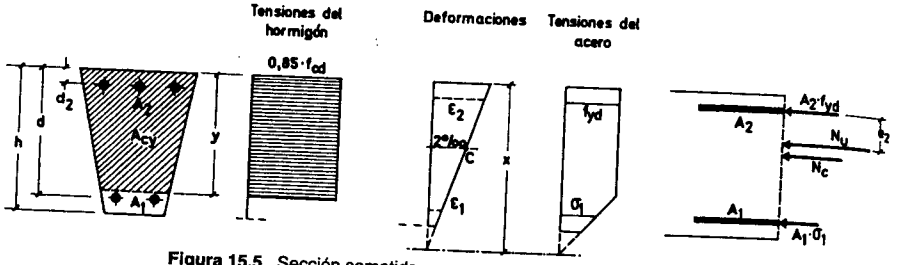


Figura 15.5 Sección sometida a compresión compuesta (dominio 5)

El valor de y es, en este caso, igual al canto h, y para f_{yd} no deben tomarse valores mayores de 420 N/mm^2.

Por otra parte, se podrá seguir utilizando la ecuación de compatibilidad de deformaciones, sin error apreciable, a pesar de encontrarnos con la paradoja de que, en general, la fibra de la sección a la altura de la armadura A_1 tiene una deformación $\varepsilon_1 < 0{,}002$, lo que se tiene en cuenta para calcular la tensión de dicha armadura, pero no para la del hormigón que viene impuesta por otras consideraciones.

e) La marcha que debe seguirse, para la resolución de los distintos problemas que se presentan sobre comprobación y dimensionamiento de secciones de hormigón armado, es análoga a la indicada para las secciones rectangulares al tratar del método de la parábola-rectángulo, si bien, con el empleo del diagrama rectangular de tensiones, pueden simplificarse bastante los cálculos.

Todos los problemas han de resolverse mediante el correspondiente sistema de ecuaciones, de equilibrio y compatibilidad, expuesto anteriormente, teniendo además en cuenta el diagrama tensión-deformación del acero empleado.

A continuación se resuelven algunos problemas de secciones rectangulares haciendo uso, directamente, de las ecuaciones anteriormente establecidas.

15.2 Flexión simple con diagrama rectangular

1.° DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES RECTANGULARES

En los distintos problemas de dimensionamiento de secciones rectangulares sometidas a flexión simple, siempre se conocen tanto el momento actuante de cálculo M_d como las resistencias de los materiales.

Como se ha hecho en el capítulo 14, en los problemas prácticos de flexión simple o compuesta designaremos por A y A' a las secciones de las armaduras de tracción y compresión, respectivamente; y seguiremos un orden de exposición análogo al que seguimos en el apartado 14.5-2.°. Del mismo modo, se designa por d' la distancia del centro de gravedad de la armadura comprimida a la fibra más comprimida del hormigón.

La forma práctica de operar es la siguiente. Si el momento actuante de cálculo M_d resulta igual o menor que $0{,}252 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$ la sección no necesita armadura de compresión; estamos en el caso de "canto igual o superior al mínimo", el cual se resuelve más adelante, en el punto *b)* de este mismo apartado. Si, por el contrario, el momento actuante de cálculo M_d resulta mayor que $0{,}252 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$ la armadura de compresión es necesaria; estamos en el caso "canto inferior al mínimo" y debe operarse como se indica en el punto *c*.

a) *Canto mínimo sin armadura de compresión*

Generalmente se fija el ancho b de la viga y, por tanto, las únicas incógnitas son el canto útil d y la armadura de tracción A. Teóricamente, el canto mínimo sin armadura de compresión corresponde a una profundidad del eje neutro igual a su valor límite. Pero, según se ha indicado en 14.5-2.°, por razones de ductilidad y limitación de deformaciones se aconseja no adoptar cantos inferiores al correspondiente a $x = 0{,}45 \cdot d$, es decir, a $y = 0{,}80 \cdot x = 0{,}36 \cdot d$. De esta forma se asegura, además, que la armadura de tracción alcanzará el valor f_{yd}, en el agotamiento de la sección, para cualquier acero comercial.

Haciendo $y = 0{,}36 \cdot d$ en las ecuaciones de equilibrio correspondientes a $x \leq x_{lim}$ (15.1-2.°*a*), resulta:

$$0 = 0{,}306 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} - A \cdot f_{yd}$$

$$M_d = 0{,}252 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

de las que se obtienen:

$$d_{min} = 2{,}00 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b \cdot f_{cd}}}, \qquad U = A \cdot f_{yd} = 0{,}306 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

Generalmente se adopta un canto superior al mínimo, por resultar una solución más económica.

b) *Canto igual o superior al mínimo*

Cuando el canto haya sido fijado y sea igual o superior al valor mínimo, que es el caso más corriente, la sección no necesita armadura de compresión y, entonces, la única incógnita es la armadura de tracción. Este caso se presenta cuando es $M_d \leq 0{,}252 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$.

De las ecuaciones de equilibrio correspondientes a $y < y_{lim}$, con:

$$y_{lim} = \frac{0{,}80 \cdot d}{1 + 1{,}429 \cdot 10^{-3} \cdot f_{yd}}$$

que pueden escribirse en la forma:

$$0 = 0{,}85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd} - A \cdot f_{yd}$$

$$M_d = 0{,}85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right)$$

se determinan las únicas incógnitas A e y:

$$y = d \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0{,}425 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}}\right]$$

$$U = A \cdot f_{yd} = 0{,}85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd}$$

c) Canto inferior al mínimo

Cuando el canto haya sido fijado y sea inferior al valor mínimo, debe colocarse armadura de compresión. Este caso se presenta cuando es $M_d > 0,252 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$.

De las ecuaciones de equilibrio correspondientes a $y \le y_{lim}$, haciendo $y = 0,36 \cdot d$, resulta:

$$0 = 0,306 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd} - A \cdot f_{yd}$$

$$M_d = 0,252 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$$

de las que se determinan los valores de las capacidades mecánicas de las armaduras:

$$U' = A' \cdot f_{yd} = \frac{M_d - 0,252 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}{d - d'}, \qquad U = A \cdot f_{yd} = 0,306 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + U'$$

2.° COMPROBACIÓN DE SECCIONES RECTANGULARES

En los problemas de comprobación se conocen todas las dimensiones geométricas de la sección y sus armaduras, las resistencias de cálculo de los materiales y el momento de cálculo M_d.

Hay que comprobar que el momento M_u, en el estado de agotamiento resistente de la sección, no es inferior a M_d.

Se comienza por determinar y de la ecuación de equilibrio:

$$0 = 0,85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd} - A \cdot f_{yd}$$

admitiendo que ambas armaduras alcanzan su límite elástico. Pueden presentarse tres casos.

a) Si $y \le 0$ puede tomarse, prescindiendo de la colaboración del hormigón,

$$M_u = A \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$$

b) Si $0 < y \le 0,36 \cdot d$, que es el caso más corriente, el valor de M_u se determina mediante la ecuación de equilibrio de momentos:

$$M_u = 0,85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right) + A' \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$$

En el caso de que y resulte muy pequeño ($y < 0,80 \cdot 0,1667 \cdot d = 0,133\, d$), debe hacerse $A' = 0$, en favor de la seguridad, incluso para determinar y.

c) Si $y > 0,36 \cdot d$, por razones de ductilidad y limitación de deformaciones es conveniente tomar:

$$M_u = 0,251 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$$

No obstante, teóricamente pueden obtenerse valores mayores de M_u, resolviendo el sistema de ecuaciones de equilibrio y compatibilidad correspondiente al dominio 3 o al dominio 4, según el caso.

15.3 Flexión o compresión compuesta con diagrama rectangular

1.° DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES RECTANGULARES

Como se indicó al tratar del método de la parábola-rectángulo (véase 14.6-1.°), en los distintos problemas de dimensionamiento de secciones rectangulares sometidas a flexión o compresión

compuesta, se conoce siempre el esfuerzo normal de cálculo N_d, su excentricidad y las resistencias de los materiales. El ancho b viene fijado generalmente, y las únicas incógnitas son el canto y las armaduras.

a) Grandes excentricidades ($e > d$)

Para grandes excentricidades el criterio que se sigue para fijar el canto es, en general, el mismo seguido para flexión simple, es decir, conviene adoptar cantos mayores que el mínimo correspondiente a los valores límites. El estudio puede efectuarse, fácilmente, reduciendo el problema de flexión compuesta al de flexión simple, mediante el conocido teorema de Ehlers:

Todo problema de flexión compuesta puede reducirse a uno de flexión simple, sin más que tomar como momento el que produce el esfuerzo normal respecto a la armadura de tracción, es decir, $M_d = N_d \cdot e$. La capacidad mecánica de la armadura de tracción necesaria en flexión compuesta es:

$$U = A \cdot f_{yd} - N_d$$

siendo $A \cdot f_{yd}$ la correspondiente a flexión simple con momento M_d.

Si en algún caso resultara negativa la capacidad mecánica U de la armadura de tracción, no podrá resolverse el problema en flexión compuesta perfecta, es decir, con $y \le y_{lim}$. Estos casos corresponden a *pequeñas excentricidades* y se resuelven como se indica en el párrafo siguiente.

b) Pequeñas excentricidades

Para pequeñas excentricidades conviene adoptar, generalmente, armaduras simétricas, en cuyo caso lo más cómodo es el empleo de los diagramas de interacción. No obstante, a título informativo se indica a continuación el dimensionamiento óptimo, que puede resultar de interés en algunos casos.

Como en el caso general, se designa por A_1 la armadura de tracción o menos comprimida, por A_2 la armadura de compresión o más comprimida y por d_2 el recubrimiento de A_2. La excentricidad e_2 de N_d se refiere a A_2.

- Para $N_d \cdot e_2 < 0,85 \cdot b \cdot h \cdot (0,5 \cdot h - d_2) \cdot f_{cd}$, la solución más económica se obtiene haciendo $A_1 = 0$ (en la práctica se adopta el valor mínimo). La armadura de compresión A_2 se determina, en este caso, eliminando y del sistema de ecuaciones:

$$N_d = 0,85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd} + A_2 \cdot f_{yd}$$

$$N_d \cdot e_2 = 0,85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{y}{2} - d_2\right)$$

Si interesa conocer el dominio a que corresponde el caso estudiado, es necesario determinar y:

Para $y < 0,80 \cdot d$	: Dominio 4
Para $0,80 \cdot d \le y < 0,80 \cdot h$	: Dominio 4*a*
Para $0,80 \cdot h \le y \le h$	: Dominio 5

- Para $N_d \cdot e_2 \ge 0,85 \cdot b \cdot h \cdot (0,5 \cdot h - d_2) \cdot f_{cd}$, la solución más económica se obtiene obligando a que la sección trabaje en compresión simple. Las armaduras necesarias son, en este caso,

$$U_1 = A_1 \cdot f_{yd} = \frac{N_d \cdot e_2 - 0,85 \cdot b \cdot h \cdot f_{cd} \cdot (0,5 \cdot h - d_2)}{d - d_2}$$

$$U_2 = A_2 \cdot f_{yd} = N_d - U_1 - 0,85 \cdot b \cdot h \cdot f_{cd}$$

válidas para cualquier acero, con la limitación $f_{yd} \ge 420$ N/mm^2.

- En compresión compuesta con armaduras simétricas, puede calcularse A_2 como en los dos casos precedentes, y adoptar para la capacidad mecánica de la armadura menos comprimida U_1 el mismo valor obtenido para U_2, lo que nos sitúa del lado de la seguridad.

2.° COMPROBACIÓN DE SECCIONES RECTANGULARES

Para la comprobación de secciones rectangulares sometidas a flexión compuesta, puede seguirse una marcha parecida a la indicada para la flexión simple.

Cuando se trate de secciones con armaduras simétricas, la comprobación se efectúa muy cómodamente mediante los diagramas de interacción.

15.4 Método simplificado del momento tope. Fundamentos

En los apartados anteriores se ha estudiado el método simplificado del diagrama rectangular, con el que se obtienen resultados prácticamente concordantes con los correspondientes al diagrama parábola-rectángulo. En el *método del momento tope*, además de adoptar el diagrama rectangular de tensiones, se bloquea la capacidad resistente del hormigón a partir de una cierta profundidad de la fibra neutra, lo que da lugar a una notable simplificación de los cálculos prácticos, si bien los resultados obtenidos para ciertas solicitaciones difieren, apreciablemente, de los obtenidos por los otros métodos.

El método del momento tope, debido al profesor Torroja, fue incorporado a las primeras Recomendaciones del CEB así como a la normativa española hasta la década de los noventa. Conduce a fórmulas muy sencillas, que pueden reproducirse fácilmente de memoria y que tienen un valor didáctico. Sus fundamentos son los siguientes:

1.° La rotura viene caracterizada, únicamente, por el valor de la deformación de la fibra más comprimida del hormigón, que se fija en 0,0035 en flexión simple y en 0,002 para la compresión centrada.

2.° Bajo la acción de las solicitaciones, las armaduras tienen la misma deformación que el hormigón que las envuelve. Se admite la hipótesis de Bernouilli, de que las deformaciones normales a una sección transversal siguen una ley plana.

3.° Para el cálculo de secciones sometidas a solicitaciones normales, en el estado último de agotamiento, se adopta un diagrama rectangular de tensiones definido de la siguiente forma (fig. 15.6).

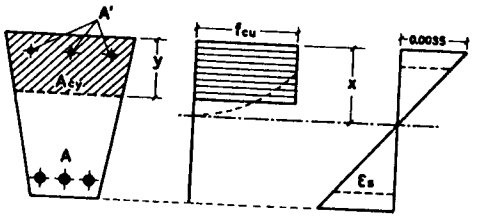


Figura 15.6 Diagrama rectangular en el método del momento tope

a) La relación entre la profundidad y del diagrama rectangular y la profundidad x del eje neutro, es:

$$y = 0{,}75 \cdot x, \qquad \text{para} \quad x \le d$$

$$y = 0{,}75 \cdot d \cdot \frac{4x - 3d}{3x - 2d}, \qquad \text{para} \quad x > d$$

siendo d el canto útil. En la práctica, nunca es necesario determinar el valor de x.

b) Como resistencia de agotamiento del hormigón se considera:

$$f_{cu} = f_{cd}, \qquad \text{para} \quad S_y \le 0{,}70 \cdot S$$

$$f_{cu} = 0{,}70 \cdot \frac{S}{S_y} \cdot f_{cd}, \qquad \text{para} \quad S_y > 0{,}70 \cdot S$$

con los siguientes significados:

S_y = momento estático de la sección comprimida del hormigón A_{cy}, respecto al baricentro de la armadura en tracción, o menos comprimida;

S = momento estático de la sección útil del hormigón A_c, respecto al baricentro de la armadura en tracción o menos comprimida;

A_c = sección útil del hormigón, o área de la zona comprendida entre la fibra más comprimida y la armadura en tracción o menos comprimida.

Como es habitual, se prescinde de la colaboración del hormigón en tracción, no muy confiable y de escasa importancia.

Como puede comprobarse, el valor indicado para la resistencia de agotamiento del hormigón resulta variable, desde f_{cd} hasta $0{,}70 \cdot f_{cd}$, disminuyendo al aumentar la profundidad del eje neutro. Esta disminución está justificada para tener en cuenta el fenómeno de *cansancio del hormigón*, cuyo efecto es tanto más importante cuanto mayor sea la profundidad del eje neutro.

Por otra parte, la variación de la resistencia de agotamiento del hormigón, desde f_{cd} hasta $0{,}70 \cdot f_{cd}$, se ha establecido de tal forma, que se estabilice el momento del bloque de compresiones del hormigón respecto a la armadura en tracción o menos comprimida, al alcanzar el valor $0{,}70 \cdot S \cdot f_{cd}$. A este valor constante del momento se le denomina *momento tope*.

4.° Respecto al diagrama tensión-deformación del acero, se adopta el indicado para el método de la parábola rectángulo, es decir, el diagrama birrectilíneo con la segunda rama horizontal.

5.° Se admite que, si la distancia del centro de gravedad de la armadura de compresión a la fibra extrema más comprimida no es superior al 20 por 100 del canto útil, la tensión de dicha armadura en el estado último de agotamiento es igual a la resistencia de cálculo del acero f_{yd}. Sin embargo, no debe tomarse nunca para f_{yd} un valor superior a 400 N/mm^2.

6.° Se aplicarán a las secciones las ecuaciones de equilibrio estático de fuerzas y momentos, igualando las resultantes de las tensiones en hormigón y acero, y sus momentos, a las componentes de la solicitación exterior.

A continuación se efectúa un breve estudio de los problemas más importantes sobre el dimensionamiento de secciones rectangulares, aplicando el *método del momento tope*. Un estudio más completo y muy detallado del mismo figura en el volumen 2 de *García Meseguer, 1986* y en el Anejo 7 de la Instrucción EH-91.

15.5 Método del momento tope. Secciones rectangulares

1.° ECUACIONES DE EQUILIBRIO

En las secciones rectangulares la condición $S_y \le 0{,}70 \cdot S$ es equivalente a la condición $y \le 0{,}45 \cdot d$. Para estos valores de y puede comprobarse fácilmente que la armadura en tracción alcanza su resistencia de cálculo con aceros de límite elástico $f_y \le 500$ N/mm^2.

De acuerdo con los fundamentos indicados en 15.4 para el método del momento tope, las ecuaciones de equilibrio pueden ponerse en la forma:

a) Para $y \leq 0{,}45 \cdot d$, si tomamos momentos respecto a la armadura en tracción, se tiene:

$$N_u = b \cdot y \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd} - A \cdot f_{yd}$$

$$N_u \cdot e = b \cdot y \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right) \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$$

en donde la excentricidad e se refiere a la armadura de tracción.

b) Para $y \geq 0{,}45 \cdot d$, de acuerdo con los principios básicos de este método, el momento del bloque de compresiones del hormigón respecto a la armadura en tracción o menos comprimida, se congela en un valor llamado *momento tope*,

$$N_u \cdot e = 0{,}350 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$$

ecuación que, al no depender de y, es suficiente por sí sola para resolver los problemas que se presentan, generalmente.

c) Para $y = d$, ambas armaduras están trabajando a compresión y las ecuaciones de equilibrio adoptan la forma:

$$N_u = 0{,}70 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd} + A \cdot f_{yd}$$

$$N_u \cdot e = 0{,}350 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$$

2.° DIMENSIONAMIENTO EN FLEXIÓN SIMPLE

En los distintos problemas de dimensionamiento de secciones rectangulares sometidas a flexión simple siempre se conocen, tanto el momento actuante de cálculo M_d como las resistencias de los materiales.

La forma práctica de operar es la siguiente. Si el momento actuante de cálculo M_d resulta igual o menor que $0{,}35 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$ la sección no necesita armadura de compresión; estamos en el caso de "canto igual o superior al mínimo", el cual se resuelve más adelante, en el punto *b)* de este mismo apartado. Si, por el contrario, el momento actuante de cálculo M_d resulta mayor que $0{,}35 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$ la armadura de compresión es necesaria; estamos en el caso "canto inferior al mínimo" y debe operarse como se indica en el punto *c)*.

a) Canto mínimo sin armadura de compresión

Generalmente se fija el ancho b de la viga y, por tanto, las únicas incógnitas son el canto útil d y la armadura de tracción A. Fácilmente se comprende que el canto mínimo corresponde al valor $y = 0{,}45 \cdot d$.

Para $y = 0{,}45 \cdot d$, las ecuaciones de equilibrio pueden ponerse en la forma:

$$0 = 0{,}45 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} - A \cdot f_{yd}$$

$$M_d = 0{,}350 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

de las que se obtienen:

$$d_{min} = 1{,}69 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b \cdot f_{cd}}}, \qquad U = A \cdot f_{yd} = 0{,}45 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

Generalmente se adopta un canto superior al mínimo, por resultar soluciones más económicas.

b) Canto igual o superior al mínimo

Cuando el canto d haya sido fijado y sea igual o superior al valor mínimo, que es el caso más frecuente, la sección no necesita armadura de compresión y, entonces, la única incógnita es la armadura de tracción. Este caso se presenta para $M_d \leq 0{,}350 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$.

De las ecuaciones de equilibrio correspondientes a $y \leq 0{,}45 \cdot d$, se determinan los valores de A e y:

$$y = d \cdot \left[1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}}\right]$$

$$U = A \cdot f_{yd} = b \cdot y \cdot f_{cd}$$

c) Canto inferior al mínimo

Cuando el canto d haya sido fijado y sea inferior al valor mínimo, es necesario colocar armadura de compresión. Este caso se presenta para $M_d > 0{,}350 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$.

De las ecuaciones de equilibrio correspondientes a $y = 0{,}45 \cdot d$:

$$0 = 0{,}45 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd} - A \cdot f_{yd}$$

$$M_d = 0{,}350 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$$

se determinan las capacidades mecánicas de las armaduras:

$$U' = A' \cdot f_{yd} = \frac{M_d - 0{,}35 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}{d - d'}, \qquad U = A \cdot f_{yd} = 0{,}45 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + U'$$

3.° DIMENSIONAMIENTO EN FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTA

Como ya se ha indicado varias veces, en los problemas de dimensionamiento de secciones rectangulares sometidas a flexión o compresión compuesta, se conoce el esfuerzo normal de cálculo N_d, su excentricidad e referida a la armadura de tracción o menos comprimida, así como la resistencia de los materiales. Tanto el ancho b como el canto d vienen fijados, casi siempre, por consideraciones económicas o de proyecto. Las únicas incógnitas son las armaduras.

a) Determinación de la armadura de compresión

Para el cálculo de la armadura de compresión se deben distinguir los tres casos siguientes.

- Para $N_d \cdot e \leq 0{,}350 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$ no es necesario disponer armadura de compresión, por lo que se adoptará el valor mínimo.
- Para $N_d \cdot e > 0{,}350 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$ la armadura comprimida (valor estricto) se determina mediante la ecuación de equilibrio de momentos correspondiente a $y \geq 0{,}45 \cdot d$:

$$U' = A' \cdot f_{yd} = \frac{N_d \cdot e - 0{,}350 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}{d - d'}$$

- Si la armadura de compresión ha sido fijada previamente, su valor debe ser igual o mayor que el estricto calculado anteriormente.

b) Determinación de la armadura de tracción o menos comprimida

Una vez calculada la armadura de compresión, se determina la de tracción o menos comprimida, para lo cual se distinguen tres casos.

- Si $N_d > 0{,}70 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd}$ se trata de un caso de compresión compuesta y, por tanto,

$$U = A \cdot f_{yd} = N_d - 0{,}70 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} - A' \cdot f_{yd}$$

En el caso de que la armadura de compresión sea superior a la estricta, debe comprobarse que, efectivamente, se ha considerado bien cuál es la armadura menos comprimida.

- Si $0{,}45 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{cd} < N_d < 0{,}70 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd}$, pueden establecerse las ecuaciones de equilibrio con $y > 0{,}45 \cdot d$ y $A = 0$. Por tanto, se adoptará la armadura mínima. Como en el caso anterior, si para A' se ha adoptado un valor superior al estricto, es necesario comprobar que, efectivamente, se ha considerado bien cuál es la armadura menos comprimida.
- Si $N_d \le 0{,}45 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd}$, de las ecuaciones de equilibrio correspondientes al caso $y \le 0{,}45 \cdot d$ se deduce:

$$y = d \cdot \left[1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{N_d \cdot e - A' \cdot f_{yd} \cdot (d - d')}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}}\right]$$

$$U = A \cdot f_{yd} = b \cdot y \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd} - N_d$$

Para que este cálculo sea correcto, debe ser $N_d \cdot e > A' \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$. Si el valor U resultase negativo, puede hacerse $A = 0$ y colocar en la práctica la cuantía mínima.

15.6 Fórmulas aproximadas para secciones rectangulares

Los autores han establecido una serie de fórmulas aproximadas, para el cálculo de secciones rectangulares sometidas a las distintas solicitaciones normales. Estas fórmulas tienen dos características fundamentales: primero su sencillez y segundo, que los resultados con ellas obtenidos concuerdan, prácticamente, con los correspondientes a la parábola-rectángulo *(Morán y Jiménez Montoya, 1972; Jiménez Montoya y Morán, 1987)*. Son válidas para aceros cuyo límite elástico sea $f_{yk} \le 500$ N/mm^2.

1.° NOTACIONES PARA ARMADURAS ASIMÉTRICAS (fig. 15.7)

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{N_d \cdot e}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}, \qquad \omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{b \cdot d \cdot f_{cd}}, \qquad \delta' = \frac{d'}{d}, \qquad \omega' = \frac{A' \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$$

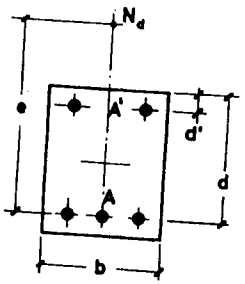


Figura 15.7 Notaciones para el caso de armaduras asimétricas

2.° DIMENSIONAMIENTO EN FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA ($e > d$)

a) Flexión simple o compuesta con $\mu \le 0{,}252$:

$$\omega = \mu \cdot (1 + \mu) - \nu, \qquad \omega' = 0$$

Una mejor aproximación se obtiene con la fórmula:

$$\omega = \mu \cdot \frac{1 - 1{,}245 \cdot \mu}{0{,}983 - 1{,}687 \cdot \mu} - \nu, \qquad \omega' = 0$$

b) Flexión simple o compuesta con $\mu > 0{,}252$:

$$\omega' = \frac{\mu - 0{,}252}{1 - \delta'}, \qquad \omega = \omega' + 0{,}310 - \nu$$

3.° NOTACIONES PARA ARMADURAS SIMÉTRICAS (fig. 15.8)

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{N_d \cdot e_o}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}, \qquad \delta = \frac{d'}{h}$$

$$\nu = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}}, \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

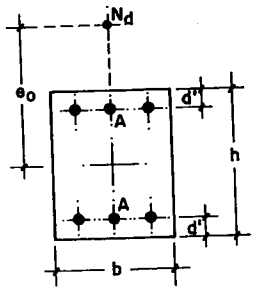
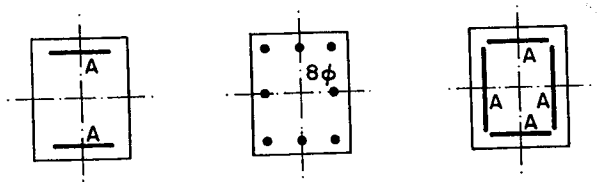


Figura 15.8 Notaciones para el caso de armaduras simétricas

4.° SOPORTES CON ARMADURA SIMÉTRICA SOMETIDOS A FLEXOCOMPRESIÓN RECTA

Se consideran los tres tipos de armaduras indicados en la fig. 15.9. La excentricidad e_o del esfuerzo axil N_d se refiere al centro de la sección (fig. 15.8).



TIPO 1 — Armaduras iguales en dos caras opuestas

TIPO 2 — Ocho barras iguales

TIPO 3 — Armaduras iguales en las cuatro caras

Figura 15.9 Tipos de armado para soportes

La cuantía mecánica de la sección total de armadura, $A_{tot} = \Sigma A$, correspondiente a una sección rectangular sometida a un esfuerzo normal N_d con excentricidad e_o, es:

$$\omega = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \mu}{1 - \alpha_3 \cdot \delta},$$

siendo α_1, α_2 y α_3 coeficientes que dependen del axil reducido ν, cuyos valores se indican en la tabla 15.1. Esta fórmula es válida para aceros B 400 S y B 500 S, y recubrimientos relativos del 5 al 15 por 100.

TABLA 15.1
COEFICIENTES PARA DIMENSIONAMIENTO DE SOPORTES RECTANGULARES

AXIL ν	α_1	α_2	α_3	α_1	α_2	α_3	α_1	α_2	α_3
0,10	–0,09	2,01	2,00	–0,14	2,42	1,96	–0,14	2,55	1,95
0,20	–0,15	1,99	2,06	–0,22	2,61	1,97	–0,22	2,67	2,03
0,30	–0,19	2,00	2,00	–0,26	2,65	1,99	–0,27	2,71	2,20
0,40	–0,20	1,96	2,19	–0,27	2,66	2,02	–0,28	2,76	2,18
0,50	–0,18	2,05	2,17	–0,22	2,53	2,29	–0,23	2,63	2,38
0,60	–0,15	2,15	2,03	–0,19	2,62	2,17	–0,19	2,67	2,32
0,70	–0,11	2,26	1,89	–0,15	2,73	2,06	–0,16	2,78	2,17
0,80	–0,05	2,30	1,76	–0,09	2,74	1,94	–0,09	2,80	2,01
0,90	0,03	2,31	1,62	–0,01	2,75	1,82	–0,01	2,81	1,86
1,00	0,12	2,31	1,49	0,07	2,74	1,71	0,07	2,81	1,71
1,10	0,21	2,32	1,38	0,16	2,73	1,60	0,16	2,80	1,58
1,20	0,30	2,32	1,27	0,25	2,72	1,51	0,25	2,80	1,47
1,30	0,39	2,33	1,18	0,34	2,71	1,42	0,35	2,79	1,36
1,40	0,48	2,33	1,10	0,43	2,70	1,33	0,44	2,78	1,27
1,50	0,58	2,33	1,03	0,53	2,69	1,25	0,54	2,77	1,19
Armado	Tipo 1 (fig. 15.9)			Tipo 2 (fig. 15.9)			Tipo 3 (fig. 15.9)		

15.7 Ejemplos de flexión simple. Diagrama rectangular

En los distintos ejemplos de flexión simple que se proponen a continuación se considera siempre una sección rectangular de 0,30 × 0,50 m², con hormigón de resistencia característica 25 N/mm² y coeficientes de seguridad de los materiales, $\gamma_c = 1{,}5$ y $\gamma_s = 1{,}15$. Acero B 500 S. Es decir:

b = 0,30 m, f_{ck} = 25 N/mm²,
d = 0,47 m, $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 16{,}67$ N/mm² = 16.670 kN/m².
d' = 0,03 m,

De acuerdo con lo indicado en 15.2-1.°, los valores específicos a partir de los cuales se dispone armadura de compresión son:

$$\xi = \frac{y}{d} = 0{,}360, \qquad \mu = 0{,}251, \qquad \omega = 0{,}306.$$

Ejemplo 1.° Determinar las armaduras de la sección rectangular indicada, sometida a un momento de cálculo $M_d = 175$ kNm.

Como $M_d < 0{,}251 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 277{,}3$ kNm, no es necesario disponer armadura comprimida, y la armadura de tracción se obtiene a partir de las ecuaciones de equilibrio:

$$0 = 0{,}85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd} - A \cdot f_{yd}$$

$$M_d = 0{,}85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right)$$

de las que se determinan las únicas incógnitas A e y:

$$y = d \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0{,}425 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}}\right] = 0{,}098 \text{ m}$$

$$U = A \cdot f_{yd} = 0{,}85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd} = 416{,}6 \text{ kN} \approx 5\,\varnothing\,16$$

Ejemplo 2.° Determinar las armaduras de la sección rectangular indicada anteriormente, sometida a un momento de cálculo $M_d = 350$ kNm.

Como $M_d > 0{,}251 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$, es necesario colocar armadura de compresión:

$$U' = A' \cdot f_{yd} = \frac{M_d - 0{,}251 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}{d - d'} = 165{,}3 \text{ kN} \approx 2\,\varnothing\,16$$

$$U = A \cdot f_{yd} = 0{,}306 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + U' = 884{,}5 \text{ kN} \approx 7\,\varnothing\,20$$

Ejemplo 3.° Comprobar la sección rectangular referida anteriormente, suponiendo que tiene unas armaduras a tracción y compresión, respectivamente, de 6 ∅ 20 y 2 ∅ 20, de acero B 500 S, sometida a un momento de cálculo $M_d = 296$ kNm.

Se comienza por determinar las capacidades mecánicas de las armaduras (tablas 8.10 y 8.11):

$$U = A \cdot f_{yd} = 819{,}6 \text{ kN}, \qquad U' = 263{,}9 \text{ kN}$$

De las ecuaciones de equilibrio:

$$0 = 0{,}85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd} + A' \cdot f_{yd} - A \cdot f_{yd}$$

$$M_u = 0{,}85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd}\left(d - \frac{y}{2}\right) + A' \cdot f_{yd}(d - d')$$

se determina primero y y después M_u:

$$y = 0{,}134 \text{ m}$$

$$M_u = 341{,}0 \text{ kNm},$$

que es mayor que $M_d = 296$ kNm, por lo que la sección se encuentra en buenas condiciones de seguridad. Por otra parte, las ecuaciones empleadas son correctas al estar y comprendida entre $0{,}80 \cdot 0{,}45 \cdot d = 0{,}169$ m y $0{,}80 \cdot 0{,}1667 \cdot d = 0{,}063$ metros.

15.8 Ejemplos de flexión compuesta. Diagrama rectangular

Ejemplo 1.° Determinar las armaduras de una sección rectangular de 0,30 × 0,50 m², sometida a los esfuerzos de cálculo $M_d = 300$ kNm y $N_d = 250$ kN, ambos referidos al centro de la sección. Las dimensiones, características de los materiales y coeficientes de seguridad son los siguientes:

b = 0,30 m, f_{ck} = 25 N/mm², $\gamma_c = 1{,}5$,
d = 0,47 m, f_{cd} = 16,67 N/mm² = 16.670 kN/m²
d' = 0,03 m, Acero B 500 S, $\gamma_s = 1{,}15$.
h = 0,50 m,

Las excentricidades e_o y e referidas, respectivamente, al centro de la sección y a la armadura de tracción, son:

$$e_o = \frac{M_d}{N_d} = \frac{300}{250} = 1{,}20 \text{ m}, \qquad e = e_o + \frac{d - d'}{2} = 1{,}42 \text{ m}$$

Al ser $e > d$, se trata de un caso de flexión compuesta.

De las ecuaciones de equilibrio correspondientes a $y = 0{,}36 \cdot d$:

$$N_d = 0{,}306 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + U' - U$$
$$N_d \cdot e = 0{,}251 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} + U'(d - d')$$

con $N_d = 250$ kN y $N_d \cdot e = 355$ kNm, se determinan las capacidades mecánicas de las armaduras:

$$U' = 176{,}6 \text{ kN} \approx 2\,\varnothing\,20 \qquad \text{y} \qquad U = 645{,}8 \text{ kN} \approx 5\,\varnothing\,20$$

Ejemplo 2.° Comprobar un soporte de sección rectangular 0,30 × 0,60 m², con armaduras simétricas 5 Ø 20 y 5 Ø 20 de acero B 500 S, sometido a unos esfuerzos de cálculo M_d = 500 kNm y N_d = 900 kN, ambos referidos al centro de la sección. Las dimensiones, características de los materiales y coeficientes de seguridad son los siguientes:

b = 0,30 m, f_{ck} = 25 N/mm², γ_c = 1,5,
d = 0,57 m, f_{cd} = 16,67 N/mm² = 16.670 kN/m²
d' = 0,03 m, Acero B 500 S, γ_s = 1,15.
h = 0,50 m,

La excentricidad e, referida a la armadura de tracción, es:

$$e = \frac{M_d}{N_d} + \frac{d - d'}{2} = 0{,}826 \text{ m}$$

Al ser $e > d = 0{,}57$ m, se trata de un caso de flexión compuesta.

Las capacidades mecánicas de las armaduras de tracción y compresión, respectivamente, son (tablas 8.10 y 8.11):

$$U = A_s f_{yk}/1{,}15 = 683{,}0 \text{ kN},$$
$$U' = A_s' \cdot 420 = 659{,}7 \text{ kN}.$$

Las ecuaciones de equilibrio admitiendo, en principio, que se trata de flexión perfecta, son:

$$N_u = 0{,}85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd} + U' - U$$
$$M_u = 0{,}85 \cdot b \cdot y \cdot f_{cd}\left(d - \frac{y}{2}\right) + U'(d - d')$$

de las que se deducen y y M_u:

$$y = 0{,}217 \text{ m}, \qquad M_u = 782{,}2 \text{ kNm}.$$

Como el momento de agotamiento es mayor que el de cálculo, $N_d \cdot e$ = 743,4 kNm, la sección se encuentra en buenas condiciones de seguridad. Por otra parte, las ecuaciones adoptadas son correctas, ya que se trata de un caso del dominio 3 de deformaciones, como fácilmente se comprueba.

16. Estado límite último bajo solicitaciones normales. Secciones en T y de formas especiales

16.1 Secciones en T. Generalidades

Se refiere este capítulo fundamentalmente a las secciones en T, en las cuales las máximas compresiones se presentan en la cabeza correspondiente a las alas.

Llamaremos anchura eficaz b_e de la cabeza comprimida a aquélla que, suponiendo que las tensiones se repartieran uniformemente, sería capaz de sustituir a la anchura real b sometida a sus tensiones reales, sin modificar la capacidad resistente de la pieza (fig. 16.1).

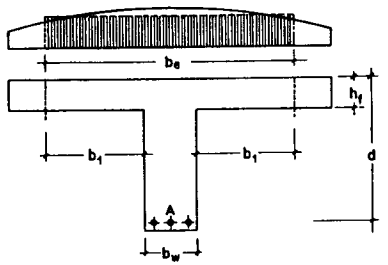


Figura 16.1 Anchura eficaz de la cabeza de compresión de una sección en T

La anchura eficaz de una sección en T depende de muchos factores, entre los que podemos mencionar la sustentación de la viga (apoyada o continua), el tipo de carga (repartida o concentrada), la relación entre el espesor de las alas y el canto de la pieza, la existencia eventual de cartabones, la longitud de la viga entre puntos de momento nulo, la anchura del nervio y la distancia entre nervios.

De no adoptar los valores que más adelante se indican, puede evaluarse, aproximadamente, el vuelo eficaz del ala b_1, en la décima parte de la distancia entre puntos de momento nulo, sin sobrepasar el vuelo real del ala. No obstante, se recomienda utilizar los siguientes valores, más precisos:

1.° *En vigas en T simplemente apoyadas, sometidas a cargas uniformemente repartidas*, como anchura eficaz b_e de la cabeza comprimida, se adoptarán los valores indicados en las tablas 16.1

y 16.2, correspondientes, respectivamente, a vigas exentas y múltiples. Estas tablas derivan de estudios efectuados por el CEB.

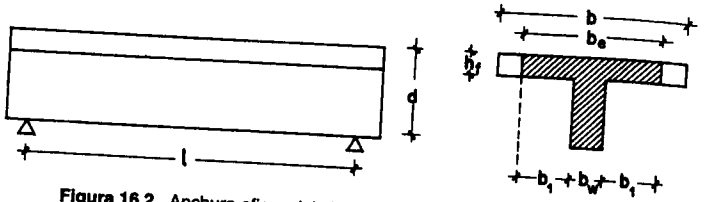


Figura 16.2 Anchura eficaz del ala en vigas en T exentas (tabla 16.1)

TABLA 16.1
VIGAS EN T EXENTAS

Anchura de la cabeza de compresión $b_1 = \frac{b_e - b_w}{2}$ (figura 16.2) que debe tomarse a uno y otro lado del nervio, en el centro de la luz, cuando la viga se encuentra sometida a carga uniformemente repartida.

h = canto total

Tabla de valores de $\frac{b_e - b_w}{b - b_w}$															
Valores de $\frac{h_f}{h}$	*Valores de* $\frac{l}{b_w}$	*Valores de* $\frac{2l}{b-b_w}$													
		0	1	2	3	4	6	8	10	12	14	16	18	>18
Cabeza de compresión sin rigidez a flexión	—	0	0,18	0,36	0,52	0,64	0,78	0,86	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99	1,00
0,10	10	0	0,18	0,36	0,53	0,65	0,78	0,87	0,92	0,95	0,98	0,99	1,00	1,00
	50	0	0,19	0,37	0,54	0,66	0,79	0,87	0,92	0,95	0,98	0,99	1,00	1,00
	100	0	0,21	0,40	0,56	0,67	0,80	0,87	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00
	150	0	0,23	0,43	0,59	0,69	0,81	0,88	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00
	200	0	0,27	0,47	0,62	0,71	0,81	0,88	0,93	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00
0,15	10	0	0,19	0,37	0,53	0,66	0,79	0,87	0,92	0,95	0,98	0,99	1,00	1,00
	50	0	0,22	0,42	0,58	0,69	0,81	0,88	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00
	100	0	0,30	0,51	0,66	0,74	0,83	0,89	0,93	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00
	150	0	0,36	0,50	0,73	0,80	0,86	0,91	0,94	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00
	200	0	0,40	0,65	0,79	0,85	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00
0,20	10	0	0,21	0,40	0,57	0,68	0,81	0,87	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00
	50	0	0,30	0,52	0,69	0,78	0,86	0,90	0,94	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00
	100	0	0,40	0,65	0,79	0,86	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00
	150	0	0,44	0,70	0,85	0,91	0,94	0,95	0,97	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00
	200	0	0,45	0,73	0,89	0,93	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00	1,00
0,30	10	0	0,28	0,48	0,63	0,72	0,81	0,87	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00
	50	0	0,42	0,65	0,83	0,87	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00
	100	0	0,45	0,73	0,90	0,92	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00
	150	0	0,46	0,75	0,91	0,93	0,95	0,97	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00	1,00
	200	0	0,46	0,77	0,92	0,94	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00

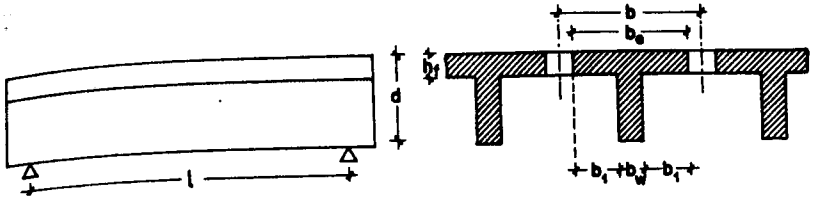


Figura 16.3 Anchura eficaz del ala en vigas en T múltiples (tabla 16.2)

TABLA 16.2
VIGAS EN T MÚLTIPLES

Anchura de la cabeza de compresión $b_1 = \frac{b_e - b_w}{2}$ (figura 16.3) que debe tomarse a uno y otro lado del nervio, en el centro de la luz, cuando la viga se encuentra sometida a carga uniformemente repartida.

h = canto total

Tabla de valores de $\frac{b_e - b_w}{b - b_w}$										
Valores de $\frac{h_f}{h}$	*Valores de* $\frac{l}{b_w}$	*Valores de* $\frac{2l}{b-b_w}$								
		0	1	2	3	4	6	8	10	>10
Cabeza de compresión sin rigidez a flexión	—	0	0,19	0,38	0,57	0,71	0,88	0,96	0,99	1,00
0,10	10	0	0,19	0,38	0,57	0,72	0,89	0,96	1,00	1,00
	50	0	0,19	0,39	0,58	0,73	0,89	0,96	1,00	1,00
	100	0	0,21	0,42	0,60	0,75	0,89	0,96	1,00	1,00
	150	0	0,24	0,45	0,62	0,75	0,90	0,96	1,00	1,00
	200	0	0,27	0,48	0,64	0,77	0,90	0,96	1,00	1,00
0,15	10	0	0,19	0,39	0,58	0,72	0,89	0,97	1,00	1,00
	50	0	0,23	0,44	0,62	0,74	0,90	0,97	1,00	1,00
	100	0	0,31	0,53	0,68	0,78	0,91	0,97	1,00	1,00
	150	0	0,37	0,61	0,74	0,83	0,92	0,97	1,00	1,00
	200	0	0,41	0,66	0,80	0,87	0,93	0,98	1,00	1,00
0,20	10	0	0,21	0,42	0,61	0,74	0,90	0,97	1,00	1,00
	50	0	0,30	0,54	0,71	0,82	0,92	0,97	1,00	1,00
	100	0	0,41	0,66	0,80	0,87	0,94	0,98	1,00	1,00
	150	0	0,44	0,71	0,86	0,91	0,96	0,98	1,00	1,00
	200	0	0,45	0,74	0,89	0,93	0,97	0,99	1,00	1,00
0,30	10	0	0,28	0,50	0,65	0,77	0,91	0,97	1,00	1,00
	50	0	0,42	0,69	0,83	0,88	0,93	0,97	1,00	1,00
	100	0	0,45	0,74	0,90	0,94	0,96	0,98	1,00	1,00
	150	0	0,46	0,76	0,92	0,95	0,97	0,99	1,00	1,00
	200	0	0,47	0,77	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00

Los valores indicados en las tablas 16.1 y 16.2 son también válidos para cargas repartidas triangulares, parabólicas o sinusoidales, e incluso para momento constante.

2.° *En vigas en T simplemente apoyadas, sometidas a una carga concentrada, en una zona de amplitud* a *según la luz*, podrá emplearse la misma anchura eficaz correspondiente a las cargas uniformes, multiplicada por el factor de reducción α indicado en la tabla 16.3.

TABLA 16.3
VALORES DEL COEFICIENTE DE REDUCCIÓN α
PARA CARGAS CONCENTRADAS

Amplitud a de la zona de aplicación de la carga concentrada	Valores de $\frac{2l}{b-b_w}$		
	0	10	20
$a \geq 0{,}1 \cdot l$	1	1	1
$0 < a < 0{,}1 \cdot l$	Interpolación lineal entre los valores dados en las filas superior e inferior		
$a \approx 0$	0,6	0,7	0,9

3.° Para el cálculo de la anchura eficaz del ala de compresión deberán, además, tenerse en cuenta las siguientes observaciones:

a) En el caso de vigas continuas pueden emplearse las tablas anteriormente expuestas, considerando para el valor de l la distancia entre puntos de momento nulo.

b) En las proximidades de un apoyo libre, la anchura del vuelo eficaz b_1 no deberá ser superior a la distancia entre el apoyo y la sección considerada.

c) Cuando existan cartabones de anchura b_o y altura h_o (fig. 16.4), se sustituirá la anchura real del nervio b_w por el valor ficticio b'_w, igual a:

$$b'_w = b_w + 2b_o \quad \text{si} \quad b_o \leq h_o$$
$$b'_w = b_w + 2h_o \quad \text{si} \quad b_o \geq h_o$$

d) En piezas exentas de sección en T sometidas a flexión, y salvo comprobación especial, deberán cumplirse, simultáneamente, las siguientes condiciones para evitar el pandeo lateral:

$$h_f \geq \frac{1}{8} b_1, \quad b_w \geq \frac{1}{8}(h - h_s), \quad l_b \leq 12b$$

en donde l_b es la distancia entre puntos de arriostramiento de la cabeza comprimida. No es necesario que se cumplan las dos primeras condiciones cuando la pieza está provista de rigidizadores transversales adecuados.

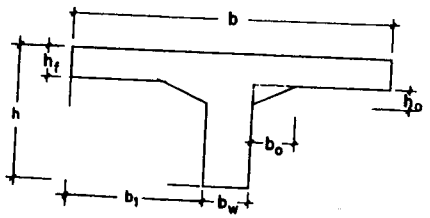


Figura 16.4 Sección en T con cartabones

4.° *La anchura del ala cuando trabaja a tracción* puede considerarse igual al ancho del nervio más ocho veces el espesor del ala, o cuatro veces en vigas de borde, sin sobrepasar el ancho real. En esta anchura deberá disponerse la armadura de tracción resultante del cálculo.

5.° En todas las fórmulas de cálculo que vamos a exponer en este capítulo se entenderá que el ancho de la cabeza comprimida es la anchura eficaz definida en los puntos 1.°, 2.° y 3.° anteriores, aunque por comodidad se designe por b.

16.2 Ecuaciones de equilibrio de las secciones en T

Para el estudio de las ecuaciones de equilibrio de las secciones en T sometidas a solicitaciones normales, en el estado último de agotamiento, pueden establecerse los mismos casos expuestos en el apartado 15.1 del capítulo anterior, correspondiente a una sección de forma cualquiera con diagrama rectangular.

En una sección en T, el área comprimida ficticia del hormigón A_{cy}, y su momento estático S_y, respecto a la armadura de tracción, son, respectivamente,

$$A_{cy} = b_w \cdot y + (b - b_w) \cdot h_f \qquad [16.1]$$
$$S_y = b_w \cdot y \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right) + (b - b_w) \cdot h_f \cdot \left(d - \frac{h_f}{2}\right)$$

con los significados indicados en la figura 16.5 y con la limitación $h_f \leq y \leq h$.

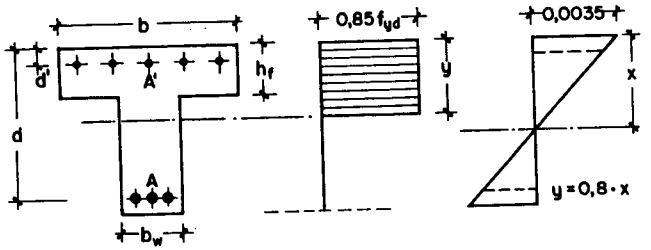


Figura 16.5 Bloque de compresiones y diagrama de deformaciones en una sección en T

16.3 Secciones en T sometidas a flexión simple

Es muy frecuente que al calcular en rotura una sección en T sometida a flexión simple, la profundidad del eje neutro resulte menor que el espesor h_f de la placa, en cuyo caso debe efectuarse el cálculo como si se tratase de una sección rectangular de ancho b.

El cálculo de las secciones en T puede abordarse fácilmente mediante el diagrama parábola-rectángulo, pero hemos preferido adoptar, en este estudio, el diagrama rectangular de tensiones, ya que las fórmulas resultan más sencillas con resultados prácticamente iguales.

Por otra parte, es muy poco frecuente el proyecto de vigas en T de hormigón armado en las que sea necesario disponer armaduras de compresión, debido a la gran zona comprimida que suelen presentar.

1.° ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Para secciones en T sometidas a flexión simple, con profundidades del eje neutro menores que el valor límite, las ecuaciones de equilibrio, en el estado límite último, pueden ponerse en la forma (véase 15.1-2.° *a*):

$$0 = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot [b_w \cdot y + (b - b_w) \cdot h_f] + A' \cdot \sigma_2 - A \cdot f_{yd}$$

$$M_u = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot \left[b_w \cdot y \cdot \left(d - \frac{y}{2} \right) + (b - b_w) \cdot h_f \cdot \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \right] + A' \cdot \sigma_2 \cdot (d - d') \qquad [16.2]$$

$$y \le y_{lim} = \frac{0{,}80 \cdot d}{1 + 1{,}429 \cdot 10^{-3} \cdot f_{yd}} \qquad y > h_f$$

en donde el valor límite de y ha sido calculado con $E_s = 2.10^5$ N/mm^2 y en el que f_{yd} debe expresarse en N/mm^2 (MPa).

De acuerdo con lo indicado en 15.2-1.°, por razones de ductilidad, limitación de deformaciones y, además, para no obtener fuertes armaduras de tracción de difícil colocación en el nervio de la viga, se recomienda adoptar como profundidad máxima de la fibra neutra el valor:

$$x = 0{,}45 \cdot d, \quad \text{o sea,} \quad y = 0{,}80 \cdot x = 0{,}36 \cdot d$$

con cuya limitación puede asegurarse que la armadura de tracción alcanza su límite elástico para cualquier acero comercial.

Por otra parte, para la tensión σ_2 de la armadura comprimida, si es que existe, pueden tomarse los siguientes valores, con recubrimientos normales:

- Para $0 < x < 0{,}1667 \cdot d$ $\quad \sigma_2 = 0$
- Para $0{,}1667 \le x \le 0{,}45 \cdot d$ $\quad \sigma_2 = f_{yd} \le 420$ N/mm^2

con $y = 0{,}80 \cdot x$ y de acuerdo con lo indicado en 14.2-2.°.

2.° DIMENSIONAMIENTO

El principal problema de dimensionamiento que se presenta en las secciones en T sometidas a flexión simple, es el de la determinación de las armaduras conociendo las dimensiones geométricas de la sección, las resistencias de cálculo de los materiales y el momento de cálculo M_d.

Es frecuente que la armadura de tracción tenga que colocarse en varias filas, lo que exigirá ajustar el valor del canto útil d, si se mantiene el canto total h.

Por comodidad de cálculo se definen los valores:

$$M_o = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h_f \cdot (d - 0{,}5 \cdot h_f)$$

$$M_m = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot [0{,}295 \cdot b_w \cdot d^2 + (b - b_w) \cdot h_f \cdot (d - 0{,}5 \cdot h_f)] \qquad [16.3]$$

que son, respectivamente, los momentos respecto a la armadura de tracción, del bloque de compresiones de la placa de la viga en T, y del bloque de la sección ficticia comprimida determinada por $y = 0{,}36 \cdot d$.

Para la determinación de las armaduras se distinguen varios casos:

a) Para $M_d \le M_o$, la fibra y cae en la placa. La armadura de tracción se calcula como en una sección rectangular de ancho b. Se determina μ_d:

$$\mu_d = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

con cuyo valor se entra en la tabla 14.3 y se obtiene el valor de la cuantía mecánica, ω, de la armadura de tracción:

$$A \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

b) Para $M_o < M_d \le M_m$, la fibra y cae en el nervio y no es necesario disponer armadura de compresión. La armadura de tracción se determina mediante el sistema de ecuaciones de equilibrio:

$$0 = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot [b_w \cdot y + (b - b_w) \cdot h_f] - A \cdot f_{yd}$$

$$M_d = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot [b_w \cdot y \cdot (d - 0{,}5 \cdot y) + (b - b_w) \cdot h_f \cdot (d - 0{,}5 \cdot h_f)]$$

La segunda es una ecuación de segundo grado en y, que permite obtener la profundidad de la fibra neutra, tras lo cual la primera permite calcular la armadura.

Puede evitarse la resolución de dicho sistema empleando la siguiente fórmula aproximada que proporciona el valor de A, con un error despreciable:

$$A \cdot f_{yd} = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h_f + \frac{M_d - M_o}{0{,}9 \cdot (d - h_f)}$$

c) El caso $M_d > M_m$ no suele presentarse en la práctica, por dar lugar a armaduras de tracción muy elevadas de difícil colocación en el nervio de la viga T. No obstante, en este caso, sería necesario disponer armaduras de tracción y compresión cuyas cuantías pueden determinarse mediante el sistema de ecuaciones de equilibrio [16.2], haciendo $y = 0{,}36 \cdot d$.

3.° COMPROBACIÓN

En los problemas de comprobación de secciones en T sometidas a flexión simple se conocen sus dimensiones geométricas, la armadura A, las resistencias de cálculo de los materiales y el momento de cálculo M_d. Como normalmente ocurre, se supone que no existe armadura de compresión.

Debe comprobarse que el momento M_u que puede alcanzar la sección, en el estado último de agotamiento, no es inferior a M_d. Para la determinación de M_u se comienza por calcular el valor de y mediante la ecuación de equilibrio:

$$0 = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot [b_w \cdot y + (b - b_w) \cdot h_f] - A \cdot f_{yd}$$

y pueden presentarse los siguientes casos:

a) Para $y \le h_f$ la fibra y cae en la placa. El momento M_u se determina como en una sección rectangular de ancho b:

$$y = \frac{A \cdot f_{yd}}{0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b}, \qquad M_u = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot (d - 0{,}5 \cdot y) \qquad [16.4]$$

b) Para $h_f < y \le 0{,}36 \cdot d$ la fibra y cae en el nervio, y el momento M_u es:

$$M_u = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot [b_w \cdot y \cdot (d - 0{,}5 \cdot y) + (b - b_w) \cdot h_f \cdot (d - 05 \cdot h_f)] \qquad [16.5]$$

c) En el caso excepcional en que resulte $y > 0{,}36 \cdot d$, el valor determinado inicialmente para y puede no ser correcto. La sección está mal diseñada y para el momento último debe adoptarse el valor M_m definido en el punto 2.° anterior, es decir:

$$M_m = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot [0{,}295 \cdot b_w \cdot d^2 + (b - b_w) \cdot h_f \cdot (d - 0{,}5 \cdot h_f)]$$

No obstante, es posible determinar los valores teóricos de y y M_u resolviendo el sistema de ecuaciones de equilibrio y compatibilidad correspondientes a $y \le y_{lim}$ o $y > y_{lim}$, según sea el caso.

16.4 Secciones de formas especiales

Aparte de las secciones rectangulares y en T, aparecen frecuentemente en la práctica otras formas especiales de secciones de hormigón armado. Entre ellas, las más importantes son las secciones en cajón, las circulares y las anulares (fig. 16.6).

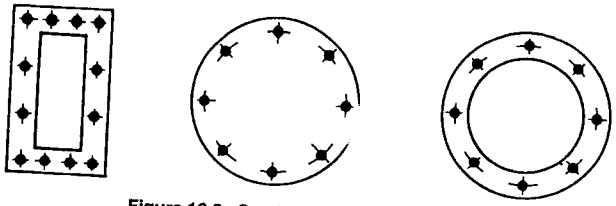


Figura 16.6 Secciones de formas especiales

En esta obra se ha insertado una colección de diagramas de interacción correspondiente a estas secciones, para varios espesores relativos, varios recubrimientos y varias disposiciones de armaduras. Mediante estos diagramas (ver capítulo 27) pueden resolverse con suma facilidad tanto los problemas de dimensionamiento como los de comprobación de secciones.

16.5 Ejemplo de aplicación

1. Determinar la armadura de una sección en T (figura 16.7) sometida a flexión simple, con un momento de cálculo M_d = 1.360 kNm. Las dimensiones de la sección y características de los materiales se indican a continuación:

f_{ck} = 25 N/mm^2; $\gamma_c = 1{,}5$
f_{cd} = 16,67 N/mm^2 = 16.670 kN/m^2;
Acero B 500 S; $\gamma_s = 1{,}1$

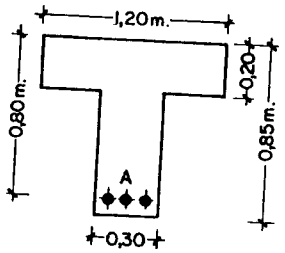


Figura 16.7 Dimensiones de la sección en T del ejemplo de aplicación

Comenzamos por determinar M_0 y M_m:

$$M_0 = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h_f (d - 0{,}5 \cdot h_f) = 2.380 \text{ kNm}$$

$$M_m = 0{,}85 \cdot f_{cd} \left[0{,}295 b_w \cdot d^2 + (b - b_w) \cdot h_f \cdot (d - 0{,}5 \cdot h_f) \right] = 2.587 \text{ kNm}$$

Como M_d es menor que M_0 eso significa que la fibra neutra cae en la placa y, por tanto, la sección se calcula como una sección rectangular:

$$\mu = \frac{M_d}{f_{cd} \cdot b \cdot d^2} = 0{,}1062 \quad \text{y en la tabla 14.3,} \quad \omega = 0{,}1145$$

Por consiguiente, la capacidad mecánica de la armadura de tracción es:

$$U = \omega \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d = 1.835 \text{ kN}$$

para la que pueden adoptarse 9 ∅ 25 de acero B 500 S, que es necesario disponer en dos capas.

2. Dimensionar la misma sección para un momento de cálculo M_d = 2.450 kNm.
En este caso se tiene $M_0 < M_d < M_m$ y hay que usar la ecuación de equilibrio de momentos:

$$M_d = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot [b_w \cdot y \cdot (d - 0{,}5 \cdot y) + (b - b_w) \cdot h_f \cdot (d - 0{,}5 \cdot h_f)]$$

$$2.450 = 14.170 \cdot [0{,}3 \cdot y \cdot (0{,}8 - 0{,}5 \cdot y) + 0{,}9 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}7]$$

$$y^2 - 1{,}6\, y + 0{,}3127 = 0; \quad y = 0{,}228 \text{ m}$$

La capacidad mecánica de la armadura en tracción necesaria valdrá:

$$A \cdot f_{yd} = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot [b_w \cdot y + (b - b_w) \cdot h_f] = 3.519 \text{ kN}$$

Si se utiliza la fórmula aproximada, se obtiene:

$$A \cdot f_{yd} = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h_f + \frac{M_d - M_o}{0{,}9 \cdot (d - h_f)} = 3.530 \text{ kN}$$

con un error de sólo el 0,3 por 100 del lado de la seguridad. Para la armadura a tracción pueden disponerse 16 ∅ 25 o bien 10 ∅ 32, que será necesario colocar en tres capas. La excesiva armadura resultante parece indicar que las dimensiones de la sección en T son escasas frente al momento dado. Podría aumentarse el ancho del ala para disminuir la armadura, o bien el ancho del nervio para que cupiera en dos capas.



Rotura de una viga a esfuerzo cortante *(cortesía del Instituto Eduardo Torroja)*.
Sobre la fisuración previa a la rotura, véase la ilustración de página 392

17. Flexión esviada

17.1 Generalidades

Se dice que una sección se encuentra en un estado de flexión esviada cuando no se conoce a priori la dirección de la fibra neutra. Este estado se presenta en los casos siguientes:

- en aquellas secciones que, por su forma, no presentan un plano de simetría, como las secciones en L de lados desiguales;
- en aquellas secciones que, siendo simétricas en cuanto a la forma, están armadas asimétricamente respecto a su plano de simetría, y
- en aquellas secciones que, siendo simétricas por su forma y armaduras, están sometidas a una solicitación que no está contenida en el plano de simetría.

El último caso es, sin duda, el más frecuente. En él se encuentran:

- algunas vigas, que pueden estar sometidas a cargas laterales (viento, empuje de tierras en muros y cimientos, empuje de agua en depósitos, empuje del material almacenado en silos, etcétera), y
- la mayoría de los pilares, pues aunque formen parte de pórticos planos, la acción del viento o del sismo puede producir flexiones secundarias, que con frecuencia se desprecian, lo mismo que las que resultarían de una consideración rigurosa del pandeo y de las posibles inexactitudes de construcción, con las consiguientes excentricidades situadas fuera del plano principal de flexión.

La razón de rehuír el problema de la flexión esviada debe atribuirse a su complejidad y a la ausencia, hasta tiempos recientes, de métodos prácticos para su tratamiento.

17.2 Comprobación de una sección cualquiera

La comprobación de una sección de forma cualquiera, con cualquier número y distribución de armaduras, sometida a una solicitación normal (N, M_x, M_y), o, lo que es lo mismo, a una resultante normal N actuando con excentricidades $e_x = M_y/N$, $e_y = M_x/N$, referidas a los ejes de la sección, exige determinar la posición del eje neutro y la deformación máxima de la sección. Para ello se

usarán las ecuaciones de compatibilidad y equilibrio. Estas ecuaciones no pueden expresarse de forma simple en función de las incógnitas del problema, por lo que éste no admite solución analítica exacta y hay que recurrir a métodos aproximados. Tales métodos, tanto si son numéricos como si son gráficos, exigen el tanteo de distintas posiciones del eje neutro, siendo el cálculo laborioso y resultando conveniente, por ello, su tratamiento mediante ordenador.

1.° MÉTODO NUMÉRICO

Consiste en encontrar una posición del eje neutro tal que, con ella, la carga de agotamiento N_u de la sección tenga excentricidades e_x, e_y iguales a las de la solicitación mayorada o de cálculo N_d. En la obtención de N_u se utilizan los valores minorados o de cálculo de las resistencias de los materiales. Si se verifica $N_d \leq N_u$, la sección está en buenas condiciones de seguridad.

En la 13.ª edición de esta obra se incluye el programa de ordenador CM2G para la comprobación numérica de una sección poligonal cualquiera, con una distribución de armado arbitraria, así como una descripción completa del proceso operatorio seguido y ejemplos de datos y resultados del programa.

2.° MÉTODO GRÁFICO

Si una sección está sometida a varias solicitaciones diferentes, o si hay que comprobar varias secciones iguales, puede ser conveniente obtener la superficie de interacción de la sección, que representa el conjunto de solicitaciones normales que la agotan en los ejes N, M_x, M_y. Para ello se varía sistemáticamente la inclinación del eje neutro, y para cada inclinación se hace que el plano de deformaciones recorra el diagrama de pivotes (apartado 13.3), con lo que se obtienen situaciones de agotamiento que pertenecen a la citada superficie. Ésta, o bien la superficie equivalente N, e_x, e_y, puede representarse gráficamente por medio de sus curvas de nivel (figura 17.1). Estas curvas, llamadas equirresistentes, son el lugar de los puntos tales que una misma fuerza normal N, situada en cualquiera de ellos, agota la sección. Dibujada la superficie de interacción, la comprobación gráfica de la sección, sometida a una solicitación cualquiera, es inmediata.

La obtención de las curvas equirresistentes se consigue empleando un programa de ordenador preparado para ello.

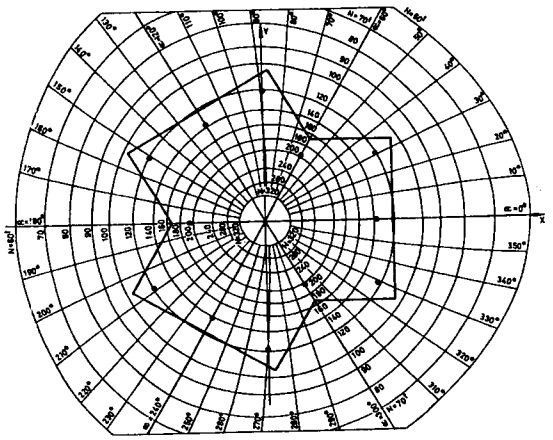


Figura 17.1 Curvas equirresistentes de una sección sometida a flexión esviada (fuerza N de compresión doblemente excéntrica)

17.3 Sección rectangular con armadura simétrica (pilares)

Se trata en este apartado el problema de flexión esviada de mayor importancia práctica, que es el de la sección rectangular de dimensiones conocidas y disposición de armaduras conocida, en la que la única incógnita es la armadura total A_{tot}.

Es habitual en la práctica del cálculo de estructuras de hormigón armado no variar, en el dimensionamiento, la sección de hormigón, ya que ello exigiría en general un nuevo cálculo de esfuerzos. Y en multitud de elementos resulta aconsejable el armado con barras del mismo diámetro dispuestas simétricamente. Tal es el caso de los pilares de edificación, en los que, bien en la misma sección o a lo largo de la altura, actúan momentos flectores de diferente signo, y en los que, en todo caso, el armado asimétrico exigiría un control de obra especial para evitar errores en la colocación de las armaduras. Además, siendo importantes los esfuerzos normales, la armadura simétrica es razonablemente eficaz.

Para el dimensionamiento y la comprobación de este tipo de secciones existen dos procedimientos sencillos y prácticos, que se exponen a continuación.

1.° ÁBACOS ADIMENSIONALES EN ROSETA

Son el equivalente, en flexión esviada, a los diagramas de interacción adimensionales en flexión recta. Del mismo modo que allí, al variar la cuantía, se obtenía para cada sección un conjunto de diagramas de interacción (N, M), aquí se obtiene (figura 17.2) un conjunto de superficies de interacción (N, M_x, M_y). Estas superficies pueden representarse mediante las curvas que resultan al cortarlas por planos N = cte. En cada hoja pueden agruparse cuatro u ocho de estos gráficos, aprovechando las simetrías (esta idea, original de Grasser y Linse, ha dado lugar a la denominación *en roseta*). Si además se preparan en forma adimensional, llevando en los ejes los esfuerzos reducidos (ν, μ_x, μ_y), son válidos para una sección rectangular, cualesquiera que sean sus dimensiones y la resistencia del hormigón.

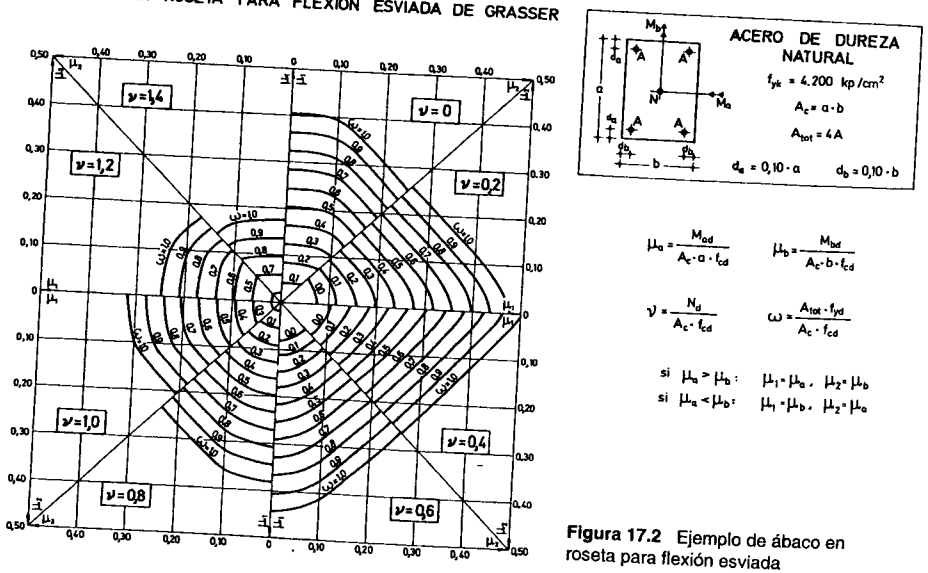


Figura 17.2 Ejemplo de ábaco en roseta para flexión esviada

El dimensionamiento de una sección es inmediato si disponemos de una roseta preparada para la misma disposición de armaduras, recubrimientos relativos y límite elástico del acero. Basta entrar, en el sector correspondiente al valor de ν del que se trate, con los valores de μ_x y μ_y, para obtener la cuantía mecánica total necesaria ω. Si el valor de ν no es redondo, se obtiene ω por interpolación entre los resultados correspondientes a los valores redondos de ν entre los que esté situado el dado.

Una vez obtenida ω se calcula la capacidad mecánica total de la armadura:

$$U_s = A_{tot} f_{yd} = U_c \cdot \omega,$$

siendo $U_c = A_c \cdot f_{cd}$ la capacidad mecánica del hormigón, calculada previamente para entrar en el ábaco. Las armaduras deben colocarse respetando la disposición y recubrimientos correspondientes a la roseta empleada, así como utilizando acero del mismo límite elástico que el acero correspondiente a la roseta.

La comprobación es también inmediata. Se sigue el mismo procedimiento anteriormente descrito y se obtiene ω. La sección está en buenas condiciones si la cuantía ω_r realmente existente es igual o superior a la ω obtenida.

En el capítulo 27 de esta obra figura una colección de rosetas para distintas disposiciones de armaduras y en el apartado 17.7 puede verse un ejemplo de su utilización.

2.° REDUCCIÓN A FLEXIÓN RECTA

En la mayoría de los casos las armaduras se disponen no sólo simétricamente, sino además con el mismo número de barras en cada cara. Tal es el caso si la armadura consta de cuatro barras iguales (situadas en las esquinas), o de ocho barras (situadas en esquinas y centros de caras), o de doce o dieciséis barras, etc.

Estos casos pueden resolverse con las rosetas correspondientes. Pero resulta también útil el empleo de la fórmula simplificada de Jiménez Montoya, que permite reducir el problema de flexión esviada a otro equivalente de flexión recta. Este procedimiento ha sido adoptado por el Manual Flexión-Compresión del CEB (véase *Grasser et al., 1982*).

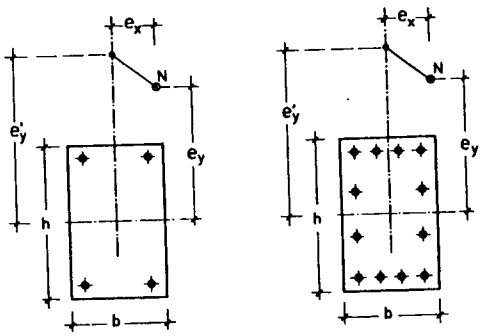


Figura 17.3 Reducción de la flexión esviada a una flexión recta

Si una sección de dimensiones $h \cdot b$ (fig. 17.3) está sometida a un esfuerzo axil N_d y a momentos flectores $M_{xd} = N_d \cdot e_y$ y $M_{yd} = N_d \cdot e_x$, el momento flector equivalente en flexión recta viene dado por:

$$\mu = \mu_1 + \beta \cdot \mu_2,$$

siendo:

μ_1 = el mayor de los momentos μ_x , μ_y ;
μ_2 = el menor de los momentos μ_x , μ_y ;
$\mu_x = M_{xd} / (U_c\, h)$ = momento reducido alrededor del eje x (canto h);
$\mu_y = M_{yd} / (U_c\, b)$ = momento reducido alrededor del eje y (canto b);
μ = momento reducido equivalente en flexión recta a la pareja μ_x , μ_y ;
$U_c = f_{cd}\, h\, b$ = capacidad mecánica del hormigón;
β = una constante cuyos valores, en función del axil reducido $\nu = N_d / U_c$, se indican en la tabla 17.1.

TABLA 17.1
MÉTODO DE JIMÉNEZ MONTOYA

ν	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
β	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

Si en el dimensionamiento en flexión recta subsiguiente resultara un valor de la cuantía mecánica $\omega = U_s / U_c$ mayor de 0,60, será necesario efectuar un nuevo cálculo incrementando en 0,1 el valor de β; si por el contrario el valor resultante de ω fuera menor de 0,20, podría disminuirse el valor de β en 0,1.

Este procedimiento proporciona errores medios (expresados en axiles últimos resistidos) del orden del 6 por 100 del lado de la seguridad. Una mejor aproximación puede conseguirse aplicando la siguiente fórmula (método de las *hiperelipses*):

$$\mu = \left(\mu_x^{\alpha} + \mu_y^{\alpha}\right)^{1/\alpha}$$

siendo α un exponente que es función del coeficiente β definido anteriormente:

$$\alpha = \frac{\log 2}{\log(1+\beta)}$$

y que, para mayor precisión, puede tomarse de las tablas 17.2 y 17.3, en función del axil reducido ν y del momento de referencia $\mu_1 + 0{,}6 \cdot \mu_2$. Con este método los errores medios se reducen al 1 por 100.

TABLA 17.2
MÉTODO DE LAS HIPERELIPSES
Exponentes α para armaduras iguales en las cuatro esquinas

Momento de referencia $\mu_1+0.6\cdot\mu_2$	*Axil reducido* ν														
	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50
0,10	2,06	1,71	1,63	1,56	1,54	1,61	1,77	1,87	2,20	2,37	3,00	3,35	3,80	3,80	3,80
0,15	1,80	1,46	1,40	1,38	1,42	1,47	1,56	1,68	1,80	2,02	2,31	2,64	2,90	3,22	3,80
0,20	1,54	1,32	1,23	1,25	1,34	1,40	1,47	1,56	1,66	1,80	1,98	2,31	2,37	2,50	
0,25	1,40	1,25	1,16	1,20	1,28	1,34	1,42	1,49	1,56	1,66	1,83	1,83	1,90		
0,30	1,35	1,18	1,14	1,17	1,26	1,32	1,38	1,44	1,49	1,56	1,61	1,66			
0,35	1,29	1,14	1,11	1,15	1,25	1,31	1,35	1,38	1,42	1,46	1,46				
0,40	1,24	1,11	1,10	1,13	1,23	1,28	1,31	1,35							
0,45	1,18	1,09	1,06	1,09	1,20	1,25									

TABLA 17.3
MÉTODO DE LAS HIPERELIPSES
Exponentes α para armaduras iguales en las cuatro caras

Momento de referencia $\mu_1+0.6\cdot\mu_2$	*Axil reducido* ν														
	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50
0,10	1,71	1,71	1,58	1,56	1,56	1,61	1,71	1,71	1,90	1,90	1,94	1,98	2,06	2,06	2,06
0,15	1,54	1,54	1,47	1,38	1,44	1,52	1,56	1,61	1,68	1,71	1,80	1,90	1,94	1,98	1,98
0,20	1,47	1,42	1,35	1,32	1,37	1,44	1,52	1,56	1,61	1,66	1,71	1,80	1,80	1,83	1,87
0,25	1,44	1,38	1,34	1,29	1,32	1,40	1,47	1,52	1,56	1,61	1,63	1,66	1,71		
0,30	1,42	1,37	1,34	1,28	1,32	1,37	1,42	1,47	1,52	1,56	1,61				
0,35	1,40	1,35	1,31	1,28	1,31	1,37	1,40	1,47							
0,40	1,40	1,35	1,31	1,28	1,31										

17.4 Sección rectangular con armadura asimétrica (vigas)

En el caso, menos frecuente, de vigas sometidas a flexión esviada, no interesa en general el armado simétrico. Los momentos flectores no suelen cambiar de signo en la sección (sobre todo en el caso de la flexión principal, que suele ser la vertical), y los esfuerzos normales son nulos o despreciables. Por ello es práctica habitual en estos elementos disponer armaduras distintas en las distintas caras, y variables de una sección a otra, para adaptarse a la envolvente de los esfuerzos, no siendo de temer, como en el caso de los pilares, errores en el montaje de las armaduras.

La *comprobación* de una sección rectangular sometida a flexión esviada simple o compuesta, cuando la armadura es asimétrica, es un problema complejo. En teoría podrían prepararse rosetas análogas a las del caso anterior, pero sería necesaria una colección mucho más numerosa para cubrir todas las posibles disposiciones de armaduras. En muchos casos será necesario el empleo del programa general al que se alude en el apartado 17.2-1.°.

Para el *dimensionamiento*, en el apartado 17.5 se indican métodos aproximados que pueden resultar útiles en algunos casos. Los interesados en obtener soluciones más precisas pueden acudir al método de Morán para el *dimensionamiento óptimo* de una sección rectangular sometida a flexión esviada simple o compuesta, que se expone en la 13.ª edición de esta obra y cuya justificación detallada puede encontrarse en *Morán, 1972*.

17.5 Métodos aproximados para otras formas de sección

Para el cálculo de secciones no rectangulares sometidas a flexión esviada simple o compuesta, es necesario recurrir a los métodos generales expuestos en 17.2.

No obstante, pueden darse algunas reglas prácticas, útiles principalmente en anteproyectos y para cálculos rápidos.

1.° SIMPLIFICACIÓN DE LA SECCIÓN

Muchas veces resultará útil sustituir, a efectos de cálculo, la sección dada por otra inscrita en la misma. Con ello se queda, evidentemente, del lado de la seguridad. Así, en el caso de un polígono regular, puede ser útil la sustitución por el círculo inscrito; en el caso de un polígono convexo, la sustitución por una elipse inscrita (ver en el punto 4.° el tratamiento de la sección elíptica); en el caso de una sección en L, la eliminación de una de las alas, etc.

2.° SIMPLIFICACIÓN DE LA DISPOSICIÓN DE ARMADURAS

Otras veces será útil, para reducir el problema a otro conocido, prescindir de la existencia de alguna de las armaduras, o bien cambiar algunas de posición, lo cual puede hacerse si se aumentan los recubrimientos, quedando con ello del lado de la seguridad.

3.° REDUCCIÓN A OTRAS DOS SOLICITACIONES

De la convexidad de la superficie de interacción resulta (aunque no se entra aquí en la demostración) que una condición suficiente para que una sección resista una fuerza N actuando en un punto P, es que resista N en A, y también resista N en B, siendo A y B dos puntos cualesquiera de una recta que pase por P (ver figura 17.4, en la que se han escogido los puntos A y B en los ejes de referencia).

Esta propiedad puede ser útil para reducir un problema de flexión esviada a dos de flexión recta, si la sección admite dos ejes de simetría.

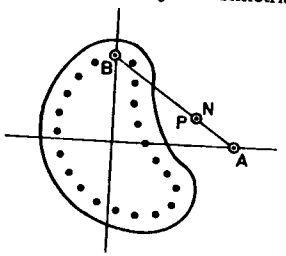


Figura 17.4 Reducción de la flexión esviada a dos flexiones rectas

4.° AFINIDAD DE SECCIONES

Como fácilmente puede demostrarse, el cálculo de una sección de forma cualquiera puede reducirse al de otra sección afín, multiplicando todas las longitudes (dimensiones de la sección y excentricidad de la carga) en dirección X, por la razón de afinidad, λ.

Las longitudes en dirección Y quedan constantes (ver fig. 17.5), lo mismo que la fuerza N. Las áreas de hormigón y acero se multiplican por λ; y las resistencias se dividen por λ, por ser cargas por unidad de superficie.

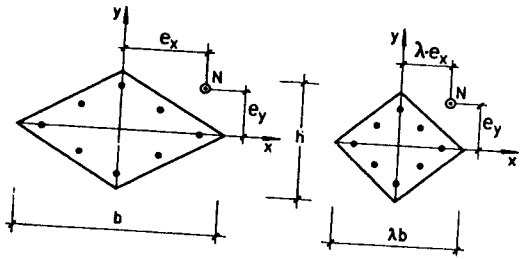


Figura 17.5 Reducción a una sección afín

Esta propiedad permite el cálculo exacto de la sección (a diferencia de los métodos anteriores, que sólo eran aproximados).

De esta forma, el cálculo de una sección elíptica se reduce al de una circular; el de una en forma de rombo al de otra cuadrada, lo mismo que el de una rectangular; y el de una sección en forma de paralelogramo puede también reducirse al de una cuadrada, aplicando dos afinidades.

17.6 Métodos tradicionales

A continuación se resumen dos métodos tradicionales para cálculo de secciones rectangulares en flexión esviada. Para ampliación sobre este tema, puede consultarse *Morán, 1972.*

a) Método de superposición

Consiste en considerar por separado dos solicitaciones de flexión recta, la (N, M_x) y la (N, M_y), sumando luego las armaduras resultantes. El empleo de este método es desaconsejable, ya que, aparte de carecer de fundamento teórico, puede conducir a errores importantes del lado de la inseguridad.

b) Método de la Instrucción rusa

Consiste en la aplicación de la fórmula de comprobación (también conocida como fórmula de Bresler):

$$\frac{1}{N_u} = \frac{1}{N_x} + \frac{1}{N_y} - \frac{1}{N_o},$$

con los siguientes significados:

N_u = fuerza normal que agota la sección actuando con las excentricidades (e_x, e_y);
N_x = íd. con las excentricidades (e_x, 0);
N_y = íd. con las excentricidades (0, e_y);
N_o = íd. sin ninguna excentricidad (compresión simple).

Tiene el inconveniente de que, siendo un método de comprobación, para el dimensionamiento exige numerosos tanteos. Además, para pequeñas cuantías y excentricidades relativas próximas a 0,5, sus resultados quedan del lado de la inseguridad con errores importantes.

17.7 Ejemplos

Ejemplo 1.° Dimensionar, empleando los ábacos en roseta, un soporte de sección $h_x \cdot h_y = 0{,}30 \cdot 0{,}40$ m^2 armado en sus cuatro esquinas y sometido a un esfuerzo normal N_d = 446 kN y a momentos M_{xd} = 80 kNm y M_{yd} = 75 kNm. Materiales HA-25 y B-500. Coeficientes de seguridad γ_c = 1,5 y γ_s = 1,15. Recubrimientos del 10 por 100.

Las resistencias de cálculo de los materiales son:

$$f_{cd} = 25.000 / 1{,}5 = 16.667 \text{ kN/m}^2;$$

$$f_{yd} = 50 / 1{,}15 = 43{,}5 \text{ kN/cm}^2.$$

La capacidad mecánica del hormigón vale:

$$U_c = f_{cd}\, h_x\, h_y = 16.667 \cdot 0{,}30 \cdot 0{,}40 = 2.000 \text{ kN}.$$

Los esfuerzos reducidos valen:

$$\nu = N_d / U_c = 446 / 2.000 = 0{,}223;$$

$$\mu_x = M_{xd} / (U_c \cdot h_y) = 80 / (2.000 \cdot 0{,}40) = 0{,}100;$$

$$\mu_y = M_{yd} / (U_c \cdot h_x) = 75 / (2.000 \cdot 0{,}30) = 0{,}125.$$

Por lo tanto:

$$\mu_1 = 0{,}125;$$

$$\mu_2 = 0{,}100.$$

14672

Entrando en la roseta correspondiente a cuatro armaduras (apartado 27.4), se obtiene:

$$\text{para } \nu = 0{,}2 \quad \omega = 0{,}28$$
$$\text{para } \nu = 0{,}4 \quad \omega = 0{,}22,$$

luego, interpolando, para $\nu = 0{,}223$ resulta necesaria una cuantía $\omega = 0{,}273$.

La capacidad mecánica del acero valdrá:

$$U_s = \omega \cdot U_c = 0{,}273 \cdot 2.000 = 546 \text{ kN} \approx 4 \varnothing 20,$$

puesto que la capacidad de 1 $\varnothing$ 20 es $A_s \cdot f_{yd} = 3{,}1416 \cdot 43{,}5 = 136{,}7$ kN.

Ejemplo 2.° Dimensionar el soporte anterior empleando la fórmula de reducción a flexión recta.

Para obtener el momento equivalente en flexión recta, según la fórmula de Jiménez Montoya, hay que calcular el coeficiente β. Interpolando en la tabla 17.1 se obtiene, para $\nu = 0{,}223$, el valor $\beta = 0{,}723$. Por tanto:

$$\mu = \mu_1 + \beta \cdot \mu_2 = 0{,}125 + 0{,}723 \cdot 0{,}100 = 0{,}197$$

Entrando en el diagrama de interacción (apartado 27.4) correspondiente a sección con armaduras iguales en dos caras opuestas y recubrimiento relativo del 10%, con los esfuerzos reducidos:

$$\nu = 0{,}223; \quad \mu = 0{,}197,$$

resulta $\omega = 0{,}29$, es decir, una armadura ligeramente superior a la obtenida anteriormente, lo que nos confirma que este método queda del lado de la seguridad.

Si se quiere emplear el método de las hiperelipses, habrá que obtener el exponente α de la tabla 17.2, entrando en la misma con el axil reducido $\nu = 0{,}223$ y con el momento de referencia $\mu_1 + 0{,}6\,\mu_2 = 0{,}185$. Interpolando en dicha tabla se obtiene:

$$\alpha = 1{,}342,$$

con lo que el momento equivalente en flexión recta valdrá:

$$\mu = (\mu_x^{\alpha} + \mu_y^{\alpha})^{1/\alpha} = (0{,}125^{\,1{,}342} + 0{,}100^{\,1{,}342})^{\,0{,}745} = 0{,}189;$$

Entrando en el diagrama de interacción correspondiente a sección con armaduras iguales en dos caras opuestas y recubrimiento relativo del 10%, con los esfuerzos reducidos:

$$\nu = 0{,}223; \quad \mu = 0{,}189$$

resulta $\omega = 0{,}275$, es decir, una armadura prácticamente igual a la obtenida anteriormente con la roseta, lo que nos confirma la mejor aproximación de este método.

Como ejercicio de comprobación de lo anterior, puede usarse el programa incluido en la 13ª edición de esta obra. La sección, supuesta armada con 4 $\varnothing$ 20 y sometida a los esfuerzos de cálculo dados, tiene un axil resistente último $N_u = 451{,}7$ kN, que es superior en un 1 por 100 al axil actuante N_d.

18. Soportes de hormigón armado. Compresión simple. Pandeo

18.1 Consideraciones generales

Los soportes o pilares de hormigón armado constituyen piezas, generalmente verticales, en las que la solicitación normal es predominante. Sus distintas secciones transversales pueden estar sometidas a compresión simple, compresión compuesta o flexión compuesta.

La misión principal de los soportes es canalizar las acciones que actúan sobre la estructura hacia la cimentación de la obra y, en último extremo, al terreno de cimentación, por lo que constituyen elementos de gran responsabilidad resistente.

Las secciones de los soportes de hormigón armado pueden adoptar formas diversas (fig. 18.1), si bien las más corrientes son las rectangulares y las cuadradas. Los soportes de secciones circulares suelen llamarse, a veces, columnas.

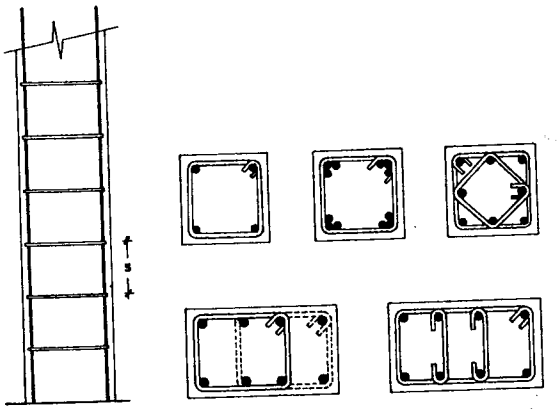


Figura 18.1 Secciones típicas de soportes de hormigón armado

Las armaduras de los soportes suelen estar constituidas por barras longitudinales, cercos y estribos (fig. 18.1). Las barras longitudinales constituyen la armadura principal y están encargadas de absorber, bien compresiones en colaboración con el hormigón, bien tracciones en los casos de flexión compuesta o cortante, así como de colaborar con los cercos y estribos para evitar la rotura por deslizamiento del hormigón a lo largo de planos inclinados.

Los cercos y estribos constituyen la armadura transversal cuya misión es, aparte de la indicada anteriormente, evitar el pandeo de las armaduras longitudinales comprimidas, contribuir a resistir esfuerzos cortantes y ejercer un efecto de zunchado del núcleo de hormigón del pilar, aumentando su ductilidad y resistencia (véase 18.3-3.°).

De acuerdo con algunas normas, como la antigua Instrucción española EH-91, cuando se trata de piezas de cierta altura hormigonadas verticalmente, la resistencia del hormigón debe rebajarse en un 10 por 100, con objeto de prever la pérdida que dicha resistencia puede experimentar debido a que, durante el proceso de compactación, el agua tiende a elevarse a la parte superior de la pieza (véase 5.5-1.°*d*). Otras normas, como la Instrucción española vigente, no contemplan esta pérdida de resistencia.

Por otra parte, debido a los fenómenos de fluencia y retracción del hormigón, las armaduras longitudinales de los soportes, en el estado de servicio de la pieza, alcanzan compresiones muy superiores a las admitidas por el cálculo clásico, con diferencias de hasta 100 N/mm^2, al acortarse y por tanto descargarse las fibras de hormigón. Por esta causa, algunas normas antiguas limitaban inferiormente el límite elástico de las armaduras longitudinales utilizadas en soportes a valores del orden de 300 ~ 350 N/mm^2 (3.000 ~ 3.500 kp/cm^2).

Respecto al cálculo de secciones, remitimos al lector a los capítulos 13, 14 y 15, en donde ha sido tratado en detalle. Como se ha indicado en dichos capítulos y salvo casos especiales, *las armaduras de los soportes se disponen simétricamente.* El cálculo práctico se facilita usando la colección de diagramas de interacción que se incluye en el capítulo 27 de esta obra, que cubre las formas de secciones y distribuciones de armaduras más corrientes.

Por último, todas las secciones sometidas a compresión deben calcularse teniendo en cuenta la incertidumbre que existe en el punto de aplicación del esfuerzo normal, para lo cual se introducirá una excentricidad mínima accidental, cuya cuantificación se indica en el apartado 18.2 siguiente.

18.2 Compresión simple

1.° EXCENTRICIDAD MÍNIMA DE CÁLCULO

La compresión simple corresponde al caso ideal en que la solicitación exterior es un esfuerzo normal N que actúa en el *baricentro plástico de la sección,* es decir, en el punto de aplicación de la resultante de las compresiones del hormigón y del acero, caso en el que todas las fibras de hormigón y las armaduras sufren un acortamiento uniforme del 2 por 1.000 (apartado 13.3).

Es muy difícil que, en la práctica, se presente una compresión simple, dada la incertidumbre del punto de aplicación del esfuerzo normal. Por esta causa, la mayor parte de las normas recomiendan que las piezas sometidas a compresión se calculen con una excentricidad mínima accidental, o bien que se aumenten, convenientemente, los coeficientes de seguridad.

a) Así, el antiguo Código ACI americano preconizaba una excentricidad mínima, en la dirección más desfavorable, igual al mayor de los dos valores siguientes,

$$\frac{h}{10}, \qquad 2{,}5\ \text{cm}$$

siendo h el canto total, en la dirección principal considerada.

b) Por su parte, el Eurocódigo EC-2 obliga a que en los pilares aislados se introduzca una excentricidad *adicional* del esfuerzo normal para tener en cuenta las imperfecciones geométricas, en la dirección más desfavorable y cuyo valor será:

$$e_a = v \cdot \frac{l_o}{2}$$

siendo v la inclinación accidental del soporte, que debe tomarse no menor de 1/200, y l_o su longitud de pandeo (apartado 18.6-2.°). Además, al calcular las secciones del soporte, se deberá considerar en ellas el esfuerzo normal actuando con una excentricidad mínima de $h/20$.

c) Por último, la Instrucción española prescribe una excentricidad mínima ficticia, en la dirección principal más desfavorable, igual al mayor de los valores,

$$\frac{h}{20}, \qquad 2{,}0\ \text{cm}$$

siendo h el canto total en la dirección considerada. Las secciones rectangulares sometidas a compresión compuesta deben también ser comprobadas independientemente en cada uno de los dos planos principales, con excentricidades no inferiores a las indicadas para la compresión simple.

A veces puede resultar más cómodo aumentar convenientemente el coeficiente de mayoración de cargas γ_f, multiplicándolo por un coeficiente complementario γ_n, de tal modo que los resultados así obtenidos concuerden de una manera satisfactoria con los correspondientes a la excentricidad mínima o queden del lado de la seguridad. Más adelante (punto 3.°) se insistirá en este método.

2.° CONTRIBUCIÓN DEL HORMIGÓN Y DEL ACERO

Como es bien sabido, el comportamiento del hormigón en las piezas sometidas a compresión simple es muy distinto al que tiene en las probetas cilíndricas que se emplean para determinar la resistencia de este material, valor éste que, al fin y al cabo, tan sólo constituye un índice *parcial* de la calidad del hormigón[1] a efectos de su aceptación en la obra.

No obstante, multitud de ensayos efectuados tanto en América como en Europa, han demostrado que la capacidad resistente del hormigón correspondiente a los soportes de hormigón armado puede obtenerse a partir de la resistencia cilíndrica, afectándola con un coeficiente de reducción para tener en cuenta el fenómeno de cansancio debido a las cargas lentas.

La mayor parte de las normas modernas consideran para este coeficiente el valor 0,85. De esta forma puede tomarse como resistencia del hormigón, en piezas armadas sometidas a compresión simple, el valor,

$$0{,}85 \cdot f_{cd} = 0{,}85 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

siendo f_{ck} y f_{cd}, respectivamente, la resistencia característica y la resistencia de cálculo del hormigón (véase apartado 11.5).

Esta tensión $0{,}85 \cdot f_{cd}$ corresponde, por otra parte, a la deformación de 2 por 1.000 en el diagrama de cálculo adoptado para el hormigón (véase 13.2-3.°), que es precisamente la deformación de rotura del hormigón armado en compresión simple, según se deduce de los resultados experimentales.

---

[1] Recuérdese que el valor de la resistencia del hormigón dice poco acerca de su durabilidad (ver apartados 5.7 y 9.8).

Por tanto, para obtener la tensión σ_s de las armaduras, en el estado último de agotamiento en compresión simple, basta entrar en el diagrama tensión-deformación de cálculo correspondiente al acero empleado, con la deformación $\varepsilon_s = 0{,}002$. Así, pues, la tensión σ_s será:

$$\sigma_s = f_{yd} \not> 0{,}002 \cdot E_s \approx 420 \text{ N/mm}^2$$

3.° FÓRMULAS PRÁCTICAS DE COMPRESIÓN SIMPLE

De acuerdo con cuanto se ha di_ en los apartados anteriores, pueden establecerse fórmulas para el cálculo de soportes sometidos a compresión simple, si bien, como ha sido indicado otras veces, lo más útil para resolver estos problemas es el empleo de los diagramas de interacción que se incluyen en el capítulo 27 de esta obra.

Por otra parte, se prescinde por ahora del pandeo, que será tratado con todo detalle en el apartado 18.6. Las fórmulas que siguen son válidas, por tanto, para pilares cortos.[1]

a) En el caso de secciones rectangulares con armaduras simétricas, la fórmula de compresión simple, en el estado último de agotamiento, puede ponerse en la forma,

$$\gamma_n \cdot N_d \le N_u = 0{,}85 \cdot b \cdot h \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} \qquad [18.1]$$

con los siguientes significados:

N_u = esfuerzo axil de agotamiento;
N_d = esfuerzo axil de cálculo;
A_s = sección total de armadura;
f_{cd} = resistencia de cálculo del hormigón;
f_{yd} = resistencia de cálculo del acero, no mayor que 420 N/mm^2;
γ_n = coeficiente complementario de mayoración de cargas (véase 18.2-1.°*c*).

El coeficiente complementario γ_n de mayoración de cargas, para recubrimientos no mayores del 15 por 100, viene dado por la expresión,

$$\gamma_n = \frac{b+6}{b} \not< 1{,}15 \qquad [18.2]$$

siendo b la dimensión menor de la sección, expresada en centímetros.

Esta fórmula, original de Jiménez Montoya, ha sido deducida a partir de las ecuaciones indicadas en 14.7, correspondientes al cálculo de secciones rectangulares sometidas a compresión compuesta con pequeñas excentricidades, introduciendo la excentricidad mínima ficticia adoptada por la Instrucción española.

Por otra parte, la resistencia de cálculo del acero debe limitarse al valor 420 N/mm^2.

b) Para pilares de sección circular, la fórmula de compresión simple puede ponerse en la forma:

$$\gamma_n \cdot N_d \le N_u = 0{,}85 \cdot \pi \frac{h^2}{4} \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} \qquad [18.3]$$

debiendo tomarse para el coeficiente complementario γ_n de mayoración de cargas el valor:

$$\gamma_n = \frac{h+6{,}4}{h} \not< 1{,}16 \qquad [18.4]$$

siendo h el diámetro de la sección en cm, y con los mismos significados y limitaciones indicados en el caso anterior.

[1] Se denominan pilares cortos aquéllos en los que pueden despreciarse los efectos de segundo orden (ver apartado 18.6-4.°). En el caso de sección rectangular, son cortos los pilares cuya esbeltez geométrica es menor de diez.

18.3 Disposiciones relativas a las armaduras

Como ha sido indicado en 18.1, las armaduras de los soportes de hormigón armado están constituidas por barras longitudinales y una armadura transversal formada por cercos y estribos.

Con objeto de facilitar la colocación y compactación del hormigón, la menor dimensión de los soportes debe ser 20 cm si se trata de secciones rectangulares y 25 cm si la sección es circular. La Instrucción española prohíbe los pilares ejecutados in situ de dimensiones menores de 25 cm, siendo preciso para estos pilares tomar precauciones especiale_

1.° ARMADURAS LONGITUDINALES

Las armaduras longitudinales tendrán un diámetro no men_ de 12 mm y se situarán en las proximidades de las caras del pilar, debiendo disponerse por lo menos una barra en cada esquina de la sección. En los soportes de sección circular debe colocarse un mínimo de 6 barras. Para la disposición de estas armaduras deben seguirse las siguientes prescripciones.

a) La separación máxima entre dos barras de la misma cara no debe ser superior a 35 cm. Por otra parte, toda barra que diste más de 15 cm de sus contiguas debe arriostrarse mediante cercos o estribos, para evitar el pandeo de la misma (fig. 18.2).

Para que el hormigón pueda entrar y ser vibrado fácilmente, la separación mínima entre cada dos barras de la misma cara debe ser igual o mayor que 2 cm, que el diámetro de la mayor y que 6/5 del tamaño máximo del árido. No obstante, en las esquinas de los soportes se podrán colocar dos o tres barras en contacto (grupos de barras, fig. 18.2).

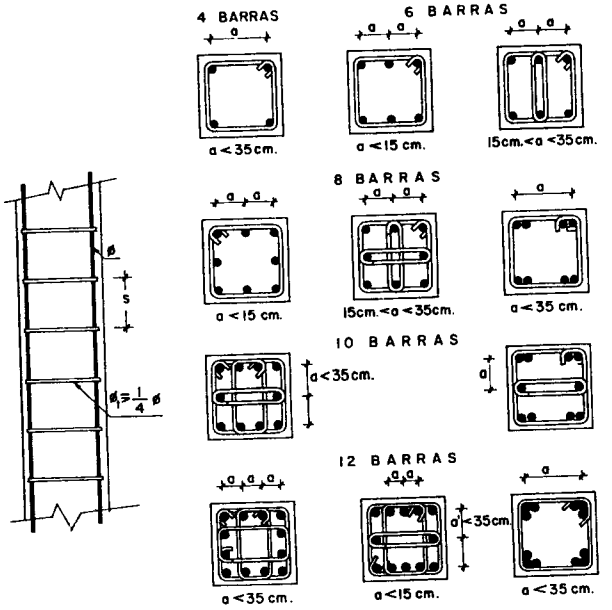


Figura 18.2 Limitaciones en el armado de soportes

b) Los recubrimientos de las armaduras principales deben estar comprendidos entre dos y cinco centímetros, no debiendo ser inferiores al diámetro de las barras ni al tamaño máximo del árido (véase apartado 9.3-4.°).

c) Se recomienda realizar el empalme de las armaduras mediante retranqueo de una barra respecto a la otra (fig. 18.3). Para poder seguir manteniendo los mismos recubrimientos y asegurar que no se forzarán las barras con grifa durante el hormigonado, dicho retranqueo debe venir preparado de ferralla.

d) Si se disponen barras longitudinales ∅ 40, deben situarse en esquinas de cercos, para evitar que la magnitud de las fuerzas laterales que producen provoque el estallido del hormigón.

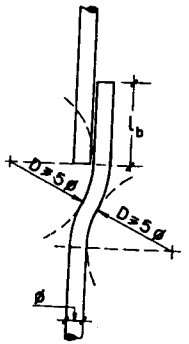


Figura 18.3 Empalme de barras principales en soportes

2.° CUANTÍAS LÍMITES

Las cuantías de las armaduras longitudinales de los soportes sometidos a compresión vienen limitadas por las distintas normas, como se indica a continuación.

a) El Eurocódigo de hormigón EC-2 exige como armadura longitudinal mínima para soportes, la siguiente:

$$A_{s,min} = \frac{0{,}15N_d}{f_{yd}} \geq 0{,}003A_c$$

en donde N_d es el axil de cálculo y A_c la sección total del hormigón. Como armadura longitudinal máxima se tomará $0{,}08A_c$. Este límite superior debe respetarse incluso en las zonas de empalme por solapo.

b) El criterio del Código ACI americano ha sido siempre no permitir cuantías geométricas totales inferiores al 1 por 100 ($\rho \geq 0{,}01$). Este criterio resulta bastante exigente si se le compara con el europeo. Por lo que respecta a la armadura longitudinal máxima, su cuantía geométrica puede llegar, como en el Eurocódigo, al 8 por 100.

c) La Instrucción española recomienda para las armaduras longitudinales de las piezas sometidas a compresión simple o compuesta, suponiendo que están colocadas en dos caras opuestas, A_1 y A_2, las siguientes limitaciones:

$$A_1 \cdot f_{yd} \geq 0{,}05 \cdot N_d$$
$$A_2 \cdot f_{yd} \geq 0{,}05 \cdot N_d$$
$$A_1 \cdot f_{yd} \leq 0{,}5 \cdot A_c \cdot f_{cd}$$
$$A_2 \cdot f_{yd} \leq 0{,}5 \cdot A_c \cdot f_{cd}$$

que para el caso de compresión simple, con armadura total A_s, pueden ponerse en la forma:

$$A_s \cdot f_{yd} \geq 0{,}1 \cdot N_d \qquad A_s \cdot f_{yd} \leq A_c \cdot f_{cd}$$

siendo A_c el área de la sección bruta de hormigón y f_{yd} la resistencia de cálculo del acero, que no se tomará mayor, en este caso, de 400 N/mm². La limitación superior resulta excesivamente exigente en comparación con la normativa europea y americana, así como con la práctica en distintos países, que llega a admitir cuantías del orden del doble.

Por otra parte, la Instrucción española establece, para los elementos comprimidos (muros y pilares), las cuantías geométricas mínimas que se indican en la tabla 11.7, que en la mayoría de los casos son más exigentes que las que se acaban de exponer.

3.° ARMADURAS TRANSVERSALES

Como es sabido, la misión de los cercos y estribos es evitar el pandeo de las armaduras longitudinales comprimidas, evitar la rotura por deslizamiento del hormigón a lo largo de planos inclinados y, eventualmente, contribuir a la resistencia de la pieza a esfuerzos cortantes, aunque esta misión es menos importante que en las vigas, ya que los esfuerzos cortantes en los pilares suelen ser más reducidos y la mayoría de las veces pueden ser absorbidos por el hormigón.

Debe recordarse el distinto comportamiento que tienen las piezas de hormigón en masa sometidas a compresión y los soportes armados. La capacidad resistente de las piezas de hormigón en masa sometidas a compresión simple es muy limitada, debido a la posibilidad de una rotura oblicua por deslizamiento del material según planos que forman un ángulo de unos 37° con el eje de la pieza. Para evitar dicha rotura, en piezas esbeltas, es necesario disponer unas armaduras longitudinales mínimas, y cercos o estribos.

Por otra parte, los cercos refuerzan considerablemente la resistencia de los soportes por un efecto de confinamiento del núcleo de hormigón que envuelven. Al coartar la dilatación horizontal que por efecto Poisson tomaría este núcleo bajo una compresión vertical, lo someten a una compresión horizontal que aumenta su resistencia y su ductilidad. En las grandes catástrofes ocurridas en los últimos años se ha observado que todas aquellas estructuras bien cosidas con armaduras transversales se comportaron considerablemente mejor, y las normas de los países con riesgo sísmico prescriben mayores diámetros y menores separaciones entre cercos de pilares que los usuales en España.

a) Con objeto de evitar la rotura por deslizamiento del hormigón, la separación s entre planos de cercos o estribos debe ser:

$$s \leq b_e$$

siendo b_e la menor dimensión del núcleo de hormigón, limitado por el borde exterior de la armadura transversal. De todas formas es aconsejable no adoptar para s valores mayores de 30 centímetros.

b) Por otra parte, con objeto de evitar el pandeo de las barras longitudinales comprimidas, la separación s entre planos de cercos –o estribos– debe ser:

$$s \leq 15\ \varnothing$$

siendo ∅ el diámetro de la barra longitudinal más delgada. Sin embargo, en aquellas estructuras ubicadas en zonas de riesgo sísmico o expuestas a la acción del viento y, en general, cuando se trata de obras de especial responsabilidad, la separación s no debe ser superior a 12 ∅.

c) El diámetro de los cercos y estribos no debe ser inferior a la cuarta parte del diámetro correspondiente a la barra longitudinal más gruesa, y en ningún caso será menor de 6 mm.

d) Los cercos y estribos deben colocarse en toda la altura del soporte, incluso en los nudos de unión con las vigas, atándolos fuertemente con alambre a las barras longitudinales. No es acon-

sejable la sujeción de los cercos mediante puntos de soldadura en obra, con objeto de no alterar las características del acero correspondiente a las barras principales.

e) Por último, conviene tomar precauciones para que, durante el proceso de hormigonado de un soporte, no se desplacen los cercos de la cabeza del mismo hacia la parte inferior, con el consiguiente peligro de rotura ulterior.

18.4 Hormigón zunchado (confinado)

A veces, para aumentar la resistencia a compresión de una pieza de hormigón armado, se dispone un zuncho formado por una hélice de acero de paso reducido o por cercos a pequeñas separaciones. Mediante el zunchado se coartan con gran eficacia las deformaciones transversales del hormigón debidas al efecto Poisson, creándose importantes compresiones radiales que aumentan la resistencia de la pieza.

De acuerdo con ensayos de Brandtzaeg, una probeta prismática sometida a compresión triaxial puede llegar a alcanzar una resistencia f_{cl} en la dirección vertical dada por:

$$f_{cl} = f_c + 4{,}1 \cdot \sigma_{cl}$$

en donde f_c es la resistencia a compresión simple y σ_{cl} la compresión ejercida sobre las caras laterales. Pero los acortamientos también aumentan considerablemente, pudiendo alcanzar valores del 10 por 1.000, e incluso mayores.

Dado el gran acortamiento que tienen las piezas de hormigón confinado sometidas a compresión, su empleo es muy limitado, porque pueden resultar deformaciones incompatibles para los elementos estructurales ligados con el soporte zunchado. *No debe emplearse el hormigón zunchado, salvo en piezas muy cortas sin posibilidad de pandeo.*

El criterio seguido en Estados Unidos considera que los acortamientos de los soportes zunchados pueden ser tan grandes que no es posible aprovechar la capacidad resistente que se le confiere al hormigón. El empleo de estas piezas se subordina al hecho de que el zunchado evita el peligro de rotura frágil. La pieza así concebida avisa en caso de rotura, pues mucho antes del colapso de la misma se desprende el recubrimiento de hormigón exterior al zuncho.

El criterio europeo preconiza que el empleo del hormigón zunchado debe limitarse a piezas cortas sometidas a esfuerzos de compresión con excentricidades mínimas, y a refuerzos locales como articulaciones, apoyos de cargas concentradas sobre una superficie pequeña, etc.

A continuación se efectúa un breve estudio de las fórmulas adoptadas para el cálculo del hormigón zunchado.

a) En las piezas de sección circular zunchadas mediante una hélice de acero y sometidas a compresión simple (fig. 18.4), la capacidad resistente del hormigón puede aumentar considerablemente si el paso de la hélice es pequeño. En el estado último de agotamiento, el acero del zuncho alcanza su límite elástico. Se considera el zuncho formado por una hélice de sección A_{st} y paso s (fig. 18.4), o por cercos cerrados de la misma sección y separación.

La presión lateral ejercida por una espira o cerco, supuesta repartida uniformemente, puede determinarse mediante la fórmula de los tubos:

$$\sigma_{cl} = \frac{2 \cdot A_{st} \cdot f_{yt,d}}{d_e \cdot s}$$

en donde d_e es el diámetro del núcleo, y $f_{yt,d}$ la resistencia de cálculo del acero correspondiente al zuncho.

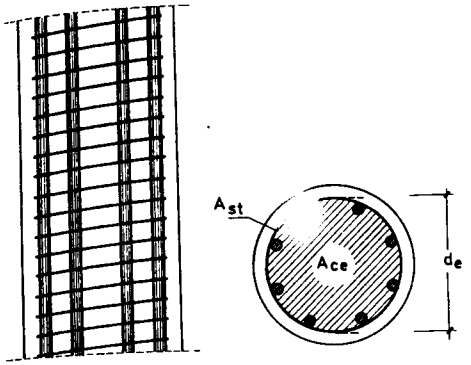


Figura 18.4 Soporte circular de hormigón zunchado

La resistencia triaxial del hormigón, de acuerdo con la fórmula de Brandtzaeg, puede llegar a valer:

$$f_{cl} = f_c + 4{,}1 \cdot \sigma_{cl} = f_c + 8{,}2 \cdot \frac{A_{st} \cdot f_{yt,d}}{d_e \cdot s}$$

por lo que, aplicando el coeficiente 0,85 para tener en cuenta el cansancio (apartado 18.2-2.º), podría tomarse como resistencia de cálculo del hormigón confinado del núcleo, quedando del lado de la seguridad, el valor:

$$f_{1cd} = 0{,}85 \cdot f_{cd} + 6 \cdot \frac{A_{st} \cdot f_{yt,d}}{d_e \cdot s} = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot (1 + 1{,}75\omega_w)$$

ecuación válida para cargas estáticas en pilares zunchados circulares y rectangulares, en la que ω_w es la cuantía mecánica volumétrica de confinamiento:

$$\omega_w = \frac{W_{sc}}{W_c} \cdot \frac{f_{yt,d}}{f_{cd}}$$

donde:

W_{sc} = volumen de estribos y horquillas de confinamiento por unidad de longitud del soporte;
W_c = volumen del hormigón confinado por unidad de longitud del soporte.

Frente a este valor teórico, la Instrucción española adopta el valor:

$$f_{1cd} = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot (1 + 1{,}6 \cdot \alpha \cdot \omega_w)$$

siendo α un factor de confinamiento que viene dado por la expresión:

$$\alpha = 1{,}6 \frac{s}{d_e} \geq 0{,}4$$

Por tanto, en el caso de pilares confinados, la fórmula de compresión simple en el estado último de agotamiento, puede ponerse en forma análoga a la [18.1]:

$$\gamma_n \cdot N_d \leq N_u = A_{ce} \cdot f_{1cd} + A_s \cdot f_{yd} \qquad [18.5]$$

con los siguientes significados:

N_u = esfuerzo axil de agotamiento;
N_d = esfuerzo axil de cálculo;
A_{ce} = área de la sección neta del núcleo de hormigón;[1]
A_s = área total de la armadura longitudinal;

[1] Si la cuantía de la armadura longitudinal es importante, del área del núcleo de hormigón se descontará el área A_s ocupada por dicha armadura.

f_{1cd} = resistencia de cálculo del hormigón confinado;
f_{yd} = resistencia de cálculo de la armadura longitudinal;
γ_n = coeficiente complementario de mayoración de cargas indicado en la fórmula [18.2], que tiene en cuenta la incertidumbre del punto de aplicación de la carga.

Por otra parte, para evitar la fisuración del hormigón exterior al zuncho bajo la carga de servicio, el volumen A_t de armadura transversal, por unidad de longitud de la pieza, debe ser tal que se cumpla la relación:

$$A_t \cdot f_{yt,d} \leq 0{,}55 \cdot f_{cd} \cdot (1{,}6 \cdot A_c - A_{ce}) + 0{,}37 \cdot A_s \cdot f_{yd}$$

en donde se supone que se ha descontado A_s, tanto de la sección total del hormigón A_c, como de la sección del núcleo A_{ce}.

b) La fórmula [18.5] debe usarse para piezas cuya esbeltez geométrica no sea superior a 5. Si dicha esbeltez geométrica es igual o superior a 10, el esfuerzo de agotamiento debe calcularse prescindiendo del zunchado, mediante la fórmula normal de compresión simple [18.1]. En los casos de esbeltez geométrica comprendida entre 5 y 10, puede tomarse como valor de N_u el que resulta al interpolar linealmente entre los correspondientes a los dos casos anteriores.

c) Las fórmulas correspondientes a las columnas zunchadas mediante hélices o cercos circulares son aplicables a piezas sometidas a compresión centrada en las que se cumplan las siguientes condiciones:

- Los extremos de la armadura de zunchado deben terminarse en el interior de la masa de hormigón para asegurar su anclaje. En el caso de emplearse cercos, deben ser cerrados y anclados.
- El paso de la hélice, o la separación entre cercos, debe ser menor de la quinta parte de la menor dimensión del núcleo zunchado y al menos 3 cm, recomendándose como distancia libre entre cercos un valor de 6 a 8 centímetros.
- La cuantía volumétrica mínima, correspondiente a la armadura transversal, deberá cumplir:

$$\frac{A_t}{A_{ce}} = \frac{A_{st} \cdot \pi \cdot d_e}{A_{ce} \cdot s} \geq 0{,}006$$

d) En piezas de sección cuadrada o rectangular la armadura longitudinal estará compuesta por un mínimo de ocho barras, y la separación entre barras no superará los 15 cm. Las barras se repartirán uniformemente en el contorno de la sección y su cuantía geométrica estará comprendida entre 0,02 y 0,08, es decir:

$$0{,}02 \leq \frac{A_s}{A_{ce}} \leq 0{,}08$$

La cuantía del 8 por 100 no se sobrepasará incluso en las zonas de solape de las armaduras longitudinales.

18.5 Soportes compuestos

Se consideran como compuestos los soportes de hormigón cuya armadura está fundamentalmente constituida por perfiles metálicos.

a) El proyecto y la ejecución de los soportes compuestos deben ajustarse a las siguientes prescripciones:

- La resistencia característica del hormigón empleado será, como mínimo, 25 N/mm^2.
- La sección de acero en perfiles no superará el 20 por 100 de la sección total del soporte.

- En los soportes de sección rectangular se dispondrá un mínimo de cuatro redondos longitudinales, uno en cada esquina, y un conjunto de cercos o estribos sujetos a ellos, cuyos diámetros, separaciones y recubrimientos deberán cumplir las mismas condiciones exigidas a los soportes ordinarios de hormigón armado.
- Los perfiles se dispondrán de modo que, entre ellos y los cercos o estribos, resulte una distancia libre no inferior a 5 centímetros.
- Si en un soporte se disponen dos o más perfiles, se colocarán de forma que queden separados entre sí 5 centímetros por lo menos, y se arriostrarán unos con otros mediante presillas u otros elementos de conexión, colocados en las secciones extremas y en cuantas secciones intermedias resulte necesario.
- Cuando los perfiles empleados sean de sección hueca, o se agrupen formando una sección de este tipo, deberán rellenarse de hormigón convenientemente compactado.

En la figura 18.5 se indican las disposiciones más corrientes de los soportes compuestos.

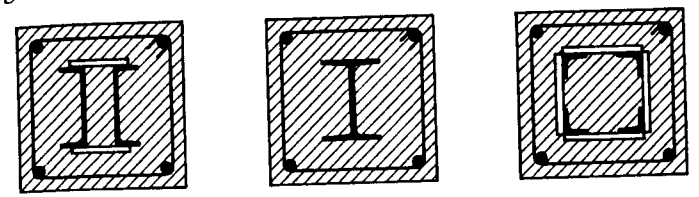


Figura 18.5 Tres tipos de soportes compuestos

Para la transmisión de esfuerzos cortantes, entre una viga de hormigón armado y un soporte compuesto, pueden emplearse armaduras dobladas, soldadas a los perfiles (fig. 18.6).

Por último, para la cimentación de soportes compuestos, podrán emplearse zapatas de hormigón armado provistas de placas de acero u otros elementos de conexión con los perfiles metálicos, de modo que los esfuerzos transmitidos por los mismos se repartan convenientemente.

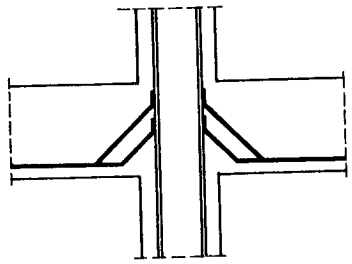


Figura 18.6 Unión de una viga con un soporte compuesto

b) Para la comprobación de soportes compuestos sometidos a compresión simple, puede emplearse una fórmula similar a la indicada para el caso de hormigón armado [18.1]:

$$1{,}20 \cdot N_d \leq N_u = 0{,}85 \cdot A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} + A_p \cdot f_{yd,p}$$

con los siguientes significados:

N_d = esfuerzo axil de cálculo;
A_c = sección neta del hormigón, es decir, descontando la sección de los perfiles;
A_s = sección total de las barras longitudinales;
A_p = sección total de los perfiles;
f_{cd} = resistencia de cálculo del hormigón;
f_{yd} = resistencia de cálculo de las barras longitudinales;
$f_{yd,p}$ = resistencia de cálculo del acero de los perfiles.

Como puede observarse, se ha afectado el esfuerzo axil de cálculo N_d de un coeficiente de seguridad complementario $\gamma_n = 1{,}20$, para tener en cuenta la incertidumbre que existe en el punto de aplicación de la carga.

Por último, es conveniente que la esbeltez geométrica de los soportes compuestos no sea superior a 15. No obstante, si en algún caso es necesario disponer soportes compuestos esbeltos, se procederá a efectuar un estudio adecuado del pandeo, para el que no son aplicables las fórmulas simplificadas indicadas en el apartado 18.6.

18.6 Pandeo de piezas comprimidas de hormigón armado

1.° IDEAS PREVIAS

En las piezas comprimidas esbeltas de hormigón armado no es aplicable la teoría habitual de primer orden, en la que se desprecia la deformación de la estructura al calcular los esfuerzos. Por efecto de las deformaciones transversales, que son inevitables aun en el caso de piezas cargadas axilmente (debido a las irregularidades de la directriz y a la incertidumbre del punto de aplicación de la carga, véase 18.2), aparecen momentos de segundo orden que disminuyen la capacidad resistente de la pieza y pueden conducir a la inestabilidad de la misma (fenómeno de pandeo).

Sea, en primer lugar, una pieza recta articulada en sus extremos y sometida a una carga N rigurosamente axil (caso ideal teórico), tal como la representada en la figura 18.7*a*. Si obligamos a su sección central a que tome una flecha e, la pieza se deforma, y aparecen en las secciones de la misma unos momentos secundarios externos, debidos a dicha deformación, iguales en cada sección x al producto de la fuerza N por la flecha en la sección, $e(x)$:

$$M_e(x) = N \cdot e(x)$$

Estos momentos tienden a aumentar las deformaciones. Al mismo tiempo aparecen unos momentos internos, proporcionales a la curvatura de cada sección, que tienden a enderezar la pieza y hacerla volver a su posición de equilibrio recta:

$$M_i(x) = -EI \cdot \frac{d^2 e(x)}{dx^2}$$

de forma que mientras sea $M_i > M_e$ la barra regresará a la posición recta.

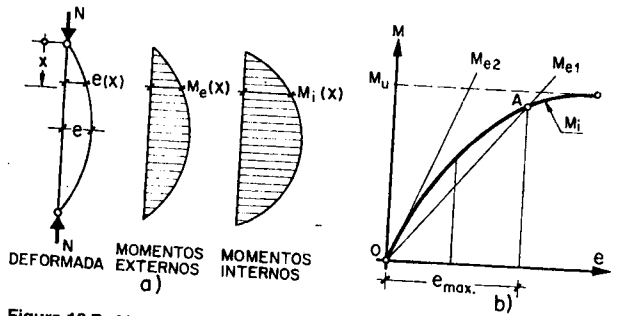


Figura 18.7 Momentos de segundo orden en una pieza esbelta comprimida

En la figura 18.7*b* se ha representado la variación del momento externo M_{e1} (producido por una carga N_1) e interno M_i, en la sección central, en función de la flecha impuesta e. El momento externo es proporcional a la flecha (línea recta). El momento interno, sin embargo, sigue una ley curva, ya que la rigidez EI de la sección central disminuye al crecer la deformación como consecuencia del comportamiento no lineal del material hormigón. Esta curva está limitada por el valor del momento de agotamiento de la sección, M_u.

De lo anterior resulta que la pieza recta con carga axil N_1 regresa a la posición recta de equilibrio para perturbaciones $e < e_{max}$ (fig. 18.7 *b*). A medida que aumenta la carga N aumenta la pendiente de la recta M_{e1},[1] y disminuye e_{max}, hasta llegar a una carga N_2 para la que la recta M_{e2} es tangente a la curva M_i en el origen. Para esta carga se produce un equilibrio inestable: al someter la pieza a una pequeña deformación e, resulta $M_i < M_e$; la pieza no es capaz de volver al equilibrio, y sus deformaciones crecen indefinidamente. La carga N_2 es la carga de pandeo.

Si se considera ahora el caso real de carga que actúa con una excentricidad inicial e_o (fig. 18.8), las consideraciones anteriores siguen siendo válidas. Las leyes de los momentos exteriores en la sección central valen ahora:

$$M_e = N \cdot e_o + N \cdot e$$

y pueden representarse mediante rectas de igual pendiente que en el caso anterior, pero que pasan por el punto P en lugar de por el origen O (fig. 18.8*b*). Resulta, por consiguiente, que ya no es posible la posición de equilibrio recta. Para una carga N_1 se alcanza el equilibrio estable con una flecha adicional e_1 en el punto A, quedando la sección sometida a la flexión secundaria $M = N_1 \cdot e_1$, que viene a sumarse a la flexión principal $M = N_1 \cdot e_o$. Al aumentar la carga aumenta también la flecha adicional, pudiendo llegarse a una carga de pandeo N_2 en el punto B de igual forma que en el caso anterior.

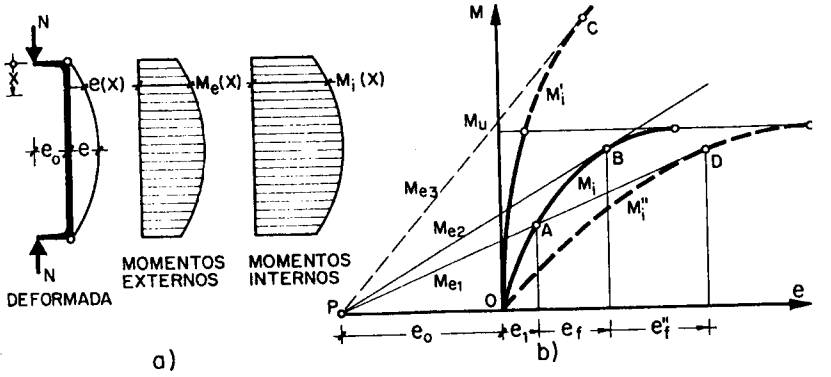


Figura 18.8 Caso de carga axil N con excentricidad inicial e_0

Resulta, por tanto, que no es correcto tratar los problemas de pandeo aumentando el coeficiente de seguridad γ_f, o, lo que es lo mismo, aumentando la carga N, como se hacía en las antiguas normas. Antes bien, debe tenerse en cuenta introduciendo una excentricidad complementaria. Esta excentricidad complementaria dependerá de la excentricidad inicial e_0 y de la carga N; aunque puede suponerse, del lado de la seguridad, que no depende de N si se toma para ella el valor ficticio e_f correspondiente a la carga de pandeo N_2, que es el máximo posible.

[1] También cambia, al aumentar N_1, la curva M_i y el momento M_u, aunque para simplificar la figura no se ha representado esta variación.

También depende la excentricidad complementaria ficticia de la curva de momentos internos M_i, la cual, a su vez, depende de la rigidez EI de las secciones de la pieza y de la deformabilidad de la pieza como conjunto (esto es, de su longitud y de sus condiciones de sustentación en los extremos). Si se consideran dos piezas con la misma sección pero una de las cuales es larga, y por tanto esbelta, mientras que la otra es corta, una flecha e en la sección central de la primera producirá pequeñas curvaturas en la misma, y un pequeño momento interno M_i; mientras que en la segunda producirá un gran momento interno M'_i (fig. 18.8*b*). A consecuencia de ello resulta que en las piezas cortas pueden despreciarse las excentricidades complementarias o secundarias, y que en ellas se alcanza el momento de agotamiento de la sección central M_u antes de que pueda llegarse a la carga de pandeo de la pieza N_3 (punto C de la figura 18.8*b*).

El problema del pandeo se complica, por otra parte, si se consideran las deformaciones diferidas del hormigón (retracción y fluencia), que disminuyen a largo plazo la rigidez de la pieza y la carga crítica de pandeo. Así, bajo la carga N_1 la pieza alcanza equilibrio con la deformación adicional instantánea e_1 (fig. 18.8*b*); pero si se mantiene la carga, en el transcurso del tiempo esta deformación aumenta, y puede llegar a producirse la inestabilidad con la excentricidad adicional e''_1 (punto D de la figura 18.8*b*). En cualquier caso, la excentricidad ficticia que se introduce en el cálculo debe aumentarse, convenientemente, para tener en cuenta estas deformaciones diferidas.

A continuación se indican los métodos de cálculo de pandeo de acuerdo con el Eurocódigo de Hormigón y con la Instrucción española.

2.° DEFINICIONES. LONGITUD DE PANDEO Y ESBELTECES

Una *estructura* se llama *intraslacional* si sus nudos, bajo solicitaciones de cálculo, presentan desplazamientos transversales cuyos efectos pueden ser despreciados desde el punto de vista de la estabilidad del conjunto; y *traslacional* en caso contrario.

Un *soporte* se considera *aislado* si tiene una sustentación isostática. Los soportes pertenecientes a estructuras aporticadas se asimilan a soportes aislados si puede suponerse que la posición de los puntos en los que se anula su momento no varía con la carga.

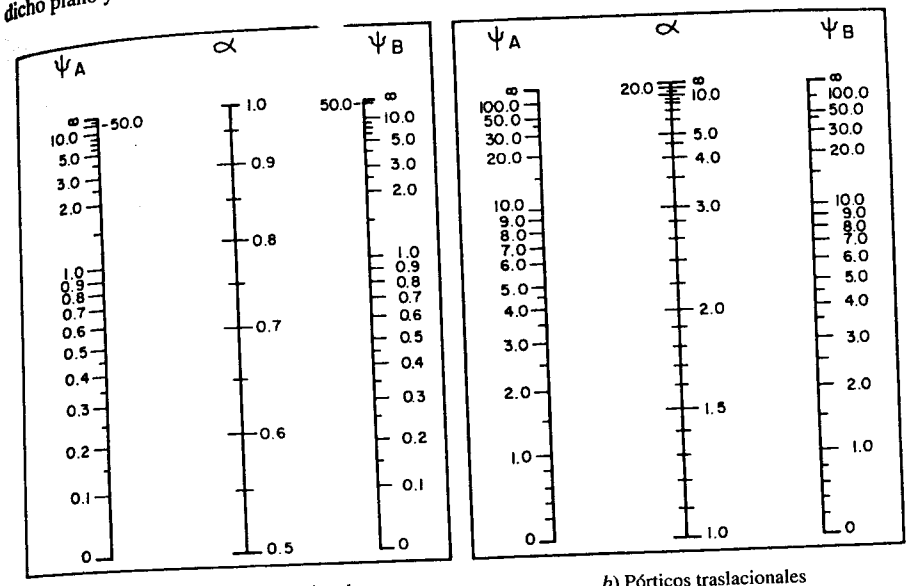
La *longitud de pandeo* l_o de un soporte se define como la longitud del soporte biarticulado equivalente al mismo a efectos de pandeo, y es igual a la distancia entre los puntos de momento nulo del mismo. La longitud de pandeo de los soportes aislados se indica en la tabla 18.1, en función de la longitud de la pieza l.

TABLA 18.1
LONGITUD DE PANDEO $l_o = \alpha \cdot l$ DE LAS PIEZAS AISLADAS

Sustentación de la pieza de longitud l	*Valor del coeficiente α*
– Un extremo libre y otro empotrado	2
– Ambos extremos articulados	1
– Ambos extremos empotrados, pero con libre desplazamiento normal a la directriz	0,7
– Un extremo con articulación fija y el otro empotrado	0,5
– Ambos extremos empotrados	

La longitud de pandeo de soportes pertenecientes a pórticos depende de la relación de rigideces de los soportes a las vigas en cada uno de sus extremos, y puede obtenerse de los nomogramas de la figura 18.9, siendo para ello preciso decidir previamente si el pórtico puede considerarse intraslacional o debe considerarse traslacional. En relación con esta decisión, véase el punto 3.° más adelante.

Se llama esbeltez geométrica de una pieza de sección constante a la relación $\lambda_g = l_o/h$ entre la longitud de pandeo y la dimensión h de la sección en el plano de pandeo, y *esbeltez mecánica* a la relación $\lambda = l_o/i_c$ entre la longitud de pandeo y el radio de giro i_c de la sección en el plano de pandeo. Recuérdese que $i_c = \sqrt{I/A}$, siendo I y A, respectivamente, la inercia en dicho plano y el área de la sección, ambas referidas a la sección del hormigón solo.



a) Pórticos intraslacionales *b*) Pórticos traslacionales

LONGITUD DE PANDEO: $l_o = \alpha \cdot l$ (α se obtiene entrando con ψ):

$$\psi_A = \frac{\sum (EI/l) \text{ de todos los pilares que concurren en } A}{\sum (EI/l) \text{ de todas las vigas que concurren en } A}; \quad \text{(igual para } \psi_B\text{)}$$

Figura 18.9 Nomogramas que ofrecen la longitud de pandeo en soportes de pórticos

3.° CRITERIOS DE INTRASLACIONALIDAD DE PÓRTICOS

La Instrucción española (véase *CPH, 1999*) indica que la definición de estructuras traslacionales e intraslacionales no pretende establecer una clasificación rígida, sino ofrecer dos términos de referencia, correspondiendo al proyectista decidir la forma de comprobar su estructura. En el comentario a su artículo 43.3, especifica que pueden considerarse claramente intraslacionales las estructuras aporticadas provistas de muros o núcleos de contraviento, dispuestos de forma que aseguren la rigidez torsional de la estructura, que cumplan la condición:

$$H \cdot \sqrt{\frac{N}{\sum EI}} \le 0{,}6 \qquad \text{si } n \ge 4$$

$$H \cdot \sqrt{\frac{N}{\sum EI}} \le 0{,}2 + 0{,}1n \quad \text{si } n < 4$$

siendo:

H = altura total de la estructura, desde la cara superior de cimientos;
N = suma de reacciones en cimientos, con la estructura totalmente cargada en estado de servicio;
ΣEI = suma de rigideces a flexión de los elementos de contraviento en la dirección considerada, tomando para el cálculo de I la sección bruta;
n = número de plantas de la estructura.

Este criterio de intraslacionalidad resulta muy riguroso en la práctica: sólo se cumple en estructuras arriostradas frente a las acciones horizontales por núcleos o pantallas de dimensiones importantes, que naturalmente deben llegar a la cimentación.

Según el Código americano ACI-318 se puede considerar una estructura intraslacional si el índice de estabilidad κ de cada piso de la misma cumple la condición:

$$\kappa = \frac{\sum N}{V} \cdot \frac{\Delta}{l} \leq 0{,}05$$

siendo:

ΣN = suma de los axiles de pilares y pantallas del piso;
V = esfuerzo cortante total en los pilares y pantallas del piso;
Δ = desplazamiento horizontal relativo de primer orden en el piso debido a V;
l = altura del piso.

Por su parte, el Código Modelo CEB/FIP establece que una estructura puede considerarse intraslacional si los desplazamientos de los nudos producen un aumento no mayor del 10 por 100 de los momentos flectores de primer orden. Por momentos de primer orden deben entenderse aquí (al igual que los desplazamientos de primer orden del criterio del ACI) los que se obtienen en un análisis en teoría de primer orden, es decir, sin considerar los cambios que los desplazamientos de los nudos producen en la geometría de la estructura. Sin embargo, el Código Modelo especifica que este análisis debe hacerse considerando el comportamiento no lineal del material o, al menos, rigideces de los elementos adecuadamente reducidas.

En definitiva, el proyectista debe decidir la clase a la que pertenece su estructura teniendo en cuenta estos criterios y evaluando la rigidez de la misma y la de los elementos que la arriostran frente a las posibles acciones horizontales, así como la importancia de estas acciones horizontales.

4.° VALORES LÍMITES PARA LA ESBELTEZ

a) Para esbelteces mecánicas $\lambda < 35$ (equivalentes, en secciones rectangulares, a esbelteces geométricas $\lambda_g < 10$), la pieza puede considerarse corta, despreciándose los efectos de segundo orden y no siendo necesario efectuar ninguna comprobación de pandeo.

b) Para esbelteces mecánicas $35 \leq \lambda < 100$ (geométricas $10 \leq \lambda_g < 29$), puede aplicarse el método aproximado de la Instrucción española (véase punto 5.° siguiente).

c) Para esbelteces mecánicas $100 \leq \lambda < 200$ (geométricas $29 \leq \lambda_g < 58$), debe aplicarse el método general (véase punto 8.° siguiente). Para soportes de sección y armadura constante a lo largo de su altura puede aplicarse el método aproximado de la columna modelo (punto 6.°) o el de las curvaturas de referencia (punto 7.°).

d) No es recomendable proyectar piezas comprimidas de hormigón armado con esbelteces mecánicas $\lambda > 200$ (geométricas $\lambda_g > 58$).

5.° MÉTODO APROXIMADO DE LA INSTRUCCIÓN ESPAÑOLA

Este método es aplicable a piezas de sección constante cuya esbeltez mecánica no sea superior a 100 ($\lambda < 100$). La sección deberá dimensionarse para una excentricidad total igual a:

$$e_{tot} = e_e + e_a \geq e_2 \quad \text{con}$$

$$e_a = (1 + 0{,}12\beta)(\varepsilon_y + \varepsilon)\frac{h + 20e_e}{h + 10e_e} \cdot \frac{l_o^2}{50 i_c} \qquad [18.8]$$

con los siguientes significados:

e_e = excentricidad de cálculo de primer orden equivalente:
  $e_e = 0{,}6\, e_2 + 0{,}4\, e_1$ para soportes intraslacionales,
  $e_e = e_2$ para soportes traslacionales;
e_a = excentricidad ficticia equivalente a los efectos de segundo orden;
e_2 = excentricidad de cálculo máxima de primer orden, tomada con signo positivo;
e_1 = excentricidad de cálculo mínima de primer orden, tomada con el signo que le corresponda. Normalmente e_2 y e_1 son las excentricidades en los extremos. No se tomarán menores que la excentricidad accidental mínima (apartado 18.2);
l_o = longitud de pandeo del soporte;
i_c = radio de giro de la sección bruta de hormigón en la dirección considerada;
ε_y = f_{yd}/E_s = deformación del acero para su resistencia de cálculo f_{yd};
ε = parámetro auxiliar para tener en cuenta los efectos de la fluencia:[1]
  ε = 0,003 cuando el axil cuasipermanente no supera el 70 por 100 del axil total;
  ε = 0,004 cuando el axil cuasipermanente es mayor del 70 por 100 del axil total;
β = factor de armado:
  β = 1,0 para armaduras en las caras frontales (máxima eficacia frente al pandeo),
  β = 3,0 para armaduras en las caras laterales (mínima eficacia frente al pandeo),
  β = 1,5 para armaduras en las cuatro caras (caso intermedio);
h = canto total medido paralelamente al plano de pandeo.

En el caso de sección rectangular el radio de giro vale $i_c = h / 3{,}464$ y la expresión anterior se reduce a la siguiente:

$$e_a = (1 + 0{,}12\beta)(\varepsilon_y + \varepsilon)\frac{h + 20e_e}{h + 10e_e} \cdot \frac{l_o^2}{14{,}434\, h} \qquad [18.9]$$

con los mismos significados anteriores.

Para el uso más cómodo de esta fórmula, en la tabla 18.2 se han calculado los valores de la excentricidad adicional relativa e_a/h en función de la esbeltez geométrica $\lambda_g = l_o/h$ y de la excentricidad de primer orden equivalente relativa e_e/h. Esta tabla se ha obtenido para el caso de sección con armaduras sólo en las caras frontales, axil de carga permanente menor que el 70 por 100 del total y acero B 500 S. Para otros casos de distribución de armadura, relación del axil de carga permanente al total o acero, las excentricidades de la tabla 18.2 deben multiplicarse por los factores δ dados en la tabla 18.3 para dichos casos. El código de armado de esta tabla está formado por dos dígitos, de los cuales el primero indica el número de barras de las armaduras de las caras frontales y el segundo el de las caras laterales.

6.° MÉTODO APROXIMADO DE LA COLUMNA MODELO

Este método, preconizado por el Eurocódigo de Hormigón EC-2 y admitido por la Instrucción española, es aplicable a piezas de sección y armadura constantes. Para el cálculo de las deformaciones de segundo orden se utilizan los diagramas momento-curvatura de la sección. La única simplificación que se introduce es asimilar la deformada de la pieza a una función conocida (por ejemplo, de tipo senoidal), con lo que se obtienen resultados muy próximos a la realidad. En la práctica, sin embargo, la aplicación de este método resulta muy laboriosa.

[1] En el caso de que los efectos de la fluencia fueran despreciables, bien por ser muy bajos los axiles cuasipermanentes o por serlo los momentos cuasipermanentes (que son los que causan deformaciones y efectos de segundo orden) podrían tomarse valores de ε más bajos que los indicados, llegando hasta $\varepsilon = 0{,}002$.

TABLA 18.2

VALORES DE LA EXCENTRICIDAD FICTICIA $\frac{e_o}{h}$ POR PANDEO

Armadura sólo en caras frontales. Acero B 500 S. Axil permanente menor del 70% del total

$\lambda_g = \frac{l_o}{h}$	Excentricidad equivalente relativa $\frac{e_o}{h}$ =																		
	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	10.0	∞
10	.054	.060	.067	.070	.072	.074	.075	.076	.077	.077	.078	.078	.078	.079	.079	.079	.080	.080	.080
11	.065	.073	.081	.085	.087	.089	.090	.092	.093	.093	.094	.094	.095	.095	.096	.096	.096	.097	.097
12	.077	.087	.096	.101	.104	.106	.107	.109	.110	.111	.112	.112	.113	.113	.114	.114	.114	.115	.116
13	.090	.102	.113	.119	.122	.124	.126	.128	.130	.130	.131	.132	.132	.133	.134	.134	.134	.135	.136
14	.105	.118	.131	.138	.142	.144	.146	.149	.150	.151	.152	.153	.154	.154	.155	.155	.156	.157	.157
15	.120	.135	.151	.158	.163	.166	.168	.171	.172	.174	.175	.175	.176	.177	.178	.178	.179	.180	.181
16	.137	.154	.171	.180	.185	.188	.191	.194	.196	.198	.199	.200	.201	.202	.202	.203	.204	.205	.205
17	.155	.174	.193	.203	.209	.213	.215	.219	.222	.223	.224	.225	.227	.228	.228	.229	.230	.231	.232
18	.173	.195	.217	.228	.234	.238	.242	.246	.248	.250	.251	.252	.254	.255	.256	.257	.258	.259	.260
19	.193	.217	.242	.254	.261	.266	.269	.274	.277	.279	.280	.281	.283	.284	.285	.286	.287	.288	.290
20	.214	.241	.268	.281	.289	.294	.298	.303	.307	.309	.310	.312	.314	.315	.316	.317	.318	.320	.321
21	.236	.266	.295	.310	.319	.325	.329	.334	.338	.340	.342	.344	.346	.347	.348	.350	.351	.352	.354
22	.259	.291	.324	.340	.350	.356	.361	.367	.371	.374	.376	.377	.379	.381	.382	.384	.385	.387	.388
23	.283	.319	.354	.372	.382	.389	.394	.401	.405	.408	.411	.412	.415	.417	.418	.420	.421	.423	.425
24	.308	.347	.385	.405	.416	.424	.429	.437	.441	.445	.447	.449	.451	.454	.455	.457	.458	.460	.462
25	.335	.376	.418	.439	.452	.460	.466	.474	.479	.483	.485	.487	.490	.492	.494	.496	.497	.499	.502
26	.362	.407	.452	.475	.489	.498	.504	.513	.518	.522	.525	.527	.530	.532	.534	.536	.537	.540	.543
27	.390	.439	.488	.512	.527	.537	.544	.553	.559	.563	.566	.568	.571	.574	.576	.578	.580	.582	.585
28	.420	.472	.525	.551	.567	.577	.585	.595	.601	.605	.609	.611	.615	.617	.619	.622	.623	.626	.629
29	.450	.506	.563	.591	.608	.619	.627	.638	.645	.649	.653	.655	.659	.662	.664	.667	.669	.672	.675

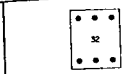
Para armaduras en las caras laterales, acero B 400 S o axiles permanentes mayores del 70 por 100 del axil total, los valores de $\frac{e_o}{h}$ dados por la tabla deben multiplicarse por el factor δ adecuado que se obtiene de la tabla 18.3. Las magnitudes de la tabla son adimensionales.

Puede simplificarse la labor preparando diagramas de interacción como el de la figura 18.10, en los que se entra con el axil reducido y el momento de primer orden reducido, y se obtiene directamente la cuantía mecánica necesaria teniendo en cuenta los efectos de segundo orden. Cada diagrama debe estar preparado para una esbeltez determinada, para una ley de variación de la excentricidad e_o a lo largo de la pieza, y para un determinado valor del coeficiente φ de fluencia, por lo que una colección de diagramas de este tipo consta de un gran número de ellos. El diagrama de la figura 18.10 ha sido preparado para $\lambda_g = 20$, e_o constante a lo largo de la pieza (que es el caso más desfavorable) y fluencia nula.

Una colección de estos diagramas puede encontrarse en la literatura especializada (véase por ejemplo *Arenas, 1980*).

TABLA 18.3

FACTORES δ PARA LA EXCENTRICIDAD DE PANDEO

Axil N		$N_{cp} \leq 0{,}7\ N_{tot}$		$N_{cp} > 0{,}7\ N_{tot}$	
Coeficiente ε		0,003		0,004	
Acero		B 400 S	B 500 S	B 400 S	B 500 S
Deformación ε_y		0,001739	0,002174	0,001739	0,002174
Sección		0,916	1,000	1,109	1,193
Código Armado	n 2				
Coeficiente β	1,00				
Sección		0,936	1,021	1,133	1,219
Código Armado	4 3				
Coeficiente β	1,20				
Sección		0,948	1,035	1,148	1,235
Código Armado	3 3				
Coeficiente β	1,33				
Sección		0,965	1,054	1,168	1,257
Código Armado	∞ ∞				
Coeficiente β	1,50				
Sección		0,970	1,059	1,174	1,263
Código Armado	3 4				
Coeficiente β	1,55				
Sección		0,995	1,086	1,204	1,295
Código Armado	2 4				
Coeficiente β	1,80				
Sección		1,112	1,214	1,347	1,449
Código Armado	2 ∞				
Coeficiente β	3,00				

44672

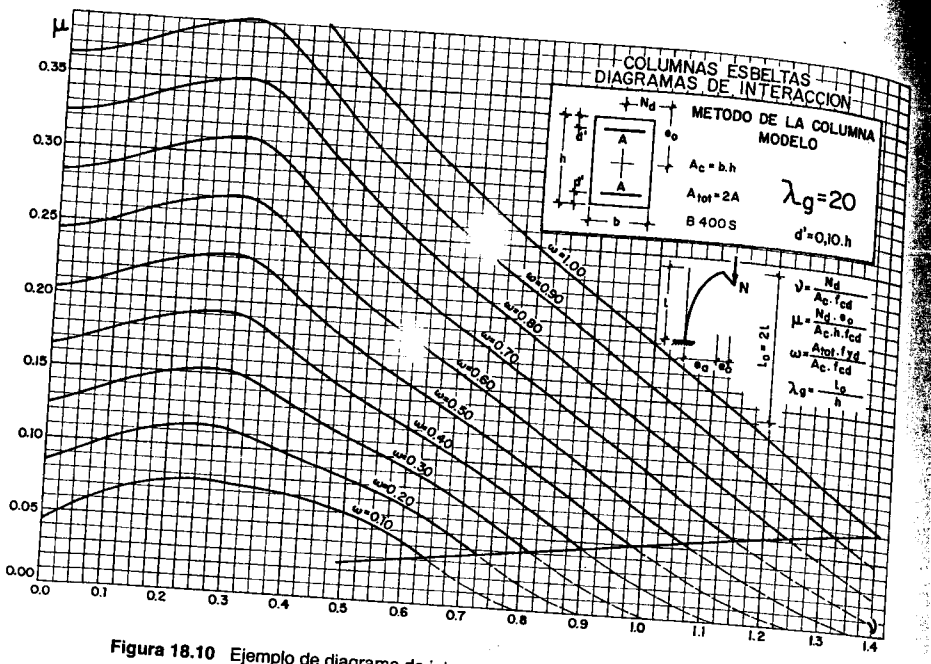


Figura 18.10 Ejemplo de diagrama de interacción (método de la columna modelo)

7.° MÉTODO DE LAS CURVATURAS DE REFERENCIA

Es otro método aproximado para el cálculo de piezas de sección y armaduras constantes, también admitido por la Instrucción española, que puede encontrarse en la literatura especializada (véanse *Corres y Morán, 1983* y *Montoya, Meseguer, Morán, 1991*). El dimensionamiento directo se efectúa mediante ábacos, fórmulas sencillas o un programa de ordenador (*Montoya, Meseguer, Morán, 1991*).

8.° MÉTODO GENERAL

En el caso de piezas de sección variable, o de gran esbeltez, o bien para estructuras especialmente sensibles a los efectos de segundo orden (por ejemplo, pórticos muy altos o muy flexibles frente a las acciones horizontales), puede ser necesario recurrir al *método general de comprobación*, en el que, al plantear las condiciones de equilibrio y compatibilidad de la estructura, se consideran los efectos de segundo orden provocados por las deformaciones. Estas deformaciones son evaluadas teniendo en cuenta la fisuración, la influencia de las armaduras sobre la rigidez de la pieza y la fluencia.

Como se comprende fácilmente, su aplicación requiere el uso de ordenadores y programas especiales, siendo, además, un método de comprobación y no de dimensionamiento. Por ello sólo es recomendable en casos extraordinarios, para los que puede recurrirse a la literatura especializada (véase *CEB-FIP, 1978*).

9.° PANDEO EN FLEXIÓN ESVIADA

Se exponen a continuación los métodos simplificados de la Instrucción española para la comprobación a pandeo de elementos de sección rectangular y armadura constante, sometidos a un esfuerzo de cálculo N_d con dos excentricidades de primer orden, e_x y e_y.

a) La comprobación a pandeo puede efectuarse independientemente en cada uno de los dos planos principales de simetría, si la excentricidad del axil se sitúa en la zona rayada de la figura 18.11. Esta situación se produce si se cumple alguna de las dos condiciones indicadas en dicha figura.

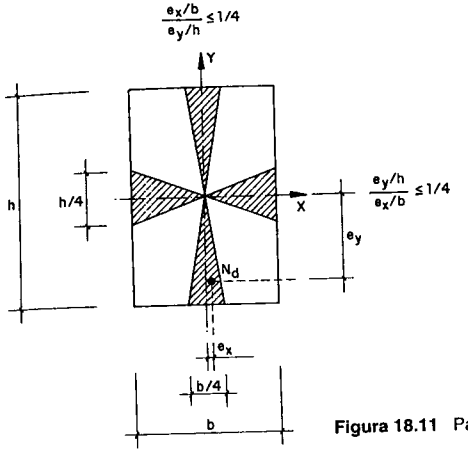


Figura 18.11 Pandeo en flexión esviada

b) En cualquier caso, la pieza se encuentra en buenas condiciones respecto al pandeo si se verifica la condición:

$$\frac{M_{xd}}{M_{xu}}+\frac{M_{yd}}{M_{yu}}\le 1$$

en donde:

M_{xd} = momento de cálculo, en la dirección x, en la sección crítica, considerando los efectos de 2° orden;
M_{yd} = momento de cálculo, en la dirección y, en la sección crítica, considerando los efectos de 2° orden;
M_{xu} = momento máximo, en la dirección x, resistido por la sección crítica;
M_{yu} = momento máximo, en la dirección y, resistido por la sección crítica.

18.7 Ejemplos de aplicación

Ejemplo 1.° En la primera planta de un pórtico intraslacional de hormigón armado existe un soporte de 5,50 m de altura y sección rectangular de 0,30 × 0,50 m^2, sometido a una solicitación de cálculo N_d = 2445 kN, pudiendo suponerse M_d = 0. Las vigas de la primera planta tienen 5,00 metros de luz y 0,60 × 0,30 m^2 de sección (ver fig. 18.12). Determinar las armaduras del soporte, siendo la resistencia característica del hormigón 25 N/mm^2 y el acero un B 400 S.

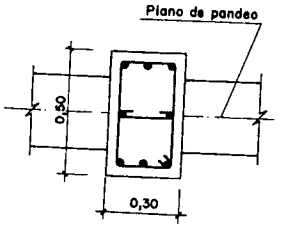


Figura 18.12 Croquis del soporte del ejemplo de aplicación

Los datos son:

l = 5,50 m
b = 0,30 m
h = 0,50 m
N_d = 2445 kN

$f_{cd} = f_{ck}/1{,}5 = 16{,}67$ N/mm^2 = 16,70 kN/m^2
$f_{yd} = 400/1{,}15 = 347{,}8$ N/mm^2 = 34,78 kN/cm^2

Las inercias del soporte y de las vigas de la primera planta son, respectivamente:

$$I_{sop} = \frac{1}{12}\cdot h\cdot b^3 = 0{,}001125\ \text{m}^4$$

$$I_{vig} = \frac{1}{12}\cdot b\cdot h^3 = 0{,}005400\ \text{m}^4$$

Entrando en el nomograma de la figura 18.9 (parte izquierda) con los valores

$$\psi_A = \frac{2\times 0{,}001125/5{,}5}{2\times 0{,}005400/5} = 0{,}19 \quad \text{y} \quad \psi_B = 0 \text{ (empotrado en cimiento)}$$

resulta $\alpha = 0{,}54$. La longitud de pandeo del soporte y su esbeltez geométrica son:

$$l_o = \alpha\cdot l = 2{,}97\ \text{m}, \qquad \lambda_g = \frac{l_o}{b} = 9{,}90 < 10$$

luego no es necesario comprobar el pandeo.

De la ecuación [18.1] determinamos la capacidad mecánica de la armadura total necesaria A_s:

$$U = A_s\cdot f_{yd} = \gamma_n\cdot N_d - 0{,}85\cdot b\cdot h\cdot f_{cd} = 809\ kN; \qquad \left(\gamma_n = \frac{b+6}{b} = 1{,}20\right)$$

para la que adoptamos 8 ∅ 20. El coeficiente de seguridad complementario γ_n se introduce para tener en cuenta la incertidumbre en el punto de aplicación de la carga (fórmula 18.2).

Ejemplo 2.° El mismo soporte del ejemplo anterior, pero con un esfuerzo axil N_d = 1250 kN y unos momentos M_{d2} = 89 kNm en el pie del pilar y M_{d1} = − 87 kNm en cabeza (ambos en la dirección del lado menor de la sección). Se supone que el soporte pertenece a un pórtico traslacional sometido a la acción del viento y que el axil de carga permanente es menor que el 70 por 100 del axil total.

Entrando en el nomograma de la figura 18.9 (parte derecha) con los mismos datos del ejemplo anterior, $\psi_A = 0{,}19$ y $\psi_B = 0$, resulta $\alpha = 1{,}04$. La longitud de pandeo del soporte y su esbeltez geométrica son:

$$l_o = \alpha\cdot l = 1{,}04\times 5{,}50 = 5{,}72, \qquad \lambda_g = \frac{l_o}{b} = \frac{5{,}72}{0{,}30} = 20$$

Al ser el pórtico traslacional, debe tomarse como excentricidad de primer orden la correspondiente al extremo de mayor momento:

$$e_e = e_2 = \frac{M_{d2}}{N_d} = \frac{89}{1250} = 0{,}071\ \text{m}, \qquad \frac{e_e}{h} = \frac{0{,}071}{0{,}30} = 0{,}24$$

Entrando en la tabla 18.2 con $e_e/h = 0{,}24$ y $\lambda_g = 20$, se obtiene $e_d/h = 0{,}273$. Pero al usar un acero B 400 S es preciso entrar en la tabla 18.3 y obtener un factor δ. Suponiendo que el armado sea, como en el primer caso, con 8 barras iguales (código de armado 33), resulta $\delta = 0{,}948$. Por tanto, $e_d/h = 0{,}273\cdot 0{,}948 = 0{,}259$, de donde $e_e = 0{,}259\cdot 0{,}3 = 0{,}078$ m. La excentricidad total será:

$$e_{tot} = e_e + e_a = 0{,}071 + 0{,}078 = 0{,}149\ m$$

Para el cálculo de la armadura se utilizará el diagrama de interacción adimensional correspondiente a 8 ∅ y recubrimiento del 10 por 100. Entrando con los valores:

$$\mu = \frac{N_d\cdot e_{tot}}{h\cdot b^2\cdot f_{cd}} = 0{,}248, \qquad \nu = \frac{N_d}{h\cdot b\cdot f_{cd}} = 0{,}500$$

se encuentra la cuantía total $\omega = 0{,}52$. La capacidad mecánica de la armadura total será:

$$U = A\cdot f_{yd} = \omega\cdot b\cdot h\cdot f_{cd} = 1300\ kN$$

para la que se adoptan 8 ∅ 25 de acero B 400 S.



Ensayo de un pilar a compresión doblemente excéntrica
(cortesía del Instituto Eduardo Torroja)

19. Solicitaciones tangenciales. Esfuerzo cortante

19.1 Generalidades

Se ha estudiado en los capítulos precedentes el comportamiento de una sección sometida a esfuerzos normales (momento flector y esfuerzo axil). Si todas las secciones de una pieza de hormigón armado están sometidas a los mismos esfuerzos, el estado tensional de la pieza queda definido estudiando una cualquiera de ellas. Pero, así como el esfuerzo axil es prácticamente constante, el momento flector suele presentar una variación significativa a lo largo de la directriz, apareciendo el esfuerzo cortante como consecuencia de esta variación.

El comportamiento de una pieza de hormigón armado cuando se considera la actuación de los esfuerzos transversales (cortante y momento torsor) es complejo. No es posible ya un estudio sección a sección, siendo necesario tratar el conjunto de la pieza, puesto que los mecanismos resistentes no son planos sino espaciales. En ellos influyen no sólo la forma de la sección, sino también su variación a lo largo de la pieza, la esbeltez de ésta, la disposición de las armaduras longitudinales y transversales, la adherencia entre el acero y el hormigón, el tipo y la situación de las cargas y de los apoyos, etc. Se comprende que no es fácil incluir todas estas variables en una formulación simple y práctica. Varias teorías han sido propuestas y ninguna puede considerarse como definitiva. Por otra parte, la experimentación existente es todavía insuficiente, por no cubrir todas las combinaciones de los parámetros en juego.

El efecto de las tensiones tangenciales, creadas por el cortante y torsor, es el de inclinar las tensiones principales de tracción (ver apartado 19.2-4.°) con respecto a la directriz de la pieza. Para cargas reducidas, estas tensiones de tracción no superan la resistencia a tracción del hormigón, y es fácil calcular el estado tensional. Cuando aumentan las cargas el hormigón se fisura y se produce un complejo reajuste de tensiones entre hormigón y armaduras, que varía conforme la fisuración aumenta hasta llegar a la rotura. Esta puede producirse de diversas formas, que se representan esquemáticamente, para el caso de una viga esbelta, en la figura 19.1, tomada de *Rüsch, 1972.*

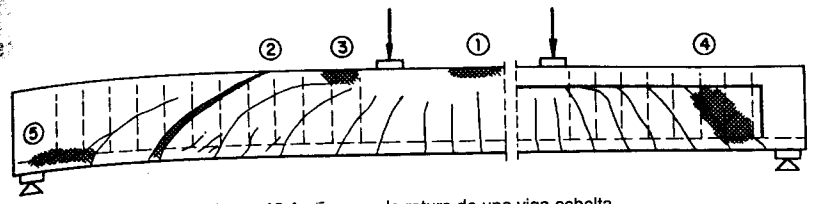


Figura 19.1 Formas de rotura de una viga esbelta

- *Rotura por flexión pura* ①, que se produce, en vigas armadas con cuantías normales, al alcanzarse una deformación excesiva de la armadura de tracción, que origina una subida de la fibra neutra hasta que el hormigón comprimido es incapaz de equilibrar las tracciones. Si la cuantía de la armadura en tracción es alta puede romperse el hormigón sin que la armadura llegue a alcanzar su límite elástico (ver fig. 11.9*b*).
- *Rotura por cortante* ②, producida por las fisuras inclinadas debidas a las tensiones principales de tracción. Cuando las armaduras transversales de la viga son claramente insuficientes, la zona comprimida de hormigón debe resistir una parte importante del cortante; si éste crece, la fisura progresa hasta el borde superior.
- *Rotura por flexión y cortante* ③. Si las armaduras transversales de la viga son ligeramente insuficientes, las fisuras suben más en la zona sometida a flexión y cortante que en la zona en flexión pura, produciéndose una disminución de la capacidad resistente del hormigón comprimido que puede llevar a la rotura aunque el momento no sea máximo.
- *Rotura por compresión del alma* ④. Puede producirse en las secciones en T o doble T de alma delgada si las tensiones principales de compresión llegan a superar la resistencia del hormigón.
- *Rotura por deslizamiento de las armaduras* ⑤. Las tensiones de la armadura en tracción crecen del apoyo hacia el centro de la viga. Este aumento, proporcional al esfuerzo cortante, se consigue gracias a las tensiones de adherencia entre hormigón y acero. Si el cortante aumenta y las armaduras longitudinales no están suficientemente ancladas, puede producirse su deslizamiento en las proximidades del apoyo, donde el cortante es máximo.

El objeto del cálculo a esfuerzo cortante es el de proporcionar una seguridad razonable frente a estos distintos tipos de rotura, y, al mismo tiempo, mantener la fisuración dentro de los límites admisibles.

Los procedimientos adoptados por las distintas Normas de hormigón para este cálculo admiten, en el caso típico de una viga esbelta, que la contribución de las armaduras transversales es la que resulta de la *analogía de la celosía* de Ritter-Mörsch (ver apartado 19.3). La mayor diferencia entre ellos es la forma de considerar la contribución del hormigón. Antiguamente –cálculo clásico en servicio– se suponía que el hormigón trabaja, antes de llegar a la fisuración, sin colaboración de las armaduras, que por su pequeña deformación no llegan a entrar en carga; y que, después de la fisuración, la colaboración del hormigón es despreciable, debiendo confiarse toda la resistencia a las armaduras transversales. Hoy día –cálculo en agotamiento– se admiten, después de la fisuración, fórmulas aditivas en las que a la capacidad resistente de la celosía se añade un término que expresa la contribución del hormigón, la cual se debe a diversos efectos (apartado 19.5).

La mayoría de los procedimientos adoptan el tratamiento independiente de cortante y flexión. Esta simplificación se justifica por la falta, hasta el momento, de una teoría suficientemente simple y práctica que permita el tratamiento unificado de flexión y cortante, y por el buen comportamiento observado en las piezas dimensionadas aplicando los citados procedimientos.

19.2 Comportamiento básico del hormigón. Cálculo de tensiones tangenciales

Como primer paso para el estudio del comportamiento de una pieza sometida a la acción del esfuerzo cortante, se estudia en este apartado la distribución de las tensiones tangenciales en el hormigón de la misma *sin tener en cuenta la presencia de las armaduras transversales*. Se distinguirán los casos de hormigón fisurado y sin fisurar, en servicio y en rotura.

1.° HORMIGÓN SIN FISURAR EN SERVICIO

Sea (fig. 19.2) una rebanada elemental de una pieza de hormigón armado, de longitud *ds*, sometida a los esfuerzos indicados en dicha figura, que son las resultantes de las tensiones internas normales y tangenciales que actúan en las dos caras de la rebanada.

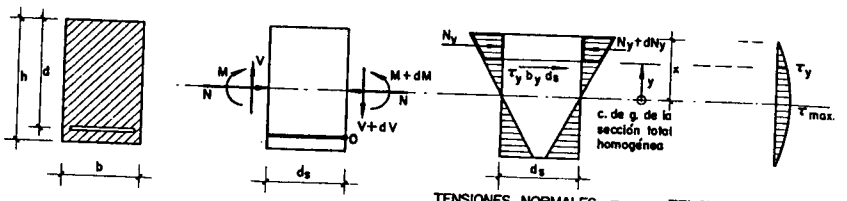


Figura 19.2 Esfuerzos y tensiones en una rebanada elemental de una pieza (hormigón sin fisurar en servicio)

Si se considera el equilibrio de la parte de la rebanada situada por encima de la altura *y*, aparecerá a esta altura un esfuerzo cortante elemental $\tau_y \cdot b_y \cdot ds$ que compense la diferencia de esfuerzos de compresión dN_y, o sea:

$$\tau_y \cdot b_y \cdot ds + N_y = N_y + dN_y,$$

de donde se deduce:

$$\tau_y = \frac{1}{b_y}\frac{dN_y}{ds}$$

La expresión que da N_y es la siguiente:

$$N_y = \int_y^x \sigma_y \cdot b_y \cdot d_y$$

y, estando el hormigón sin fisurar, puede admitirse con suficiente aproximación un reparto lineal de tensiones normales en el mismo, que en el caso general de flexión compuesta vendrá dado por:

$$\sigma_y = \frac{N}{A_0} + \frac{M \cdot y}{I_0} \qquad (1A)$$

expresión en la cual:

A_0 e I_0 son el área y el momento de inercia respecto al centro de gravedad de la sección total homogénea;
M y N son el momento y el esfuerzo normal que actúan sobre ella.

Al sustituir se obtiene:

$$N_y = \frac{N}{A_0}\int_y^x b_y \cdot dy + \frac{M}{I_0}\int_y^x b_y \cdot y \cdot dy = \frac{N}{A_0}A_{0y} + \frac{M}{I_0}S_{0y}$$

$$\tau_y = \frac{1}{b_y}\cdot\frac{d}{ds}\left(\frac{N}{A_0}A_{0y} + \frac{M}{I_0}S_{0y}\right)$$

con los siguientes significados adicionales:

A_{0y} es el área de la sección homogénea situada por encima de la fibra de ordenada *y*;
S_{0y} es el momento estático de dicha área respecto a la fibra neutra de la sección total homogénea.

En el caso más frecuente, las dimensiones de la sección son constantes a lo largo de la pieza y, además, el axil *N* es constante o nulo. Entonces,

$$\tau_y = \frac{1}{b_y}\cdot\frac{S_{0y}}{I_0}\cdot\frac{dM}{ds}$$

Ahora bien, al tomar momentos respecto al punto O (fig. 19.2) se obtiene $dM/ds = V$, siendo *V* el esfuerzo cortante que actúa en cada sección; de donde resulta finalmente:

$$\tau_y = \frac{V}{b_y}\cdot\frac{S_{0y}}{I_0}$$

El valor máximo τ_{max} de la tensión tangencial corresponde al valor máximo del cociente S_{0y}/b_y, que para $b_y = \text{cte} = b_0$ se da a la altura del centro de gravedad de la sección total homogénea, en donde el momento estático alcanza su valor máximo, S_{00}. Si la solicitación es de flexión simple, se verifica además:

$$S_{00} = \frac{I_0}{z},$$

siendo *z* el brazo mecánico, de donde resulta la conocida relación:

$$\tau_{max} = \tau_0 = \frac{V}{b_0 \cdot z}$$

En la figura 19.2 puede verse la variación de las tensiones normales y tangenciales en las distintas fibras de una sección rectangular solicitada en flexión simple ($N = 0$). Tal como se aprecia en dicha figura, las tensiones tangenciales son pequeñas con respecto a las normales, lo que suele suceder salvo en las secciones de la viga muy próximas a los puntos de momento nulo.

2.° HORMIGÓN FISURADO EN SERVICIO

En el caso de que el hormigón en tracción se encuentre fisurado, y siempre que por estar en fase de servicio pueda admitirse un reparto lineal de tensiones normales, la ecuación (1*A*) se transforma, como se vio en el capítulo 12, en:

$$\sigma_y = \frac{N}{A_e} + \frac{M \cdot y}{I_e}, \qquad (1B)$$

siendo ahora A_e e I_e, respectivamente, el área de la *sección eficaz homogénea* (apartado 12.5-1.°) y su momento de inercia respecto a su centro de gravedad.

Análogamente al caso anterior, resulta para la tensión cortante:

$$\tau_y = \frac{V}{b_y} \cdot \frac{S_{ey}}{I_e},$$

siendo S_{ey} el momento estático de la parte de la sección eficaz situada por encima de la ordenada y, respecto al centro de gravedad de dicha sección eficaz.

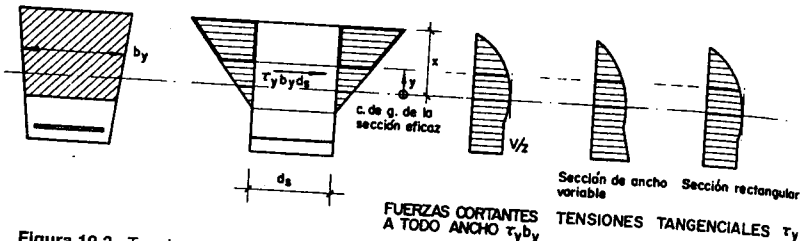


Figura 19.3 Tensiones en una rebanada elemental de una pieza (hormigón fisurado en servicio)

En la figura 19.3 se ha representado la variación de tensiones normales y tangenciales en las distintas fibras de una sección solicitada en flexión simple en un *estado de servicio*. Si el ancho es variable, interesa considerar la *fuerza cortante a todo ancho* $\tau_y \cdot b_y$ que debe equilibrar la diferencia de esfuerzos normales en las caras de la rebanada:

$$\tau_y \cdot b_y = V \frac{S_{ey}}{I_e},$$

la cual alcanza su máximo en el centro de gravedad de la sección eficaz, y es constante por debajo de la fibra neutra:

$$\tau_y \cdot b_y = \frac{V}{z},$$

ya que, al no soportar el hormigón fisurado tensiones normales, no varía la diferencia de esfuerzos normales sobre las caras de la rebanada con la altura. No obstante, el valor de la tensión tangencial τ_y puede seguir creciendo si b_y disminuye, como se aprecia en la figura.

3.° HORMIGÓN EN ROTURA

Cuando la pieza está próxima a la rotura, no podrá considerarse ya un reparto lineal de tensiones normales. Entonces, la ecuación que da la *fuerza cortante a todo ancho* será (fig. 19.4):

$$\tau_y \cdot b_y = \frac{dN_y}{ds} = \frac{d}{ds}\int_y^x \sigma_y \cdot b_y \cdot dy,$$

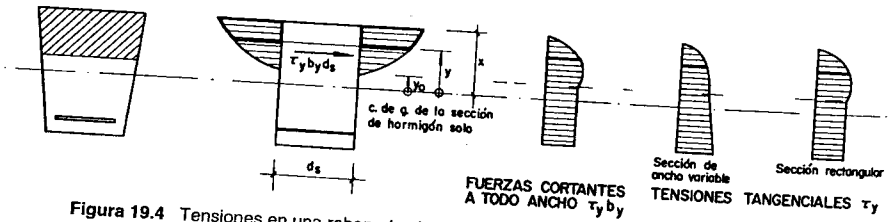


Figura 19.4 Tensiones en una rebanada elemental de una pieza (hormigón próximo a la rotura)

y por debajo de la fibra neutra de tensiones, y_o, dicha fuerza cortante será constante, ya que la integral es entonces la resultante de las compresiones del hormigón:

$$\int_{y0}^{x} \sigma_y \cdot b_y \cdot dy = N_c = \frac{M}{z},$$

de donde:

$$\tau_y \cdot b_y = \frac{d}{ds}\left(\frac{M}{z}\right)$$

Normalmente se adopta la simplificación de suponer despreciable la variación del brazo mecánico z a lo largo de la pieza, con lo que se obtiene nuevamente:

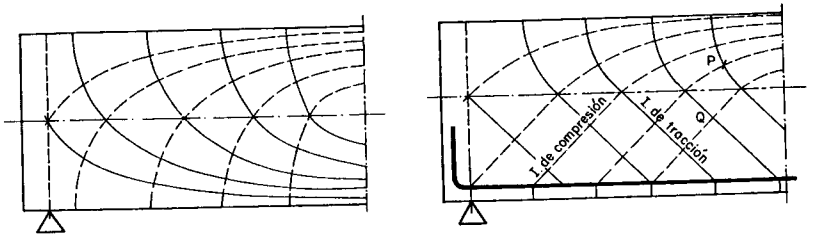
$$\tau_y \cdot b_y = \frac{V}{z}$$

valor que proporcionará la máxima τ_y en las secciones rectangulares.

Debe, no obstante, advertirse que si la armadura ha alcanzado su límite elástico, esta simplificación deja de ser aplicable. En flexión simple y en la zona de hormigón traccionado, al suponer N_s constante y, por tanto, N_c constante, resultaría, en efecto, $\tau_y = 0$. Pero esto tampoco es exacto, ya que la tracción en la armadura, N_s, varía en virtud de la fisuración, resultando muy complejo el cálculo de tensiones tangenciales. En el apartado 19.5 se estudian los distintos mecanismos resistentes que aparecen en este caso.

4.° TENSIONES PRINCIPALES

Una vez conocida la variación de tensiones tangenciales y normales en las distintas fibras, pueden determinarse las tensiones principales en cualquier punto de la pieza, bien analíticamente o bien mediante el círculo de Mohr. A continuación se obtienen dichas tensiones en dos puntos, uno P situado en la zona de compresión y otro Q en la de tracción (fig. 19.5*b*).



a) Hormigón sin fisurar b) Hormigón fisurado

Figura 19.5 Red de isostáticas en la zona próxima al apoyo

En un punto P de la zona comprimida, si consideramos el paralelepípedo elemental de la figura 19.6*a*, que está sometido a las tensiones σ_y y τ_y, mediante el círculo de Mohr pueden calcularse fácilmente las correspondientes tensiones principales, σ_I de compresión y σ_{II} de tracción:

$$\sigma_I = \frac{\sigma_y}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{4} + \tau_y^2}$$

$$\sigma_{II} = \frac{\sigma_y}{2} - \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{4} + \tau_y^2}$$

$$tg\ 2\alpha = \frac{2 \cdot \tau_y}{\sigma_y}$$

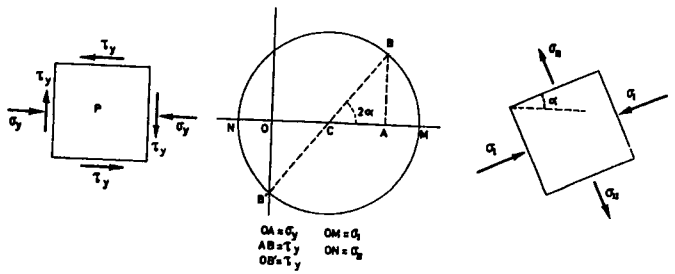


Figura 19.6 Paralelepípedo elemental y círculo de Mohr

En un punto Q de la zona de tracción, supuesta fisurada, el paralelepípedo elemental (fig. 19.6*b*) está sometido a las tensiones $\sigma_y = 0$ y τ_1, y las tensiones principales calculadas mediante el círculo de Mohr son:

$$\begin{aligned} \sigma_I &= \tau_1 \\ \sigma_{II} &= -\tau_1 \\ \alpha &= 45^\circ \end{aligned}$$

Se llaman *líneas isostáticas* las envolventes de las tensiones principales. Las isostáticas de tracción y de compresión constituyen dos familias de curvas ortogonales, tales que por cada punto de la pieza pasa una isostática de cada familia. En la figura 19.5*a* se han dibujado las isostáticas de una viga simplemente apoyada sin fisurar (obtenidas en el supuesto de que la reacción de apoyo se distribuye parabólicamente a lo largo de la altura en la sección de apoyo), y en la figura 19.5*b* las correspondientes a una pieza en la que el hormigón está fisurado (obtenidas en un supuesto análogo).

5.° TENSIONES EN LAS ALAS DE SECCIONES EN T

Sea la sección en T de la figura 19.7. En la sección A B C D de la misma paralela a la directriz actuará una tensión tangencial que puede suponerse constante con el valor medio τ_f. En efecto, al considerar el equilibrio de la parte de rebanada A B C D - A' B' C' D', de espesor ds, se deduce que debe aparecer un *esfuerzo rasante* $\tau_f \cdot h_f \cdot ds$ que compense la diferencia de esfuerzos sobre las caras de la misma, dN_f, o sea:

$$\tau_f \cdot h_f \cdot ds + N_f = N_f + dN_f,$$

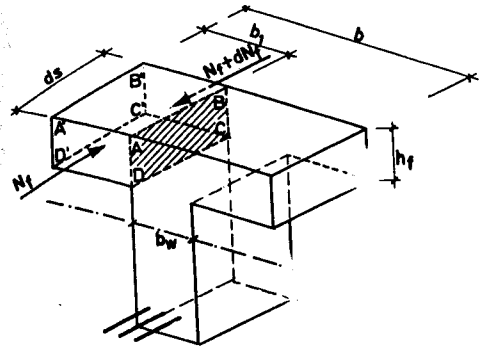


Figura 19.7 Tensiones tangenciales en el ala de compresión de una viga T

siendo N_f la parte de compresión que absorbe el ala considerada. De aquí se deduce:

$$\tau_f \cdot h_f = \frac{d}{ds} N_f .$$

Ahora bien, puede suponerse, en primera aproximación:

$$N_f = N \frac{b_1}{b},$$

con los siguientes significados:

N = la compresión total en la cabeza de la T;
b = el ancho eficaz de dicha cabeza;
b_1 = el vuelo eficaz del ala considerada.

Queda, por lo tanto:

$$\tau_f \cdot h_f = \frac{d}{ds}\left(N \frac{b_1}{b} \right) = \frac{b_1}{b} \tau_w \cdot b_w ,$$

siendo τ_w la tensión cortante correspondiente al alma de ancho b_w. Esta expresión podría haberse obtenido directamente considerando el equilibrio de *fuerzas cortantes a todo ancho* en la cabeza.

Análogamente sucede en las alas en tracción de secciones en doble T, en T invertida, o en secciones en T en zonas de momentos negativos. Así, en la sección *a-d* de la viga en T representada en la figura 19.8 actuará un *esfuerzo rasante* de valor:

$$\tau_f \cdot h_f = \frac{U_f}{U_{tot}} \tau_w \cdot b_w$$

siendo U_f y U_{tot} las capacidades mecánicas de las armaduras longitudinales existentes en la parte del ala considerada, y en toda el ala en tracción, respectivamente.

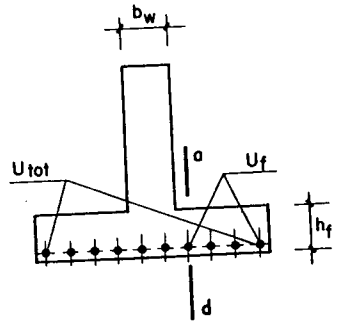


Figura 19.8 Ala de tracción de una viga T

19.3 Comportamiento básico de las armaduras transversales

1.° GENERALIDADES. ANALOGÍA DE LA CELOSÍA

A continuación se va a exponer el mecanismo resistente básico mediante el cual el hormigón y las armaduras soportan conjuntamente el esfuerzo cortante en el caso más simple de una viga esbelta de sección constante. Más adelante (apartado 19.10) se darán algunas indicaciones sobre el comportamiento de otras piezas.

La forma en que la pieza resiste al esfuerzo cortante está condicionada por la disposición que se adopte para las armaduras transversales. Podría creerse que la disposición idónea es la de armaduras que siguen las trayectorias de las tensiones principales isostáticas de tracción (fig. 19.5). Esto no es así, en primer lugar, por la complicación que llevaría consigo; y, además, porque de esa manera se garantizaría el equilibrio (y sólo para una posición de las cargas), pero no la compatibilidad de las deformaciones, ya que las armaduras, para absorber las tensiones que les corresponden, habrían de deformarse considerablemente más que el hormigón, lo cual ocasionaría la fisuración de éste y las consiguientes redistribuciones de tensiones.

La disposición que se adopta generalmente es la de armaduras transversales constituidas por estribos, a los que a veces se añaden barras levantadas. Los estribos son verticales (esto es, perpendiculares a la directriz de la pieza) o, excepcionalmente, inclinados; y son independientes de las armaduras longitudinales de tracción y compresión, a las que rodean, teniendo un diámetro inferior a las mismas. Las barras levantadas son barras de la armadura en tracción que, allí donde dejan de ser necesarias para resistir el momento flector, se doblan a 45° y se suben hasta la cabeza comprimida para anclarlas o prolongarlas formando parte de la armadura longitudinal de dicha cabeza.

Tanto los estribos como las barras levantadas tienen el mismo cometido: servir de montantes o de diagonales traccionados de una celosía o triangulación virtual (fig. 19.9), cuyo cordón superior está constituido por la cabeza comprimida del hormigón, el cordón inferior por la armadura en tracción, y las diagonales comprimidas por bielas inclinadas de hormigón. Estas bielas pueden suponerse rectas, ya que las fisuras lo son aproximadamente, por seguir las isostáticas (fig. 19.5*b*).

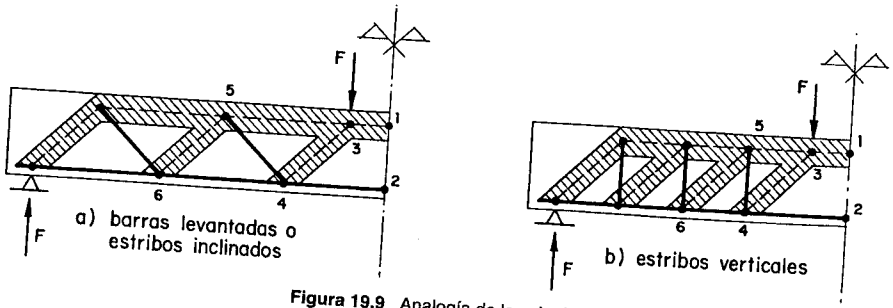


Figura 19.9 Analogía de la celosía

El funcionamiento de este mecanismo de celosía, ideado por Mörsch, es fácil de visualizar. La carga F se descompone en sendas compresiones en la cabeza 3-1 y en la biela 3-4. La parte transmitida por la biela (cuya componente vertical es igual a F), origina a su vez tracciones en la armadura inferior 4-2 y en el montante o diagonal 4-5. Este último recoge, por decirlo así, la componente vertical íntegra de la biela (que sigue siendo igual a F), y la transmite de nuevo a

la cabeza superior, colgándola del nudo 5. En este nudo se produce una descomposición análoga a la inicialmente explicada, de la que resultan nuevas compresiones sobre la cabeza 5-1 y sobre la biela 5-6. La componente vertical (que no es sino el esfuerzo cortante) se transmite, pues, desde la carga hasta el apoyo subiendo y bajando de una a otra de las cabezas.

En una viga normal suelen disponerse estribos (y a veces barras levantadas) separados a distancias más cortas que las de la figura 19.9 *b*, es decir, menores de un canto útil. El mecanismo real (bajo carga repartida) puede entonces considerarse formado por la superposición de varias celosías de los tipos mencionados.

Para las bielas de hormigón se suponía tradicionalmente una inclinación β de 45° con respecto a la directriz de la viga, pero ensayos de Leonhardt han demostrado que este ángulo puede bajar hasta los 30°, lo que mejora la eficacia a cortante de la armadura transversal, como se verá seguidamente.

2.° CORTANTE RESISTIDO POR LAS ARMADURAS TRANSVERSALES

Sea un trozo de viga solicitado por un esfuerzo cortante V_s (fig. 19.10), que en principio se supone que es resistido exclusivamente por la acción de la celosía. Para mayor generalidad se supone que las armaduras transversales forman un ángulo cualquiera α con la directriz de la pieza, y que el hormigón está fisurado formando bielas inclinadas un ángulo β con respecto a dicha directriz.

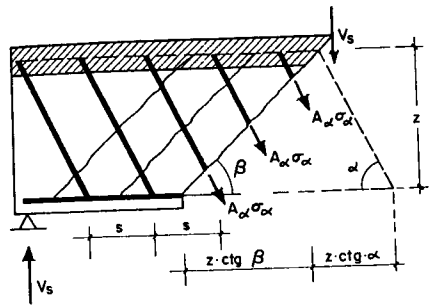


Figura 19.10 Las armaduras transversales deben equilibrar el esfuerzo cortante

El número de armaduras transversales que cosen cada fisura es:

$$n = \frac{z}{s}(cotg\,\beta + cotg\,\alpha),$$

con los siguientes significados:

s = separación horizontal entre los planos de armaduras transversales;
z = brazo mecánico.

El cortante resistido se obtiene proyectando verticalmente el esfuerzo total de las armaduras:

$$V_s = n \cdot A_\alpha \cdot \sigma_\alpha \cdot \operatorname{sen}\alpha,$$

con los siguientes significados:

A_α = sección recta de las armaduras situadas en cada plano inclinado;
σ_α = tensión de trabajo de las mismas.

Sustituyendo se obtiene:

$$V_s = \frac{z}{s}\,(\operatorname{cotg}\beta \cdot \operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)\,A_\alpha \cdot \sigma_\alpha$$

En la tabla 19.1 se indican los valores de los cortantes resistidos por la armadura transversal formada, bien por estribos verticales, que es el caso más frecuente, o bien mediante estribos inclinados o barras levantadas.

TABLA 19.1

CORTANTE V_s RESISTIDO POR LAS ARMADURAS TRANSVERSALES

Tipo de armadura transversal	α	$\beta = 45°$	$\beta = 30°$
Estribos verticales	90°	$\frac{z}{s} A_{90} \cdot \sigma_{90}$	$1{,}73 \frac{z}{s} A_{90} \cdot \sigma_{90}$
Estribos inclinados	60°	$1{,}37 \frac{z}{s} A_{60} \cdot \sigma_{60}$	$2{,}00 \frac{z}{s} A_{60} \cdot \sigma_{60}$
Barras levantadas	45°	$\sqrt{2} \frac{z}{s} A_{45} \cdot \sigma_{45}$	$1{,}93 \frac{z}{s} A_{45} \cdot \sigma_{45}$

Como puede verse, las barras levantadas absorben más cortante que los estribos verticales a iguales áreas y separaciones; a cambio, la longitud de las barras levantadas, en el plano de la viga, es mayor que la de los estribos, y precisamente en la misma proporción ($\sqrt{2}$).

También se observa que si el ángulo β formado por las bielas disminuye, aumenta considerablemente el esfuerzo cortante resistido por los estribos y las barras levantadas, especialmente en el caso de los estribos.

3.° COMPRESIONES EN EL HORMIGÓN DEL ALMA

Al mismo tiempo que se originan tracciones en diagonales y montantes, el mecanismo de la celosía da lugar a tensiones de compresión en las bielas de hormigón, siendo necesario comprobar que las mismas no son excesivamente elevadas, lo que originaría su rotura por aplastamiento.

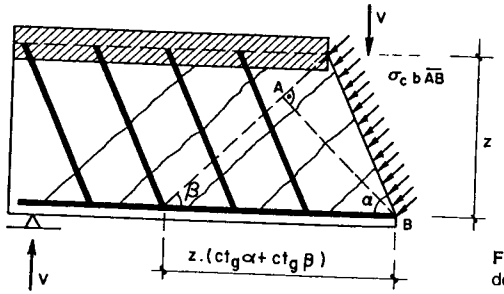


Figura 19.11 Las bielas de hormigón comprimido deben equilibrar el esfuerzo cortante

Si se considera una sección virtual en el plano de una armadura transversal (fig. 19.11), sobre el hormigón actuará la compresión oblicua σ_c. La proyección sobre la vertical de la resultante de estas compresiones debe equilibrar al cortante V; es decir:

$$V = \sigma_c \cdot b \cdot \overline{AB} \cdot \operatorname{sen} \beta = \sigma_c \cdot b \cdot z \cdot \operatorname{sen}^2 \beta \cdot (\operatorname{cotg} \alpha + \operatorname{cotg} \beta)$$

Despejando σ_c se obtiene:

$$\sigma_c = \frac{V}{b \cdot z} \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \beta (\operatorname{cotg} \alpha + \operatorname{cotg} \beta)} = \tau \frac{1 + \operatorname{cotg}^2 \beta}{\operatorname{cotg} \alpha + \operatorname{cotg} \beta},$$

siendo τ la tensión tangencial máxima en flexión simple. El valor σ_c de la compresión oblicua en el hormigón del alma debe conservarse inferior al máximo admisible; en caso contrario será necesario aumentar las dimensiones de la sección.

En la tabla 19.2 se han calculado las compresiones σ_c para distintos valores de α y β. En ella puede apreciarse que con estribos verticales se obtienen mayores tensiones de compresión en el hormigón que con barras levantadas o que con estribos inclinados. Por ello en el caso de vigas de alma esbelta (T o doble T) fuertemente solicitadas a cortante, puede ser conveniente disponer como armadura transversal estribos inclinados. También se aprecia que si el ángulo β formado por las bielas disminuye, aumenta la compresión oblicua sobre el hormigón σ_c.

TABLA 19.2

TENSIONES DE COMPRESIÓN σ_c EN EL HORMIGÓN DEL ALMA

Tipo de armadura transversal	α	$\beta = 45°$	$\beta = 30°$
Estribos verticales	90°	2 τ	2,31 τ
Estribos inclinados	60°	1,27 τ	1,73 τ
Barras levantadas	45°	τ	1,47 τ

4.° DECALAJE DE LA LEY DE ESFUERZOS

Por efecto del trabajo en celosía se modifican los esfuerzos axiles en las cabezas de la viga con respecto a los que se producirían en el trabajo a flexión de la misma, aumentándose los esfuerzos en la armadura de tracción y reduciéndose los existentes en la zona comprimida de hormigón, como se verá a continuación.

En la figura 19.12*a* se considera un trozo de viga fisurada, sometido al cortante V_s. En la sección AA de la misma actúan las fuerzas que aparecen en la figura. Las armaduras transversales se suponen continuamente distribuidas entre los puntos 1 y 2, por lo cual puede suponerse que la resultante de las fuerzas en las mismas actúa en el punto medio M, a mitad de la altura z. Esa resultante es una fuerza inclinada en la dirección de las armaduras, de valor $V_s/\operatorname{sen}\alpha$ y componentes V_s (vertical) y $V_s \cdot \operatorname{cotg}\alpha$ (horizontal). Al expresar el equilibrio de momentos alrededor del punto P resulta:

$$z \cdot N_s - \left(a + \frac{z}{2} \operatorname{cotg} \beta \right) \cdot V_s + \frac{z}{2} \cdot V_s \operatorname{cotg} \alpha = 0,$$

de donde puede obtenerse el esfuerzo en la armadura traccionada, a la distancia a del apoyo:

$$N_s = \frac{V_s}{z} \left[a + \frac{z}{2} (\operatorname{cotg} \beta - \operatorname{cotg} \alpha) \right].$$

Al comparar esta expresión con la que se obtendría considerando un trozo de viga sin fisurar (fig. 19.12*b*):

$$N_s = \frac{V_s}{z} a,$$

resulta que se ha producido un *decalaje de la ley de esfuerzos de la armadura traccionada*, de valor:

$$v = \frac{z}{2} (\operatorname{cotg} \beta - \operatorname{cotg} \alpha).$$

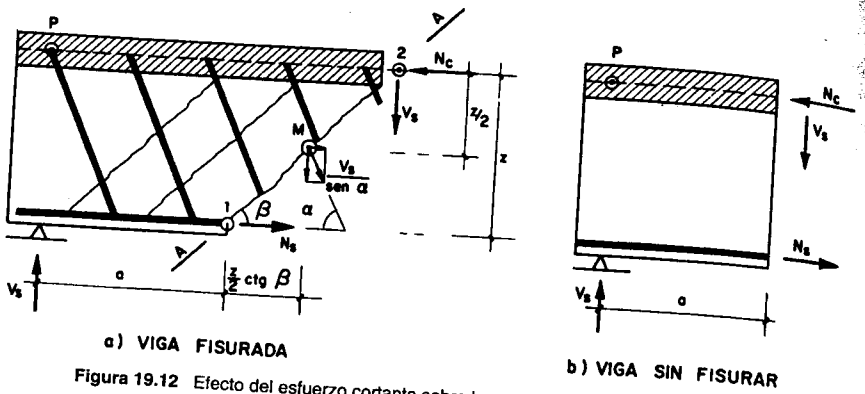


Figura 19.12 Efecto del esfuerzo cortante sobre la armadura longitudinal (efecto decalaje)

En la tabla 19.3 se recogen los valores del decalaje para diversos valores de α y β. En dicha tabla puede verse que, en el caso de estribos verticales, el decalaje es máximo.

TABLA 19.3

DECALAJE v DE LA LEY DE ESFUERZOS EN LA ARMADURA TRACCIONADA

Tipo de armadura transversal	α	$\beta = 45°$	$\beta = 30°$
Estribos verticales	90°	0,50 z	0,87 z
Estribos inclinados	60°	0,29 z	0,58 z
Barras levantadas	45°	0	0,37 z

En la deducción anterior se ha supuesto que todo el cortante actuante era resistido por la celosía, es decir, que $V_d = V_s$. La Instrucción española da, para el decalaje, el valor:

$$v = z\left[\operatorname{cotg}\beta - \frac{V_s}{2V_d}(\operatorname{cotg}\beta + \operatorname{cotg}\alpha)\right]$$

obtenido teniendo en cuenta que parte del cortante actuante se resiste por la contribución del hormigón (véase 19.6-3.°), y por tanto $V_s < V_d$. La expresión de la Instrucción española coincide con la obtenida si en ella se pone $V_d = V_s$.

En la práctica es frecuente adoptar el decalaje $v = d \approx 1{,}15\ z$. Dicho valor es bastante seguro incluso para valores bajos de β y se justifica teniendo en cuenta que el efecto de la separación s entre barras transversales (la cual ha sido supuesta igual a cero en la deducción teórica anterior) puede aumentar el decalaje en $s/2$.

19.4 Dimensionamiento por el método clásico (tensiones admisibles)

1.° GENERALIDADES

En el dimensionamiento a esfuerzo cortante, según el antiguo método clásico, se comparan las tensiones tangenciales que se producen para la solicitación de servicio con las correspondientes

tensiones admisibles, y en el cálculo de las armaduras necesarias no se tiene en cuenta la contribución del hormigón una vez que éste se ha fisurado.

No obstante, resulta posible, en ciertos casos, adoptar un valor *reducido* para el cortante que deben resistir las armaduras transversales, lo cual es en cierto modo equivalente a aceptar alguna colaboración del hormigón.

2.° TENSIONES ADMISIBLES Y CASOS DE DIMENSIONAMIENTO

Se obtiene ante todo la *tensión tangencial* máxima para la solicitación de servicio más desfavorable. Como se vio en el apartado 19.2, en el caso de flexión simple resulta:

$$\tau_o = \frac{V}{b_o \cdot z},$$

siendo b_o el ancho mínimo por debajo de la fibra neutra.

Se obtiene, por otra parte, el valor de la resistencia a flexotracción del hormigón de que se trate, que va a servir como referencia (véase 5.5-2.°):

$$f_{ct} = 0{,}21\sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

En la expresión anterior, tanto f_{ck} como f_{ct} se expresan en N/mm^2. Al comparar la tensión tangencial máxima τ_o con f_{ct} pueden presentarse dos casos:

a) *Caso* 1

$$\tau_o \le \tau_{adm} = \frac{f_{ct}}{3}$$

En este caso basta con disponer las armaduras transversales necesarias por razones constructivas, no siendo necesaria su comprobación frente al esfuerzo cortante.

La limitación anterior es válida en caso de piezas prismáticas (vigas y soportes). En caso de placas, losas y zapatas es habitual no disponer armaduras transversales, ni siquiera constructivas. Al no contar con ninguna armadura transversal, conviene disminuir la tensión admisible en estas piezas al valor:

$$\tau_{adm} = \frac{f_{ct}}{4}$$

y, cuando no se cumpla esta limitación, deberán disponerse armaduras tranversales dimensionadas de acuerdo con el caso 2.

b) *Caso* 2

$$\tau_o > \tau_{adm}$$

En este caso debe suponerse que el hormigón está fisurado y es incapaz de resistir el cortante, de forma que éste tiene que ser resistido enteramente por las armaduras transversales. Para el dimensionamiento de las mismas se utilizará la analogía de la celosía, adoptando como inclinación de las bielas el valor $\beta = 45°$.

Aplicando la ecuación deducida en el apartado 19.3 para el cortante resistido por las armaduras:

$$V_s = \frac{z}{s}(\operatorname{cotg}\beta \operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)\, A_\alpha \cdot \sigma_\alpha,$$

y teniendo en cuenta que cotg $\beta = 1$; que $V_s = V$ = cortante total de servicio, por suponerse que el hormigón no colabora; y que $\sigma_\alpha = \sigma_{st,adm}$ (tensión admisible para la armadura transversal), puesto que se trata de un dimensionamiento, resulta la siguiente expresión para el esfuerzo que debe absorber la armadura transversal en cada plano de armado:

$$A_\alpha \cdot \sigma_{st,adm} = \frac{V \cdot s}{z\,(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)} = \frac{A_v}{z\,(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)}$$

siendo A_v el área de la zona B' C' B" C" del diagrama de esfuerzos cortantes (fig. 19.13), correspondiente a la acción de las barras del plano de armado considerado.

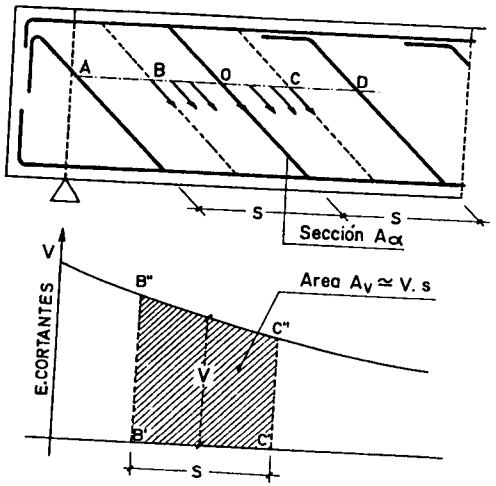


Figura 19.13 Esfuerzo cortante absorbido por la armadura transversal en teoría clásica

El esfuerzo $A_\alpha \cdot \sigma_{st,adm}$ que debe absorber la armadura es un concepto paralelo, en la teoría clásica de tensiones admisibles, al concepto de la capacidad mecánica de la armadura en la teoría de rotura. En el caso de estribos verticales, $\alpha = 90°$, se obtiene la conocida fórmula:

$$A_{90} \cdot \sigma_{st,adm} = \frac{V \cdot s}{z}$$

y en el caso de barras levantadas a 45°:

$$A_{45} \cdot \sigma_{st,adm} = \frac{V \cdot s}{z\sqrt{2}}$$

Como tensión admisible del acero para armaduras transversales puede tomarse:

$$\sigma_{st,adm} = \frac{f_y}{2}$$

Ahora bien, según sea el valor de τ_o pueden distinguirse dos subcasos:

- *Caso 2a*

$$\tau_{adm} < \tau_o \le f_{ct}$$

En este subcaso, y para tener en cuenta de una forma sencilla el efecto favorable de que el ángulo β de inclinación de las bielas baja normalmente de 45°, puede aplicarse al cortante *un coeficiente de reducción* η en el dimensionamiento, resultando:

$$A_\alpha \cdot \sigma_{st,adm} = \frac{\eta \cdot V \cdot s}{z\,(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)} = \frac{\eta \cdot A_v}{z\,(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)}$$

Como valor del coeficiente de reducción puede tomarse:

$$\eta = \frac{\tau_o}{f_{ct}}$$

es decir, la relación entre la tensión tangencial actuante y la resistencia del hormigón a flexotracción, que marca el límite del subcaso. No se aplicará reducción al cortante en el caso de secciones en tracción compuesta (toda la sección traccionada).

- *Caso 2b*

$$f_{ct} < \tau_o \le 1{,}5\, f_{ct}$$

En este caso no puede aplicarse reducción al cortante, es decir, hay que dimensionar con $\eta = 1$.

Por último, si se sobrepasa el valor límite $1{,}5\, f_{ct}$, el hormigón puede fallar por compresión en el alma, independientemente de la armadura transversal existente. Es por lo tanto necesario aumentar la sección de hormigón del alma.

Estos distintos casos pueden darse simultáneamente en distintas zonas de un mismo elemento de hormigón sometidas a distintas tensiones tangenciales máximas, en cuyo caso será necesario adoptar dimensionamientos distintos en dichas zonas.

19.5 Comportamiento a cortante en rotura de vigas sin armaduras transversales

Antes de estudiar el dimensionamiento a cortante en el estado límite último, lo que se hará en los apartados siguientes (19.6 y 19.7), es preciso adelantar que, a diferencia de lo que sucedía en el cálculo clásico en servicio visto en el apartado anterior (19.4), en el cálculo en rotura se admite la colaboración del hormigón, resultando una fórmula aditiva que suma la contribución del mismo a la de las armaduras. Este apartado se dedica a examinar las razones de esta forma de proceder y los mecanismos en los se fundamenta.

La contribución del hormigón V_c se basa en varios efectos, que han sido estudiados ensayando hasta rotura vigas sin armaduras transversales, y son, por lo tanto, independientes del efecto de la celosía. Los más importantes y mejor conocidos de estos efectos (fig. 19.14) son los siguientes:

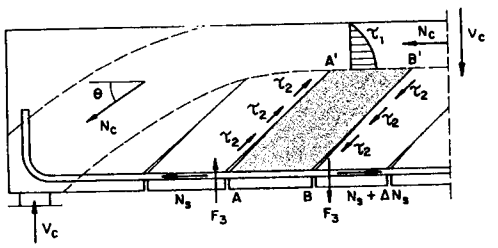


Figura 19.14 Efectos que contribuyen a la resistencia del hormigón a esfuerzo cortante en una sección fisurada

44672

a) Resistencia a cortante de la cabeza comprimida

En las piezas a flexión existe una zona superior a la que no llegan las fisuras, y en esta zona (cabeza comprimida) aparecen tensiones tangenciales τ_1 que contribuyen a resistir el cortante V_c (ver apartado 19.2-3.°). Esta resistencia depende de la resistencia del hormigón a tracción f_{ct}, y, por consiguiente, también de la resistencia característica a compresión f_{ck}.

b) Efecto arco

La cabeza comprimida se inclina en las proximidades del apoyo (zona de máximo cortante), por lo que la compresión longitudinal en dicha cabeza, N_c, tiene una componente vertical $N_c \cdot \operatorname{sen} \theta$ que contribuye a resistir el cortante V_c, transmitiéndolo al apoyo. Se forma así en la viga un arco atirantado. Este efecto, por el que se resiste entre el 20 y el 40 por 100 de V_c, dependiendo de la relación entre el canto y la luz de la viga, está fuertemente condicionado por la capacidad de la armadura longitudinal que llega al apoyo y actúa como tirante del arco.

c) Efecto de engranamiento de áridos

Las bielas, o zonas de hormigón entre dos fisuras de flexión, son capaces de resistir un cierto esfuerzo cortante. La biela $AA'BB'$ (fig. 19.14) puede considerarse como una ménsula empotrada en la cabeza comprimida –su sección de empotramiento es la $A'B'$– y sometida a una fuerza ΔN_s situada a la altura de la armadura principal. La deformación de la ménsula exige un alargamiento de la fibra $A'A$ y un acortamiento de la $B'B$. Tanto al alargamiento como al acortamiento se opone el engranamiento de los áridos que cosen entre sí las dos caras de la fisura, produciendo unas tensiones τ_2. Este efecto, que cubre del 30 al 50 por 100 de V_c, depende de la fracción de árido grueso y del canto útil de la viga. Para una misma fracción, el efecto es mayor (en términos relativos) en vigas de pequeño canto, placas y losas (h = 0,20 m) que en vigas de grandes cantos (h = 1 m), lo que se tiene en cuenta en el cálculo a través de un coeficiente ξ (ver 19.6-2.°).

d) Efecto pasador

La biela $AA'BB'$ está también rigidizada por la propia armadura longitudinal, que la atraviesa como el pasador de un cerrojo y la cose, oponiéndose a su deformación mediante unas fuerzas rasantes F_3 análogas a las tensiones τ_2. Este efecto cubre entre el 15 y el 25 por 100 de V_c.

En virtud de estos efectos resulta que el hormigón puede resistir, en la situación de rotura, un esfuerzo cortante V_{cu}, por lo que la resistencia última a cortante V_u de una pieza con armaduras transversales tendrá dos términos:

$$V_u = V_{cu} + V_{su}$$

de los cuales el primero, V_{cu}, expresa la capacidad a cortante del hormigón y el segundo, V_{su}, la de las armaduras transversales. El trabajo en celosía del conjunto hormigón–armaduras transversales no aumenta las tensiones tangenciales en el hormigón, puesto que sólo crea en el mismo (en primera aproximación) compresiones inclinadas según las bielas, mientras las armaduras transversales recogen las tracciones. Únicamente será necesario comprobar que las citadas compresiones no llegan a agotar al hormigón por aplastamiento.

19.6 Dimensionamiento según la Instrucción española

De acuerdo con la Instrucción española, una pieza está en buenas condiciones a cortante si se verifican las dos condiciones:

$$V_{rd} \le V_{u1}$$
$$V_{rd} \le V_{u2}$$

El primer miembro de estas ecuaciones es el *esfuerzo cortante reducido de cálculo:*

$$V_{rd} = V_d + V_{pd} + V_{cd}$$

es decir, el esfuerzo cortante actuante de cálculo V_d al que se le deben añadir, en casos excepcionales, los términos V_{pd} (componente de la fuerza de pretensado en piezas pretensadas) y V_{cd} (componente de tracciones y compresiones inclinadas en las cabezas en piezas de canto variable). Este último (véase el apartado 19.10-1.°) suele ser negativo; de ahí que el cortante V_{rd} se llame *reducido*. En el caso normal de piezas de hormigón armado de canto constante es simplemente $V_{rd} = V_d$.

Este cortante actuante de cálculo no debe superar dos valores del esfuerzo último o resistente de la sección a cortante, que se examinan a continuación por separado. El primero, V_{u1}, corresponde al agotamiento por *compresión oblicua del alma* (bielas) y se comprueba en una sección situada sobre el borde del apoyo (no en su eje). El segundo, V_{u2}, corresponde al agotamiento por *tracción del alma* y se comprueba en una sección situada a una distancia igual al canto útil d del borde del apoyo.

1.° AGOTAMIENTO POR COMPRESIÓN OBLICUA DEL ALMA

La comprobación del posible agotamiento a cortante por compresión oblicua del alma no es necesaria en piezas sin armadura de cortante (losas, zapatas, etc.), ya que en estas piezas, que serán tratadas en el punto 2.° siguiente, se alcanza antes el agotamiento a cortante por tracción del alma $V_{u2} = V_{cu}$.

Según la Instrucción española, el *esfuerzo cortante último por compresión oblicua del alma* viene dado por la expresión:[1]

$$V_{u1} = 0{,}60 f_{cd} \cdot b_o \cdot d \cdot k \cdot \frac{\operatorname{cotg}\beta + \operatorname{cotg}\alpha}{1 + \operatorname{cotg}^2 \beta}$$

siendo:

- b_o = ancho del alma del elemento;
- d = canto útil;
- k = coeficiente de reducción por efecto del esfuerzo axil, si existe;
- α = ángulo de las armaduras transversales con el eje de la pieza;
- β = ángulo de las bielas de compresión con el eje de la pieza.

Con respecto al ancho del alma, para secciones de ancho variable deberá tomarse para b_o el menor ancho que presente la sección en una altura igual a los ¾ del canto útil contados a partir de la armadura de tracción (fig. 19.15).

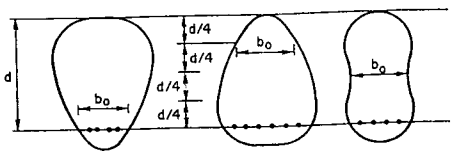


Figura 19.15 Valor del ancho b_o en secciones de ancho variable

[1] Esta expresión se deriva de la fórmula obtenida en 19.3-3.° para la compresión σ_c de las bielas oblicuas de hormigón tomando un brazo $z \approx 0{,}9d$, limitando σ_c al valor $0{,}67 f_{cd}$ y añadiendo un coeficiente k para tener en cuenta la posible existencia de esfuerzos axiles.

El coeficiente de reducción por efecto del esfuerzo axil en casos normales valdrá $k = 1$. En el caso de piezas con un esfuerzo axil significativo (pilares) o pretensadas se tomará:

$$k = \frac{5}{3}\left(1 - \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}}\right) \geq 1$$

donde:

σ'_{cd} = N_d / A_c es la tensión de compresión axil efectiva (si fuera tracción se tomaría negativa);
N_d = esfuerzo axil de cálculo, incluyendo el pretensado con su valor de cálculo;
A_c = área total de la sección de hormigón.

Como puede comprobarse, el coeficiente k de reducción vale 1 para valores de la tensión de compresión σ'_{cd} no mayores de $0{,}4 f_{cd}$ (y, con mayor razón, para el caso de esfuerzo axil N_d de tracción). Únicamente cuando σ_{cd} supere $0{,}4 f_{cd}$ comienza a ser operante este coeficiente, al resultar en estos casos $k < 1$.

El ángulo de las bielas con el eje de la pieza, β, puede elegirse libremente por el proyectista entre los límites:

$$0{,}5 \leq \operatorname{cotg} \beta \leq 2$$

lo que equivale, aproximadamente, a $27° \leq \beta \leq 63°$.

Esta libertad de elección de β por el proyectista, incorporada en la Instrucción española del año 99, le permite aprovechar los efectos beneficiosos de la inclinación de las bielas (véase apartado 19.3) y ha sido tomada de normas internacionales como el Eurocódigo (apartado 19.7) y el Código Modelo, que ya la venían incorporando.

En el caso habitual de edificación, con piezas de hormigón armado en flexión simple o con axiles despreciables, armadas con cercos o estribos ($\alpha = 90°$) y eligiendo $\beta = 45°$, el cortante último por agotamiento de las bielas resulta:

$$V_{u1} = 0{,}30 f_{cd} \cdot b_o \cdot d$$

En un comentario, la Instrucción española admite extender el uso de esta fórmula a los pilares de edificación de dimensiones y solicitaciones habituales, aunque en ellos no sea despreciable el axil (en realidad los pilares habituales de edificación no están sometidos a cortantes importantes, por lo que la limitación del cortante V_{u1} no suele ser relevante para ellos).

2.° AGOTAMIENTO DE PIEZAS SIN ARMADURA DE CORTANTE

En el caso de piezas sin armaduras transversales de cortante, como son las placas, losas, zapatas, muros, etc., basta con realizar una sola comprobación a cortante: la del agotamiento por tracción del alma. El *esfuerzo cortante último por tracción del alma* vale, según la Instrucción española:

$$V_{u2} = V_{cu} = (f_{cv} + 0{,}15\, \sigma'_{cd}) \cdot b_o \cdot d$$

siendo f_{cv} la resistencia virtual a cortante del hormigón (ver tabla 19.4), dada por la expresión:

$$f_{cv} = 0{,}12\, \xi \cdot (100\, \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3}$$

En estas fórmulas se utilizan las siguientes notaciones:

f_{ck} = resistencia característica del hormigón, expresada en N/mm²;
σ'_{cd} = N_d/A_c es la tensión de compresión axil efectiva (si fuera tracción se tomaría negativa), si existe, del hormigón;
ξ = coeficiente que tiene en cuenta la influencia del canto útil en el efecto del engranamiento de áridos (apartado 19.5 párrafo *c*);
ρ_l = cuantía geométrica de la armadura longitudinal de tracción, que posibilita la resistencia por el efecto arco y por el efecto pasador (apartado 19.5 párrafos *b* y *d*).

El coeficiente ξ puede obtenerse mediante:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$$

en la que el canto útil d debe expresarse en mm. La cuantía ρ_l vale:

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_o \cdot d} \geq 0{,}02$$

siendo A_{sl} el área de la armadura longitudinal de tracción anclada a una distancia igual o mayor que d a partir de la sección en la que se comprueba el cortante (sección V de la fig. 19.16).

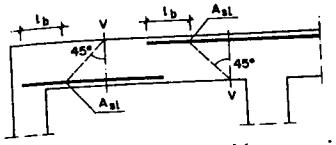


Figura 19.16 Esfuerzo cortante y longitud de anclaje de la armadura principal

En el caso habitual de edificación, con piezas de hormigón armado en flexión simple o con axiles pequeños, despreciando la tensión normal σ'_{cd}, el esfuerzo cortante último vale:

$$V_{u2} = V_{cu} = f_{cv} \cdot b_o \cdot d$$

En la tabla 19.4 se indican los valores de la resistencia virtual a cortante f_{cv} de piezas sin armadura transversal, para un hormigón HA-25 (f_{ck} = 25 N/mm²) y distintos valores del canto útil d y de la cuantía de la armadura longitudinal ρ_l.

TABLA 19.4

RESISTENCIA VIRTUAL A CORTANTE f_{cv}, EN N/mm², SEGÚN LA INSTRUCCIÓN ESPAÑOLA, PARA PIEZAS SIN ARMADURA TRANSVERSAL DE HORMIGÓN HA-25

Canto útil d (cm)	*Cuantía porcentual de la armadura longitudinal, 100·ρ_l*				
	0,00*	0,50	1,00	1,50	≥ 2,00
7	0,00	0,75	0,94	1,08	1,19
9	0,00	0,69	0,87	1,00	1,10
12	0,00	0,64	0,80	0,92	1,01
16	0,00	0,59	0,74	0,85	0,94
21	0,00	0,55	0,69	0,79	0,87
26	0,00	0,52	0,66	0,75	0,83
31	0,00	0,50	0,63	0,72	0,80
36	0,00	0,49	0,61	0,70	0,77

* Se incluye esta columna a los únicos efectos de permitir la interpolación para cuantías menores de 0,50%

Si al comprobar a cortante una pieza sin armadura transversal no se cumple la condición $V_{rd} \leq V_{cu}$, será necesario aumentar el canto, el ancho o la armadura longitudinal hasta cumplirla. Si no es posible, deberá disponerse armadura transversal a cortante y la comprobación se hará de acuerdo con el punto 3.° siguiente.

3.° AGOTAMIENTO DE PIEZAS CON ARMADURA DE CORTANTE

El esfuerzo cortante último de vigas y otras piezas con armadura transversal vale, según la Instrucción española:

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$$

en donde el primer término del segundo miembro es la contribución del hormigón y el segundo la de las armaduras transversales.

a) *Como contribución de las armaduras transversales* debe tomarse:

$$V_{su} = z \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot (\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}\beta) \cdot \sum A_\alpha \cdot f_{ya,d}$$

con:

z = brazo mecánico, para el que puede tomarse el valor aproximado $z = 0{,}9\,d$;
A_α = área, por unidad de longitud de viga, de cada grupo de armaduras que forman un ángulo α con la directriz;
$f_{ya,d}$ = resistencia de cálculo de la armadura A_α, que no se tomará superior a 400 N/mm².

En el caso habitual de piezas de estructuras de edificación armadas con cercos o estribos normales a la directriz ($\alpha = 90°$), situados en planos en los que el área total de estribos es A_t separados entre sí una distancia s_t, y suponiendo un ángulo de las bielas $\beta = 45°$, resulta:

$$V_{su} = \frac{0{,}9d}{s_t} A_t \cdot f_{yd}$$

mientras que si las armaduras son barras levantadas ($\alpha = 45°$) de área A_{45}, separadas a una distancia s_t, resulta:

$$V_{su} = \frac{0{,}9d}{s_t} \sqrt{2} \cdot A_{45} \cdot f_{yd}$$

En estas fórmulas la resistencia de cálculo de la armadura transversal, f_{yd}, no se podrá tomar mayor de 400 N/mm², pues el trabajo a tensiones superiores conllevaría deformaciones que podrían causar una fisuración excesiva. En caso de existir un solo plano de barras levantadas, como valor de s_t debe tomarse la proyección de las barras sobre el eje de la pieza.

Las tablas 19.5 a 19.8 sirven para facilitar el cálculo de los esfuerzos cortantes absorbidos en agotamiento por estribos verticales y barras levantadas.

b) *Como contribución del hormigón* debe tomarse:

$$V_{cu} = (f_{cv} + 0{,}15\,\sigma'_{cd}) \cdot b_o \cdot d$$

siendo f_{cv} la resistencia virtual a cortante del hormigón (ver tabla 19.9), dada por la expresión:

$$f_{cv} = 0{,}10\,\xi \cdot (100\,\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3}$$

En estas fórmulas se utilizan las siguientes notaciones:

f_{ck} = resistencia característica del hormigón, expresada en N/mm²;
σ'_{cd} = N_d/A_c es la tensión de compresión axil efectiva (si fuera tracción se tomaría negativa), si existe, del hormigón;
ξ = coeficiente que tiene en cuenta la influencia del canto útil en el efecto del engranamiento de áridos (apartado 19.5 párrafo *c*);
ρ_l = cuantía geométrica de la armadura longitudinal de tracción, que posibilita la resistencia por el efecto arco y por el efecto pasador (apartado 19.5 párrafos *b* y *d*).

El coeficiente ξ puede obtenerse mediante la relación:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$$

TABLA 19.5

ESFUERZO CORTANTE DE AGOTAMIENTO QUE ABSORBE UNA BARRA LEVANTADA A 45°, EN kN

ACERO B 400 S
f_{yk} = 400 N/mm²

Calculada con $\gamma_s = 1{,}15$

$\frac{s}{d}$	*Diámetro de la barra*									
	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
0,20	62,6	111,3	173,9	250,3	340,7	445,1	695,4	1086,6	1780,2	2781,6
0,25	50,1	89,0	139,1	200,3	272,6	356,0	556,3	869,3	1424,2	2225,3
0,30	41,7	74,2	115,9	166,9	227,2	296,7	463,6	724,4	1186,8	1854,4
0,35	35,8	63,6	99,3	143,1	194,7	254,3	397,4	620,9	1017,3	1589,5
0,40	31,3	55,6	86,9	125,2	170,4	222,5	347,7	543,3	890,1	1390,8
0,45	27,8	49,5	77,3	111,3	151,4	197,8	309,1	482,9	791,2	1236,3
0,50	25,0	44,5	69,5	100,1	136,3	178,0	278,2	434,6	712,1	1112,7
0,55	22,8	40,5	63,2	91,0	123,9	161,8	252,9	395,1	647,4	1011,5
0,60	20,9	37,1	58,0	83,4	113,6	148,4	231,8	362,2	593,4	927,2
0,65	19,3	34,2	53,5	77,0	104,8	136,9	214,0	334,3	547,8	855,9
0,70	17,9	31,8	49,7	71,5	97,4	127,2	198,7	310,4	508,6	794,8
0,75	16,7	29,7	46,4	66,8	90,9	118,7	185,4	289,8	474,7	741,8
0,80	15,6	27,8	43,5	62,6	85,2	111,3	173,9	271,6	445,1	695,4
0,85	14,7	26,2	40,9	58,9	80,2	104,7	163,6	255,7	418,9	654,5
0,90	13,9	24,7	38,6	55,6	75,7	98,9	154,5	241,5	395,6	618,1
0,95	13,2	23,4	36,6	52,7	71,7	93,7	146,4	228,8	374,8	585,6
1,00	12,5	22,3	34,8	50,1	68,1	89,0	139,1	217,3	356,0	556,3

TABLA 19.6

ESFUERZO CORTANTE DE AGOTAMIENTO QUE ABSORBEN LOS ESTRIBOS DE DOS RAMAS, EN kN

$\frac{s}{d}$	*Estribos de dos ramas*			
	2 Ø 5	2 Ø 6	2 Ø 8	2 Ø 10
0,10	122,9	177,0	314,7	491,7
0,15	82,0	118,0	209,8	327,8
0,20	61,5	88,5	157,4	245,9
0,25	49,2	70,8	125,9	196,7
0,30	41,0	59,0	104,9	163,9
0,35	35,1	50,6	89,9	140,5
0,40	30,7	44,3	78,7	122,9
0,45	27,3	39,3	69,9	109,3
0,50	24,6	35,4	62,9	98,3
0,55	22,4	32,2	57,2	89,4
0,60	20,5	29,5	52,5	82,0
0,65	18,9	27,2	48,4	75,6
0,70	17,6	25,3	45,0	70,2
0,75	16,4	23,6	42,0	65,6

Calculada con $\gamma_s = 1{,}15$

ACERO B 400 S
f_{yk} = 400 N/mm²

TABLA 19.7

ESFUERZO CORTANTE DE AGOTAMIENTO QUE ABSORBE UNA BARRA LEVANTADA A 45° EN kN

ACERO B 500 S
f_{yk} = 500 N/mm²

Calculada con $\gamma_s = 1{,}15$

$\frac{s}{d}$	Diámetro de la barra									
	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
0,20	72,0	128,0	199,9	287,9	391,9	511,8	799,7	1249,6	2047,3	3198,9
0,25	57,6	102,4	159,9	230,3	313,5	409,5	639,8	999,6	1637,8	2559,1
0,30	48,0	85,3	133,3	191,9	261,2	341,2	533,1	833,0	1364,9	2132,6
0,35	41,1	73,1	114,2	164,5	223,9	292,5	457,0	714,0	1169,9	1827,9
0,40	36,0	64,0	100,0	143,9	195,9	255,9	399,9	624,8	1023,6	1599,4
0,45	32,0	56,9	88,9	128,0	174,2	227,5	355,4	555,4	909,9	1421,7
0,50	28,8	51,2	80,0	115,2	156,7	204,7	319,9	499,8	818,9	1279,6
0,55	26,2	46,5	72,7	104,7	142,5	186,1	290,8	454,4	744,5	1163,2
0,60	24,0	42,7	66,6	96,0	130,6	170,6	266,6	416,5	682,4	1066,3
0,65	22,1	39,4	61,5	88,6	120,6	157,5	246,1	384,5	629,9	984,3
0,70	20,6	36,6	57,1	82,3	112,0	146,2	228,5	357,0	584,9	914,0
0,75	19,2	34,1	53,3	76,8	104,5	136,5	213,3	333,2	545,9	853,0
0,80	18,0	32,0	50,0	72,0	98,0	128,0	199,9	312,4	511,8	799,7
0,85	16,9	30,1	47,0	67,7	92,2	120,4	188,2	294,0	481,7	752,7
0,90	16,0	28,4	44,4	64,0	87,1	113,7	177,7	277,7	455,0	710,9
0,95	15,2	26,9	42,1	60,6	82,5	107,8	168,4	263,1	431,0	673,4
1,00	14,4	25,6	40,0	57,6	78,4	102,4	159,9	249,9	409,5	639,8

TABLA 19.8

ESFUERZO CORTANTE DE AGOTAMIENTO QUE ABSORBEN LOS ESTRIBOS DE DOS RAMAS, EN kN

Calculada con $\gamma_s = 1{,}15$

$\frac{s}{d}$	Estribos de dos ramas			
	2 Ø 5	2 Ø 6	2 Ø 8	2 Ø 10
0,10	141,4	203,6	361,9	565,5
0,15	94,2	135,7	241,3	377,0
0,20	70,7	101,8	181,0	282,7
0,25	56,5	81,4	144,8	226,2
0,30	47,1	67,9	120,6	188,5
0,35	40,4	58,2	103,4	161,6
0,40	35,3	50,9	90,5	141,4
0,45	31,4	45,2	80,4	125,7
0,50	28,3	40,7	72,4	113,1
0,55	25,7	37,0	65,8	102,8
0,60	23,6	33,9	60,3	94,2
0,65	21,7	31,3	55,7	87,0
0,70	20,2	29,1	51,7	80,8
0,75	18,8	27,1	48,3	75,4

ACERO B 500 S
f_{yk} = 500 N/mm²

en la que el canto útil d debe expresarse en mm. La cuantía ρ_l vale:

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_o \cdot d} \not> 0{,}02$$

siendo A_{sl} el área de la armadura longitudinal de tracción anclada a una distancia igual o mayor que d a partir de la sección en la que se comprueba el cortante (sección V de la fig. 19.16).

Puede observarse que en la expresión de la resist cia virtual a cortante del hormigón en piezas con armaduras de cortante, f_{cv}, se ha reducido de 0,12 a 0,10 el factor que figuraba en la expresión análoga en piezas sin armadura a cortante. Esta reducción se ha hecho en línea con el Código Modelo. Algunos investigadores defienden incluso la idea de tomar para este caso una resistencia $f_{cv} = 0$, confiando a las armaduras la totalidad de la resistencia a esfuerzo cortante (propuesta para un futuro Eurocódigo de hormigón), lo que no implica mayores cantidades de armaduras transversales si se escoge un ángulo β de las bielas adecuado.

En el caso habitual de edificación, con piezas de hormigón armado en flexión simple o con axiles pequeños, despreciando la tensión normal σ'_{cd}, la contribución del hormigón vale:

$$V_{cu} = f_{cv} \cdot b_o \cdot d$$

En la tabla 19.9 se indican los valores de la resistencia virtual a cortante de piezas con armadura transversal para un hormigón HA-25 (f_{ck} = 25 N/mm²) y distintos valores del canto útil d y la cuantía de la armadura longitudinal ρ_l.

TABLA 19.9

RESISTENCIA VIRTUAL A CORTANTE f_{cv}, EN N/mm², SEGÚN LA INSTRUCCIÓN ESPAÑOLA, PARA PIEZAS CON ARMADURA TRANSVERSAL DE HORMIGÓN HA-25

Canto útil d (cm)	Cuantía porcentual de la armadura longitudinal, $100 \cdot \rho_l$				
	0,00*	0,50	1,00	1,50	≥ 2,00
7	0,00	0,62	0,79	0,90	0,99
9	0,00	0,58	0,73	0,83	0,92
12	0,00	0,53	0,67	0,77	0,84
16	0,00	0,49	0,62	0,71	0,78
21	0,00	0,46	0,58	0,66	0,73
26	0,00	0,44	0,55	0,63	0,69
31	0,00	0,42	0,53	0,60	0,66
36	0,00	0,41	0,51	0,58	0,64

* Se incluye esta columna a los únicos efectos de permitir la interpolación para cuantías menores de 0,50%

4.° DISPOSICIONES, CUANTÍAS Y SEPARACIONES DE ESTRIBOS

La Instrucción española especifica que al menos un tercio de la armadura transversal se disponga en forma de estribos normales a la directriz de la pieza. Su colocación se prolongará en una longitud igual a medio canto más allá de donde dejen de ser teóricamente necesarios. En el caso de apoyos, se dispondrán hasta el borde de los mismos.

La cuantía mínima de armaduras transversales, en las piezas que las lleven, debe cumplir la condición:

$$\sum \frac{A_\alpha \cdot f_{y\alpha,d}}{\operatorname{sen}\alpha} \geq 0{,}02 f_{cd} \cdot b_o$$

y disponerse en forma de estribos normales a la directriz de la pieza.

La separación s_t entre planos de cercos o estribos debe cumplir la condición:

$$s_t \le 0{,}8\,d \not> 300\text{ mm} \quad \text{si} \quad V_{rd} \le 0{,}20\,V_{u1}$$
$$s_t \le 0{,}6\,d \not> 300\text{ mm} \quad \text{si} \quad 0{,}20\,V_{u1} < V_{rd} \le 0{,}67\,V_{u1}$$
$$s_t \le 0{,}3\,d \not> 200\text{ mm} \quad \text{si} \quad V_{rd} > 0{,}67\,V_{u1}$$

Esta última condición es especialmente exigente y obliga en vigas planas con cc altos a reducir la separación entre planos de cercos o estribos con respecto a lo que venía siendo habitual en nuestro país.

Por otra parte, para controlar eficazmente la fisuración inclinada del alma, deberán respetarse las separaciones entre planos de cercos o estribos dadas en la tabla 21.3 (apartado 21.4).

Por último, si existen armaduras longitudinales comprimidas los cercos o estribos deben sujetarlas impidiendo su pandeo, para lo cual su separación s_t no debe superar $15\varnothing_{min}$, siendo $\varnothing_{min}$ el menor de los diámetros de las barras comprimidas; y su diámetro $\varnothing_t$ debe ser como mínimo $\varnothing_{max}/4$, siendo $\varnothing_{max}$ el mayor de los diámetros de las barras comprimidas.

19.7 Dimensionamiento según el Eurocódigo de hormigón

Aunque la presentación y la notación utilizadas son diferentes, las reglas y fórmulas del Eurocódigo de hormigón para el cálculo a cortante son parecidas a las de la Instrucción española. A continuación se exponen de forma resumida, adoptando una presentación y notación similares a las de la Instrucción española para facilitar la comparación.

1.° AGOTAMIENTO POR COMPRESIÓN OBLICUA DEL ALMA

La comprobación del posible agotamiento a cortante por compresión oblicua del alma no es necesaria en piezas sin armadura de cortante (losas, zapatas, etc.), ya que en estas piezas, que serán tratadas en el punto 2.° siguiente, se alcanza antes el agotamiento a cortante por tracción del alma $V_{u2} = V_{cu}$.

Según el Eurocódigo de hormigón, el *esfuerzo cortante último por compresión oblicua del alma* viene dado por la expresión:

$$V_{u1} = \eta \cdot f_{cd} \cdot b_o \cdot z \cdot k \cdot \frac{\operatorname{cotg}\beta + \operatorname{cotg}\alpha}{1 + \operatorname{cotg}^2\beta}$$

siendo:

- z = brazo mecánico, que puede tomarse igual a 0,9 d, siendo d el canto útil;
- η = $0{,}7 - (f_{ck}/200) \not< 0{,}5$ = factor de eficacia;
- f_{ck} = resistencia característica del hormigón en N/mm²;
- k = coeficiente de reducción por efecto del esfuerzo axil, si existe.

El coeficiente de reducción por efecto del esfuerzo axil en casos normales valdrá $k = 1$. En el caso de piezas con un esfuerzo axil significativo (pilares) o pretensadas se tomará:

$$k = \frac{5}{3}\left(1 - \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}}\right) \not> 1$$

donde:

- σ'_{cd} = N_d/A_c es la tensión de compresión efectiva (si fuera tracción llevaría signo negativo);
- N_d = esfuerzo axil de cálculo, incluyendo el pretensado con su valor de cálculo;
- A_c = área total de la sección de hormigón.

El coeficiente k de reducción vale 1 para valores de la tensión de compresión σ'_{cd} no mayores de $0{,}4f_{cd}$ (y, con mayor razón, para el caso de esfuerzo axil N_d de tracción). Cuando σ_{cd} supera $0{,}4f_{cd}$ comienza a ser operante este coeficiente, al resultar en estos casos $k < 1$.

El ángulo de las bielas con el eje de la pieza, β, puede elegirse libremente por el proyectista entre los límites:

$$0{,}5 \le \operatorname{cotg}\beta \le 2$$

para piezas con armaduras longitudinales variables (caso general), aunque para piezas con armaduras longitudinales constantes el Eurocódigo admite tomar ángulos cuyas cotangentes estén comprendidas entre 0,4 y 2,5.

En el caso habitual de edificación, con piezas de hormigón armado en flexión simple o con axiles despreciables, armadas con cercos o estribos ($\alpha = 90°$) y eligiendo $\beta = 45°$, el cortante último por agotamiento de las bielas resulta:

$$V_{u1} = 0{,}45 \cdot \eta \cdot f_{cd} \cdot b_o \cdot d$$

fórmula que podría extenderse a los pilares de edificación de dimensiones y solicitaciones habituales, aunque en ellos no sea despreciable el axil.

Para un hormigón HA-25 los cortantes últimos por compresión oblicua del Eurocódigo resultan un 13% inferiores a los de la Instrucción española. Para hormigones de resistencias superiores esta diferencia se acentúa, llegando a un 21% para un HA-35. Esta limitación es especialmente significativa en vigas prefabricadas de puentes, cuyas almas se proyectan con espesores reducidos para disminuir su peso. La fórmula de la Instrucción española, posterior a la del Eurocódigo, está avalada por estudios teóricos y experimentales (véase *Aparicio, Calavera y del Pozo, 1997*).

2.° AGOTAMIENTO DE PIEZAS SIN ARMADURA DE CORTANTE

En el caso de piezas sin armaduras transversales de cortante, como son las placas, losas, zapatas, muros, etc.,[1] basta con realizar una sola comprobación a cortante: la del agotamiento por tracción del alma. El *esfuerzo cortante último por tracción del alma*, según el Eurocódigo, coincide con la resistencia a cortante del hormigón:

$$V_{u2} = V_{cu} = (f_{cv} + 0{,}15\sigma'_{cd}) \cdot b_o \cdot d$$

siendo f_{cv} la *resistencia virtual a cortante del hormigón* (ver tabla 19.11), dada por la expresión:

$$f_{cv} = \xi \cdot (1{,}2 + 40\rho_l) \cdot \tau_{rd}$$

En estas fórmulas se utilizan las siguientes notaciones:

- σ'_{cd} = N_d/A_c es la tensión de compresión efectiva (si fuera tracción llevaría signo negativo);
- τ_{rd} = resistencia básica del hormigón a cortante;
- ξ = coeficiente que tiene en cuenta la influencia del canto útil en el efecto del engranamiento de áridos (apartado 19.5 párrafo *c*);
- ρ_l = cuantía geométrica de la armadura longitudinal de tracción, que posibilita la resistencia por el efecto arco y por el efecto pasador (apartado 19.5 párrafos *b* y *d*).

La resistencia básica del hormigón a cortante se tomará de la expresión:

$$\tau_{rd} = \frac{0{,}25 f_{ctk\,0{,}05}}{\gamma_c} = 0{,}17 f_{ctk\,0{,}05}$$

---

[1] Según el Eurocódigo no es necesario disponer armadura de cortante en elementos tales como losas (macizas, nervadas o aligeradas) provistas de armaduras para la distribución transversal de las cargas y que no estén sometidas a tracciones significativas, así como en elementos de menor importancia que no contribuyan de forma significativa a la resistencia y estabilidad globales de la estructura.

siendo $f_{ctk0.05}$ la resistencia a tracción característica inferior correspondiente al cuantil 5% y $\gamma_c = 1{,}5$. Los valores de τ_{rd} pueden tomarse de la tabla 19.10.

TABLA 19.10
VALORES DE LA RESISTENCIA BÁSICA DEL HORMIGÓN A CORTANTE τ_{rd} SEGÚN EL EUROCÓDIGO (UNIDADES N/mm²)

f_{ck}	20	25	30	35	40	45	50
τ_{rd}	0,26	0,30	0,34	0,37	0,41	0,44	0,48

El coeficiente ξ se tomará igual a la unidad en piezas en las que no llegue hasta los apoyos al menos la mitad de la armadura de tracción máxima; en piezas en las que más de la mitad de la armadura llegue al apoyo puede tomarse:

$$\xi = 1{,}6 - d \not< 1$$

expresando el canto útil d en metros. La cuantía ρ_l vale:

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_o \cdot d} \not> 0{,}02$$

siendo A_{sl} el área de la armadura longitudinal de tracción anclada a una distancia igual o mayor que d a partir de la sección en la que se comprueba el cortante (sección V de la fig. 19.16).

En el caso habitual de edificación, con piezas de hormigón armado en flexión simple o con axiles pequeños, despreciando la tensión normal σ'_{cd}, el esfuerzo cortante último vale:

$$V_{u2} = V_{cu} = f_{cv} \cdot b_o \cdot d$$

siendo f_{cv} la resistencia virtual a cortante del hormigón, que viene dada por la expresión:

$$f_{cv} = 0{,}17\xi \cdot (1{,}2 + 40\rho_l) \cdot f_{ctk0.05}$$

En la tabla 19.11 se indican los valores de la resistencia virtual a cortante, según el Eurocódigo, para un hormigón HA-25 (f_{ck} = 25 N/mm²) y distintos valores del canto útil d y la cuantía de la armadura longitudinal ρ_l, para piezas en las que llega al apoyo más de la mitad de la armadura de tracción.

TABLA 19.11
RESISTENCIA VIRTUAL A CORTANTE f_{cv}, EN N/mm², SEGÚN EL EUROCÓDIGO PARA PIEZAS SIN Y CON ARMADURA TRANSVERSAL, DE HORMIGÓN HA-25

Canto útil d (cm)	*Cuantía porcentual de la armadura longitudinal, 100·ρ_l*				
	0,00*	0,50	1,00	1,50	≥ 2,00
7	0,55	0,64	0,73	0,83	0,92
9	0,54	0,63	0,72	0,82	0,91
12	0,53	0,62	0,71	0,80	0,89
16	0,52	0,60	0,69	0,78	0,86
21	0,50	0,58	0,67	0,75	0,83
26	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80
31	0,46	0,54	0,62	0,70	0,77
36	0,45	0,52	0,60	0,67	0,74

* Se incluye esta columna a los únicos efectos de permitir la interpolación para cuantías menores de 0,50%

En resumen, las expresiones usadas por el Eurocódigo son distintas de las de la Instrucción española. El coeficiente ξ depende en ambas del canto d, pero con fórmulas diferentes; el Eurocódigo exige que al menos la mitad de la armadura de tracción llegue al apoyo y da menores

resistencias para cantos bajos. Respecto al efecto de la cuantía ρ_l, el Eurocódigo da resistencias mayores que la Instrucción española para cuantías bajas y resistencias menores para cuantías medias y altas. Y al aumentar la resistencia del hormigón f_{ck} crecen las resistencias virtuales a cortante f_{cv} en proporción ligeramente superior según el Eurocódigo que según la Instrucción española.

Por otra parte, el Eurocódigo permite aumentar la resistencia virtual a cortante f_{cv} para cargas concentradas cercanas a los apoyos, multiplicándola por el factor:

$$\beta = 2{,}5\frac{d}{x} \not> 5$$

siendo $x \leq 2{,}5\,d$ la distancia de la carga al paramento del apoyo y d el canto útil del elemento.

3.° AGOTAMIENTO DE PIEZAS CON ARMADURA DE CORTANTE

El esfuerzo cortante último de vigas y otras piezas con armadura transversal vale, según el Eurocódigo:

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$$

representando V_{cu} la contribución del hormigón y V_{su} la de las armaduras transversales.

a) Contribución de las armaduras transversales

Como contribución de las armaduras transversales debe tomarse:

$$V_{su} = 0{,}9d \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot (\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}\beta) \cdot \sum A_\alpha \cdot f_{ya,d}$$

Esta expresión del Eurocódigo coincide con la de la Instrucción española, por lo que también es la misma la fórmula correspondiente al caso habitual de piezas de estructuras de edificación armadas con cercos o estribos normales a la directriz ($\alpha = 90°$), situados en planos en los que el área total de estribos es A_t separados entre sí una distancia s_t, y suponiendo un ángulo de las bielas $\beta = 45°$:

$$V_{su} = \frac{0{,}9d}{s_t} A_t \cdot f_{yd}$$

y la del cortante resistido por barras levantadas ($\alpha = 45°$) de área A_{45}, separadas a una distancia s_t:

$$V_{su} = \frac{0{,}9d}{s_t}\sqrt{2} \cdot A_{45} \cdot f_{yd}$$

por lo que igualmente pueden usarse las tablas 19.5 a 19.8 para obtener directamente los esfuerzos cortantes absorbidos en agotamiento mediante estribos verticales y barras levantadas.

b) Contribución del hormigón

Como contribución del hormigón para las piezas con armaduras transversales puede tomarse la resistencia del hormigón a cortante, que es la misma que en el caso de piezas sin armaduras transversales:

$$V_{cu} = (f_{cv} + 0{,}15\sigma'_{cd}) \cdot b_o \cdot d$$

siendo f_{cv} la *resistencia virtual a cortante del hormigón* (ver tabla 19.11), dada por la expresión:

$$f_{cv} = \xi \cdot (1{,}2 + 40\rho_l) \cdot \tau_{rd} = 0{,}17\xi \cdot (1{,}2 + 40\rho_l) \cdot f_{ctk\,0{,}05}$$

y en el caso habitual de piezas de edificación de hormigón armado y con axiles de pequeña importancia:

$$V_{cu} = f_{cv} \cdot b_o \cdot d$$

Por consiguiente, resultan aplicables los valores dados en la tabla 19.11 para la resistencia virtual a cortante, según el Eurocódigo, para un hormigón HA-25 (f_{ck} = 25 N/mm²) y distintos valores del canto útil d y la cuantía de la armadura longitudinal ρ_l, para piezas en las que al menos la mitad de la armadura de tracción llega hasta el apoyo.

También en este caso permite el Eurocódigo aumentar la resistencia virtual a cortante f_{vd} para cargas concentradas cercanas a los apoyos, multiplicándola por el factor:

$$\beta = 2{,}5\frac{d}{x} \not> 5$$

siendo $x \leq 2{,}5\ d$ la distancia de la carga al paramento del apoyo y d el canto útil del elemento, exigiendo mantener la armadura a cortante constante hasta una distancia de al menos 2,5 d de dicho paramento.

4.° DISPOSICIONES, CUANTÍAS Y SEPARACIONES DE ESTRIBOS

El Eurocódigo especifica que al menos la mitad de la armadura transversal se disponga en forma de estribos normales a la directriz de la pieza.

La cuantía geométrica mínima de las armaduras transversales, en las piezas que las lleven, dada por la expresión:

$$\rho_t = \sum \frac{A_\alpha}{b_o \cdot s_t \cdot \operatorname{sen}\alpha}$$

debe cumplir con las limitaciones dadas en la tabla 19.12, en función del tipo de hormigón y acero usados.

TABLA 19.12
CUANTÍA GEOMÉTRICA MÍNIMA ρ_t DE ARMADURAS TRANSVERSALES SEGÚN EL EUROCÓDIGO

Hormigón	*Acero B 400 S*	*Acero B 500 S*
HA-25 y HA-35	0,0013	0,0011
HA-40, HA-45 y HA-50	0,0016	0,0013

La separación longitudinal s_t entre planos de cercos o estribos debe cumplir las mismas condiciones exigidas por la Instrucción española:

$s_t \leq 0{,}8d \not> 300$ mm si $V_{rd} \leq 0{,}20V_{u1}$
$s_t \leq 0{,}6d \not> 300$ mm si $0{,}20V_{u1} < V_{rd} \leq 0{,}67V_{u1}$
$s_t \leq 0{,}3d \not> 200$ mm si $V_{rd} > 0{,}67V_{u1}$

pero además, el Eurocódigo exige que la separación transversal entre ramas de estribos, s_{tr}, cumpla las condiciones:

$s_{tr} \leq d \not> 800$ mm si $V_{rd} \leq 0{,}20V_{u1}$
$s_{tr} \leq 0{,}6d \not> 300$ mm si $0{,}20V_{u1} < V_{rd} \leq 0{,}67V_{u1}$
$s_{tr} \leq 0{,}3d \not> 200$ mm si $V_{rd} > 0{,}67V_{u1}$

Esta condición, que no tiene paralela en la Instrucción española, afecta especialmente a las vigas planas –aquéllas cuyo ancho es mayor que el canto– y se considera demasiado exigente. Por ello, el Documento Nacional de Aplicación (DNA) del Eurocódigo a España (anejo 13 a la Instrucción española) dice que, siendo las vigas planas un caso intermedio entre las vigas de

canto y las bandas de pilares de placas sobre apoyos puntuales a efectos del comportamiento frente a esfuerzos cortantes, y teniendo en cuenta que para estas bandas el Eurocódigo no limita la separación transversal entre ramas de estribos, puede adoptarse el valor de 0,85 d para esta separación transversal cualquiera que sea la relación V_{rd}/V_{u1}, de acuerdo con la experiencia existente en nuestro país.

Por otra parte, para limitar la fisuración el Eurocódigo exige respetar las separaciones entre estribos dadas por la tabla 21.3 (apartado 21.4), que es la misma que adopta la Instrucción española.

En cuanto a la separación longitudinal entre planos de barras levantadas, el Eurocódigo exige que no supere el valor:

$$s_{max} = 0{,}6d\,(1 + \operatorname{cotg}\alpha)$$

19.8 Organización y disposición de las armaduras transversales

1.° GENERALIDADES

En principio, hay dos formas de disponer las armaduras longitudinales de tracción de una viga: levantarlas conforme dejan de ser necesarias (o bajarlas, si son armaduras de momentos negativos situadas en la cabeza superior) y llevarlas hasta la cabeza opuesta, anclándolas allí en compresión (fig. 19.17*a*), o bien anclarlas en tracción por prolongación recta (fig. 19.17*b*).

La primera solución (barras levantadas), que tiene la ventaja de que permite su aprovechamiento para resistir esfuerzos cortantes, era la preferida antiguamente por mejorar el anclaje de las barras de la armadura principal, lo cual era importante cuando se usaban redondos lisos de acero de bajo límite elástico y grandes diámetros, al no existir barras corrugadas de alto límite elástico. Pero las barras levantadas tienen el inconveniente de que no rodean al núcleo formado por el hormigón y las barras principales; además, para cortantes elevados, dan lugar a fuertes concentraciones de tensiones que pueden fisurar el hormigón e incluso producir su rotura prematura. Por ello, cuando aparecieron los aceros de alto límite elástico, algunas normas limitaron la tensión de trabajo de las barras levantadas al 70 por 100 de su resistencia teórica de cálculo: $f_{yd45} \not> 0{,}7f_{yd}$.

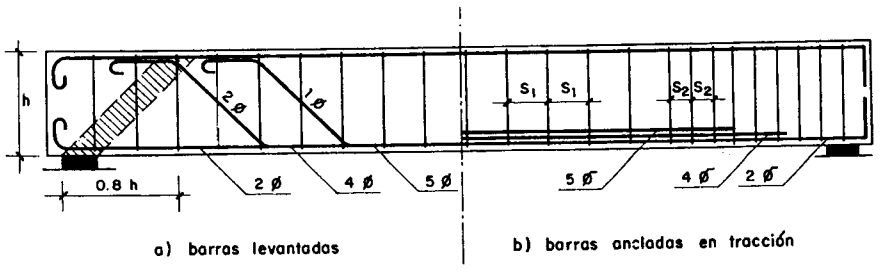


Figura 19.17 Dos posibles formas de armado de vigas

El anclaje en prolongación recta y el uso exclusivo de cercos para resistir el cortante tiene la ventaja de mayor sencillez y comodidad en la preparación de la ferralla, lo que compensa el mayor consumo de acero. Por otra parte, permite distribuir más uniformemente las armaduras transversales y que éstas sean de menor diámetro, lo que favorece las condiciones de adherencia y fisuración.

Por estas razones hoy se prescinde del levantamiento de barras, excepto en casos excepcionales. En cualquier caso, las barras levantadas nunca se usan sin estribos y es norma de buena práctica no confiar a las mismas un cortante mayor del que resisten éstos.

2.° DISPOSICIONES RELATIVAS A LOS ESTRIBOS

Los estribos pueden ser de muy diversas clases:

- *Estribos cerrados* o *cercos* (fig. 19.18*a*), de empleo obligatorio en pilares y en vigas que puedan estar sometidas a torsión;
- *Estribos abiertos* (fig. 19.18*b* y *c*), que deben anclarse mediante gancho (tipo *b*) o prolongación recta de longitud suficiente (tipo *c*) para garantizar su unión a la cabeza comprimida. Los del tipo *c* son convenientes en vigas con forjado empotrado, pero no deben emplearse en vigas de borde por la posible torsión (véase apartado 20.11).
- *Horquillas* (fig. 19.18*d*), cuando unen una barra comprimida a otra traccionada, quedando la ferralla dispuesta en *cuchillos* separados;
- *Estribos constituidos por una malla electrosoldada* (fig. 19.18*e*), cada vez más empleados por su sencillo montaje y excelente comportamiento; en ellos el anclaje se consigue mediante barras longitudinales que forman parte del mallazo y son de diámetro no inferior a los 4/5 del diámetro del estribo.

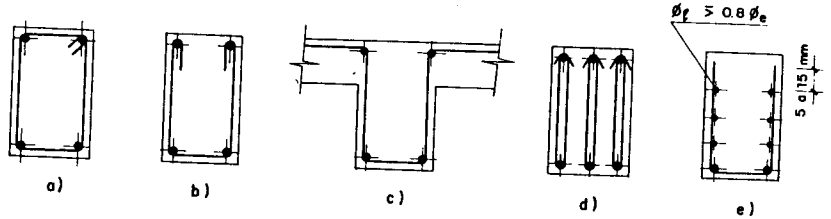


Figura 19.18 Diversas formas de estribos

Los estribos deben rodear a las armaduras traccionadas, ya que, además de recoger la componente vertical del esfuerzo transmitido por las bielas de hormigón, deben tomar las tensiones de tracción que se producen por la transmisión de esfuerzos entre hormigón y acero (adherencia, ver apartado 19.11). Deben asimismo anclarse eficazmente a la cabeza comprimida y, si en ella hay armaduras comprimidas necesarias por el cálculo, deben evitar su pandeo. Para ello es preciso que:

- sean cerrados;
- su separación no supere 15 veces el diámetro de la armadura comprimida;
- su diámetro no sea menor de la cuarta parte del de ésta.

Si, por el contrario, la armadura comprimida es sólo de montaje y su diámetro no es superior a 20 mm, pueden eludirse estas exigencias relacionadas con el pandeo. Estudios teóricos y experimentales parecen indicar que las barras de la armadura comprimida de las vigas no pandean aun en ausencia de estribos, quizá porque la curvatura debida a la deformación de la pieza en flexión predeforma las barras comprimidas hacia el interior de la misma (véase *Cortés, 1990*).

La separación máxima entre planos de estribos, según la Instrucción española, viene dada por las limitaciones expuestas en el apartado 19.6-4.°. En las zonas de las piezas en las que los estribos no sean necesarios por cálculo –como sucede en los pilares y en las zonas centrales de las vigas en las que $V_{rd} < V_{cu}$– puede adoptarse como separación $s_t = 0{,}8\,d \not> 30$ cm siendo d el canto útil de la pieza.

Los estribos deben prolongarse una distancia $d/2$ más allá de la sección en la que dejan de ser necesarios por cálculo, y deben llegar hasta el borde de los apoyos.

El diámetro de los estribos suele estar comprendido entre los 5 y los 10 mm, pues a partir de este diámetro su elaboración resulta difícil. Como norma general, colocar estribos finos y juntos resulta más ventajoso que disponerlos gruesos y separados, pues así se mejoran las condiciones de adherencia y fisuración. Si resultan muy juntos, es preferible aparearlos (colocando dos en contacto) a disponerlos solos y de sección doble.

Aunque los estribos se disponen casi siempre formando un ángulo de 90° con la directriz de la pieza, resulta a veces conveniente inclinarlos un ángulo α entre 70° y 45°, bien para aumentar su eficacia, bien para facilitar la organización de las armaduras (fig. 19.19). Tal es el caso de piezas con esfuerzos cortantes muy elevados.

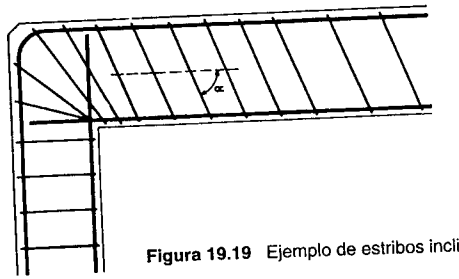


Figura 19.19 Ejemplo de estribos inclinados

3.° DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS BARRAS LEVANTADAS

Para que las barras que forman la armadura principal de tracción puedan levantarse y colaborar con los estribos a resistir el cortante, es preferible que sean muchas y de pequeño diámetro a que sean pocas y de gran diámetro. De esta forma, prolongando como mínimo la tercera parte de ellas hasta el apoyo (o la cuarta parte si es un apoyo intermedio de una viga continua), pueden levantarse las restantes en dos o tres planos, donde resulten más convenientes, siempre que no sean necesarias para resistir el momento. El levantamiento, a ser posible, debe hacerse por parejas de barras simétricas con respecto al plano de simetría de la pieza.

Leonhardt recomienda que no se dispongan, en ningún caso, barras levantadas a distancias menores de 0,8 h del apoyo (fig. 19.17), ya que en esa zona su eficacia es muy dudosa, siendo preferible disponer en ella sólo estribos suficientemente próximos entre sí.

En cuanto a la separación de los planos de levantamiento de barras, son válidas las mismas reglas dadas para los estribos.

Las barras levantadas se disponen generalmente formando un ángulo de 45° con el eje de la pieza; pero a veces puede resultar conveniente utilizar otro ángulo, comprendido entre 30° y 50°. Si se cuentan a efectos del cortante, no hay que olvidar anclarlas debidamente a partir de la sección en que alcanzan la cabeza opuesta.

4.° OTRAS DISPOSICIONES DE ARMADURAS TRANSVERSALES

Una disposición eficaz para las armaduras que han de resistir los esfuerzos cortantes es una *red ortogonal* compuesta por cercos o estribos y barras longitudinales (fig. 19.20), con igual cuantía mecánica en ambas direcciones, es decir:

$$\frac{A_h}{d} = \frac{A_{90}}{s}$$

con los siguientes significados:

A_h = suma total de las secciones de las barras que forman malla con los estribos, y que se sitúan en ambos paramentos de la pieza;
A_{90} = suma total de las secciones de estribos en cada plano;
s = separación de planos de estribos;
d = canto útil de la pieza.

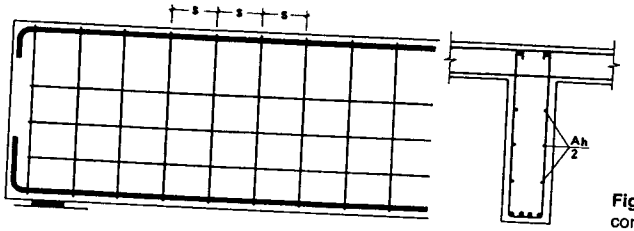


Figura 19.20 Armadura de cortante en forma de red ortogonal

En las vigas cuyo canto útil sea superior a 60 cm, y cualquiera que sea la organización de sus armaduras transversales, es necesario colocar unas *armaduras longitudinales de piel* en ambos paramentos, para evitar las fisuras que pueden aparecer por encima del talón inferior en tracción (fig. 19.21).

Las armaduras longitudinales de piel estarán compuestas de barras de pequeño diámetro, situadas en las proximidades de los paramentos, con separación máxima de 30 cm y cuantía:

$$\frac{100A}{b_w \cdot d} \leq 0{,}05 \quad \text{(por cada cara)},$$

pudiendo aprovecharse las situadas en el cuarto inferior del canto total h, introduciéndolas en el cálculo como si formaran parte de la armadura principal en tracción.

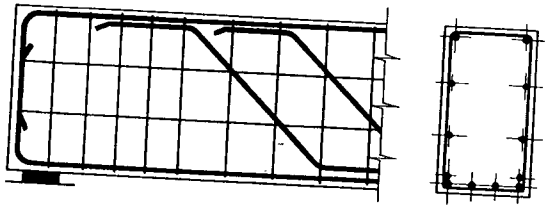


Figura 19.21 Armadura de piel, necesaria cuando el canto útil es superior a 60 centímetros

19.9 Práctica del armado de vigas y ejemplo

Ante todo es preciso determinar las dimensiones de la sección de la viga. Como norma general, el ancho de una viga no debe ser superior al ancho del soporte sobre el que apoya, ni inferior a 15 cm, y sus dimensiones deben moverse por múltiplos de 5 cm.

El canto se fija normalmente mediante un tanteo previo, en función del momento máximo previsible. Si puede evitarse la armadura de compresión, dando a la sección las dimensiones convenientes, la viga resulta en general más económica. En tal caso, basta disponer en la zona comprimida unas *armaduras de montaje* de pequeño diámetro (8 a 12 mm) que no se consideran en el cálculo. Pero si la viga puede verse sometida a esfuerzos dinámicos (caso de sismos, por ejemplo), o si se teme la aparición de flechas diferidas, la armadura de compresión es siempre conveniente. Su presencia, en todo caso, disminuye la profundidad del bloque de compresiones en el hormigón y aumenta la ductilidad de la pieza.

Fijada la sección se procede al cálculo de esfuerzos y, posteriormente, al dimensionamiento de las armaduras como se indica a continuación.

1.° ARMADURAS LONGITUDINALES

Una vez dibujado el diagrama de momentos flectores, se le desplaza en una distancia d hacia el apoyo, si se trata de momentos positivos, y hacia el vano, si se trata de momentos negativos, obteniéndose así el diagrama de momentos decalado (fig. 19.22).

A continuación se calculan las armaduras necesarias en una serie de secciones de la pieza, dibujando el diagrama de armaduras necesarias, análogo al de momentos desplazado. En el caso de vigas de sección constante puede suponerse que las capacidades de armadura son proporcionales a los momentos (lo que queda del lado de la seguridad) y tomarse como diagrama de armaduras en tracción el mismo diagrama de momentos decalados, con la escala que le corresponda, cosa que simplifica el problema. En efecto, si por cálculo no son necesarias armaduras comprimidas, las capacidades necesarias de las armaduras en tracción U_s crecen más deprisa que los momentos de cálculo M_d. Si se calcula la capacidad $U_{s,max}$ necesaria para el momento máximo $M_{d,max}$ y se hacen coincidir para estos valores las escalas de los diagramas, quedará del lado de la seguridad suponer que el de las armaduras coincide con el de momentos. La presencia de armaduras comprimidas no modifica sustancialmente esta conclusión.

Se fija por tanto el número de barras n correspondiente al momento máximo $M_{d,max}$. Si dicha armadura resulta por exceso, se determina el momento $M_1 > M_{d,max}$ que puede absorber, y se sitúa en el diagrama (fig. 19.22), dividiendo a continuación la ordenada OM_1 en n partes iguales. Por cada uno de esos puntos se trazan paralelas al eje de la viga. Esas paralelas cortarán a la curva de momentos (que coincide con la de las armaduras) en puntos donde la armadura de tracción puede disminuirse teóricamente en una barra.

Para obtener la longitud de anclaje BC (véase fig. 19.23) de cada barra que deja de ser necesaria hay que hacer una doble comprobación. Por un lado, hay que tener en cuenta que en la sección A en la que la barra deja de ser necesaria ya no está trabajando con una tensión igual a su resistencia de cálculo f_{yd}, puesto que en esta sección existen n_1 barras y ya sólo son necesarias n_2 barras (si se ancla sólo una será $n_2 = n_1 - 1$). Por tanto, según el apartado 9.5-4.°, la longitud de anclaje a partir de la sección A debe ser:

$$A'C \geq l_{b,net} = \frac{A_s}{A_{s,real}} = \frac{n_2}{n_1} \cdot l_b$$

siendo l_b la longitud de anclaje correspondiente (apartado 9.5-5.°). Por otro lado, como en la sección B la barra es completamente necesaria y estará trabajando a una tensión igual a su resistencia de cálculo f_{yd}, la longitud de anclaje a partir de la sección B deberá ser:

$$BC \geq l_b$$

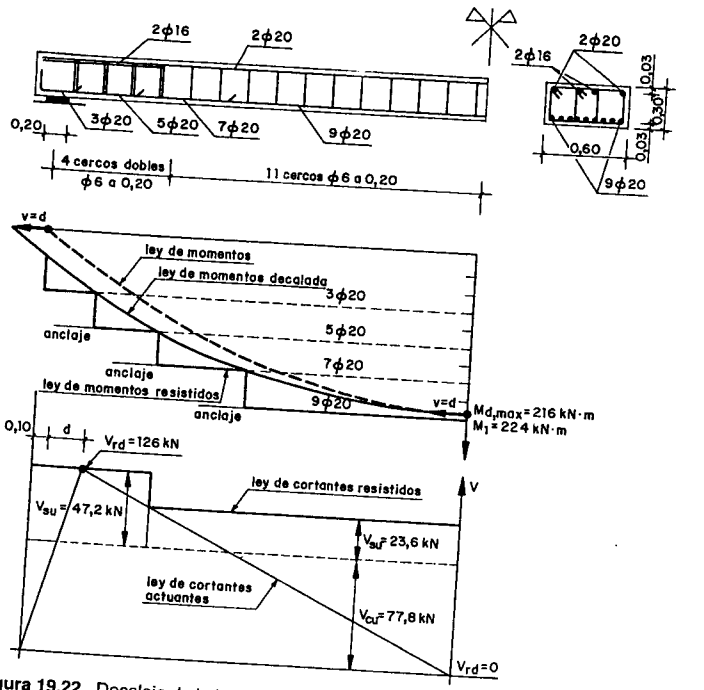


Figura 19.22 Decalaje de la ley de momentos y corte de armaduras (ver 19.9-3.°)

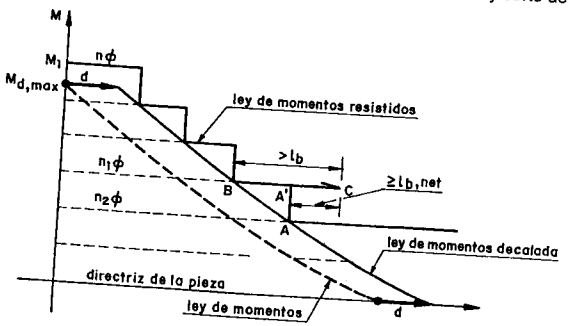


Figura 19.23 Determinación de la longitud de anclaje

Las barras no necesarias se anclarán a partir de la sección en que dejen de serlo, prolongando hasta el apoyo (o hasta el centro del vano, si se trata de una armadura para momentos negativos) al menos dos barras, para que sirvan de sujeción a los estribos. No conviene prolongar menos de 1/4 de las barras totales (1/3 si se trata de un apoyo exterior) por consideraciones resistentes.

Las barras situadas en zonas comprimidas no se considerarán en el cálculo de las secciones correspondientes, salvo si son necesarias. De lo contrario habría que colocar estribos demasiado juntos para evitar su pandeo ($s_t \leq 15\ \varnothing$), lo que en general no es económico.

En casos especiales puede resultar conveniente, a medida que las barras de la armadura traccionada dejan de ser necesarias, levantarlas y pasarlas a la cabeza opuesta aprovechando su resistencia al cortante. En la figura 19.24 se recogen algunas indicaciones sobre el levantamiento de barras en vigas corrientes de edificación y análogas.

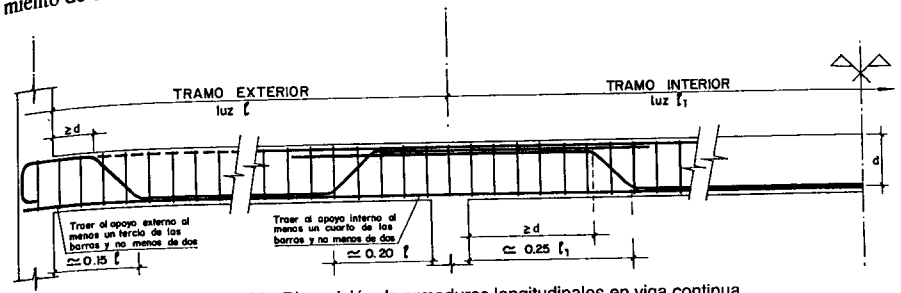


Figura 19.24 Disposición de armaduras longitudinales en viga continua

2.° ARMADURAS TRANSVERSALES

Una vez organizadas las armaduras longitudinales en tracción y conocida la sección en que deja de ser necesaria cada barra, hay que comprobar las distintas secciones a esfuerzo cortante y calcular los estribos correspondientes. Se comienza por determinar el *esfuerzo cortante absorbido por el hormigón*, V_{cu}, y el *cortante máximo de agotamiento por compresión del alma*, V_{u1}. De acuerdo con la Instrucción española son:[1]

$$V_{cu} = f_{cv} \cdot b_o \cdot d \qquad y \qquad V_{u1} = 0{,}30 f_{cd} \cdot b_o \cdot d$$

Estos valores hay que compararlos, en las distintas secciones, con el correspondiente *esfuerzo cortante reducido de cálculo*, V_{rd} (apartado 19.6), cuyo valor máximo se presenta en una sección situada a una distancia d del borde del apoyo. Pueden presentarse tres casos:

a) Si $V_{rd} \leq V_{cu}$, el hormigón de la pieza resiste por sí sólo el esfuerzo cortante y la viga no necesita, por cálculo, armadura transversal. No obstante, es necesario colocar unos cercos o estribos de seguridad, cuyo diámetro no sea inferior a 6 mm ni a la cuarta parte del diámetro correspondiente a las armaduras principales. Como separación entre los planos de dichos estribos puede tomarse $s_t \leq 0{,}8\ d$, y en todo caso conviene no superar los 30 cm. Únicamente si se trata de placas, forjados o estructuras superficiales en las que se cumpla la condición indicada en 19.6-2.°, puede prescindirse de colocar esta armadura transversal de seguridad.

b) Si $V_{cu} < V_{rd} \leq V_{u1}$, hay que determinar la armadura transversal necesaria correspondiente al esfuerzo cortante residual, $V_{su} = V_{rd} - V_{cu}$. Para ello, una vez dibujado el diagrama de esfuerzos cortantes reducidos de cálculo V_{rd} (fig. 19.22), se descuenta lo que absorbe el hormigón V_{cu}, para lo cual basta trazar una paralela al eje de abscisas, si se trata de una pieza de sección constante.

A continuación, en las zonas de la pieza en las que el cortante actuante sea mayor que el resistido por el hormigón, se determinan los estribos necesarios para resistir el cortante residual V_{su}, mediante las tablas 19.6 y 19.8. Si este cortante es muy elevado, y siempre que sea posible

[1] Nos colocamos en un caso particular sencillo para simplificar la exposición. El caso general se estudia en 19.6.

levantar barras de las armaduras principales, puede ser conveniente hacerlo y descontar de V_{cu} el cortante que absorben. Este descuento se obtendrá de las tablas 19.5 y 19.7 y no deberá tomarse mayor del 50 por 100 de V_{su}, salvo en casos especiales.

Debe recordarse que, para que la armadura transversal pueda tenerse en cuenta en la resistencia a esfuerzo cortante, su cuantía mecánica debe ser igual o mayor de 0,02 (véase 19.6-4.°).

c) Si $V_{rd} > V_{u1}$, y siempre siguiendo las prescripciones de la Instrucción española, es necesario aumentar las dimensiones de la sección. No obstante, esta limitación puede elevarse, de acuerdo con las fórmulas de 19.6-1.°, cuando la armadura transversal está constituida por estribos inclinados, pues entonces el ángulo α es distinto de 90°.

Por último, en las vigas corrientes conviene disponer los estribos con separaciones constantes, con objeto de facilitar la labor en obra. Habitualmente se disponen en la zona central estribos con una cierta separación y, en las zonas más cercanas a los apoyos, estribos con una separación menor o, en su caso, con un diámetro mayor o con más ramas.

3.° EJEMPLO

Para aclarar ideas se determinan a continuación las armaduras de una viga de sección rectangular constante, simplemente apoyada, aplicando las prescripciones de la Instrucción española. Los datos del problema son:

Luz entre apoyos	l	=	6,00 m
Canto de la viga	h	=	0,30 m
Ancho de la viga	b	=	0,60 m (viga plana)
Canto útil	d	=	0,27 m
Carga total unitaria de cálculo	q_d	=	48 kN/m
Hormigón HA-25	f_{ck}	=	25 N/mm^2
Acero B 400 S	f_{yk}	=	400 N/mm^2

El máximo momento flector de servicio, en el centro de la viga, vale:

$$M_d = \frac{1}{8} q_d \cdot l^2 = 216 \text{ kNm}$$

Para determinar las armaduras principales pueden emplearse las escalas funcionales de resistencia característica $f_{ck} = 25$ N/mm^2, correspondientes a $h = 0{,}30$, entrando con el momento $M_d = 216$ kNm. Resulta:

$$U = A \cdot f_{yd} = 970 \text{ kN}$$
$$U' = A' \cdot f_{yd} = 136 \text{ kN}$$

Con estos valores se entra en la tabla 8.9 correspondiente a las capacidades mecánicas de las barras con $f_{yk} = 400$ N/mm^2 ($\gamma_s = 1{,}15$), y resultan unas armadura de tracción $A = 9 \varnothing 20$ y de compresión $A' = 2 \varnothing 20$, es decir:

$$A = 9 \varnothing 20; \qquad U_{real} = 983{,}5 \text{ kN}$$
$$A' = 2 \varnothing 20; \qquad U'_{real} = 218{,}5 \text{ kN}$$

Con estas armaduras la sección resiste un momento $M_1 = 224$ kNm, ligeramente superior al momento M_d, como puede verificarse comprobando la sección en flexión simple con las armaduras indicadas (véase apartado 14.5-3.°).

La armadura comprimida se mantiene a lo largo de toda la viga, con objeto de que sirva para sujetar los cercos. En cuanto a la armadura traccionada, se lleva la tercera parte hasta el apoyo (tres barras) y el resto se anclan en prolongación recta conforme van dejando de ser necesarias, por parejas de dos (fig. 19.22).

Para el estudio de los esfuerzos cortantes, se comienza por determinar el diagrama mayorado correspondiente (parte inferior de la fig. 19.22). El esfuerzo cortante máximo en una sección situada a un canto útil del borde del apoyo valdrá:

$$V_{rd} = q_d (0{,}5\, l - 0{,}5\, a - d) = 126 \text{ kN},$$

siendo a el ancho del apoyo. Para calcular la resistencia convencional del hormigón a cortante según la fórmula general se entra en la tabla 19.9, siendo preciso calcular previamente la cuantía ρ de la armadura de tracción anclada en las proximidades del apoyo, que es $A = 3 \varnothing 20$:

$$\rho = A/(b_o \cdot d) = 0{,}006 = 0{,}6 \text{ por } 100.$$

La resistencia convencional del hormigón a cortante, de acuerdo con la tabla 19.9, vale:

$$f_{cv} = 0{,}48 \text{ N/mm}^2 = 480 \text{ N/m}^2$$

con lo que el cortante absorbido por el hormigón y el cortante de agotamiento por compresión del alma valen:

$$V_{cu} = f_{cv} \cdot b_o \cdot d = 77{,}8 \text{ kN}; \quad V_{u1} = 0{,}30 \cdot f_{cd} \cdot b_o \cdot d = 810 \text{ kN}.$$

Como estamos en el caso $V_{cu} < V_{rd} \le V_{u1}$, son válidas las dimensiones de la viga, pero en las proximidades de sus apoyos (fig. 19.22) hay que disponer armadura transversal para el exceso de esfuerzo cortante:

$$V_{su} = V_{rd} - V_{cu} = 48 \text{ kN}$$

Para absorber este cortante se colocarán cercos Ø 6. La separación entre planos de cercos, de acuerdo con lo dicho en el apartado 19.6-4.°, depende de la relación $V_{rd} / V_{u1} = 0{,}16$. Por tanto puede usarse una separación relativamente elevada, $s/d = 0{,}75$, o sea, $s = 20$ cm. Entrando en la tabla 19.6 con esta separación relativa, resulta que la contribución de los cercos es $V_{su} = 23{,}6$ kN. Por tanto, si se disponen cercos dobles Ø 6 su contribución será $V_{su} = 2 \cdot 23{,}6 = 47{,}2$ kN.

Disponer cercos dobles resulta adecuado teniendo en cuenta que la viga es plana y su ancho los hace convenientes, aunque para su montaje haya que colocar 2 Ø 16 suplementarios en la cabeza superior. En el centro de la viga, sin embargo, con un cortante mucho menor, se disponen estos mismos cercos, pero simples en vez de dobles.

19.10 Casos especiales de piezas, cargas y apoyos

Se han examinado en los anteriores apartados los fundamentos teóricos del comportamiento a cortante de una viga esbelta de sección constante, así como las fórmulas para el dimensionamiento de las armaduras transversales y las organizaciones más convenientes para las mismas. A continuación se pasará breve revista a algunos casos especiales de piezas, cargas y apoyos, en los que las diferencias con el esquema propuesto son especialmente significativas.

1.° PIEZAS DE CANTO VARIABLE

En el caso de una pieza de canto variable, el cortante que realmente produce tensiones tangenciales no es el cortante total V que actúa sobre la sección, pues éste se emplea en parte en suministrar las componentes verticales de N_c (se indican en letra negrita los vectores) resultante de las compresiones en el hormigón dirigida según la inclinación de la cabeza comprimida, y N_s, tracción de la armadura longitudinal en la dirección de la misma (fig. 19.25*b*).

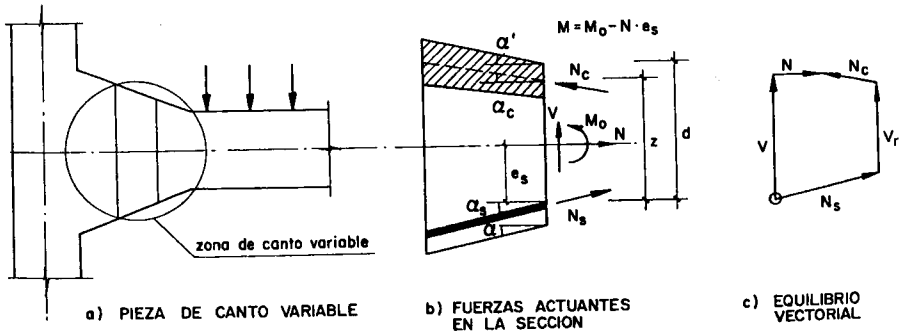


Figura 19.25 Cortante reducido en una pieza de canto variable

Queda en definitiva por resistir un cortante reducido V_r. En el caso más general de sección sometida a flexión compuesta, y según puede verse en la figura 19.25*c*, el esfuerzo total actuante sobre la sección, $V + N$, se descompone en los tres vectores N_s, V_r y N_c, de donde resulta, al proyectar verticalmente:

$$V_r = V - N_c \cdot \operatorname{sen} \alpha_c - N_s \cdot \operatorname{sen} \alpha_s,$$

siendo α_c y α_s los ángulos que forman, respectivamente, la resultante de compresiones y la armadura en tracción con la directriz de la pieza.

El equilibrio de momentos y el de esfuerzos horizontales exigen, por otra parte:

$$N_c = \frac{M}{z} \cdot \frac{1}{\cos \alpha_c}$$

$$N_s = \left(\frac{M}{z} + N \right) \cdot \frac{1}{\cos \alpha_s}$$

con lo que, al sustituir, se obtiene:

$$V_r = V - \frac{M}{z} \operatorname{tg} \alpha_c - \left(\frac{M}{z} + N \right) \operatorname{tg} \alpha_s.$$

Pero, aproximadamente, puede ponerse:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_c}{z} \approx \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{d} \qquad \text{y} \qquad \operatorname{tg} \alpha_s \approx \operatorname{tg} \alpha,$$

siendo α' y α los ángulos que forman con la directriz de la pieza la cara comprimida y la traccionada, respectivamente. Sustituyendo se obtiene como expresión general para el cortante reducido:

$$V_r = V - \frac{M}{d} \operatorname{tg} \alpha' - \left(\frac{M}{z} + N \right) \operatorname{tg} \alpha.$$

En esta fórmula los signos deberán tomarse de forma que el cortante disminuya en valor absoluto si el canto de la pieza crece al aumentar el momento flector, como suele suceder normalmente.

Como ejemplo de aplicación, se considera la ménsula de la figura 19.26, que está sometida a un momento negativo. La cabeza comprimida será la inferior y, siendo $\alpha = 0$, resulta el cortante reducido:

$$V_r = V + \frac{M}{d} \operatorname{tg} \alpha',$$

y, al ser $M < 0$, resulta efectivamente $V_r < V$.

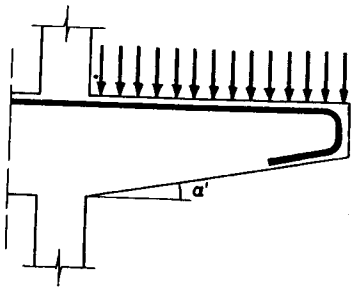


Figura 19.26 Cortante reducido en una ménsula

2.° SECCIONES EN T Y DOBLE T

Sea una sección en T sometida a un cortante V_d. Según se vio en el apartado 19.2-5.°, aparecerá en el alma de la sección una fuerza cortante a todo ancho:

$$\tau_w \cdot b_w = \frac{V_d}{z}$$

siendo b_w el ancho del alma (fig. 19.27). Para determinar las armaduras transversales correspondientes a dicha fuerza cortante, se aplicarán las fórmulas indicadas anteriormente.

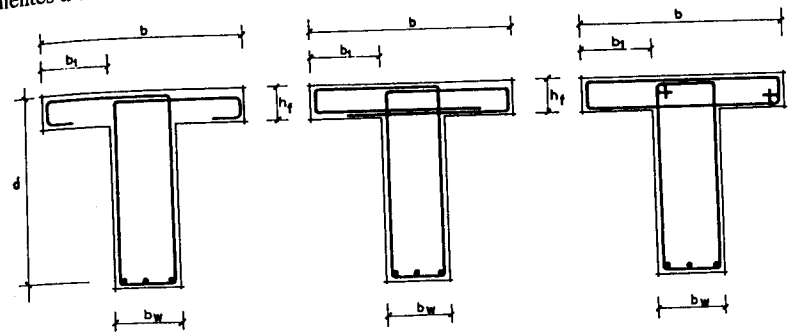


Figura 19.27 Armaduras de cortante en alas de vigas en T

Pero también se vio en el apartado 19.2-5.° que en este tipo de secciones aparecen asimismo tensiones tangenciales τ_f en la sección de unión entre cada semiala y el alma. La correspondiente fuerza cortante a todo espesor del ala es un *esfuerzo rasante* que actúa en dicha sección de unión semiala-alma, de valor:

$$\tau_f \cdot h_f = \frac{b_1}{b} \tau_w \cdot b_w.$$

Este rasante es el mismo que aparecería en una sección rectangular de ancho h_f y canto útil d (o lo que es equivalente, brazo mecánico z), si estuviera sometida al esfuerzo cortante virtual:

$$V_f = \tau_f \cdot h_f \cdot z = \frac{b_1}{b} \tau_w \cdot b_w \cdot z = \frac{b_1}{b} V_d.$$

Pueden, por tanto, dimensionarse las armaduras transversales necesarias para resistir el rasante en la sección de unión entre la semiala y el alma como si fueran las armaduras de esfuerzo cortante de la citada sección rectangular virtual, sometida al cortante virtual V_f, empleando para ello los procedimientos estudiados anteriormente. Así, por ejemplo, si se aplica la Instrucción española, resultará que no son necesarias armaduras transversales cuando se cumpla:

$$V_f \leq f_{wd} \cdot h_f \cdot d$$

y que, de lo contrario, deberán disponerse estribos, en este caso horizontales (fig. 19.27), para absorber la diferencia, o sea, con una capacidad mecánica en cada plano de armado dada por la relación:

$$V_{su} = \frac{0{,}9d}{s_t} A_{90} \cdot f_{yd90} = V_f - f_{wd} \cdot h_f \cdot d,$$

siendo s_t la separación de los planos de estribos.

En el caso poco frecuente de existir una junta de construcción entre las alas y el nervio de la viga en T, por la necesidad de interrumpir el hormigonado, el esfuerzo rasante en dicha junta deberá tratarse siguiendo las indicaciones de los apartados 20.1 a 20.4.

En las vigas de puentes, en las que las alas tienen grandes dimensiones, es necesario considerar además su trabajo en voladizo bajo las cargas que actúan sobre estas alas (flexión transversal). Aunque en principio parecería necesario sumar, en la cara superior del ala, las armaduras transversales resultantes para el rasante y la flexión transversal, muchos proyectistas consideran que basta con disponer armaduras con la mayor de las cuantías obtenidas por separado para ambos efectos.

De igual forma, en las alas traccionadas de secciones en doble T, en T invertida, o en T sometida a momentos negativos (fig. 19.8), resultan necesarias armaduras transversales, que pueden dimensionarse considerando una sección rectangular virtual, de dimensiones $h_f \cdot d$, sometida al esfuerzo rasante:

$$V_f = \frac{U_f}{U_{tot}} V_d,$$

siendo U_f y U_{tot} las capacidades mecánicas de las armaduras longitudinales traccionadas en la parte del ala que vuela, y en toda el ala, respectivamente.

En el caso de que el ala de una sección en T o doble T pueda estar sometida alternativamente a tracciones y a compresiones, deberá armarse transversalmente para el más exigente de los dos esfuerzos rasantes resultantes.

3.° OTROS CASOS ESPECIALES

- Según su forma de actuación, tanto las cargas concentradas F como las reacciones de apoyo R pueden ser *directas, indirectas* o *colgadas*. Estos casos se estudian en el capítulo 22 (apartado 22.9-1.°).
- El caso de *vigas cortas* (de pequeña longitud en relación con el canto) recibe un tratamiento especial. Véase al efecto el apartado 22.9-2.°.
- Cuando actúan *cargas concentradas próximas a los apoyos*, su totalidad o una parte importante de las mismas se transmite directamente al apoyo, lo que modifica el estudio del cortante en estas zonas. Este caso se trata en el apartado 22.9-3.°.
- Las *ménsulas cortas* sometidas a cargas concentradas deben estudiarse por la teoría de bielas y tirantes (apartado 22.6). A estos elementos se dedica el apartado 22.8.
- Lo mismo puede decirse de las *vigas de gran canto*, que se tratan en el apartado 22.7.
- Las *zapatas rígidas*, que son elementos similares a las vigas cortas, también se estudian y arman ventajosamente aplicando el método de las bielas y tirantes, lo que es preceptivo según la Instrucción española. En el apartado 23.3-3.° se dan indicaciones al respecto.

19.11 Deslizamiento de las armaduras

Un problema que está íntimamente relacionado con el esfuerzo cortante es el estudio de la adherencia de las armaduras longitudinales fuera de las zonas de anclaje, necesaria para que éstas puedan resistir, sin deslizamiento, las variaciones de tensión que en ellas producen las solicitaciones tangenciales, según se ha visto al estudiar la analogía de la celosía.

La resistencia al deslizamiento entre armaduras y hormigón es el efecto de varias causas distintas, siendo las principales la adherencia entre ambos materiales, el rozamiento originado por la presión que el hormigón ejerce sobre las barras al retraer y el rozamiento producido por

el zunchado de los estribos. Por ser difícil estudiar separadamente la influencia de estas acciones, se asimila el efecto total a una adherencia.

Normalmente no es necesario comprobar la resistencia al deslizamiento. Sólo en casos de piezas armadas con barras de gran diámetro y fuertemente solicitadas a cortante puede resultar insuficiente dicha resistencia, en cuyo caso habría que sustituir las barras por otras de la misma capacidad mecánica pero de menor diámetro, para aumentar así el perímetro adherente.

Como regla práctica, puede prescindirse de la comprobación del deslizamiento de las armaduras fuera de las zonas de anclaje, en vigas ordinarias de edificación y análogas, si éstas van armadas con barras de diámetro no mayor de Ø 25 y siempre que el cortante de cálculo que soporta la viga no supere al triple de la contribución del hormigón (método en rotura); es decir, siempre que se cumpla la condición $V_{rd} \leq 3\, V_{cu}$.

A continuación se indica la forma de calcular la tensión de adherencia que se produce entre el hormigón y el acero para cargas de servicio. En una rebanada de una viga sometida a flexión (fig. 19.28) la tensión de adherencia es debida a la diferencia de esfuerzos a que está sometida la armadura entre las caras de la rebanada considerada, diferencia que vale:

$$dN_s = \frac{M + dM}{z} - \frac{M}{z} = \frac{dM}{z} = \frac{V \cdot ds}{z},$$

en donde M es el momento actuante.

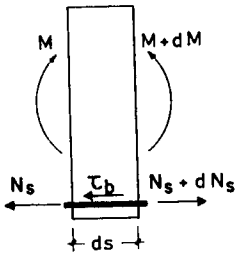


Figura 19.28 Tensión de adherencia acero-hormigón

Este esfuerzo ha de ser absorbido mediante las tensiones de adherencia τ_b que actúan en el perímetro de las barras. Si se supone que esas tensiones son constantes a lo largo de ds, resulta:

$$dN_s = n \cdot \pi \cdot \varnothing \cdot \tau_b \cdot ds,$$

o sea:

$$\tau_b = \frac{1}{n \cdot \pi \cdot \varnothing} \cdot \frac{dN_s}{ds} = \frac{1}{n \cdot \pi \cdot \varnothing} \cdot \frac{V}{z} = \frac{b}{n \cdot \pi \cdot \varnothing} \tau_0$$

suponiendo despreciable la variación del brazo mecánico z con s. En estas fórmulas es:

n = número de barras de la armadura longitudinal de tracción;
$\varnothing$ = diámetro de cada una de ellas;
V = esfuerzo cortante en la sección;
b = ancho de la sección considerada;
τ_o = tensión tangencial en la zona traccionada de hormigón.

Para comprobar el deslizamiento hay que obtener, por otra parte, el valor de la resistencia a tracción media del hormigón, que va a servir de referencia (5.5-2.°):

$$f_{ct,m} = 0{,}30 \sqrt[3]{f_{ck}^{\,2}}$$

siendo f_{ck} la resistencia característica y estando expresadas ambas en N/mm².

Como tensión tangencial admisible en estados límites de servicio puede tomarse la siguiente:

$$\tau_{b,adm} = \frac{f_{ct,m}}{2}$$

Por consiguiente, se está en buenas condiciones de adherencia si se cumple:

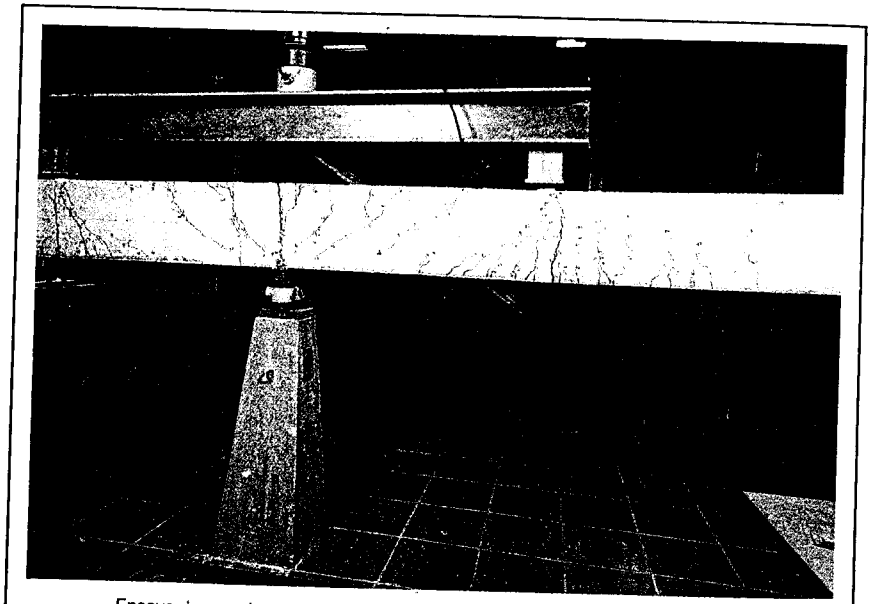
$$\tau_b \leq \tau_{b,adm}$$

Por su parte, el Código Modelo indica que, en estados límites últimos, cuando las armaduras están sometidas a grandes variaciones de tracción ΔN_{sd} sobre una corta longitud Δs, debe efectuarse la siguiente comprobación para evitar el riesgo de rotura local por adherencia:

$$\tau_b = \frac{1}{n \cdot \pi \cdot \varnothing} \cdot \frac{\Delta N_{sd}}{\Delta s} \approx \frac{V_{rd}}{0{,}9 \cdot d \cdot n \cdot \pi \cdot \varnothing} \leq f_{bd}$$

siendo V_{rd} el cortante reducido de cálculo y f_{bd} el valor límite de la tensión de adherencia (tabla 9.1 del apartado 9.2).

Generalmente esta comprobación no es necesaria para elementos armados con barras de diámetros menores de 32 milímetros.



Ensayo de una viga a esfuerzo cortante *(cortesía del Instituto Eduardo Torroja).* Obsérvense las fisuras a 45° en la zona de apoyo. Sobre la forma de rotura por cortante, véase la ilustración de página 317

20. Rasante, torsión y punzonamiento

Se agrupan en este capítulo tres estados límites últimos originados por solicitaciones tangenciales y, por tanto, íntimamente relacionados con el esfuerzo cortante (tratado en el capítulo anterior) pero que presentan peculiaridades propias. El primero de ellos –esfuerzo rasante– tiene gran importancia en vigas prefabricadas para forjados y tableros de puentes. El segundo –torsión– se produce en algunas piezas lineales. El tercero –punzonamiento– es a menudo determinante en placas, forjados reticulares, zapatas y otras piezas superficiales.

ESFUERZO RASANTE

20.1 Introducción

1.° ESFUERZO CORTANTE Y ESFUERZO RASANTE

Vimos en el apartado 19.10-2.° que en el caso de las vigas en T es necesario efectuar dos comprobaciones de tensiones tangenciales, una de esfuerzo cortante en el alma (sección normal a la directriz de la pieza) y otra de esfuerzo rasante en la unión semiala-alma (sección paralela a la directriz de la pieza); ya antes, en el apartado 19.2-5.°, habíamos deducido el valor del esfuerzo rasante que corresponde a este caso particular de vigas en T. Cortante y rasante son en el fondo la misma cosa o las dos caras de una moneda, aunque en la práctica se distinguen porque las comprobaciones correspondientes se efectúan en distintas piezas y secciones.

Se suele llamar *esfuerzo cortante* a la solicitación resultante de las tensiones tangenciales en una *sección normal* a la directriz de la pieza (*transversal*); mientras que se suele llamar *esfuerzo rasante* a la solicitación resultante de las tensiones tangenciales en una *sección paralela* a la directriz (*longitudinal*). Como las piezas en las que el cortante es importante suelen ser vigas y losas de directriz horizontal, al rasante se le denomina a veces cortante horizontal.

En las piezas sometidas a flexión simple o compuesta, los esfuerzos rasantes aparecen al mismo tiempo que los cortantes como consecuencia de la variación de los momentos flectores a lo largo de la directriz. Esta variación crea unas tensiones tangenciales que actúan a la vez en las caras verticales y horizontales de los paralelepípedos elementales situados en el interior de la pieza e inclinan las tensiones principales (figura 19.6).

En definitiva, la función de cortante y rasante consiste en asegurar una transmisión mutua de tensiones entre la cabeza de compresión y la de tracción en las vigas, obligándolas a trabajar de forma solidaria. Imaginemos (figura 20.1*a*) que se da un corte a una viga sometida a flexión según un plano medio horizontal, y que la superficie de contacto se unta de grasa; en tal caso, el resultado sería el de la figura 20.1*b*. Si esto no sucede en la realidad es porque, en cada rebanada de la pieza (ver figura 19.2), los esfuerzos rasantes transmiten las diferencias de compresiones actuantes en una y otra cara de la rebanada hacia las fibras inferiores, hasta llegar a la armadura donde deben equilibrar la diferencia de tracciones del acero entre una y otra cara. La resistencia a los esfuerzos rasantes requiere normalmente la presencia de armaduras transversales, estribos o cercos verticales, que cosen las distintas fibras de la rebanada, aseguran su trabajo conjunto e impiden que se deformen por separado.

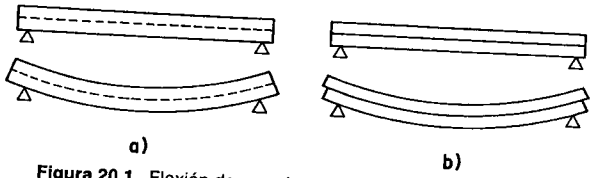


Figura 20.1 Flexión de una viga: (*a*) monolítica; (*b*) de dos piezas

2.° MECANISMO DE CORTANTE – FRICCIÓN

En piezas de hormigón armado sin armaduras transversales el cortante se resiste por medio de los diversos mecanismos que expusimos en el apartado 19.5; y el comportamiento de las piezas, así como su forma de fallo, depende del mecanismo que en cada caso resulte predominante. Uno de los principales es el *engranamiento de áridos*, especialmente en las *piezas compuestas*, constituidas por hormigones distintos o ejecutados en dos fases y separados por una *junta de hormigonado* paralela a la directriz. A través de esta junta se transmite un *rasante* (o cortante horizontal), y al mecanismo puesto en juego se le denomina *mecanismo de cortante-fricción* siguiendo la terminología inglesa (*shear-friction*).

Cuando se trata de piezas de hormigón monolítico (constituidas por un hormigón único, vertido en una sola fase) su comprobación a cortante y la forma de armarlas, en su caso (capítulo 19), cubren de forma automática los esfuerzos rasantes, razón por la cual no es necesario considerarlos, salvo en el caso, ya estudiado, de la unión alas-alma de las vigas en T. *Pero si existe una junta previa es necesario comprobar el estado límite de agotamiento por esfuerzo rasante.*

Tal es el caso de las vigas pretensadas prefabricadas para tableros de puentes, de las viguetas y semiviguetas de hormigón armado o pretensado que forman parte de forjados unidireccionales (figura 20.2) y de los forjados compuestos por placas alveolares apoyadas sobre semijácenas prefabricadas sobre las que se hormigona una capa de compresión (figura 20.3). En las viguetas de forjados, la junta entre las dos partes de la pieza compuesta puede no ser plana sino reproducir el contorno superior de la vigueta prefabricada (figura 20.2*c*).

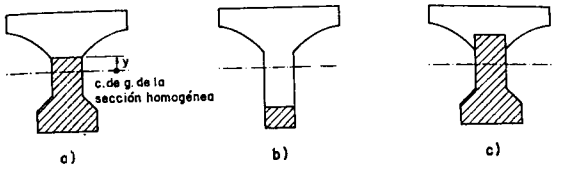


Figura 20.2 Juntas diversas entre piezas prefabricadas y hormigón in situ

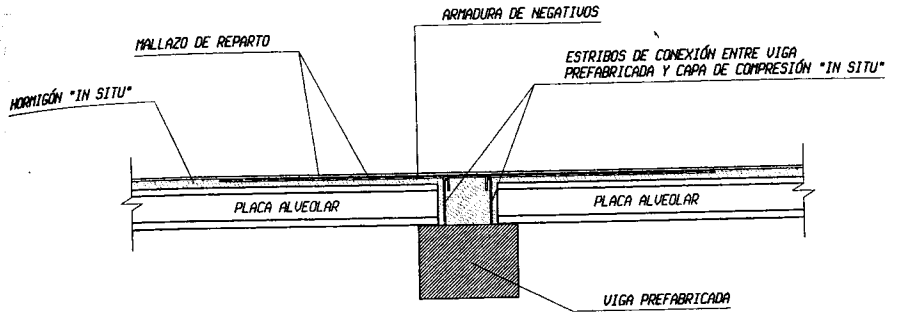


Figura 20.3 Forjado de vigas prefabricadas y placas alveolares

Durante el hormigonado de la parte ejecutada in situ las vigas o viguetas prefabricadas suelen estar apeadas o sometidas a una carga parcial (el peso del hormigón que se vierte). Una vez endurecido este hormigón se retiran los apeos y entra a trabajar la sección completa. Para ello es necesario que la sección de contacto entre los dos hormigones sea capaz de transmitir el esfuerzo rasante sin que se produzcan deslizamientos longitudinales entre la parte prefabricada y la ejecutada in situ, consiguiéndose así que ambas partes trabajen de forma solidaria.

3.° JUNTAS ENTRE HORMIGONES

Existen dos tipos de juntas entre hormigones (figura 20.4). Al primero pertenecen las juntas que llevan armaduras de rasante suficientes para coser entre sí eficazmente las dos caras de la junta (figura 20.4*b*); al segundo, las juntas sin armar y aquéllas cuyas armaduras no alcanzan una cuantía mínima (figura 20.4*a*). Las primeras son las llamadas *uniones dúctiles*, porque su comportamiento se caracteriza por fuertes deformaciones y la plastificación de la junta antes de llegar al agotamiento. Como veremos (apartado 20.3-2.°), su resistencia a esfuerzo rasante viene dada por la suma de dos términos, de los cuales el primero representa la contribución del hormigón (por cohesión y engranamiento de áridos) y el segundo la contribución de las armaduras que cosen la junta. Las juntas sin armar son las llamadas *uniones frágiles*, por exhibir un comportamiento de esta naturaleza, alcanzando la rotura bajo una deformación reducida y sin aviso previo. En ellas toda la resistencia a rasante debe confiarse al hormigón.

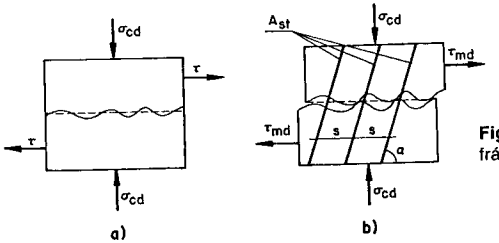


Figura 20.4 Dos tipos de juntas entre hormigones, frágil (*a*) y dúctil (*b*). *Fuente: CPH, 1999*

A continuación estudiaremos, en primer lugar, el valor de las tensiones rasantes actuantes debidas al cortante V; y en segundo lugar, el valor de las tensiones rasantes resistentes en los dos casos posibles de junta armada y junta sin armar. Finalmente, expondremos las fórmulas de dimensionamiento y las disposiciones relativas a las armaduras, según la Instrucción española.

20.2 Tensiones rasantes actuantes en juntas de hormigonado

El cálculo preciso de las *tensiones rasantes* en los distintos puntos de una junta y el de su resultante en zonas de la misma (que son las *fuerzas rasantes*) es complejo, dependiendo de que el hormigón esté sin fisurar o fisurado, así como de que la sección considerada esté en una situación de servicio –en la que pueda suponerse que la relación entre tensiones y deformaciones del hormigón es lineal– o cercana a la rotura, lo cual está a su vez condicionado por los esfuerzos actuantes y por el armado de la sección. Por ello muchas veces debemos renunciar a un cálculo preciso y conformarnos con obtener cotas superiores de las tensiones y fuerzas rasantes que nos permitan dimensionar las armaduras necesarias quedando del lado de la seguridad.

El cálculo de las tensiones tangenciales en una pieza en flexión simple ha sido estudiado en el apartado 19.2 para los distintos casos (hormigón sin fisurar en servicio, hormigón fisurado en servicio y hormigón en rotura).

Usando las expresiones encontradas en este apartado, la fuerza cortante a todo ancho en una fibra situada a la altura y de una sección compuesta (fig. 20.2*a*) vale:

$$\tau_y \cdot b_y = V \frac{S_y}{I} = F_r$$

siendo:

b_y = ancho de la sección a la altura y;
V = esfuerzo cortante actuante en la sección;
S_y = momento estático de la parte de la sección situada por encima de la fibra y (hormigón *in situ*);
I = momento de inercia de la sección.

Esta fuerza cortante a todo ancho no es otra cosa que la *fuerza rasante* F_r por unidad de longitud de la pieza que actúa sobre la junta de hormigonado. Si el hormigón de la sección está sin fisurar el momento estático S_y y el de inercia I de la fórmula anterior deberán referirse a la *sección total homogénea* (apartado 19.2-1.°), que se obtiene multiplicando las áreas de las armaduras por el coeficiente de equivalencia $n = E_s/E_{cp}$, y las áreas del hormigón in situ por el coeficiente de equivalencia $m = E_{ch}/E_{cp}$, siendo E_{ch} y E_{cp} los módulos de elasticidad del hormigón in situ y del hormigón prefabricado, que serán en general distintos. Si el hormigón está fisurado, el momento estático S_y y el de inercia I de la fórmula anterior deberán referirse a la *sección eficaz homogénea* (apartados 19.2-2.° y 12.5-1.°).

En el caso de que la fibra en la que se sitúa la junta de hormigonado esté por debajo del centro de gravedad de la sección conjunta (fig. 20.2*b*), y de que el hormigón de la pieza esté fisurado en servicio o en rotura, tal como se vio en 19.2-2.° y 19.2-3.° las tensiones tangenciales son constantes por debajo de la fibra neutra y la fuerza rasante alcanza su valor máximo:

$$F_r = \frac{V}{z}$$

siendo z el brazo mecánico (distancia entre la armadura traccionada y la resultante del bloque de compresiones en el hormigón).

Si la junta no es plana (fig. 20.2*c*), la tensión tangencial en la misma no será constante, y la fuerza rasante F_r por unidad de longitud de la pieza valdrá:

$$F_r = \tau_{med} \cdot p = V \frac{S}{I}$$

siendo:

τ_{med} = tensión tangencial rasante media en la junta;
p = perímetro de la junta de contacto entre la sección prefabricada y la de hormigón in situ;
V = esfuerzo cortante actuante en la sección;
S = momento estático de la sección *in situ* respecto a la fibra neutra de la sección compuesta;
I = momento de inercia de la sección compuesta.

En definitiva, la tensión tangencial media en la junta vale:

$$\tau_{med} = \frac{F_r}{p} = \frac{V \cdot S}{p \cdot I} \leq \frac{V}{p \cdot z}$$

Estas fórmulas presuponen que la distribución de las tensiones de compresión en el hormigón es lineal. Si la sección está en rotura o próxima a la rotura, en la cabeza comprimida existirá un amplio bloque plastificado sometido a tensiones de compresión uniformes e iguales en ambas caras de la rebanada. Por tanto, en este caso, las tensiones rasantes, que deben equilibrar la diferencia de las resultantes de estos bloques, son mucho menores, de donde se deduce que la fórmula anterior es en ese caso excesivamente conservadora.

Por otra parte, si la junta es dúctil (armadura superior al mínimo eficaz), se produce una plastificación de la junta frente al esfuerzo rasante que redistribuye, a lo largo de zonas importantes de la pieza, las tensiones rasantes entre unas secciones y otras y las iguala entre sí. En estas condiciones, las tensiones rasantes medias en esas zonas de la pieza valen:

$$\tau_{med} = \frac{F_{r,tot}}{p \cdot a}$$

siendo:

$F_{r,tot}$ = *fuerza rasante total* en la zona plastificada de la junta;
p = ancho o perímetro de la junta entre hormigones;
a = longitud de la zona plastificada de la junta.

Como longitud de la zona plastificada de la junta puede tomarse, normalmente, la zona de pieza comprendida entre puntos de momento nulo (si es una viga simplemente apoyada, la luz de la viga).

La fuerza rasante total, en el caso de una viga simplemente apoyada, está limitada por los valores:

$$F_{r,tot} \leq 0{,}85 f_{cd,h} \cdot A_{ch}$$

$$F_{r,tot} \leq A_s \cdot f_{yd}$$

siendo:

$f_{cd,h}$ = resistencia de cálculo del hormigón *in situ*;
A_{ch} = área de la parte de sección de hormigón *in situ;*
A_s = área *estrictamente necesaria* para la armadura de la sección central de la viga.

Estas limitaciones resultan del equilibrio frente a fuerzas horizontales de la parte hormigonada in situ –que en la sección central del vano soporta una compresión cuyo límite es el primer valor– y de la parte prefabricada –que en la misma sección soporta una tracción cuyo límite es el segundo valor–.

20.3 Tensiones rasantes resistentes en juntas de hormigonado

1.° JUNTAS SIN ARMADURA DE RASANTE

En el caso de juntas frágiles (fig. 20.4*a*) que, como se ha dicho en 20.1-3.°, son las que no están cosidas por una armadura de rasante o aquéllas que sí lo están, pero en las que la armadura no puede considerarse eficaz por ser su cuantía menor que la cuantía mínima (véase en 20.4-1.° el valor de esta cuantía mínima), la tensión última resistente de la junta a rasante coincide con la *tensión últi... del hormigón a rasante,* que viene dada por la expresión:

$$\tau_{cu} = \beta \cdot f_{ct,d} + \mu \cdot \sigma_{cd}$$

siendo:

$f_{ct,d}$ = resistencia de cálculo a tracción del hormigón más débil (el colocado *in situ*);
σ_{cd} = tensión externa de cálculo normal a la junta (positiva si es de compresión), si existe;
β, μ= coeficientes que dependen del tipo de superficie de la junta.

En esta expresión el primer sumando representa el efecto de la cohesión entre hormigones (engranamiento de áridos) y el segundo el rozamiento entre hormigones. Los valores de los coeficientes β y μ pueden tomarse de la tabla 20.1 del apartado 20.4. Es necesario advertir que si sobre la junta actúa una tensión normal de tracción ($\sigma_{cd} < 0$) la tensión última rasante debe suponerse nula ($\tau_{cu} = 0$).

2.° JUNTAS CON ARMADURA DE RASANTE

En el caso de juntas cosidas por una armadura transversal eficaz, es decir, de cuantía superior a la mínima (ver apartado 20.4-1.°), la tensión última a esfuerzo rasante viene dada por la suma de la proporcionada por el hormigón (τ_{cu}) y la proporcionada por la armadura (τ_{su}):

$$\tau_u = \tau_{cu} + \tau_{su}$$

El valor de τ_{cu} es el mismo del punto 1.° anterior. En cuanto al valor de τ_{su}, puede deducirse de las consideraciones siguientes (ver figura 20.5*a*). Al iniciarse los desplazamientos relativos entre los labios de la junta, debido a las irregularidades superficiales una de las dos caras intenta *cabalgar* sobre la otra, originándose una separación que tiende a abrir la junta y obliga a entrar en carga a la armadura (fig. 20.5*b*). Si establecemos el equilibrio de una semipieza (fig. 20.5*c*) observaremos que la fuerza F proporcionada por la armadura provoca dos efectos complementarios: la componente F_1 que se opone directamente al cortante V y la componente F_2 que tiende a cerrar la junta produciendo una fricción entre ambas superficies.

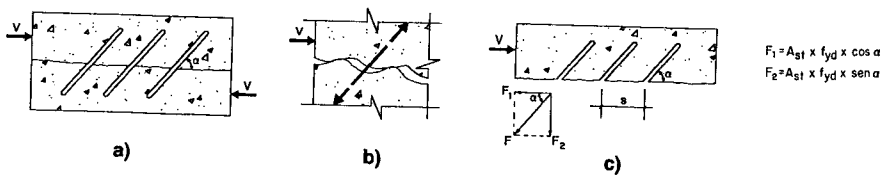


Figura 20.5 Junta con armadura de rasante

Por consiguiente, el equilibrio puede expresarse mediante la ecuación:

$$\tau_{su} \cdot b \cdot s = A_{st} \cdot f_{yd} (\cos\alpha + \mu \cdot \operatorname{sen}\alpha)$$

siendo μ el mismo coeficiente del punto 1.° anterior y τ_{su} la tensión rasante última debida a la armadura, que puede ponerse en la forma:

$$\tau_{su} = \sigma_s \cdot (\cos\alpha + \mu \cdot \operatorname{sen}\alpha)$$

donde

$$\sigma_s = \frac{A_{st} \cdot f_{yd}}{b \cdot s}$$

es la compresión oblicua ejercida por la armadura sobre el hormigón.

En las ecuaciones anteriores se ha considerado el caso de junta plana de ancho b constante. De no ser así, debe sustituirse b por el perímetro p de la junta, es decir, la superficie de contacto por unidad de longitud.

20.4 Dimensionamiento a rasante según la Instrucción española

1.° FÓRMULAS DE CÁLCULO

a) Para la obtención de la *tensión rasante actuante* en una junta, la Instrucción española ofrece la fórmula:

$$\tau_{med} = \frac{V_d}{p \cdot z}$$

siendo V_d el valor de cálculo del esfuerzo cortante en la sección de estudio y z el brazo mecánico. Como se ha dicho en el apartado 20.2 esta fórmula conduce a valores del lado de la seguridad, pudiendo resultar excesivamente conservadores en algunos casos, especialmente si la junta queda dentro del bloque comprimido en estado último.

En las juntas dúctiles puede aceptarse una redistribución plástica del esfuerzo rasante en una zona de la junta y calcular la tensión rasante media mediante:

$$\tau_{med} = \frac{F_{r,tot}}{p \cdot a_r}$$

siendo $F_{r,tot}$ la fuerza rasante total actuante en el área de la zona y a_r la longitud de la zona de redistribución plástica considerada. La ley de esfuerzos cortantes en la longitud a_r debe presentar una variación monótona creciente o decreciente. Los puntos de cambio de signo de momento deben adoptarse como límites de la zona a_r.

En piezas en las que la retracción diferencial entre hormigones sea importante deben evaluarse las tensiones rasantes inducidas por ella. Especial atención merecen los extremos libres sin armadura de cosido o con una cuantía baja.

b) De acuerdo con la Instrucción española, el valor medio de la tensión rasante actuante en una junta no debe superar el *valor último resistente* de esta *tensión rasante*:

$$\tau_{md} \leq \tau_u \beta\, f_{ct,d} + \frac{A_{st}}{sp} f_{yd} (\mu \operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha) + \mu\, \sigma_{cd} \;\not\leq\; 0{,}25\, f_{cd}$$

donde:

τ_{md} valor medio de la tensión rasante de cálculo de la junta en la sección considerada;
τ_u valor último resistente de la tensión rasante de la junta en la sección considerada;
f_{cd} resistencia de cálculo a compresión del hormigón más débil de la junta;
A_{st} sección de las barras de acero, eficazmente ancladas, que cosen la junta;

s separación de las barras de cosido según el plano de la junta;
p superficie de contacto por unidad de longitud. No se extenderá a zonas donde el ancho de paso sea inferior a 20 mm o al diámetro máximo del árido, o con un recubrimiento inferior a 30 mm;
f_{yd} resistencia de cálculo de las armaduras transversales en N/mm^2 ($\geq$ 400 N/mm^2);
α ángulo formado por las barras de cosido con el plano de la junta. No se dispondrán armaduras con $\alpha > 135°$ ó $\alpha < 45°$;
σ_{cd} tensión externa de cálculo normal al plano de la junta, si existe. $\sigma_{cd} > 0$ para tensiones de compresión. (Si $\sigma_{cd} < 0$, $\beta \cdot f_{ct,d} = 0$)
$f_{ct,d}$ resistencia de cálculo a tracción del hormigón más débil de la junta.

En el caso de armadura de cosido normal al plano de la junta ($\alpha = 90°$), la expresión de la tensión última resistente a rasante de la junta es:

$$\tau_u = \beta \cdot f_{ct,d} + \mu\left(\frac{A_{st}}{sp} f_{yd} + \sigma_{cd}\right) \geq 0{,}25\, f_{cd}$$

Los valores de los coeficientes β y μ se definen en la tabla 20.1, en función de la rugosidad de la superficie (ver apartado 20.5).

TABLA 20.1
VALORES DE LOS COEFICIENTES β Y μ EN FUNCIÓN DEL TIPO DE SUPERFICIE

	Tipo de superficie	
	Rugosidad baja	*Rugosidad alta*
β	0,2	0,4
μ	0,6	0,9

Para superficies rugosas eficazmente engarzadas en cola de milano se admite $\beta = 0{,}5$.

La contribución de la armadura de cosido a la resistencia a rasante de la junta, en la sección de estudio, sólo será contabilizada si la cuantía geométrica de armadura transversal cumple la condición de *cuantía mínima eficaz*:

$$\frac{A_{st}}{sp} \geq \frac{0{,}38}{f_{yd}} \quad (f_{yd} \text{ en N/mm}^2)$$

Bajo solicitaciones de fatiga o de tipo dinámico los valores correspondientes a la contribución por cohesión entre hormigones ($\beta \cdot f_{ct,d}$) se reducirán en un 50%.

Cuando existan tracciones normales a la superficie de contacto (por ejemplo, cargas colgadas en la cara inferior de una viga compuesta) la contribución por cohesión entre hormigones se considerará nula ($\beta \cdot f_{ct,d} = 0$).

La capacidad resistente a esfuerzo rasante está obtenida bajo la hipótesis de un espesor medio mínimo del hormigón a cada lado de la junta de 50 mm, medido normalmente al plano de la junta, pudiéndose llegar localmente a un espesor mínimo de 30 mm.

2.° DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS ARMADURAS DE RASANTE

En las juntas dúctiles se puede adoptar la hipótesis de redistribución de tensiones a lo largo de zonas de la junta y colocar una armadura de rasante uniforme en cada una de estas zonas, aunque se aconseja distribuir la armadura de cosido proporcionalmente a la ley de esfuerzos cortantes.

En el caso de piezas solicitadas a cargas dinámicas significativas, se dispondrá siempre armadura transversal de cosido en los voladizos y en los cuartos extremos de la luz.

En todos los casos se debe comprobar el correcto anclaje de las barras de cosido teniendo en cuenta que espesores de hormigón inferiores a 80 mm pueden requerir mecanismos de anclaje no convencionales.

20.5 Rugosidad de las superficies

La Instrucción española clasifica las superficies de contacto entre hormigones, de acuerdo con su rugosidad y tratamiento superficial, en dos categorías:

a) De rugosidad baja

- Obtenida por técnicas de extrusión (caso de viguetas prefabricadas).
- Cepillando el hormigón fresco pero sin perturbar la adherencia árido grueso-mortero.

b) De rugosidad alta

- Acabado por encofrado del hormigón fresco con tela metálica u hojalata desplegada.
- Peinado del hormigón con un peine de púas metálicas en sentido transversal a la dirección del esfuerzo rasante.
- Tampeado del hormigón después de vibrado con un enrejado metálico de tipo metal desplegado.
- Superficie libre obtenida por vibración interna del hormigón impidiendo la formación de lechada de superficie.
- Tratamiento con chorro de arena o chorro de agua, hasta dejar el árido grueso a la vista.
- Existencia de un almenado o encastillado transversal a la dirección del esfuerzo rasante.
- En el caso particular de semiviguetas obtenidas con máquina ponedora, cuando la sección de la vigueta sea en cola de milano y la superficie quede abierta y rugosa (en caso contrario se asimilará a superficie de rugosidad baja).

Para juntas de hormigones vertidos en dos fases, la clasificación de la superficie se aplica a la superficie sobre la que se vierte el hormigón de segunda fase.

La cohesión entre hormigones se ve muy afectada por la presencia de materiales interpuestos (por ejemplo, polvo, lechada, agua, etc.). En las uniones sin armadura de cosido, dado su carácter frágil, deben cuidarse especialmente las condiciones de ejecución, limpieza y preparación de la superficie de hormigonado. Respecto a la humedad de la superficie sobre la que se hormigona, es preferible tender a seca que a excesivamente húmeda.

TORSIÓN

20.6 Generalidades

Se dice que una pieza trabaja a *torsión pura* cuando está sometida, como solicitación única, a un *momento torsor T*, esto es, a un momento cuyo eje es paralelo a la directriz de la pieza. Esta solicitación es muy poco frecuente.

Una pieza trabaja a *flexión con torsión* cuando tanto las cargas como las reacciones de apoyo no pasan por el eje de esfuerzos cortantes. Este eje es una línea que une los centros de esfuerzos cortantes de las distintas secciones de la pieza. El *centro de esfuerzos cortantes* O_t coincide con el centro de gravedad de la sección si ésta tiene un eje de simetría paralelo al

plano en el que actúan las cargas. Cualquier carga F que no pase por el centro de esfuerzos cortantes (fig. 20.6) produce, además de la flexión correspondiente, un *momento torsor:*

$$T = F \cdot d,$$

siendo d la distancia de la recta de actuación de la carga al centro de esfuerzos cortantes.

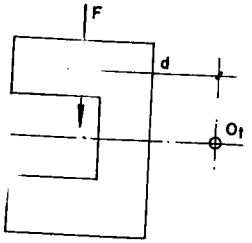


Figura 20.6 Pieza sometida a torsión: la fuerza F no pasa por el centro de esfuerzos cortantes O_t

La torsión se presenta casi siempre acompañada por la flexión y el cortante, y da lugar, lo mismo que este último, a tensiones tangenciales sobre las secciones de la pieza. Fácilmente se comprende que el tratamiento de los problemas de torsión reviste análogas o aun mayores dificultades que el de los problemas de cortante.

Por fortuna, el cálculo a torsión puede eludirse en todos aquellos casos en que sea, para la pieza considerada, una *solicitación secundaria.* Esto sucede cuando el trabajo a torsión de la pieza no es necesario para el equilibrio de la misma o de otras piezas ligadas a ella. Dicho de otro modo, la torsión es secundaria siempre que la estructura pueda seguir resistiendo aún en el supuesto de que la rigidez a torsión de la pieza considerada se haga nula. En caso contrario, se dice que la torsión es una *solicitación principal.*

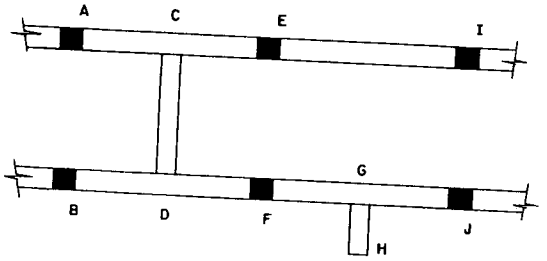


Figura 20.7 Ejemplos de torsión principal (ménsula GH) y torsión secundaria (viga CD)

Para aclarar estas ideas, sean *AEI* y *BFJ* dos pórticos paralelos de un edificio (fig. 20.7). La viga *CD* que los une, si está cargada, somete a torsión a las vigas *AE* y *BF*, pues al flectar hace que éstas giren alrededor de sus ejes. No obstante, la torsión de las vigas *AE* y *BF* es una solicitación secundaria, que se produce no por razones de equilibrio, sino de compatibilidad de deformaciones. Al fisurarse estas vigas bajo la acción de la torsión, su rigidez torsional disminuye más rápidamente que la rigidez a flexión de la viga *CD*, por lo que los extremos de ésta giran libremente, y pasa a comportarse como biapoyada, disminuyendo hasta casi anularse los momentos torsores que transmite a las vigas *AE* y *BF*. No sucede lo mismo con la ménsula *GH*, que somete a torsión a la viga *FJ*. Si la rigidez a torsión de esta viga se anulara, la ménsula no podría estar en equilibrio. Se trata pues, en este caso, de una solicitación principal de torsión.

La mayoría de las normas especifican que no es necesario, en los casos de torsión secundaria, el cálculo de las armaduras de torsión, bastando con disponer armaduras constructivas para

evitar la fisuración excesiva en servicio, pues en el estado de rotura el momento torsor actuante, muy disminuido por la fisuración, no es susceptible de reducir ni el momento flector ni el esfuerzo cortante últimos; y por otra parte, las armaduras de torsión que se dispusieran no llegarían a entrar en carga.

En ausencia de una teoría sencilla y suficientemente respaldada por ensayos para el tratamiento conjunto de la torsión, el cortante y la flexión, se usan procedimientos que estudian por separado los efectos de estas solicitaciones. Los métodos clásicos tradicionales, basados en la comprobación de tensiones tangenciales bajo cargas de servicio, superponen las debidas al cortante con las debidas a la torsión pura. Si la tensión tangencial total no supera una cierta tensión tangencial admisible, suponen que el hormigón puede resistir solo. En caso contrario, suponen que el hormigón está fisurado y pierde su capacidad resistente, debiendo recogerse todo el momento torsor con armaduras, para el dimensionamiento de las cuales no se admiten reducciones en el torsor como se admitían en el cortante. Y en todo caso, hay que comprobar que la compresión en las bielas de hormigón no supera la tensión de compresión admisible, lo que establece un límite máximo al torsor que puede resistir la sección.

Los métodos modernos de cálculo en rotura no admiten, como en el caso del cortante, fórmulas que suman una contribución del hormigón y otra de las armaduras, debiendo estas últimas resistir la totalidad del momento torsor. En cuanto al agotamiento del hormigón producido por compresiones inclinadas, suponen que se alcanza para ciertas combinaciones de momento torsor y esfuerzo cortante, lo cual es equivalente a admitir un diagrama de interacción ($T - V$.)

El modelo adoptado para calcular el torsor resistido por las armaduras es la analogía de la celosía espacial (ver apartado 20.8), cuya resistencia puede venir limitada por dos condiciones: la capacidad de las armaduras transversales (cercos) y la de las longitudinales. Estas últimas son imprescindibles para resistir las tracciones que la torsión produce en todo el perímetro de la pieza, de forma análoga a como en la celosía plana de cortante se requería un incremento de la armadura en la zona de tracción por el decalaje de la ley de momentos.

Obtenidas de esta forma las armaduras de torsión, de forma independiente a las necesarias por cortante y flexión, se arma la pieza con la suma de las armaduras resultantes (véase 20.10-2.° y 3.°).

20.7 Comportamiento básico del hormigón. Cálculo de tensiones tangenciales

El cálculo de las tensiones tangenciales que se producen en una pieza de hormigón armado solicitada en torsión pura es bastante más complicado que el de las producidas por el esfuerzo cortante. Por ello, se renuncia habitualmente a obtener dichas tensiones en los estados en que el hormigón está fisurado y en los próximos al de rotura.

Aun en el estado previo a la fisuración, en el que puede considerarse al hormigón como material elástico homogéneo y puede prescindirse de las armaduras (que no entran en carga al ser pequeñas las deformaciones), el problema es complejo. Por ello se suele admitir, como hipótesis simplificativa, que se trata de *torsión libre*, esto es, que las secciones de la pieza pueden alabearse libremente sin que se produzcan, por efecto de la torsión, tensiones normales. Esta simplificación no es admisible en estructuras metálicas, en las que, por ser las secciones esbeltas, las tensiones normales pueden jugar un papel importante.

Con esta simplificación, y suponiendo además que la pieza es de sección constante, la máxima tensión tangencial τ_t viene dada por:

$$\tau_t = \frac{T}{W_t},$$

y el giro de la pieza entre dos secciones, por:

$$\theta_t = \frac{T \cdot l}{G_c \cdot C},$$

con los siguientes significados:

T = momento torsor actuante;
W_t = momento resistente a torsión de la sección;
l = longitud de la pieza entre las secciones consideradas;
$G_c = \dfrac{E_c}{2(1+\nu)}$ = módulo de deformación transversal del hormigón;
E_c = módulo de deformación del hormigón;
ν = coeficiente de Poisson;
C = momento de inercia a torsión de la sección.

El momento resistente a torsión W_t y el momento de inercia a torsión C son función de la forma y dimensiones de la sección de la pieza. La tabla 20.2, tomada de *Rüsch, 1972*, permite su obtención para las secciones más frecuentes en la práctica.

Debe advertirse que las rigideces a giro torsional $G_c \cdot C$ sólo son válidas en el estado de hormigón sin fisurar, y que, como se ha dicho, se reducen notablemente al fisurarse el hormigón.

El último caso de la tabla, de secciones huecas de pared delgada, reviste un interés especial, por lo cual conviene considerarlo con atención. Puede imaginarse (fig. 20.8) que en este tipo de secciones se forma, a lo largo de la pared, un flujo constante de fuerza cortante a todo ancho:

$$\tau \cdot t = \text{cte},$$

con lo que el momento torsor resultante es:

$$T = \oint \tau \cdot t \cdot r \cdot ds = \oint 2\tau \cdot t \cdot dA_o = \tau \cdot t \cdot 2A_o,$$

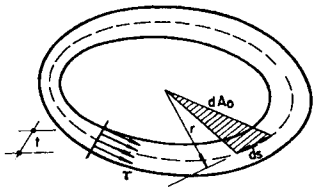


Figura 20.8 Caso general de sección hueca de pared delgada

siendo A_o el área de la sección media, o sea, el área de la sección encerrada por la línea de trazos de la figura 20.8. De aquí se deduce el valor de la fuerza cortante a todo ancho (ecuación de Bredt-Leduc):

$$\tau \cdot t = \frac{T}{2A_o},$$

y el valor de la máxima tensión tangencial, que corresponde al espesor mínimo:

$$\tau_{max} = \frac{T}{2A_o t_{min}}.$$

Obtenidas de esta forma las tensiones tangenciales debidas a la torsión pura, pueden superponerse, en su caso, con las tensiones tangenciales debidas al cortante, y calcular las tensiones principales de tracción y compresión que resultan al componerlas con las tensiones normales producidas por la solicitación de flexión simple o compuesta (M y N) que soporte la pieza.

STOA

TABLA 20.2

VALORES DE C Y DE W_t PARA DIVERSAS FORMAS DE SECCIONES

Forma y dimensiones de la sección	C	W_t	Observaciones
Círculo	$\pi \frac{a^4}{32}$	$\pi \frac{a^3}{16}$	
Anillo circular	$\frac{\pi}{32}(a^4 - a_i^4)$	$\frac{\pi}{16}\frac{a^4 - a_i^4}{a}$	
Anillo circular de pared delgada	$\frac{\pi}{4} a^3 t$	$\frac{\pi}{2} a^2 t$	
Elipse	$\frac{\pi}{16}\frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2}$	$\frac{\pi}{16} a b^2$	Para secciones irregulares se recomienda sustituirlas por la elipse inscrita
Exágono regular	$0.133\ a^4$	$0.188\ a^3$	
Octógono regular	$0.130\ a^4$	$0.185\ a^3$	
Rectángulo, $b \geq h$	$\alpha\, b^3 h$	$\beta\, b^2 h$	

h/b	1.00	1.25	1.50	2.00	3.00	4.00	6.00	10.00	∞
α	0.140	0.171	0.196	0.229	0.263	0.281	0.299	0.313	0.333
β	0.208	0.221	0.231	0.246	0.267	0.282	0.299	0.313	0.333

Sección cajón, $t_1 \ll b$, $t_2, t_3 \ll a$	$\frac{4\,b\,a}{\frac{2}{b t_1} + \frac{1}{a t_2} + \frac{1}{a t_3}}$	$2\,b\,a\,t_{min}$
Sección abierta descomponible en rectángulos	$\sim \frac{1}{3}\sum b_i^3 h_i$	Para repartir el momento torsor T entre los diversos rectángulos puede suponerse que todos giran el mismo ángulo. Entonces: $T_i = T\frac{C_i}{\Sigma C_i}$ Siendo C_i el momento de inercia a torsión del rectángulo i
Sección hueca de pared delgada. A_o = área sec. media, p = perímetro sec. media	$\frac{4 A_o^2}{\oint \frac{ds}{t}}$ para t = cte. $\frac{4 A_o^2 t}{p}$	$2 A_o t_{min}$

20.8 Comportamiento básico de las armaduras. Analogía de la celosía espacial

El mecanismo mediante el cual una pieza de hormigón armado resiste una solicitación de torsión pura, una vez fisurada, es análogo al estudiado al tratar el esfuerzo cortante (apartado 19.3). Se trata ahora, sin embargo, de una celosía tridimensional, compuesta por celosías simples sobre las caras de la viga.

La primera simplificación consiste en suponer que no colabora, en la resistencia a torsión, toda la sección de hormigón, sino sólo la parte que rodea las armaduras, constituyéndose así una sección hueca de pared delgada (fig. 20.9). Esta simplificación es aceptable, pues se ha compro-

44672

bado experimentalmente que, una vez que se inicia la fisuración, la contribución del hormigón del núcleo es muy reducida. También puede suponerse que la tensión tangencial alcanza un valor máximo constante en todo el espesor de la pared (comportamiento plástico a torsión).

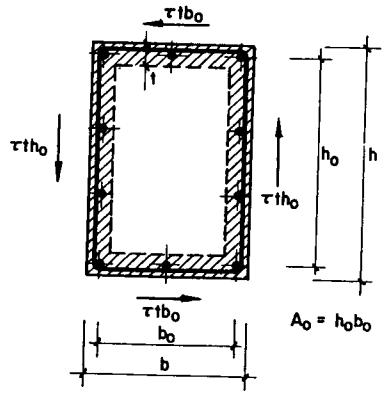


Figura 20.9 Sección hueca de pared delgada en una sección rectangular

A lo largo de las paredes de la sección hueca se crea un flujo de tensiones tangenciales, que forman una fuerza cortante a todo ancho $\tau \cdot t$ que es constante y que, como se vio en el apartado anterior, vale:

$$\tau \cdot t = \frac{T}{2A_o}$$

En el caso de la sección rectangular (fig. 20.9), el área de la sección media valdrá:

$$A_o = b_o \cdot h_o$$

y la fuerza cortante total que solicitará cada pared será, respectivamente, $\tau \cdot t \cdot h_o$ para las paredes verticales, y $\tau \cdot t \cdot b_o$ para las horizontales. Estas fuerzas cortantes en las paredes originan un trabajo a cortante de las mismas según el mecanismo de la celosía plana (apartado 19.3). Se supone que en estas celosías la inclinación de las bielas comprimidas vale $\beta = 45°$.

Consideremos, como caso más simple, el de una viga de sección cuadrada con $b_o = h_o = z$, armada con cercos dispuestos a distancias z (fig. 20.10), y en ella la celosía plana de la cara frontal 2-3-5-6-8-9-11-12, solicitada por un cortante $\tau \cdot t \cdot z$. De acuerdo con la descomposición de fuerzas que se vio en el apartado 19.3, resulta que las barras verticales 5-6, 8-9, etc., están sometidas a una tracción igual a $\tau \cdot t \cdot z$; las bielas de hormigón 2-6, 5-9, etc., a una compresión igual a $\tau \cdot t \cdot z \sqrt{2}$; la cabeza inferior 12-9, 9-6, 6-3, a tracciones crecientes $\tau \cdot t \cdot z$, $2\tau \cdot t \cdot z$, $3\tau \cdot t \cdot z$; y la superior 8-5, 5-2, a compresiones crecientes $\tau \cdot t \cdot z$, $2\tau \cdot t \cdot z$.

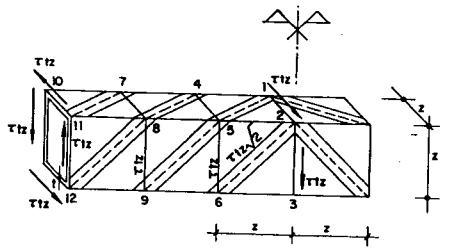


Figura 20.10 Celosía tridimensional

Si ahora se tiene en cuenta que esta cabeza superior es a la vez cabeza inferior de la celosía plana de la cara superior, 1-2-4-5-7-8-10-11, las tracciones de esta cabeza se superponen con las compresiones anteriores, y resulta que toda la barra 11-2 queda sometida a una tracción uniforme igual a $\tau \cdot t \cdot z$.

Resulta por tanto necesario disponer no sólo armaduras transversales, sino también armaduras longitudinales de tracción. Esto se debe a que las tracciones principales a 45° (en el estado de torsión pura) se descomponen en la dirección transversal y en la longitudinal en tracciones iguales. Lo mismo sucedía en la celosía plana a cortante; pero allí las tracciones longitudinales eran absorbidas a partes iguales por las cabezas de tracción y compresión, lo que daba lugar al decalaje de las leyes de esfuerzos en dichas cabezas. La única forma de evitar la necesidad de disponer armaduras longitudinales de tracción sería disponer armaduras a torsión inclinadas a 45°, en forma de hélices, siguiendo las trayectorias de tracciones principales, igual que en la celosía plana se anulaba el decalaje disponiendo barras levantadas a 45° (tabla 19.3).

La armadura transversal debe absorber el esfuerzo vertical $\tau \cdot t \cdot z$, supuesto que los planos de los cercos distan z, como se ha visto. Esto equivale a decir que el esfuerzo que debe absorberse por unidad de longitud es $\tau \cdot t$, o sea, que si se disponen cercos con una separación cualquiera s, debe ser (ver fig. 20.14):

$$\frac{A_{90} \cdot f_{yd90}}{s} = \tau \cdot t = \frac{T}{2A_o}$$

Análogamente, la armadura longitudinal total debe absorber el esfuerzo horizontal $4\tau \cdot t \cdot z$ en el supuesto de que haya cuatro barras en las esquinas, esto es, en un perímetro total $u = 4z$, como se ha visto. También podrían disponerse más barras longitudinales (y en general será conveniente hacerlo), de forma que su capacidad mecánica total sea la misma, o sea:

$$\frac{\sum A_l \cdot f_{yd\,l}}{u} = \tau \cdot t = \frac{T}{2A_o}$$

A esta conclusión podría haberse llegado también aplicando las fórmulas generales deducidas en el apartado 19.3 para la cuantía de armadura traccionada, de inclinación α con respecto al eje de la pieza, necesaria para absorber un cortante V_s:

$$A_\alpha \cdot f_{yd\alpha} = \frac{V_s \cdot s}{z\,(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)};$$

como el cortante, en la celosía considerada, vale:

$$V_s = \tau \cdot t \cdot z = \frac{T}{2A_o} z,$$

resulta, para cercos normales a la directriz ($\alpha = 90°$):

$$\frac{A_{90} \cdot f_{yd90}}{s} = \frac{T}{2A_o},$$

y para una armadura helicoidal ($\alpha = 45°$):

$$\frac{A_{45} \cdot f_{yd45}}{s} = \frac{T}{2\sqrt{2}A_o},$$

no siendo precisas, en este último caso, las armaduras longitudinales (ver fig. 20.13).

Estas fórmulas, cuya deducción se ha expuesto para el caso más sencillo de sección cuadrada, pueden extrapolarse al caso más general de sección cualquiera, para el que resultan igualmente válidas.

20.9 Dimensionamiento por el método clásico (tensiones admisibles)

De forma análoga a lo que se hizo para el esfuerzo cortante, se va a exponer brevemente el dimensionamiento a torsión según el método clásico, o sea, comparando las tensiones que se producen bajo la solicitación de servicio con las tensiones admisibles.

1.° TORSIÓN PURA

Deberá calcularse la tensión tangencial máxima τ_t bajo la solicitación de servicio y suponiendo el hormigón sin fisurar (apartado 20.7).

Por otra parte, se obtendrá el valor de la resistencia a tracción del homigón, que va a servir de referencia:

$$f_{ct} = 0{,}21 \sqrt[3]{f_{ck}^{\,2}} \quad \text{(unidades: N/mm²)}$$

Si la tensión tangencial τ_t es inferior al valor $f_{ct}/3$ en piezas que solamente lleven cercos constructivos, o al valor $f_{ct}/4$ en piezas que carezcan de cercos, no será necesario por cálculo disponer armaduras de torsión, bastando el hormigón para resistirla.

En caso contrario deberán disponerse armaduras de torsión, que se calcularán para que resistan un esfuerzo igual a $1{,}25T$, utilizando la analogía de la celosía tridimensional. La aplicación del coeficiente 1,25 al momento torsor es equivalente a suponer que el área encerrada por la sección media, A_o, queda reducida al 80 por 100 de su valor teórico:

$$A_{od} = 0{,}8 b_o \cdot h_o \text{ (en sección rectangular),}$$

lo cual se justifica considerando que las bielas de hormigón que intervienen en el trabajo en celosía deben ser interiores a las armaduras transversales, puesto que en el equilibrio de fuerzas del nudo 5 (fig. 20.10), las barras 4-5 y 5-6 deben recoger una resultante de las compresiones de las bielas 1-5 y 5-9, dirigida hacia el exterior de la pieza, lo cual no podrían hacer si no rodearan totalmente al hormigón comprimido.

El dimensionamiento debe realizarse para la solicitación de servicio, y la tensión admisible del acero será:

$$\sigma_{st,adm} = \frac{f_y}{2}$$

Por otra parte, para que las compresiones en las bielas de hormigón no resulten excesivas, debe cumplirse:

$$\tau_t \le f_{ct}$$

Debe entenderse que, con el hormigón fisurado, la tensión tangencial que realmente se produce no es ya τ_t, por lo que dicha tensión tangencial se emplea ahora sólo con fines comparativos.

2.° TORSIÓN CON FLEXIÓN

Si la torsión va acompañada por flexión, deberá calcularse, para cada hipótesis de carga, la tensión tangencial máxima superponiendo las tensiones tangenciales τ_t debidas a la torsión, con las τ_v debidas al cortante, con sus signos respectivos.

Si la tensión tangencial máxima resultante $\tau_v + \tau_t$ es inferior al valor $f_{ct}/3$ en piezas que solamente lleven cercos constructivos, o al valor $f_{ct}/4$ en piezas que carezcan de cercos, no será preciso por cálculo disponer armaduras de torsión.

En caso contrario deberán calcularse por separado las armaduras para el esfuerzo cortante, teniendo en cuenta, en su caso, la reducción del cortante (apartado 19.4), y las necesarias para el momento torsor (apartado anterior), y habrá que colocar una armadura igual a la suma de ambas.

Por otra parte, para que las compresiones en las bielas de hormigón no resulten excesivas, debe cumplirse:

$$\tau_v + \tau_t \le 1{,}3 f_{ct}.$$

20.10 Dimensionamiento en rotura (estado límite último)

En el dimensionamiento a torsión en rotura las fórmulas que dan las armaduras necesarias son de la misma forma que las de cálculo clásico, pero en ellas se usan, en vez de las solicitaciones de servicio, las de cálculo (correspondientes al estado límite último), mientras que para los materiales, en vez de las tensiones admisibles se usan las resistencias de cálculo.

A continuación se presenta el dimensionamiento a torsión según la Instrucción española, aludiendo a las principales diferencias con el Eurocódigo de hormigón, diferencias de escasa importancia en todos los casos.

1.° TORSIÓN PURA

a) Definición de la sección de cálculo

Las secciones macizas se sustituyen por secciones equivalentes de pared delgada. Las secciones de forma compleja, como secciones en T, se dividen en varias subsecciones, cada una de las cuales se modeliza como una sección equivalente de pared delgada, y la resistencia total a torsión se calcula como la suma de las capacidades de las distintas piezas. La división de la sección debe ser tal que maximice la rigidez calculada. En zonas cercanas a los apoyos no podrán considerarse como colaborantes a la torsión de la sección aquellos elementos de la misma cuya transmisión de esfuerzos a los elementos de apoyo no pueda realizarse de forma directa.

El espesor eficaz t de la pared de la sección de cálculo (fig. 20.11) será:

$$t \le \frac{A}{u} \quad t_o \quad 2c$$

siendo:

- A = área de la sección transversal inscrita en el perímetro exterior incluyendo las áreas huecas interiores;
- u = perímetro exterior de la sección transversal;
- t_o = espesor real de la pared en caso de secciones huecas;
- c = recubrimiento de las armaduras longitudinales.

Puede usarse un valor de t inferior a A/u siempre que cumpla con las condiciones mínimas expresadas y que permita satisfacer las exigencias de compresión de bielas de hormigón (ver párrafo *c* a continuación).

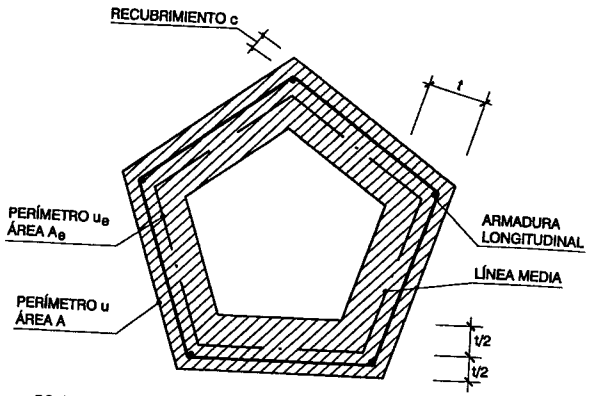


Figura 20.11 Definición de la sección de cálculo a torsión. *Fuente: CPH, 1999*

b) Comprobaciones que hay que realizar

El estado límite de agotamiento por torsión puede alcanzarse ya sea por agotarse la resistencia a compresión del hormigón o por agotarse la resistencia a tracción de las armaduras dispuestas (celosía). En consecuencia, es necesario comprobar que se cumplen a la vez las siguientes condiciones:

$$T_d \le T_{u1}$$
$$T_d \le T_{u2}$$
$$T_d \le T_{u3}$$

siendo:

T_d = momento torsor de cálculo en la sección;
T_{u1} = momento torsor que pueden resistir las bielas comprimidas de hormigón;
T_{u2} = momento torsor que pueden resistir las armaduras transversales;
T_{u3} = momento torsor que pueden resistir las armaduras longitudinales.

Las armaduras de torsión se suponen constituidas por una armadura transversal formada por cercos cerrados situados en planos normales a la directriz de la pieza. La armadura longitudinal estará constituida por barras paralelas a la directriz de la pieza distribuidas uniformemente con separaciones no superiores a 30 cm en el contorno exterior de la sección hueca eficaz o en una doble capa en el contorno exterior y en el interior de la sección hueca eficaz o real. Al menos se situará una barra longitudinal en cada esquina de la sección real para asegurar la transmisión de las fuerzas longitudinales ejercidas por las bielas de compresión.

c) Torsor resistido por las bielas comprimidas de hormigón

El torsor resistido por las bielas comprimidas de hormigón se deduce de la expresión:

$$T_{u1} = \alpha \cdot f_{1cd} \cdot A_e \cdot t \cdot \frac{\operatorname{cotg}\beta}{1+\operatorname{cotg}^2\beta}$$

donde:

f_{1cd} = $0{,}60 f_{cd}$ = resistencia a compresión del hormigón;
α = 1,20 si hay cercos únicamente a lo largo del perímetro exterior de la pieza;
= 1,50 si se disponen cercos cerrados en ambas caras de la pared de la sección hueca equivalente o de la sección hueca real;
β = ángulo entre las bielas de compresión de hormigón y la directriz de la pieza. Puede adoptarse cualquier valor en el rango: $0{,}4 \le \operatorname{cotg}\beta \le 2{,}5$;
A_e = área encerrada por la línea media de la sección hueca eficaz de cálculo (fig. 20.11).

En definitiva, según la Instrucción española, la resistencia de compresión del hormigón de las bielas $\alpha \cdot f_{1cd}$ toma el valor $0{,}72 f_{cd}$ si se disponen cercos únicamente a lo largo del perímetro de la pieza y $0{,}90 f_{cd}$ si se disponen cercos en ambas caras de la pared de la sección hueca equivalente o real. Según el Eurocódigo de hormigón, esta resistencia de compresión del hormigón de las bielas toma el valor:

$$2\nu \cdot f_{cd} = 1{,}4\left(0{,}7 - \frac{f_{ck}}{200}\right) f_{cd} \le 0{,}70 f_{cd}$$

que para un hormigón HA-25 da una resistencia de $0{,}80 f_{cd}$ independientemente de cuál sea la disposición de los cercos. Por lo demás, la expresión del torsor T_{u1} es igual en ambas normas.

d) Torsor resistido por las armaduras transversales

Viene dado por la expresión:

$$T_{u2} = \frac{2A_e \cdot A_t}{s_t} \cdot f_{yt,d} \cdot \operatorname{cotg}\beta$$

donde:

A_t = área de las armaduras utilizadas como cercos o armadura transversal;
s_t = separación longitudinal entre cercos de la armaduras transversal;
$f_{yt,d}$ = resistencia de cálculo del acero de la armadura transversal ($\ge$ 400 N/mm²).

e) Torsor resistido por las armaduras longitudinales

Viene dado por la expresión:

$$T_{u3} = \frac{2A_e \cdot A_l}{u_e} \cdot f_{yl,d} \cdot \operatorname{tg}\beta$$

donde:

A_l = área de las armaduras longitudinales de torsión;
u_e = perímetro de la sección media de la pared de la sección hueca eficaz de cálculo (fig. 20.11);
$f_{yl,d}$ = resistencia de cálculo del acero de la armadura longitudinal ($\ge$ 400 N/mm²).

Las expresiones del Eurocódigo de hormigón para los torsores resistidos por las armaduras longitudinales y transversales son equivalentes a las de la Instrucción española.

2.° TORSIÓN CON FLEXIÓN Y AXIL

Las armaduras longitudinales necesarias para torsión y flexocompresión o flexotracción deben calcularse por separado, considerando la actuación de ambos tipos de esfuerzos de forma independiente. Las armaduras así calculadas se combinarán de acuerdo con las siguientes reglas:

- En la zona traccionada debida a la flexión compuesta, las armaduras longitudinales por torsión se sumarán a las necesarias por flexión y esfuerzo axil.
- En la zona comprimida debida a la flexión compuesta, si la capacidad mecánica de las armaduras necesarias por torsión es inferior al esfuerzo de compresión del hormigón debido a la flexión compuesta, no será necesario añadir armaduras por torsión. En caso contrario debe añadirse la diferencia entre ambos valores.

Por lo que respecta a las compresiones en el hormigón, deberá comprobarse que la tensión principal de compresión σ_{cd} en el punto crítico de la sección cumple:

$$\sigma_{cd} \le \alpha \cdot f_{1cd}$$

donde α y f_{1cd} tienen los mismos significados que en el párrafo *c* del punto 1.° anterior. Para la determinación de la tensión principal de compresión se emplearán la tensión de compresión

σ_{md} debida a la flexión compuesta en el punto considerado y la tensión tangencial de torsión en dicho punto calculada mediante:

$$\tau_{td} = \frac{T_d}{2A_e \cdot h_e}$$

La tensión principal de compresión valdrá:

$$\sigma_{cd} = \frac{\sigma_{md}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{md}}{2}\right)^2 + \tau_{td}^{\ 2}}$$

3.° TORSIÓN CON CORTANTE

Los momentos torsores y los esfuerzos cortantes de cálculo concomitantes deberán satisfacer la siguiente condición (fig. 20.12) para asegurar que no se producen compresiones excesivas en las bielas de hormigón:

$$\left(\frac{T_d}{T_{u1}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{V_d}{V_{u1}}\right)^{\alpha} \leq 1$$

donde:

$$\alpha = 2\left(1 - \frac{h_e}{b}\right)$$

siendo b la anchura del elemento, igual a la anchura total para sección maciza y a la suma de las anchuras de las almas para sección en cajón.

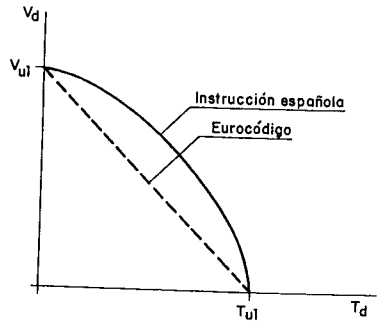


Figura 20.12 Diagramas de interacción torsión-cortante

La expresión del Eurocódigo que limita torsores y cortantes para no superar la resistencia de las bielas comprimidas es la misma de la Instrucción española, con la única salvedad de que el exponente α es igual a la unidad (diagrama de interacción torsor-cortante recto).

Los cálculos para dimensionar las armaduras transversales deben hacerse de forma independiente para la torsión y para el cortante. En ambos cálculos se usará el mismo ángulo β para las bielas de compresión. Las armaduras así obtenidas se sumarán, teniendo en cuenta que las de torsión deben disponerse en el perímetro exterior de la sección, lo cual no es preceptivo para las de cortante.

El método propuesto supone que los flujos de rasante producidos por torsión y cortante en las paredes de la sección hueca eficaz no tienen la misma distribución, por lo que deberá considerarse su interacción en aquellas paredes en las que dichos flujos se sumen (por ejemplo, en las almas de la sección), pero no en las que ello no ocurra (por ejemplo, en las losas horizontales).

20.11 Organización y disposición de las armaduras de torsión

Las armaduras de torsión podrían, en principio, disponerse de dos formas, al igual que sucedía con las armaduras de cortante: armaduras inclinadas a 45° (en este caso helicoidales, figura 20.13) o una combinación de barras longitudinales y cercos (figura 20.14).

La primera solución, puramente teórica, tiene la ventaja de que las barras siguen las trayectorias de las tensiones principales de tracción, por lo que trabajan mejor y son menores las compresiones en el hormigón. También ofrece una economía de acero del orden del 50 por 100, ya que el peso del acero de las hélices equivale al de los cercos y se ahorran las armaduras longitudinales. Pero tiene los inconvenientes de que su preparación y colocación son complicadas y de que sólo se resisten los momentos torsores de un cierto signo, pero no del contrario, por lo que los errores de montaje e inversiones en las solicitaciones resultan peligrosos.

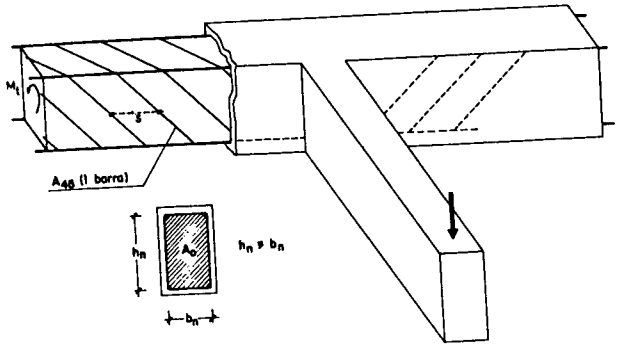


Figura 20.13 Armadura helicoidal de torsión

La segunda solución es la que se emplea en la práctica por su mayor sencillez y facilidad constructiva, junto con su capacidad para resistir momentos torsores de cualquier signo (sólo cambia la dirección de las bielas comprimidas de hormigón).

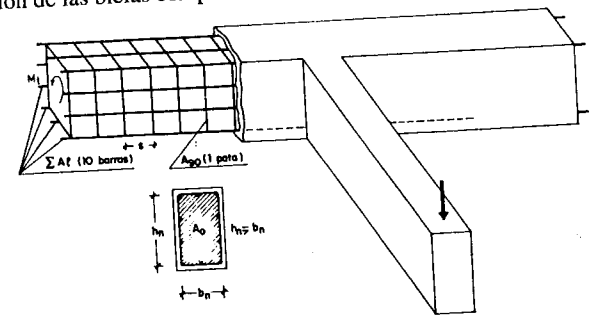


Figura 20.14 Armadura de torsión combinando barras longitudinales y cercos

Según Leonhardt, en el caso de piezas huecas, conviene repartir las armaduras longitudinales y transversales entre las caras exterior e interior para espesores $t \leq b/8$, siendo b la menor dimensión de la sección. Para espesores hasta $b/5$ conviene disminuir las armaduras longitudinales y transversales de la cara interior, y para espesores aún mayores, disponer todas las armaduras de torsión en la cara exterior.

Las *armaduras longitudinales* deberán distribuirse uniformemente en el perímetro de la sección. Si las dimensiones transversales de ésta son menores de 50 cm y el momento torsor no es importante, bastará con colocar redondos iguales en las esquinas. En caso contrario, habrá que disponer otros en las caras, con separaciones comprendidas entre 15 y 20 cm.

Las *armaduras transversales* estarán constituidas por cercos cerrados, siendo conveniente disponer un buen solapo que asegure el cierre. Los ensayos demuestran que es suficiente cerrar los cercos con un doble gancho (fig. 19.18*a*).

Según la Instrucción española y el Eurocódigo, la separación entre cercos de torsión s_t debe cumplir la condición $s_t \leq u_e/8$, siendo u_e el perímetro eficaz (fig. 20.11). Además, para asegurar un confinamiento adecuado del hormigón sometido a compresión oblicua, debe cumplirse la condición siguiente:

$$s_t \leq 0{,}80\,a \leq 300\,\text{mm} \quad \text{si} \quad T_d \leq 0{,}20\,T_{u1}$$
$$s_t \leq 0{,}60\,a \leq 300\,\text{mm} \quad \text{si} \quad 0{,}20\,T_{u1} < T_d \leq 0{,}67\,T_{u1}$$
$$s_t \leq 0{,}30\,a \leq 200\,\text{mm} \quad \text{si} \quad 0{,}67\,T_{u1} < T_d$$

siendo a la menor dimensión de los lados que conforman el perímetro eficaz u_e.

Leonhardt, por su parte, indica que la separación entre cercos, en caso de torsor importante, debe limitarse mediante $s \leq 6\,\varnothing$, siendo $\varnothing$ el diámetro de la barra longitudinal de esquina. De lo contrario, el hormigón de la esquina podría saltar por efecto de las compresiones que sobre la esquina ejercen las bielas inclinadas.

Por lo que respecta a la cuantía mecánica de los cercos, no debe ser inferior al 2,3 por 100 para los casos normales, limitación que coincide con la de las armaduras transversales para esfuerzos cortantes.

Según la Norma Norteamericana ACI-318, las armaduras a torsión deben extenderse a una distancia $b + h$ más allá de donde sean necesarias por cálculo.

En vigas de borde con forjado empotrado, si la torsión no se tiene en cuenta en los cálculos por ser una *solicitación secundaria* (apartado 20.6), deben colocarse cercos cerrados a separaciones no superiores a 0,80 a y cuatro barras continuas en las esquinas, como mínimo, de diámetro no inferior a 12 milímetros.

PUNZONAMIENTO

20.12 Generalidades

En las placas apoyadas sobre soportes aislados y en las sometidas a cargas concentradas importantes, así como en zapatas y en otras estructuras superficiales, es necesario comprobar la resistencia a esfuerzo cortante alrededor de los soportes o cargas concentradas, ya que con frecuencia esta condición es la que determina el espesor de la placa o zapata, e incluso las dimensiones de los soportes o capiteles.

Los ensayos han demostrado que una placa sometida a una carga concentrada sobre una pequeña área se rompe por *punzonamiento* según una superficie tronco-cónica, cuya base menor es la superficie sobre la que se apoya la carga (fig. 20.15) y cuyas generatrices están inclinadas respecto al plano de la placa un ángulo comprendido normalmente entre 25 y 30°. La fisura inclinada se forma ya para valores de la carga del orden del 50 al 60 por 100 del valor de rotura.

En lo que sigue nos referimos al caso de placas de espesor constante. Las placas con capiteles se tratan en el punto 4.°.

a) Tanto la Instrucción española como el Código Modelo CEB-FIP, admiten que la *sección crítica* en la que debe comprobarse el esfuerzo cortante es vertical, concéntrica con el soporte y situada a una distancia, contada a partir del borde del soporte, igual al doble del canto útil de la placa (el cual debe tomarse como semisuma de los cantos útiles correspondientes a las armaduras en dos direcciones ortogonales). Este modelo ha venido a sustituir modernamente en Europa al modelo tradicionalmente empleado (y que continúa figurando en el Código ACI 318:95) que coloca la sección crítica a una distancia de medio canto útil, la que tiene significado físico. Pero el nuevo modelo, de carácter empírico, proporciona unos resultados más concordantes con la experimentación existente.

En la figura 20.15 se definen la superficie crítica y el perímetro crítico, u_1, para soportes interiores, de borde y de esquina.

Soportes interiores: $u_1 = 4\pi d + 2\,(a_o + b_o)$
Soportes de borde: $u_1 = 2\pi d + a_o + 2\,b_1$
Soportes de esquina: $u_1 = \pi d + a_1 + b_1$

En los soportes de borde y de esquina, el vuelo, si existe, no debe ser superior a $5d$, siendo d el canto útil medio de la placa. En caso contrario, se tratan como soportes interiores.

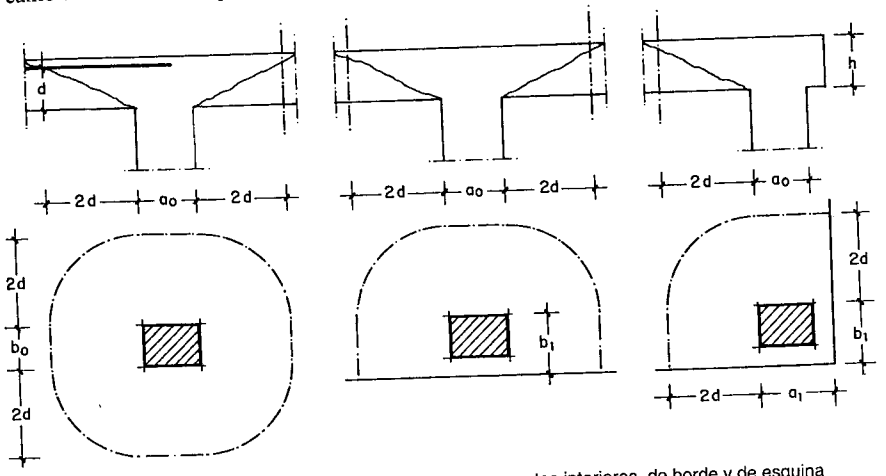


Figura 20.15 Superficie crítica y perímetro crítico para soportes interiores, de borde y de esquina

b) Para los soportes de borde en los que los momentos laterales estén equilibrados y la excentricidad de la carga se sitúe hacia el interior de la placa, puede admitirse una distribución uniforme de tensiones tangenciales, adoptando el perímetro crítico u_1* indicado en la figura 20.16*a*.

Análogamente para los soportes de esquina, en los que la excentricidad de la carga se sitúe hacia el interior de la placa (fig. 20.16*b*).[1]

[1] Todo lo indicado hasta ahora para los perímetros críticos responde al Código Modelo CEB/FIP-90. La Instrucción española sólo preconiza, para los soportes de borde y de esquina, los perímetros indicados en las figuras 20.16*a* y 20.16*b*, pero sin aprovechar las ventajas de la distribución uniforme de tensiones tangenciales.

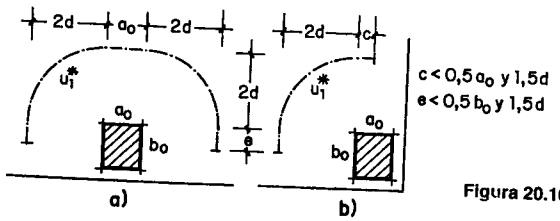


Figura 20.16 Perímetro crítico u_1^*

c) Para soportes de sección rectangular muy alargada ($a_o > 2\,b_o$), dado que el esfuerzo cortante se concentra en las esquinas, y a falta de un análisis más preciso, para el perímetro crítico sólo se tendrán en cuenta las partes indicadas en la figura 20.17.

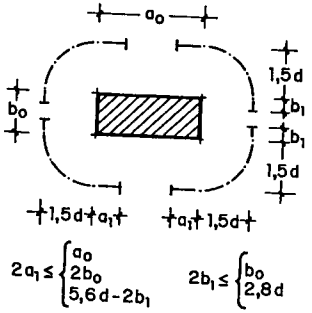


Figura 20.17 Caso de soportes de sección alargada

d) En el caso de existir en la placa aberturas o huecos situados a una distancia no mayor que $6d$ respecto al contorno del área cargada (fig. 20.18), se descontará del perímetro crítico u_1 la parte comprendida entre las tangentes trazadas desde el centro de gravedad de dicha área al contorno de la abertura.

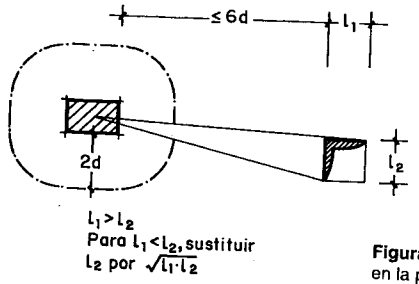


Figura 20.18 Caso de huecos en la placa próximos al soporte

e) Se ha indicado que la comprobación a punzonamiento debe efectuarse para cargas concentradas en una pequeña área. Para secciones rectangulares o circulares cuyo perímetro sea mayor de $11d$, la comprobación a cortante se efectuará como en el caso general de vigas o placas.

f) Se admite que la sección crítica está sometida a esfuerzos tangenciales de punzonamiento cuya resultante, F_{sd}, se obtiene restando de la carga o reacción del soporte la carga que actúa dentro del perímetro situado a una distancia $h/2$ del contorno del soporte o área cargada, siendo h el espesor de la placa. Ahora bien, esta resultante será, en general, excéntrica respecto al centro de gravedad de la sección crítica debido a los momentos transferidos entre placa y soporte.

La evaluación precisa de las tensiones tangenciales de punzonamiento constituye un problema complejo. Por ello, tanto la Instrucción española como el Eurocódigo de hormigón admiten las simplificaciones indicadas en los apartados siguientes.

20.13 Placas sin armadura de punzonamiento. Comprobación

a) Una placa sometida a una carga o reacción concentrada actuando en una pequeña zona no necesita armadura de punzonamiento si se verifica la siguiente condición:

$$\tau_{sd} = \frac{\beta \cdot F_{sd}}{u_1 \cdot d} \le \tau_{rd} \qquad [1]$$

con los siguientes significados:

- τ_{sd} = tensión nominal de cálculo en el perímetro crítico;
- F_{sd} = esfuerzo de punzonamiento de cálculo (carga o reacción menos la carga dentro de un perímetro situado a $h/2$ de la sección del soporte o área cargada. En zapatas, dentro del perímetro crítico);
- β = coeficiente que tiene en cuenta la excentricidad de la carga, si existe (si no existe, $\beta = 1$):
  - para soportes interiores: $\beta = 1{,}15$
  - para soportes de borde: $\beta = 1{,}40$
  - para soportes de esquina: $\beta = 1{,}50$
  - para soportes de borde o esquina con perímetro u_1^* (fig. 20.16): $\beta = 1{,}00$;
- u_1 = perímetro crítico, definido en el apartado 20,12;
- d = canto útil medio de la losa, $d = (d_x + d_y)/2$;
- τ_{rd} = tensión máxima resistente en el perímetro crítico, según el párrafo *b* siguiente.

En el caso de zapatas, F_{sd} puede reducirse descontando la fuerza neta vertical que actúa en el interior del perímetro crítico. Dicha fuerza es igual a la fuerza ejercida por la presión del terreno menos el peso propio del elemento de cimentación, dentro del perímetro crítico.

b) De los estudios y ensayos realizados por Nylander resulta que en la resistencia del hormigón a punzonamiento influye la deformabilidad de la placa que, a su vez, está condicionada por la armadura de flexión de la misma y por las dimensiones y forma de la sección del soporte.

De acuerdo con la Instrucción española, para la *tensión máxima resistente del hormigón*, en el perímetro crítico, puede tomarse el valor:

$$\tau_{rd} = 0{,}12 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_{ck}} \qquad (\text{N/mm}^2)$$

en donde el canto útil medio d se expresa en mm, f_{ck} en N/mm² y siendo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$$

la media geométrica de las cuantías en dos direcciones ortogonales. En cada dirección la cuantía que debe considerarse es la existente en un ancho igual a la dimensión del soporte más $3d$ a cada lado del soporte o hasta el borde de la losa, si se trata de un soporte de borde o esquina.

Los valores de τ_{rd} se han tabulado para un hormigón de $f_{ck} = 25$ N/mm² en la tabla 20.3

TABLA 20.3
VALORES DE τ_{rd} (N/mm^2) PARA UN HORMIGÓN DE f_{ck} = 25 N/mm^2

Canto útil d (mm)	*Cuantías ρ*				
	0,002	0,005	0,010	0,020	0,050
70	0,55	0,75	0,94	1,19	1,61
90	0,51	0,69	0,87	1,10	1,49
120	0,47	0,64	0,80	1,01	1,37
160	0,43	0,59	0,74	0,94	1,27
210	0,41	0,55	0,69	0,87	1,19
260	0,39	0,52	0,66	0,83	1,13
310	0,37	0,50	0,63	0,80	1,08
360	0,36	0,49	0,61	0,77	1,05

20.14 Placas con armadura de punzonamiento

De no cumplirse la condición $\tau_{sd} \le \tau_{rd}$, es necesario aumentar el espesor de la placa o colocar armadura de punzonamiento. Esta armadura sólo debe colocarse en placas cuyo canto, h, no sea inferior a 25 cm. La armadura de punzonamiento es sólo eficaz a partir de un cierto espesor de la losa. Por ello, las losas de espesor menor de 25 cm deben cumplir la condición de la ecuación [1].

Es necesario efectuar tres comprobaciones: en la zona con armadura de punzonamiento, en la zona exterior a dicha armadura y en la zona adyacente al soporte.

a) Zona con armadura de punzonamiento

La armadura de punzonamiento se dispondrá en la zona crítica, situándola generalmente en varios contornos concéntricos con el perímetro del soporte o zona cargada (fig. 20.19).

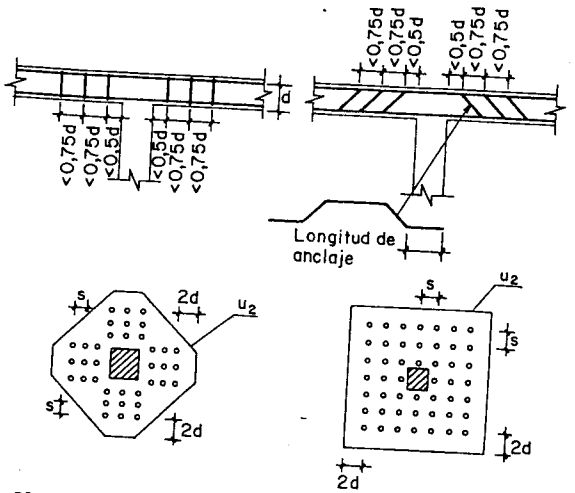


Figura 20.19 Disposición de la armadura de punzonamiento. Soporte interior

Esta armadura estará constituida por estribos verticales o barras levantadas a 45°, cuya sección total, A_{90} o A_{45}, en cada uno de los contornos, se obtendrá de las ecuaciones:

$$(\tau_{sd} - \tau_{rd}) \cdot u_1 \cdot d = \frac{A_{90} \cdot f_{yd}}{s} \cdot 0{,}9 \cdot d, \qquad \text{o bien}$$

$$(\tau_{sd} - \tau_{rd}) \cdot u_1 \cdot d = \frac{A_{45} \cdot f_{yd} \cdot \sqrt{2}}{s} \cdot 0{,}9 \cdot d$$

en donde s es la separación entre cada dos contornos y u_1 es el perímetro crítico (apartados 20.12 y 20.13). Es decir, se admite que en todos los puntos del área crítica actúa una tensión tangencial igual a τ_{sd} y que el hormigón resiste un cortante τ_{rd}.

En los soportes de borde y de esquina, aparte de la armadura de cortante calculada, es necesario disponer una armadura suplementaria en los bordes de la placa con la misma separación que la de punzonamiento (fig. 20.20).

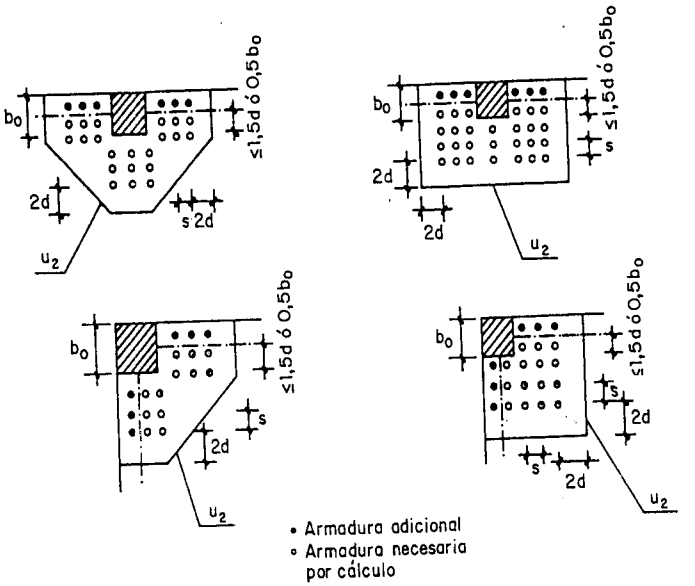


Figura 20.20 Disposición de la armadura de punzonamiento. Soportes de borde y de esquina

b) Zona exterior a la armadura de punzonamiento

En la zona exterior a la armadura de punzonamiento es necesario comprobar que no se requiere dicha armadura, para lo cual debe cumplirse la condición:

$$\frac{F_{sd}}{u_2 \cdot d} \le 0{,}12 \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{200}{d}} \right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}}$$

con las notaciones indicadas anteriormente, y en donde ρ_l es la cuantía de la armadura longitudinal que atraviesa el perímetro que se comprueba, u_2 se define en la figura 20.19, y las unidades son mm y N.

En este perímetro se admite que el efecto de los momentos transferidos entre soporte y losa, por tensiones tangenciales, ha desaparecido y, por tanto, a la carga F_{sd} no se le afecta del coeficiente β definido en el párrafo *a* de 20.13.

c) Zona adyacente al soporte

Debe comprobarse que se cumple la condición:

$$\tau_{sd} = \frac{\beta \cdot F_{sd}}{u_0 \cdot d} \leq 0{,}30 \cdot f_{cd}$$

con los siguientes significados:

- τ_{sd} = tensión nominal de cálculo en el perímetro crítico;
- F_{sd} = esfuerzo de punzonamiento de cálculo (carga o reacción menos la carga dentro de un perímetro situado a $h/2$ de la sección del soporte o área cargada. En zapatas, dentro del perímetro crítico);
- β = coeficiente que tiene en cuenta la excentricidad de la carga, si existe (si no existe, $\beta = 1$):
  - para soportes interiores: $\beta = 1{,}15$
  - para soportes de borde: $\beta = 1{,}40$
  - para soportes de esquina: $\beta = 1{,}50$
  - para soportes de borde o esquina con perímetro u_1* (fig. 20.16): $\beta = 1{,}00$;
- d = canto útil medio de la losa, $d = (d_x + d_y)/2$

y en donde u_0 es el perímetro de comprobación del soporte. Para secciones rectangulares $a_0 \times b_0$ pueden tomarse los valores siguientes de u_0 (figura 20.21):

Soportes interiores:	$u_0 = 2\,(a_0 + b_0)$
Soportes de borde:	$u_0 = a_0 + 3d \gtrless a_0 + 2b_0$
Soportes de esquina:	$u_0 = 3d \gtrless a_0 + b_0$

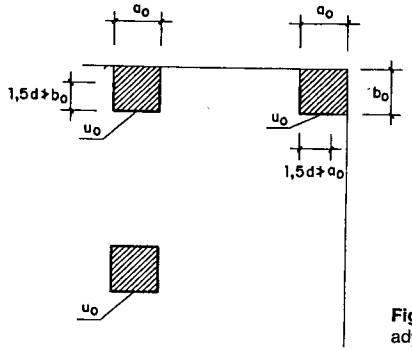


Figura 20.21 Comprobación en la zona adyacente al soporte: Perímetro crítico u_0

20.15 Punzonamiento en placas con capitel

En el caso de placas con capiteles o recrecidos en las cabezas de los soportes, las secciones críticas en las que deben efectuarse las comprobaciones a punzonamiento dependen de la forma y dimensiones de dichos capiteles.

a) En el caso de soportes y capiteles circulares en los que sea $a_1 < 2h_1$ (fig. 20.22), la sección crítica se sitúa a una distancia $2d$ del borde del capitel. Es decir, una superficie cilíndrica de radio:

$$r = a_{crit} = 0{,}5 \cdot a_0 + a_1 + 2d$$

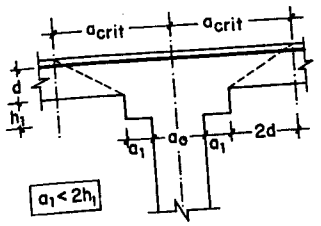


Figura 20.22 Punzonamiento en placas con capitel pequeño

b) Para $a_1 > 2\cdot(d + h_1)$, es necesario efectuar la comprobación de punzonamiento en dos secciones críticas: una exterior en la placa, como en el caso anterior, y otra interior en la zona del capitel (fig. 20.23). Los radios son, en este caso:

$$r_1 \text{ (exterior)} = 0{,}5\cdot a_0 + a_1 + 2d$$
$$r_2 \text{ (interior)} = 0{,}5\cdot a_0 + 2\,(d + h_1)$$

cuyos cantos deben ser, respectivamente:

$$d_1 \text{ (exterior): véase fig. 20.23}$$
$$d_2 \text{ (interior)} = d + h_1$$

c) En el caso en que sea $2h_1 < a_1 < 2\cdot(d + h_1)$, la sección crítica se sitúa en la placa, con un radio r igual a:

$$r = 0{,}5\cdot a_0 + 2a_1$$

y con un canto d.

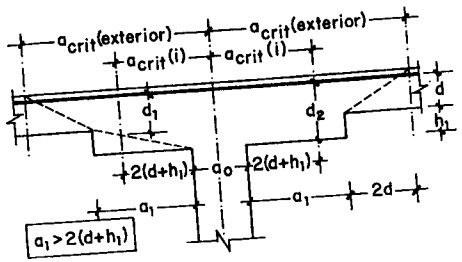


Figura 20.23 Punzonamiento en placas con capitel grande

d) En el caso de soportes y capiteles de sección cuadrada cuyos lados respectivos sean a_0 y $a_0 + 2\,a_1$, con la limitación $a_1 < 2h_1$ (figura 20.22), como perímetro crítico puede considerarse una circunferencia de radio:

$$r = 0{,}5\cdot a_0 + a_1 + 2d$$

20.16 Ejemplo de comprobación a punzonamiento

Comprobar a punzonamiento la placa apoyada en un soporte de borde con las dimensiones, características y esfuerzos que se indican a continuación, correspondiente a una estructura de edificación en la que se supone que existen momentos transferidos entre losa y pilar:

a_o	= 0,30 m,	F_{sd} = 100 kN	$= 100\cdot10^3$ N
b_o	= 0,30 m,	f_{ck} = 25 N/mm²	= 25000 kN/m²
d	= 0,22 m,	ρ = 0,003	

El cortante resistido por el hormigón de la placa es:

$$\tau_{rd} = 0{,}12 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_{ck}} \quad = \quad 0{,}325 \text{ N/mm}^2$$

La tensión tangencial nominal de cálculo es:

$$\tau_{sd} = \frac{\beta \cdot F_{sd}}{u_1 \cdot d} = 0{,}279 \text{ N/mm}^2$$

en donde se han tomado los valores:

$\beta = 1{,}4$
$F_{sd} = 100 \cdot 10^3$ N
$u_1 = 2\pi d + a_0 + 2b_0 = 2.282{,}3$ mm (fig. 20.24)
$d = 220$ mm

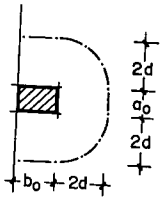
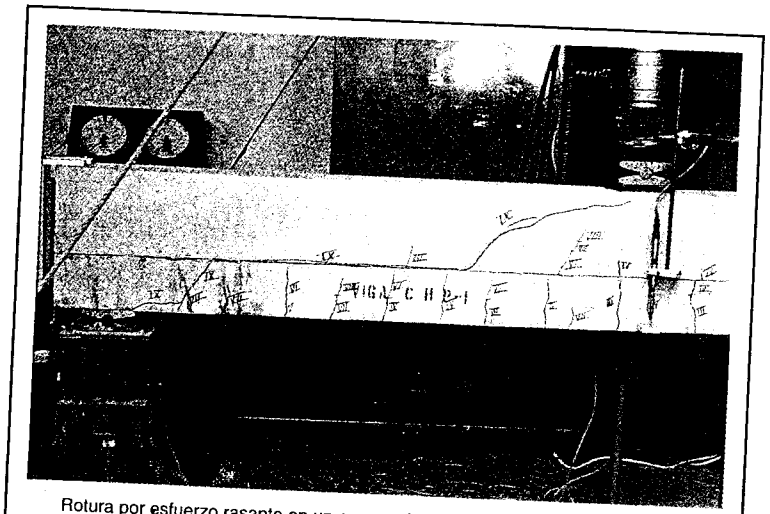


Figura 20.24 Ejemplo de comprobación a punzonamiento

Al resultar $\tau_{sd} < \tau_{rd}$, la placa se encuentra en buenas condiciones resistentes y no necesita armadura de punzonamiento.



Rotura por esfuerzo rasante en un ensayo de laboratorio *(cortesía de Intemac).*
Véanse también las ilustraciones de páginas 317 y 392

21. Estados límites de servicio. Patología

21.1 Los estados límites de servicio

Todas las estructuras y en particular las de hormigón armado, además de presentar la seguridad necesaria frente a los estados límites últimos, deben comportarse adecuadamente en las condiciones de servicio. Por consiguiente, deben comprobarse también en los cálculos los estados límites de servicio, también llamados estados límites de utilización.

Se incluyen bajo la denominación de estados límites de servicio (apartado 11.3), todas aquellas situaciones que colocan a una estructura fuera de servicio por razones funcionales, de comodidad, de aspecto o de durabilidad.

Por razones de durabilidad (y, a veces, también funcionales y de aspecto) es necesario comprobar que no se rebasa el *estado límite de fisuración*, caracterizado por el hecho de que la anchura máxima de las fisuras de una pieza de hormigón alcanza un determinado valor límite, que depende de las condiciones ambientales en que se encuentra la pieza. Por razones funcionales (y, a veces, también de comodidad o de aspecto) no debe rebasarse el *estado límite de deformaciones*, caracterizado por alcanzarse un determinado movimiento (flecha o giro) en un elemento de la estructura. Por razones de comodidad (y, a veces, también de funcionalidad) no debe rebasarse el *estado límite de vibraciones*, caracterizado por la producción en la estructura de vibraciones de una determinada amplitud o frecuencia.

Los dos estados límites primeramente mencionados deben comprobarse siempre, efectuándose los cálculos a nivel de sección (fisuración) o de elemento estructural (deformaciones). En cuanto al estado límite de vibraciones, debido a la dificultad de caracterizar de forma precisa el comportamiento dinámico de las estructuras, suele tratarse de forma simplista (apartado 21.9) salvo casos especiales.

En el estudio de los estados límites de utilización se hacen intervenir los *valores característicos* de las acciones y de las resistencias de los materiales, puesto que se trata de conocer el comportamiento de la estructura en servicio.[1] Por consiguiente, todos los

[1] En general, el comportamiento de la estructura en servicio no está influido por variaciones locales de las características del hormigón y el acero, sino por sus características medias. Por ello queda del lado de la seguridad utilizar los valores característicos de las resistencias.

coeficientes de mayoración y minoración se toman iguales a la unidad ($\gamma_f = \gamma_s = \gamma_c = 1$), salvo casos especiales en los que se desee un nivel de seguridad mayor frente a un determinado estado límite. En cuanto a las hipótesis de carga, véanse los puntos 2.° y 3.° del apartado 11.7.

21.2 Estudio teórico de la fisuración en vigas de hormigón armado

.° INTRODUCCIÓN

Antes de exponer los procedimientos prácticos que pueden seguirse para comprobar el estado límite de fisuración (apartado 21.3) haremos unas consideraciones generales de carácter teórico, útiles para la buena comprensión del fenómeno.

Las fisuras muy finas, incluso las perceptibles a simple vista, no perjudican generalmente a la durabilidad de las obras. Su aparición es a menudo inevitable y no supone inconveniente para la normal utilización de las estructuras, siempre que se limite su abertura máxima a valores compatibles con los requisitos de funcionalidad, aspecto y estanquidad en su caso.

Como tanto la anchura de las fisuras como el ambiente que rodea a la estructura son los factores determinantes en las consecuencias del fenómeno de fisuración, el planteamiento del cálculo ha sido abordado por los investigadores en las dos etapas siguientes:

a) establecimiento de los valores máximos admisibles para la anchura de las fisuras, en función del tipo de ambiente; y

b) establecimiento de una fórmula que proporcione la anchura previsible de fisuras, en función de las características de la pieza y de su estado tensional.

A continuación estudiaremos, someramente, ambos problemas; y en el apartado 21.3 ofreceremos fórmulas prácticas para comprobar la fisuración, al uso de los proyectistas.

2.° VALORES LÍMITES DEL ANCHO DE FISURAS

Para establecer valores límites del ancho de fisuras en función del ambiente, los investigadores han utilizado procedimientos experimentales diversos. Del conjunto de estos estudios y de la experiencia de obras reales, se ha llegado a establecer correlaciones y, como conclusión final, unos valores numéricos límites para la anchura admisible de fisuras, así como para los recubrimientos mínimos de las armaduras. Los valores prescritos por la Instrucción española para ambas limitaciones se presentan, de forma simplificada, en la tabla 21.1.

3.° ANCHURA PREVISIBLE DE FISURAS

La determinación de la anchura previsible de fisuras es un problema complejo y de naturaleza aleatoria, por entrar en juego, entre otros factores, la resistencia en tracción del hormigón. El problema se complica, además, por la existencia de la retracción del hormigón que, al ser coartada por las armaduras, pone a éstas en compresión y provoca tracciones en el hormigón.

Por todo ello, los cálculos en fisuración no son nunca precisos, teniendo un valor meramente orientativo. A continuación exponemos algunas ideas teóricas que están en la base de los procedimientos prácticos que se exponen en el apartado 21.3 en el supuesto de actuación de tensiones normales.

a) *Formación sistemática de fisuras*

Sea la cabeza inferior de una viga, compuesta por una barra de acero de sección A_s, envuelta por un área A_c de hormigón adherido. El esfuerzo que desarrolla el acero es $A_s \cdot \sigma_s$, siendo σ_s la tensión en la armadura.

S7364

TABLA 21.1

VALORES MÁXIMOS DE LA ABERTURA DE FISURAS, w_{max}, Y RECUBRIMIENTOS MÍNIMOS, c_{min} (f_{ck} en N/mm^2)

Condiciones ambientales de la estructura	w_{max} (mm)	*Recubrimiento mínimo* c_{min} *(mm)* (*)					
		Elementos en general			Láminas; piezas con paramentos protegidos; piezas prefabricadas		
		$f_{ck} < 25$ (**)	$25 \leq f_{ck} < 40$	$f_{ck} \geq 40$	$f_{ck} < 25$ (**)	$25 \leq f_{ck} < 40$	$f_{ck} \geq 40$
Interiores de edificios	0,4	25	20	15	20	15	15
Interiores con humedades altas y exteriores en zonas de clima medio. Elementos enterrados o sumergidos.	0,3	30	25	20	25	20	20
Exteriores en zonas de clima seco	0,3	35	30	25	30	25	25
Elementos de estructuras marinas por encima del nivel de pleamar, o permanentemente sumergidas, o próximas a la costa. Elementos en contacto con aguas no marinas de elevado contenido en cloruros.	0,2	40	35	30	35	30	25
Elementos de estructuras marinas situadas en la zona de carrera de mareas	0,1	45	40	35	40	35	30

(*) Para tener en cuenta las imprecisiones de ejecución, en proyecto deben aumentarse estos valores en: 0 mm en elementos prefabricados con control intenso de ejecución; 5 mm en elementos in situ con control intenso de ejecución; y 10 mm en otros casos.

(**) La Instrucción española no contempla hormigones estructurales de f_{ck} menor de 25 N/mm^2.

Si sucede:

$$A_s \cdot \sigma_s > A_c \cdot f_{ct}$$

donde f_{ct} es la resistencia en tracción del hormigón, aparecerá una primera fisura, transversal a la pieza, en la sección de menor resistencia.

Si llamamos

$$\rho = \frac{A_s}{A_c}$$

a la cuantía geométrica, la condición de fisuración sistemática es:

$$\rho \geq \frac{f_{ct}}{\sigma_s}$$

Antiguamente se suponía que el valor del área de hormigón A_c afectada por las barras era igual al área cobaricéntrica con la armadura (fig. 21.1). Pero modernamente y gracias a un mayor conocimiento experimental, el área eficaz $A_{c,ef}$ se define como la zona limitada a 7,5 Ø alrededor de cada barra (ver figura 21.4). Este concepto, que es válido para tirantes, vigas y losas, será tratado con detalle más adelante (apartado 21.3-3.°).

44672

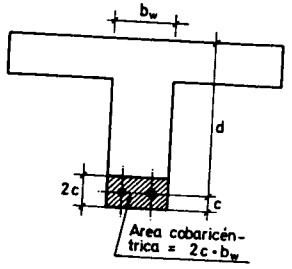


Figura 21.1 Área cobaricéntrica de hormigón

b) Aparición sucesiva de fisuras

En cuanto aparece la primera fisura, las tracciones que antes se repartían entre el acero y el hormigón se transmiten ahora únicamente por el acero que cose la fisura. Con ello, las barras experimentan un aumento brusco de tensión y el alargamiento consiguiente, al que se opone la adherencia entre ambos materiales. Por este mecanismo, la tensión en el hormigón, que es nula junto a la fisura, va aumentando a medida que nos alejamos de ella, en tanto que la del acero disminuye (fig. 21.2).

A una cierta distancia s_{min}, la tensión en el hormigón alcanzará, al crecer la carga, el valor de su resistencia a tracción, f_{ct}, con lo que surgirá ahí una segunda fisura. Pero si, por cualquier razón, hubiese existido antes una fisura separada de la primera menos de $2 \cdot s_{min}$, la fisura en B no se habría formado, ya que se habría llegado a ese punto, partiendo de ambas fisuras, con tensión menor de f_{ct}. Por consiguiente, las fisuras en una pieza de hormigón armado sometida a flexión, presentan teóricamente separaciones comprendidas entre s_{min} y $2 \cdot s_{min}$. En la práctica, la distancia media entre fisuras medida experimentalmente viene a ser 1,8 veces la distancia mínima.

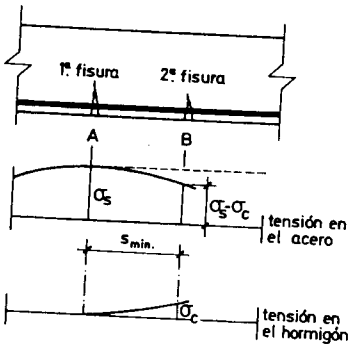


Figura 21.2 Aparición sucesiva de fisuras

Una vez alcanzado el esquema estable de fisuración, las fisuras progresan en anchura a medida que aumenta la carga y, por tanto, la tensión en el acero. Si suponemos conocida la distancia media entre fisuras, s_m, la anchura media de éstas, w_m, puede determinarse por la relación:

$$w_m = s_m(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

en donde ε_{sm} y ε_{cm} son los alargamientos medios del acero y del hormigón, respectivamente.

Como ε_c es muy pequeño en comparación con ε_s, puede despreciarse sin gran error. Por otra parte, para cubrirnos del lado de la seguridad, debemos utilizar el valor característico superior de w y no su valor medio, lo que conduce a introducir un coeficiente de seguridad 1,7.

Resulta así:

$$w_k = 1{,}7\, s_m \varepsilon_{sm}$$

con los siguientes significados:

s_m = separación media entre fisuras en la zona de recubrimiento;
ε_{sm} = alargamiento medio de las armaduras en la zona de recubrimiento, teniendo en cuenta la colaboración del hormigón entre fisuras.

Por consiguiente, el problema se reduce a determinar la distancia s_m y el alargamiento ε_{sm}, de lo que se trata a continuación.

c) Cálculo de la separación entre fisuras

Si se admite que la tensión de adherencia τ_b entre el hormigón y el acero es constante a lo largo de la barra, a una cierta distancia s de la primera fisura llegará al hormigón una fuerza F trasmitida por el acero, igual a:

$$F = s \cdot \tau_b \cdot n \cdot \pi \cdot \varnothing$$

donde n es el número de barras y $\varnothing$ su diámetro.

Cuando F iguale el valor $A_c \cdot f_{ct}$ de rotura del hormigón por tracción, aparecerá una nueva fisura:

$$s \cdot \tau_b \cdot n \cdot \pi \cdot \varnothing = A_c \cdot f_{ct} = f_{ct} \cdot \frac{n \cdot \pi \cdot \varnothing^2}{4\rho}$$

de donde se obtiene:

$$s = \frac{\varnothing}{4\rho} \cdot \frac{f_{ct}}{\tau_b}$$

La distancia s resulta así directamente proporcional al diámetro e inversamente proporcional a la cuantía. Influye también la relación f_{ct}/τ_b, que puede suponerse constante aunque con un cierto grado de incertidumbre, por lo que la fórmula debe ser adaptada de acuerdo con la experimentación.

Llegados a este punto y a partir de estudios debidos a Ferry Borges, se hizo intervenir el valor del recubrimiento c en forma aditiva. Estudios posteriores mostraron la conveniencia de incluir también la separación entre barras longitudinales, s_0, con objeto de extender la validez de la fórmula (originalmente ajustada a partir de ensayos sobre vigas de canto) al caso de vigas planas, losas y muros. Con ello, la separación media entre fisuras s_m queda de la forma:

$$s_m = 2c + 0{,}2s_0 + 0{,}4k_1 \frac{\varnothing}{\rho}$$

donde k_1 es una constante que depende de la distribución del diagrama de tracciones en la sección y la cuantía ρ está referida al área eficaz $A_{c,ef}$. Ésta es la fórmula preconizada por la Instrucción española (apartado 21.3).

d) Cálculo del alargamiento del acero

El alargamiento del acero es el cociente entre su tensión y su módulo de elasticidad; pero, como se ha visto, la tensión del acero no es constante: alcanza su valor máximo entre los labios de la fisura y disminuye después por efecto de la colaboración del hormigón (fig. 21.2). Por consiguiente, el valor medio del alargamiento responde a una expresión del tipo:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_s - \varepsilon_c = \frac{\sigma_s}{E_s} - \varepsilon_c$$

en donde ε_c toma valores ajustados experimentalmente. El preconizado por la Instrucción española puede verse en la figura 21.3.

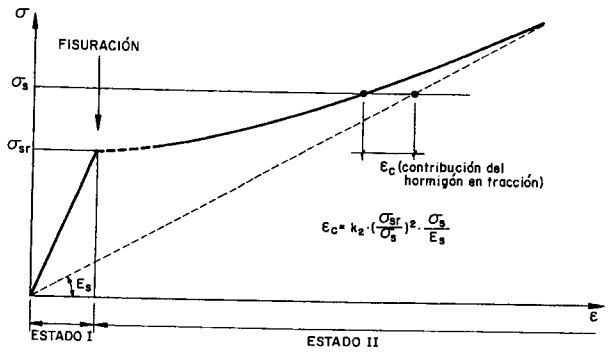


Figura 21.3 Alargamiento del acero en sección fisurada

21.3 Fórmulas prácticas de fisuración bajo tensiones normales

1.° INTRODUCCIÓN

En los casos ordinarios de dimensionamiento, cuando una armadura ha sido distribuida en un número lógico de barras, colocadas de forma racional, las condiciones que limitan la fisuración resultan satisfechas más o menos aproximadamente. Si ello no es así, es decir, si no es posible satisfacer las condiciones y ello por un amplio margen, la mejor solución consiste en aumentar la armadura de tracción para que disminuya su tensión de trabajo; o dicho de otro modo, utilizar más armadura de la estrictamente necesaria por razones resistentes.

A esta solución conviene recurrir siempre que, por razones estéticas u otras, se quiera estar seguro de que no aparecerán fisuras visibles en las piezas.

La disminución del diámetro de las barras mejora las condiciones de fisuración; pero esta reducción no debe llevarse a ultranza, especialmente en piezas poco armadas y ambientes agresivos, porque a partir de un cierto valor, la disminución del diámetro no tiene efecto en la distancia entre fisuras y, unida a una reducción del recubrimiento, puede conducir a problemas graves de corrosión de armaduras.

Aparte de las condiciones de fisuración de la cabeza de tracción, que son las que se tratan en los puntos siguientes, debe recordarse (apartado 19.8-4.°) que en las vigas de canto igual o superior a 60 cm se producen en el alma tracciones importantes que tienden a fisurarla[1], por lo que conviene disponer *armaduras de piel* (también llamadas *armaduras de alma*) junto a los paramentos, en forma de barras finas longitudinales formando malla con los cercos, cuya cuantía geométrica referida al alma debe ser igual, como mínimo, al 0,05 por 100 en cada cara. Según la Instrucción española, la separación entre estas barras longitudinales no debe superar los 30 cm ni el triple del espesor del alma; no obstante, en el caso de solicitaciones elevadas (en particular, esfuerzos cortantes) es recomendable no rebasar los 20 centímetros.

El caso particular de fisuración en paredes de depósitos se estudia en el párrafo *d* del apartado 25.1-4.°.

[1] La armadura principal de tracción sólo puede controlar la fisuración en su entorno, hasta una cierta altura; más arriba de esta altura pueden quedar zonas en tracción susceptibles de fisurarse si no se dispone armadura de piel.

2.° CASOS ORDINARIOS

En estructuras normales de edificación en ambiente no agresivo, de no efectuar un estudio detallado sobre la fisuración, es recomendable respetar las limitaciones de diámetros indicadas en la tabla 21.2, con los recubrimientos que se indicaron en la tabla 21.1.

TABLA 21.2

VALORES MÁXIMOS RECOMENDADOS, EN mm, DE LOS DIÁMETROS DE LAS BARRAS POR CONDICIONES DE FISURACIÓN

Cuantía geométrica de armadura (%)	*Elementos al exterior (no protegidos) con acero:*		*Elementos interiores o protegidos con acero:*	
	B 400 S	B 500 S	B 400 S	B 500 S
≤ 1,0	16	12	25	16
1,0 a 1,5	20	16	32	25
1,5 a 2,0	25	20	Sin limitación	32
2,0 a 2,5	32	25	Sin limitación	Sin limitación

3.° FÓRMULA DE LA INSTRUCCIÓN ESPAÑOLA

Según la Instrucción española, en aquellos elementos que no requieran unas características especiales de estanquidad, el cálculo a fisuración debe realizarse para la combinación cuasipermanente de acciones (ver puntos 2.° y 3.° del apartado 11.7).

Está en buenas condiciones de fisuración un tirante, una viga o una losa, cuando la abertura característica previsible de fisura, w_k, es inferior a la máxima admisible w_{max} que figura en la tabla 21.1. Para ello, debe verificarse que:

$$w_k = \beta \cdot s_m \cdot \varepsilon_{sm} \leq w_{max}$$

con los siguientes significados:

β = coeficiente de paso del valor medio de la abertura de fisura al valor característico, igual a 1,3 si la fisuración está producida por acciones indirectas únicamente y a 1,7 en el resto de los casos. Se refleja así el hecho, experimentalmente demostrado, de que en el primer caso la dispersión de los valores es inferior a la del segundo;

s_m = separación media de fisuras, en mm, de valor:

$$s_m = 2c + 0{,}2s_0 + 0{,}4k_1\frac{\varnothing}{\rho}$$

ε_{sm} = alargamiento medio de las armaduras, teniendo en cuenta la colaboración del hormigón entre fisuras:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_s - \varepsilon_c = \frac{\sigma_s}{E_s} - \varepsilon_c = \frac{\sigma_s}{E_s}\left[1 - k_2\left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2\right] \geq 0{,}4\frac{\sigma_s}{E_s}$$

c = recubrimiento de las armaduras de tracción;

s_0 = distancia entre barras longitudinales. Si $s_0 > 15\varnothing$ se tomará $s_0 = 15\varnothing$ (fig. 21.4). En el caso de vigas armadas con n barras se tomará $s_0 = b/n$ siendo b el ancho de la viga;

k_1 = coeficiente de influencia del diagrama de tracciones en la sección. Puede tomarse $k_1 = 0{,}125$ en flexión simple, $k_1 = 0{,}250$ en tracción simple, y un valor intermedio en tracción compuesta;

$\varnothing$ = diámetro de la barra traccionada más gruesa, o diámetro equivalente de un grupo de barras;

ρ = $A_s / A_{c,eficaz}$ siendo A_s la sección total de las barras situadas en el área $A_{c,eficaz}$;

$A_{c,eficaz}$ = área de hormigón que envuelve a las armaduras de tracción, que influye de forma efectiva en el ancho de las fisuras. Puede considerarse como el área rectangular a no más de 7,5 $\varnothing$ alrededor de cada barra o grupo, sin superar la mitad del canto en vigas de canto, ni la cuarta parte en vigas planas o losas (fig. 21.4);

k_2 = coeficiente que depende del carácter de la carga, igual a 0,5 para cargas de larga duración o de actuación repetida, e igual a 1,0 para cargas instantáneas no repetidas (cargas novales, es decir, casos de pruebas de carga, ensayos de laboratorio y similares);

σ_s = tensión de la armadura en la hipótesis de sección fisurada (valor de servicio);
σ_{sr} = tensión de la armadura en el instante inmediatamente posterior a aquél en que se fisura el hormigón (calculada, por tanto, en la hipótesis de sección fisurada), es decir, cuando la tracción de la fibra más extendida del hormigón alcanza el valor

$$f_{ct,m} = 0{,}30 \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \text{(unidades: N/mm}^2\text{)};$$

E_s = módulo de elasticidad del acero.

Para σ_s y σ_{sr} pueden tomarse, de forma simplificada, los siguientes valores:

$$\sigma_s = \frac{M_k}{0{,}8 \cdot d \cdot A_s} \qquad \sigma_{sr} = \frac{M_f}{0{,}8 \cdot d \cdot A_s}$$

siendo M_k el momento para el que se comprueba el estado límite de fisuración y M_f el momento de fisuración, es decir, aquel que provoca una tensión en la fibra más traccionada igual a $f_{ct,m}$.

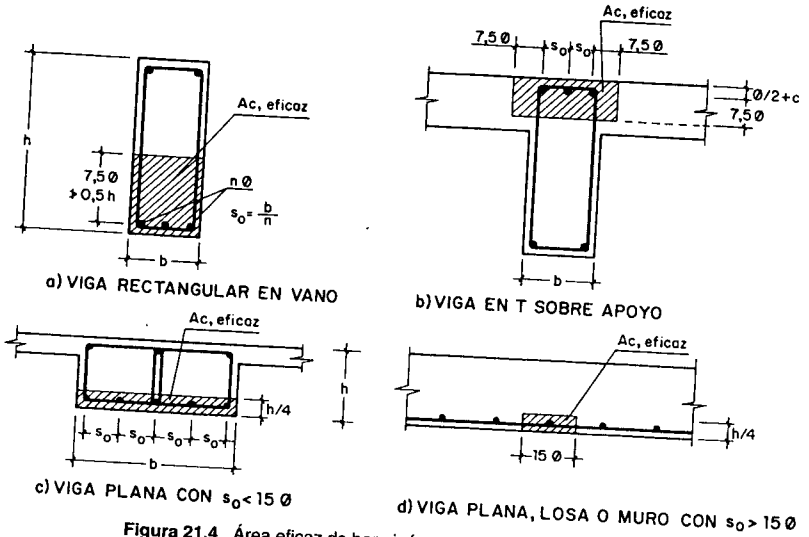


Figura 21.4 Área eficaz de hormigón que influye en el ancho de fisura

4.° FÓRMULA AMERICANA

En contraste con los procedimientos, más bien sofisticados, que se emplean en Europa para comprobar la fisuración, basados en el cálculo de la abertura de fisura, en Norteamérica se utiliza un procedimiento muy simple, basado en la cuantía y forma de distribución de la armadura.

Para vigas y losas trabajando en una sola dirección, el American Concrete Institute (ACI) prescribe el empleo de barras distribuidas de tal forma que se cumpla la relación:

$$\sigma_s \cdot \sqrt[3]{c \cdot A_0} \leq 30600 \text{ N/mm} \quad \text{en ambiente protegido}$$

$$\sigma_s \cdot \sqrt[3]{c \cdot A_0} \leq 25400 \text{ N/mm} \quad \text{en ambiente exterior}$$

En las expresiones anteriores (fig. 21.5):

σ_s = tensión de servicio en el acero, en N/mm^2. Puede tomarse igual a f_{yd}/γ_f;
c = recubrimiento en mm de la capa exterior de barras, medido al centro de la misma;
A_0 = área cobaricéntrica de hormigón, en mm^2, dividida por el número de barras. Si hay barras de diferente diámetro, el número de barras se considera igual al área total de acero dividida por el área de la barra más gruesa.

Según el ACI, estas fórmulas corresponden a unos anchos previsibles de fisuras iguales, respectivamente, a 0,4 mm y 0,3 mm aproximadamente.

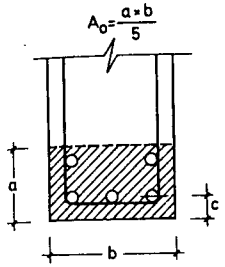


Figura 21.5 Área cobaricéntrica de hormigón y valor de A_0

5.° FISURACIÓN POR COMPRESIÓN

Todo lo dicho en los puntos anteriores corresponde a la fisuración por tracción. Ahora bien, si las compresiones que recibe el hormigón (provocadas por la flexión, el cortante, etc.) son muy elevadas, se corre el riesgo de aparición de fisuras por tal causa, como fácilmente se comprende a la luz de la teoría de bielas y tirantes (apartado 22.6). Además, una compresión excesiva en el hormigón bajo las cargas de servicio aumenta la fluencia, lo que favorece la posible aparición de giros no deseados y flechas excesivas.

Para prevenir estos riesgos, la Instrucción española prescribe que, bajo la combinación más desfavorable de acciones (apartado 11.7), la tensión de compresión σ_c no supere el 60% del valor de la resistencia característica del hormigón; es decir, que se cumpla la condición:

$$\sigma_c \leq 0{,}60 \cdot f_{ck,j}$$

siendo $f_{ck,j}$ el valor supuesto en proyecto para la resistencia característica a la edad de j días que corresponda a la situación considerada (apartado 11.4).

21.4 Fisuración bajo tensiones tangenciales

La fisuración de piezas de hormigón armado bajo tensiones tangenciales, provocadas por la acción del esfuerzo cortante o la torsión, está hoy poco estudiada todavía, tanto en el plano teórico como en el experimental. En casos ordinarios no es de temer que aparezcan fisuras provocadas por tensiones tangenciales (en particular, nunca aparecen en aquellas piezas que no necesitan armadura de cortante), pero en casos especiales sí podrían presentarse.

Para tales casos conviene que las armaduras transversales de alma sean de pequeño diámetro y estén distribuidas lo más regularmente posible en planos próximos entre sí. Es deseable, además, que su trazado sea sensiblemente paralelo a la tensión principal de tracción. Además, conviene limitar juiciosamente el valor de la tensión principal de tracción en servicio.

a) *La Instrucción española*, siguiendo al Eurocódigo, estima que la fisuración debida a esfuerzo cortante se controla adecuadamente si se cumplen las separaciones entre estribos indicadas en la tabla 21.3. Por otra parte, desde un punto de vista práctico y según demuestra la experiencia, puede decirse que si se respetan las limitaciones de separación s_t entre estribos impuestas por el cálculo a esfuerzo cortante (ver apartado 19.6-4.°) queda también asegurado el control de la fisuración bajo el esfuerzo cortante y resulta innecesario efectuar la comprobación de la tabla 21.3.

TABLA 21.3
SEPARACIÓN ENTRE ESTRIBOS DE VIGAS

$[(V_{rd} - 3V_{cu})/A_\alpha \cdot d]\text{sen}\,\alpha$ (N/mm²)(*)	*Separación máxima entre estribos (mm)*
< 50	300
75	200
100	150
150	100
200	50

(*) Ver significado de las notaciones en el apartado 19.6 de esfuerzo cortante

b) *En cuanto al control de la fisuración por torsión*, la Instrucción española limita la distancia entre armaduras transversales al más pequeño de los tres valores siguientes:

- la mitad de la menor dimensión transversal de la pieza;
- el tercio de la mayor dimensión transversal de la pieza;
- 200 milímetros.

21.5 Estado límite de deformación

La actuación de las cargas (de corta o larga duración) y otras acciones (tales como los asientos de apoyo, la retracción, la fluencia, las variaciones térmicas y las variaciones en contenido de humedad) provoca las correspondientes deformaciones en los elementos estructurales. Por efecto de las mismas, los puntos de la directriz de cada una de las piezas experimentan movimientos que, en una estructura plana, pueden ser de tres tipos:

- un desplazamiento longitudinal, en la dirección de la directriz (alargamiento o acortamiento);
- un desplazamiento transversal a la directriz (flecha);
- un giro (de la tangente a la directriz deformada).

De estas tres deformaciones la más importante es la flecha y, por ello, la comprobación del estado límite de deformación suele limitarse al cálculo de flechas, el cual debe efectuarse cuando éstas puedan afectar al buen servicio de la estructura, o cuando vengan especificados unos límites para las mismas por razones de aspecto u otras. En particular, hay que hacer el cálculo de deformaciones cuando sea previsible la aparición de alguno de los siguientes fenómenos:

- flechas excesivas debidas a una gran deformabilidad de la estructura, sea instantáneas, sea diferidas en el tiempo (por efecto de la retracción y la fluencia);
- fisuras en tabiques u otros elementos soportados por la estructura, como consecuencia del exceso de deformación de ésta;

- apoyo de elementos estructurales en elementos no resistentes (tabiques, ventanales, etc.), que pueden fisurarse o romper por un exceso de flecha.
- fisuras debidas a una incompatibilidad de deformaciones (por retracción, fluencia o cargas) entre elementos de la estructura y otros ligados a ella.

Los cálculos de deformaciones se efectúan a partir de los valores característicos de las acciones y de las resistencias de los materiales, puesto que se trata de conocer el comportamiento de la estructura en servicio. Por consiguiente, se considera en ellos $\gamma_f = \gamma_s = \gamma_c = 1$. En cuanto a las hipótesis de carga, véanse los puntos 2.° y 3.° del apartado 11.7.

El método general de cálculo de deformaciones consiste en integrar, a lo largo de la pieza, las deformaciones relativas ocasionadas por los diferentes tipos de solicitación. Las flechas debidas a la flexión se obtienen por doble integración de las curvaturas. Las flechas debidas al esfuerzo cortante se obtienen por simple integración de las distorsiones.

Conviene distinguir, en todo estudio de deformaciones, las tres flechas siguientes:

- *Flecha instantánea*, ocasionada por la actuación de la carga total, sin considerar efectos diferidos.
- *Flecha total a plazo infinito*, formada por la flecha instantánea más la diferida ocasionada por las cargas permanentes y cuasipermanentes, a partir del momento de su aplicación.
- *Flecha activa*, que es un concepto relativo que se define con respecto a un elemento dañable (tabique, ventanal, etc.). Es la flecha producida a partir del momento en que se construye dicho elemento, el cual puede sustentar a, o estar sustentado por, la pieza estructural en cuestión. Su valor es igual a la flecha total a plazo infinito menos la existente en el momento en que se construye el elemento dañable.

A continuación estudiaremos los valores límites admisibles para las flechas y los casos en que no es necesario comprobarlas; el proceso de cálculo de flechas, con fórmulas prácticas para su determinación; y el cálculo de deformaciones debidas a solicitaciones distintas de la flexión.

21.6 Valores límites admisibles para las flechas

1.° INTRODUCCIÓN

No existe una gran concordancia, en la literatura especializada, con respecto a los valores límites que deben admitirse para las flechas. Las discrepancias no son de extrañar, por las siguientes razones:

- los valores admisibles dependen del tipo de estructura y de la función que deba cumplir;
- en particular, dependen de la existencia de otros elementos ligados a la estructura (tales como tabiques) y de su grado de deformabilidad.

Por todo ello, los valores límites deben definirse en cada caso según las características particulares correspondientes, teniendo en cuenta, además, que el cálculo de flechas no puede hacerse de forma muy precisa, especialmente el de flechas diferidas, dado que en el fenómeno intervienen factores más o menos aleatorios, como la retracción, la fluencia, la relación de sobrecarga a carga permanente y las condiciones de temperatura y humedad.

Muchas normas establecen valores límites, bien directamente, bien indirectamente a través de un mínimo prescrito para la relación canto/luz. Así por ejemplo, en edificaciones normales y a falta de exigencias más precisas, son tradicionales los valores:

$$f_1 \leq \frac{l}{500} \quad \text{y} \quad f_2 \leq \frac{l}{300}$$

en donde l es la luz, f_1 la flecha correspondiente a las sobrecargas de uso y f_2 la debida a dichas sobrecargas más las cargas permanentes.

A continuación expondremos los valores límites preconizados por algunos de los reglamentos más modernos, advirtiendo que es siempre aconsejable, para reducir flechas, no utilizar elementos muy esbeltos, colocar armadura de compresión, emplear hormigones de baja fluencia y retrasar lo más posible la aplicación de cargas permanentes al hormigón.

2.° INSTRUCCIÓN ESPAÑOLA

La Instrucción española, para edificaciones normales y en ausencia de prescripciones más precisas, recomienda considerar como límite *para la flecha total* el valor:

$$f_{tot} = \frac{l}{250}$$

y *para la flecha activa*, con objeto de evitar la fisuración de las tabiquerías, el valor:

$$f_{act} = \frac{l}{400} + 10 \text{ mm}$$

siendo l la luz del elemento. Para calcular f_{tot} y f_{act} debe tenerse en cuenta el apartado 21.7-1.°.

Por otra parte y para situaciones normales de uso en edificación, esta Instrucción exime de la comprobación de flechas a aquellos elementos de hormigón, armados con acero 500 y sometidos a flexión simple, cuya relación luz/canto sea igual o menor que el máximo indicado en la tabla 21.4. En general, en esta tabla pueden considerarse como elementos fuertemente armados las vigas y como débilmente armados las losas. Si se conoce la cuantía geométrica *estrictamente necesaria* por cálculo en la sección determinante (centro de la luz en vanos, o sección de empotramiento en voladizos), puede interpolarse linealmente entre los valores dados por la tabla.

TABLA 21.4

RELACIÓN MÁXIMA LUZ/CANTO QUE EXIME DE COMPROBAR FLECHAS EN ELEMENTOS DE EDIFICACIÓN SOMETIDOS A FLEXIÓN SIMPLE, SEGÚN LA INSTRUCCIÓN ESPAÑOLA

Sistema estructural	*Elementos fuertemente armados* ($\rho \approx 0{,}012$)	*Elementos débilmente armados* ($\rho \approx 0{,}004$)
Viga o losa (1) simplemente apoyada	14	20
Vano exterior de viga o losa (1) continua (2)	18	24
Vano interior de viga o losa (1) continua (2)	20	30
Recuadro interior de losa sobre apoyos aislados (3)	17	25
Recuadro exterior de losa sobre apoyos aislados (3)	16	22
Voladizo	6	9

(1) En losas bidireccionales los límites de esbeltez indicados se refieren a la luz menor
(2) Un extremo se considera continuo si el momento sobre el apoyo es al menos el 85% del momento de empotramiento perfecto
(3) En losas sobre apoyos aislados (pilares) los límites de esbeltez indicados se refieren a la luz mayor

3.° OTRAS NORMAS

Por su parte, las normas americanas del ACI eximen de la comprobación de flechas a aquellos elementos de hormigón armado simplemente apoyados y sometidos a flexión simple, que no soportan tabiquería ni están ligados a tabiques dañables, cuya relación luz/canto sea igual o menor que el máximo indicado en la tabla 21.5.

TABLA 21.5

RELACIÓN MÁXIMA LUZ/CANTO QUE EXIME DE COMPROBAR FLECHAS EN ELEMENTOS DE EDIFICACIÓN SIN TABIQUERÍA SOMETIDOS A FLEXIÓN SIMPLE, SEGÚN NORMAS AMERICANAS

Elemento	*Simplemente apoyada*	*Continua Vano exterior*	*Continua Vano interior*	*Voladizo*
Losa maciza unidireccional	20	24	28	10
Viga o losa nervada unidireccional	16	18,5	21	8

21.7 Cálculo de flechas originadas por la flexión

1.° ACCIONES

Antes de proceder al cálculo de una flecha, cualquiera que ésta sea (instantánea, diferida, activa, etc.), deben establecerse claramente los dos extremos siguientes:

a) qué acciones intervienen y cuál es su secuencia de aplicación en el tiempo (escalones de carga);
b) qué combinación de acciones (poco frecuente, frecuente o cuasipermanente) debe considerarse en cada escalón de carga.

En general, la respuesta al punto *a)* no planteará dudas al proyectista, a diferencia de lo que puede suceder con el punto *b)*. En efecto, corresponde al proyectista decidir la combinación que deba utilizar en cada caso particular y la respuesta puede diferir de un técnico a otro. Así por ejemplo, si se trata de calcular la flecha activa en un forjado de edificación con la finalidad de que no resulte dañada la tabiquería, un cierto proyectista puede escoger la combinación frecuente (apartado 11.7-2.°) y otro, menos riguroso, la cuasipermanente. Pero si la flecha activa impide el buen servicio de la estructura, como puede ser el caso de una biblioteca con estanterías corredizas sobre raíles (cuyo movimiento resultaría imposible si se produce una deformación excesiva del forjado) será pertinente utilizar la combinación poco frecuente.

2.° FLECHA INSTANTÁNEA

En una viga de material elástico el cálculo de la flecha instantánea se efectúa por doble integración de las curvaturas, en función del momento flector y la rigidez a flexión EI. Ahora bien, en el caso del hormigón armado la rigidez EI es constante tan solo si la sección más solicitada se encuentra sin fisurar (estado I), lo que sucederá únicamente en el caso en que el momento actuante M_a sea inferior al momento de fisuración M_f. Si la sección se encuentra fisurada (estado II) la rigidez EI variará a lo largo de la pieza y será necesario utilizar en el cálculo un cierto valor medio, denominado *rigidez equivalente* $(E \cdot I)_e$

Lo dicho se ilustra en la figura 21.6, donde se ha dibujado de trazo lleno el diagrama momentos-curvaturas de la sección central de una pieza en flexión, que consta de dos tramos rectilíneos correspondientes a las dos fases mencionadas.[1] Para valores inferiores al momento de fisuración, M_f, la pendiente de la recta representa la rigidez de la sección sin fisurar, $(E \cdot I)_1$. Para valores superiores a M_f hay una transición entre el punto F (fisuración) y el punto P (plastificación), correspondiendo a éste la rigidez $(E \cdot I)_p$ de la sección totalmente fisurada. Bajo el momento M_a (momento máximo aplicado a la sección hasta el instante en que se evalúa la flecha), la rigidez correspondiente es $(E \cdot I)_2$, intermedia entre las dos anteriores.

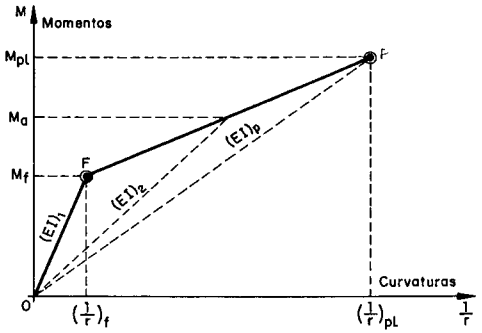


Figura 21.6 Diagrama momentos-curvaturas

Por lo anterior, el cálculo de la flecha implica dar los siguientes pasos, que iremos viendo a continuación:

a) Cálculo del momento de fisuración, M_f
b) Cálculo de la rigidez a flexión $(E \cdot I)_1$ en sección sin fisurar
c) Cálculo de la rigidez a flexión $(E \cdot I)_2$ en sección fisurada bajo el momento M_a
d) Cálculo de la rigidez equivalente $(E \cdot I)_e$ intermedia entre $(E \cdot I)_1$ y $(E \cdot I)_2$.

a) El momento de fisuración vale:

$$M_f = \frac{f_{ct} \cdot I_1}{y_1}$$

con los siguientes significados:

f_{ct} = resistencia del hormigón a flexotracción (apartado 5.5-2.°) a la edad de j días que corresponda, para la que puede tomarse

$$f_{ct} = 0{,}37 \sqrt[3]{f_{ckj}^2} \quad \text{con } f_{ct} \text{ y } f_{ckj} \text{ en N/mm}^2;$$

I_1 = momento de inercia de la sección de hormigón homogeneizada;
y_1 = distancia del c. de g. de la sección de hormigón homogeneizada a la fibra más extendida.

b) La rigidez a flexión $(E \cdot I)_1$, para sección sin fisurar, se obtiene utilizando el momento de inercia I_1 de la sección homogeneizada, y el módulo de deformación del hormigón definido en el apartado 5.6-3.° a la edad de j días que corresponda:

$$E_j = 8500 \sqrt[3]{f_{cm,j}}$$

[1] La existencia de un tercer tramo, muy tendido, de plastificación final previa a la rotura, no es interesante desde el punto de vista práctico que ahora nos ocupa.

donde f_{cmj} es la resistencia media a compresión del hormigón en el momento de la puesta en carga, estando expresados E_j y $f_{cm,j}$ en N/mm^2.

Algunas normas afectan a la rigidez $(E \cdot I)_1$ de un coeficiente reductor. Las soviéticas de 1968, por ejemplo, utilizan el valor 0,85.

c) La rigidez a flexión $(E \cdot I)_2$ para sección fisurada puede calcularse fácilmente. Como se ve en la figura 21.7 y de acuerdo con la hipótesis de deformación plana (Navier-Bernouilli), puede escribirse:

$$\frac{1}{r} = \frac{d\theta}{dX} = \frac{d^2Y}{dX^2} = \frac{M}{(EI)_2} = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_c}{d} = \frac{\varepsilon_s}{d-x}$$

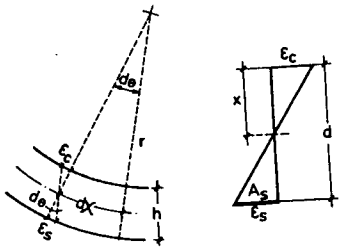


Figura 21.7 Hipótesis de deformación plana de secciones

Por otra parte, se tiene:

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$M = A_s \cdot \sigma_s \cdot z$$

siendo z el brazo de las fuerzas interiores. De las tres ecuaciones anteriores, eliminando ε_s y σ_s, resulta:

$$(E \cdot I)_2 = E_s \cdot A_s \cdot z\,(d-x)$$

expresión en la que:

E_s = módulo de elasticidad del acero;
A_s = área de la armadura de tracción;
z = brazo de palanca del par interno;
d = canto útil;
x = profundidad de la fibra neutra en situación de servicio.

En el caso particular de una sección rectangular la profundidad x se obtiene de la ecuación de segundo grado

$$\frac{1}{2}\, b\, x^2 = A_s \cdot n \cdot (d-x)$$

en la que n es el coeficiente de equivalencia. Resulta así para el momento de inercia de la sección fisurada el valor

$$I_2 = A_s \cdot n \cdot \left[d - \frac{x}{3}\right] \cdot (d-x)$$

d) Como ya se dijo, la flecha se calcula utilizando las fórmulas clásicas de la Resistencia de Materiales, con una rigidez a flexión que será igual a $(E \cdot I)_1$ en el caso de momentos de servicio inferiores al de fisuración $(M_a < M_f)$. Para el caso de momentos de servicio superiores al de fisuración $(M_a > M_f)$ debe utilizarse, en cambio, una rigidez equivalente $(E \cdot I)_e$ de valor adecuado. Se han propuesto diversas fórmulas, más o menos complicadas, para dicho valor.

Quizá la más simple y suficientemente aproximada sea la fórmula empírica de Branson, que ha sido incorporada a las Normas del ACI y a las españolas. Esta fórmula define el momento de inercia equivalente, I_e, mediante una interpolación lineal entre los dos casos extremos, según la expresión:

$$I_e = \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3 \cdot I_1 + \left[1 - \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_2 \leq I_1$$

con los siguientes significados:

M_f = momento flector de fisuración (fórmula del punto *a*);
M_a = momento flector actuante de servicio;
I_1 = momento de inercia de la sección de hormigón total homogénea;
I_2 = momento de inercia de la sección fisurada (fórmula del punto *c*).

El momento de inercia I_e de la pieza se considera constante e igual al de la sección de máximo momento (cuya rigidez a flexión es la que realmente influye en la deformación de toda la pieza), es decir:

- para elementos simplemente apoyados o tramos continuos, la sección central;
- para voladizos, la sección de arranque.

e) Cuando además de la flexión existe un esfuerzo normal, la expresión de I_2 dada en el punto *c)* debe dividirse por el factor:

$$1 \pm \frac{z - s}{e}$$

expresión en la que:

z = brazo de palanca del par interno;
s = distancia de la armadura de tracción al c. de g. de la sección de hormigón solo;
e = excentricidad del esfuerzo normal ($e = M/N$),

correspondiendo el signo + a esfuerzo N de tracción y el signo – a esfuerzo N de compresión.

f) Los cálculos anteriores se simplifican si en vez de considerar la sección total homogénea se considera la sección bruta, lo que no introduce grandes errores en los resultados.

g) Recordemos que la flecha instantánea, a_o, de una viga en flexión simple viene dada por la expresión:

$$a_o = \alpha \cdot \frac{M_a \cdot l^2}{E_c \cdot I_e}$$

con los siguientes significados:

α = coeficiente que depende del tipo de carga y forma de sustentación, obtenido mediante las fórmulas de Resistencia de Materiales (ver fig. 21.8);
M_a = momento flector actuante de servicio en la sección de momento máximo (sección de referencia);
l = luz de la viga;
E_c = módulo de deformación del hormigón (fórmula del punto *b*);
I_e = momento de inercia equivalente (fórmula del punto *d*).

En el caso particular de viga simplemente apoyada, sometida a una carga uniformemente repartida, el coeficiente α vale 5/48. Para tanteos rápidos, con sección rectangular, puede utilizarse la fórmula sencilla de Torroja que, en general, queda del lado de la seguridad:

$$a_o = \frac{1}{10.000} \cdot \frac{l^2}{h}$$

siendo a_o la flecha instantánea, l la luz y h el canto total.

h) Como puede observarse en la fórmula del punto *c*), la rigidez $(E \cdot I)_2$ es directamente proporcional al área A_s de la armadura de tracción. Por ello, el empleo de aceros de alto límite elástico conduce, a igualdad de las restantes variables, a valores de flecha mayores que cuando se emplean aceros de menor resistencia, al resultar cuantías geométricas más bajas.

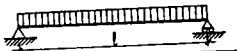
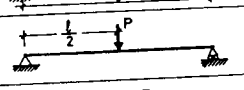
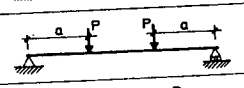
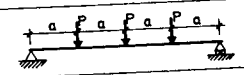
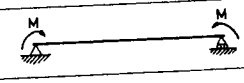
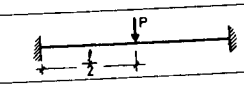
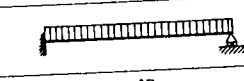
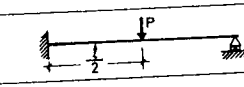
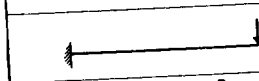
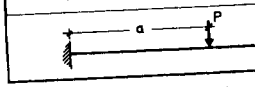
Condiciones de sustentación y tipo de carga	Coeficiente α
	$\frac{5}{48}$
	$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{8} - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{a}{l}\right)^2$
	$\approx \frac{1}{10}$
	$\frac{1}{8}$
	$\frac{1}{16}$
	$\frac{1}{24}$
	$\approx \frac{1}{23}$
	$\approx \frac{1}{20}$
	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{3}$
	$\frac{a}{l} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \cdot \frac{a}{l}\right)$

Figura 21.8 Valores del coeficiente α

3.° FLECHA DIFERIDA

Llamamos flechas diferidas a las que aparecen, en el transcurso del tiempo, bajo cargas de larga duración. Estas flechas, que vienen a sumarse a las instantáneas, están originadas por los efectos de retracción y fluencia. Su cálculo preciso es prácticamente inabordable, por depender de numerosas variables: historial de cargas, temperatura, humedad, condiciones de curado, edad del hormigón en el momento de la puesta en carga, cuantía de la armadura de compresión, valor de la carga permanente, etc. Por otra parte, la fisuración del hormigón viene a complicar el problema, al variar las condiciones de deformación de las secciones, en forma difícil de evaluar con exactitud.

A título de ejemplo, reproducimos en la figura 21.9 un esquema tomado de Neville, que muestra de forma clara la diferencia entre las tensiones teóricas y las reales, iniciales y diferidas, en la armadura de tracción de una pieza sometida a flexión; variable que influye notablemente en las deformaciones.

Por todo ello, parece inútil recurrir a procedimientos complicados de cálculo de flechas diferidas, siendo preferible utilizar fórmulas sencillas como las que indicamos a continuación.

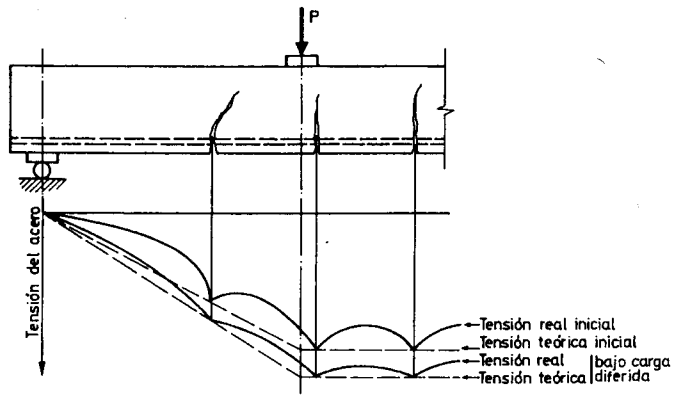


Figura 21.9 Tensiones en el acero

a) Un procedimiento simple consiste en calcular la flecha total diferida de igual forma que la instantánea, pero empleando un módulo de deformación E_c del hormigón más pequeño.

Según las normas noruegas, el valor de E_c puede tomarse igual a la tercera parte del módulo inicial instantáneo.

Mayor precisión se obtiene utilizando el valor de E_c definido al final del apartado 5.6-3.° en función del coeficiente φ de fluencia.

b) De forma más directa puede obtenerse la flecha adicional diferida debida a las cargas de larga duración (deformaciones de fluencia y retracción), multiplicando la flecha instantánea debida a cargas permanentes por el factor:

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50 \cdot \rho'}$$

en donde ρ' es la cuantía geométrica de la armadura comprimida en la sección de referencia (sección central en vigas apoyadas o continuas y sección de arranque en voladizos), y ξ un coeficiente dependiente de la duración de la carga (ver tabla 21.6).

TABLA 21.6
VALORES DEL COEFICIENTE ξ

Duración de la carga	ξ
≥ 5 años	2,0
1 año	1,4
6 meses	1,2
3 meses	1,0
1 mes	0,7
15 días	0,5

Para edad j de carga y t de cálculo de flechas, se tomará para ξ el valor:

$$\xi(t) - \xi(j)$$

En el caso de que la carga se aplique por fracciones, P_1, P_2, ..., P_n, se puede adoptar el siguiente valor de ξ:

$$\xi = \frac{\xi_1 \cdot P_1 + \xi_2 \cdot P_2 + \ldots + \xi_n \cdot P_n}{P_1 + P_2 + \ldots + P_n}$$

Con este método, adoptado por la Instrucción española a partir de la Norma ACI 318:95, se obtienen valores de las flechas diferidas más o menos concordantes con los obtenidos aplicando el Eurocódigo número 2.

c) Se observará que en el valor de λ de la fórmula anterior no intervienen ni la retracción ε_s ni el coeficiente φ de fluencia del hormigón. Para tener en cuenta ambas variables de forma explícita se han desarrollado diversos trabajos, todos ellos partiendo de la hipótesis de que la deformación de la armadura traccionada se mantiene constante a lo largo del tiempo.

Esta hipótesis, cuya validez ha sido contrastada experimentalmente, deriva de suponer que, en sección fisurada, la posición del baricentro plástico de la zona comprimida de hormigón coincide aproximadamente con la posición de la armadura comprimida. Se deduce de ello que, en el proceso según el cual la fluencia del hormigón provoca un aumento de la deformación de la armadura comprimida (es decir, un aumento de la fuerza resistida por ésta) al que se une correlativamente una disminución de la compresión tomada por el hormigón de valor idéntico, al coincidir prácticamente los respectivos baricentros no se modifica la solicitación (ni el axil ni el momento), con lo que tampoco se modifica la tensión (ni, por tanto, la deformación) de la armadura en tracción.

A partir de esta hipótesis Juan Murcia y otros especialistas (en particular Antonio Marí, en el seno del Grupo Español del Hormigón) han propuesto distintas fórmulas de aplicación práctica para el cálculo de la flecha diferida, las cuales pueden encontrarse en la bibliografía especializada.

d) Insistimos en recordar, por último, que cuando se calcula la flecha diferida, no debe partirse de la totalidad de las cargas, sino tan sólo de aquellas que tengan carácter permanente o sean de larga duración. Esta observación trivial se olvida a veces, especialmente cuando se calcula la flecha total a partir de la instantánea.

21.8 Otras deformaciones

a) Para el cálculo de flechas en piezas sometidas a compresión excéntrica, puede seguirse el procedimiento general de establecer la curvatura en un número suficiente de secciones, distribuidas a lo largo de la pieza, para obtener la ley de variación correspondiente, que será necesario integrar dos veces para obtener la deformada. En este caso, el valor de la curvatura es:

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2Y}{dX^2} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{h}$$

en donde ε_1 y ε_2 son, respectivamente, los acortamientos relativos de las fibras más y menos comprimida del hormigón, y h, el canto total de la pieza.

b) El esfuerzo cortante origina flechas normalmente despreciables, pero que en ciertos casos pueden llegar a ser del mismo orden de magnitud que las originadas por la flexión, especialmente en vigas cortas sometidas a tensiones tangenciales elevadas. Cuando sea necesario su cálculo, éste puede abordarse mediante la analogía de la celosía (apartado 19.3).[1]

c) El giro θ de un elemento lineal sometido a torsión puede deducirse por integración de los giros por unidad de longitud que se deducen de las siguientes expresiones:

- Para secciones no fisuradas: $\theta = T/(0{,}3 \cdot E_c \cdot I_t)$
- Para secciones fisuradas: $\theta = T/(0{,}1 \cdot E_c \cdot I_t)$

en las que T es el momento torsor de servicio, I_t es el momento de inercia a torsión de la sección bruta de hormigón y E_c es el módulo de deformación (apartado 21.7-2.° *b*).

d) El acortamiento elástico de un pilar o pieza sometida a compresión simple se determina mediante la fórmula clásica:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_c}{E_c}$$

en donde σ_c es la tensión de trabajo del hormigón y E_c su módulo de deformación, instantáneo o diferido (apartado 5.6-3.°) según proceda. A esta deformación se añade la de retracción.

e) El acortamiento por retracción de una pieza de hormigón armado, ε, se determina en el apartado 5.3-4.°. Su relación con el correspondiente a la misma pieza de hormigón en masa, ε_o, puede determinarse fácilmente, en función de la cuantía de armadura.[2]

En efecto, ε será menor que ε_o debido a que las armaduras coartan el libre acortamiento del hormigón, oponiéndose a él. Como consecuencia, aparecen en el hormigón unas tensiones de tracción y, en las armaduras, unas de compresión, que han de estar en equilibrio por no existir fuerzas exteriores aplicadas. Puede escribirse, por tanto,

$$E_c \cdot (\varepsilon_o - \varepsilon) \cdot A_c = E_s \cdot \varepsilon \cdot A_s$$

siendo E_c el módulo de deformación del hormigón, E_s el módulo de elasticidad del acero y A_c, A_s las secciones de ambos materiales. Se deduce la relación:

$$\varepsilon = \varepsilon_o \frac{1}{1 + n \cdot \rho}$$

en donde $n = E_s/E_c$ es el coeficiente de equivalencia y $\rho = A_s/A_c$ es la cuantía geométrica.

---

[1] Este tema se trata con amplitud en *Neville, 1970.*

[2] Si la armadura no es simétrica aparece, por diferencia de retracción entre las caras, una curvatura en la pieza que normalmente puede despreciarse.

21.9 Estado límite de vibraciones

En algunos tipos de estructuras tiene importancia estudiar, aparte de las deformaciones estáticas, las que se producen bajo cargas dinámicas, que, además de poder afectar a la comodidad de los usuarios y al buen servicio de la estructura, pueden conducir al fenómeno de resonancia si el período de actuación de las cargas se aproxima al de oscilación propio de la estructura.

Así puede ser el caso de ciertas estructuras muy elásticas, como torres o chimeneas, bajo la acción de ráfagas de viento; o bien de piezas o elementos que hayan de soportar máquinas oscilantes. Otras acciones que pueden provocar vibraciones son: el oleaje; el movimiento rítmico ocasionado por personas que caminan, corren, saltan o bailan; el tráfico de carretera o ferrocarril, y algunos procedimientos constructivos tales como la hinca de pilotes o tablestacas, la compactación mecánica de suelos, etc.

La Instrucción H. A. 61 del Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja recomienda evitar las bajas frecuencias de oscilación (menos de dos hertzios) y propone la siguiente fórmula para la determinación de la frecuencia propia de vibración de una pieza, n, deducida de la hipótesis de Lord Rayleigh (todos los corrimientos en un instante dado son proporcionales y la oscilación es armónica):

$$n = k \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I \cdot g}{q \cdot l^4}}$$

con los siguientes significados:

n = frecuencia propia en ciclos/segundo (hertzios);
E = módulo de elasticidad instantáneo;
I = momento de inercia de la sección bruta;
g = aceleración de la gravedad;
q = carga por unidad de longitud;
l = luz de la pieza;
k = coeficiente de valor 1,56 para viga simplemente apoyada; 3,56 para viga doblemente empotrada; 2,45 para viga apoyada-empotrada y 0,56 para voladizos.

Por su parte, la Instrucción española recomienda evitar, en el caso de pasarelas peatonales, estructuras con frecuencias comprendidas entre 1,6 y 2,4 Hz y entre 3,5 y 4,5 Hz. Para otro tipo de estructuras, también susceptibles de experimentar vibraciones debidas a movimientos rítmicos de personas, esta misma norma recomienda que su frecuencia supere los siguientes valores mínimos en hertzios:

- Gimnasios o palacios de deporte: > 8,0
- Salas de fiestas o de conciertos, sin asientos fijos: > 7,0
- Salas de fiestas o de conciertos, con asientos fijos: > 3,4

Procedimientos más sofisticados de análisis pueden verse en *Bachmann, 1991.*

21.10 Patología del hormigón armado

En los apartados 5.7, 9.8 y 11.11 se ha estudiado la durabilidad del hormigón, pasando revista a los distintos agentes agresivos y la forma de protegerse contra ellos. En el presente apartado, con un criterio más amplio, estudiaremos aquellos síntomas patológicos que son expresivos de un comportamiento anormal de las estructuras de hormigón armado, analizando las causas de los mismos, su significado y las actuaciones recomendables.

Entre los síntomas patológicos más importantes se encuentran: la aparición de rugosidades superficiales; la formación de una película superficial, adherente o no, constituida por reacción química entre agentes agresivos y el hormigón endurecido; los cambios de coloración; la aparición de exfoliaciones, descantilladuras o degradaciones más o menos profundas; y, sobre todo, la aparición de fisuras.

El conocimiento de los distintos tipos de fisuras que pueden presentarse en los elementos de hormigón armado es imprescindible para poder diagnosticar con acierto. A este tema dedicamos el punto 1.° siguiente.

1.° TIPOS DE FISURAS

a) Fisuras de afogarado

Surgen estas fisuras a causa de la desecación superficial del hormigón, cuando el cemento aún no ha terminado de fraguar y endurecer, es decir, en las primeras horas. Al existir una pérdida de agua por evaporación, el efecto de contracción es muy marcado y aparece la fisura. El fenómeno se produce cuando existe soleamiento directo y sobre todo, por acción del aire seco sobre superficies de hormigón no protegidas.

Las fisuras de afogarado se presentan casi siempre en superficies horizontales. A mayor superficie de exposición y a menor espesor del elemento, corresponde mayor probabilidad de que ocurra el fenómeno.

Si el elemento es de espesor variable, las fisuras se localizan en las zonas más delgadas (caso de un forjado, figura 21.10*a*), en las que es mayor la importancia relativa de la contracción por secado prematuro. Si el elemento tiene espesor uniforme, sin direcciones preferentes, las fisuras suelen distribuirse caprichosamente (fig. 21.10*b*). Es de hacer notar que en estos casos de fisuración aleatoria, las fisuras vienen a cortarse casi siempre con ángulos aproximadamente rectos. Ello se debe a que, antes de aparecer una fisura, la superficie del hormigón se encuentra sometida a equitracciones. Al surgir la fisura, la tracción que le es normal queda anulada, pero se mantiene la que le es paralela, la cual puede originar una nueva fisura perpendicular a la anterior.

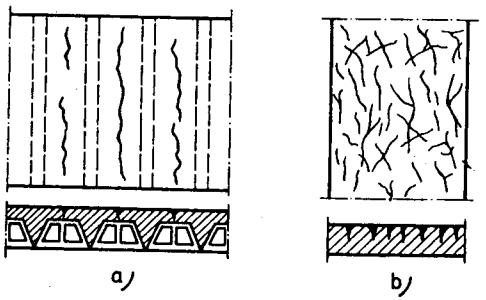


Figura 21.10 Fisuras de afogarado

Lo dicho permite establecer la siguiente regla práctica: Si dos fisuras se cortan según un ángulo muy agudo, al menos una no es de afogarado-retracción.

Con elementos de gran espesor, las fisuras pueden aparecer en varias familias, siguiendo direcciones que han sido preferentes al extender la masa de hormigón fresco. Un ejemplo típico de este caso se presentà en las losas de pavimentos de hormigón, las cuales, si no son protegidas inmediatamente del sol fuerte y, sobre todo, del aire seco, muestran fisuras de afogarado paralelas al eje de la carretera, es decir, en la dirección del hormigonado.

En la figura 21.11 se representa, además de una de las familias mencionadas, otro fenómeno típico, llamado «nido de fisuras». Aparece en aquellas zonas donde, por cualquier causa, se ha producido una concentración de pasta rica en cemento y sin árido grueso, la cual se seca antes y retrae más que el resto del hormigón.

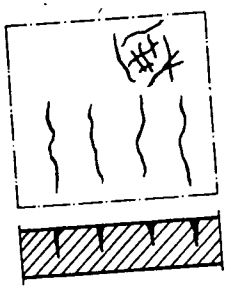


Figura 21.11 Nido de fisuras

Las fisuras de afogarado (que, en general, no representan ningún peligro ni merman la capacidad resistente del elemento en cuestión) no tienen el aspecto de una rotura limpia, como corresponde a las que se forman después que el hormigón ha endurecido. Estas últimas presentan bordes agudos y bien definidos, atravesando frecuentemente granos de árido; mientras que las de afogarado, formadas cuando el hormigón es aún plástico y no se ha desarrollado totalmente la adherencia árido-pasta, nunca atraviesan las piedras, sino que las rodean.

Está relacionado con la formación de fisuras de afogarado *el fenómeno de exudación* («bleeding»). Nada más colocar la masa fresca del hormigón, las partículas gruesas comienzan a asentar lentamente, provocándose una subida de agua hacia la superficie, parte de la cual se evapora. Mientras que la exudación es mayor que la evaporación, hay una película superficial de agua. Si la evaporación excede a la exudación, la película desaparece y la superficie del hormigón se ve sometida a tracciones.

La rapidez de la evaporación influye decisivamente en el fenómeno, incluso en tiempo frío; y puede ser grande aun con humedad ambiente elevada, si el hormigón está caliente. De ahí la conveniencia de colocar el hormigón lo más frío posible en tiempo caluroso, y de no sobrecalentarlo en tiempo frío.

Las fisuras de afogarado vienen favorecidas, a igualdad de las restantes variables, por el empleo de grandes dosis de cemento; de elevadas relaciones agua/cemento; de cementos molidos demasiado finamente o de muy alta categoría; y de mezclas muy ricas en finos, sea por la arena empleada, sea por contenidos de arcilla presentes como impureza de los áridos, sea por la presencia de cargas inertes en el cemento.

Como resumen anotamos las siguientes características que, como norma general, poseen las fisuras de afogarado:

- aparecen en las primeras horas (1-2-4-10 horas), casi siempre en grupo;
- tienen una profundidad del orden de 20 a 40 mm, pudiendo alcanzar los 100 mm e incluso atravesar todo el espesor en losas delgadas;
- aparecen casi siempre en tiempo seco, con sol directo y/o con viento, incluso débil; pero pueden aparecer también en tiempo frío y húmedo.

Las fisuras de afogarado pueden evitarse extremando las medidas de protección de la masa fresca de hormigón (apartado 4.7) y efectuando un buen curado del mismo (apartado 4.8).

44672

b) Otras fisuras en estado plástico

Además de las de afogarado, pueden surgir otras fisuras antes de que el hormigón haya endurecido, como consecuencia de asientos, cedimientos de encofrado (fig. 21.12), movimiento de las armaduras, deslizamiento del hormigón en pendientes, etc.

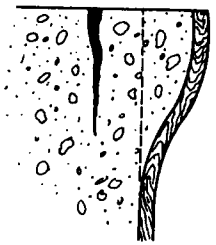


Figura 21.12 Fisura por cedimiento de encofrado

Un caso típico es el de hormigonado conjunto en encofrados de diferente profundidad. En estos casos, es conveniente disponer juntas horizontales (caso de hormigonado de muros con huecos de puertas y ventanas) o esperar un par de horas, antes de continuar el hormigonado por encima del plano de unión, a que la masa fresca experimente su primer asiento. De no hacerse así, la diferencia de asientos que experimenta la nueva tongada de masa fresca, ocasionada por la diferente rigidez del soporte (en un caso, masa fresca ya depositada; en el otro, encofrado) provocará la aparición de una fisura a 45° en las esquinas. Conviene igualmente colocar armaduras de esquina para coser por anticipado tales fisuras y dificultar su formación.

La espera de dos horas es igualmente recomendable en el hormigonado de vigas, soportes y muros que se colocan monolíticamente con las losas de piso.

Otro tipo de fisuras en estado plástico son las que se forman junto a barras superiores (por ejemplo, en la cara superior de zapatas y losas), cuyo trazado en planta sigue la línea de las armaduras. Las barras son elementos rígidos que no permiten que asiente la parte de hormigón fresco que queda encima de ellas, lo cual induce unas tensiones σ de tracción en la zona de recubrimiento (figura 21.13). El valor de σ depende de tres variables, la consistencia del hormigón, el diámetro de la barra y el valor del recubrimiento libre, c, siendo esta última la variable más influyente. En efecto y según demuestran los ensayos, la tensión σ es inversamente proporcional al cuadrado del recubrimiento, lo que significa que un recubrimiento de 20 mm produce una tensión cuatro veces mayor que uno de 40 milímetros. Mayores diámetros y mayores asientos en cono de Abrams favorecen el fenómeno, pero no de forma tan decisiva como la escasez de recubrimiento. Por consiguiente, *conviene emplear recubrimientos amplios* en estos casos de barras superiores.

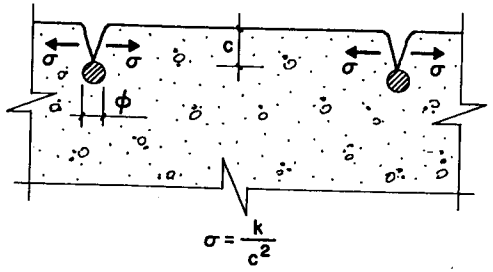


Figura 21.13 Fisuras junto a barras superiores

c) Fisuras de retracción

La retracción del hormigón se ha estudiado en el apartado 5.3. En particular, el punto 3.° de dicho apartado trata de los efectos de la retracción en elementos estructurales y contiene diversos ejemplos de fisuras originadas por esta causa. A lo allí indicado puede añadirse lo siguiente.

Para que la magnitud de la retracción sea lo suficientemente grande como para provocar fisuras, han de pasar días, semanas o meses. Estos largos períodos distinguen las fisuras de retracción de las de afogarado. Por otra parte, las primeras surgen en el hormigón ya endurecido, con un trazado limpio y agudo, característico de tal circunstancia.

Cuando se trata de piezas lineales exentas coartadas en sus extremos, las fisuras se presentan con trazado perpendicular al eje de la pieza y con anchura constante (fig. 21.14). elementos de tipo superficial, las fisuras de retracción son relativamente frecuentes, especialmente si aparecen asociados con vigas o nervios que actúan de puntos duros en el conjunto, dada su mayor rigidez. En tales casos (fig. 5.2*c*) las fisuras aparecen con trazado paralelo a las armaduras y son tanto más numerosas, juntas y finas cuanto mayor es la cuantía (y viceversa, tanto menos numerosas, más separadas y gruesas cuanto menor es la cantidad de armadura). Cuando las placas están coartadas en las dos direcciones principales, la fisuración suele presentarse a inglete, junto a las esquinas.

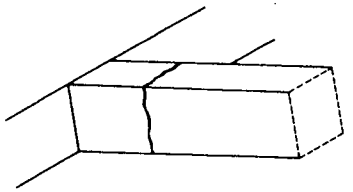


Figura 21.14 Fisura de retracción en una viga coartada en sus dos extremos

Las láminas no suelen fisurarse por retracción, a menos que se encuentren fuertemente coartadas en los bordes. Si aparecen, las fisuras siguen trayectorias como las indicadas en la figura 21.15, que son las compatibles con las isostáticas de compresión de la lámina.

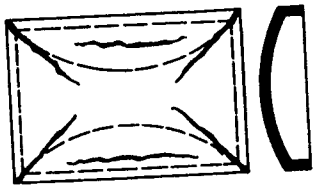


Figura 21.15 Fisuras de retracción en una lámina

Es frecuente la fisuración por retracción de vigas, sobre todo si son largas y están muy coartadas en sus extremos. En tales circunstancias, puede salir una fisura aislada en mitad de la luz (ayudada por la flexión provocada por las cargas) o, más probablemente, fisuras junto a los apoyos. Es el caso que se muestra en la figura 5.2*a*, en la que existe gran diferencia de rigidez entre viga y soportes (obsérvese, como nota distintiva, que las fisuras se ubican siempre del mismo lado de los soportes, en forma rítmica). La figura 21.16 ilustra un caso de comportamiento diferencial, en lo que a retracción se refiere. El dintel superior del pórtico es más rígido y está más armado que el inferior, por lo que retrae menos que éste. En consecuencia, el dintel inferior encuentra coacción en sus extremos y se fisura.

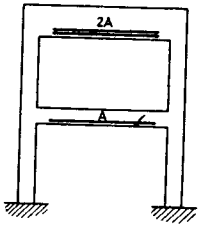


Figura 21.16 Fisura de retracción en un pórtico

En hormigones muy ricos en pasta y con áridos de gran tamaño, puede producirse fisuración interna de la pasta, por efecto de su retracción coartada por los granos gruesos (fig. 21.17). Aun cuando no lleguen a presentarse fisuras visibles, pueden aparecer en estos casos tensiones internas capaces de provocar una disminución de resistencia a compresión. Algunos casos de regresión (resistencia a 28 días menor que a 7 días) se deben a esta causa.

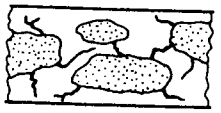


Figura 21.17 Fisuras internas de retracción

Las notas distintivas de las fisuras de retracción pueden resumirse así:

- aparición retardada (semanas, meses, incluso años);
- si hay varios elementos idénticos, aparecen sólo en los ubicados en sitio seco, en los ejecutados en tiempo seco y caluroso, o en los situados en fachadas orientadas a mediodía;
- juntas y finas en los elementos muy armados;
- separadas y anchas en los elementos poco armados;
- separaciones regulares, fisuras rectilíneas, sin ramificaciones;
- pequeña anchura, constante en todo su trazado;
- rápida estabilización de su anchura.

La probabilidad de fisuración por retracción está íntimamente ligada a la *elongabilidad* del hormigón, que es la capacidad que tiene este material para alargarse, cuando está sometido a un esfuerzo de tracción, antes de romper. Véase al respecto el apartado 5.6-5.°.

Medidas preventivas contra las fisuras de retracción serán todas aquellas que eviten los efectos y causas coadyuvantes que se han expuesto. Algunas de estas medidas se reseñaron en el apartado 5.3-3.°.

d) Fisuras de origen térmico

Son las originadas por las dilataciones o contracciones que experimentan los elementos de hormigón al variar la temperatura, sean en valor absoluto o diferenciales entre piezas conectadas mutuamente, o entre zonas distintas de una misma pieza.

Así, por ejemplo, es frecuente encontrar fisuras en macizos de hormigón, debido al gradiente térmico existente entre el interior, a mayor temperatura por el calor de fraguado, y el exterior, más frío. Igual puede suceder cuando se curan con agua fría las superficies calientes de una pieza. En general, son de esperar fisuras superficiales cuando la temperatura ambiente difiere en más de 20 °C de la del interior. En estas condiciones se han observado fisuras en zapatas de hasta 0,4 mm de anchura, llegando hasta el nivel de la armadura superior.

La omisión o construcción defectuosa de juntas de contracción y dilatación conduce siempre a empujes perjudiciales, con la fisuración consiguiente. Es el caso de pavimentos de hormigón (juntas entre losas, entre losas y obras de fábrica contiguas, etc.), de muros corridos, etc.

Particular atención debe prestarse a los efectos térmicos en construcciones industriales: pasos de tuberías de agua caliente, cuya dilatación provoca la fisuración de los muros que atraviesan, si no se ha dispuesto junta; chimeneas de hormigón, que deben concebirse con cámara de aire entre el refractario y el hormigón; depósitos de agua, en los que pueden presentarse choques térmicos; etc.

Por último, recordamos la acción expansiva del agua al congelarse, como origen de buen número de fisuras y deterioros: en depósitos; en orificios de anclaje de macizos de hormigón; en conductos de pretensado antes de su inyección; y en muchos otros casos análogos.

e) Fisuras por corrosión de las armaduras

Como vimos de forma detallada en el apartado 9.8, las armaduras están protegidas del exterior por el hormigón que las rodea, y es en la basicidad de éste donde reside la seguridad de aquéllas. El oxígeno del aire, el anhídrido carbónico y el agua, por no citar más que tres agentes comunes, atacan al hierro y lo oxidan a una velocidad tanto mayor cuanto más ácido es el medio. Si el hormigón es poroso, su cal va siendo carbonatada fácilmente por el CO_2 del aire, con lo que el pH del hormigón, cuyo valor normal es del orden de 12 a 13, puede bajar hasta 8, colocando al acero en precarias condiciones de defensa.

El volumen del óxido al formarse es casi siete veces mayor que el del metal que lo origina, lo que provoca fisuras y, más tarde, el desprendimiento del hormigón circundante. Las fisuras de corrosión tienen el mismo trazado que la armadura afectada, tanto en pilares como en vigas (fig. 21.18), y es frecuente que aparezcan manchas de óxido según el mismo trazado. Por consiguiente, una fisura paralela a las barras principales debe ser motivo de alarma fundada.

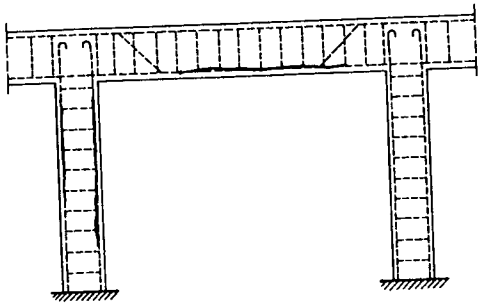


Figura 21.18 Fisuras por corrosión de armaduras

La mejor protección contra estos efectos es una buena dosis de cemento y un recubrimiento bien compacto y de suficiente espesor. A igualdad de las restantes variables y como ya dijimos en el apartado 9.8-2.°, el espesor del recubrimiento influye en la durabilidad elevado al cuadrado, es decir, que un recubrimiento doble proporciona una protección cuatro veces más eficaz. Si el hormigón es poco compacto o poroso, lo dicho no es aplicable, ya que la eficacia del recubrimiento es entonces prácticamente nula, cualquiera que sea su espesor.

Si el fenómeno se detecta a tiempo es posible salvar la estructura. Para ello debe comenzarse por identificar la causa que originó la corrosión y suprimirla, para que no actúe de nuevo. Después hay que eliminar los recubrimientos dañados y sanear el hormigón, cepillar bien las barras para suprimir todo resto de óxido y reparar con un nuevo recubrimiento de base epoxídica.

f) Fisuras por expansiones en el hormigón

Cualquier fenómeno de carácter expansivo que tenga lugar en el interior del hormigón dará origen a fisuras. Si la expansión es de carácter lineal, las fisuras aparecerán con trayectorias rectilíneas, como es el caso de la corrosión del acero anteriormente estudiado, o del efecto expansivo del agua al congelarse dentro de los conductos de una viga antes de ser postensada. Por el contrario, si se trata de una expansión volumétrica sin que existan direcciones preferentes, el aspecto de las fisuras será como el indicado en la figura 21.19 (con fisuras en piel de cocodrilo, cortándose más o menos a 90°), ya que juegan razones análogas, pero aquí de carácter tridimensional, a las estudiadas para las fisuras de afogarado, de carácter bidimensional.

El origen de las expansiones puede ser muy variado: cemento expansivo (por exceso de cal libre o de magnesia libre), ataque al hormigón de aguas con sulfatos (yeso, magnesia), áridos que contengan sulfuros oxidables (pirrotina, marcasita), reacción álcali-árido, etc.

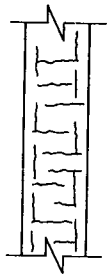


Figura 21.19 Fisuras por expansión interna del hormigón

g) Fisuras por la acción de las cargas

Bajo la acción de las cargas exteriores, el hormigón queda sometido a un estado tensional complejo. Si se considera una pieza prismática, cada una de sus secciones está sometida a un esfuerzo simple o a una solicitación compuesta por varios esfuerzos. Los esfuerzos simples son la tracción, la compresión, la flexión, el cortante y la torsión; y cada uno de ellos entraña un tipo de fisuración diferente.

La tracción axil, poco frecuente en piezas de hormigón armado, origina numerosas fisuras de trazado normal a las barras principales, atravesando la sección de una parte a otra (fig. 21.20). Las fisuras se forman más o menos simultáneamente y suelen ubicarse en los lugares de emplazamiento de los estribos.

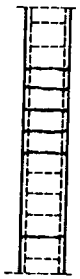


Figura 21.20 Fisuras de tracción en un soporte

La compresión axil provoca diferentes formas de fisuración, según la esbeltez del elemento y el grado de coacción transversal que tenga en sus extremos. Ambos efectos se observan bien en los ensayos de laboratorio, con probetas sencillas. Si no existe rozamiento alguno entre las caras de la probeta y los platos de la prensa (cosa difícil de conseguir) la compresión pura ejercida sobre aquélla la rompe por formación de columnillas paralelas a la dirección del esfuerzo (fig. 21.21*a*). Si hay rozamiento, éste coarta la dilatación transversal de la probeta y el esquema de fisuración es parecido al de la figura 21.21*b*.

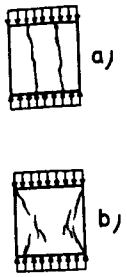


Figura 21.21 Líneas de rotura de probetas por compresión, sin rozamiento (*a*) o con rozamiento (*b*) en los platos de la prensa

Lo dicho se refiere a probetas. Con piezas más esbeltas de hormigón en masa intervienen nuevos factores, tales como una posible heterogeneidad del hormigón a lo largo de la pieza, un reparto no uniforme de las compresiones, etc., obteniéndose diversos esquemas posibles de rotura (fig. 21.22). Importa destacar que los esquemas mostrados en las figuras 21.21 y 21.22 corresponden al momento de la rotura y no a situaciones de servicio. La figura 21.23 muestra una fisuración peligrosa en servicio: fisuras finas y juntas en la cara de un soporte muy esbelto, a la mitad de su luz, que significan que se está cerca del pandeo del elemento.

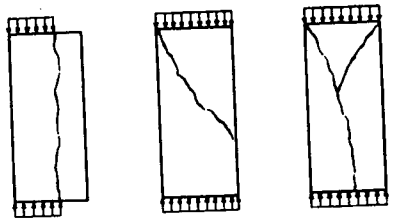


Figura 21.22 Líneas de rotura por compresión de piezas esbeltas

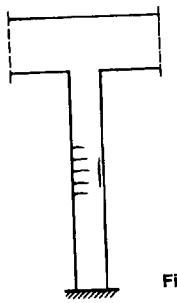


Figura 21.23 Fisuración por inestabilidad en soportes muy esbeltos

En general, las fisuras verticales en soportes son signo de catástrofe inminente por aplastamiento del hormigón (fig. 21.24*a*). Si el soporte está zunchado, salta primero el recubrimiento y la pieza puede seguir resistiendo, pero con grandes deformaciones que normalmente no pueden ser soportadas por los elementos horizontales ligados al soporte. Así mismo, una carga de compresión concentrada puede provocar fisuras paralelas a la carga (fig. 21.24*b*); se trata del mismo efecto de hendimiento que provoca la rotura por tracción de las probetas cilíndricas en el ensayo brasileño (apartado 6.3-8.°).

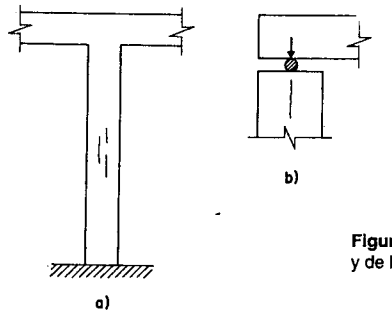


Figura 21.24 Fisuras de compresión (*a*) y de hendimiento (*b*)

Las fisuras de flexión y de cortante son las más conocidas, pudiendo corresponder las primeras a flexión pura o combinada con esfuerzo cortante, según la importancia relativa de ambas solicitaciones. En la figura 21.25 se ilustran los casos extremos, de flexión *a*) y de cortante *b*). En el primer caso, la fisura se inicia en la armadura, progresa en vertical hacia la fibra neutra y se incurva al final, buscando el punto de aplicación de la carga y deteniéndose al alcanzar la cabeza de compresión. Estas fisuras avisan con mucho tiempo. Por el contrario, las fisuras de cortante pueden comenzar en el alma, progresar hacia la armadura y llegar luego hasta la carga, dividiendo en dos partes la pieza. Este proceso puede ser muy rápido, e incluso instantáneo, dependiendo de la cuantía de armadura transversal existente. De ahí su peligrosidad.

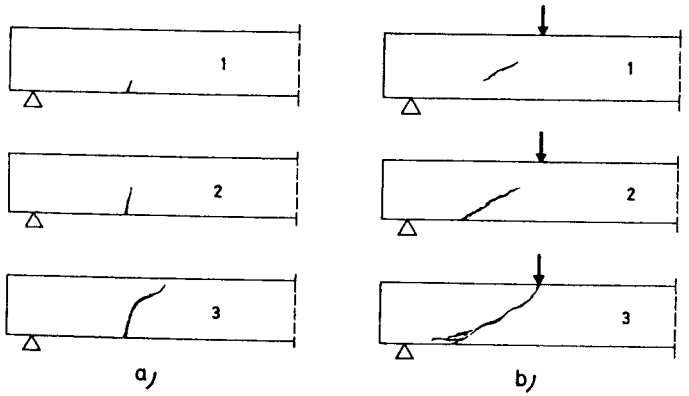


Figura 21.25 Fisuras de flexión (*a*) y de cortante (*b*)

En cuanto a la torsión, su efecto produce fisuras a 45° que buzan en dirección opuesta en ambas caras de las vigas. Suele ser frecuente encontrar este tipo de fisuras en estructuras de edificación, cuando existe un brochal o una viga que arriostra pórticos de luces descompensadas y no se ha tenido en cuenta en los cálculos la torsión.

Para terminar, señalaremos las características principales de las fisuras de flexión:

- no afectan a todo el canto, sino que se detienen en la fibra neutra;
- aparecen siempre varias y bastante juntas;
- aparecen bajo carga y desaparecen al retirar ésta;
- son perpendiculares al eje de la pieza y se inclinan luego más o menos según el valor del esfuerzo cortante.

h) Fisuras por fallo de adherencia-anclaje

Los fallos de adherencia-anclaje se manifiestan mediante fisuras localizadas, paralelas a las barras. Su diferencia con las fisuras de corrosión radica en que estas últimas son continuas y aquellas son, en general, más concentradas y de trazado más corto (fig. 21.26). Los fallos de anclaje son extraordinariamente peligrosos. La barra desliza, se desfunda y pierde toda su eficacia, por lo que la rotura del elemento puede sobrevenir en cualquier momento.

En los ensayos de laboratorio sobre viguetas prefabricadas de forjado se aprecia que, si bien la mayoría suelen romper por flexión o cortante, sólos o combinados, algunas de ellas fallan por anclaje (normalmente más allá de su carga teórica de rotura). La lección que debe extraerse es que conviene ser generoso con las longitudes de anclaje de las barras en fase de proyecto, ya que es ahí donde radica la seguridad del elemento. Además, la rotura por fallo de anclaje tiene carácter súbito, sin aviso, y de ahí su peligrosidad.

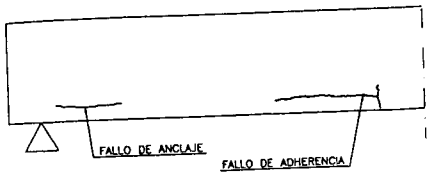


Figura 21.26 Fisuras por fallo de adherencia o anclaje

i) Fisuras por errores de proyecto o ejecución

Los errores de proyecto, así como los de ejecución, son el origen de gran número de fisuras. No siendo posible efectuar una clasificación completa, dada la multiplicidad de casos que pueden presentarse, nos limitaremos a enumerar algunos ejemplos frecuentes.

- Fisuras a 45° por desgarramiento del hormigón, en zonas de fuerte concentración de ganchos o bucles (fig. 21.27*a*) u otros tipos de anclaje de barras principales.
- Fisuras en cartelas de vigas en T, en bordes de articulaciones, etc., con trazado paralelo a las isostáticas de compresión (fig. 21.27*b*), por armado insuficiente o trazado defectuoso de la armadura.
- Fisuras en ménsulas de apoyo mal concebidas (fig. 21.27*c*) en las que la viga degüella a la ménsula al entrar en carga y girar, ya que en lugar de un apoyo se tiene un empotramiento, con un cierto momento cuyo brazo es muy corto, lo que significa que la fuerza sobre el voladizo es muy fuerte.

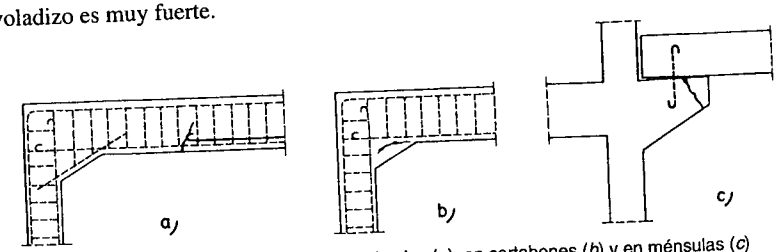


Figura 21.27 Fisuras en ganchos o bucles (*a*), en cartabones (*b*) y en ménsulas (*c*)

- Fisuras en voladizos por caída o desplazamiento de la armadura principal durante el hormigonado (fig. 21.28).
- Fisuras por deformación de un elemento hasta valores no compatibles con los que admiten otros elementos fijados al primero (ver apartado 21.5).

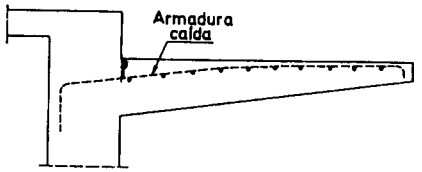


Figura 21.28 Fisuras en voladizos

- Fisuras verticales, muy peligrosas, en soportes por falta de estribos, al haberse desplazado éstos durante el hormigonado (fig. 21.29*a*). Lo mismo puede suceder en los nudos, por caída u omisión de cercos (fig. 21.29*b*).
- Fisuras paralelas a las armaduras longitudinales de las vigas, por mala compactación del hormigón, por estar las barras excesivamente juntas y no permitir el paso de la masa fresca, por defecto de desencofrado, etc.

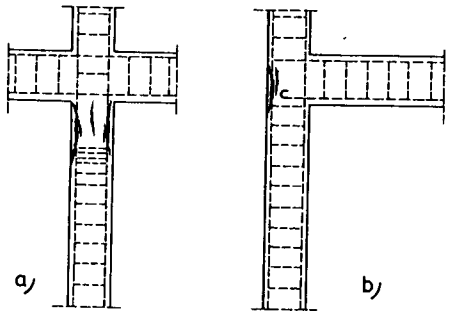


Figura 21.29 Fisuras por caída u omisión de cercos

- Fisuras u otros desperfectos junto a las barras de montaje de vigas, si éstas son gruesas y no se han atado con cercos suficientemente próximos, lo que puede ocasionar un principio de pandeo de las armaduras.
- Fisuración del recubrimiento de una armadura continua de tracción junto a un paramento cóncavo continuo o anguloso (o de compresión junto a uno convexo), por no haberse despiezado adecuadamente la armadura, o no haberla sujetado con cercos o estribos (fig. 21.30).
- Como error de ejecución puede contarse también el empleo de áridos inestables (como los que contienen piritas oxidables) o reactivos con los álcalis del cemento, lo que provoca efectos expansivos dentro de la masa del hormigón, con la consiguiente fisuración en piel de cocodrilo, cuarteamiento y ruina final de las piezas afectadas (fig. 21.19).

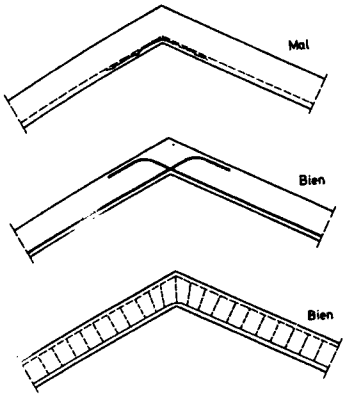


Figura 21.30 Fisuras en paramentos cóncavos angulosos

2.° ACTUACIONES RECOMENDADAS

Conviene destacar que nunca debe repararse una fisura sin haber estudiado antes la causa que la produjo y estar seguros de que tal causa no volverá a actuar después, ya por desaparición del agente, ya por haberse adoptado las disposiciones convenientes para que no perjudique de nuevo.

En la investigación de causas convendrá tener presentes las ideas expuestas en el punto 1.° anterior. Puede servir de ayuda también la tabla 21.7, en la que se ha intentado relacionar, en forma sistemática, las causas más frecuentes de desórdenes patológicos en elementos de hormigón armado.

TABLA 21.7

CAUSAS MÁS FRECUENTES DE DESÓRDENES PATOLÓGICOS

Defectos de proyecto	Errores de concepción. Errores en la evaluación de las cargas. Errores de cálculo (numéricos; olvido de la retracción, fluencia, temperatura; otros). Errores en el diseño de detalles (recubrimientos, anclajes, empalmes; nudos y uniones; juntas de dilatación; otros). Errores de dibujo (ambigüedades). Errores en el Pliego de Condiciones (materiales inadecuados; otros).
Defectos de materiales	Cemento. Agua. Áridos. Aditivos. Adiciones. Armaduras. Hormigones. Elementos de apoyo.
Defectos de ejecución	Encofrados (asientos o desplazamientos; juntas mal concebidas; suciedad). Hormigonado (mala compactación; segregación; otros). Protección inicial (afogarado; helada). Curado (escaso tiempo de curado; agua no idónea). Juntas (mala orientación; falta de adherencia). Otros detalles (*ver proyecto, diseño de detalles*).
Causas posteriores a la ejecución	Retracción. Tensiones de origen térmico (variaciones de la temperatura atmosférica; variaciones de la temperatura interna). Absorción de agua por el hormigón. Corrosión de armaduras (debida a agentes químicos; debida a efectos electrolíticos; corrosión bajo tensión; otras causas). Reacciones químicas o alteraciones atmosféricas (helada; sales de deshielo; agresivos químicos). Erosión, abrasión, cavitación. Fuego. Impactos, ondas de choque, acciones imprevisibles. Tensiones originadas por las acciones (cargas o acciones directas; deformaciones impuestas). Incompatibilidad de deformaciones. Asientos del terreno.

No siempre es fácil ver una fisura. Una forma sencilla de acusarla es humedecer la superficie del hormigón, con lo que la fisura absorbe agua por capilaridad y la retiene después de haber secado la superficie adyacente.

Un dato que suele ser imprescindible para conocer la causa de una fisura y calificar su grado de peligrosidad, es el de si la fisura está viva o no, es decir, si su anchura y longitud se van modificando con el tiempo o si, por el contrario, están prácticamente estabilizadas. Para obtener dicho dato, puede ser útil cualquiera de los procedimientos simples que se ilustran en la figura 21.31.

El primero consiste en marcar con una cruz el extremo de la fisura, para poder comprobar más tarde si ha progresado. El segundo consiste en encajar la punta de una aguja en la hendidura, que caerá si ésta se ensancha. El tercero, más completo, es colocar un testigo entre los labios de la fisura. Si se emplea papel o tela fina, es posible conocer no sólo los aumentos, sino también las disminuciones de anchura; pero ambos materiales tienen el inconveniente de ser muy sensibles a la humedad ambiente, lo que puede falsear los resultados. Es preferible utilizar testigos de yeso muy finos, de no más de dos o tres milímetros de espesor, que acusan perfectamente, partiéndose, cualquier movimiento de la fisura.

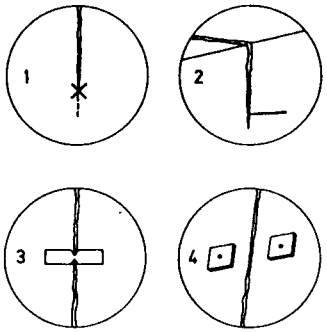


Figura 21.31 Formas de comprobar si progresa una fisura

El cuarto procedimiento es el más riguroso y consiste en colocar dos referencias fijas a ambos lados de la grieta, midiendo su distancia con precisión. Como referencias suelen utilizarse dos plaquitas de metal con un rehundido central semiesférico, donde encajan las patas de un elongámetro que aprecia centésimas de milímetro. Las plaquitas se pegan con resina epoxi. Este procedimiento es obligado en los casos en que resulta necesario hacer un seguimiento de la evolución del ancho de fisura, cosa que suele suceder cuando entran en juego fenómenos de fluencia o alteraciones temporales del terreno de cimentación (por ejemplo, a causa de obras de nueva planta en la vecindad).

Conviene subrayar que, una vez formada una fisura, ésta actúa de junta en la pieza correspondiente y acusa, abriéndose o cerrándose, los movimientos de conjunto (especialmente los térmicos) de la estructura a que pertenece. Habrá que distinguir, por tanto, lo que son movimientos globales de los propios de la fisura, que son los que interesan.

Para medir anchos de fisuras en obra resulta muy cómodo el empleo de escalas preparadas al efecto (fisurómetros) tales como la indicada en la figura 21.32. La escala se desliza de izquierda a derecha contra la fisura, hasta hacer coincidir la anchura de esta última con alguna de las marcas. En laboratorio se emplean también lupas o pequeños microscopios preparados al efecto.

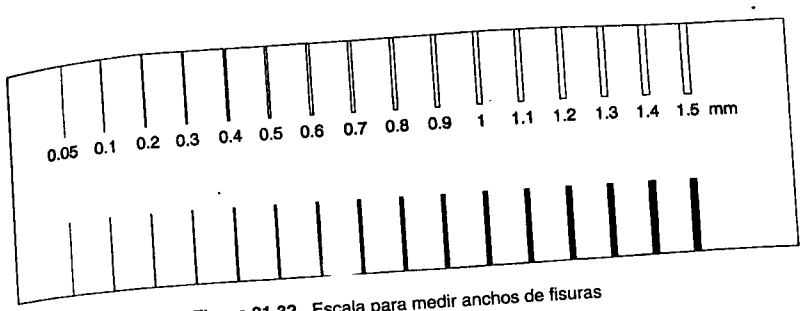


Figura 21.32 Escala para medir anchos de fisuras

Una vez adoptadas las medidas de corrección que procedan, puede ya autorizarse la reparación de fisuras. Esta reparación no debe hacerse con un simple mortero de cemento, susceptible de fisurarse a su vez y despegarse del soporte, sino con morteros de resina epoxi u otros productos adecuados.

En la figura 21.33 se ofrece un diagrama de flujo que resume el proceso de actuación en casos de fisuración patológica.

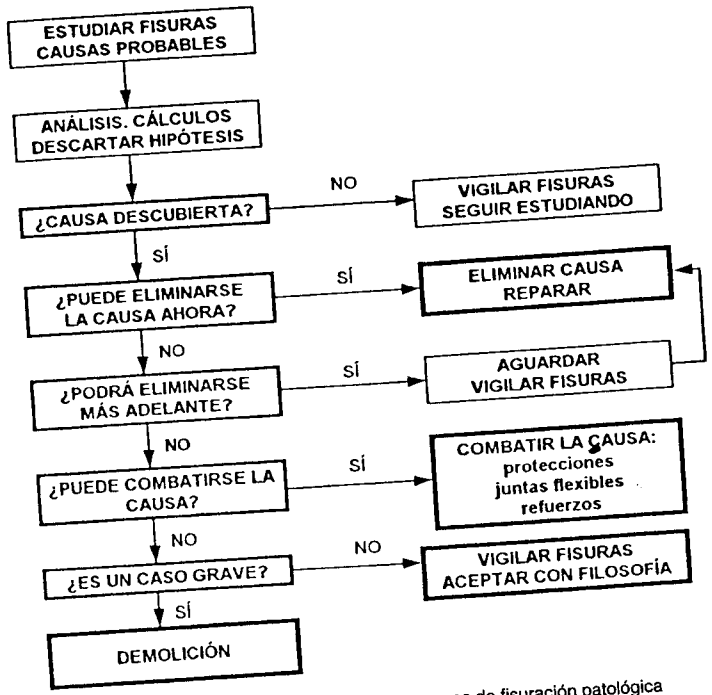


Figura 21.33 Proceso de actuación en casos de fisuración patológica

22. Elementos especiales y zonas de discontinuidad

22.1 Cargas concentradas sobre macizos

Cuando se aplica una carga de compresión a una zona reducida de una sección de hormigón, en forma de carga localizada, la distribución de tensiones no es uniforme en las proximidades de dicha sección. Las isostáticas de compresión, inicialmente concentradas en la parte cargada (fig. 22.1*a*) se van abriendo a medida que nos alejamos de ella, hasta alcanzarse una distribución prácticamente uniforme a una profundidad l igual a la menor dimensión de la sección, como demuestran los estudios fotoelásticos.

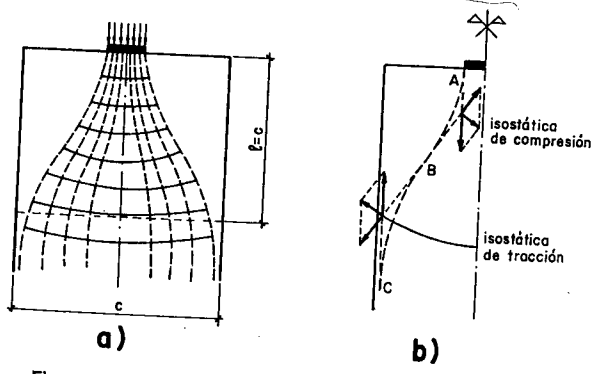


Figura 22.1 Isostáticas de compresión bajo una carga concentrada

Esta situación se presenta, en la práctica, en las placas de anclaje sobre macizos; en las rótulas o aparatos de apoyo; en los anclajes de hormigón pretensado con armadura postesa, etc.

En estos casos, el hormigón se comporta en las proximidades de la sección cargada (zona de contacto) con una resistencia a compresión superior a la normal f_{ck}, por efecto del estado biaxil de tensiones que se crea a causa del trazado curvo de las isostáticas (fig. 22.1*b*).

El resultado es equivalente a un efecto de zuncho lateral, que eleva notablemente el valor de la carga de rotura con respecto al obtenido a partir de la resistencia del hormigón medida en probeta ordinaria.

Según la Instrucción española, la fuerza de agotamiento a compresión N_u, aplicada sobre una superficie A_{co}, es:

$$N_u = A_{co} \cdot f_{cd} \cdot \sqrt{A_c / A_{co}} = f_{cd} \sqrt{A_c / A_{co}} \geq 3{,}3 \cdot f_{cd} \cdot A_{co}$$

en donde A_c es el área máxima homotética y concéntrica con A_{co}, que pueda inscribirse en el área total A situada en el mismo plano que el área cargada (fig. 22.2*a*). En el caso de que A_{co} y A_c sean homotéticas y concéntricas, será $A_c = A$ (fig. 22.2*b*).

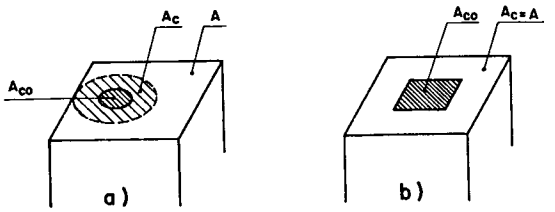


Figura 22.2 Área máxima homotética y concéntrica con el área de carga

Para que la pieza se encuentre en buenas condiciones resistentes ha de ser $N_d \leq N_u$, siendo N_d la solicitación actuante de cálculo.

Como consecuencia de la forma de las isostáticas aparecen también tracciones en dirección normal a la del esfuerzo de compresión, que es preciso absorber con armaduras transversales. La distribución de tensiones, de acuerdo con la experimentación, es de la forma indicada en la figura 22.3, pudiendo admitirse que las tracciones se extienden a una zona comprendida entre $0{,}1a$ y a, siendo a el lado del área A_c medido en la dirección de la difusión de la carga.

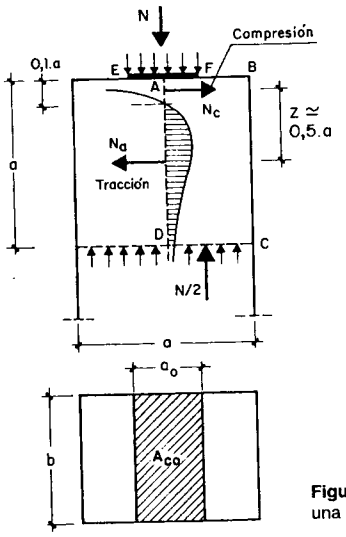


Figura 22.3 Tracciones bajo una carga concentrada

Si se aisla el trozo de pieza *ABCD* situado a la derecha de *N*, estableciendo la ecuación de equilibrio de momentos respecto al punto de paso de las compresiones N_c, resulta:

$$N_a \cdot 0{,}5a = \frac{N}{2}\left(\frac{a}{4} - \frac{a_o}{4}\right) \qquad \text{de donde} \quad N_a \approx 0{,}25 \cdot N\,\frac{a - a_o}{a}$$

en la cual N_a es la resultante de las tracciones situada a una distancia $z \approx 0{,}5 \cdot a$ de N_c.

En el caso de que la zona de aplicación de la carga no cubriese toda la anchura b deben determinarse las tracciones N_a por el mismo procedimiento en ambas direcciones. Como consecuencia, de no efectuar un estudio más preciso, pueden disponerse armaduras en forma de emparrillados o estribos, cuyas capacidades mecánicas sean:

$$U_a = A_{sa} \cdot f_{yd} = 0{,}25 \cdot N_d \cdot \frac{a - a_o}{a} \quad \text{en dirección paralela a } a, \text{ con } f_{yd} \geq 400 \text{ N/mm}^2$$

$$U_b = A_{sb} \cdot f_{yd} = 0{,}25 \cdot N_d \cdot \frac{b - b_o}{b} \quad \text{en dirección paralela a } b, \text{ con } f_{yd} \geq 400 \text{ N/mm}^2.$$

Las armaduras correspondientes a estas capacidades mecánicas se distribuirán uniformemente en varias capas sobre las zonas $a - 0{,}1a$ y $b - 0{,}1b$, respectivamente (fig. 22.4). Si una de estas armaduras resulta nula, se dispondrá una de reparto con cuantía no menor de la cuarta parte de la otra armadura.

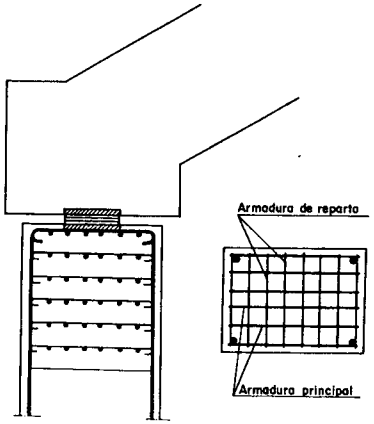


Figura 22.4 Armado del hormigón bajo una carga concentrada

Puede prescindirse de estas armaduras transversales cuando la tensión máxima de tracción calculada no sobrepase el valor $0{,}5 \cdot f_{ct,k}$ en hormigones de poca retracción (véase 5.5-2.°).

22.2 Generalidades sobre articulaciones

Las articulaciones pueden disponerse en pilares o en vigas, teniendo como misión el producir una sección sin rigidez a flexión, capaz de resistir tan sólo esfuerzos normales y cortantes. Son, por consiguiente, puntos de paso obligados de la resultante de fuerzas.

a) *En general no conviene disponer articulaciones en pilares.* A veces se articula el pie de un pilar para fijar el punto de paso de la resultante; o la cabeza (fig. 22.5) para evitar la transmisión de flexiones de los dinteles, sobre todo cuando éstos son de luces muy descompensadas.

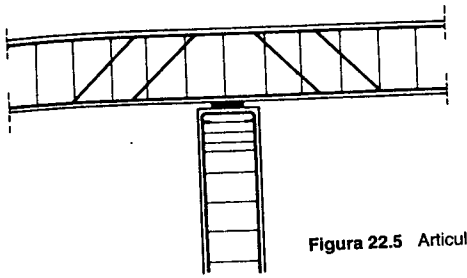


Figura 22.5 Articulación en cabeza de pilar

También pueden articularse simultáneamente la cabeza y el pie, para anular la flexión dentro del elemento, con lo que resulta un péndulo o biela (fig. 22.6). Estas piezas biarticuladas pueden utilizarse para apoyos de vigas de gran longitud, para enlazar elementos que pertenecen a distintos cuerpos de construcción y, en general, cuando se quiera permitir desplazamientos transversales (por ejemplo, para evitar los efectos de la temperatura en elementos de extremidad).

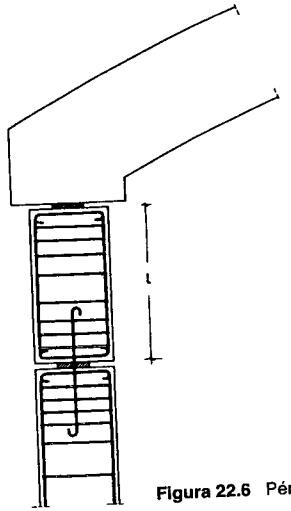


Figura 22.6 Péndulo de hormigón armado

El cálculo de la longitud l del péndulo se realiza determinando previamente el movimiento horizontal previsible. Si la articulación se efectúa mediante rótulas plásticas (apartado 22.3) pueden admitirse, con buena seguridad, giros del cinco por mil, con lo que la longitud del péndulo resulta igual a 200 veces el desplazamiento previsible. En general, la esbeltez geométrica de estas piezas no debe ser mayor de 5, pudiendo incrementarse su resistencia mediante zunchado (ver apartado 18.4).

b) *En las vigas* se disponen articulaciones cuando se quiere permitir su giro en los apoyos, o incluso su desplazamiento horizontal. Normalmente, conviene disponer *articulaciones fijas* en puntos adecuados de una estructura, con objeto de independizar partes de la misma cuyas características sean muy diferentes respecto a posibles asientos del terreno; y *articulaciones deslizantes* cuando se desea establecer juntas de dilatación en dinteles. Esta última

disposición (fig. 22.7), que conviene ubicar, en el caso de pórticos, a una distancia del apoyo del orden de 1/5 de la luz con objeto de alterar mínimamente las condiciones de continuidad de los entramados, evita la duplicación de pilares, obligada si las juntas se disponen sobre apoyos.

En las articulaciones de dintel hay que tener presentes los esfuerzos transversales y armar las ménsulas resultantes a media viga para que soporten las flexiones y los esfuerzos cortantes.

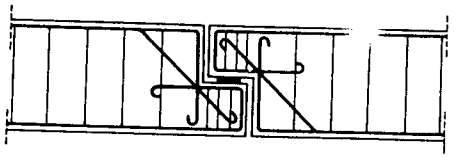


Figura 22.7 Articulación en viga

c) *Las articulaciones fijas* (que sólo permiten el giro) más sencillas están constituidas por una placa de plomo de unos tres centímetros de espesor, que se introduce en unos rebajes efectuados en las piezas articuladas, de un centímetro de profundidad. Las placas suelen ser rectangulares, con una dimensión b igual al ancho de la pieza que apoya, y la otra a calculada de modo que la tensión de trabajo de la placa sea de unos 7 N/mm^2, pudiendo llegarse a los 10 N/mm^2 según las Normas DIN alemanas.

d) *Las articulaciones deslizantes* (que permiten el giro y el desplazamiento) más sencillas se obtienen interponiendo entre las dos piezas que se articulan dos placas de plomo, con superficies perfectamente planas y paralelas al plano de deslizamiento; o bien colocando una placa de material elastomérico (goma, caucho natural, neopreno, etc.; ver apartado 22.4), de espesor adecuado al movimiento horizontal previsto.

e) *En todas las articulaciones* la tensión de compresión admisible en las zonas de contacto es superior a la ordinaria, apareciendo además unas tracciones horizontales. Ambos efectos se calculan mediante las fórmulas correspondientes a cargas concentradas sobre macizos (apartado 22.1). En general, la dimensión del cuello de una articulación dividida por la correspondiente dimensión paralela de la pieza, suele estar comprendida entre 0,20 y 0,40, siendo muy común adoptar el valor 0,33.

22.3 Articulaciones de hormigón armado

1.° INTRODUCCIÓN

Las articulaciones o rótulas de hormigón armado se vienen empleando desde 1900 en diversos tipos. Los primeros estaban compuestos por dos piezas cuyos extremos terminaban en superficies cilíndricas concordantes, una convexa y otra cóncava, de igual radio (fig. 22.8*a*). A veces, se colocaba entre ellas una hoja de plomo, para reducir el rozamiento y permitir un acabado de testas menos preciso. Posteriormente, la pieza hembra se hacía con radio más amplio, consiguiéndose así una rotación más por rodadura que por deslizamiento (fig. 22.8*b*). Este tipo continúa utilizándose hoy, especialmente para elementos prefabricados.

El paso siguiente corresponde a Mesnager, quien, aproximadamente en 1910, empleó por vez primera la articulación de la figura 22.8*c*, que consiste, en esencia, en unas barras pasantes que cruzan de un lado a otro una pequeña ranura entre las dos piezas que se articulan. Esta ranura se rellenaba de mortero para proteger a los aceros, pero no se contaba con este mortero a efectos resistentes.

Precisamente la consideración de que la resistencia del mortero de la garganta era muy alta fue lo que condujo a la articulación conocida como rótula Freyssinet (fig. 22.8*d*) en la que no hay hierros pasantes (o hay una cantidad mínima) y se aprovecha la elevada resistencia del hormigón de la garganta, sometida a un estado triaxil de tensiones cuando hay estrechamiento en las dos direcciones. Freyssinet empleó esta rótula por primera vez en el puente de Candelier, sobre el Sambre, en 1923.

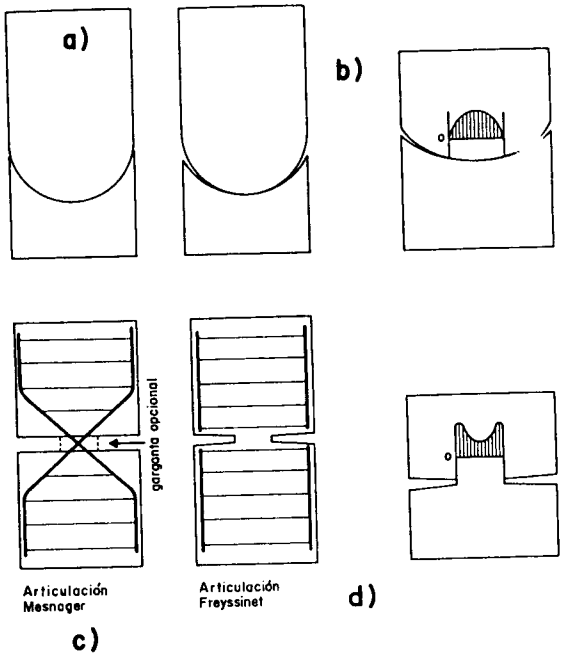


Figura 22.8 Diversas formas de articulaciones de hormigón armado

En lo que sigue, nos referimos a los dos últimos tipos de articulaciones y, en especial, al segundo, que es el más utilizado.

2.° ARTICULACIÓN TIPO MESNAGER

En este tipo de articulaciones se corta completamente la estructura, asegurando la continuidad de la misma mediante hierros pasantes, que pueden disponerse según el eje de las piezas, o cruzados (fig. 22.9).

a) El cálculo de la sección de los hierros pasantes se efectúa suponiendo que absorben, por sí solos, todo el esfuerzo de compresión, debiendo emplearse redondos cuyo diámetro no sea superior a 20 milímetros. La tensión admisible para el acero bajo la solicitación de servicio (acciones sin mayorar) puede suponerse igual a $0{,}75\,f_{yk}$.

Cuando la articulación haya de estar sometida, además de a esfuerzos normales, a esfuerzos transversales, los hierros pasantes deben disponerse cruzados, con el ángulo conveniente para que absorban los esfuerzos resultantes.

Para la longitud de anclaje de estas armaduras se seguirán las normas generales indicadas en el apartado 9.5.

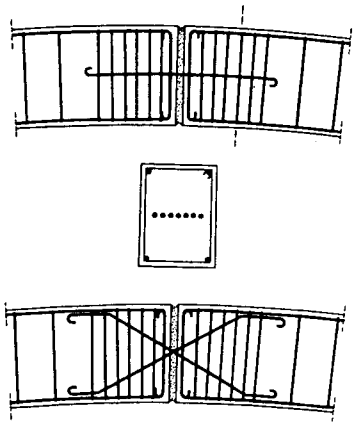


Figura 22.9 Articulación tipo Mesnager

b) La abertura que ha de quedar entre las dos piezas articuladas se materializa con un producto fácilmente deformable, como corcho, cartón embreado, etc. A veces puede disponerse una placa de plomo en el núcleo de la junta.

c) En los casos en que existe garganta (figura 22.8*c*) el cálculo de las armaduras transversales, necesarias para absorber los esfuerzos de tracción que aparecen en las extremidades de las piezas articuladas, puede hacerse mediante la fórmula del apartado 22.1:

$$U = 0{,}25 \cdot N_d \frac{a - a_o}{a}$$

debiendo disponerse esta armadura normalmente al plano de la articulación, distribuida uniformemente en varias capas y en una longitud igual a la menor dimensión de la pieza (figura 22.4). Normalmente a esta armadura, y formando emparrillado con ella, debe colocarse una armadura de reparto, con una sección total igual a la cuarta parte de la de tracción calculada.

3.° ARTICULACIÓN TIPO FREYSSINET

Este tipo de articulaciones consiste, esencialmente, en una estrangulación de la pieza (cuello o garganta de la articulación), efectuada mediante una ranura que puede ser de labios paralelos o de labios divergentes (fig. 22.10), con el fondo de garganta recto o redondeado. Esta última disposición, generalmente circular, está especialmente indicada cuando la articulación va a estar sometida a solicitaciones repetidas un gran número de veces.

Como la sección estrangulada se dimensiona para que el hormigón trabaje a una compresión muy elevada, el material del cuello se plastifica sin alcanzar la rotura, ya que los extremos de las piezas articuladas impiden su libre deformación lateral. Para ello es necesario respetar ciertas limitaciones que exponemos a continuación.

a) Dimensionamiento de la rótula

La dimensión b_o del núcleo (fig. 22.10) en el plano en que se produce la rotación debe ser pequeña, comparada con la dimensión total b, para coartar el giro lo menos posible. Se recomiendan relaciones comprendidas entre un tercio y un cuarto, aunque se ha llegado a valores más bajos (del orden del octavo). En valor absoluto, b_o varía generalmente entre 10 y 30 cm, sin bajar casi nunca de los 5 a 7 centímetros.

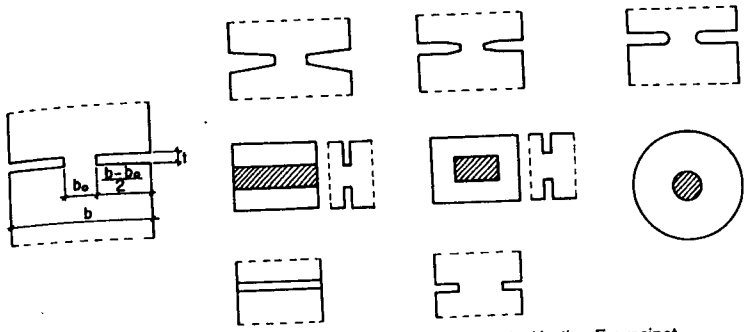


Figura 22.10 Distintas formas de cuello en una articulación tipo Freyssinet

El espesor t de garganta debe ser también lo más reducido posible. Distintos autores proponen como límite $t \leq 0{,}20\ b_o$, añadiendo Leonhardt la condición $t \leq 2$ cm. Prácticamente, el espesor t suele variar entre 10 y 30 mm, valores que permiten rotar a la articulación sin que sea de temer el contacto entre los bordes de las piezas.[1] Por su parte, Guerrin recomienda calcular t mediante la expresión:

$$t = \frac{b_o}{4} \cdot \left(1 - \frac{b_o}{b}\right)$$

que debe ser redondeada por defecto, para conseguir el «estado de rotura imposible» del cuello.

El valor máximo de la rotación es un factor determinante en el diseño de articulaciones. Las de tipo Freyssinet proporcionan cómodamente rotaciones del 5 por 1.000. Una rotación admisible del 10 por 1.000 parece colocarse, según la experimentación, en el límite de posibilidades, incluso contando con armadura pasante.

b) Armaduras

Normalmente es innecesario, y hasta puede ser perjudicial, disponer armaduras pasantes por el cuello de la rótula. La resistencia a esfuerzo cortante del hormigón del cuello, debido a su estado de compresión triaxil, es suficiente en casi todos los casos. Unas barras pasantes sólo podrían justificarse en caso de existir efectos transversales de impacto sobre la rótula, pero, aun en tal supuesto, son muchos los autores que desaconsejan su empleo. Para casos así no conviene proyectar articulaciones de hormigón.

En cambio, las testas de las piezas que se articulan constituyen el punto débil de la rótula, por desarrollarse en ellas fuertes tracciones horizontales. La cuantía de armadura necesaria ha sido evaluada en el apartado 22.1, pudiendo emplearse también las siguientes fórmulas sencillas:

$$U_1 = 0{,}20 \cdot N_d$$
$$U_2 = 0{,}10 \cdot N_d$$

con los siguientes significados (figura 22.11):

U_1 = capacidad mecánica de las barras paralelas al plano de giro de la rótula;
U_2 = capacidad mecánica de las barras perpendiculares al plano de giro de la rótula;
N_d = esfuerzo normal máximo previsto (valor de cálculo).

[1] La rotación en apoyos de una viga puede ser, como máximo, del orden de 1/100. Una condición suficientemente segura sería: $t > b/100$.

44672

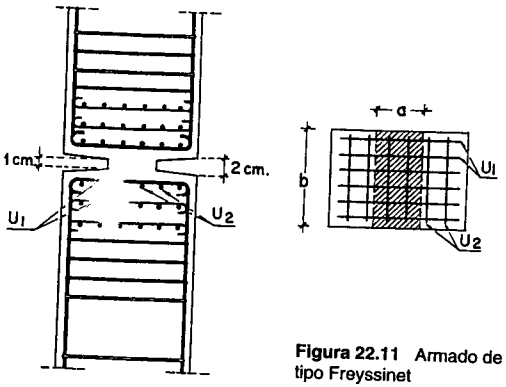


Figura 22.11 Armado de una articulación tipo Freyssinet

Estas armaduras deben colocarse en forma de emparrillados (no menos de dos) y no en forma de cercos, ya que éstos se deformarían buscando una forma circular y no serían eficaces; y deben anclarse firmemente (por ejemplo, soldando las barras). En columnas circulares puede usarse con ventaja el zuncho helicoidal.

Como el pico de máximas tracciones (fig. 22.3) se presenta muy próximo al cuello (más cerca de lo que indica la teoría, según demuestra la experimentación), los emparrillados deben colocarse inmediatamente junto a la garganta y extenderse a lo largo de la pieza en una longitud igual a su anchura.

c) Recomendaciones para el cálculo

El principio de funcionamiento de las articulaciones Freyssinet es obligar al núcleo a que trabaje en estado plástico bajo el esfuerzo normal, a tensión suficientemente elevada para que el momento flector correspondiente a la rotación prevista no provoque la descompresión en el borde de tracción.

En los ensayos conocidos no se ha producido, en ningún caso, la rotura del núcleo por compresión, a pesar de haberse llegado a tensiones extraordinariamente elevadas. Se desconoce la tensión de rotura del núcleo, pudiendo asegurarse que sobrepasa el valor $5\,f_{ck}$.

Por todo lo anterior, distintos autores recomiendan emplear hormigones de buena calidad ($f_{ck} \geq 30$ N/mm^2) y dimensionar el núcleo para que trabaje a una tensión media de compresión del orden de $2\,f_{ck}$ a $3\,f_{ck}$, añadiendo algunos el límite superior de 100 N/mm^2. Si se dimensiona con tensiones más moderadas se corre el riesgo de aparición de fisuras en el cuello.

En general, se estima que el funcionamiento plástico del conjunto exime de ulteriores cálculos para conocer en detalle el comportamiento de la rótula bajo un esfuerzo axil y un momento flector. No obstante, se han propuesto métodos de cálculo (unos elásticos y otros plásticos) que el lector interesado podrá encontrar en la literatura especializada.

22.4 Apoyos de material elastomérico

Los apoyos de material elastomérico son los que más se aproximan a las condiciones teóricas de cálculo de los apoyos deslizantes, ya que permiten desplazamientos simultáneos en las dos direcciones, giros simultáneos en tres ejes y absorción de cargas tanto verticales como horizontales. Además, no están sujetos a desgaste, casi no requieren mantenimiento y son fáciles de instalar.

Como material se emplea la goma o el caucho, naturales o artificiales. Los bloques de elastómero pueden ir solos o intercalados entre planchas metálicas firmemente adheridas, con las que se consigue coartar la deformación transversal de la goma, aumentando considerablemente la rigidez del conjunto. En cambio, la presencia de estas planchas afecta muy poco a la rigidez transversal, manteniéndose la deformabilidad a cizallamiento (fig. 22.12).

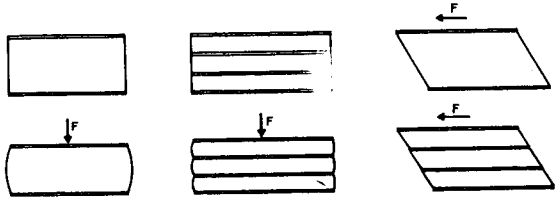


Figura 22.12 Apoyos de material elastomérico (neopreno)

Las características que debe reunir el elastómero se encuentran detalladamente especificadas en las Normas al uso (por ejemplo, las Recomendaciones de la Dirección General de Carreteras de 1982 sobre apoyos para puentes). Sobresalen por su importancia la dureza Shore y la resistencia al envejecimiento (prueba del ozono).

Los datos necesarios para el diseño de este tipo de apoyos son proporcionados por las casas especializadas que los suministran. A título de orientación, en la tabla 22.1 se dan unos valores medios, cuyo significado exponemos a continuación.

TABLA 22.1

VALORES ORIENTATIVOS DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS APOYOS DE MATERIAL ELASTOMÉRICO

Dureza Shore	*Módulos de elasticidad (N/mm²)*		*Módulo de cortante (N/mm²)*	*Deformación máxima admisible a cizallamiento (%)*
	E_o	E_∞	G	ε_c
50	2,2	1050	0,6	70
55	3,2	1100	0,8	65
60	4,4	1150	1,0	60
65	5,8	1200	1,35	55
70	7,4	1270	1,7	50

El módulo de elasticidad E_o es el de la goma sola, sin coacción transversal; y E_∞ es el que corresponde a coacción transversal completa. Los apoyos, en la realidad, funcionan con un valor E intermedio, que varía con la tensión aplicada y depende del *factor de forma* del apoyo, λ, definido como la relación del área de una de las superficies cargadas al área total de la superficie lateral libre (fig. 22.13):

$$\lambda = \frac{a \cdot b}{2t\,(a+b)}$$

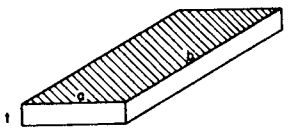


Figura 22.13 Superficie cargada y superficie libre de un apoyo

Para el diseño es, por tanto, necesario conocer el diagrama tensión-deformación del apoyo, que puede ser suministrado por la casa correspondiente o determinado mediante ensayos. También pueden utilizarse valores medios de E correspondientes a niveles medios de tensiones. Para tanteos puede contarse con valores de E del orden de los 600 N/mm^2 para todos los apoyos armados. Bajo cargas de larga duración, la deformación total por fluencia puede suponerse igual a 1,5 veces la instantánea.

La deformación por cizallamiento, ε_v, es el cociente (fig. 22.14):

$$\varepsilon_v = \frac{d}{t}$$

y el módulo de cortante G es la relación:

$$G = \frac{F}{A \cdot \varepsilon_v}$$

donde F es la fuerza horizontal de cizallamiento y A el área del apoyo. Como se ve en la tabla 22.1, la deformación por cizallamiento es muy elevada y supera en todos los casos el 50 por 100, lo que significa que estos apoyos admiten corrimientos del orden de la mitad de su altura.

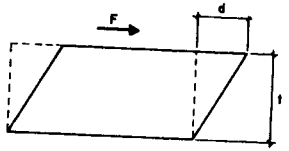


Figura 22.14 Deformación por cizallamiento de un apoyo

El valor de la tensión de compresión media admisible en el apoyo varía con el tipo de éste. Son normales valores de 5 N/mm^2, pudiéndose alcanzar los 10 y hasta 15 N/mm^2. En cuanto a la estabilidad del apoyo, la experiencia demuestra que un apoyo monocapa en el que la dimensión mínima de la base sea superior a cuatro veces el espesor, presenta una estabilidad satisfactoria. En apoyos multicapa no es necesario llegar a un factor cuatro, pero conviene hacer alguna comprobación experimental.

Digamos por último que los materiales elastoméricos que la técnica moderna pone a disposición de la construcción presentan una durabilidad satisfactoria, salvo en circunstancias particulares de severidad extrema, en las que hay que recurrir a recubrimientos protectores u otros procedimientos especiales. Los factores negativos que más pueden influir en la durabilidad son el oxígeno, las radiaciones solares directas y el ozono.

22.5 Continuidad y discontinuidad. Zonas D

El comportamiento de las estructuras de hormigón depende, fundamentalmente, del trazado de sus armaduras. Muchos fallos estructurales no se deben a errores de análisis estructural o de cálculo, sino a diseños de armado insuficientes o mal concebidos. Como decía el profesor Eduardo Torroja, *las estructuras no trabajan como se las calcula sino como se las arma.*

Para diseñar el armado de las piezas es necesario distinguir claramente en ellas dos tipos de zonas: aquéllas en las que existe continuidad geométrica y mecánica, a las cuales son aplicables las hipótesis básicas de Bernouilli-Navier, y aquellas otras en las que, por no existir dicha continuidad, no son aplicables tales hipótesis.

A título de ejemplo, en la figura 22.15*a* se representa el esquema estructural de una viga que puede corresponder, en la realidad, a distintos casos (figura 22.15*b*), tanto en la forma de aplicación de la carga concentrada (que puede actuar sobre la cabeza comprimida de la viga, o

colgar de su cordón de tracción, o estar embrochalada a lo largo de su alma) como en el modo de sustentación de sus apoyos. Fácilmente se comprende que la disposición de armaduras en las zonas vecinas a los puntos de discontinuidad (en el ejemplo, la sección central y las secciones de apoyo) habrá de ser diferente según se trate de uno u otro caso.

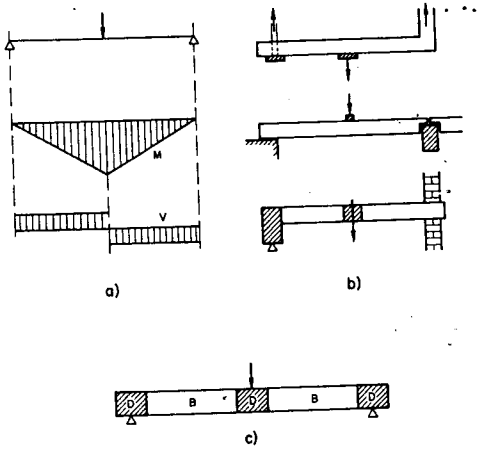


Figura 22.15 Un mismo esquema de análisis estructural (*a*) puede corresponder a diversos casos (*b*), por lo que deben distinguirse dos tipos de regiones, B y D (*c*)

Por consiguiente, para diseñar correctamente las armaduras deben distinguirse (figura 22.15*c*) las zonas de discontinuidad, denominadas *zonas o regiones D*, de las zonas de continuidad, que la Instrucción española denomina *regiones B* (inicial de Bernouilli). Estas zonas B resultarán igualmente armadas en todos los casos de la figura 22.15*b*, a diferencia de las D que requerirán armados específicos en cada caso.

Siempre que exista una discontinuidad en la estructura habrá que tratar esa parte como zona D. Las discontinuidades pueden ser de carácter mecánico (cargas concentradas, reacciones de apoyo, etc.) o de carácter geométrico (variación brusca de canto, nudos de pórticos, quiebros de trazado en losas, etc.). Ambos tipos de discontinuidad se ilustran en la figura 22.16. Igualmente, una estructura puede constituir toda ella una zona D, como es el caso de las vigas pared o de las ménsulas cortas, que estudiaremos más adelante (apartados 22.7 y 22.8); a estos casos se les denomina *de discontinuidad generalizada*.

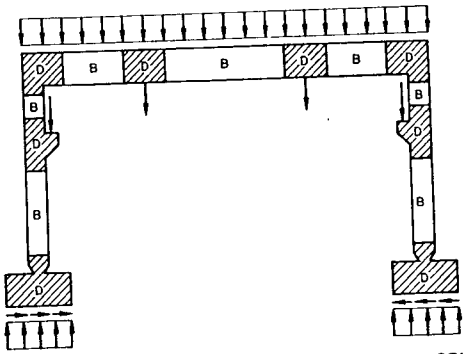


Figura 22.16 Ejemplo de pórtico con zonas B y D. *Fuente: CPH, 1999*

En el estudio de las zonas D es necesario visualizar el flujo de tensiones que discurre por el interior de la pieza y disponer armaduras que tomen aquellas tracciones que el hormigón no puede soportar. El estudio puede abordarse mediante un *análisis lineal* siguiendo la teoría de la elasticidad (la cual proporciona el campo de tensiones principales y de deformaciones), o bien siguiendo el *método de las bielas y tirantes*, preconizado por la Instrucción española, cuyos fundamentos se exponen a continuación.

22.6 Método de las bielas y tirantes

1.° INTRODUCCIÓN

Este método, que admite para el material un comportamiento plástico perfecto, consiste en modelizar cada región D de una estructura sustituyéndola por un elemento (normalmente plano) constituido por barras articuladas isostáticas, que representa el comportamiento de dicha región. Las barras comprimidas se denominan *bielas* y representan los campos de compresiones del hormigón. Las barras traccionadas se denominan *tirantes* y representan las fuerzas de tracción de las armaduras. Este modelo ya lo hemos aplicado al tratar del esfuerzo cortante en vigas esbeltas (*analogía de la celosía*, ver apartado 19.3-1.°).

Cuando la región D pertenece a una zona de la estructura, el modelo debe equilibrar las solicitaciones exteriores existentes en el contorno de dicha región. Cuando, por el contrario, la región D constituye por sí sola una estructura (discontinuidad generalizada) el modelo debe equilibrar las fuerzas exteriores y las reacciones de apoyo. Estos modelos satisfacen los requisitos del *teorema de límite inferior* de la teoría de la plasticidad y, una vez establecido el modelo concreto en cada caso, éste satisface también el requisito de solución unívoca.

a) *Al establecer el modelo* conviene disponer las bielas siguiendo la orientación de las tensiones principales de compresión en el hormigón, y los tirantes siguiendo las orientaciones de las tensiones principales de tracción (adaptándolas a las ubicaciones posibles de las armaduras en el elemento estructural). Esto requiere conocer de antemano los campos de tensiones principales, lo cual, en rigor, exige un análisis lineal previo mediante la teoría de la elasticidad o mediante ensayos fotoelásticos. Ahora bien, en los casos más frecuentes de la práctica pueden obviarse estos estudios previos, por existir una amplia bibliografía sobre la materia (véase, por ejemplo, *Calavera, 1999b*).

b) *Es siempre preferible* utilizar modelos isostáticos, es decir, modelos para los que basta plantear el equilibrio de fuerzas sin que sea necesario acudir a la condición de compatibilidad de deformaciones. Un ejemplo de modelo isostático es el de celosía plana que se utiliza para explicar el comportamiento de las vigas frente al esfuerzo cortante (ver figura 19.9); otro ejemplo lo constituye el caso ya estudiado de cargas concentradas sobre macizos (figura 22.3), el cual puede modelizarse según la figura 22.17; y un tercer ejemplo puede verse en la figura 22.35*a* correspondiente al caso de ménsula corta. Por otra parte, de todos los modelos posibles *resultan más adecuados aquéllos en los que los tirantes en tracción presentan una menor longitud total*, ya que cuanto menor sea esa longitud mejor funcionará la estructura, al requerirse una menor capacidad de deformación en régimen plástico (figura 22.18).

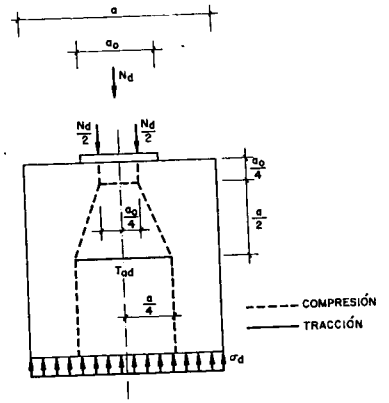


Figura 22.17 Modelo de bielas y tirantes para el caso de carga centrada de la figura 22.3

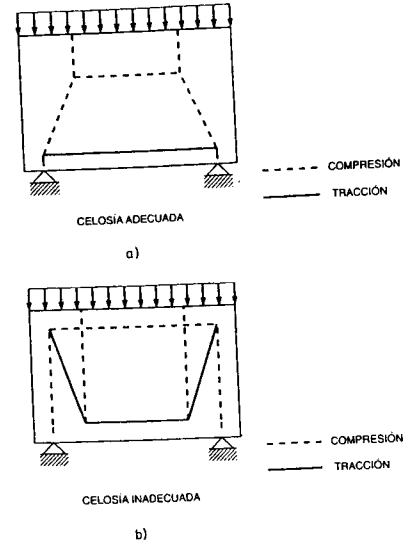


Figura 22.18 Dos modelos posibles de celosía para el caso de viga pared

2.° PROCESO DE APLICACIÓN PRÁCTICA

Desde el punto de vista práctico, el método de bielas y tirantes puede aplicarse siguiendo los pasos que a continuación se indican:

1. Determinación de las fuerzas exteriores, reacciones y esfuerzos de continuidad de la región D.
2. Determinación de la distribución de tensiones mediante un análisis lineal, mediante consulta de la bibliografía especializada o incluso de forma intuitiva.
3. Establecimiento de un modelo de barras articuladas que, adaptándose a las isostáticas, esté en equilibrio con las fuerzas exteriores, reacciones y esfuerzos de continuidad, si existen. Debe tenerse en cuenta lo dicho en los párrafos *a)* y *b)* del punto 1.° anterior.

4. Estudio particular de las bielas de compresión, distinguiendo aquéllas que modelizan un campo uniforme de aquellas otras que corresponden a campos en abanico. En este último caso conviene tener en cuenta las tracciones secundarias que se producen a causa de la dispersión de las isostáticas de compresión, lo que puede originar la conveniencia de disponer armaduras transversales (figura 22.19).
5. Cálculo de los esfuerzos que actúan sobre las barras del modelo.
6. Comprobación de la capacidad resistente de las bielas de hormigón, de los tirantes y de los nudos. Los nudos son zonas en las que concurren dos o más campos de tensiones, tanto de compresión como de tracción (ver figuras 22.20 y 22.21).

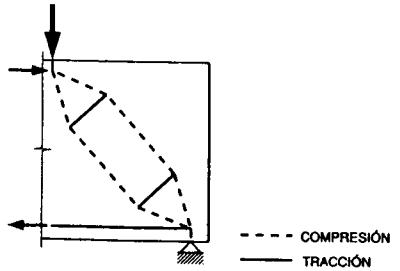


Figura 22.19 Tirantes necesarios por dispersión de las isostáticas de compresión

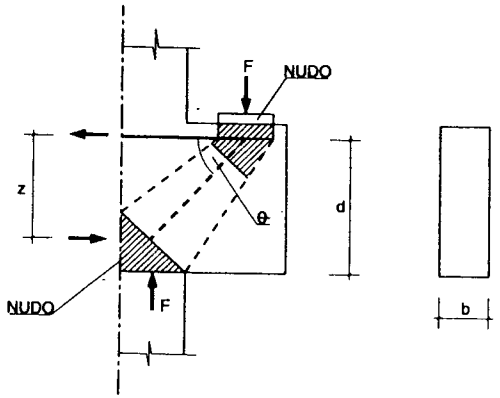


Figura 22.20 Nudos en ménsula corta: el superior de compresión-tracción y el inferior de compresiones únicamente

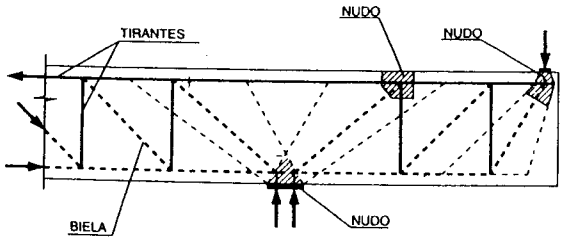


Figura 22.21 Bielas, tirantes y nudos en viga continua

3.° LIMITACIONES

El método de bielas y tirantes permite dimensionar las piezas de forma que satisfagan los estados límites últimos, pero no es aplicable para los estados límites de servicio. No obstante, el estado límite de fisuración puede considerarse satisfecho si se respetan las limitaciones que a continuación se indican.

a) De no efectuarse un estudio detallado de las condiciones de compatibilidad de deformaciones, se recomienda limitar la deformación máxima del acero, tanto en tracción como en compresión, al valor 0,002, lo que supone limitar la capacidad resistente de los tirantes ($U_s = A_s \cdot f_{yd}$), en el estado límite último, al valor:

$$U_{s,max} = A_s \cdot 400 \text{ N/mm}^2$$

b) Para la comprobación de la capacidad resistente de las bielas en el estado límite último, deberán adoptarse los siguientes valores reducidos f_{1cd} de la resistencia del hormigón:

- Si la biela de hormigón pertenece a una zona sometida a un estado de compresión uniaxial (como es el caso del cordón comprimido de una viga sometida a flexión), se tomará:

$$f_{1cd} = 0{,}85\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd} \quad \text{con } f_{ck} \text{ en N/mm}^2.$$

- Cuando existan fisuras paralelas a las bielas, cuya abertura esté controlada por armadura transversal suficientemente anclada (como es el caso del alma de una viga sometida a esfuerzo cortante, así como del ala de compresión de una viga T sometida a esfuerzo rasante en su unión con el nervio), se tomará:

$$f_{1cd} = 0{,}60\, f_{cd}$$

- Cuando existan fisuras paralelas a las bielas de gran abertura (como es el caso de elementos sometidos a tracción, así como del ala de tracción de una viga T sometida a esfuerzo rasante), se tomará:

$$f_{1cd} = 0{,}40\, f_{cd}$$

- En el caso particular del punzonamiento (ver apartado 20.12) se tomará:

$$f_{1cd} = 0{,}30\, f_{cd}$$

Las limitaciones mencionadas responden al hecho de que la capacidad resistente del hormigón se ve apreciablemente reducida a causa de su estado tensional y, en especial, por la presencia de fisuras paralelas a la dirección de las compresiones, tanto más cuanto mayor sea la anchura de aquéllas (recuérdese el efecto de engranamiento de áridos, tanto menor cuanto más ancha sea la fisura).

c) En los nudos debe comprobarse que los tirantes (si los hay) están bien anclados (apartado 9.5). Para la comprobación de la capacidad resistente de los nudos en el estado límite último, deben adoptarse los siguientes valores f_{1cd} de la resistencia del hormigón:

- En los nudos que conecten sólo bielas comprimidas, el valor $f_{1cd} = f_{cd}$ si se trata de un estado biaxial de compresión, y el valor $f_{1cd} = 3{,}30\, f_{cd}$ si se trata de un estado triaxial (caso de cargas concentradas sobre macizos). Cuando se consideren estos valores de f_{1cd} deben tenerse en cuenta las tensiones transversales inducidas, que normalmente requerirán una armadura específica.
- En los nudos donde existan tirantes anclados (caso de los apoyos de vigas de gran canto y de la zona de actuación de la carga en ménsulas cortas), el valor $f_{1cd} = 0{,}70\, f_{cd}$.

22.7 Vigas de gran canto (vigas pared)

1.° GENERALIDADES

Se llaman vigas de gran canto las vigas rectas que tienen una relación luz/canto inferior a 2 si son simplemente apoyadas, o a 2,5 si son continuas. *Como luz l de un vano se tomará la menor de las dos magnitudes siguientes:*

- la distancia entre ejes de apoyos;
- la luz libre multiplicada por el factor 1,15.

Las vigas de gran canto se presentan generalmente en las fachadas o paredes resistentes de los edificios, de donde su nombre de vigas pared o vigas tabique. Normalmente su espesor es pequeño comparado con las otras dos dimensiones.

Para el cálculo de las vigas pared no son válidas las fórmulas de las vigas ordinarias, ya que las hipótesis que sirvieron para su deducción (deformación plana, de Bernouilli; principio de Saint-Vénant) no resultan aplicables a estos elementos de *discontinuidad generalizada* (apartado 22.5).

Existen numerosos ensayos sobre el comportamiento de las vigas de gran canto, siendo de destacar los de Paiva y Siess, así como los posteriores de Leonhardt y Walther. Todos ellos confirman que el agotamiento resistente se produce, salvo excepción, por compresión excesiva del hormigón de las bielas o de los nudos (apoyos).

2.° ANCHURA MÍNIMA

La anchura mínima viene condicionada por el agotamiento en compresión de los nudos y bielas, según los criterios establecidos por el método de las bielas y tirantes (apartado 22.6). En general, resulta más desfavorable la compresión en el nudo de apoyo (véase figura 22.24) que en las bielas, cuya resistencia a compresión suele ser superabundante.

3.° VIGAS DE GRAN CANTO SIMPLEMENTE APOYADAS

a) En el caso de carga uniformemente distribuida en su parte superior, de los estudios efectuados (tanto mediante análisis lineal como por fotoelasticidad y ensayos mecánicos) se deduce que las isostáticas adoptan la forma indicada en la figura 22.22*a*, en la que, como es habitual, se han dibujado en trazo lleno las isostáticas de tracción y en trazo discontinuo las de compresión. Las tensiones en la sección central AB de la viga (figura 22.22*b*) tienen unas resultantes N de compresión y T de tracción cuyo brazo de palanca z puede tomarse igual al 60% de la luz.

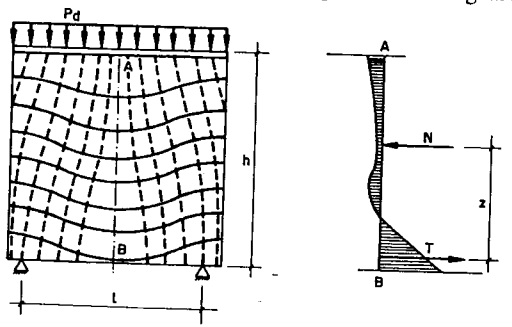


Figura 22.22 Viga de gran canto bajo carga uniforme: (*a*) Isostáticas. (*b*) Tensiones en la sección central

b) Una vez conocido el estado de tensiones principales ya puede establecerse el modelo de bielas y tirantes de la figura 22.23, en el que se ha sustituido la carga uniforme p_d por dos fuerzas iguales a $0,5 \cdot p_d \cdot l$. Como puede observarse, todas las barras del modelo trabajan a compresión excepto el tirante inferior T.

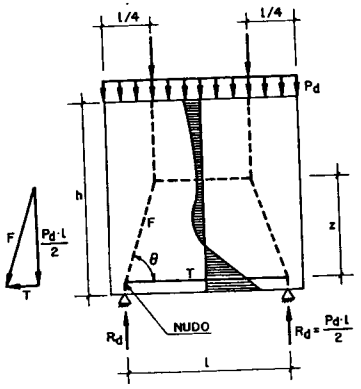


Figura 22.23 Modelo de bielas y tirantes en viga pared

c) De las condiciones de equilibrio se deduce fácilmente el valor de la fuerza de tracción que actúa sobre el tirante (suponiendo, para simplificar, que éste se ubica en el paramento inferior):

$$\frac{T}{0,5 \cdot p_d \cdot l} = \frac{l/4}{z} \qquad \text{con } z = 0,6 \cdot l$$

Por consiguiente, la capacidad mecánica necesaria para la armadura principal es:

$$U_s = A_s \cdot f_{yd} = 0,20 \cdot p_d \cdot l = 0,4 \cdot R_d \quad (\text{con } f_{yd} \geq 400 \text{ N/mm}^2)$$

donde $R_d = 0,5 \cdot p_d \cdot l$ es la reacción de apoyo.

d) La comprobación del nudo de apoyo (cuya compresión es más desfavorable que la de la biela, por lo que no es preciso comprobar ésta) se efectúa según el modelo de la figura 22.24, con lo que resulta la condición:

$$\frac{R_d}{a_o \cdot b_o} \leq f_{1cd} = 0,70 f_{cd}$$

siendo a_o, b_o las dimensiones del apoyo.

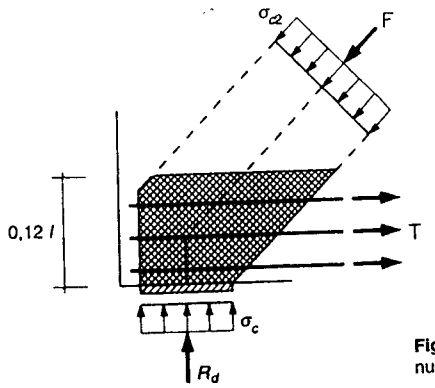


Figura 22.24 Comprobación del nudo de apoyo

e) La armadura principal correspondiente al tirante T debe disponerse (figura 22.25*a*) en una altura igual a $0{,}12 \cdot l$ y anclarse debidamente a partir del eje de apoyo, prestando la máxima atención a la disposición del anclaje (figura 22.25*b*); además, hay que disponer una armadura secundaria de cuantía geométrica no inferior al 0,1% en cada cara y en cada dirección. Por último, si fuese necesario, habrá que disponer una armadura suplementaria en apoyos según el criterio de las cargas concentradas sobre macizos (apartado 22.1).

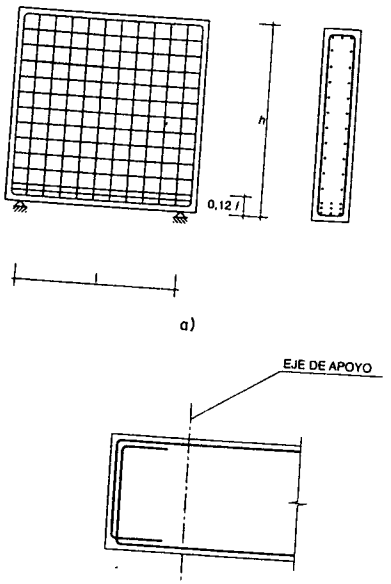


Figura 22.25 Armado de viga pared de un vano: (*a*) Armaduras principal y secundaria. (*b*) Detalle en planta del anclaje de barras

f) El caso particular de carga uniforme colgando de la parte inferior de la viga se analiza fácilmente según el modelo de bielas y tirantes de la figura 22.26*a*. A igualdad de carga resulta la misma armadura principal U_s que en el caso anterior, siendo ahora necesario añadir una armadura de cuelgue U_{sl} (apartado 22.9-1.º) que debe distribuirse uniformemente en las dos caras de la viga y debe anclarse a partir de un nivel no inferior al del brazo mecánico z (figura 22.26*b*).

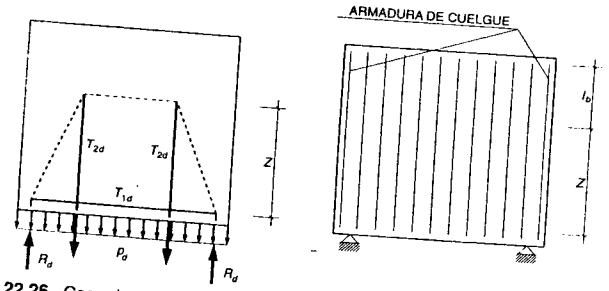


Figura 22.26 Caso de carga colgada: (*a*) Modelo de celosía. (*b*) Armadura de cuelgue

4.º VIGAS DE GRAN CANTO CONTINUAS

En el caso de carga uniformemente distribuida en su parte superior se procede de forma análoga a la indicada en los apartados *b)* a *f)* del punto 3.º anterior. Para viga de dos vanos, el modelo de bielas y tirantes es el indicado en la figura 22.27. Para viga de varios vanos, el modelo es el de la figura 22.28 para los vanos intermedios y el de la 22.27 para los extremos.

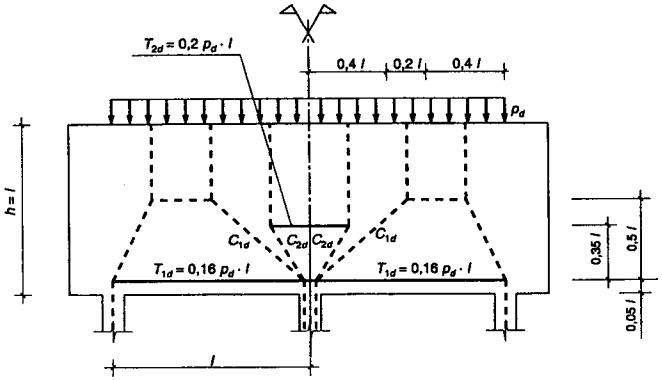


Figura 22.27 Modelo de celosía para viga pared de dos vanos

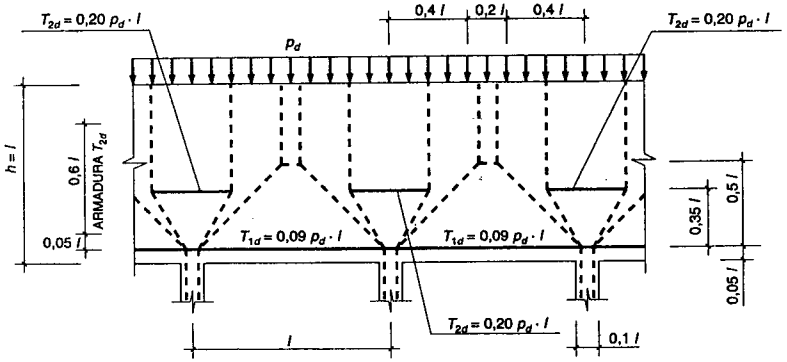


Figura 22.28 Modelo de celosía para viga pared de varios vanos

De las condiciones de equilibrio se deduce la fuerza de tracción que actúa sobre los tirantes, resultando los siguientes valores para las armaduras principales:

- Armadura sobre apoyos intermedios: $U_s = A_s f_{yd} = 0{,}20\ p_d\ l$ (con $f_{yd} \nearrow 400$ N/mm^2)
- Armadura inferior en vano intermedio: $U_s = A_s f_{yd} = 0{,}09\ p_d\ l$ (con $f_{yd} \nearrow 400$ N/mm^2)
- Armadura inferior en vano extremo: $U_s = A_s f_{yd} = 0{,}16\ p_d\ l$ (con $f_{yd} \nearrow 400$ N/mm^2)

Respecto a disposiciones de armado, es aplicable todo lo dicho en el apartado *e)* del punto 3.º anterior, más lo indicado en la figura 22.29.

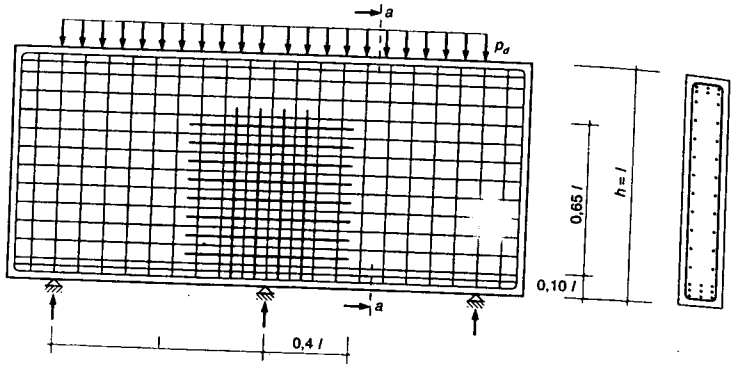


Figura 22.29 Armado de viga pared de dos vanos

En fin, la comprobación de nudos y bielas se efectúa comprobando que la compresión localizada en los apoyos no excede del valor admisible. Para ello deben cumplirse las dos condiciones siguientes:

$$\frac{R_{ed}}{a_e \cdot b_e} \leq f_{1cd} = 0{,}70 f_{cd}$$

$$\frac{R_{id}}{a_i \cdot b_i} \leq f_{1cd} = 0{,}70 f_{cd}$$

siendo:

R_{ed} = reacción de cálculo en apoyo extremo;
R_{id} = reacción de cálculo en apoyo interior;
a_e , b_e = dimensiones del apoyo extremo (ver figura 22.24);
a_i , b_i = dimensiones del apoyo interior (ver figura 22.30).

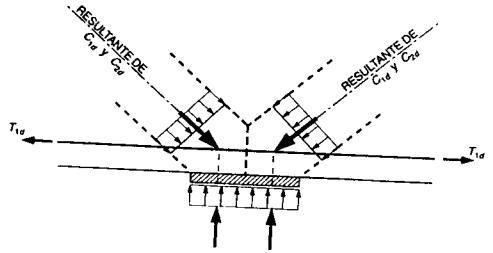


Figura 22.30 Nudo de apoyo interior

22.8 Ménsulas cortas

1.° GENERALIDADES

Se definen como ménsulas cortas aquéllas en las que se cumple la relación $a \leq d$, siendo d el canto útil de la ménsula en la sección adyacente al soporte y a la distancia entre la línea de acción de la carga principal y el paramento del soporte (figura 22.31).

Es de advertir que en estas ménsulas (así como en las zonas de dinteles próximas al apoyo sobre las que actúa una carga concentrada) son inoperantes los estribos verticales, error grave que se comete con alguna frecuencia. Por otra parte y como se indica en la figura 22.31, su buen funcionamiento exige que *el canto útil de la ménsula d_0 , medido en el borde exterior del área sobre la que actúa la carga, sea al menos igual a la mitad del canto útil d en la sección adyacente al soporte (sección crítica).* En efecto, con valores menores de d_0 puede formarse una fisura oblicua entre el punto de aplicación de la carga y la cara exterior inclinada de la ménsula, con grave riesgo de fallo repentino de la misma (degollamiento).

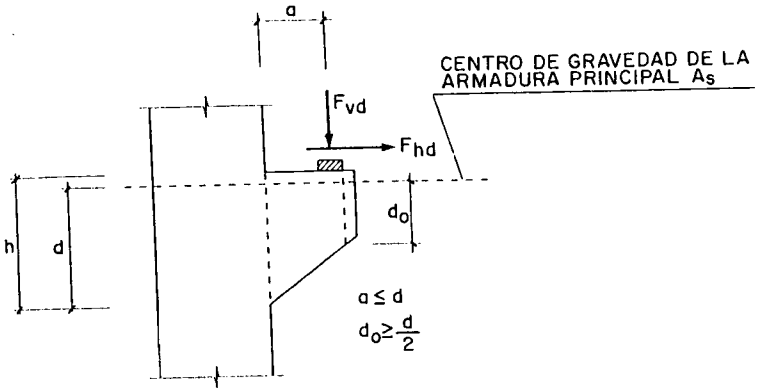


Figura 22.31 Ménsula corta: $a \leq d$

La figura 22.32 ilustra diferentes mecanismos de fallo que pueden presentarse en ménsulas. Los fallos (a) y (b) se producen por insuficiencia de armadura principal, los (c) y (d) por insuficiencia de armadura transversal, los (e) y (f) por defectos de anclaje o de disposición de las armaduras y el (g) por aplastamiento del hormigón comprimido.

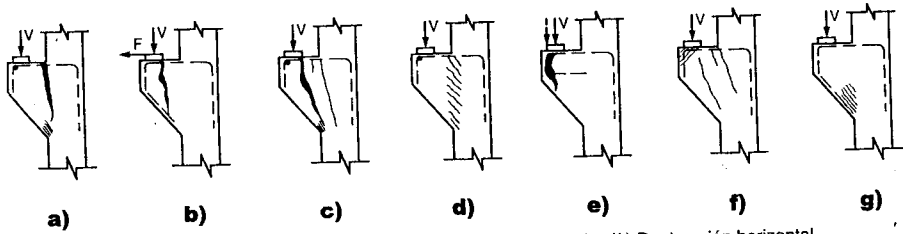


Figura 22.32 Mecanismos de fallo en ménsulas: (*a*) Por flexión. (*b*) Por tracción horizontal. (*c*) Por cortante. (*d*) Por rasante. (*e*) Por fallo de anclaje. (*f*) Por aplastamiento local. (*g*) Por aplastamiento de la biela comprimida

El estudio del armado de una ménsula puede abordarse de dos maneras diferentes: por consideraciones de momento flector y esfuerzo cortante (método americano del ACI) o por la teoría de bielas y tirantes (método europeo de la Instrucción española). A continuación expondremos ambos métodos.

2.° MÉTODO DEL ACI

a) Fácilmente se comprende (figura 22.33) que el armado de la ménsula requiere colocar una armadura principal A_1 en cara superior, más una armadura secundaria A_2 distribuida a lo largo del canto. Con las armaduras $A_1 + A_2$ cosiendo la sección adyacente al soporte, esta sección crítica debe ser capaz de soportar simultáneamente (figura 22.31) el esfuerzo cortante F_{vd}, el momento flector $F_{vd} \cdot a + F_{hd} \cdot (h - d)$ y la tracción horizontal F_{hd}.

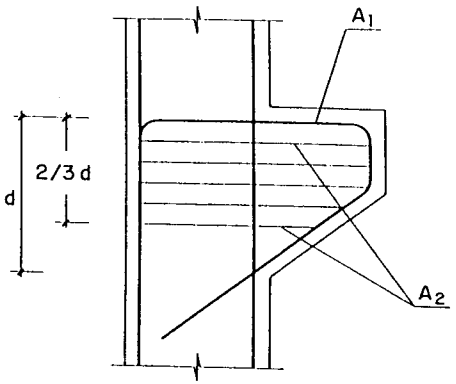


Figura 22.33 Armado de ménsula corta

Para determinar las armaduras A_1 y A_2 debe comenzarse por calcular la armadura A_f necesaria para resistir el momento flector, la armadura A_h necesaria para resistir la tracción horizontal F_h y la armadura A_0 necesaria por cortante. De los numerosos ensayos efectuados se deduce que la armadura total $A_1 + A_2$ debe ser igual o mayor que el mayor de los dos valores siguientes:

$$A_a = A_0 + A_h$$

$$A_b = 1{,}5 \cdot A_f + A_h$$

b) Si resulta $A_a > A_b$ deben colocarse los dos tercios de A_0 más A_h como armadura principal A_1, y el tercio restante de A_0 como armadura secundaria A_2 en forma de estribos horizontales, distribuidos a lo largo de los dos tercios superiores del canto d de la ménsula en la sección crítica. Por el contrario, si resulta $A_b > A_a$, debe colocarse $A_f + A_h$ como armadura principal A_1 y la mitad restante de A_f como armadura secundaria A_2 en forma de estribos. De esta forma, la cuantía de la armadura principal (sin contar A_h) resulta ser el doble de la de los estribos en ambos casos, ya que se cumple en ambos que $A_1 - A_h = 2 \cdot A_2$.

c) Por otra parte y según el ACI, para evitar el riesgo de rotura frágil que podría acaecer por fisuración del hormigón de la cabeza superior bajo el momento y la fuerza horizontal, la cuantía mecánica de la armadura A_1 debe ser igual o mayor de 0,04, es decir:

$$A_1 \cdot f_{yd} \geq 0.04 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

Esta condición, más bien severa, no figura en la Instrucción española y es determinante en muchos casos.

d) El valor de la armadura A_0 viene dado por la expresión:

$$A_o = \frac{F_{vd}}{\mu \cdot f_{yd}} \text{ con } f_{yd} \not> 400 \text{ N/mm}^2$$

siendo F_{vd} la fuerza vertical que actúa sobre la ménsula y μ el coeficiente de rozamiento (sección crítica) de valor igual a:

- 1,4 si se hormigona la ménsula monolíticamente con el pilar;
- 1,0 si se hormigona la ménsula sobre el hormigón del pilar endurecido, habiendo producido previamente una rugosidad intencionada de al menos 6 mm de profundidad en senos;
- 0,6 si se hormigona la ménsula sobre el hormigón no rugoso del pilar.

e) Debe comprobarse, además, que se cumple la condición:

$$\tau_d = \frac{F_{vd}}{b \cdot d} \leq 0{,}25 f_{cd} \not> 5 \text{ N/mm}^2$$

siendo b el ancho de la ménsula y d su canto útil en la sección crítica.

f) Sólo podrá considerarse $F_{hd} = 0$ si se toman las disposiciones oportunas para poder asegurar que no actuará ninguna acción horizontal, directa o indirecta, sobre la ménsula (recuérdense los efectos del rozamiento, la fluencia, la retracción y los cambios de temperatura). De no ser así, debe adoptarse en los cálculos un valor de F_{hd} igual al 20% de la carga vertical actuante F_{vd}.

Finalmente, conviene advertir que el método del ACI ha sido validado por ensayos para valores de F_{hd} comprendidos entre 0 y el valor de la carga vertical F_{vd}, por lo que no puede garantizarse su validez para valores de F_{hd} mayores de F_{vd}.

3.° MÉTODO DE LA INSTRUCCIÓN ESPAÑOLA

El estudio de las ménsulas cortas también puede abordarse por la teoría general de bielas y tirantes expuesta en el apartado 22.6, en este caso por una doble razón, al tratarse de regiones D en las que existe tanto discontinuidad geométrica (canto variable) como mecánica (carga concentrada). Los ya clásicos estudios fotoelásticos efectuados por Franz y Niedenhoff demostraron que las isostáticas de las ménsulas cortas sometidas a cargas concentradas adoptan la forma indicada en la figura 22.34. A esta orientación de las tensiones principales corresponde el modelo de bielas y tirantes de la figura 22.35*a* sobre el cual se basa el método de cálculo preconizado por la Instrucción española.

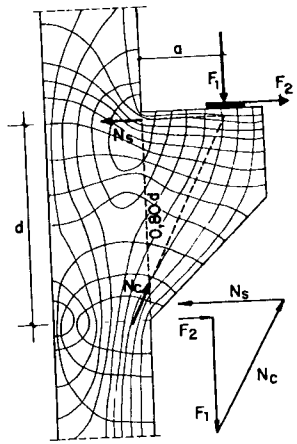


Figura 22.34 Isostáticas de ménsula corta

Este método tiene la ventaja de que permite tener en cuenta, además del caso particular ilustrado en la figura 22.35*b*, el efecto favorable (compresiones) o desfavorable (tracciones) de los esfuerzos existentes en la sección del pilar situada a haces del paramento superior de la ménsula.

En lo que sigue, utilizaremos la misma notación empleada en el punto anterior para el método ACI.

a) Se supone que la cotangente del ángulo θ de inclinación de las compresiones oblicuas (bielas) adopta los mismos valores que μ en el código ACI (ver párrafo *d* del punto 2.º anterior) y, por otra parte, exige que el canto útil d de la ménsula cumpla la condición:

$$d \geq \frac{a}{0{,}85} \operatorname{cotg} \theta$$

b) La armadura principal A_1 se dimensiona para una tracción de cálculo igual a:

$$A_1 \cdot f_{yd} = F_{vd} \operatorname{tg} \theta + F_{hd} \qquad \text{con } f_{yd} \nrightarrow 400 \text{ N/mm}^2$$

valor que, como puede observarse, coincide con el valor $A_0 + A_h$ del ACI.

c) La armadura secundaria A_2 está constituida por unos cercos horizontales distribuidos a lo largo de los dos tercios superiores del canto d, capaces para absorber una tracción total de $0{,}20 \cdot F_{vd}$. Resulta así:

$$A_2 \cdot f_{yd} = 0{,}20 \cdot F_{vd} \qquad \text{con } f_{yd} \nrightarrow 400 \text{ N/mm}^2$$

d) La comprobación de nudos y bielas queda satisfecha verificando que resulta admisible la compresión localizada en la zona de apoyo de la carga (nudo 1 de la figura 22.35), por lo que basta con que se cumpla la condición:

$$\frac{F_{vd}}{a_0 \cdot b_0} \leq f_{1cd} = 0{,}70 f_{cd}$$

siendo a_0 , b_0 las dimensiones en planta del apoyo. Esta expresión es válida únicamente cuando la fuerza horizontal F_{hd} no supera el 15% de la vertical F_{vd}. En caso contrario, es preciso estudiar el modelo por la teoría general del apartado 22.6.

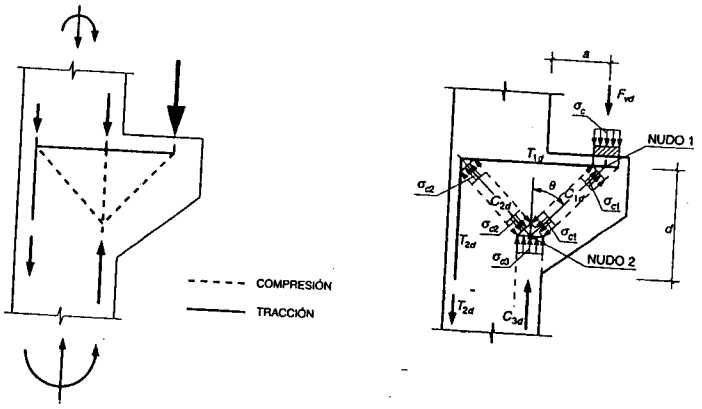


Figura 22.35 Modelo de bielas y tirantes en ménsula corta

e) Cuando la carga está embrochalada en la ménsula (fig. 22.36) hay que disponer, además del tirante A_1, una armadura inclinada de cuelgue A_α . Debido a la incertidumbre que existe en la evaluación de la fracción de carga que absorbe cada una de estas armaduras, la mayor parte de las normas europeas, al igual que la española, recomiendan que se dimensione la armadura inclinada A_α para soportar una carga de $0{,}6 \cdot F_{vd}$ y el tirante A_1 para soportar $0{,}5 \cdot F_{vd}$ más la fuerza F_{hd} como en el caso general. El modelo de bielas y tirantes es como el de la figura 22.37. Además, hay que disponer la misma armadura secundaria A_2 definida en el párrafo *c)* anterior.

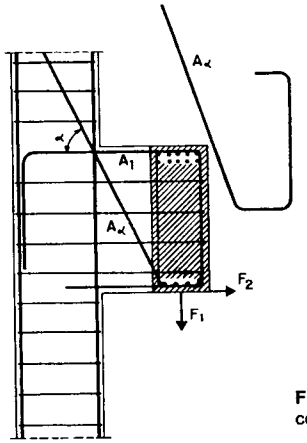


Figura 22.36 Armado de ménsula corta con carga embrochalada

Resulta así una disposición de armaduras como la indicada en la figura 22.36. De lo dicho anteriormente y suponiendo un brazo mecánico del momento resistente igual a $0{,}80 \cdot d$ (fig. 22.34) se deducen las siguientes capacidades mecánicas necesarias para la armadura de cuelgue A_α y el tirante A_1:

$$A_\alpha \cdot f_{yd} = \frac{0{,}6\, F_{vd}}{\operatorname{sen} \alpha} \quad \text{y} \quad A_1 \cdot f_{yd} = \frac{0{,}5\, F_{vd} \cdot a}{0{,}80\, d} \qquad \text{con } f_{yd} \nrightarrow 400 \text{ N/mm}^2$$

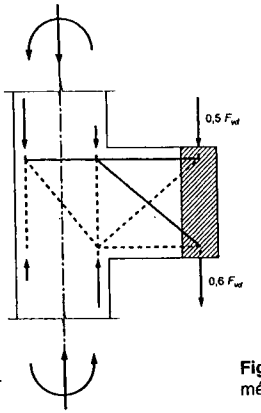


Figura 22.37 Modelo de bielas y tirantes en ménsula corta con carga embrochalada

4.° OTRAS CONSIDERACIONES

Tanto la armadura principal (cuyo despiece puede ser diverso) como la secundaria deben estar perfectamente ancladas, no sólo del lado del pilar sino también, como es evidente, del lado de la ménsula. El anclaje de la armadura A_s en el extremo de la ménsula puede resolverse mediante una barra soldada de igual diámetro (solución muy recomendable) o doblando las barras, sea formando un bucle horizontal (solución recomendable), sea bajando en vertical junto al paramento, hasta alcanzar como mínimo la longitud de anclaje por prolongación recta (apartado 9.5); en cuanto a la esquina de la ménsula, debe tenerse en cuenta el riesgo que se ilustra, para un caso análogo, en la figura 22.40*b*.

Cuando la ménsula deba soportar fuerzas horizontales, la placa metálica de apoyo de la carga vertical debe soldarse a la armadura A_s.

Debe recordarse que en muchos casos (puentes grúa, por ejemplo) actuarán sobre la ménsula esfuerzos dinámicos, lo que obliga a prolongar en diez diámetros las longitudes de anclaje de las barras; y que, si actúa una fuerza horizontal perpendicular al plano de la ménsula (frenado longitudinal del puente grúa), aparecerá un momento torsor en la sección crítica de unión con el pilar.

22.9 Otros casos de discontinuidad

1.° CARGAS Y REACCIONES DIRECTAS, INDIRECTAS Y COLGADAS

Según su forma de actuación, tanto las cargas concentradas F como las reacciones de apoyo R pueden ser directas, indirectas o colgadas (ver figura 22.38).

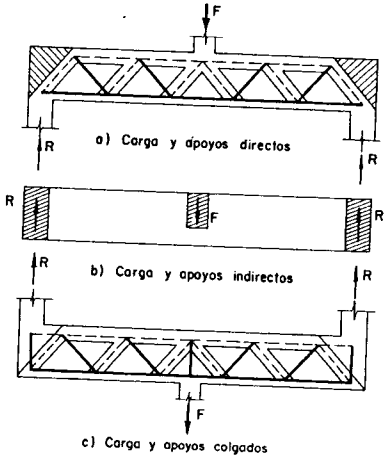


Figura 22.38 Cargas directas, indirectas y colgadas

El caso de carga y reacción de apoyo directas (figura 22.38*a*), que es el más frecuente, fue el considerado al estudiar el esfuerzo cortante por la analogía de la celosía (apartado 19.3-1°.). Fácilmente se comprende que éste es el caso más favorable, ya que de los nudos de las dos regiones D parten bielas comprimidas de hormigón. Una zona de la viga queda sin solicitar (los triángulos rayados de la figura 22.38*a*).

STOA

El otro extremo lo constituye el caso menos frecuente de *carga colgada* (fig. 22.38*c*), que es el más desfavorable. En este caso es necesario colgar la carga F del nudo correspondiente de la celosía mediante estribos verticales bien anclados en la cabeza de compresión, opuesta a la de actuación de la carga. La capacidad mecánica de esta armadura debe ser al menos igual al valor de cálculo de la carga que se transmite. Con la reacción de apoyo se procede de forma análoga, según el modelo de bielas y tirantes.

En el caso de *apoyo o carga indirectos* (figura 22.38*b*), que se presenta en las vigas riostras y en los brochales, la situación es intermedia. La forma de proceder es análoga a la indicada en el apartado 22.8-3.°*e* para el caso de las ménsulas, siendo recomendable considerar el 45% de la fuerza como directa y el 65% como colgada, por razones de seguridad.

En la figura 22.39*a* se presenta un ejemplo de *apoyo indirecto*, que corresponde al caso de una viga pared (1) que se apoya en otra (2) por embrochalamiento. Como muestra la figura y confirman los ensayos, la transmisión de cargas se efectúa predominantemente a través de bielas comprimidas en el tercio inferior de la altura de la pared. En consecuencia, la pared 2 resulta cargada principalmente en su zona inferior y necesitará ser armada con estribos de cuelgue. A su vez, la pared 1 correrá riesgo de que aparezcan fisuras en su ángulo inferior según la dirección de las bielas de compresión (figura 22.39*b*), por lo que será necesario disponer en dicha zona la correspondiente armadura transversal, en forma de cercos e incluso de barras levantadas si las cargas fuesen muy elevadas.

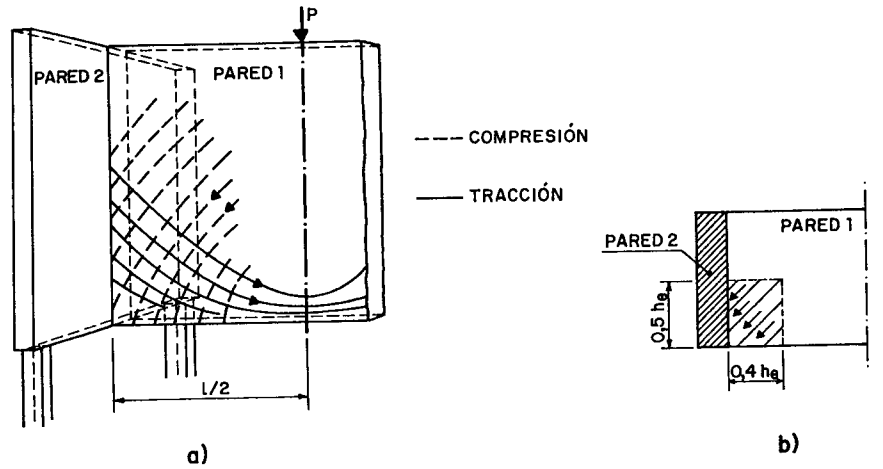


Figura 22.39 Apoyo indirecto de una viga pared: (*a*) Isostáticas. (*b*) Fisuras entre bielas en esquina inferior

La materialización de una carga colgada se efectúa generalmente por medio de algún elemento estructural tipo viga, como muestra la figura 22.40*a*. En estos casos deben respetarse las siguientes reglas:

- el canto h de la viga debe cumplir la condición $h \geq 1{,}2 \cdot a$ (ver figura) para que las bielas de compresión puedan formarse efectivamente;
- los estribos de cuelgue deben rodear por debajo la armadura de la viga, como si fuesen estribos suyos;
- debe organizarse la esquina de apoyo como indica la figura 22.40*b*;

44672

- cuando una placa de forjado cuelga de una viga pared, la armadura inferior de la placa debe apoyarse sobre la capa inferior de armadura de vano de la viga pared (figura 22.41), con objeto de que las bielas inclinadas que llegan al nudo no provoquen en la armadura del forjado un empuje al vacío (ver más adelante, punto 4.º).

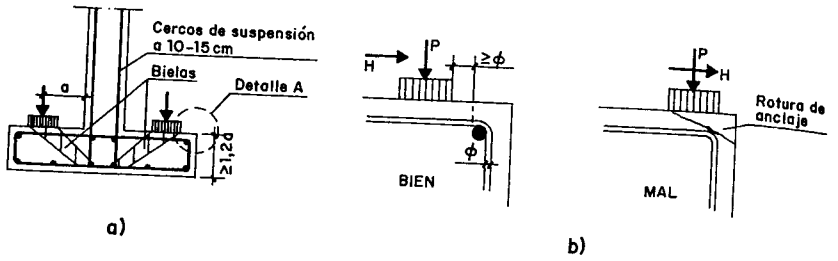


Figura 22.40 Viga colgada de una viga pared: (*a*) Esquema general. (*b*) Detalle de esquina

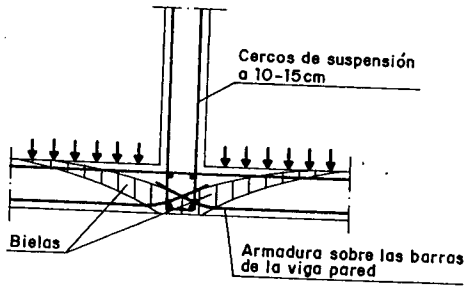


Figura 22.41 Losa colgada de una viga pared

2.º VIGAS CORTAS

En el caso de vigas de pequeña longitud en relación con el canto, pero sin llegar a una relación luz/canto inferior a 2 (a partir de la cual se denominan vigas de gran canto, ver apartado 22.7), sometidas a cargas concentradas que actúan de forma directa, y siempre que sea directo también el apoyo, como ocurre por ejemplo en los encepados de unión de las cabezas de pilotes, las isostáticas adoptan la forma que se indica en la figura 22.42*a*. Los ensayos de Franz y Niedenhoff demuestran que, en estos casos, tanto la armadura transversal como las barras levantadas a 45° son de eficacia muy dudosa.

El modelo de bielas y tirantes resuelve fácilmente estos casos cuando la carga concentrada F actúa a una distancia del apoyo no superior al canto de la pieza (fig. 22.42*b*). La reacción R de apoyo estará equilibrada por la biela comprimida N_c y por la tracción de la armadura N_s, de donde se deduce:

$$N_c = \frac{R}{\operatorname{sen}\alpha}, \qquad N_s = \frac{R}{\operatorname{tg}\alpha},$$

Resultan así para ambos materiales las tensiones:

$$\sigma_c = \frac{R}{a \cdot b \cdot \operatorname{sen}^2 \alpha}, \qquad \sigma_s = \frac{R}{A_s \cdot \operatorname{tg}\alpha},$$

siendo a el ancho de aplicación de la carga y A_s la sección de la armadura longitudinal. Si se trabaja por el método clásico, bastará comprobar que estas tensiones no superan a las admisibles para cada material.

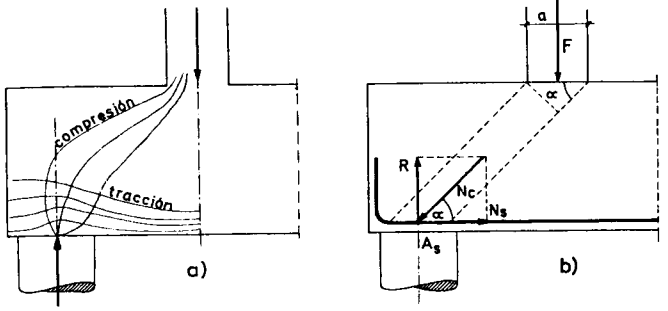


Figura 22.42 Viga corta: (*a*) Isostáticas. (*b*) Biela y tirante

Asimismo, en el caso de vigas cuya relación de luz a canto sea inferior a 8, sometidas a cargas uniformemente repartidas que actúan directamente, y si son también directos los apoyos, la Norma alemana autoriza a multiplicar el esfuerzo cortante por un coeficiente reductor:

$$\eta = \frac{l}{8 \cdot h},$$

para tener en cuenta la formación de un arco de descarga (fig. 22.43). En este caso la armadura longitudinal de tracción, que actúa de tirante, deberá prolongarse completa hasta el apoyo y anclarse con especial cuidado.

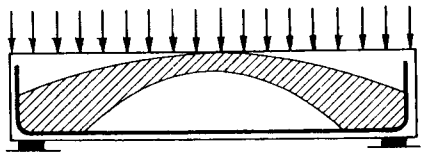


Figura 22.43 Arco de descarga en viga de relación luz/canto menor de 8

3.º CARGAS CONCENTRADAS PRÓXIMAS A LOS APOYOS

Como consecuencia de cuanto se ha expuesto en la teoría de bielas y tirantes, cuando las cargas concentradas actúan a una distancia del apoyo no superior al canto útil d, puede prescindirse de las mismas para el cálculo de la armadura transversal. Para cargas más alejadas del apoyo, pero a distancia inferior al doble del canto útil, la Norma alemana permite aplicar un coeficiente reductor:

$$\eta = \frac{a}{2 \cdot d},$$

al cortante producido por cualquier carga que actúe directamente a una distancia a del apoyo inferior al doble del canto útil d. Por su parte, el Eurocódigo trata estos casos de forma parecida, por medio de un factor β que multiplica la resistencia virtual a cortante del hormigón para cargas próximas a los apoyos (ver apartado 19.7).

Con objeto de prevenir una posible fisuración, se aconseja disponer una armadura horizontal de piel y los correspondientes cercos. Otros autores recomiendan que, pese a no necesitarse armadura para esfuerzos cortantes, se dispongan en estos casos unas armaduras horizontales en ambas caras de la pieza, con una sección total $A_h = 0{,}25A$, siendo A la sección necesaria para la armadura principal de tracción.

4.° EI MENTOS CON EMPUJE AL VACÍO

En elementos de trazado curvo y en aquellos otros en los que se produce un cambio brusco de geometría, la dirección de las fuerzas interiores experimenta giros o quiebros, lo que puede provocar el llamado *empuje al vacío* (figura 22.44), con aparición de tracciones transversales que es preciso absorber con armadura de atado (en general, cercos o estribos) para evitar la rotura del recubrimiento. Algunos de estos casos ya han sido tratados en el capítulo 9, apartados 9.7-2.° y 9.7-3.°. En términos generales cabe añadir ahora que en estos casos puede efectuarse el diseño de la armadura de atado según la teoría de bielas y tirantes.

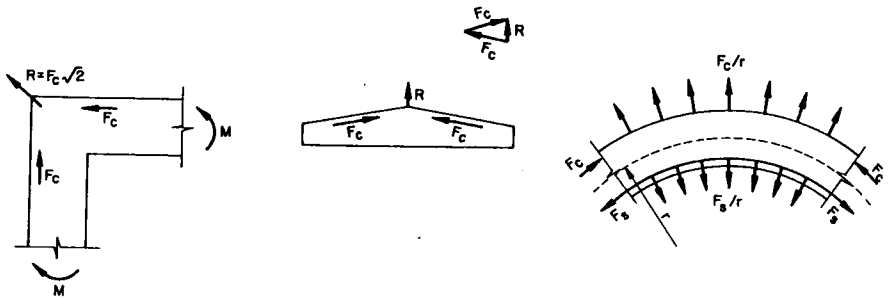


Figura 22.44 Tres ejemplos de empuje al vacío



Fallo de una ménsula que había sido erróneamente armada con cercos verticales *(cortesía de Intemac)*

23. Cimentaciones de hormigón armado

23.1 Introducción

1.° GENERALIDADES. ESTUDIO DEL TERRENO

En este capítulo se estudian las cimentaciones de hormigón armado de empleo más frecuente en edificación: *zapatas*, *losas* y *pilotes*.

El proyecto de la cimentación de un edificio es un problema relativamente complejo, que debe ir precedido por un estudio del terreno,[1] en el que se consideren el tipo de suelo, su granulometría, plasticidad, humedad natural, consistencia y compacidad, resistencia, deformabilidad, expansividad y agresividad; la situación del nivel freático; las posibles galerías y conducciones existentes en la zona; las estructuras colindantes; etc. No es éste lugar adecuado para tratar todas estas cuestiones, por lo que se mencionarán sólo de pasada las nociones geotécnicas necesarias para el proyecto de la cimentación, estudiándose en detalle los aspectos estructurales y, en especial, los referentes a la técnica del hormigón armado.

2.° REQUISITOS DE PROYECTO

Toda cimentación ha de garantizar la *estabilidad* de la obra que soporta a lo largo de la vida útil de ésta. Las cimentaciones deben contar, pues, con un coeficiente de seguridad adecuado frente al hundimiento, y sus asientos deben ser compatibles con la capacidad de deformación de la estructura cimentada y con su función. El tipo de cimentación, la profundidad y las dimensiones de la misma deben elegirse teniendo en cuenta, por una parte, la estructura que se soporta (en especial, las acciones que transmite y su capacidad de deformación), y por otra, el terreno de que se trate (en especial, su resistencia y su deformabilidad) de forma que la cimentación sea segura y económica.

---

[1] Según el Decreto 462/1971 del Ministerio de la Vivienda (BOE del 24-03-71), en el proyecto de obras de edificación de cualquier tipo deberá figurar, expresamente, una exposición detallada de las características del terreno, a cuyos efectos el Técnico que lo redacta podrá exigir al propietario un estudio del suelo y subsuelo, formulado por Técnico competente. A su vez, el artículo 4.1 de la Instrucción de Hormigón Estructural EHE (promulgada por RD 2661/1998 de 11 de diciembre) obliga a que los documentos del Proyecto incluyan un estudio geotécnico de los terrenos sobre los que la obra se va a ejecutar, salvo cuando resulte incompatible con la naturaleza de la obra. Sobre los estudios geotécnicos véase *MOPU, 1977a.*

Por otra parte, las cimentaciones deben tener una *durabilidad* suficiente. Es decir, no deben resultar afectadas por la posible agresividad del terreno y deben estar adecuadamente protegidas frente a las acciones físicas y a las modificaciones naturales o artificiales del terreno (heladas, cambios de volumen, variaciones del nivel freático, excavaciones próximas, etc.). Los problemas de durabilidad son especialmente graves en estas estructuras, pues al estar enterradas su conservación y reparación son caras y dificultosas.

3.° CLASIFICACIÓN Y CRITERIOS DE EMPLEO

Las cimentaciones se clasifican en *superficiales o directas* (zapatas y losas) y *profundas* (pilotes). El concepto de superficial se refiere más a su extensión en planta que a la cota de apoyo sobre el terreno firme.

Las *zapatas* (cimentaciones superficiales de zonas aisladas de la estructura) son el tipo más frecuente; se emplean cuando el terreno tiene ya en su superficie una resistencia media o alta en relación con las cargas de la estructura y es suficientemente homogéneo como para que no sean de temer asientos diferenciales entre las distintas partes de ésta.

Las *losas* (cimentaciones superficiales de toda la planta de la estructura) se emplean en terrenos menos resistentes o menos homogéneos, o bajo estructuras más pesadas y menos deformables; con ellas se aumenta la superficie de contacto y se reducen los asientos diferenciales. A veces también se emplean cuando la cimentación ha de descender por debajo del nivel freático, para soportar la subpresión. Puede decirse, de forma aproximada, que la losa es más económica que las zapatas si la superficie total de éstas es superior a la mitad de la superficie cubierta por el edificio, debido al menor espesor de hormigón y menores armaduras de las losas, a su excavación más sencilla y al ahorro de encofrados.

Los *pilotes* se emplean, en general, cuando el terreno resistente está a profundidades superiores a los 5 ó 6 m, cuando el terreno es poco consistente hasta una gran profundidad, cuando existe gran cantidad de agua en el terreno y cuando deben resistirse acciones horizontales de cierta importancia.

4.° ACCIONES EN LAS CIMENTACIONES E INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACIÓN-ESTRUCTURA

Entre las *acciones* que deben considerarse en el cálculo de las cimentaciones están, en primer lugar, los esfuerzos (axiles, momentos y cortantes) transmitidos por la estructura. Además está el peso propio de la cimentación, el del suelo y rellenos situados sobre la misma, el empuje de tierras y, si hay agua, el empuje hidrostático (subpresión).

De acuerdo con la Instrucción española, si los elementos cimentados son esbeltos deberán tenerse en cuenta los *momentos de segundo orden* debidos a su deformación, que incrementan los momentos transmitidos a la cimentación.

Es práctica habitual separar el cálculo de las cimentación del de la estructura soportada. Ésta se analiza en primer lugar, suponiendo que sus pilares están empotrados rígidamente en la cimentación. Se obtienen así las reacciones en las bases de los pilares. Luego se calcula la cimentación sometida a acciones opuestas a estas reacciones (axiles, cortantes y momentos). Esta forma de proceder presupone que el conjunto formado por la cimentación y el suelo es mucho más rígido que la estructura, de modo que sus pequeños desplazamientos elásticos no alteran apreciablemente los esfuerzos y reacciones de la misma. Esta hipótesis implícita es válida para estructuras isostáticas o muy flexibles, suelos poco deformables o cimentaciones solidarias (losas) muy rígidas. En otros casos –estructuras rígidas, suelos deformables y cimentaciones independientes (zapatas) o solidarias pero flexibles– es en general necesario un análisis conjunto del sistema estructura-cimentación-suelo, para lo cual deben usarse programas de ordenador adecuados. Algunas indicaciones al respecto pueden verse en *Calavera, 1991*.

5.° CÁLCULOS GEOTÉCNICOS Y ESTRUCTURALES

En el cálculo de cimentaciones se realizan dos tipos diferentes de cálculos:

- *Cálculos geotécnicos* o referentes al terreno, como las presiones que actúan sobre el mismo y sus asientos. Estos cálculos se suelen hacer para las *solicitaciones de servicio* (acciones características) y las comprobaciones se refieren a valores admisibles. La razón es que sólo para presiones relativamente pequeñas, en comparación con la presión de hundimiento, puede suponerse que el suelo se comporta linealmente, siendo entonces posible calcular la distribución de presiones en el mismo. Si el cálculo de esfuerzos se ha hecho partiendo de acciones mayoradas, será necesario *desmayorar* los esfuerzos que actúan sobre la cimentación. Esto no siempre es fácil o posible y exige a veces repetir el cálculo de esfuerzos partiendo de acciones sin mayorar.

  Por otra parte, para la comprobación de presiones sobre la base de la cimentación se prescinde a veces del peso del suelo excavado (situado sobre dicha base hasta el nivel del terreno natural), ya que el suelo de la base estaba, antes de efectuar la excavación, en equilibrio con dicho peso.
- *Cálculos estructurales* o referentes a los elementos de cimentación de hormigón armado (zapatas, losas y pilotes). Estos cálculos se efectúan en el *estado límite último* y en ellos se utilizan las acciones (y esfuerzos transmitidos por la estructura) mayoradas.

  En estos cálculos se prescinde del peso de los elementos de hormigón –pues al fraguar éste (estado inicial) el peso se transmite al suelo sin causar tensiones ni deformaciones– y del peso del suelo o rellenos repartidos uniformemente sobre la base de la cimentación –pues estos pesos se equilibran con reacciones iguales y opuestas del suelo y tampoco causan esfuerzos en la cimentación–.

23.2 Zapatas. Generalidades. Presiones sobre el terreno y asientos del mismo

1.° TIPOS DE ZAPATAS

Por su forma de trabajo las zapatas pueden ser (fig. 23.1):

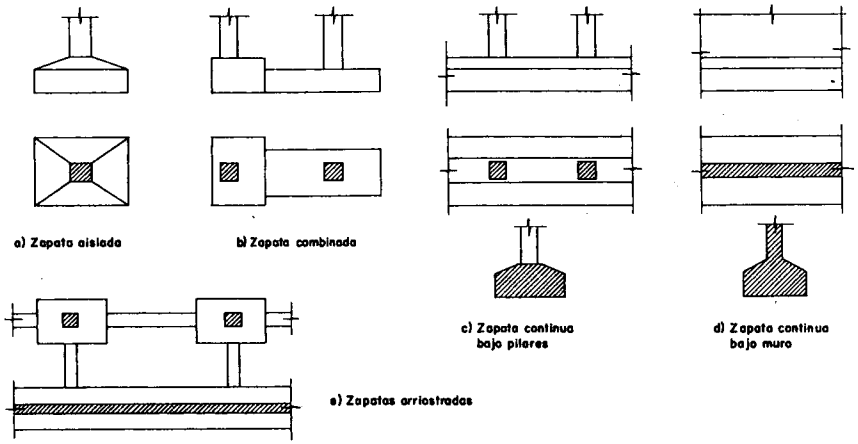


Figura 23.1 Tipos de zapatas por su forma de trabajo

- *aisladas,* si soportan un solo pilar (fig. 23.1*a*);
- *combinadas,* si soportan dos o más pilares, en número reducido (fig. 23.1*b*). Se emplean en medianerías para evitar la carga excéntrica sobre la última zapata, o cuando dos pilares están muy próximos entre sí, o, en general, para aumentar la superficie de carga o reducir asientos diferenciales;
- *continuas o corridas bajo pilares,* para soportar varios pilares alineados (fig. 23.1*c*); se emplean en circunstancias parecidas a las zapatas combinadas;
- *continuas o corridas bajo muros,* para soportar muros (fig. 23.1*d*);
- *arriostradas,* cuando varias zapatas se unen por medio de vigas riostras (fig. 23.1*e*), para dar mayor rigidez al conjunto, en suelos mediocres, o cuando existen acciones horizontales.

Por su morfología las zapatas pueden ser *macizas* o *aligeradas* (fig. 23.2). Las macizas pueden ser a su vez *rectas, escalonadas* y *piramidales.*

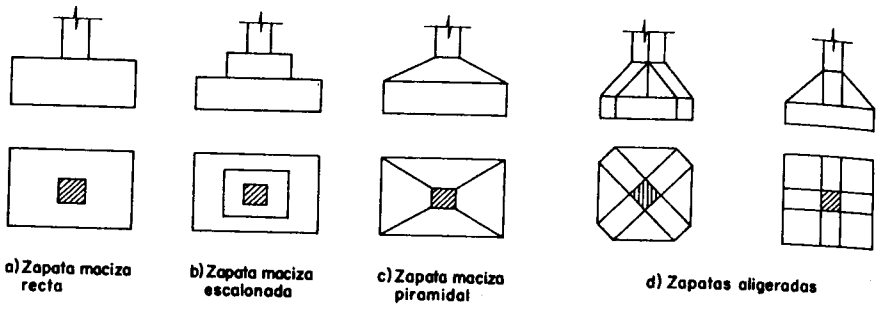


Figura 23.2 Tipos de zapatas por su morfología

Por la relación entre sus dimensiones (lo que condiciona su forma de trabajo), pueden ser *rígidas* y *flexibles* (fig. 23.3), según que la relación del mayor vuelo al canto sea o no menor de 2, respectivamente.

Por su forma pueden ser *rectangulares* o *cuadradas, circulares* y *poligonales.*

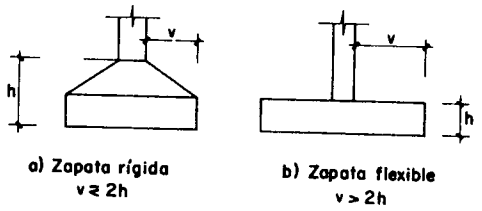


Figura 23.3 Zapatas rígidas y zapatas flexibles

2.° CRITERIOS Y PROCESO DE DISEÑO

Se emplean zapatas aisladas para cimentar soportes, y se disponen centradas con ellos salvo las de medianería y esquina. También se emplean zapatas aisladas bajo soportes duplicados de juntas estructurales. Si el terreno resistente es superficial son preferibles las zapatas de hormigón armado, y si es algo más profundo pueden convenir las de hormigón en masa.

Las zapatas son normalmente de planta cuadrada, o de planta rectangular para pantallas y soportes de sección alargada, así como cuando las zapatas cuadradas quedan muy próximas.

Las dimensiones en planta de la zapata se obtienen del cálculo geotécnico (comprobación de presiones y asientos del terreno), mientras que el canto se obtiene del cálculo estructural (dimensionamiento de la zapata como elemento de hormigón armado). Se recomienda que el canto total h no sea inferior a 0,30 m, salvo casos excepcionales.

Las zapatas de medianería y esquina se proyectan preferentemente con viga centradora, salvo las de carga moderada.

Se emplean zapatas combinadas cuando los soportes están muy próximos y las zapatas aisladas, incluso rectangulares, son inviables por interferir entre sí.

Si el terreno presenta discontinuidades o cambios sustanciales de naturaleza, conviene independizar las estructuras y las cimentaciones situadas sobre zonas distintas, de forma que las distintas partes del edificio queden cimentadas sobre terrenos homogéneos.

El plano de apoyo de la cimentación debe ser horizontal o ligeramente escalonado, suavizando los desniveles bruscos del edificio. Es conveniente que las instalaciones queden por encima del plano de cimentación, no intersecando con zapatas o vigas centradoras. La profundidad del plano de cimentación se fija en función de los resultados del estudio geotécnico, procurando que el terreno situado por debajo del mismo no quede alterado por las variaciones del nivel freático, si existe, o por agentes climatológicos externos como escorrentías y heladas. Se recomienda una profundidad mínima de 50 cm por debajo de la cota superficial y de 80 cm en caso de zonas con fuertes heladas. En proximidad de vías o corrientes de agua el plano de apoyo debe quedar más profundo que el nivel más bajo del agua.

Las zapatas deben llevar una viga de atado perimetral continua en edificios situados en la proximidad de taludes, vaciados y excavaciones, o si la aceleración sísmica de cálculo (Norma de construcción sismorresistente NCSE-94, artículo 2.2) es mayor de 0,08 g sin superar 0,16 g; y deben arriostrarse con vigas de atado en las dos direcciones en edificios situados en ladera o si la aceleración sísmica de cálculo es mayor de 0,16 g.

En la obtención de las dimensiones en planta de zapatas (cálculo geotécnico) es necesario comprobar que las presiones sobre el terreno y los asientos del mismo no superan sus valores admisibles. Como tanto las presiones y asientos como sus valores admisibles dependen de las dimensiones de la zapata, desconocidas a priori, en general debe procederse por tanteos:

a) Estimación de las dimensiones de la zapata y obtención de la presión de hundimiento y de la presión admisible del terreno.
b) Cálculo de las presiones sobre el terreno.
c) Comprobación de que las presiones no superan las admisibles y reajuste, en su caso, de las dimensiones de la zapata.
d) Cálculo de los asientos del terreno.
e) Comprobación de que los asientos no superan los admisibles y reajuste, en su caso, de las dimensiones de la zapata.

En la práctica, sin embargo, se simplifica este proceso utilizando valores aproximados de la presión admisible y valores estimados de los asientos.

3.° PRESIÓN ADMISIBLE SOBRE EL TERRENO

La presión admisible sobre el terreno puede venir impuesta por la condición de que los asientos del mismo sean compatibles con la capacidad de deformación de la estructura, o resultar de consideraciones puramente resistentes. En este último caso, la presión admisible es el cociente entre la presión de hundimiento del suelo y el coeficiente de seguridad γ_r.

Como coeficiente de seguridad es habitual considerar $\gamma_r = 3$ para la combinación más desfavorable de las acciones de peso propio, sobrecarga normal de uso y viento; y $\gamma_r = 2$ para la combinación más desfavorable de las acciones de peso propio, sobrecargas máximas, viento y sismo.

La presión de hundimiento del suelo es de difícil evaluación, ya que depende, entre otros factores, de los siguientes:

- características geotécnicas del suelo y, en especial, cohesión y ángulo de rozamiento interno, que se determinan mediante ensayos;
- estratificación del terreno y altura del nivel freático en el mismo, que se determinan mediante sondeos;
- profundidad a que se sitúa la zapata; dimensiones de la zapata en planta; y tipo de la carga (dirección y excentricidad de la misma).

No obstante, para el anteproyecto de zapatas resulta útil disponer de una idea orientativa acerca de las presiones admisibles en los distintos tipos de terreno. En las tablas 23.1 y 23.2 pueden verse los valores de estas presiones admisibles, según las *Recomendaciones para el proyecto y ejecución de cimentaciones superficiales* de la Sociedad Española de Mecánica del Suelo y Cimentaciones.

TABLA 23.1
PRESIONES ADMISIBLES EN ZAPATAS (kN/m²)
Terrenos arenosos

COMPACIDAD	*Densidad relativa*	*Anchos de zapata (m)*						
		1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	5,00
Muy suelta	< 0,20	< 90	< 60	< 45	< 35	< 30	< 30	< 30
Suelta	0,20 a 0,40	90 a 290	60 a 250	45 a 225	35 a 210	30 a 190	30 a 185	30 a 180
Media	0,40 a 0,60	290 a 600	250 a 540	225 a 500	210 a 465	190 a 450	185 a 435	180 a 420
Compacta	0,60 a 0,80	600 a 975	540 a 900	500 a 840	465 a 800	450 a 760	435 a 735	420 a 700
Muy compacta	> 0,80	> 975	> 900	> 840	> 800	> 760	> 735	> 700

Cuando la arena, en toda la profundidad activa del cimiento, está por debajo de la capa freática, los valores dados en esta tabla deben reducirse a la mitad.

TABLA 23.2
PRESIONES ADMISIBLES EN ZAPATAS Y LOSAS (kN/m²)
Terrenos arcillosos

CONSISTENCIA	*Resistencia a compresión simple (N/mm²)*	*ZAPATA*	
		Aislada	*Continua*
Fluida	< 0,05	< 60	< 45
Blanda	0,05 a 0,10	60 a 120	45 a 90
Media	0,10 a 0,20	120 a 240	90 a 180
Semidura	0,20 a 0,40	240 a 480	180 a 360
Dura	> 0,40	> 480	> 360

Según la Norma Tecnológica de Zapatas NTE-CSZ (*MOPU, 1986*), para determinar la presión admisible σ_{adm} es necesario conocer previamente si el suelo es *arenoso* (no cohesivo) o *arcilloso* (cohesivo) lo que a su vez depende de la plasticidad del suelo y de su porcentaje de finos.

La plasticidad del suelo puede ser alta, media o baja, y se obtiene del gráfico de Casagrande (fig. 23.4) en función del límite líquido del suelo y de su índice de plasticidad, datos que vienen dados en el estudio geotécnico.

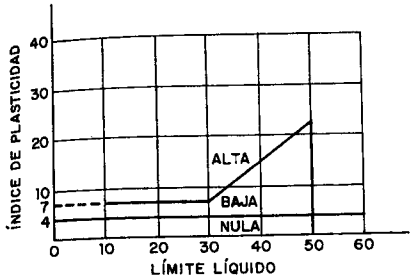


Figura 23.4 Gráfico de plasticidad de Casagrande

Los suelos *arenosos* son los de plasticidad nula cualquiera que sea su porcentaje de finos, los de plasticidad baja con un porcentaje de finos menor del 50 por 100, y los de plasticidad alta con un porcentaje de finos menor del 30 por 100. Los finos del suelo son las partículas menores de 0,08 mm, y su porcentaje se refiere al peso total. Los suelos *arcillosos* son los de plasticidad alta con un porcentaje de finos mayor del 30 por 100. Los suelos de plasticidad baja con un porcentaje de finos mayor del 50 por 100 no pertenecen a ningún grupo, ya que ambos datos son contradictorios.

En suelos *arenosos* se realizará un ensayo normal de penetración (SPT) según la Norma UNE 7308:74 y se tomará:

$$\sigma_{adm} = 10 \cdot n$$

siendo:

σ_{adm} = presión admisible del suelo en kN/m²;
n = número de golpes del SPT para un avance de 30 cm.

En suelos *arcillosos* se realizará un ensayo de resistencia a compresión simple según la Norma UNE 7402:77 y se tomará:

$$\sigma_{adm} = 1000 \cdot R_u$$

siendo:

σ_{adm} = presión admisible del suelo en kN/m²;
R_u = resistencia a compresión simple del suelo en N/mm².

Según la NTE-CSZ citada, en terrenos rocosos homogéneos de estratigrafía sensiblemente horizontal y roca sana o poco fracturada, se puede tomar como valor de la presión admisible $\sigma_{adm} \geq 500$ kN/m².

4.° ASIENTOS PREVISIBLES Y ADMISIBLES

a) *Los asientos previsibles* en un suelo son de tres tipos:

- Asientos *instantáneos* o inmediatos: son los que se producen en el momento de aplicar la carga. En suelos arenosos y rocosos constituyen la mayor parte de los asientos totales y se estiman, en la práctica, a partir de ensayos de penetración o de placas de carga.
- Asientos *de consolidación*: son los que se producen en arcillas saturadas a causa de la deformación producida a lo largo del tiempo por drenaje del agua intersticial sometida a la presión de la carga. Pueden prolongarse durante mucho tiempo.

- Asientos *de fluencia lenta* o consolidación secundaria: son los que se producen, después de los anteriores, en algunos suelos a causa de la fluencia viscosa de los contactos entre partículas de suelo.

El asiento total previsible bajo una zapata depende, entre otros factores, de:

- la distribución de los distintos estratos de suelo y sus respectivos espesores, que se determina mediante sondeos;
- las características geotécnicas de cada estrato, en especial índice de poros y el coeficiente de compresibilidad, que se determinan mediante ensayos en el caso de arcillas;
- la forma y dimensiones de la zapata;
- la distribución de presiones del terreno bajo la zapata y el valor de la presión máxima.

El cálculo de asientos previsibles es relativamente complejo, existiendo varios métodos, entre los que pueden mencionarse el edométrico y el elástico, que no se exponen aquí. En la práctica se recurre a estimaciones y métodos simplificados.

b) *Los asientos admisibles* son los asientos (totales y diferenciales) máximos que tolera la estructura, incluyendo forjados y tabiques, sin que se produzcan lesiones (como fisuración, descensos o inclinaciones) incompatibles con el servicio o el aspecto de la misma.

Se define la *distorsión angular* como cociente entre el asiento diferencial entre dos pilares contiguos y la distancia entre sus ejes. A título orientativo, puede suponerse que si la distorsión angular es menor de 1/500 no se produce fisuración en los cerramientos; que si no llega a 1/360, se produce sólo una ligera fisuración en los cerramientos; que hasta 1/250 no es visible a simple vista; que para 1/180 son de temer lesiones en estructuras de hormigón armado; y que para 1/150 pueden producirse lesiones en estructuras metálicas. Las estructuras metálicas admiten, en general, mayores deformaciones que las de hormigón, aunque éstas tienen un mejor comportamiento frente a las deformaciones lentas debido a la fluencia del material hormigón.

Para evitar los asientos diferenciales debe procurarse que la presión del terreno bajo las distintas zapatas sea la misma. No obstante, debido a la falta de homogeneidad del suelo, se producen inevitablemente asientos diferenciales que pueden llegar a los 2/3 del asiento total.

Puede admitirse un asiento total entre 2 y 4 cm para estructuras con muros de mampostería, y entre 4 y 7 cm para estructuras de hormigón armado o metálicas. En la tabla 23.3 se indican los valores de los asientos generales admisibles según la Norma MV-101:1962.

En cualquier caso, y dada la complejidad del problema de los asientos, cuando por las características de la estructura o la naturaleza del terreno sean de temer asientos superiores a los admisibles, el proyectista debe acudir a un especialista en cimentaciones.

TABLA 23.3
ASIENTOS GENERALES ADMISIBLES SEGÚN MV-101:1962

Características del edificio	*Asiento general máximo admisible en terrenos*	
	Sin cohesión (mm)	*Cohesivos (mm)*
Obras de carácter monumental	12	25
Edificios con estructura de hormigón armado de gran rigidez	25	50
Edificios con estructura de hormigón armado de pequeña rigidez Estructuras metálicas hiperestáticas Edificios con muros de fábrica	50	75
Estructuras metálicas isostáticas	> 50	> 75
Estructuras de madera Estructuras provisionales	Se comprobará que no se produce desorganización en la estructura ni en los cerramientos	

5.° COMPROBACIÓN AL VUELCO Y AL DESLIZAMIENTO

La primera comprobación que debe efectuarse en zapatas sometidas a momentos o fuerzas horizontales de alguna importancia es la *seguridad al vuelco*, salvo que las vinculaciones de los elementos estructurales que sustentan impidan dicho vuelco. La condición correspondiente se obtiene expresando que los momentos estabilizadores de las fuerzas exteriores, respecto al punto *A* (fig. 23.5), superan a los momentos de vuelco:

$$(N+P)\frac{a}{2} \geq (M+V\cdot l_h)\gamma_1$$

con los siguientes significados:

N, M, V = esfuerzo normal, momento flector y esfuerzo cortante en cara superior de cimentación (fig. 23.5);
P = peso propio de la zapata;
a = ancho de la zapata;
l_h = altura total de la zapata;
γ_1 = coeficiente de seguridad al vuelco, para el que puede tomarse 1,5.

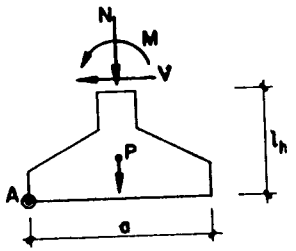


Figura 23.5 Seguridad al vuelco y al deslizamiento de una zapata

En esta ecuación no se incluyen los pesos del suelo sobre la zapata, cuyo efecto es estabilizador.

En el caso de zapatas no arriostradas sometidas a acciones horizontales deberá comprobarse la *seguridad al deslizamiento*. Como fuerza estabilizante se contará sólo el rozamiento entre la base de la zapata y el terreno o la cohesión de éste, no teniendo en cuenta el empuje pasivo sobre la superficie lateral de la zapata, a menos que esté garantizada su actuación permanente. La ecuación correspondiente puede ponerse en la forma:

$$(N+P)\cdot \mathrm{tg}\,\varphi_d \geq \gamma_2 \cdot V \quad \text{para suelos sin cohesión (arenas)}$$

$$A\cdot c_d \geq \gamma_2 \cdot V \quad \text{para suelos cohesivos (arcillas)}$$

con los siguientes significados:

N, V = esfuerzo normal y esfuerzo cortante en cara superior de cimentación (fig. 23.5);
P = peso propio de la zapata;
φ_d = 2/3 φ = ángulo de rozamiento interno de cálculo (minorado);
c_d = 0,5 c = valor de cálculo (minorado) de la cohesión;
A = superficie de la base de la zapata;
γ_2 = coeficiente de seguridad al deslizamiento, para el que puede tomarse 1,5.

6.° DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES DEL TERRENO

La distribución de las presiones del terreno sobre la base de una zapata (que interesa para comprobar que no se rebasa la presión admisible de éste y para calcular los esfuerzos en la zapata), depende fundamentalmente del tipo de suelo y de la rigidez de la zapata.

Fácilmente se comprende que aun en el caso de zapata rígida (fig. 23.6*a* y *b*) con carga centrada, la distribución de presiones no puede ser uniforme, ya que en los bordes de la misma

habría un salto y la ley sería discontinua. Para suelos cohesivos (arcillas), la ley es como la dibujada en la figura 23.6*a*; para suelos sin cohesión (arenas), como la de la figura 23.6*b*, mayor en el centro que cerca de los bordes, debido a que el suelo situado debajo de los mismos resiste menos, puesto que puede fluir lateralmente. En el caso de zapata flexible, las presiones en las proximidades de los bordes disminuyen en ambos tipos de suelos, debido a la deformación de la zapata, y aumentan, correlativamente, las presiones del centro (fig. 23.6*c* y *d*).

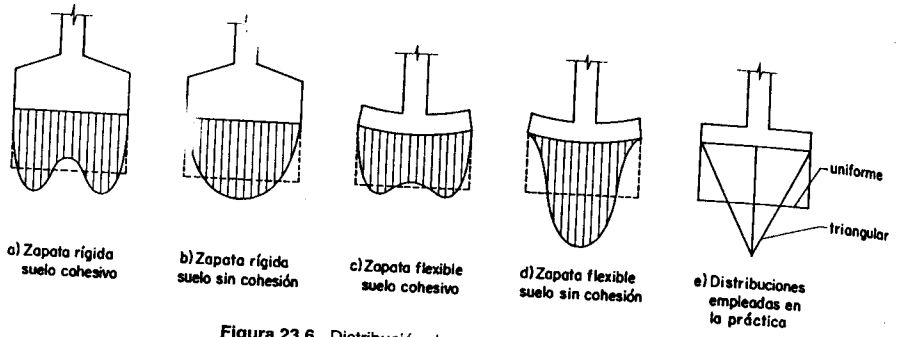


Figura 23.6 Distribución de presiones bajo una zapata

En la práctica, estas leyes se asimilan a presiones uniformes o lineales, según los casos, como se verá a continuación.

a) Zapata continua o corrida bajo muro

Longitudinalmente se supone que el conjunto muro-zapata es infinitamente rígido y la presión uniforme (muro de altura constante).

Transversalmente, en el caso de *carga centrada,* se supone distribución uniforme para zapata rígida (aquélla cuyo vuelo no supera el doble del canto total, ver apartado 23.2-1.° y fig. 23.3). Para zapata flexible podría estudiarse la distribución asimilando la zapata a una viga flotante. En la práctica, sin embargo, si el terreno es cohesivo se supone distribución uniforme; si el terreno no tiene cohesión, podría suponerse distribución triangular (fig. 23.6*e*) para la comprobación de presiones del terreno, y uniforme para el dimensionamiento de la zapata, con lo que se quedaría del lado de la seguridad. Para simplificar suele suponerse distribución uniforme en ambos casos. La presión obtenida no debe superar a la presión admisible del terreno, es decir, debe cumplirse:

$$\sigma = \frac{N+P}{a} \leq \sigma_{adm}$$

en donde N es la carga centrada de servicio por unidad de longitud de muro, P el peso de la zapata por unidad de longitud y a el ancho de la misma.

En el caso de *carga actuando con una excentricidad reducida* $e \leq a/6$ (resultante dentro del núcleo central) se obtiene una *distribución trapecial* (figura 23.7*a*). La presión máxima en el borde de la zapata vale:

$$\sigma_1 = \frac{N+P}{a}\left(1+\frac{6e}{a}\right)$$

y debe verificarse, para la seguridad de la cimentación:

$$\sigma_1 \leq 1{,}25\sigma_{adm}$$

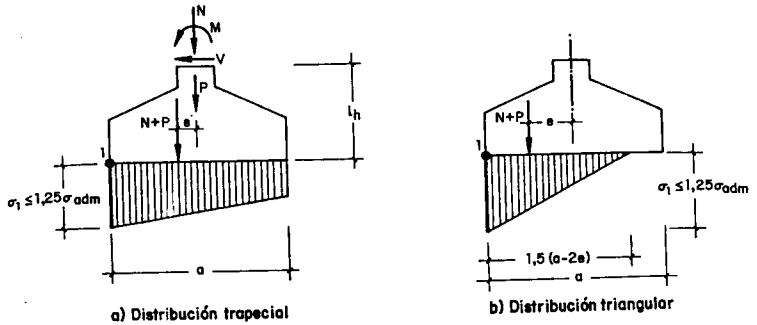


Figura 23.7 Distribución simplificada de presiones bajo una zapata

es decir, se admite que la presión máxima en el borde supere ligeramente la presión admisible del terreno. En estas ecuaciones los símbolos utilizados son:

N, M, V = esfuerzos aplicados a la zapata por metro lineal de muro;
P = peso propio de la zapata por metro lineal de muro;
a = ancho de la zapata;
$e = \dfrac{M+V\cdot l_h}{N+P}$ excentricidad resultante en la base de la zapata;
l_h = altura de la cara superior de la zapata respecto a su base (fig. 23.7*a*).

Por último, para *carga actuando con una excentricidad elevada* $e > a/6$ (resultante fuera del núcleo central) se obtiene una *distribución triangular* (fig. 23.7*b*), pues no es posible que se produzcan tracciones. En este caso, la presión máxima en el borde de la zapata vale:

$$\sigma_1 = \frac{4}{3}\frac{N+P}{(a-2\cdot e)}$$

y debe verificarse para la seguridad de la cimentación:

$$\sigma_1 \leq 1{,}25\sigma_{adm}$$

ya que, para seguir el mismo criterio del caso anterior, se tolera en el borde una presión algo mayor que la admisible del terreno. Es recomendable limitar la excentricidad al valor $e = a/3$ ya que, de lo contrario, la presión en punta σ_1 crece excesivamente y a pequeños incrementos de la excentricidad e corresponden grandes incrementos en la presión σ_1.

b) Zapata continua o corrida bajo pilares

Se supone que no existen momentos de eje paralelo al longitudinal de la zapata. Transversalmente la distribución de presiones es uniforme, consistiendo el principal problema en la determinación de la distribución longitudinal, en el caso general de que la distribución de los pilares y sus cargas sean cualesquiera.

Un procedimiento suficientemente correcto consiste en calcular la zapata como *viga flotante* (fig. 23.8). A estos efectos se supone que la presión del suelo en cada punto es proporcional al descenso de la viga. El factor de proporcionalidad es el *coeficiente de balasto* del suelo, que se expresa en kN/m^2/m (kN/m^3). Si un suelo tiene, por ejemplo, un coeficiente de balasto de 50.000 kN/m^2/m, reaccionará con una presión de 50.000 kN/m^2 cuando se le obligue a descender 1 m (o con una presión de 50 kN/m^2 si desciende 1 mm). El coeficiente de balasto k es función del tipo del suelo, pudiendo tomarse de la tabla 23.4.

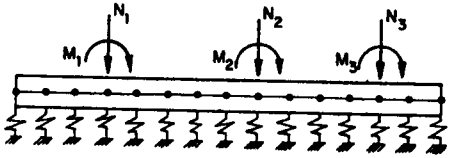


Figura 23.8 Analogía de la viga flotante

TABLA 23.4
VALORES DEL COEFICIENTE DE BALASTO k EN kN/m³

Tipo de suelo	*Estado*	*Densidad seca*	*Resistencia a compresión simple (N/mm²)*	*Coeficiente de balasto*
Arena o suelo sin cohesión	Suelta	1,3	—	13.000
	Media	1,6	—	40.000
	Densa	1,9	—	160.000
Arcilla o suelo cohesivo	Firme	—	0,1–0,2	25.000
	Muy firme	—	0,2–0,4	50.000
	Dura	—	> 0,4	100.000

1 kN/m³ = 10^{-6} N/mm³

La viga flotante sometida a un número cualquiera de fuerzas y momentos (fig. 23.8) puede resolverse a mano, con ayuda de tabulaciones para distintos tipos de cargas, o bien por medio de un programa ordinario de análisis matricial, suponiendo que descansa sobre una serie de muelles, aplicados en puntos equidistantes de la viga (nudos), y cuyas constantes elásticas se obtienen multiplicando el coeficiente de balasto del suelo por el área de la columna de suelo que corresponde a cada nudo.

En la práctica, sin embargo, y para los casos normales, es habitual utilizar las *distribuciones aproximadas* de la figura 23.9. Para zapatas rígidas (luces pequeñas en relación con el canto) y suelo muy deformable, se supone reparto uniforme por trozos (fig. 23.9*a*); y para zapatas flexibles (luces grandes en relación con el canto) y suelo poco deformable, se supone reparto triangular por trozos (fig. 23.9*b*). En el primer caso se estiman por defecto las presiones máximas sobre el suelo y se sobrevaloran los esfuerzos en la zapata; mientras que en el segundo sucede a la inversa.

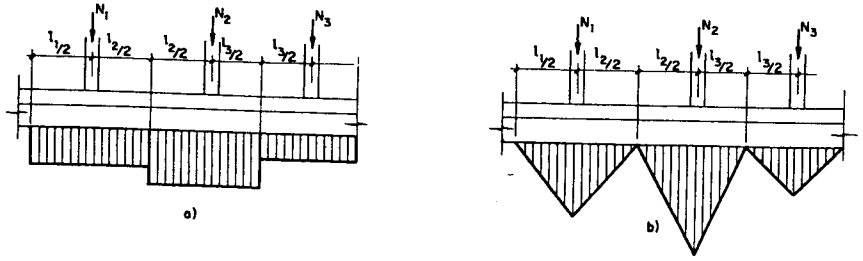


Figura 23.9 Distribución de presiones en zapata continua bajo pilares

c) Zapata aislada rectangular

Puede aplicarse ahora, en ambas direcciones, lo indicado para la distribución transversal en zapatas continuas bajo muros. En la práctica suele suponerse que la distribución de las presiones del terreno es plana, tanto si la zapata es rígida como si es flexible.

Si la resultante es centrada, la presión del terreno es uniforme y debe cumplirse:

$$\sigma = \sigma_{med} = \frac{N+P}{a \cdot b} \leq \sigma_{adm}$$

siendo:

σ_{med} = presión media en la base de la zapata;
N = carga de servicio aplicada;
P = peso de la zapata;
a, b = dimensiones en planta de la zapata;
σ_{adm} = presión admisible del suelo.

En la práctica, la mayoría de las zapatas de edificación se calculan con carga centrada, ya que los momentos son relativamente pequeños en comparación con la resultante $N+P$, y las excentricidades son despreciables en comparación con las dimensiones de la zapata. No sucede lo mismo, sin embargo, con muchas zapatas de pilas de puentes y de pilares de naves industriales y edificios especiales, que están solicitadas por momentos importantes. Si el pilar o pila cimentado es esbelto deben considerarse no sólo los momentos de primer orden transmitidos por el mismo, sino también los momentos de segundo orden debidos a su deformación.

Si la resultante es excéntrica en una sola dirección son de aplicación fórmulas análogas a las del caso de zapata continua bajo muro. Para *carga* con *excentricidad reducida*, $\eta = e/a \leq 1/6$ (resultante dentro del núcleo central) se obtiene una *distribución trapecial* (figura 23.7*a*). La presión máxima en el borde de la zapata vale:

$$\sigma_1 = \sigma_{med}(1+6\eta)$$

mientras que para *carga con excentricidad elevada*, $\eta = e/a > 1/6$ (resultante fuera del núcleo central) se obtiene una *distribución triangular* (fig. 23.7*b*) y la presión máxima en el borde de la zapata vale:

$$\sigma_1 = \sigma_{med}\frac{4}{3(1-2\eta)}$$

y en ambos casos debe verificarse para la seguridad de la cimentación:

$$\sigma_1 \leq 1{,}25\sigma_{adm}$$

En el caso más general de *resultante excéntrica en ambas direcciones* (fig. 23.10), si las excentricidades relativas son *reducidas*, cumpliendo con la condición:

$$\eta_a + \eta_b \leq \frac{1}{6}$$

(resultante situada dentro del núcleo central), las presiones en las esquinas son todas positivas y pueden calcularse mediante:

$$\sigma = \sigma_{med}(1 \pm 6\eta_a \pm 6\eta_b)$$

siendo:

$\sigma_{med} = (N+P)/(a \cdot b)$ la presión media sobre la base de la zapata;
$\eta_a = e_a/a$ la excentricidad relativa de la resultante en dirección de la dimensión a;
$\eta_b = e_b/b$ la excentricidad relativa de la resultante en dirección de la dimensión b;
$e_a = M_a/(N+P)$ la excentricidad de la resultante en dirección de la dimensión a;
$e_b = M_b/(N+P)$ la excentricidad de la resultante en dirección de la dimensión b.

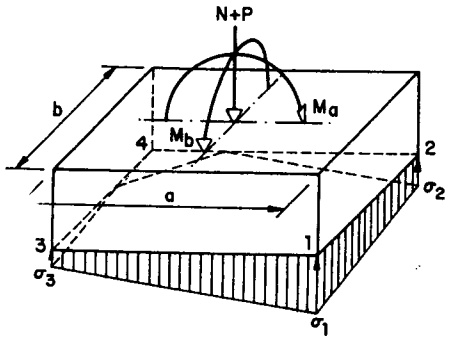


Figura 23.10 Zapata aislada con carga doblemente excéntrica

Si, por el contrario, las excentricidades relativas son *elevadas* y no cumplen la condición anterior, se produce un despegue parcial de la zapata respecto al terreno (fig. 23.10), anulándose la presión en una zona que puede ser triangular, trapecial o pentagonal (despegue en una, dos o tres esquinas). Las presiones en las esquinas de la zapata pueden obtenerse de las tablas 23.5, 23.6 y 23.7. Se entra en estas tablas con los valores de las excentricidades $100{\cdot}\eta_1$ y $100{\cdot}\eta_2$ siendo:

η_1 la mayor de las excentricidades η_a y η_b;
η_2 la menor de las excentricidades η_a y η_b;

y las tablas proporcionan los valores de los coeficientes adimensionales α_1, α_2, α_3 que sirven para calcular las presiones en las esquinas 1, 2, 3 y 4 de la zapata (ver fig. 23.10) mediante:

$$\sigma_1 = \frac{100}{\alpha_1}\sigma_{med}$$

$$\sigma_i = \frac{\alpha_i}{100}\sigma_1 \quad \text{para} \quad i = 2, 3$$

Las presiones en las cuatro esquinas están ordenadas por valores decrecientes, siendo la primera de ellas la que se produce bajo la esquina más comprimida. Las restantes sirven para obtener la posición del plano de presiones y el volumen de presiones sobre el terreno. Si alguna de ellas resulta negativa debe entenderse que es una presión virtual, por haberse producido el despegue en la esquina correspondiente (caso de la esquina 4 de la fig. 23.10).

Como sucedía en las zapatas continuas bajo muro, es recomendable limitar las excentricidades para que se cumpla $\eta_a+\eta_b < 1/3$ pues, de lo contrario, la presión en punta σ_1 crece excesivamente y a pequeños incrementos de la excentricidad e corresponden grandes incrementos en la presión σ_1.

En todos los casos de resultante excéntrica, para que la zapata esté en buenas condiciones debe cumplirse la condición:

$$\sigma_1 \le 1{,}25\sigma_{adm}$$

TABLA 23.5

PRESIÓN MÁXIMA EN ZAPATAS RECTANGULARES CON CARGA BIEXCÉNTRICA
VALORES DEL COEFICIENTE $10{\cdot}\alpha_1$

$100\,\eta_1$ \ $100\,\eta_2$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0	1000																													
1	943	893																												
2	893	847	807																											
3	847	807	769	736																										
4	806	769	735	704	676																									
5	769	735	704	675	649	625																								
6	735	704	675	649	625	602	581																							
7	704	676	649	625	602	581	562	543																						
8	676	649	625	602	581	562	543	526	510																					
9	649	625	602	581	562	543	526	510	495	481																				
10	625	602	581	562	543	526	510	495	481	467	454																			
11	602	581	562	543	526	510	495	481	467	454	441	428																		
12	581	562	543	526	510	495	481	467	454	441	428	416	404																	
13	562	543	526	510	495	481	467	453	441	428	416	404	392	380																
14	543	526	510	495	481	467	453	440	428	416	404	392	380	369	358															
15	526	510	495	481	467	453	440	428	415	403	392	380	369	358	347	337														
16	510	495	481	467	453	440	427	415	403	391	380	369	358	347	337	326	316													
17	495	480	466	453	440	427	415	402	391	379	368	357	347	336	326	316	306	296												
18	480	466	452	439	426	414	402	390	379	368	357	346	336	326	315	306	296	287	277											
19	465	451	438	425	413	401	389	378	367	356	345	335	325	315	305	296	286	277	268	259										
20	450	437	424	412	400	388	377	366	355	344	334	324	314	304	295	286	277	268	259	250	242									
21	435	422	410	398	386	375	364	353	343	333	323	313	303	294	285	276	267	258	250	241	233	225								
22	420	408	396	384	373	362	351	341	331	321	312	302	293	284	275	266	258	249	241	233	225	217	209							
23	405	393	382	370	360	349	339	329	319	310	300	291	283	274	265	257	249	240	232	225	217	209	202	195						
24	390	378	367	357	346	336	326	317	307	298	289	281	272	264	255	247	239	231	224	216	209	202	194	187	180					
25	375	364	353	343	333	323	314	305	296	287	278	270	262	254	246	238	230	223	215	208	201	194	187	180	173	167				
26	360	349	339	329	320	310	301	292	284	275	267	259	251	243	236	228	221	214	207	200	193	186	179	173	166	160	154			
27	345	335	325	316	306	297	289	280	272	264	256	248	241	233	226	219	212	205	198	191	185	178	172	166	159	153	147	141		
28	330	320	311	302	293	285	276	268	260	252	245	237	230	223	216	209	202	196	189	183	177	171	164	158	153	147	141	135	129	
29	315	306	297	288	280	272	264	256	248	241	234	227	220	213	206	200	193	187	181	175	169	163	157	151	146	140	134	129	123	118
30	300	291	283	274	266	259	251	244	237	229	223	216	209	203	196	190	184	178	172	166	161	155	149	144	139	133	128	123	117	112	107
31	285	277	268	261	253	246	239	232	225	218	211	205	199	193	187	181	175	169	163	158	153	147	142	137	132	127	122	117	111	106	101
32	270	262	254	247	240	233	226	219	213	207	200	194	188	183	177	171	166	160	155	150	145	140	135	130	125	120	115	110	106	101
33	255	247	240	233	226	220	213	207	201	195	189	183	178	172	167	162	156	151	146	141	137	132	127	122	118	113	109	104		
34	240	233	226	220	213	207	201	195	189	184	178	173	167	162	157	152	147	142	138	133	128	124	120	115	111	107	102			
35	225	218	212	206	200	194	188	183	177	172	167	162	157	152	147	143	138	134	129	125	120	116	112	108	104	100				
36	210	204	198	192	187	181	176	171	166	161	156	151	146	142	138	133	129	125	120	116	112	109	105	101						
37	195	189	184	178	173	168	163	158	154	149	145	140	136	132	128	124	120	116	112	108	104	101								
38	180	175	170	165	160	155	151	146	142	138	134	130	126	122	118	114	110	107	103											
39	165	160	155	151	147	142	138	134	130	126	122	119	115	112	108	105	101													
40	150	146	141	137	133	129	126	122	118	115	111	108	105	101																
41	135	131	127	123	120	116	113	110	106	103	100																			
42	120	116	113	110	107	103	100																							
43	105	102																												

Nota: La tabla ofrece valores de $10{\cdot}\alpha_1$ en vez de valores de α_1 por razones tipográficas (economía de espacio)

TABLA 23.6

PRESIONES EN ESQUINAS DE ZAPATAS RECTANGULARES CON CARGA BIEXCÉNTRICA. VALORES DEL COEFICIENTE α_2

100 η_1	100 η_2																										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0	100																														
1	100	89																													
2	100	90	81																												
3	100	90	82	74																											
4	100	91	82	75	68																										
5	100	91	83	76	69	62																									
6	100	92	84	77	70	64	58																								
7	100	92	84	77	71	65	60	54																							
8	100	92	85	78	72	66	61	56	51																						
9	100	92	85	79	73	67	62	57	52	48																					
10	100	93	86	80	74	68	63	58	54	50	45																				
11	100	93	87	80	75	69	64	60	55	51	47	43																			
12	100	93	87	81	75	70	65	61	56	52	48	44	40																		
13	100	93	87	82	76	71	66	62	57	53	49	45	41	37																	
14	100	94	88	82	77	72	67	62	58	54	50	46	42	38	35																
15	100	94	88	83	77	72	68	63	59	55	50	47	43	39	35	32															
16	100	94	88	83	78	73	68	64	59	55	51	47	43	40	36	33	29														
17	100	94	89	83	78	73	69	64	60	56	52	48	44	40	37	33	30	26													
18	100	94	89	83	78	74	69	64	60	56	52	48	44	41	37	34	30	27	23												
19	100	94	89	83	78	74	69	65	60	56	52	48	45	41	38	34	31	27	24	20											
20	100	94	89	83	79	74	69	65	61	57	53	49	45	41	38	34	31	27	24	21	17										
21	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	41	38	34	31	28	24	21	18	14									
22	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	24	21	18	14	11								
23	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	7							
24	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	8	4						
25	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	8	4	-0					
26	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	8	4	-0	-4				
27	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	8	4	-0	-4	-9			
28	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	8	4	-0	-4	-9	-14		
29	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	8	4	-0	-4	-9	-14	-19	
30	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	8	4	-0	-4	-9	-14	-19	-25
31	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	8	4	-0	-4	-9	-14	-19	-25
32	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	8	4	-0	-4	-9	-14	-19	
33	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	8	4	-0	-4	-9			
34	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	8	4	-0	-4				
35	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	8	4	-0					
36	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14	11	8							
37	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25	21	18	14									
38	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31	28	25												
39	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42	38	35	31														
40	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53	49	45	42																	
41	100	94	89	83	78	74	69	65	61	57	53																				
42	100	94	89	83	78	74	69																								
43	100	94																													

TABLA 23.7

PRESIONES EN ESQUINAS DE ZAPATAS RECTANGULARES CON CARGA BIEXCÉNTRICA. VALORES DEL COEFICIENTE α_3

100 η_1	100 η_2																														
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0	100																														
1	89	89																													
2	79	80	81																												
3	69	71	72	74																											
4	61	63	65	66	68																										
5	54	56	58	59	61	62																									
6	47	49	51	53	55	57	58																								
7	41	43	45	47	49	51	53	54																							
8	35	38	40	42	44	46	48	49	51																						
9	30	32	35	37	39	41	43	45	47	48																					
10	25	28	30	33	35	37	39	41	42	44	45																				
11	20	23	26	28	31	33	35	37	38	40	41	43																			
12	16	19	22	24	27	29	31	33	34	36	37	39	40																		
13	12	15	18	20	23	25	27	29	31	32	34	35	36	37																	
14	9	12	14	17	19	21	24	25	27	29	30	32	33	34	35																
15	5	8	11	13	16	18	20	22	24	25	27	28	29	30	31	32															
16	2	5	8	10	13	15	17	19	20	22	23	25	26	27	28	29	29														
17	-1	2	5	7	9	12	14	15	17	19	20	21	22	23	24	25	26	26													
18	-4	-1	2	4	6	8	10	12	14	15	17	18	19	20	21	22	22	23	23												
19	-8	-4	-2	1	3	5	7	9	11	12	14	15	16	17	18	18	19	20	20	20											
20	-11	-8	-5	-2	-0	2	4	6	7	9	10	11	13	14	14	15	16	16	17	17	17										
21	-15	-12	-9	-6	-4	-1	1	2	4	6	7	8	9	10	11	12	12	13	13	14	14	14									
22	-19	-16	-13	-10	-7	-5	-3	-1	1	2	3	5	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11								
23	-23	-20	-17	-14	-11	-9	-7	-5	-3	-1	-0	1	2	3	4	5	5	6	6	7	7	7	7	7							
24	-28	-25	-21	-18	-16	-13	-11	-9	-7	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	2	3	3	3	4	4	4	4						
25	-33	-29	-26	-23	-20	-18	-15	-13	-11	-10	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-2	-1	-1	-0	-0	-0	-0	0	0					
26	-39	-35	-31	-28	-25	-22	-20	-18	-16	-14	-13	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-6	-5	-5	-5	-4	-4	-4	-4	-4	-4				
27	-45	-41	-37	-34	-31	-28	-25	-23	-21	-19	-18	-16	-15	-14	-13	-12	-11	-10	-10	-10	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9			
28	-52	-47	-43	-40	-37	-34	-31	-29	-26	-25	-23	-21	-20	-19	-18	-17	-16	-15	-15	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14		
29	-59	-54	-50	-46	-43	-40	-37	-35	-33	-30	-29	-27	-26	-24	-23	-22	-22	-21	-20	-20	-20	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19	
30	-67	-62	-58	-54	-50	-47	-44	-41	-39	-37	-35	-33	-32	-31	-30	-29	-28	-27	-26	-26	-26	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-25
31	-75	-70	-66	-62	-58	-55	-52	-49	-46	-44	-42	-40	-39	-38	-36	-35	-34	-34	-33	-33	-32	-32	-32	-32	-32	-32	-32	-32	-32	-32	-32
32	-85	-80	-75	-71	-67	-63	-60	-57	-55	-52	-50	-48	-47	-45	-44	-43	-42	-41	-40	-40	-40	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	
33	-96	-90	-85	-81	-77	-73	-69	-66	-64	-61	-59	-57	-55	-54	-52	-51	-50	-49	-49	-48	-48	-47	-47	-47	-47	-47	-47	-47	-47		
34	-108	-102	-97	-92	-88	-84	-80	-77	-74	-71	-69	-67	-65	-63	-62	-61	-60	-59	-58	-57	-57	-57	-56	-56	-56	-56	-56				
35	-122	-116	-110	-105	-100	-96	-92	-89	-86	-83	-80	-78	-76	-74	-73	-71	-70	-69	-69	-68	-67	-67	-67	-67	-67	-67					
36	-138	-131	-125	-120	-115	-110	-105	-102	-99	-96	-93	-91	-89	-87	-85	-84	-82	-81	-81	-80	-79	-79	-79	-79							
37	-156	-149	-142	-136	-131	-126	-122	-118	-114	-111	-108	-105	-103	-101	-99	-98	-96	-95	-94	-94	-93	-93									
38	-178	-170	-163	-156	-150	-145	-140	-136	-132	-128	-125	-122	-120	-118	-116	-114	-113	-112	-111												
39	-203	-194	-187	-179	-173	-167	-162	-157	-153	-149	-146	-143	-140	-138	-136	-134	-132														
40	-233	-224	-215	-207	-200	-194	-188	-183	-178	-174	-170	-167	-164	-161																	
41	-270	-260	-250	-242	-234	-227	-220	-214	-209	-204	-200																				
42	-317	-305	-294	-284	-275	-267	-260																								
43	-376	-362																													

44672

23.3 Zapatas aisladas con carga centrada

1.° GENERALIDADES

Las zapatas aisladas se emplean para transmitir al terreno la carga de un solo soporte y su planta suele ser cuadrada o rectangular. Las formas típicas de la sección de la zapata son las indicadas en la figura 23.11, *si bien las normalmente empleadas son las de espesor constante por su fácil ejecución.*

En zapatas de espesor constante el canto h no debe ser menor de 30 cm, y en las de espesor variable el canto h_o en el borde debe ser $h_o \geq h/3$ y no menor de 25 centímetros. El ángulo de inclinación suele tomarse $\beta \leq 30°$, que corresponde, aproximadamente, al ángulo de talud natural del hormigón fresco, con lo cual podría no ser necesario el empleo de contraencofrado si bien, en este caso, la compactación del hormigón es muy difícil.

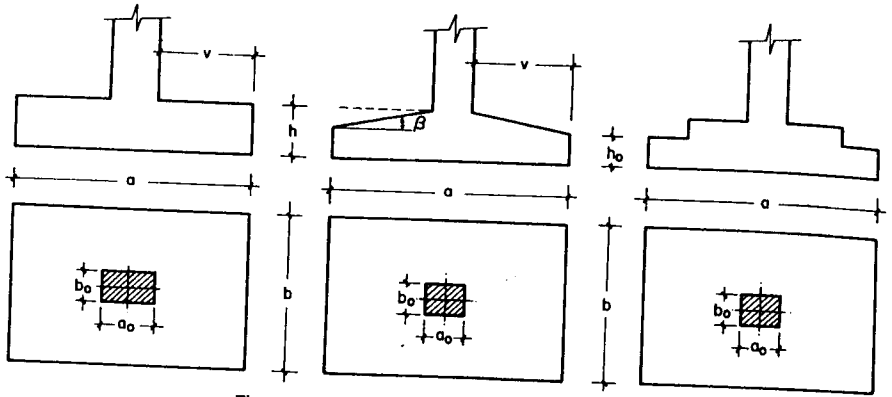


Figura 23.11 Formas típicas de una zapata aislada

El comportamiento resistente de las zapatas aisladas es complejo. Sin embargo, los métodos de cálculo admitidos por las normas son suficientemente seguros, ya que están basados en una extensa experimentación.

Tanto la Instrucción española como el Eurocódigo de hormigón distinguen entre *zapatas rígidas* y *zapatas flexibles.* Se consideran *rígidas* las zapatas cuyo vuelo v, en ambas direcciones, no supera $2h$, siendo h el canto máximo (fig. 23.11). En ellas la distribución de presiones sobre el terreno puede suponerse plana; pero para su cálculo como piezas de hormigón, al igual que sucede en las ménsulas cortas, no puede aplicarse la teoría general de flexión, válida para piezas esbeltas (dimensionamiento en base a los momentos flectores y esfuerzos cortantes), sino que es necesario aplicar el método de las bielas y tirantes (apartado 22.6).

Por el contrario, se consideran *flexibles* las zapatas cuyo vuelo v es superior a $2h$ en alguna de las direcciones principales. En ellas la distribución de presiones sobre el terreno depende de la rigidez relativa entre suelo y zapata; suponer una ley plana queda del lado de la inseguridad para la comprobación de las presiones, que serán mayores en el centro de la zapata para carga centrada y zapata muy flexible, y del lado de la seguridad para el cálculo de la pieza de hormigón. El cálculo de ésta se hace por la teoría general de la flexión, como si fuera una losa o una viga plana.

En zapatas rectangulares –e incluso en zapatas cuadradas bajo pilares de sección rectangular– sucede con frecuencia que el vuelo en una dirección es inferior y en la otra superior a $2h$. Estas zapatas se consideran flexibles y deben calcularse como tales en ambas direcciones,

es decir, en la dirección en la que el vuelo es menor de $2h$ se aplica también la teoría de flexión y no el modelo de bielas y tirantes.

Se expone a continuación el predimensionamiento y el armado de zapatas aisladas de peso propio P sometidas a una carga centrada N que, como hemos dicho, son las más frecuente en edificios normales, ya que las excentricidades debidas a los momentos en base de pilares son pequeñas frente a las dimensiones de las zapatas.

Las formulaciones del resto de este apartado son aplicables cuando la excentricidad relativa $\eta = e/a$ (siendo a la dimensión de la zapata) de la carga $P+N$ es menor de 1/90 (lo que sucede con frecuencia) y conducen a errores que, aunque están del lado de la inseguridad, son normalmente menores del 5 por 100 y por tanto admisibles.

Para excentricidades de la carga mayores conviene cubrirse frente a estos errores. Si la excentricidad relativa $\eta = e/a$ está comprendida entre 1/90 y 1/9 ello puede hacerse, de forma aproximada, multiplicando las cargas por los siguientes factores:

- Para cálculos geotécnicos (comprobación presiones del suelo): $\gamma_g = 1 + 3\eta$
- Para cálculos estructurales (comprobación flexión y cortante): $\gamma_e = 1 + 4{,}5\eta$

Por último, si la excentricidad relativa es mayor de 1/9, o si se desea afinar el dimensionamiento de la zapata, se pueden aplicar los métodos más rigurosos para zapatas aisladas con carga excéntrica y zapatas de medianería que se exponen en el apartado 23.5.

2.° PREDIMENSIONAMIENTO DE LA ZAPATA

a) *Las dimensiones en planta* de la zapata se obtienen de la comprobación de las presiones del suelo (cálculo geotécnico). De la figura 23.6 se deduce que, salvo en el caso de zapatas flexibles apoyadas en terrenos sin cohesión, puede admitirse una distribución uniforme de presiones. En la práctica, el área necesaria en planta para la zapata, A, se obtiene en función de la presión admisible para el terreno, σ_{adm}, mediante la ecuación:

$$A = a \cdot b = \frac{N + P}{\sigma_{adm}}$$

siendo N la carga centrada *de servicio* (sin mayorar) y P el peso propio de la zapata. Al no conocerse inicialmente el valor de P es necesario efectuar tanteos. Para iniciar estos tanteos resulta útil suponer que el peso propio P es una fracción β de la carga de servicio N, con lo que será:

$$A = a \cdot b = \frac{N(1+\beta)}{\sigma_{adm}}$$

$$\text{con} \quad \beta = \frac{14 - 0{,}02\sigma_{adm}}{100}$$

siendo σ_{adm} la presión admisible del terreno en kN/m² (1 kp/cm² ≅ 100 kN/m²). Obtenida el área A, tanto si la zapata es cuadrada ($a = b$) –lo que resulta conveniente siempre que sea posible– como si debe ser rectangular por venir obligado su ancho (b = dato), es inmediato obtener sus dimensiones en planta.

b) *El canto* de la zapata se obtiene de su dimensionamiento como pieza de hormigón (cálculo estructural). Como hemos visto, cualquiera que sea el tipo de zapata, para el cálculo estructural puede suponerse, en favor de la seguridad, una presión uniforme del terreno, prescindiendo del peso propio de la zapata (véase el apartado 23.1-5.°). Por lo tanto, como acción del terreno sobre la zapata se considera la presión uniforme, $\sigma_t = N_d/(a \cdot b)$, siendo N_d el axil mayorado transmitido por el soporte.

Por razones económicas el canto debe ser el menor posible, pues así se disminuye el volumen de hormigón sin que aumenten las armaduras longitudinales, que suelen estar controladas por las cuantías geométricas mínimas impuestas por las normas. Para valores bajos de la presión admisible del terreno, $\sigma_{adm} < 200$ kN/m², resultan zapatas flexibles, al ser necesarias dimensiones en planta relativamente elevadas, y el canto óptimo es aquél por debajo del cual sería necesario disponer armadura de cortante. Pero en la comprobación correspondiente tanto el cortante actuante $V_{d} = \sigma_t \cdot b \cdot (v - d)$ (ver párrafo 4.°*b* de este apartado) como el cortante último resistente $V_{u2} = V_{u} = f_{cv} \cdot b \cdot d$ (apartado 19.6-2.°) dependen del canto útil d. De nuevo es preciso efectuar tanteos. Para iniciar estos tanteos se recomienda, en el caso de zapatas de espesor constante, adoptar como valor del canto útil d el dado en metros por la expresión:

$$d = \frac{1{,}1\,\sigma_t}{\sigma_t + 370}\, v \geq 0{,}24$$

siendo:

- σ_t = $N_d/(a \cdot b)$ = presión uniforme del terreno sobre la zapata, en kN/m²;
- N_d = axil mayorado transmitido por el soporte a la zapata;
- v = el mayor de los vuelos v_a y v_b en las dos direcciones a y b;
- v_a = $(a - a_o)/2$ = vuelo en la dirección a;
- v_b = $(b - b_o)/2$ = vuelo en la dirección b;
- a, b = dimensiones en planta de la zapata;
- a_o, b_o = dimensiones de la sección del soporte.

Este canto evita las comprobaciones de cortante y punzonamiento en la gran mayoría de los casos, pues las zapatas con él dimensionadas las satisfacen automáticamente.

Para valores medios y altos de la presión admisible del terreno resultan zapatas rígidas que se arman por el método de las bielas (ver punto 3.° a continuación), sin que sea necesario efectuar la comprobación de cortante. El canto útil recomendado proporciona soluciones cercanas al óptimo económico (armadura del orden de la mínima).

La forma de proceder para predimensionar y comprobar una zapata queda aclarada en el ejemplo que se presenta en el punto 7.° de este apartado.

En casos especiales el proyectista deberá fijar el canto de la zapata teniendo en cuenta, además del criterio expuesto de canto mínimo que no necesite armadura de cortante, otros factores como son la naturaleza del suelo, rigidez de la estructura que se cimenta, durabilidad, costes, etc.

3.° DIMENSIONAMIENTO DE ZAPATAS RÍGIDAS

De acuerdo con la Instrucción española, el modelo de bielas y tirantes que debe utilizarse para una zapata rígida es el representado en la fig. 23.12.

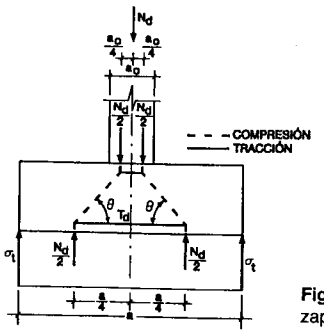


Figura 23.12 Modelo de bielas y tirantes para zapata rígida bajo carga centrada

La armadura principal debe resistir la tracción T_d indicada en el modelo, que resulta:

$$T_d = \frac{N_d}{2 \cdot 0{,}85d}\left(\frac{a}{4} - \frac{a_o}{4}\right) = \frac{N_d}{6{,}8d}(a - a_o) = A_s \cdot f_{yd}$$

con $f_{yd} \leq 400$ N/mm² y siendo el significado de las variables el representado en la fig. 23.12.

Esta armadura debe disponerse sin reducción de sección en toda la longitud de la zapata y anclarse con especial cuidado, pues el modelo de bielas y tirantes exige el funcionamiento eficaz del tirante en toda su longitud, a diferencia de lo que sucede con la armadura de una zapata dimensionada por la teoría de flexión, cuyas tensiones se anulan en los extremos y son máximas en el centro de la zapata. La Instrucción española recomienda en este caso el anclaje mediante barras soldadas transversales.

Las *cuantías geométricas mínimas* exigidas por la Instrucción española que, como se ha dicho más arriba, suelen ser determinantes, son las siguientes:

$\rho \geq 0{,}0020$ para acero B 400 S

$\rho \geq 0{,}0018$ para acero B 500 S

La comprobación de bielas y la del hormigón bajo la carga concentrada del pilar no es necesaria si la resistencia característica del hormigón de la zapata es igual a la del hormigón del pilar. Tampoco es necesario efectuar una comprobación de la zapata frente a esfuerzos cortantes o punzonamiento.

4.° DIMENSIONAMIENTO DE ZAPATAS FLEXIBLES

a) Cálculo a flexión. Dimensionamiento de la armadura principal

Como se ha indicado, en el caso de zapatas flexibles (aquéllas en las que el mayor de sus vuelos cumple la condición $v > 2h$), la determinación de la armadura de tracción debe hacerse aplicando la teoría de flexión en ambas direcciones (aunque en la dirección más corta suele bastar con disponer la armadura mínima). Para ello pueden usarse las tablas, ábacos y fórmulas simplificadas que se incluyen en esta obra.

La armadura se determina en las secciones 1-1 y 1'-1', distanciadas de los paramentos del soporte de hormigón, $0{,}15 \cdot a_o$ y $0{,}15 \cdot b_o$, respectivamente (fig. 23.13).[1] El momento de cálculo en la sección 1-1, debido a la carga del terreno $\sigma_t = N_d/(a \cdot b)$, es:

$$M_{ad} = \frac{\sigma_t}{2}\, b\, (v_a + 0{,}15 \cdot a_o)^2$$

siendo $v_a = (a - a_o)/2$ el vuelo en la dirección a.

La armadura correspondiente a esta sección, de dimensiones $b \times d$, puede determinarse mediante las tablas o ábacos correspondientes. También resulta cómoda (ver ejemplo en el punto 7.° más adelante) la fórmula simplificada:

$$\mu = \frac{M_{ad}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}, \qquad \omega = \mu\,(1 + \mu), \qquad U = A \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

Las cuantías geométricas mínimas son las mismas indicadas anteriormente para zapatas rígidas, y deben tenerse muy en cuenta, pues como se ha dicho resultan determinantes en muchas ocasiones.

---

[1] Para soportes metálicos se tomará, en lugar de $0{,}15 \cdot a_o$, la mitad del vuelo de la placa de anclaje.

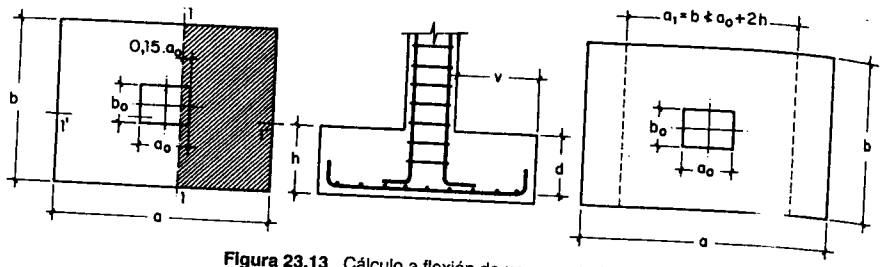


Figura 23.13 Cálculo a flexión de una zapata flexible

Los cantos útiles, en los dos sistemas de armaduras ortogonales, son distintos; en las zapatas rectangulares conviene colocar en la capa inferior las armaduras que correspondan al vuelo mayor. En los cálculos se usa a veces un canto útil único, para el que se toma el valor medio que corresponde a la profundidad de la fibra de contacto entre los dos sistemas de armaduras.

b) Comprobación a cortante

Las zapatas predimensionadas de acuerdo con lo indicado en el punto 2.° no suelen necesitar comprobación a cortante. No obstante, a continuación se indican las comprobaciones según la Instrucción española, que son las que han servido de base para deducir la expresión del canto útil recomendado.

La comprobación se hace en la sección 2 de las figuras 23.14*a* y 23.14*b*, situada a una distancia igual al canto útil d del paramento del soporte o muro. El cortante actuante vale:

$$V_d = \sigma_t \cdot b\,(v - d)$$

y el esfuerzo cortante último vale:

$$V_{u2} = V_{cu} = f_{cv} \cdot b \cdot d$$

siendo f_{cv} la resistencia convencional del hormigón a cortante (véase apartado 19.6-2.°, agotamiento de piezas sin armadura de cortante) dada por la expresión:

$$f_{cv} = 0{,}12\xi \cdot (100\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3}$$

En estas fórmulas se usan las siguientes notaciones:

f_{ck} = resistencia característica del hormigón, expresada en N/mm²;
ξ = coeficiente que tiene en cuenta la influencia del canto útil en el efecto del engranamiento de áridos;
ρ_l = cuantía geométrica de la armadura longitudinal de tracción, que posibilita la resistencia por el efecto arco y por el efecto pasador.

El coeficiente ξ puede obtenerse mediante:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$$

en la que el canto útil d debe expresarse en mm. La cuantía ρ_l vale:

$$\rho_l = \frac{A_s}{b \cdot d} \geqslant 0{,}02$$

siendo A_s el área de la armadura longitudinal de tracción anclada a una distancia igual o mayor que d a partir de la sección en la que se comprueba el cortante (sección 2 de las figuras 23.14*a* y 23.14*b*). El valor límite superior 0,02 de la cuantía nunca es operante en zapatas, ya que estos elementos tienen cuantías mucho más bajas.

Digamos finalmente que en zapatas rectangulares sólo es necesario comprobar la resistencia a cortante en la dirección del vuelo mayor.

c) Comprobación a punzonamiento

Sólo en casos muy poco frecuentes de cargas elevadas y suelos de baja resistencia, en los que resulten zapatas con vuelos excepcionalmente altos, $v > 3{,}5h$, puede ser determinante la comprobación a punzonamiento. En estos casos se comprobará que en la sección crítica indicada en la fig. 23.14*c* se cumple la condición (véase apartado 20.13):

$$\tau_{sd} = \frac{\beta \cdot F_{sd}}{u_1 \cdot d} \leq \tau_{rd}$$

con los siguientes significados:

τ_{sd} = tensión nominal de cálculo en el perímetro de la sección crítica (perímetro crítico);
F_{sd} = esfuerzo de punzonamiento de cálculo;
β = coeficiente que tiene en cuenta la excentricidad de la carga, si existe (si no existe, $\beta = 1$);
u_1 = perímetro crítico;
d = canto útil medio de la zapata, $d = (d_x + d_y)/2$;
τ_{rd} = tensión máxima resistente en el perímetro crítico.

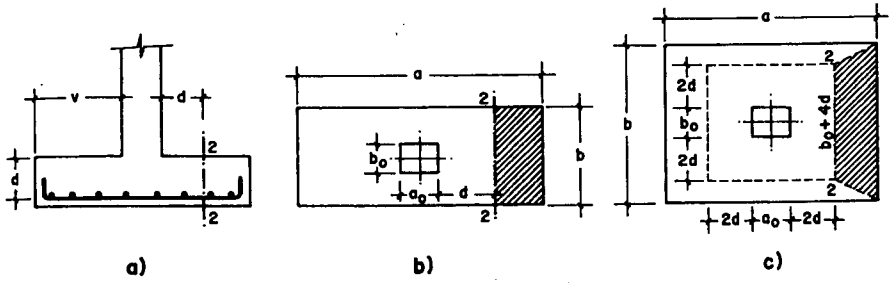


Figura 23.14 Comprobaciones a esfuerzo cortante y a punzonamiento

El esfuerzo de punzonamiento F_{sd} es la resultante de las presiones del terreno que actúan en el exterior de la sección crítica. Para cargas centradas se tomará $\beta = 1$.

Como tensión máxima τ_{rd} resistente del hormigón en el perímetro crítico puede tomarse el mismo valor de la resistencia convencional del hormigón a cortante, f_{cv}, definido anteriormente (comprobación a cortante).

5.° ANCLAJE Y DISPOSICIÓN DE LAS ARMADURAS

Las armaduras formarán un emparrillado que se prolongará sin reducción hasta los bordes de la zapata. En *zapatas rígidas* ($v \leq 2h$), como se ha indicado en el punto 3.° de este apartado, deben anclarse con especial cuidado, doblando las barras (fig. 23.15*a*) y prolongándolas una longitud de anclaje, o bien usando barras transversales soldadas.

En *zapatas flexibles* ($v > 2h$) el anclaje se cuenta a partir del punto B que dista d de la sección de cálculo 1-1 (fig. 23.15*b*). Como la armadura necesaria en el punto B es nula, puede adoptarse para la longitud de anclaje (véase 9.5-4.°*c*) el mayor de los valores, $0{,}3 \cdot l_b$, 10 ∅ ó 15 cm, en donde l_b es la longitud de anclaje por prolongación recta en posición I, pudiendo resultar que no sea necesario doblar las armaduras, pero siempre se prolongarán hasta el extremo de la zapata.

En las zapatas rectangulares, la armadura paralela al lado mayor a se podrá distribuir uniformemente en todo el ancho b. Sin embargo, la armadura paralela al lado menor b se concen-

trará más en la banda central de ancho $a_1 = b \leq a_o + 2h$ (fig. 23.13), en la que se dispondrá la fracción $U \cdot 2a_1/(a + a_1)$. El resto se repartirá uniformemente en las dos bandas laterales. Por último, se recomienda que la sección total de armadura, en una dirección, no sea inferior al 20 por 100 de la correspondiente a la otra dirección.

Las armaduras del emparrillado deben formarse con barras de diámetro grande siempre que lo permitan las condiciones de adherencia y deben colocarse con importantes recubrimientos (del orden de cinco centímetros) con objeto de evitar la corrosión. Se recomienda no emplear diámetros menores de 12 milímetros ni mayores de 25, con separaciones máximas entre barras de 30 centímetros.

Las zapatas bajo soportes de hormigón armado deben llevar unas *armaduras en espera* (fig. 23.15), coincidentes con las armaduras de los mismos, con sus correspondientes cercos. Las longitudes de solapo, l_o, y de anclaje, l_b, de estas armaduras, se determinarán de acuerdo con lo indicado en los apartados 9.5 y 9.6 de esta obra. Puede ocurrir que el valor de l_b sea superior al canto de la zapata, en cuyo caso es necesario aumentar el número de las barras en espera (con la consiguiente disminución de su diámetro) de modo que el valor de l_b sea el adecuado.

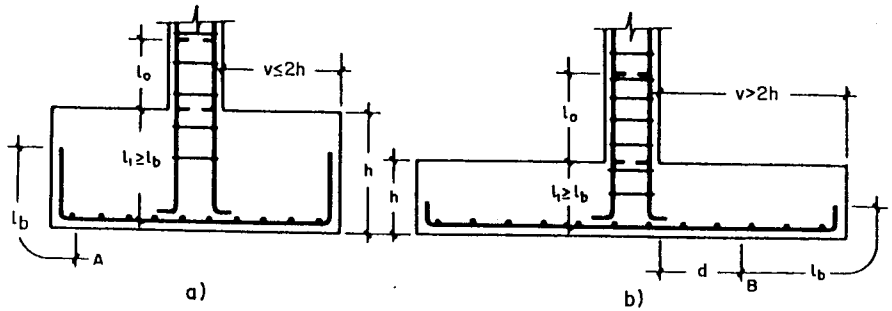


Figura 23.15 Anclaje de barras en zapatas rígidas (*a*) y flexibles (*b*)

6.° ZAPATAS DE HORMIGÓN EN MASA

Las zapatas aisladas de hormigón en masa se emplean para cargas pequeñas en obras de poca importancia o en casos especiales en los que el terreno firme esté a una profundidad que aconseje aumentar el canto, resultando en otros casos antieconómicas. Suelen ser de espesor constante y se recomienda que el vuelo v no supere al canto h ($v \leq h$).

La comprobación a flexión se efectúa determinando el momento M_d en la sección 1-1, de la misma forma indicada para las zapatas armadas (véase el punto 4.°*a* de este apartado y la fig. 23.13). La máxima tracción del hormigón, determinada por el método clásico, debe conservarse inferior a la resistencia de cálculo del hormigón a flexotracción $f_{ct,d}$. De acuerdo con la Instrucción española debe ser:

$$\sigma_{ct} = \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h^2} \leq f_{ct,d} = \frac{0{,}21 \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \quad (\text{N/mm}^2)$$

en donde b es el ancho de la zapata, h el canto, f_{ck} la resistencia de proyecto del hormigón en N/mm^2, y γ_c su coeficiente de seguridad (normalmente $\gamma_c = 1{,}5$).

La comprobación a cortante se efectúa en la misma sección 2-2 indicada para las zapatas armadas (véase el punto 4.°*b* de este apartado y la fig. 23.14). Como resistencia virtual del hormigón a cortante se tomará en este caso $f_{cv} = f_{ct,d}$, es decir, el mismo valor que para la comprobación a flexión.

7.° EJEMPLO DE ZAPATA DE HORMIGÓN ARMADO

Se pretende dimensionar la zapata de cimentación para un soporte de hormigón de sección $a_o = 0{,}40$ m y $b_o = 0{,}30$ m, armado con 4 ∅ 20; esfuerzos axiles de servicio y de cálculo $N = 900$ kN y $N_d = 1395$ kN. Los materiales son un hormigón HA-25 y un acero B 500 S. Los coeficientes de seguridad: $\gamma_c = 1{,}5$, $\gamma_s = 1{,}15$. La presión admisible sobre el terreno, $\sigma_{adm} = 160$ kN/m^2. El ancho de la zapata viene impuesto: $b = 1{,}80$ m.

a) Predimensionamiento

El coeficiente para tener en cuenta el peso propio de la zapata valdrá:

$$\beta = \frac{14 - 0{,}02 \cdot \sigma_{adm}}{100} = 0{,}108$$

El área en planta necesaria valdrá:

$$A = \frac{N(1+\beta)}{\sigma_{adm}} = 6{,}23 \text{ m}^2$$

y las dimensiones serán:

$b = 1{,}80$ m

$a = A/b = 3{,}46$ m, que se redondea a $a = 3{,}50$ m

Los vuelos valdrán:

$v_a = (a - a_o)/2 = 1{,}55$ m

$v_b = (b - b_o)/2 = 0{,}75$ m

y el mayor de ellos:

$v = v_a = 1{,}55$ m

La presión del terreno para el cálculo estructural valdrá:

$$\sigma_t = \frac{N_d}{a \cdot b} = 221 \text{ kN/m}^2$$

El canto útil recomendado valdrá:

$$d = \frac{1{,}1\sigma_t}{\sigma_t + 370} v = 0{,}638 \text{ m}$$

Suponiendo que el canto total sea $h = d + 0{,}06$ m resulta un canto teórico $h = 0{,}698$ m que se redondea al valor múltiplo de 5 cm superior: $h = 0{,}70$ m, de donde resulta un canto útil $d = h - 0{,}06 = 0{,}64$ m, con lo que la zapata queda predimensionada.

b) Comprobación de la presión sobre el terreno

El peso de la zapata valdrá:

$$P = 25 \cdot a \cdot b \cdot h = 110 \text{ kN}$$

La presión sobre el terreno resultará:

$$\sigma = \frac{N + P}{a \cdot b} = 160 \text{ kN/m}^2 = \sigma_{adm}$$

c) Cálculo a flexión y cortante

La zapata es flexible, ya que $v/h = 2{,}21 > 2$. A continuación se calculan las armaduras principales en la dirección a, que es la del vuelo mayor.

Momento flector: $M_d = \frac{1}{2}\,\sigma_t \cdot b\,(v + 0{,}15a_o) = 517$ m·kN
Momento reducido: $\mu = M_d / (f_{cd} \cdot b \cdot d^2) = 0{,}0420$
Cuantía mecánica: $\omega = \mu\,(1 + \mu) = 0{,}0438$
Capacidad mecánica: $U = \omega \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d = 839$ kN
Área de armadura: $A_s = U / f_{yd} = 19{,}29$ cm²
Cuantía geométrica: $\rho = A_s/(b \cdot d) = 0{,}00174 < \rho_{min} = 0{,}0018$
Área de armadura: $A_s = \rho_{min} \cdot b \cdot d = 20{,}7$ cm² $\Rightarrow$ 11 Ø 16 = 22,11 cm²
Cortante actuante: $V_d = \sigma_t \cdot b\,(v - d) = 363$ kN
Resistencia virtual: $f_{cv} = 0{,}12\,\xi\,(100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} = 0{,}3$ [illegible] N/mm² = 316 kN/m²
Cortante último: $V_{cu} = f_{vd} \cdot b \cdot d = 364$ kN

Por tanto, la comprobación a cortante resulta satisfecha para el canto recomendado. En la dirección más corta no es necesario calcular, bastar la cuantía geométrica mínima. El área de armaduras en dicha dirección será $A_s = \rho_{min} \cdot a \cdot d = 40{,}3$ cm² que se disponen en 20 Ø 16. La comprobación a punzonamiento tampoco es necesaria.

La armadura paralela al lado mayor a se distribuye uniformemente. De la armadura paralela al lado menor b, una fracción $2b/(a+b) = 67$ por 100, igual a 14 Ø 16, se dispone en la parte central de anchura 1,80 m; del resto, se disponen 3 Ø 16 en cada banda lateral (fig. 23.16).

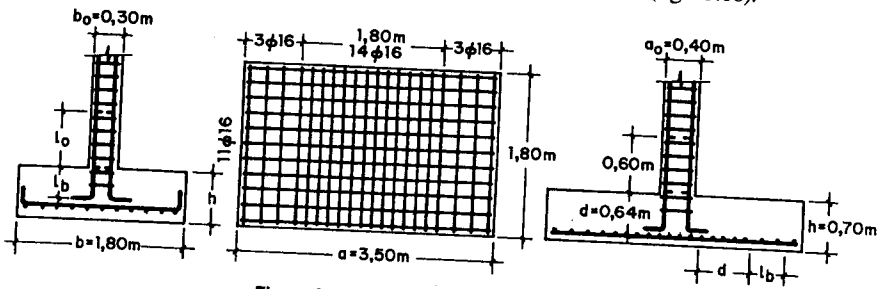


Figura 23.16 Armado de la zapata del ejemplo

d) Comprobación de los anclajes

Como la zapata es flexible, las longitudes de anclaje se contarán a partir de una distancia $d = 0{,}64$ m de la sección 1 (fig. 23.13).

De acuerdo con 9.5-5.°, la longitud de anclaje recto, en posición I, es $l_b = 0{,}40$ m para Ø 16, que cabe perfectamente sin necesidad de doblar.

Respecto a la armadura en espera, si se disponen 4 Ø 20 como en el soporte, la longitud de anclaje es $l_b = 0{,}60$ m, que caben en la zapata. Si no hubiesen cabido por falta de canto en la zapata, la armadura en espera habría debido formarse con 8 Ø 16 cuya longitud de anclaje es $l_{b,\,neto} = 0{,}31$ m, perfectamente aceptable[1]. Por último, la longitud de solapo correspondiente a las barras Ø 20 del soporte es $l_o = l_b = 0{,}60$ m.

23.4 Zapatas continuas bajo muro

Las zapatas continuas o corridas se emplean en las cimentaciones de muros y su estudio se efectúa sobre un tramo de una unidad de longitud (fig. 23.17).

[1] Recuérdese que para barras en compresión la longitud neta de anclaje es $l_{b,neto} = l_b \cdot A/A_{s,real} \geq 0{,}66 \cdot l_b \geq 10\,\text{Ø} \geq 15$ cm.

Las definiciones, notaciones y criterios expuestos para las zapatas aisladas son aplicables a las zapatas corridas, con las lógicas adaptaciones. El cálculo sigue también una marcha análoga, salvo las pequeñas modificaciones que se indican a continuación.

1.° PREDIMENSIONAMIENTO

El ancho a de la zapata se determina en función de la carga del muro y la presión admisible para el terreno. Suponiendo distribución uniforme de presiones, resulta:

$$a = \frac{N + P}{\sigma_{adm}} = \frac{N(1+\beta)}{\sigma_{adm}}$$

$$\text{con} \quad \beta = \frac{14 - 0{,}014\,\sigma_{adm}}{100}$$

en donde N es la carga de servicio (sin mayorar) por unidad de longitud de muro, P el peso propio de la zapata por metro, que se estima mediante $P = \beta \cdot N$, y σ_{adm} la presión admisible sobre el terreno en kN/m².

Para el cálculo estructural se prescinde del peso propio de la zapata. Por razones económicas, el canto debe ser el menor posible que no requiera disponer armadura de cortante. Se recomienda elegir el canto:

$$d = \frac{1{,}1\,\sigma_t}{\sigma_t + 370}\,v \geq 0{,}24$$

siendo:

$\sigma_t = N_d/a$ = presión uniforme del terreno sobre la zapata (kN/m²);
N_d = axil mayorado transmitido por el muro a la zapata, por metro lineal (kN/m);
$v = (a - a_o)/2$ = vuelo de la zapata;
a = ancho de la zapata;
a_o = ancho del muro;

ya que este canto recomendado está muy cercano al óptimo y permite evitar, en la mayoría de los casos, la comprobación de cortante.

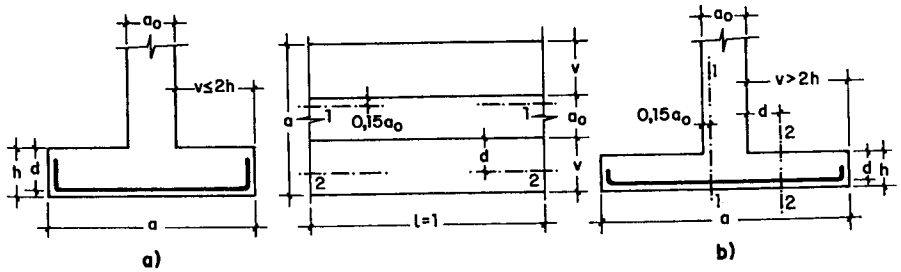


Figura 23.17 Zapata continua bajo muro

2.° ARMADURAS EN ZAPATAS RÍGIDAS

En las zapatas rígidas, o sea, en aquellas en que sea $v < 2h$, la capacidad mecánica de la armadura principal de tracción vendrá dada por la expresión:

$$T_d = U_s = \frac{N_d}{6{,}8d}(a - a_o) = A_s \cdot f_{yd}$$

con $f_{yd} \geq 400$ N/mm² y siendo el significado de las variables el representado en la fig. 23.12.

Esta armadura debe disponerse sin reducción de sección en toda la longitud de la zapata y anclarse con especial cuidado por las razones indicadas para las zapatas rígidas aisladas. Las cuantías geométricas mínimas exigidas por la Instrucción española que, como se ha dicho más arriba, suelen ser determinantes, son las siguientes:

$\rho \geq 0{,}0020$ para acero B 400 S
$\rho \geq 0{,}0018$ para acero B 500 S

3.° ARMADURAS EN ZAPATAS FLEXIBLES

En las zapatas flexibles, la armadura de tracción se determina en la sección 1-1 situada a $0{,}15 \cdot a_o$ del paramento del muro de hormigón (fig. 23.17).[1] El momento por unidad de longitud es:

$$M_d = \frac{N_d}{2a}\left(\frac{a-a_o}{2} + 0{,}15 \cdot a_o\right)^2$$

a partir del cual se determina la armadura de la sección $1 \times d$. Sobre la armadura principal y perpendicularmente a ella (paralelamente al muro) se dispondrá otra de reparto no menor que el 20 por 100 de la principal.

4.° COMPROBACIÓN A CORTANTE Y PUNZONAMIENTO

La comprobación a cortante sólo es necesaria para las zapatas flexibles. De acuerdo con la Instrucción española, se toma como sección de referencia la 2-2 (fig. 23.17), separada d del paramento del muro. Debe verificarse:

$$V_d = \sigma_1 (v-d) \leq f_{cv} \cdot d$$

tomándose como resistencia virtual del hormigón a cortante, f_{cv}, el mismo valor indicado en el apartado 23.3-4.°*b* para zapatas aisladas.

La comprobación a punzonamiento no es necesaria para zapatas continuas bajo muro.

5.° ANCLAJE DE LAS ARMADURAS

Las comprobaciones de anclaje son análogas a las indicadas para las zapatas individuales en el apartado 23.3-5.°.

23.5 Zapatas aisladas bajo carga excéntrica. Zapatas de medianería

Como se ha dicho en el apartado 23.3-1.°, si la carga $N+P$ sobre la zapata actúa con una excentricidad relativa $\eta = e/a$ menor de 1/90, donde a es la dimensión correspondiente de la zapata, se puede despreciar la excentricidad y calcular la zapata con carga centrada, siendo los errores normalmente menores del 5 por 100 y por tanto admisibles.

[1] Si el muro es de ladrillo o mampostería, la sección 1-1 se toma a una distancia $0{,}25 \cdot a_o$ del paramento.

Para excentricidades mayores, la zapata puede seguir calculándose con carga centrada, pero conviene cubrirse frente a estos errores. Si la excentricidad relativa $\eta = e/a$ está comprendida entre 1/90 y 1/9 ello puede hacerse, de forma aproximada, multiplicando las cargas por los siguientes factores:

- Para cálculos geotécnicos (comprobación de presiones del suelo): $\gamma_g = 1 + 3\eta$
- Para cálculos estructurales (comprobación de flexión y cortante): $\gamma_e = 1 + 4{,}5\eta$

Por último, si la excentricidad relativa es mayor de 1/9, o si se desea afinar el dimensionamiento de la zapata, ésta debe calcularse con carga excéntrica, aplicando los métodos que se exponen a continuación.

La distribución de presiones sobre el terreno se determina como se vio en el apartado 23.2-6.°*c* y el cálculo del hormigón se efectúa siguiendo criterios análogos a los indicados para el caso de carga centrada (apartados 23.3-3.° y 4.°), pero sustituyendo la distribución uniforme por la trapecial o triangular resultante.

Si la zapata es rígida, para obtener las armaduras se aplicará el modelo de bielas y tirantes de la figura 23.18. La carga N_d y el momento M_d provenientes del soporte se sustituyen por la pareja de cargas equivalentes N_{1d} y N_{2d} situadas con una excentricidad $a_o/4$, siendo a_o la dimensión del soporte, que actúan sobre los nudos superiores de la celosía del modelo. En los nudos inferiores de la misma actúan las reacciones R_{1d} y R_{2d}, resultantes de las presiones del terreno sobre las mitades izquierda y derecha de la zapata, respectivamente. La reacción izquierda y su excentricidad valen:

$$R_{1d} = \frac{N_d}{2}(1+3\eta) \qquad \text{y} \qquad x_1 = a\,\frac{1+4\eta}{4+12\eta}$$

siendo $\eta = M_d/(N_d \cdot a)$ la excentricidad relativa de la carga del soporte. La armadura se obtiene por medio de la expresión:

$$T_d = \frac{R_{1d}}{0{,}85\,d}(x_1 - 0{,}25\,a) = U_s = A_s \cdot f_{yd}$$

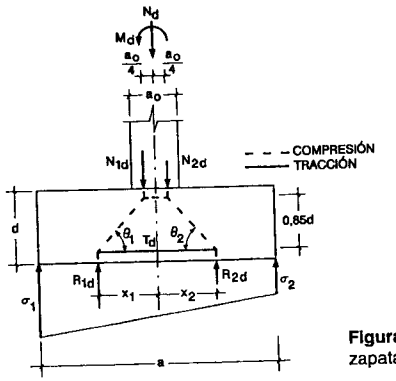


Figura 23.18 Modelo de bielas y tirantes para zapata rígida bajo carga excéntrica

Si la zapata es flexible, la sección de referencia es la indicada en la figura 23.19 (sección 1-1) y el momento flector en dicha sección vale:

$$M_d = b\,(v + 0{,}15a_o)^2\left[\frac{1}{2}\sigma_{1d} + \frac{1}{3}(\sigma_{max,d} - \sigma_{1d})\right]$$

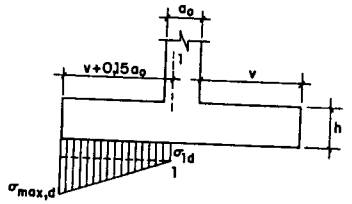


Figura 23.19 Cálculo a flexión de zapata aislada flexible bajo carga excéntrica

En el cálculo de la armadura principal conviene tener presente que los momentos pueden a veces cambiar de signo (como sucede, por ejemplo, si se deben a acciones de viento o sismo que cambian de sentido), por lo que las presiones máximas pueden producirse en cualquiera de los bordes de la zapata.

El caso más frecuente en la práctica es el de las *zapatas de medianería* (fig. 23.20). En este caso, al no ser uniforme la distribución de presiones, la zapata tiende a girar, produciendo acciones horizontales sobre la estructura y sobre el terreno.

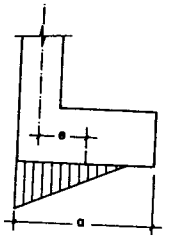


Figura 23.20 Zapata de medianería

Entre las distintas soluciones que existen para resolver el problema de las zapatas de medianería, se estudian a continuación las dos más recomendables: la de la *viga centradora*, que se utiliza cuando las cargas son importantes, y la del *tirante embebido en el forjado*, para cargas de poca importancia.

1.° ZAPATAS DE MEDIANERÍA CON VIGA CENTRADORA

Si se une la zapata del soporte de fachada con la correspondiente al soporte inmediato interior mediante una *viga de gran rigidez*, puede conseguirse una distribución uniforme para las presiones del terreno (fig. 23.21).

Como la rigidez de esta cimentación es muy grande respecto a las correspondientes a los soportes, sus esfuerzos pueden calcularse suponiendo que está apoyada en los mismos. Si N_1 y N_2 son las cargas de servicio transmitidas por los soportes, y P_1 y P_2 los pesos propios de la cimentación, las resultantes de las reacciones del terreno, R'_1 y R'_2, se determinan mediante las ecuaciones de equilibrio de esfuerzos:

$$(N_1+P_1)+(N_2+P_2)=R'_1+R'_2 \qquad R'_1=N_1\cdot\frac{l}{l-e}+P_1$$

$$N_1\cdot l=(R'_1-P_1)(l-e) \qquad R'_2=N_2+P_2-N_1\cdot\frac{e}{l-e}$$

Para que el problema tenga solución es necesario que $R'_2>0$ pues, en caso contrario, la viga centradora podría levantar el soporte interior.

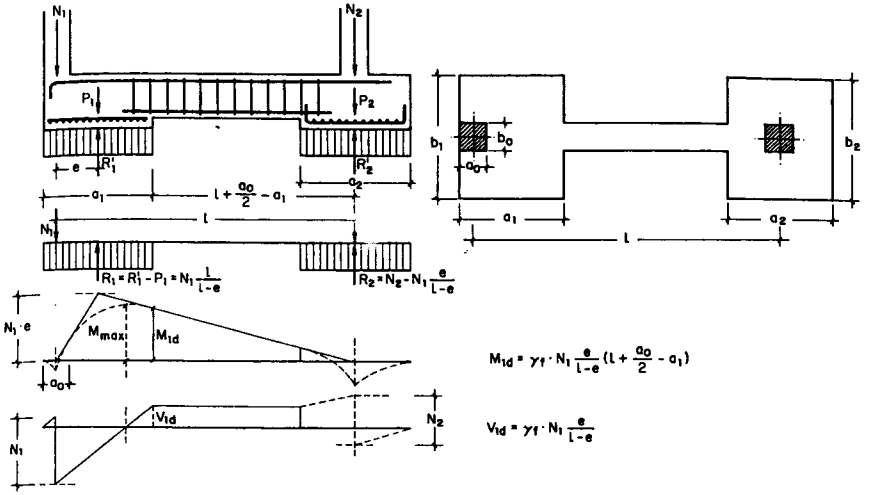


Figura 23.21 Zapata de medianería con viga centradora

a) Dimensionamiento

Para el canto de las zapatas y las dimensiones de la viga centradora deben tomarse valores elevados con objeto de dar rigidez al conjunto. Las dimensiones en planta de las zapatas se determinan, en función de la presión admisible para el terreno, mediante las ecuaciones:

$$\frac{R'_1}{a_1\cdot b_1}=\sigma_{adm}; \qquad \frac{R'_2}{a_2\cdot b_2}=\sigma_{adm}$$

que será necesario resolver por tanteos al no conocerse, en principio, el peso propio de las zapatas.

Para el cálculo estructural se prescinde del peso propio de la cimentación, es decir, se consideran como acciones del terreno los valores:

$$\sigma_{t1}=\frac{R_{1d}}{a_1\cdot b_1} \qquad R_1=N_{1d}\cdot\frac{l}{l-e}$$

$$\sigma_{t2}=\frac{R_{2d}}{a_2\cdot b_2} \qquad \text{con} \qquad R_2=N_{2d}-N_{1d}\cdot\frac{e}{l-e}$$

b) Cálculo de la viga centradora

Como ya ha sido indicado, puede admitirse que la viga centradora está apoyada en los soportes y que sobre ella actúan dos cargas uniformes de longitudes a_1 y a_2, cuyas resultantes son, respectivamente (fig. 23.21):

$$R_{1d}=N_{1d}\cdot l/(l-e) \qquad \text{y} \qquad R_{2d}=N_{2d}-N_{1d}\cdot e/(l-e)$$

Las reacciones en los apoyos de esta viga son N_{1d} y N_{2d}.

En el caso más frecuente de que el canto de la viga no supera a los de las zapatas, el armado de la viga centradora se efectúa con el momento M_{1d} y el cortante V_{1d} correspondientes al extremo interior de la zapata de medianería; sus valores se han indicado a la derecha[1] de la figura 23.21. La zona de estribos debe prolongarse medio canto en el interior de la zapata.

[1] El momento y el cortante máximos no son operantes por corresponder a secciones de hormigón mucho mayores.

c) Cálculo de la zapata de medianería

Puede admitirse que la zapata está apoyada en la viga centradora, por lo que el cálculo a flexión se hace como en el caso de zapatas continuas (véase 23.4). La armadura principal, paralela a la medianería, se determina como si se tratase de dos voladizos sometidos a la carga $\sigma_{t1} = R_{1d}/(a_1 \cdot b_1)$. Sobre la armadura principal se dispondrá una armadura de reparto (fig. 23.21).

La comprobación a cortante de las secciones normales a la medianería se efectúa también como en las zapatas continuas.

d) Cálculo de la zapata interior

El cálculo de la zapata interior se efectúa como el de una zapata aislada (véase 23.3), considerando como acción del terreno el valor $\sigma_{t2} = R_{2d}/(a_2 \cdot b_2)$.

2.° ZAPATAS DE MEDIANERÍA CON TIRANTE EMBEBIDO EN EL FORJADO

Otra solución para resolver las zapatas de medianería consiste en absorber el par de fuerzas que se origina en la zapata mediante un tirante embebido en el forjado y el rozamiento del terreno (fig. 23.22). En este método, que se recomienda para soportes con cargas pequeñas, también puede admitirse una distribución uniforme de presiones.

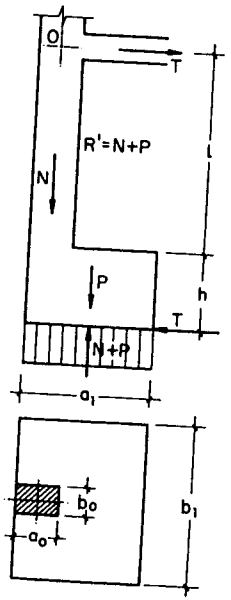


Figura 23.22 Zapata de medianería con tirante embebido en el forjado

Tomando momentos respecto al punto O, resulta:

$$T \cdot (l+h) = N_d \cdot \frac{a_1 - a_o}{2}; \qquad T = N_d \cdot \frac{a_1 - a_o}{2(l+h)}$$

En la viga de forjado será necesario disponer una armadura suplementaria de tracción cuya capacidad mecánica es:

$$U = A \cdot f_{yd} = T = N_d \frac{a_1 - a_o}{2(l+h)}$$

La comprobación a deslizamiento de la zapata se efectúa de acuerdo con lo indicado en 23.2-5.°:

$$(N+P) \cdot \mathrm{tg}\frac{2}{3}\varphi \geq \gamma_2 \cdot T \text{ (suelos sin cohesión)}$$

$$a_1 \cdot b_1 \cdot 0{,}5 \cdot c \geq \gamma_2 \cdot T \text{ (suelos cohesivos)}$$

en donde φ es el ángulo de talud natural del suelo, c su cohesión y γ_2 el coeficiente de seguridad, para el que puede tomarse $\gamma_2 = 1{,}5$ a $1{,}8$.

El inconveniente de esta solución es que aparece un *momento flector adicional en el soporte*, $\Delta M_d = T \cdot l$, con lo que el momento total del mismo será $M_d + \Delta M_d$. Con objeto de disminuir dicho momento conviene adoptar valores pequeños para el ancho a_1 de la zapata, y valores grandes tanto para el canto h de la misma como para el canto del soporte, a_o.

a) *El dimensionamiento de la zapata en planta* se hace, como siempre, en función de la presión admisible del terreno: $(N + P)/(a_1 \cdot b_1) = \sigma_{adm}$. Para el cálculo estructural de las piezas de hormigón se considera la presión del terreno $\sigma_t = N_d/(a_1 \cdot b_1)$.

b) *Para el cálculo a flexión* puede considerarse la viga virtual en voladizo $A'\,B'\,C'\,D'$ (fig. 23.23), en la que se apoya la losa $ABCD$. La mencionada viga tiene un canto h, un ancho $b_o + 2d$, y un vuelo $a_1 - a_o$. La determinación de la armadura principal, A_1, puede hacerse a partir del momento:

$$M_{1d} = N_d \cdot \frac{(a_1 - a_o)^2}{2a_1}$$

que corresponde a la sección del paramento del soporte y que se ha determinado prescindiendo de la acción tangencial del terreno, en favor de la seguridad. Esta armadura se colocará repartida en el ancho $B'C'$.

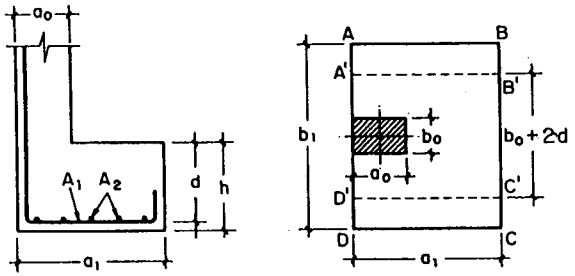


Figura 23.23 Cálculo a flexión de una zapata de medianería

La losa $ABCD$ está formada por dos voladizos de ancho a_1 y vuelo $b_1/2$. El momento flector máximo es:

$$M_{d2} = \frac{N_d}{8} \cdot b_1$$

a partir del cual se determina la armadura A_2, que se dispone uniformemente repartida en todo el ancho a_1. En las zonas *ABB'A'* y *D'C'CD* se dispondrá una armadura de reparto, normal a A_2, igual al 20 por 100 de esta última armadura. Se comprobarán la adherencia y anclaje de todas las barras.

Por último, es conveniente comprobar también a cortante las dos secciones ortogonales separadas un canto útil d de los paramentos del pilar, tomando como resistencia virtual del hormigón a cortante, f_{vd}.

23.6 Zapatas combinadas. Zapatas continuas bajo pilares

A veces es necesario disponer una zapata común a varios soportes alineados, bien por las características del terreno, bien para reducir posibles asientos diferenciales e incluso, en algunos casos, para resolver el problema de las zapatas de medianería.

1.° ZAPATAS COMBINADAS

La cimentación común a dos soportes se llama *zapata combinada.* Su planta suele ser rectangular y *su centro de gravedad debe coincidir con el punto de paso de la resultante de las cargas de los soportes.* La sección transversal de estas zapatas puede ser rectangular o en T invertida (fig. 23.24). En ambos casos se adopta un canto suficientemente grande para dar rigidez al conjunto y poder admitir una presión uniforme del terreno.

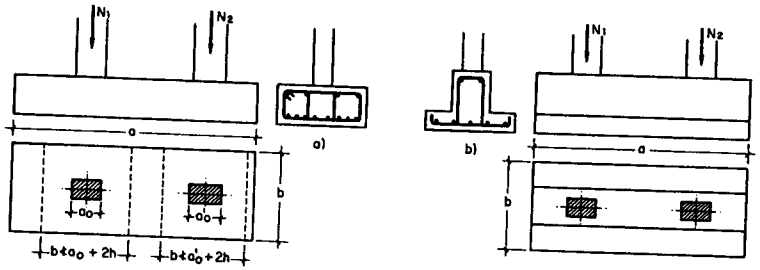


Figura 23.24 Zapata combinada

a) *Las dimensiones en planta de la zapata* pueden determinarse por tanteos en función de la presión admisible del terreno, admitiendo, en principio, un peso de la cimentación del orden del 10 por 100 de la carga total, $N_1 + N_2$, de los soportes.

b) *La armadura longitudinal de flexión* se determina considerando la zapata como una viga apoyada en los dos soportes, con dos voladizos, sometida a la carga del terreno

$$\sigma_t = (N_{1d} + N_{2d})/(a \cdot b);$$

esta armadura se distribuirá uniformemente en todo el ancho de la zapata.

c) *La armadura de flexión transversal,* en el caso de *zapatas de sección rectangular,* se determina considerando dos voladizos de vuelo $b/2$, sometidos a la carga del terreno σ_t; es decir, a partir del momento:

$$M_d = \frac{b}{8} \cdot (N_{1d} + N_{2d})$$

La armadura total correspondiente a este momento se dispondrá concentrada en las dos zonas centradas bajo los soportes, de anchos $b \lessdot a_o + 2h$ y $b \lessdot a'_o + 2h$, respectivamente (fig. 23.24*a*). En las otras tres zonas de la planta de la zapata se dispondrá una armadura igual al 20 por 100 de la longitudinal.

En el caso de *zapatas de sección en T invertida,* la armadura de flexión transversal se determina igual que en las zapatas continuas bajo muro (23.4-2.°) y se dispone uniformemente repartida en toda la longitud de la misma (fig. 23.24*b*).

d) *La comprobación a cortante* se efectúa exactamente igual que en las vigas, siendo necesario disponer siempre estribos, aunque sean los mínimos.

Por último, conviene indicar que la armadura de flexión transversal también puede aprovecharse para formar los estribos.

2.° ZAPATAS CONTINUAS BAJO PILARES

Las zapatas continuas o corridas bajo pilares son cimentaciones comunes a tres o más soportes alineados (fig. 23.25). Las armaduras longitudinales se obtienen a partir de los esfuerzos que resultan del cálculo como viga flotante, si bien, en algunos casos, pueden introducirse simplificaciones notables (véase apartado 23.2-6.°*b*). Tanto las armaduras de flexión transversal como las de esfuerzo cortante se determinan como se ha indicado en el punto 1.° anterior para las zapatas combinadas. No está justificado el cálculo de la zapata como viga continua invertida apoyada en los soportes, ya que, además de su mayor complicación, presupone que la deformación elástica de la zapata no produce desnivelaciones entre los pilares (lo que es incorrecto), resultando reacciones en los mismos que no coinciden con las cargas conocidas. Para mayor información, puede verse *Calavera, 1991.*

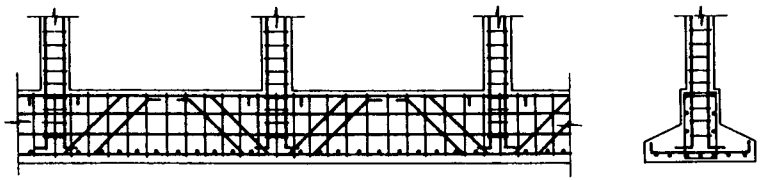


Figura 23.25 Zapata corrida bajo pilares

23.7 Losas

Como se dijo en el apartado 23.1-3.°, debe preferirse una cimentación por losa a la solución de zapatas cuando el terreno tenga poca resistencia o sea relativamente heterogéneo, para repartir mejor la carga y reducir los asientos diferenciales; así como cuando existan subpresiones. La losa suele resultar más barata si la superficie total de las zapatas es más de la mitad de la superficie cubierta por el edificio.

1.° TIPOS DE LOSAS

Los tipos de losas de cimentación más frecuentes son los siguientes (fig. 23.26):

- *Losa de espesor constante* (fig. 23.26*a*), que tiene la ventaja de su gran sencillez de ejecución. Si las cargas y las luces no son importantes, el ahorro de encofrados puede compensar el mayor volumen de hormigón necesario.

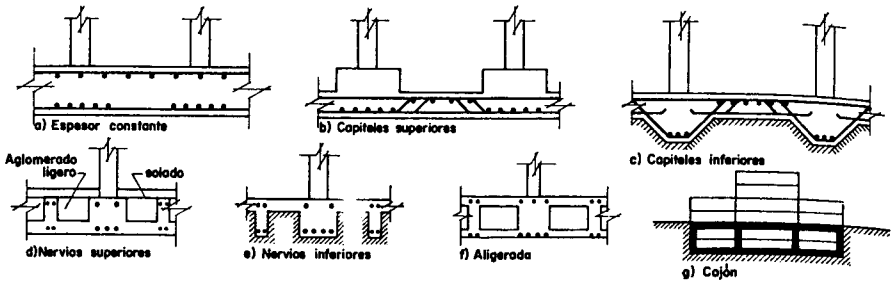


Figura 23.26 Diferentes tipos de losas de cimentación

- *Losa con capiteles,* para aumentar el espesor bajo los pilares y mejorar la resistencia a flexión y cortante. Los capiteles pueden ser superiores (fig. 23.26*b*) o inferiores (fig. 23.26*c*), teniendo estos últimos la ventaja de realizarse sobre la excavación y dejar plana la superficie del sótano.
- *Losa nervada,* con nervios principales bajo los pilares y otros secundarios. Los nervios pueden ser superiores (fig. 23.26*d*) o inferiores (fig. 23.26*e*). En el caso de nervios superiores el encofrado es más complicado, y suele ser necesario el empleo de un relleno de aglomerado ligero y un solado independiente para dejar plana la superficie superior.[1] Los nervios inferiores pueden normalmente hacerse sobre la excavación.
- *Losa aligerada* (fig. 23.26*f*), evolución de la anterior, utilizando piezas huecas de hormigón u otro material como encofrado interior perdido. Así se cuenta con mayor canto y con una losa superior.
- *Losa cajón* (fig. 23.26*g*). Para conseguir una gran rigidez se puede formar una losa de varios pisos de altura, en la que colaboran los muros perimetrales e interiores del edificio.

2.° ESTABILIDAD Y ASIENTOS

Al proyectar una losa debe procurarse ante todo que la resultante de las acciones transmitidas por la estructura pase lo más cerca posible del centro de gravedad de la losa, para conseguir un reparto de presiones en el suelo lo más uniforme posible y evitar asientos diferenciales susceptibles de producir una inclinación del edificio en conjunto. Se recomienda que, para cualquier hipótesis de carga, la resultante caiga dentro de la llamada *zona de seguridad* de la losa, que es homotética del núcleo central de la losa con respecto al centro de gravedad de la misma, pero de dimensiones mitad que el núcleo central. Si no fuera posible conseguirlo habría que estudiar con detenimiento la distribución de presiones bajo la losa, evaluar con todo rigor los asientos y determinar las inclinaciones que puede tomar el edificio. En ningún caso se proyectará una losa tal que la resultante caiga fuera de su núcleo central.

La resistencia del suelo es normalmente sobrada para losas sobre arena o sobre arcilla dura. En el caso frecuente de losa sobre arcilla blanda, la carga teórica de hundimiento de la arcilla es independiente de las dimensiones de la losa y vale:

$$f = 5{,}14 \cdot f_v$$

[1] En las cimentaciones de grandes edificios a veces se prefiere disponer un forjado resistente y aprovechar los huecos para las instalaciones.

siendo f_v la resistencia de la arcilla al esfuerzo cortante sin drenaje, que deberá determinarse mediante ensayo. Las presiones bajo la losa, calculadas descontando el peso del suelo excavado, no superarán a la presión admisible, igual al cociente de f entre el coeficiente de seguridad, que, en la hipótesis más desfavorable, se tomará igual a 3.

Los asientos máximos en una losa no deben pasar de 5 cm si la losa se apoya sobre suelo sin cohesión (arena) ni de 7,5 cm si se apoya sobre suelo cohesivo (arcilla). La distorsión (apartado 23.2-4.°) máxima entre dos puntos cualesquiera de la cimentación debe limitarse a 1/500. Si el edificio proyectado consta de cuerpos de alturas diferentes, o el terreno de cimentación presenta zonas con desigualdades considerables, conviene disponer juntas en la losa y en la estructura para permitir los diferentes asientos. Si las desigualdades no son importantes, puede ser suficiente con disponer bandas de menor espesor en la losa (fig. 23.27), armadas de forma que transmitan los esfuerzos cortantes, para conseguir flexibilidad.

El cálculo de asientos en losas es todavía más complejo que en zapatas, ya que en ellos influye, además de la deformabilidad del suelo, la rigidez de la losa, en virtud de la cual los asientos producen una redistribución de esfuerzos.

Por ello, si por las características de la estructura o del terreno son de temer asientos superiores a los admisibles, debe acudirse a un especialista en cimentaciones.

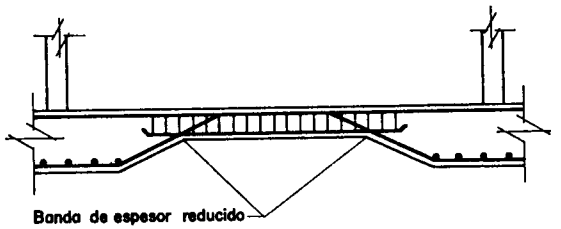


Figura 23.27 Losa de cimentación con una banda de menor espesor

3.° DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES Y CÁLCULO DE ESFUERZOS

La distribución de presiones del terreno bajo una losa, necesaria para el cálculo de esfuerzos en la misma, no es fácil de obtener. Como fácilmente se comprende, las losas son relativamente más flexibles que las zapatas. Suponer una distribución uniforme de la presión del terreno conduce, dadas las dimensiones de la losa, a una sobreestimación de los esfuerzos que puede incidir, decisivamente, en la economía de la misma.

Un procedimiento suficientemente correcto consiste en calcular la losa como *placa flotante.* La placa flotante se sustituye a su vez, a efectos de cálculo, por un *emparrillado sobre apoyos elásticos* equivalente, para lo cual se inscribe en la misma una retícula de vigas virtuales en dos direcciones (fig. 23.28). Es conveniente que los pilares coincidan con nudos de la retícula y que los nervios, si existen, coincidan con vigas virtuales. Cada uno de los nudos del emparrillado se supone apoyado en un muelle, cuya constante elástica se obtiene multiplicando el coeficiente de balasto del suelo por el área de la columna del mismo que corresponde a cada nudo. El emparrillado, sometido a las cargas de los pilares, se resuelve por medio de un programa de cálculo en ordenador, con lo que se obtienen directamente los esfuerzos (momentos flectores, torsores y esfuerzos cortantes) en las distintas barras del mismo, que sirven para el dimensionamiento. También se obtienen los descensos elásticos en los distintos puntos de la losa, proporcionales a las presiones del terreno.

44672

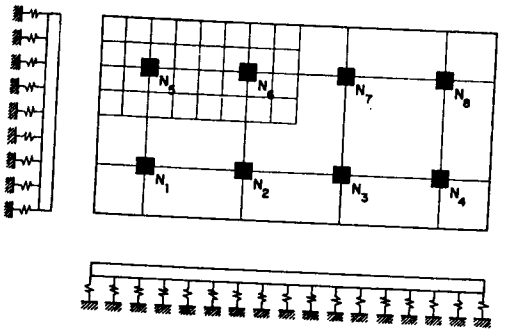


Figura 23.28 Emparrillado virtual sobre apoyos elásticos

Para losas de menor importancia es habitual utilizar *distribuciones aproximadas* de presiones. Si la losa fuera muy flexible (grandes luces en comparación con el canto) y el suelo poco deformable, podría suponerse un reparto triangular por trozos (fig. 23.29*a*). Para losas normales, puede suponerse reparto uniforme por trozos (fig. 23.29*b*). Si la losa fuera muy rígida (luces pequeñas en comparación con el canto) y el suelo muy deformable, habría que suponer reparto lineal global (fig. 23.29*c*).

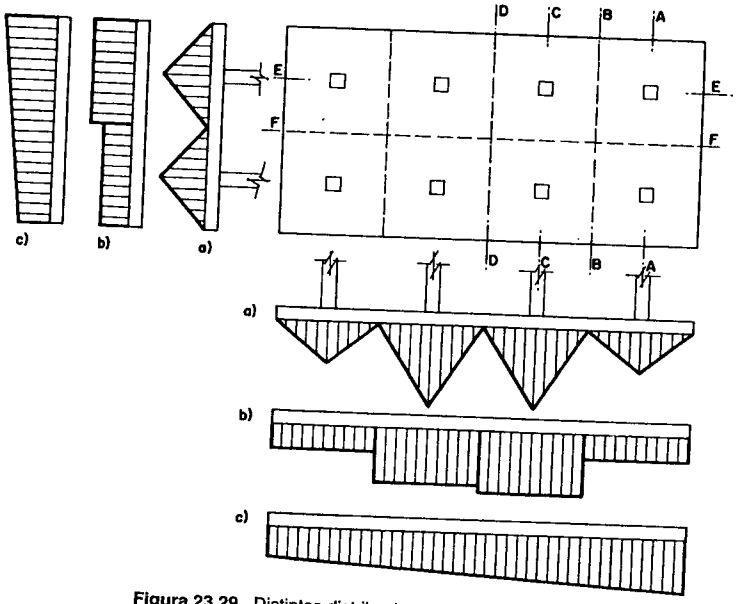


Figura 23.29 Distintas distribuciones de presiones

Conocidas las cargas de los pilares y las presiones del terreno (calculadas sin contar el peso de la losa), los esfuerzos se determinan isostáticamente por secciones en las dos direcciones (fig. 23.29). Las armaduras totales resultantes en estas secciones deben repartirse con buen criterio en las mismas, concentrando las barras en las bandas de pilares en forma análoga a como se hace en las placas sobre apoyos aislados (apartados 24.12-4.° y 6.°).

El cálculo de la losa como placa o emparrillado invertido apoyado en los pilares carece de justificación, ya que equivale a admitir que no se producen desnivelaciones entre los pilares (lo cual es incorrecto), y se obtienen reacciones en los mismos que no coinciden con las cargas dadas. Tampoco es recomendable el cálculo por vigas flotantes en dos direcciones, ya que suele partir de groseros repartos apriorísticos de la carga de los pilares en esas dos direcciones.

4.° DIMENSIONAMIENTO

Las dimensiones en planta de la losa deben elegirse de forma que la resultante de las cargas pase lo más cerca posible del centro de gravedad de la losa, como se ha indicado en el punto 2.° de este apartado. El canto se elige por consideraciones económicas. Si se reduce el canto aumentan las armaduras, aunque no proporcionadamente, ya que al hacerse la losa más flexible disminuyen los esfuerzos; en contrapartida, aumentan las presiones sobre el terreno y el comportamiento frente a los asientos se empeora. Como orden de magnitud puede considerarse un canto $h = (10l + 30)$ cm para las losas de espesor constante, siendo l la luz máxima entre pilares en metros. Para losas nervadas y aligeradas, el espesor de las placas entre nervios puede descender hasta unos 20 cm, aumentando, en cambio, el canto de los nervios.

Una vez obtenidos los esfuerzos en la losa, ésta se armará siguiendo los mismos criterios que en el caso de placas sobre apoyos aislados (apartado 24.12-6.°). Es conveniente usar barras de gran diámetro siempre que lo permitan las condiciones de adherencia (que se comprueban como se indica en el apartado 19.11), con recubrimientos importantes (del orden de 6 cm) para evitar la corrosión de las armaduras. La separación entre las barras no debe superar los 30 centímetros.

23.8 Pilotajes. Generalidades y cálculo de pilotes

Un pilotaje es una cimentación constituida por una zapata o encepado que se apoya sobre un grupo de pilotes o columnas, que se introducen profundamente en el terreno para transmitir su carga al mismo. Como se dijo en el apartado 23.1-3.°, los pilotajes se emplean cuando el terreno resistente está a profundidades mayores de los 5 ó 6 m, cuando el terreno es poco consistente hasta una gran profundidad, cuando existe gran cantidad de agua en el mismo y cuando hay que resistir acciones horizontales de cierta importancia.

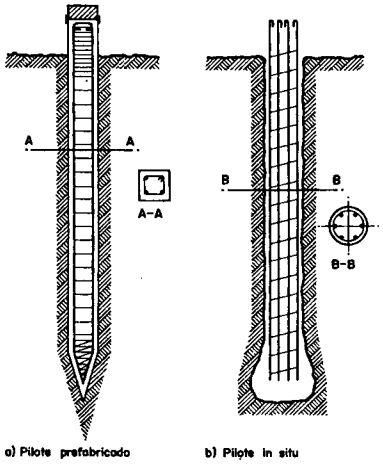


Figura 23.30 Dos tipos de pilotes

1.° TIPOS Y SISTEMAS DE PILOTES

Los principales *tipos de pilotes* de hormigón son los siguientes:

- *pilotes prefabricados* (fig. 23.30*a*), que se hincan en el terreno mediante máquinas del tipo martillo. Son relativamente caros, ya que deben ir fuertemente armados para resistir los esfuerzos que se producen en su transporte, izado e hinca. Pueden originar perturbaciones en el terreno y en estructuras próximas durante su hinca. Tienen la ventaja de que la hinca constituye una buena prueba de carga.
- *pilotes moldeados in situ* (fig. 23.30*b*), en perforaciones practicadas previamente mediante sondas de tipo rotativo. Generalmente son de mayor diámetro que los prefabricados y resisten mayores cargas.
- pilotes *mixtos*, realizados a partir de una perforación que se ensancha posteriormente inyectando hormigón a presión; o hincando pilotes prefabricados de mayor sección que la perforación.

Por su forma de trabajo, los pilotes se pueden clasificar en *pilotes columna,* en los que la punta se apoya en el terreno firme (arena compacta, grava, arcilla dura, roca, etc.) y trabajan predominantemente por punta, y *pilotes flotantes,* que son los que se apoyan en limos o arcillas fluidas y trabajan, predominantemente, por rozamiento lateral del fuste. En general, la capacidad de carga de un pilote es la suma de su resistencia de punta y su resistencia por rozamiento.

Existe un gran número de sistemas de ejecución y de variantes en cada uno de ellos, la mayor parte sujetos a patente y construidos por empresas especializadas que, normalmente, se encargan del proyecto del pilotaje. Por ello se verán a continuación únicamente las nociones fundamentales relacionadas con las cimentaciones por pilotajes.

2.° ENCEPADOS. GENERALIDADES Y CRITERIOS DE DISEÑO

Los encepados o zapatas sobre pilotes son piezas prismáticas de hormigón armado que transmiten y reparten la carga de los soportes o muros a los grupos de pilotes. Como en la actualidad se emplean generalmente pilotes de diámetro grande, por razones económicas, el número de pilotes por cada encepado no suele ser muy elevado (fig. 23.31).

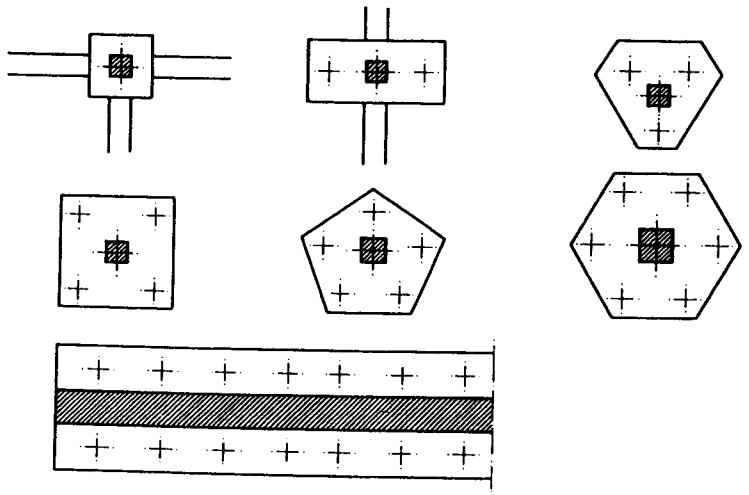


Figura 23.31 Diversos tipos de encepados

Es conveniente *arriostrar* debidamente los distintos encepados de una cimentación; en el caso de uno o dos pilotes es imprescindible disponer vigas centradoras encargadas de absorber tanto las excentricidades accidentales como los momentos del pie del soporte. Estas vigas se tratan en el apartado 23.10.

Para la cimentación de una obra es frecuente adoptar un determinado tipo de pilote con una carga admisible dato. Es necesario proyectar la disposición de los pilotes bajo las distintas zapatas o encepados que deben sustentar los muros y pilares de la obra, y dimensionar estos encepados.

El *número de pilotes* bajo cada encepado viene fijado por consideraciones resistentes. Como número mínimo debe adoptarse tres para encepados aislados que soportan un pilar; si están arriostrados transversalmente puede bajarse a dos. De este número no se bajará salvo para encepados bajo pilares poco importantes y sometidos a cargas reducidas, a los que se deberá arriostrar en dos direcciones ortogonales. Análogamente, un encepado continuo deberá apoyarse en dos filas de pilotes, salvo si está debidamente arriostrado. Las vigas riostras deberán absorber las solicitaciones originadas por las excentricidades accidentales de los pilotes.

Cuando además de las cargas verticales existan cargas horizontales que actúen sobre el encepado, deben colocarse *pilotes inclinados* capaces de resistirlas (fig. 23.33). No es necesario tomar esta precaución si las fuerzas horizontales se deben exclusivamente al viento y no sobrepasan el 3 por 100 de las cargas verticales.

Para el cálculo estructural del encepado se prescinde de su peso propio siempre que se hormigone directamente sobre el terreno, por las razones expuestas en el apartado 23.1-5.°.

3.° CÁLCULO DE PILOTES

a) Cargas actuantes sobre un pilote

La carga total que actúa sobre un pilote se obtiene sumando, a la carga que le transmite el encepado, el peso propio del pilote y el rozamiento negativo, en su caso.

Los encepados en general transmiten a los pilotes tres tipos de esfuerzos: axiles, momentos y cortantes. De ellos los axiles son los esfuerzos o cargas principales, mientras que los momentos y cortantes son esfuerzos secundarios, por lo general despreciables frente a los primeros.

Para el cálculo de los *esfuerzos axiles* que el encepado transmite a cada pilote suele admitirse, en la práctica, que los pilotes están biarticulados y que el encepado es infinitamente rígido, lo que simplifica el cálculo como se verá a continuación. La hipótesis de encepado rígido produce no obstante pequeños errores en el caso de encepados flexibles, que pueden evitarse como se verá más adelante en este mismo punto.

En el caso de *pilotajes isostáticos* (fig. 23.32), los esfuerzos axiles en los pilotes se obtienen simplemente descomponiendo la carga F en vectores que actúan según los ejes de los pilotes. Varios pilotes próximos y paralelos pueden sustituirse por su resultante (fig. 23.32*c*).

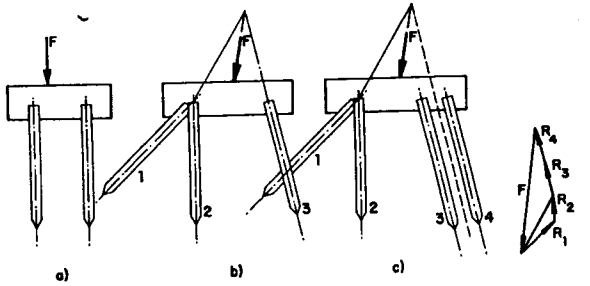


Figura 23.32 Pilotajes isostáticos

Un pilotaje cuyos *pilotes sean verticales,* sometido a cargas verticales, es en general hiperestático si tiene más de tres pilotes no alineados (fig. 23.33*a*). Suponiendo que el encepado es infinitamente rígido, la carga en un pilote cualquiera de coordenadas (x_i, y_i) respecto al centro de gravedad del pilotaje puede hallarse aplicando la siguiente fórmula, análoga a la de compresión compuesta:

$$R_{iz} = F_z\left(\frac{1}{n} + \frac{e_x \cdot x_i}{I_y} + \frac{e_y \cdot y_i}{I_x}\right)$$

con los siguientes significados:

R_{iz} = carga en un pilote cualquiera, producida por la carga vertical F_z;
F_z = carga vertical total (incluyendo el peso del encepado);
e_x, e_y = excentricidades de dicha carga (fig. 23.33*a*);
I_x = $\sum y_i^2$ = momento de inercia del pilotaje respecto al eje OX que pasa por el centro de gravedad;
I_y = $\sum x_i^2$ = momento de inercia del pilotaje respecto al eje OY;
n = número de pilotes verticales iguales.

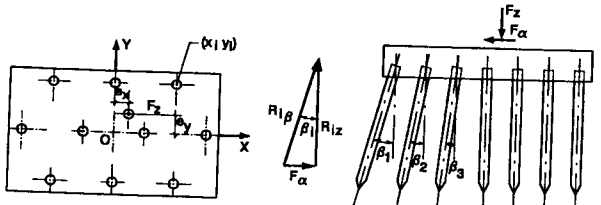


Figura 23.33 Pilotaje hiperestático

En el caso de que sea necesario resistir, además de la carga vertical F_z, *una fuerza horizontal* F_α (fig. 23.33*b*), bastará con inclinar algunos de los pilotes un ángulo β_i con respecto a la vertical, de forma que se cumpla:

$$\sum R_{iz} \cdot \operatorname{tg} \beta_i = F_\alpha$$

Entonces, suponiendo que el movimiento del encepado como sólido rígido sea el mismo del caso anterior, los pilotes inclinados tomarán esfuerzos axiles dados por:

$$R_{i\beta} = R_{iz} / \cos \beta_i$$

y serán capaces de suministrar las componentes horizontales necesarias para absorber F_α. Como se comprende fácilmente, para cargas horizontales de signo variable deben disponerse grupos de pilotes con inclinaciones opuestas.

Para el cálculo de los *esfuerzos secundarios (flectores y cortantes)* que el encepado transmite a cada pilote, es necesario un análisis más riguroso que tenga en cuenta el empotramiento de los pilotes y la flexibilidad del encepado, pudiendo usarse para ello un programa de análisis matricial en ordenador, que permitirá obtener a la vez los esfuerzos principales en los pilotes (axiles) y los secundarios.

Por último, *la carga debida al rozamiento negativo* se presenta en los pilotes columna situados en terrenos compresibles y puede evaluarse mediante la fórmula:

$$R = 0{,}25 \cdot u \cdot \left(q_o + \gamma \frac{l^2}{2}\right)$$

con los siguientes significados:

u = perímetro del pilote;
q_o = sobrecarga unitaria en la superficie del terreno;
l = longitud del pilote;
γ = peso específico del terreno.

b) Carga de hundimiento y carga admisible de un pilote

La *carga de hundimiento de un pilote* depende de las características del suelo y del tipo y dimensiones del pilote. Para su determinación suelen utilizarse ensayos de carga y fórmulas basadas en los rechazos medidos durante el proceso de hinca, que por su carácter especializado, se salen del ámbito de esta obra.

La carga de hundimiento de un pilotaje no es igual a la suma de las cargas de hundimiento de los pilotes aislados, debido a las interacciones entre los distintos pilotes. No obstante, como *carga admisible del pilotaje* suele admitirse la suma de las cargas admisibles de los distintos pilotes siempre que la separación mínima entre ejes de los mismos sea de dos veces su diámetro (1,75 veces su diagonal si son de sección cuadrada).

La *carga admisible para un pilote aislado* es función de su carga de hundimiento, de la deformabilidad del terreno y de la capacidad de deformación de la estructura cimentada.

c) Cálculo del pilote

El *cálculo geotécnico* del pilote consiste en comprobar que su carga total (esfuerzo principal o axil) no supera su carga admisible.

El *cálculo estructural* del pilote consiste en su comprobación como elemento de hormigón armado. Si, como es normal, se desprecian los esfuerzos secundarios (momentos y cortantes) transmitidos por el encepado,[1] el cálculo de los pilotes se efectúa como el de los soportes con carga centrada (véase el capítulo 18). Respecto al posible pandeo, sólo es necesario tenerlo en cuenta en los pilotes que trabajan por punta. Por otra parte, el terreno constituye un apoyo elástico a lo largo del pilote que coarta, al menos parcialmente, sus deformaciones laterales, limitando los efectos de segundo orden. En terrenos de buena consistencia se admite como longitud de pandeo 1/3 de la longitud enterrada del pilote. Como excentricidad accidental deben tomarse sin embargo valores relativamente mayores que para soportes.

La armadura longitudinal de los pilotes normales estará constituida por no menos de seis barras para los de sección circular y de cuatro para los cuadrados; su cuantía geométrica debe ser $\rho \geq 0{,}005$. La armadura transversal debe estar formada por espirales o cercos dimensionados con los mismos criterios y limitaciones indicados para los soportes (véase capítulo 18).

23.9 Pilotajes. Cálculo y armado de encepados

1.° CRITERIOS GENERALES DE DISEÑO

La *forma* y *dimensiones* en planta de los encepados dependen del número de los pilotes, de las dimensiones de éstos y de su separación. La separación mínima entre ejes de pilotes debe ser de dos veces el diámetro de los mismos (1,75 veces la diagonal si son de sección cuadrada) y no menor de 75 cm. Esta separación debe mantenerse a lo largo de todo el pilote, lo cual debe tenerse en cuenta en especial si existen pilotes inclinados; en cualquier caso, para evitar problemas de alineación, conviene que la separación no sea inferior a 1/15 de la longitud

[1] Naturalmente, en los pilotes prefabricados aparecen, además, esfuerzos importantes durante su transporte, izado e hinca, que es necesario considerar.

de los pilotes. A veces, si no se consigue que la resultante de las cargas pase por el centro de gravedad del pilotaje, conviene aumentar la separación de los pilotes para disminuir la carga en los mismos debida al momento producido por la excentricidad.

El *canto del encepado* se fija, generalmente, por consideraciones económicas de modo que no necesite armadura de cortante. Como canto útil recomendado que permite evitar en la mayoría de los casos la comprobación de cortante puede adoptarse el proporcionado por la expresión:

$$d = \frac{N_d}{500\,b} - 0{,}14 \;\geq\; 0{,}34$$

válida para el caso más frecuente de encepados de dos a seis pilotes situados simétricamente alrededor de un soporte cuadrado, y en la que:

N_d = esfuerzo axil transmitido por el soporte en kN;
b = ancho del encepado en m (ancho de la sección en la que se comprobará el cortante);
d = canto útil recomendado para el encepado en metros.

En la figura 23.34 se han indicado algunas limitaciones que conviene tener en cuenta para el diseño de encepados.

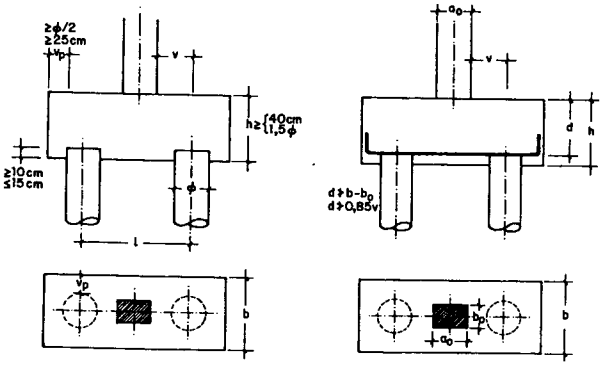


Figura 23.34 Dimensiones recomendadas en encepados

2.° CLASIFICACIÓN DE LOS ENCEPADOS

Se denominan *encepados rígidos* aquéllos en los que el vuelo v, en cualquier dirección, no supera el doble del canto total ($v \leq 2\,h$) (fig. 23.34). Por el contrario, se consideran *encepados flexibles* los que presentan un vuelo superior a $2h$ en alguna dirección.

Como en el caso de zapatas, los encepados rígidos deben calcularse aplicando un modelo de bielas y tirantes, mientras que los flexibles pueden calcularse por la teoría normal de flexión.

3.° ENCEPADOS RÍGIDOS SOBRE DOS PILOTES

De acuerdo con la Instrucción española, en los encepados rígidos sobre dos pilotes puede aplicarse el modelo de bielas y tirantes de la fig. 23.35.

a) Armadura principal

La armadura principal inferior se dimensionará para resistir la tracción de cálculo T_d (fig. 23.35), que viene dada por la expresión:

$$T_d = \frac{R_d\,(v + 0{,}25a_o)}{0{,}85\,d} = A_s \cdot f_{yd}$$

con $f_{yd} \geq 400$ N/mm² y donde R_d es el axil de cálculo del pilote más cargado.

La armadura principal así calculada se colocará sin reducir su sección en toda la longitud del encepado, y se anclará por prolongación recta, en ángulo recto o mediante barras transversales soldadas, a partir de planos verticales que pasen por el eje de cada pilote (fig. 23.36). El efecto beneficioso en el anclaje de la compresión vertical del pilote permite reducir en un 20 por 100 su longitud de anclaje.

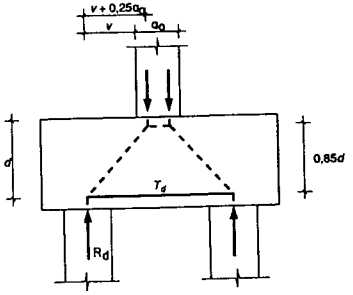


Figura 23.35 Modelo de bielas y tirantes en encepado rígido sobre dos pilotes. *Fuente: CPH, 1999*

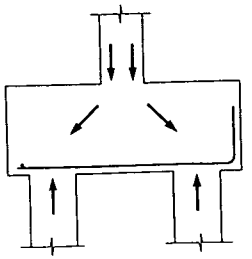


Figura 23.36 Anclaje del tirante. *Fuente: CPH, 1999*

b) Armadura secundaria

La armadura secundaria consistirá en:

- Una armadura longitudinal dispuesta en la cara superior del encepado y extendida a toda la longitud del mismo, cuya capacidad mecánica no debe ser inferior al 10% de la de la principal.
- Una armadura horizontal y vertical dispuesta en retícula en las caras laterales. La vertical consistirá en cercos cerrados que aten a la armadura longitudinal inferior y superior. La horizontal consistirá en cercos cerrados que aten a la armadura vertical antes descrita (fig. 23.37). La cuantía geométrica de estas armaduras, referida al área de la sección de hormigón perpendicular a su dirección, debe ser como mínimo de 0,004. Si el ancho supera a la mitad del canto, la sección de referencia debe tomarse con un ancho igual a la mitad del canto.

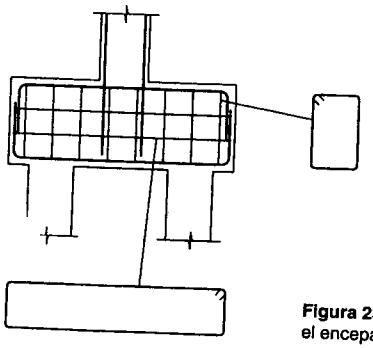


Figura 23.37 Armadura secundaria en el encepado. *Fuente: CPH, 1999*

Si la concentración de armaduras es elevada, conviene aproximar más, en la zona de anclaje de la armadura principal, los cercos verticales para garantizar el zunchado de la armadura principal en dicha zona de anclaje (fig. 23.38).

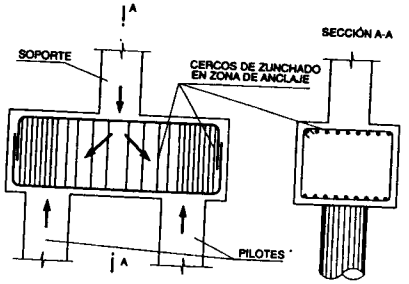


Figura 23.38 Zunchado en zonas de anclaje. *Fuente: CPH, 1999*

4.° ENCEPADOS RÍGIDOS SOBRE VARIOS PILOTES

a) Armadura principal

En el caso de encepados sobre tres pilotes colocados según los vértices de un triángulo equilátero, con el pilar situado en el centro del triángulo, la armadura principal entre cada pareja de pilotes puede obtenerse a partir de la tracción T_d dada por la expesión:

$$T_d = 0{,}68\frac{R_d}{d}(0{,}58l - 0{,}25a_o) = A_s \cdot f_{yd}$$

con $f_{yd} \geq 400$ N/mm², donde R_d es el axil de cálculo del pilote más cargado y d el canto útil del encepado (fig. 23.39).

En el caso de encepados sobre cuatro pilotes colocados según los vértices de un cuadrado o rectángulo, con el pilar situado en el centro, la armadura principal entre cada pareja de pilotes puede obtenerse de las expresiones:

$$T_{1d} = \frac{R_d}{0{,}85d}(0{,}50l_1 - 0{,}25a_1) = A_s \cdot f_{yd}$$

$$T_{2d} = \frac{R_d}{0{,}85d}(0{,}50l_2 - 0{,}25a_2) = A_s \cdot f_{yd}$$

con $f_{yd} \geq 400$ N/mm², donde R_d es el axil de cálculo del pilote más cargado y d el canto útil del encepado (fig. 23.40).

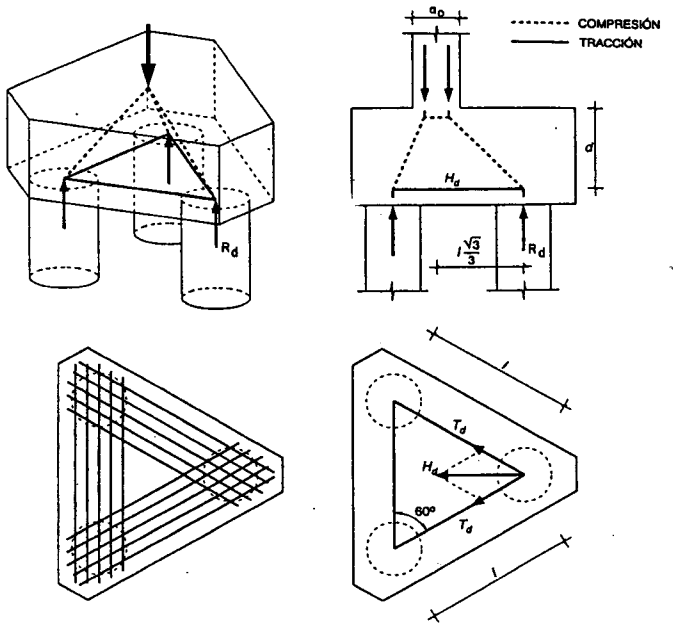


Figura 23.39 Encepado sobre tres pilotes. *Fuente: CPH, 1999*

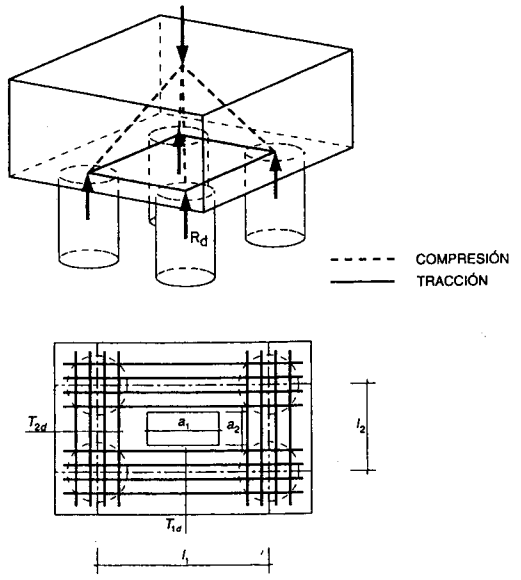


Figura 23.40 Encepado sobre cuatro pilotes. *Fuente: CPH, 1999*

La armadura principal debe disponerse en bandas sobre los pilotes (fig. 23.41). Se define como banda o faja una zona cuyo eje es la línea que une los centros de los pilotes y cuyo ancho es igual al diámetro del pilote más dos veces la distancia entre la cara superior del pilote y el centro de gravedad de la armadura del tirante (fig.23.42). La armadura principal debe anclarse a partir de un plano vertical que pase por el eje de cada pilote.

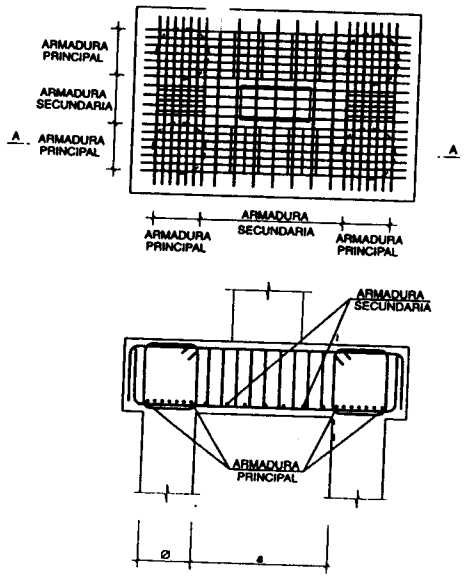


Figura 23.41 Disposición de armaduras en encepados rígidos sobre varios pilotes. *Fuente: CPH, 1999*

b) Armadura secundaria

Se dispondrá además una armadura secundaria horizontal en retícula, cuya capacidad mecánica en cada sentido no será menor de ¼ de la capacidad mecánica de la armadura colocada en las bandas o fajas, y una armadura secundaria vertical formada por cercos atando la armadura principal de las bandas (fig. 23.41).

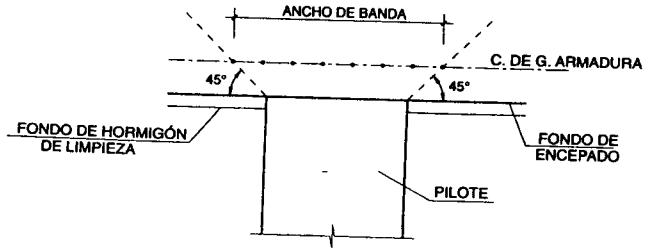


Figura 23.42 Definición del ancho de banda. *Fuente: CPH, 1999*

5.° ENCEPADOS FLEXIBLES

a) Cálculo a flexión

El cálculo a flexión de encepados flexibles se hace de forma análoga al de las zapatas flexibles (apartado 23.3-4.°*a*). La sección de referencia 1-1 es vertical, paralela a la cara del soporte o muro y situada hacia dentro de dicha cara a una distancia de la misma de 0,15 a_o, siendo a_o la dimensión del soporte o muro normal a la sección que se considera (fig. 23.43). En ella se obtendrá el momento flector que servirá para dimensionar la armadura principal del encepado de la misma manera que se hacía en zapatas.

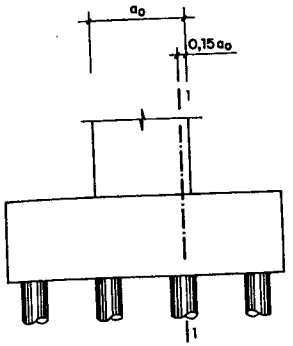


Figura 23.43 Sección de referencia para cálculo a flexión en un encepado flexible. *Fuente: CPH, 1999*

Obtenida la armadura principal, esta armadura se dispondrá en las bandas que unen los pilotes siguiendo las mismas indicaciones dadas para el caso de encepados rígidos.

Además de la armadura principal será necesario colocar armaduras secundarias horizontales y verticales siguiendo las mismas indicaciones dadas para encepados rígidos.

b) Cálculo a cortante

Se hace como en las zapatas flexibles (apartado 23.3-4.°*b*). La sección de referencia 2-2 (ver fig. 23.14*a* y *b*) es vertical, paralela a la cara del soporte o muro y situada a una distancia de la misma igual al canto útil del encepado. Esta comprobación normalmente no es necesaria para los encepados cuyo canto útil ha sido predimensionado usando la fórmula dada en el punto 1.° de este apartado.

6.° ARMADURAS EN ESPERA

Tanto en encepados rígidos como en encepados flexibles es necesario disponer *armaduras en espera* para solapar con las del soporte, debiendo comprobarse tanto la longitud de anclaje como la de solapo. También será necesario comprobar la longitud de anclaje de las armaduras del pilote que entran en el encepado. Para estas comprobaciones pueden aplicarse las reglas dadas para zapatas en el apartado 23.3-5.°.

23.10 Vigas de arriostramiento

1.° VIGAS DE ATADO

Se emplean para arriostrar las distintas zapatas o encepados de una cimentación, no siendo su función primaria la de resistir esfuerzos de flexión. Este arriostramiento es siempre muy conveniente, y obligado cuando la aceleración sísmica de cálculo (Norma NCSE-94, artículo 2.2) sea mayor de 0,08 g.

Estas vigas suelen ser de sección cuadrada, $a \times a$, con armadura simétrica y se dimensionan respetando las limitaciones:

$$a \geq \frac{l}{20} \not< 25 \text{ cm} \qquad \text{(por pandeo)}$$

$$A \cdot f_{yd} \geq 0{,}05 \cdot N_d \qquad \text{(en zona sísmica de segundo grado)}$$

$$A \cdot f_{yd} \geq 0{,}10 \cdot N_d \qquad \text{(en zona sísmica de tercer grado)}$$

$$A \cdot f_{yd} \geq 0{,}15 \cdot a^2 \cdot f_{cd} \qquad \text{(por fisuración)}$$

en donde l es la longitud de la viga, N_d la carga de cálculo del soporte más cargado de los dos que une la viga, y A la *sección total* de armadura. Deben llevar cercos con separación constante que cumplan las prescripciones de estribos mínimos indicadas en 19.6-4.º.

2.º VIGAS CENTRADORAS DE ENCEPADOS

Se emplean para absorber los momentos y excentricidades accidentales en los encepados de uno o dos pilotes (fig. 23.31). Las dimensiones de la sección de estas vigas deben ser: $b \geq l/20 \not< 25$ cm, y $h \geq l/12 \not< 40$ cm, siendo l su longitud.

La armadura suele ser simétrica y se determina para el momento:

$$M_{1d} = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \, (M_d + N_d \cdot e)$$

siendo k_1 la rigidez de la viga en estudio, k_2 la correspondiente a la viga del otro lado del encepado (si no existe, $k_2 = 0$), M_d el momento en el pie del soporte en esa dirección, y e la excentricidad accidental para la que puede adoptarse $e = 0{,}10$ m en los casos normales. Para prevenir una eventual fisuración se recomienda respetar la limitación de cuantía mínima, $A \cdot f_{yd} \geq 0{,}15 \cdot b \cdot h \cdot f_{yd}$, en donde A es la *sección total* de armadura.

Deben disponerse cercos con separación constante, calculados para el cortante:

$$V_d = \frac{M_{1d}}{l}$$

debiendo cumplirse las condiciones de estribos mínimos del apartado 19.6-4.º.



Nudo de conexión viga-soporte después de un sismo *(cortesía del Instituto Politécnico de Turín).* Véanse también las ilustraciones de página 644

24. Placas de hormigón armado

24.1 Generalidades

Una *placa* es una estructura limitada por dos planos paralelos de separación h, siendo el espesor h pequeño frente a las otras dimensiones. Se supone, además, que las cargas actúan sobre el plano medio de la placa y son normales al mismo.

Las *placas* se encuentran sometidas fundamentalmente a esfuerzos de flexión, en dos direcciones (*placas propiamente dichas*) o en una sola dirección (*losas*), distinguiéndose en esto de las *lajas*, estructuras también planas, pero sometidas a cargas contenidas en su plano medio (este es el caso, por ejemplo, de las vigas pared, que se tratan en el apartado 22.7). Como consecuencia de estas cargas, las lajas quedan sometidas a esfuerzos contenidos en el plano medio, o sea, funcionan como *membranas.*

El trabajo de flexión de las placas exige que éstas sean, como ya se ha dicho, *delgadas*. Si la relación del canto a la menor dimensión de la placa, *h/a,* es superior a 1/5, la placa puede considerarse gruesa, apareciendo un estado triaxil de tensiones de difícil estudio; por esta razón y según la Instrucción española, para que un elemento bidireccional sea considerado como placa debe cumplirse que la luz mínima sea mayor que cuatro veces el espesor medio de la placa. Por otra parte, *las flechas w han de ser pequeñas* con respecto al canto (*w/h* menor de 1/5), ya que, de lo contrario, pueden aparecer importantes tensiones de membrana que se superponen con las flexiones (tal sucede en placas metálicas sujetas en su contorno).

Las placas pueden diferenciarse por su forma (de contorno poligonal o circular, macizas o con huecos), por la disposición de los apoyos (placas aisladas apoyadas en el contorno, placas en voladizo, placas continuas en una o dos direcciones), por el tipo de los apoyos (puntuales o lineales) y por la coacción en los apoyos (apoyo simple, empotramiento, sustentación elástica). Cada placa puede, además, estar sometida a distintos tipos de carga, como carga puntual, uniforme, triangular (paredes de depósitos), etc. Todo ello crea una gran variedad de problemas de placas.

Para el cálculo de los esfuerzos en las placas existen dos grandes grupos de métodos. Los *métodos clásicos,* fundados en la teoría de la elasticidad, suponen que el material es homogéneo e isótropo y se comporta linealmente, tal como se hace, por otra parte, para el

cálculo de esfuerzos en los demás tipos de estructuras. Los *métodos en rotura,* fundados en la teoría de la plasticidad, suponen, por el contrario, que el material se comporta como un cuerpo rígido-plástico perfecto (ver apartado 24.7).

Mediante los métodos clásicos se obtienen, con gran aproximación, los esfuerzos en la situación de servicio, a partir de los cuales puede elegirse la distribución de las armaduras, en las distintas zonas de la placa, que resulta más adecuada en orden al buen comportamiento en servicio de la misma. Los métodos de rotura no proporcionan información, por el contrario, de cuál es la distribución de armaduras adecuada, ya que en ellos es éste un dato de partida; pero permiten la obtención más racional de la carga última en la situación de agotamiento de la placa. Ambos sistemas son, por tanto, de gran interés, debiendo elegirse, en cada caso, el más adecuado al objetivo que se persigue

Una buena práctica consiste, por ejemplo, en disponer las armaduras principales necesarias para resistir los esfuerzos obtenidos por el cálculo en rotura, y complementarlas, en las zonas de la placa en que ello resulte conveniente, con las armaduras suficientes para asegurar que, en el estado de servicio, la fisuración es admisible; estas últimas se determinan aplicando el cálculo clásico. El cálculo en servicio es en particular imprescindible si se quiere garantizar la impermeabilidad o si el ambiente es agresivo.

Un tipo de placa que, por sus peculiares características y gran aplicación, merece un tratamiento especial, es el de las placas continuas sobre apoyos aislados, estructura básica de los forjados reticulares o entrepisos sin vigas, a las que se dedica la última parte del presente capítulo.

24.2 Métodos clásicos. Ecuación diferencial de las placas

La deformación de una placa delgada sometida a cargas normales a su plano queda definida por la función $w\,(x, y)$, que determina los corrimientos verticales de los puntos (x, y) del plano medio de la misma. Esto supone que se admite que los puntos de dicho plano medio sólo sufren estos corrimientos verticales, y que los puntos de las normales al plano medio permanecen en rectas normales a la superficie deformada del mismo (ley de deformación plana de Kirchhoff).

Pueden, por tanto, expresarse las tensiones y los esfuerzos que aparecen en la placa en función de los corrimientos verticales w. Los esfuerzos, por unidad de ancho de placa, valen:

$$m_x = -D\left(\frac{\delta^2 w}{\delta x^2} + \nu \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta y^2}\right)$$ = momento flector en dirección x (alrededor del eje y);

$$m_y = -D\left(\frac{\delta^2 w}{\delta y^2} + \nu \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta x^2}\right)$$ = momento flector en dirección y (alrededor del eje x);

$$m_{xy} = -D\,(1-\nu)\frac{\delta^2 w}{\delta x \cdot \delta y}$$ = momento torsor;

$$v_x = -D\frac{\delta}{\delta x}\left(\frac{\delta^2 w}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 w}{\delta y^2}\right)$$ = esfuerzo cortante en dirección x;

$$v_y = -D\frac{\delta}{\delta y}\left(\frac{\delta^2 w}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 w}{\delta y^2}\right)$$ = esfuerzo cortante en dirección y.

Expresando el equilibrio de fuerzas verticales de un elemento de placa, sometido a los cortantes v_x, v_y y a la carga $q(x, y)$:

$$\frac{\delta v_x}{\delta x} + \frac{\delta v_y}{\delta y} + q(x,y) = 0$$

resulta la conocida ecuación de Lagrange o ecuación de las placas:

$$\Delta\Delta w = \frac{\delta^4 w}{\delta x^4} + 2\frac{\delta^4 w}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 w}{\delta y^4} = \frac{q}{D}$$

En las ecuaciones anteriores se utilizan, además de las ya definidas, las siguientes notaciones:

$D = \dfrac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1-\nu^2)}$ = rigidez a flexión de la placa, equivalente a la rigidez $E \cdot I$ de las vigas;

E = módulo de elasticidad longitudinal del hormigón;

h = canto total de la placa;

ν = coeficiente de Poisson del hormigón (normalmente, $\nu \approx 1/6$).

Las condiciones de contorno de esta ecuación diferencial vienen impuestas por las coacciones existentes en los apoyos de la placa. Así, por ejemplo, si se trata de un apoyo a lo largo de un borde recto y paralelo al eje y, se tendrán, según las coacciones de dicho borde, las siguientes condiciones de contorno:

a) si el borde es empotrado, se anulan en el borde (para $x = a$) el descenso y el giro:

$$w = 0, \quad \frac{\delta w}{\delta x} = 0;$$

b) si el borde es simplemente apoyado, se anulan el descenso y el momento:

$$w = 0, \quad m_x = -D\left(\frac{\delta^2 w}{\delta x^2} + \nu \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta y^2}\right) = 0;$$

c) si el borde es libre, se anulan el momento m_x y la reacción en el borde:

$$m_x = 0, \quad v_x - \frac{\delta m_{xy}}{\delta y} = 0$$

Obtenida la función w es inmediato el cálculo de los esfuerzos.

Normalmente no es posible encontrar una función $w(x, y)$ que satisfaga la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para una placa de forma y apoyos dados, sometida a una cierta carga $q(x, y)$. Por ello se recurre a soluciones aproximadas, obteniendo w como suma de funciones elementales que satisfacen las condiciones de contorno. Así, por ejemplo, en el caso de placa rectangular simplemente apoyada en sus cuatro bordes y sometida a sobrecarga uniforme $q(x, y) = q = \text{cte.}$ (fig. 24.1), puede obtenerse w mediante la serie doble de Fourier:

$$w(x,y) = \frac{16q}{\pi^6 \cdot D} \sum_{m=1,3,5\ldots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}\dfrac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \operatorname{sen}\dfrac{n \cdot \pi \cdot y}{b}}{m \cdot n \cdot \left(\dfrac{m^2}{a^2} + \dfrac{n^2}{b^2}\right)^2}$$

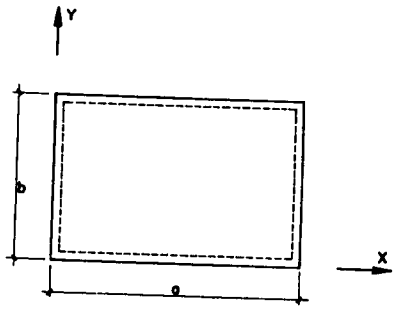


Figura 24.1 Placa simplemente apoyada en sus cuatro bordes

cuya convergencia es rápida (para el cálculo de flechas basta tomar un término; para el de momentos conviene tomar al menos 6, con objeto de obtener errores del orden del 3 por 100).

24.3 Métodos clásicos. Cálculo por diferencias finitas

El principal inconveniente del método de integración de la ecuación diferencial mediante series es el de no ser aplicable más que a unos pocos casos de formas de placas y condiciones de apoyo. Por ello se acude con preferencia, desde la aparición de los ordenadores, a la integración numérica por el método de las diferencias finitas, de aplicación más general, que conduce a la resolución de un sistema de ecuaciones lineales.

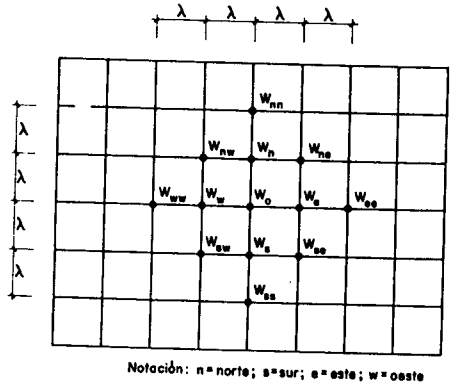


Figura 24.2*a* División de una placa mediante una malla cuadrada

Se divide para ello la placa mediante una malla que se adapte a su contorno; en el caso de placa rectangular la malla puede ser rectangular o cuadrada (fig. 24.2*a*). Se eligen como incógnitas los corrimientos w en los vértices de la malla. En función de los mismos pueden expresarse las derivadas, y, por tanto, los esfuerzos y la ecuación de equilibrio de la placa (fig. 24.2*b*). Para puntos próximos a los bordes es necesario utilizar los corrimientos en puntos ficticios situados fuera de la placa, que se obtienen empleando las condiciones del borde (fig. 24.2*c*).

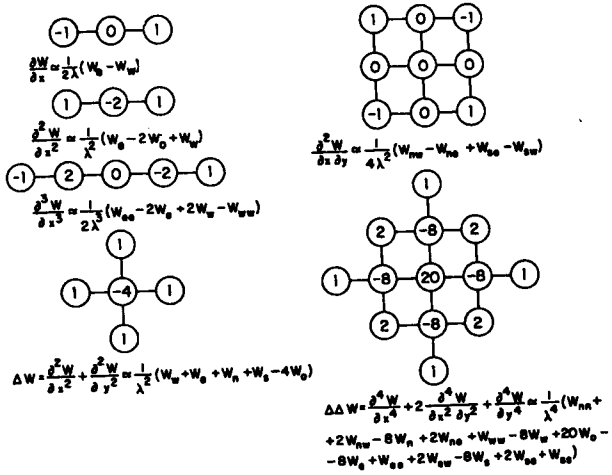


Figura 24.2*b* División de una placa mediante una malla cuadrada

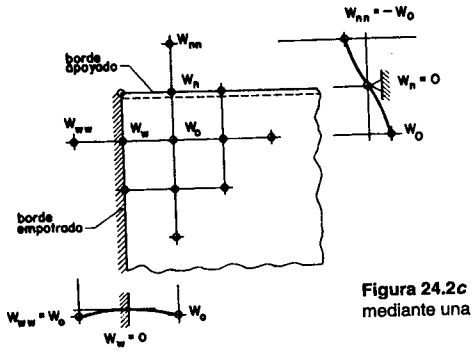


Figura 24.2*c* División de una placa mediante una malla cuadrada

Así, por ejemplo, en el caso de una placa cuadrada biempotrada, sometida a una sobrecarga uniforme, si se utiliza una malla de 8 divisiones en cada dirección, resulta, aprovechando las simetrías, un sistema de diez ecuaciones con otras tantas incógnitas (fig. 24.3).

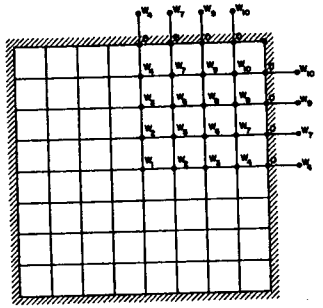


Figura 24.3 Caso de placa cuadrada biempotrada (10 incógnitas)

24.4 Métodos clásicos. Método de los elementos finitos y asimilación a un emparrillado

Los métodos anteriormente expuestos se aplican preferentemente a la elaboración de tablas de esfuerzos en placas, como las que se incluyen en el apartado 24.6. Con ayuda de estas tablas se obtienen fácilmente los esfuerzos en las placas de formas y condiciones de apoyo más usuales, sometidas a cargas uniformes o triangulares.

Para el caso de placas de forma más complicada, con huecos, zonas de distintos espesores y condiciones de apoyo variadas (fig. 24.4*a*) ninguno de los métodos es de aplicación práctica. En estos casos puede recurrirse al método de los elementos finitos o a la asimilación a un emparrillado.

En ambos métodos se trata de discretizar la estructura, sustituyéndola por otra equivalente formada por trozos elementales. La principal diferencia con respecto al método de diferencias finitas es que allí lo que se discretizaba era la función w. Mientras que allí el problema estructural de la placa se planteaba rigurosamente, dando lugar a un problema matemático complejo, que debía resolverse de forma aproximada, aquí el problema estructural se plantea de forma aproximada, para que el problema matemático resultante sea sencillo y pueda resolverse exactamente.

1.° MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

En el *método de los elementos finitos* la placa se sustituye por una serie de elementos de forma cuadrangular o triangular (fig. 24.4*b*), pudiendo variar las dimensiones y características elásticas de un elemento a otro. Suelen tomarse como incógnitas los corrimientos w y sus derivadas $\delta w/\delta x$, $\delta w/\delta y$ en los vértices de los elementos. Se supone que los corrimientos w dentro de cada elemento vienen dados por una función sencilla (por ejemplo, un polinomio), cuyos coeficientes numéricos quedan fijados una vez conocidos los valores de la función y de sus derivadas en los vértices del elemento. De esta forma, aun siendo distintas la función w y sus derivadas de un elemento a otro, se garantiza la compatibilidad de deformaciones entre elementos contiguos al ser iguales sus valores en los vértices. Las condiciones de equilibrio de los distintos elementos (o lo que es equivalente, la condición de mínimo de la energía potencial total, función de las incógnitas escogidas) nos proporcionan un sistema de ecuaciones lineales, que una vez resuelto permite el cálculo inmediato de desplazamientos y esfuerzos en la placa.

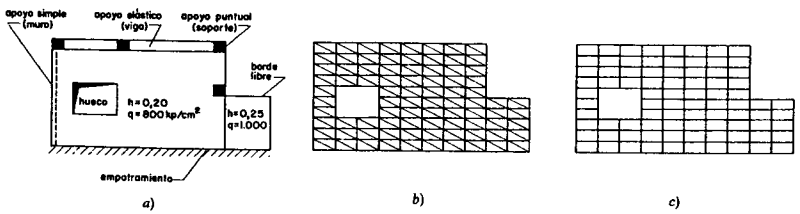


Figura 24.4 Elementos finitos y asimilación a un emparrillado

2.° ASIMILACIÓN A UN EMPARRILLADO

Para *asimilar la placa a un emparrillado* se sustituye aquélla por una retícula de vigas en dos direcciones (fig. 24.4*c*). A cada viga se le atribuye la inercia a flexión de la franja de placa correspondiente, y una inercia a torsión doble que su inercia a flexión. Las cargas se reparten entre las vigas en las dos direcciones; o, si la malla es suficientemente tupida, se suponen actuando en los nudos de la malla. En ambos casos el problema resultante se resuelve mediante programas de ordenador.

24.5 Métodos clásicos. Métodos simplificados

1.° MÉTODO DE MARCUS

Entre los métodos simplificados puede citarse el de Marcus, muy utilizado antes de la aparición de los ordenadores. Dada una placa que trabaja en dos direcciones, el método consiste en considerar en la misma dos franjas de ancho unidad, una en cada dirección. La carga que actúa sobre la placa debe repartirse entre las dos franjas o vigas de forma que las flechas que éstas toman en su punto de cruce sean iguales. Se trata, por tanto, de una variante rudimentaria de la asimilación a un emparrillado, en la que sólo se igualan los descensos en un nudo (en los emparrillados se igualan descensos y giros en todos los nudos, por lo general).

Así, por ejemplo, en el caso de una placa rectangular de dimensiones $l_x = 2 \cdot l_y$, apoyada simplemente en todo su contorno, y sometida a una carga uniforme q (fig. 24.5), resulta:

$$a = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_x \cdot l_x^4}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_y \cdot l_y^4}{E \cdot I} \quad con \quad q_x + q_y = q$$

de donde,

$$q_x = \frac{q}{17}; \qquad m_x = \frac{1}{8} \cdot \frac{q}{17} \cdot 4 \cdot l_y^2$$

$$q_y = \frac{16 \cdot q}{17}; \qquad m_y = \frac{1}{8} \cdot \frac{16 \cdot q}{17} \cdot l_y^2$$

o sea, que las cargas se reparten proporcionalmente a las cuartas potencias de las luces, y los momentos proporcionalmente a los cuadrados. El error es del 17 por 100 en el m_y y del 26 por 100 en el m_x, ambos del lado de la seguridad. En cualquier caso, este resultado muestra que las placas apoyadas en sus cuatro bordes trabajan casi exclusivamente en la dirección más corta, a partir de una relación de dimensiones del orden de 2.

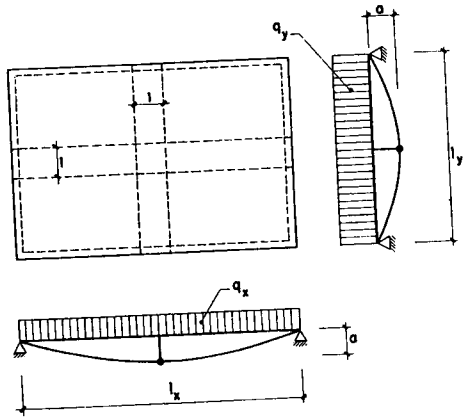


Figura 24.5 Método de Marcus

44672

2.° MÉTODO DEL ANCHO EFICAZ PARA CARGAS CONCENTRADAS

Otro método aproximado, muy empleado en el caso de placas sustentadas en dos bordes paralelos y sometidas a cargas concentradas, consiste en el cálculo como viga, considerando a este efecto una banda de losa cuyo ancho es el llamado *ancho eficaz.*

El ancho eficaz b_e siempre cumplirá la condición $b_e \geq b_o$, siendo b_o el ancho de la zona de aplicación de la carga en el plano medio de la placa. Para b_o puede tomarse, si la carga está aplicada en la cara superior de la placa y ocupa un ancho b_s, $b_o = b_s + h$ (reparto a 45°), siendo h el canto total. El ancho eficaz b_e depende de las dimensiones de la placa, de la situación de la carga y del coeficiente de empotramiento β, para el que se adoptan los siguientes valores:

$\beta = 1$ si ambos apoyos están articulados (simple apoyo);
$\beta = 1/2$ si ambos apoyos están empotrados;
$\beta = 2/3$ en casos intermedios.

Para la determinación de b_e pueden distinguirse varios casos (fig. 24.6):

a) Si la carga actúa en el centro geométrico de la placa, se tomará:

$$b_e = \frac{b_o + \beta \cdot l_y}{l_x + \beta \cdot l_y} \cdot l_x \qquad \text{para } l_x \leq 3\beta \cdot l_y$$

$$b_e = \frac{3}{4}(b_o + \beta \cdot l_y) \qquad \text{para } l_x > 3\beta \cdot l_y$$

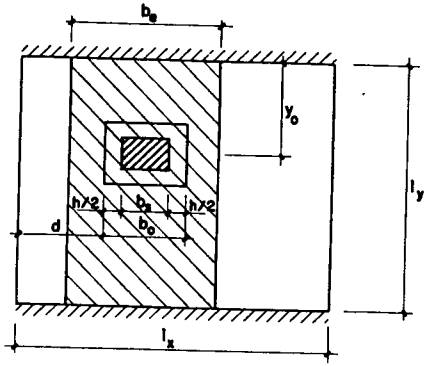


Figura 24.6 Anchura eficaz bajo una carga concentrada

b) Si la carga actúa a igual distancia de los apoyos, pero descentrada con respecto a los bordes libres, se tomará como ancho eficaz el menor de los siguientes valores:

- el correspondiente al caso *a)*
- el dado por las expresiones:

$$b_e = \frac{b_o + \frac{1}{3}\beta \cdot l_y}{l_x + \frac{1}{3}\beta \cdot l_y} l_x + d \qquad \text{para } l_x \leq \beta \cdot l_y$$

$$b_e = \frac{3}{4}\left(b_o + \frac{1}{3}\beta \cdot l_y\right) + d \qquad \text{para } l_x > \beta \cdot l_y$$

siendo d la distancia al borde libre de la placa indicada en la figura 24.6.

c) Si la carga actúa descentrada se tomará como ancho eficaz el valor:

$$b_e - (b_e - b_o)\left(1 - 2\frac{y_o}{l_y}\right)^2$$

siendo b_e el ancho eficaz correspondiente al caso anterior, e y_o la distancia del centro teórico de aplicación de la carga al apoyo más próximo (fig. 24.6).

3.° CÁLCULO APROXIMADO DE ESFUERZOS EN PLACAS CONTINUAS

En el caso de placas continuas en una o dos direcciones (fig. 24.7) resulta posible calcularlas aproximadamente considerando cada recuadro por separado, siempre que la diferencia entre cada dos luces contiguas no supere al 25 por 100 de la mayor de ellas. Para el cálculo de los momentos negativos sobre los apoyos puede suponerse que todos los apoyos internos son empotramientos perfectos (fig. 24.7*a*). Para el cálculo de los momentos positivos puede descomponerse la carga como se indica en la figura 24.7*b* y *c*, y suponer que los apoyos internos son empotramientos perfectos para la parte de carga $g + q/2$, y apoyos simples para la parte de carga $q/2$.

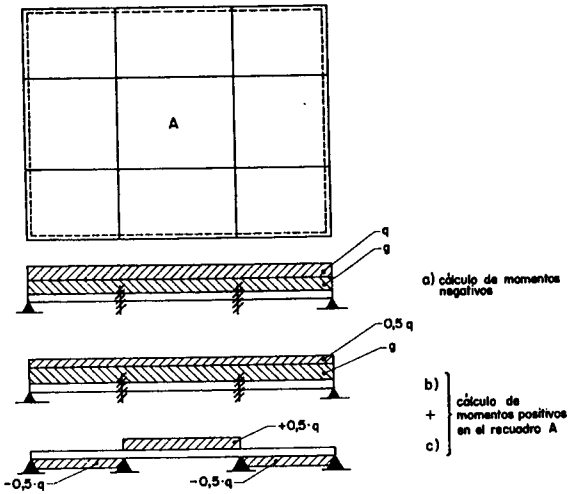


Figura 24.7 Cálculo aproximado de esfuerzos

4.° CÁLCULO DE LAS REACCIONES SOBRE ELEMENTOS SUSTENTANTES

Para la determinación de los esfuerzos en los elementos sustentantes de la placa (vigas o muros), puede suponerse que las reacciones de la misma, para carga uniforme, se reparten según las áreas tributarias triangulares y trapeciales que se indican en la figura 24.8. En las esquinas a las que concurren bordes del mismo tipo, puede suponerse que el reparto se hace a 45°; en las esquinas formadas por un borde apoyado y otro empotrado, puede suponerse, por el contrario, que el reparto es a 60°, correspondiendo este ángulo al borde empotrado.

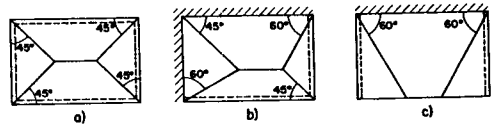


Figura 24.8 Áreas tributarias para el cálculo de las reacciones

24.6 Métodos clásicos. Tablas para el cálculo de esfuerzos y disposición de las armaduras

1.° TABLAS PARA EL CÁLCULO DE ESFUERZOS

En las tablas 24.1 y 24.2 se recogen los esfuerzos y flechas de placas rectangulares apoyadas en sus cuatro bordes o en tres de ellos, respectivamente.

Dichos esfuerzos han sido calculados por el método clásico y para un coeficiente de Poisson $\nu = 0{,}15$, valor normal para placas de hormigón armado. Las cargas estudiadas son uniformes y triangulares extendidas a la totalidad de la placa. Las cargas uniformes son de aplicación a la mayoría de las placas que se presentan en edificación, mientras que las cargas triangulares aparecen en las paredes de los depósitos y silos, por efecto de la presión hidrostática. Se han considerado, en cada caso, varios valores de la relación entre las dimensiones de la placa l_y/l_x, pudiendo interpolarse para valores intermedios de dicha relación.

Las notaciones adoptadas son las siguientes:

l_x, l_y = dimensiones de la placa en las direcciones x e y, en m;
q = carga uniforme o valor máximo de la carga triangular, en kN/m^2;
E = módulo de elasticidad del hormigón, en kN/m^2;
h = espesor de la placa, en m;
m_{x+} = valor máximo positivo del momento flector unitario en la dirección x (alrededor del eje y), en kN · m/m;
m_{x+o} = valor de m_{x+} en el centro de la placa, cuando ésta tiene un borde libre;
m_{x+b} = valor de m_{x+} en el borde libre de la placa;
m_{x-} = valor máximo negativo del momento flector unitario en la dirección x (momento de empotramiento en un borde paralelo al eje y), en kN · m/m;
m_{y+}, m_{y+o}, m_{y+b}, m_{y-} = momentos flectores unitarios en la dirección y ;
w = flecha máxima de la placa, en m;
= borde empotrado;
= borde simplemente apoyado;
= borde libre.

2.° DISPOSICIÓN DE LAS ARMADURAS

a) En el dimensionamiento de una placa es preciso, ante todo, fijar el *espesor total h.* Esto se hará por razones funcionales o económicas, pero no es conveniente elegir espesores menores de $l_y/40$, siendo l_y la luz menor de la placa, ni de 8 cm. A espesores pequeños corresponden fuertes armaduras, por lo que las soluciones con tales espesores son antieconómicas, pudiendo presentarse, por otra parte, problemas de deformaciones excesivas.

b) Las *armaduras* se dimensionarán a partir de los esfuerzos de servicio obtenidos de las tablas o por cualquier otro procedimiento. Para anteproyectos y tanteos puede emplearse la siguiente *fórmula aproximada,* que da la capacidad mecánica de la armadura por metro lineal de ancho, en función del *momento de cálculo* (mayorado) por metro lineal de ancho, m_d:

$$U = A \cdot f_{yd} = 1{,}2\frac{m_d}{d}$$

que equivale a suponer que el brazo mecánico vale aproximadamente $0{,}85d$, lo que será cierto salvo para cantos muy reducidos que, como se ha dicho, deben evitarse.

c) Los *momentos de empotramiento perfecto* se presentan sólo excepcionalmente, cuando la placa va unida a una pieza de gran rigidez. Salvo en casos en los que sea preciso evitar la fisuración a toda costa (depósitos), puede, por lo tanto, suponerse una redistribución de momentos, disminuyendo los de empotramiento en un 20 por 100 y traspasando ese momento como incremento de los momentos positivos de vano. Para limitar la fisuración se recomienda, en estos casos, llevar la mitad de la armadura negativa necesaria para resistir el momento disminuido hasta el punto de momento nulo en la ley de momentos primitiva.

d) De igual forma, cuando el *empotramiento es elástico* (en piezas de rigidez reducida), no es en general necesario tomar la envolvente de los esfuerzos correspondientes a los dos casos extremos de empotramiento y simple apoyo (salvo si quiere evitarse a toda costa la fisuración). Pueden tomarse, por ejemplo, el momento de empotramiento y el de vano iguales en valor absoluto, e iguales a la semisuma de los proporcionados por el cálculo para el caso de empotramiento perfecto, lo cual resulta especialmente adecuado si el armado se hace con mallas electrosoldadas. Si el empotramiento se hace en una viga, se recomienda colocar armaduras negativas para resistir los momentos de empotramiento perfecto en la situación de servicio; pero al calcular las armaduras de vano, en la situación de agotamiento, debe suponerse que la viga es un apoyo simple, ya que, al fisurarse, disminuirá su rigidez torsional de forma decisiva.

e) En las *placas simplemente apoyadas* no es frecuente que se dispongan armaduras de cortante, debiendo ser éste resistido íntegramente por el hormigón. Por ello es importante el efecto arco (fig. 24.9), que requiere de un atirantamiento eficaz por parte de la armadura de tracción. Se recomienda, pues, llevar hasta los apoyos y anclar suficientemente en los mismos, la mitad de dicha armadura como mínimo. La armadura restante puede levantarse a la cara superior para resistir eventuales momentos negativos, aunque es más frecuente disponer para ello una armadura que debe llegar hasta $0{,}15 \cdot l$ y ser capaz de resistir un momento no menor de 1/2 del momento positivo en la sección central de la placa, paralela al borde considerado, ni menor de 1/3 del máximo momento positivo de la placa.

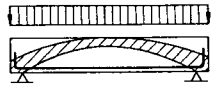


Figura 24.9 Efecto arco

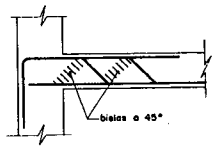


Figura 24.10 Placa empotrada

f) En las *placas empotradas,* puede levantarse hasta 2/3 de la armadura de vano, preferiblemente en dos planos. Es muy importante conseguir un buen anclaje de las armaduras negativas (fig. 24.10).

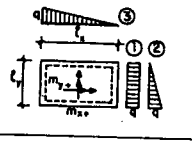
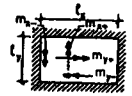
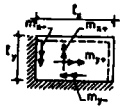
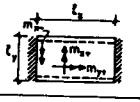
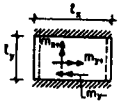
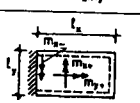
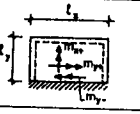
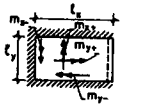
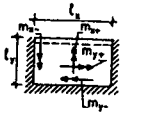
g) En las *placas apoyadas en dos bordes paralelos,* y sometidas a *carga uniforme,* las armaduras principales se calcularán como en una viga. Transversalmente se dispondrá una armadura de reparto, cuya cuantía no será inferior al 20 por 100 de la principal en los 3/5 centrales de la luz.

Si una placa apoyada en dos bordes paralelos está sometida a una *carga concentrada*:

$$F < \left(\frac{l_y}{3}\right)^2 \cdot q$$

TABLA 24.1

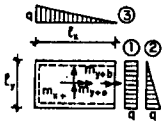
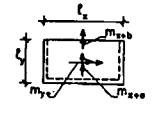
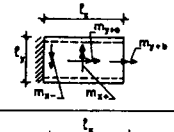
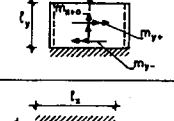
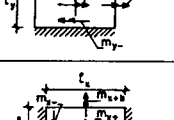
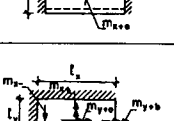
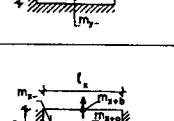
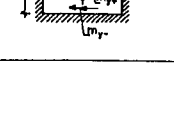
ESFUERZOS EN PLACAS RECTANGULARES APOYADAS EN SUS CUATRO BORDES. MÉTODO CLÁSICO. $\nu = 0{,}15$

	l_y/l_x	CARGA UNIFORME ①					
		0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	119	102	85	71	58	48
	$m_{y+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	99	86	73	61	51	42
	$m_{x+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	32	37	40	42	43	42
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	30	28	25	22	18	15
	$m_{y+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	41	38	34	29	25	21
	$m_{x+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	10	13	17	18	20	21
	$m_{y-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	84	80	74	67	59	52
	$m_{x-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	58	58	58	57	55	52
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	55	49	43	36	30	25
	$m_{y+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	57	52	45	39	33	27
	$m_{x+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	16	20	24	26	27	27
	$m_{y-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	119	111	101	91	80	70
	$m_{x-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	82	82	80	78	74	70
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	99	76	57	42	31	23
	$m_{y+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	84	65	49	37	27	20
	$m_{x+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	36	38	39	37	34	31
	$m_{x-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	119	111	102	91	80	70
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	30	30	29	28	25	23
	$m_{y+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	42	41	39	37	34	31
	$m_{x+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	8	10	13	16	18	20
	$m_{y-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	84	83	82	78	74	70
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	109	88	70	55	42	33
	$m_{y+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	91	75	60	48	37	30
	$m_{x+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	34	38	40	39	38	36
	$m_{x-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	122	117	110	102	93	84
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	58	53	49	43	37	33
	$m_{y+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	60	56	51	46	40	36
	$m_{x+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	15	19	23	26	28	30
	$m_{y-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	122	116	109	101	93	84
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	29	29	27	24	21	19
	$m_{y+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	42	40	37	33	29	26
	$m_{x+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	9	12	15	18	19	21
	$m_{y-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	85	83	79	74	68	62
	$m_{x-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	56	57	58	58	57	55
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	53	45	38	30	24	19
	$m_{y+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	55	48	40	33	26	21
	$m_{x+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	18	23	25	27	26	26
	$m_{y-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	114	102	91	88	66	55
	$m_{x-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	82	81	78	74	68	62

CARGA TRIANGULAR ②						CARGA TRIANGULAR ③					
0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
59	51	43	35	29	24	64	53	44	36	30	24
51	45	39	34	29	24	54	45	38	31	26	22
16	19	20	21	22	22	28	28	28	27	26	24
15	14	13	11	9	8	16		13	11	10	8
21	19	17	16	14	12	24	21	18	15	13	11
8	8	9	10	10	11	13	13	12	12	12	12
50	48	45	41	37	33	50	47	42	36	32	27
30	30	30	29	29	27	45	43	41	39	36	33
26	23	20	17	15	12	28	25	22	18	14	12
27	24	21	18	14	12	30	27	23	19	15	12
8	9	10	11	11	12	13	13	13	13	13	12
64	60	57	52	47	42	65	57	50	44	37	33
37	37	37	36	34	33	62	58	54	50	46	42
50	38	28	21	16	12	50	38	28	21	16	12
45	36	28	23	19	15	43	33	25	19	14	11
18	20	20	19	18	17	23	22	22	21	19	16
62	57	53	48	43	38	84	75	68	58	51	44
16	15	14	14	13	12	20	17	16	15	14	12
22	21	20	19	18	16	26	25	23	21	19	17
7	8	9	10	10	11	12	14	15	16	16	15
52	51	50	48	46	44	58	52	48	44	41	38
						52	42	33	26	20	15
						45	37	29	23	18	14
						24	23	22	20	19	18
						84	77	69	62	55	50
26	24	22	20	18	15						
28	27	25	22	20	18						
10	11	12	13	13	14						
66	63	60	56	53	50						
						18	14	13	12	10	9
						24	21	19	16	14	12
						13	13	12	12	12	11
						50	46	42	37	33	29
						45	43	41	39	36	34
24	21	17	14	11	9						
26	23	20	16	14	11						
10	11	12	13	13	12						
62	57	51	45	39	34						
36	36	35	33	31	29						

TABLA 24.2

ESFUERZOS EN PLACAS RECTANGULARES APOYADAS EN TRES BORDES. MÉTODO CLÁSICO. $\nu = 0{,}15$

	l_y/l_x	CARGA UNIFORME ①						CARGA TRIANGULAR ②						CARGA TRIANGULAR ③					
		0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	160	157	153	148	143	136							64	56	50	46	42	40
	$m_{y+o} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	112	1[illegible]	98	91	84	77							52	48	43	39	35	31
	$m_{x+b} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	132	12[illegible]	126	122	117	111							28	30	32	34	34	33
	$m_{x+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	26	28	30	31	31	31							15	16	17	18	18	18
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	1150	690	440	277	194	136	380	220	138	88	58	40						
	$m_{y+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$		69	56	46	38	31	44	37	31	26	22	18						
	$m_{x+o} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	137	123	109	96	87	77	51	49	43	39	35	31						
	$m_{x+b} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	230	202	173	144	128	111	76	65	56	47	39	33						
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	160	155	148	139	129	118							56	47	40	36	33	31
	$m_{y+o} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	103	92	82	72	63	54							47	40	33	28	24	20
	$m_{y+b} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	131	127	121	113	105	96							27	28	29	29	28	26
	$m_{x+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	28	28	28	27	25	23							16	17	17	16	15	14
	$m_{x-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	125	124	123	122	121	119							85	79	73	67	62	58
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	600	430	310	225	162	118	163	120	84	60	43	31						
	$m_{y+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	−6	11	19	23	23	23	9	13	15	15	15	14						
	$m_{x+o} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	43	50	55	58	56	54	14	18	20	21	21	20						
	$m_{x+b} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	115	121	121	115	106	96	31	34	33	32	29	26						
	$m_{x-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	310	250	207	170	142	119	116	100	87	75	66	58						
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	34	34	34	33	33	33							15	15	14	14	13	13
	$m_{y+o} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	42	42	41	39	38	37							21	21	20	19	18	17
	$m_{y+b} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	45	45	45	45	45	45							5	6	7	8	9	10
	$m_{x+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	8	9	10	11	12	13							5	6	7	8	8	9
	$m_{y-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	85	85	85	85	85	85							43	42	41	40	39	37
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	460	230	130	78	49	33	141	73	40	26	18	13						
	$m_{y+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	52	40	30	23	17	13	36	26	20	15	12	9						
	$m_{x+o} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	93	75	61	50	43	37	36	31	26	23	20	17						
	$m_{x+b} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	144	112	87	69	55	45	46	33	25	18	14	10						
	$m_{x-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	340	240	175	133	105	85	92	73	60	51	43	37						
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	34	34	34	33	33	33							15	15	14	13	11	10
	$m_{y+o} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	41	39	36	33	31	29							20	18	17	16	14	13
	$m_{y+b} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	45	45	45	45	44	44							5	6	7	8	9	10
	$m_{x+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	9	10	11	13	13	13							5	6	8	9	9	10
	$m_{y-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	85	85	85	85	85	85							42	40	38	36	33	30
	$m_{x-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	56	56	56	56	56	56							45	43	41	39	37	35
	$w = 0.001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	340	200	121	76	49	33	83	52	30	20	14	10						
	$m_{y+} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	14	20	19	18	16	13	8	12	13	13	11	10						
	$m_{x+o} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	48	50	45	39	34	29	16	17	17	17	15	13						
	$m_{x+b} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	107	93	79	65	53	44	28	23	19	16	13	10						
	$m_{y-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	200	148	111	87	69	56	92	73	57	46	39	35						
	$m_{x-} = 0.001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	285	220	170	132	105	85	64	46	42	38	34	30						

siendo l la luz principal y q la carga uniforme (incluyendo peso propio), dicha carga podrá sustituirse por una carga lineal paralela a los bordes, dada su pequeña importancia. Las cargas concentradas mayores de esa cantidad exigirán un cálculo especial. Para ello puede definirse una *banda eficaz* (apartado 24.5-2.°) que soporta la carga y unas *bandas adyacentes* que se arman por separado.

La banda eficaz se armará como una viga, en la dirección principal; y en la dirección transversal se armará para un momento:

$$m_x = \frac{m_y}{1+4\cdot\frac{b_o}{l_x}} \not< 0{,}1\, m_{y,max} \quad \text{para } l_x \le 3\cdot l_y$$

$$m_x = \frac{m_y}{1+\frac{4}{3}\cdot\frac{b_o}{l_y}} \not< 0{,}1\, m_{y,max} \quad \text{para } l_x > 3\cdot l_y$$

con los siguientes significados (ver fig. 24.6):

b_o = ancho de la zona de aplicación de la carga en el plano medio de la placa;
l_x, l_y = ancho y luz de la placa;
m_y = momento principal, unitario;
$m_{y,max}$ = valor máximo de m_y;
m_x = momento en la dirección del ancho, unitario.

Si la banda eficaz alcanza un borde libre de la placa, se colocará una armadura transversal en la cara superior, a lo largo de toda la luz de la placa, calculada para resistir un momento negativo de valor igual al 10 por 100 del momento longitudinal que se produciría en el centro de la luz de la placa si la carga actuara en dicha sección central. Esta armadura se extenderá sobre una longitud igual al lado menor de la placa, medida desde el borde libre, e irá acompañada de una armadura longitudinal de igual cuantía.

En la cara inferior de las bandas adyacentes a la eficaz se dispondrán armaduras principales y transversales, cuya cuantía, en general, no debe ser menor del tercio de las armaduras correspondientes a la banda eficaz.

Si un borde libre de una placa posee un nervio de rigidez, para considerar su influencia en el comportamiento de la placa, bajo la acción de una carga concentrada, puede suponerse que el nervio equivale a una banda adicional con la misma rigidez a la flexión.

Estas armaduras, necesarias para resistir la carga concentrada F, se añadirán a las necesarias para resistir la carga uniforme q.

h) En las *placas que resisten en las dos direcciones,* pero tales que la luz en un sentido es mayor del doble que la luz en el otro *(placas alargadas)* se recomienda que la armadura secundaria (paralela a los bordes largos) no sea inferior al 25 por 100 de la armadura principal (paralela a los bordes cortos). La armadura secundaria negativa deberá extenderse en una longitud no menor de $0{,}2 \cdot l_y$ (lado menor de la placa). La armadura secundaria positiva deberá extenderse toda ella de lado menor a lado menor.

i) En las *placas que resisten en dos direcciones y no son alargadas,* se calcularán las siguientes armaduras:

A_{cx} = Sección de armadura positiva, por unidad de longitud, paralela al lado l_x.
A_{bx} = Sección de armadura negativa, por unidad de longitud, paralela al lado l_x.
A_{cy} = Sección de armadura positiva, por unidad de longitud, paralela al lado l_y.
A_{by} = Sección de armadura negativa, por unidad de longitud, paralela al lado l_y.

Estas armaduras se dispondrán del modo indicado en la figura 24.11.

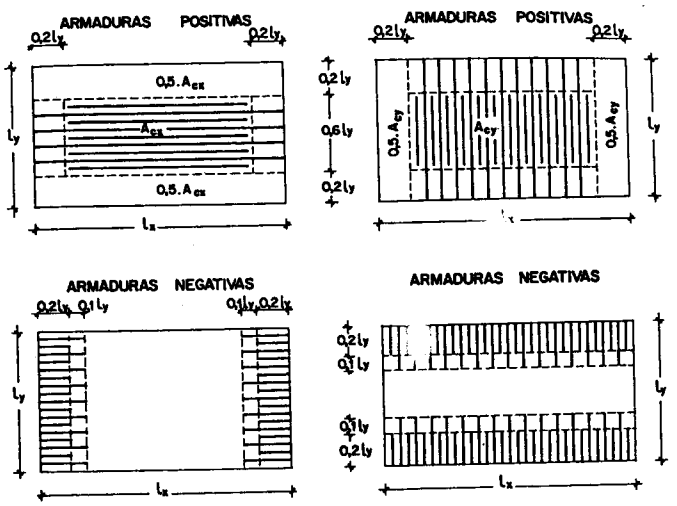


Figura 24.11 Disposición de armaduras en placas no alargadas que resisten en dos direcciones

j) En las *esquinas de las placas apoyadas* deben disponerse unas armaduras para absorber los esfuerzos de torsión. Para ello se suplementarán las armaduras principales, de modo que, en una zona cuadrada de lado $0{,}20 \cdot l_y$ (siendo l_y el lado menor), la esquina resulte armada con dos mallas ortogonales iguales, colocadas una en la cara inferior y otra en la superior, debiendo ser la cuantía de cada malla y en cada dirección, igual o superior al 75 por 100 de la mayor armadura principal de la placa.

k) En los *bordes libres* de las placas se concentra, por lo general, mayor cantidad de armadura, entre otras razones para hacer frente a posibles cargas en el borde y tensiones de retracción y térmicas. Además es necesario disponer armaduras vueltas perpendicularmente al borde, que rodeen a las armaduras paralelas al mismo (fig. 24.12).

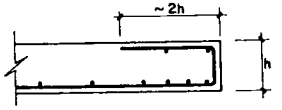


Figura 24.12 Armadura de borde

l) En torno a las *aberturas* practicadas en las placas se producen importantes concentraciones de esfuerzos, dependiendo de la forma, dimensiones y situación de la abertura. Si la abertura es pequeña, suele ser suficiente con concentrar, en los bordes de la misma, armaduras de igual capacidad que las armaduras interrumpidas. Si no lo es, resulta necesario tenerla en cuenta en el cálculo de esfuerzos, bien con algún método exacto, bien de forma aproximada (por ejemplo, imaginando que en los bordes de la abertura existen vigas que transmiten las cargas que inciden sobre ellas).

m) Cuando la placa esté sustentada en *puntos aislados* (por ejemplo en soportes) o deba resistir cargas concentradas muy importantes, será necesario efectuar una comprobación frente al *punzonamiento* (véanse apartados 20.12 y siguientes).

24.7 Método de las líneas de rotura. Bases del método

El método de las líneas de rotura para el cálculo de placas, también llamado método de Johansen, permite la obtención de la carga y momentos de rotura de una placa de manera relativamente simple, adecuada para su aplicación a mano. Con la aparición de programas de ordenador este método ha perdido importancia, por lo que nos limitaremos a presentar aquí sus fundamentos, remitiendo a los lectores que deseen profundizar en el mismo a la 13ª edición de este libro.

Si una placa se somete a una carga que crece de forma gradual, en los primeros momentos la distribución de esfuerzos es la dada por la teoría elástica (cálculo clásico). Conforme progresa la fisuración se alteran las inercias y se redistribuyen los esfuerzos. En el supuesto de que la cuantía de la armadura sea inferior a la cuantía límite, hay una carga para la cual se alcanza, en una sección de la placa, el *límite elástico* de la armadura. A partir de esta carga, dicha sección acepta grandes deformaciones sin que su momento varíe apreciablemente: se dice que la sección se ha *plastificado.* Conforme aumenta la carga se plastifican sucesivamente las secciones situadas en unas líneas que progresan, se unen y cruzan la placa, reduciéndola, finalmente, a un mecanismo libremente deformable (fig. 24.13). El valor de la carga para la que esto sucede se llama *carga de rotura* de la placa. Las líneas a lo largo de las cuales se alcanza la plastificación se llaman *líneas de rotura,* y se caracterizan porque en ellas el momento flector es constante, en el supuesto de que a lo largo de las mismas no varíen las armaduras de la placa; tal momento flector se calcula fácilmente en función de dichas armaduras (ver más adelante, punto 6.°). Las líneas de rotura pueden ser *positivas* o *negativas,* según el signo de los *momentos de rotura* correspondientes. Las positivas forman aristas bajas (limahoyas) y las negativas aristas altas (limatesas).

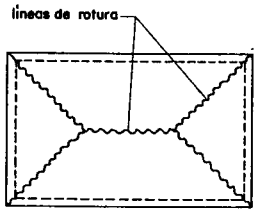


Figura 24.13 Secciones plastificadas (líneas de rotura)

De entre las múltiples combinaciones imaginables de líneas de rotura o *configuraciones de rotura,* que reducen la placa a un mecanismo y que deben ser compatibles con las condiciones de apoyo de la misma (además de estar en equilibrio con la carga) hay que buscar la verdadera. Para ello puede aplicarse el *teorema del límite inferior,* según el cual la carga que está en equilibrio con uno cualquiera de los posibles mecanismos plásticos de una estructura es igual o superior a la carga de rotura real, lo que equivale a decir que el mecanismo verdadero es aquel que proporciona la carga de rotura más pequeña. Una vez determinada la configuración de rotura se calculan fácilmente los esfuerzos de agotamiento, que sirven para comprobar o dimensionar las secciones.

Los principios en que se basa el método de las líneas de rotura, y las reglas fundamentales necesarias para aplicarlo, son los siguientes:

1.° Se parte de la hipótesis de que el comportamiento del material no es elasto-plástico sino rígido-plástico perfecto (fig. 24.14). Esto equivale a decir que, en el estado de agotamiento de la placa, pueden despreciarse las deformaciones elásticas frente a las deformaciones plásticas, por lo que las distintas partes en que queda dividida dicha placa pueden considerarse como planas y, por tanto, las *líneas de rotura serán rectas.*

2.° Como consecuencia, los movimientos que experimenta cada trozo de placa, serán *únicamente rotaciones,* cuyos ejes vienen determinados por las condiciones de apoyo, forma de la placa y carga que recibe.

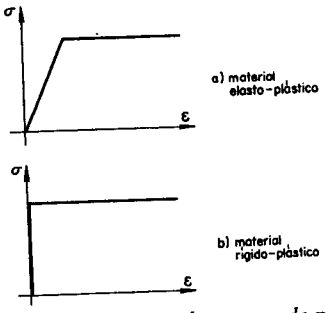


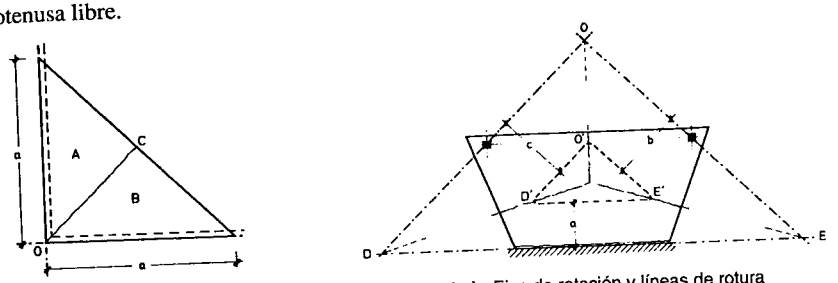
Figura 24.14 Dos tipos de comportamiento del material

3.° *La línea de rotura que separa dos trozos de placa pasa por el punto de intersección de sus respectivos ejes de rotación,* lo que se deduce inmediatamente de lo indicado en los dos apartados anteriores.

4.° Para un trozo de placa sustentada mediante un apoyo rectilíneo, *su eje de rotación coincide con dicho apoyo.* Cuando el trozo de placa está sustentado en un apoyo aislado, *su eje de rotación pasará por dicho apoyo.*

5.° *Puede determinarse la forma de rotura de la placa siempre que se conozcan los ejes de rotación de cada trozo y su respectivo ángulo de giro.*

En efecto, sea la placa de la figura 24.15*a* libremente apoyada en sus catetos y con la hipotenusa libre.



Figuras 24.15*a* (izquierda) y 24.15*b* (derecha) Ejes de rotación y líneas de rotura

Los ejes de rotación coinciden con los apoyos y, por tanto, la línea de rotura pasa por el punto *O*. Si se supone carga uniforme y armaduras iguales, según las dos direcciones de los catetos, por simetría puede considerarse que los dos trozos de placa *A* y *B* giran el mismo ángulo θ, y la línea de rotura será la bisectriz *O C*.

Consideremos ahora una placa trapezoidal (fig. 24.15*b*) empotrada en su base menor y apoyada en dos pilares.

Existirán ahora tres ejes de rotación, uno según el empotramiento y los otros dos que pasan por los pilares; y cuatro líneas de rotura que dividen a la placa en tres partes, como se indica en el dibujo. Supongamos conocidos los ejes de rotación y los giros relativos de cada trozo de placa θ_A, θ_B y θ_C; al cortar la placa rota por un plano paralelo al determinado por los apoyos y distante de él una magnitud $-n$, se obtiene una curva de nivel *O'D'E'* constituida por segmentos rectilíneos paralelos a los respectivos ejes de rotación.

Fácilmente puede dibujarse una de estas curvas de nivel, ya que los segmentos a, b y c (figura 24.15*b*) se determinan inmediatamente:

$$a=\frac{n}{\operatorname{tg}\theta_A},\quad b=\frac{n}{\operatorname{tg}\theta_B},\quad c=\frac{n}{\operatorname{tg}\theta_C}$$

y basta unir los vértices de una cualquiera de estas curvas con los puntos O, D, E, para obtener las líneas de rotura.

Es evidente que si los giros aumentan de forma proporcional, la configuración de rotura no cambiará. Por ello, puede suponerse que uno cualquiera de ellos es unitario.

6.° Los momentos flector m y torsor t a lo largo de una línea de rotura cualquiera, inclinada un ángulo θ_i con respecto a las armaduras de la placa, se obtienen fácilmente en función del momento m_i para el que dichas armaduras alcanzan su límite elástico:

$$m_i = A_i \cdot f_{yd} \cdot z_i$$

donde A_i es el área de la sección de las armaduras por unidad de ancho, f_{yd} el límite elástico del acero y z_i el brazo mecánico en rotura.

En efecto, si se considera un elemento $A\ B$ de línea de rotura de longitud $s/\cos\theta_i$ (fig. 24.16), las armaduras que lo cruzan estarán plastificadas y desarrollarán un momento $m_i \cdot s$; este momento se descompone en el flector $\frac{m\cdot s}{\cos\theta_i}$ y el torsor $\frac{t\cdot s}{\cos\theta_i}$, resultando:

$$m = m_i \cdot \cos^2\theta_i$$
$$t = m_i \cdot \operatorname{sen}\theta_i \cdot \cos\theta_i$$

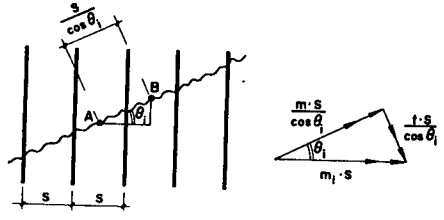


Figura 24.16 Cruce de armaduras con una línea de rotura

En el caso general de que la línea de rotura sea cruzada por varias armaduras que formen con ella distintos ángulos θ_i, los momentos flector y torsor a lo largo de la línea valdrán:

$$m = \sum m_i \cdot \cos^2\theta_i$$
$$t = \sum m_i \cdot \operatorname{sen}\theta_i \cdot \cos\theta_i$$

En el caso de que la armadura de una placa esté constituida por dos familias de barras ortogonales y de la misma cuantía, puede suponerse que los momentos m_1 y m_2 son iguales[1] y de valor m_o, resultando que el momento m de una línea de rotura de cualquier dirección es constante, y el momento t es nulo:

$$m = m_o \cdot \cos^2\theta + m_o \cdot \cos^2\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right) = m_o$$
$$t = m_o \cos\theta \cdot \operatorname{sen}\theta + m_o \cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)\cdot \operatorname{sen}\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

[1] La pequeña diferencia en los brazos mecánicos z_1 y z_2, debida a que una de las armaduras tendrá mayor recubrimiento que la otra, puede absorberse suponiendo que ambas están concentradas a la altura del plano de contacto entre barras.

24.8 Método de las líneas de rotura. Fuerzas nodales

Para establecer las ecuaciones de equilibrio de los distintos trozos planos de una placa en rotura es necesario conocer no sólo las cargas y las reacciones de apoyo, sino también los esfuerzos que actúan a lo largo de las líneas de rotura. Además del momento flector m, actuarán también un esfuerzo cortante v y un momento torsor t, que pueden considerarse conjuntamente sustituyéndolos por dos fuerzas situadas en los extremos de las líneas de rotura, que llamaremos *fuerzas nodales*.

Si se consideran tres partes de placa, A, B, C, limitadas por tres líneas de rotura, en una de estas líneas a actuarán unos esfuerzos transversales y un momento de torsión que pueden sustituirse por las dos fuerzas concentradas Q_a y Q'_a actuando en los nudos (fig. 24.17). En la figura 24.17 el punto indica que la fuerza nodal actúa hacia arriba, y el signo + hacia abajo.

Llamando Q_A, Q_B y Q_C a las resultantes parciales de las fuerzas nodales que actúan en el nudo $A\ B\ C$, para cada trozo de placa, es decir,

$$Q_A = Q_c - Q_b$$
$$Q_B = Q_a - Q_c$$
$$Q_C = Q_b - Q_a$$

se tiene para el nudo:

$$Q_A + Q_B + Q_C = 0$$

resultado que puede generalizarse para nudos donde concurren cualquier número de líneas de rotura.

La expresión que da la fuerza nodal Q_A en función de los esfuerzos de rotura en las líneas 1, 2 y 3 es la siguiente (fig. 24.17):

$$Q_A = (m_2 - m_1)\operatorname{cotg}\gamma - (m_3 - m_1)\operatorname{cotg}\beta - (t_2 - t_3),$$

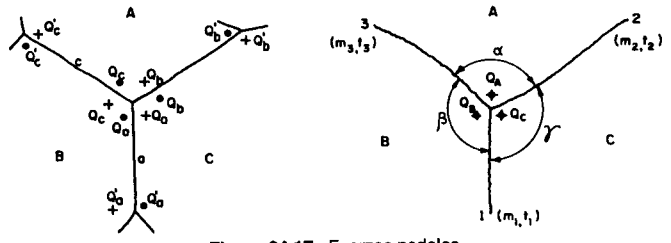


Figura 24.17 Fuerzas nodales

y puede calcularse fácilmente, ya que los momentos flectores m_1, m_2, m_3 y torsores t_1, t_2 y t_3 son constantes en las líneas de rotura y se obtienen de forma elemental, una vez conocidas las armaduras de la placa (ver apartado 24.7-6.°).

A partir de estas expresiones pueden demostrarse las dos siguientes propiedades generales, que deben cumplir las configuraciones de rotura de una placa de forma y apoyos cualesquiera, sometida a carga uniforme:

a) El número máximo de líneas de rotura que pueden concurrir en un nudo es tres, a no ser que sean todas del mismo signo.

b) Si en un nudo concurren varias líneas de rotura del mismo signo y momentos de rotura iguales, todas las fuerzas nodales en dicho nudo son nulas.

24.9 Método de las líneas de rotura. Obtención de la configuración de rotura

Para la obtención de la configuración de rotura de una placa dada se eligen previamente las configuraciones posibles, que son las compatibles con la forma, condiciones de apoyo y cargas de la placa. Cada configuración queda determinada en función de uno o varios parámetros incógnitas. Estos parámetros se determinan por cualquiera de los tres métodos que seguidamente se indican, calculando a continuación la carga de rotura de la placa para la configuración estudiada. La configuración verdadera (o la más aproximada de entre las elegidas) será la que proporcione una carga de rotura más pequeña (ver apartado 24.7).

Recíprocamente, si se conoce el valor de la carga de rotura, la configuración de rotura se hallará con la condición de que maximice el *momento de plastificación m*, y se dispondrán las armaduras necesarias para resistir ese momento (problema de dimensionamiento).

1.° MÉTODO DEL EQUILIBRIO

Consiste en establecer las ecuaciones de equilibrio de cada uno de los trozos en que queda dividida la placa por las líneas de rotura. En general habrá una ecuación de equilibrio de fuerzas y dos de equilibrio de momentos (respecto a dos ejes cualesquiera situados en el plano de la placa), de forma que, si hay n trozos, se dispondrá de $3 \cdot n$ ecuaciones de equilibrio.

Se supone que las cargas crecen proporcionalmente, de forma que las que actúan al producirse la rotura quedan fijadas por un único parámetro incógnita, que llamaremos genéricamente *carga de rotura.* Son también incógnitas la posición de los ejes de rotación de los n trozos de placa y los giros de $n - 1$ de ellos (puesto que todo ello es lo que fija la configuración de rotura, según se ha visto en el apartado 24.7-5.°), así como las reacciones de los apoyos de la placa (ya que los momentos flector y torsor en las líneas de rotura y las fuerzas nodales en los nudos son conocidos en función de las armaduras de la placa, como se ha visto en los apartados 24.7-6.° y 24.8).

En un trozo de placa apoyada según un lado recto, el eje de rotación es conocido, pero se desconoce el valor de la resultante de las reacciones de apoyo y su punto de paso. Si el trozo está apoyado en un punto, el eje de apoyo y la resultante pasarán por dicho punto, pero se desconoce la dirección del eje y el valor de la resultante. Si el trozo no está apoyado, no es necesario calcular la resultante de las reacciones de apoyo, pero se desconoce por completo la posición del eje de rotación.

Resumiendo, las incógnitas son: la carga de rotura (1); los giros $(n-1)$, y los ejes de giro y reacciones de apoyo de los trozos $(2 \cdot n)$. En total, $3 \cdot n$, es decir, tantas como ecuaciones.

Es posible, por tanto, al menos teóricamente, determinar la configuración de rotura y la carga de rotura, aunque el cálculo resulta, en la práctica, muy laborioso. En muchos casos, sin embargo, se simplifica por la existencia de simetrías en la placa.

Como ejemplo, sea una placa rectangular apoyada en tres bordes y libre en el cuarto, sometida a una carga uniforme q y con armadura isótropa (es decir, armaduras iguales en dos direcciones perpendiculares) (fig. 24.18). En este caso la configuración de rotura ha de ser la indicada, ya que los ejes de rotación son los bordes. Debido a la simetría, dicha configuración queda definida en función de un único parámetro x. Las líneas de rotura son todas positivas.

Para no tener que calcular las reacciones de apoyo, como ecuación de equilibrio del trozo A se elige la de momentos alrededor de su eje de apoyo:

$$m \cdot b = q\left[(b-x)\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{4}+\frac{a}{2}\cdot\frac{x}{2}\cdot\frac{a}{6}\right]$$

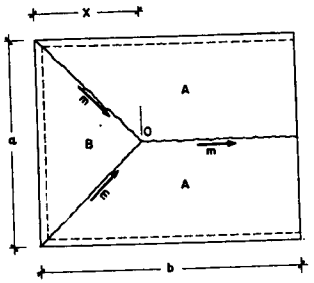


Figura 24.18 Placa rectangular apoyada en tres bordes

Análogamente se escribe el equilibrio de momentos del trozo B alrededor de su eje de apoyo:

$$m \cdot a = q \cdot \frac{a \cdot x}{2} \cdot \frac{x}{3}$$

Eliminando m entre estas ecuaciones, resulta:

$$x = \frac{a}{4b}\left(\sqrt{a^2+12b^2}-a\right)$$

con lo que se puede hallar fácilmente la carga de rotura q, en función de m (comprobación) o, a la inversa, el momento m en función de q (dimensionamiento).

2.° MÉTODO DE LOS TRABAJOS VIRTUALES

También puede utilizarse el principio de los trabajos virtuales para determinar la forma de rotura y, por tanto, la carga de rotura.

Si se admite una determinada forma de rotura, puede girarse uno de los trozos un ángulo virtual θ alrededor de su eje de rotación, y como consecuencia quedarán determinadas las rotaciones de las restantes partes. La suma de los trabajos virtuales de las fuerzas exteriores e interiores debe ser nula.

Ahora bien, como la suma de las fuerzas nodales en un nudo es:

$$Q_A + Q_B + Q_C + \ldots = 0$$

su trabajo total en dicho punto es cero.

Para determinar el trabajo que producen los momentos de rotura basta multiplicarlos por el giro de su correspondiente línea de rotura.

Pero es preferible calcular los trabajos que producen los momentos de cada trozo A de placa:

$$\theta_A \cdot \sum m_i \cdot a_i \cdot \cos\alpha_i = \theta_A \cdot M_A$$

en donde θ_A es el ángulo girado por el trozo considerado y M_A la proyección, sobre el eje de rotación, de todos los momentos que actúan en dicho trozo.

Este último trabajo puede también expresarse en función de las componentes θ_{Ax} y θ_{Ay} de la rotación θ_A, según dos direcciones:

$$\theta_A \cdot M_A = \theta_{Ax} \cdot M_{Ax} + \theta_{Ay} \cdot M_{Ay}$$

en donde M_{Ax} y M_{Ay} son las proyecciones, sobre los ejes xx e yy, de todos los momentos de rotura que actúan en el trozo de placa A.

Análogamente tenemos para las fuerzas exteriores:

$$\theta_A \cdot M_e = \theta_{Ax} \cdot M_{ex} + \theta_{Ay} \cdot M_{ey}$$

en donde M_{ex} y M_{ey} son los momentos de las fuerzas exteriores que actúan en el trozo A respecto a los ejes xx e yy, respectivamente.

Por último, la ecuación de los trabajos virtuales, extendida a toda la placa, será:

$$\sum \theta_A \cdot M_A + \sum \theta_A \cdot M_e = 0$$

Esta ecuación puede expresarse en la forma:

$$q = f(x, y...)$$

siendo q la carga de rotura de la placa y x, y ... los parámetros que fijan la configuración de rotura de la misma. En virtud del teorema del límite inferior (apartado 24.7), los valores de estos parámetros serán los que hagan mínima a q, o sea, los que se deduzcan del sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0, ...$$

Si se trata de un problema de dimensionamiento, los valores de los parámetros serán los que maximicen el momento de plastificación m.

Para aclarar la aplicación del método, consideremos nuevamente la placa de la figura 24.18.

Aplicando un desplazamiento virtual $z = 1$ al nudo 0, resultan unos giros de las partes A y B:

$$\theta_A = \frac{1}{0{,}5\,a} = \frac{2}{a}, \quad \theta_B = \frac{1}{x}$$

Los trabajos virtuales de los momentos de rotura son:

para el trozo A: $\quad M_A = m \cdot b, \qquad M_A \cdot \theta_A = -\frac{2b}{a} \cdot m$

para el trozo B: $\quad M_B = m \cdot a, \qquad M_B \cdot \theta_B = -\frac{a}{x} \cdot m\,a$

Los trabajos virtuales de las fuerzas exteriores son:

para el trozo A:
$$M_e = q \cdot \left[(b-x) \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{4} + \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{a}{6} \right] = q \cdot \frac{a^2}{8} \cdot \left(b - \frac{2}{3} \cdot x \right)$$

$$M_e \cdot \theta_A = q \cdot \frac{a}{4} \cdot \left(b - \frac{2}{3} \cdot x \right)$$

para el trozo B:
$$M_e = q \cdot \frac{a \cdot x}{2} \cdot \frac{x}{3} = q \cdot \frac{a \cdot x^2}{6}$$

$$M_e \cdot \theta_B = q \cdot \frac{a \cdot x}{6}$$

Como las reacciones de apoyo no producen trabajo, la ecuación de los trabajos virtuales podemos ponerla en la forma:

$$-2 \cdot \left(\frac{2 \cdot b}{a} \cdot m \right) - \frac{a}{x} \cdot m + 2 \cdot q \cdot \frac{a}{4} \left(b - \frac{2}{3} x \right) + q \cdot \frac{a \cdot x}{6} = 0$$

o bien,

$$q = 2 \cdot m \cdot \frac{4\frac{b}{a} + \frac{a}{x}}{a\left(b - \frac{x}{3} \right)}$$

Para determinar x se obliga a que q sea mínima:

$$\frac{dq}{dx} = 0; \qquad 4 \cdot b \cdot x^2 + 2 \cdot a^2 \cdot x - 3 \cdot a^2 \cdot b = 0$$

con lo que se obtiene:

$$x = \frac{a}{4 \cdot b} \left(\sqrt{a^2 + 12 \cdot b^2} - a \right)$$

que coincide con el resultado anterior.

3.° MÉTODO APROXIMADO DE TANTEOS SUCESIVOS

En el caso de una placa de forma complicada, la aplicación de los métodos anteriores con frecuencia no es posible, y menos aún la obtención de fórmulas generales en función de las dimensiones a, b de la placa (como se ha hecho en los ejemplos anteriores). Un método aproximado puede ser el siguiente:

a) Se parte de una configuración de rotura particular que sea compatible con la forma, apoyos y carga de la placa.

b) Se aplica el método del equilibrio a cada uno de los trozos de la placa, encontrándose diferentes valores de la carga de rotura q.

c) Se aplica igualmente la ecuación de los trabajos virtuales a la placa, obteniendo otro valor de la carga de rotura q.

En general, se observará que los valores de q obtenidos por el método del equilibrio son muy diferentes entre sí y bastante alejados de la verdadera carga de rotura. El obtenido por la ecuación de los trabajos virtuales es bastante más aproximado, aun para formas de rotura no muy cercanas a la verdadera.

d) Se modifican los parámetros que fijan la configuración de rotura, aumentando la superficie de aquellos trozos cuya carga de rotura haya resultado superior a la dada por la ecuación de los trabajos virtuales y disminuyendo los otros. Se regresa al punto *b*), continuando así hasta obtener un resultado suficientemente aproximado.

24.10 Método de las líneas de rotura. Estudio de los ángulos

Normalmente se calculan las placas apoyadas admitiendo la forma de rotura de la figura 24.19*a*, es decir, suponiendo que las líneas de rotura llegan hasta los vértices comunes a los bordes adyacentes que son ejes de rotación.

Pero los ensayos demuestran que la forma de rotura, en los ángulos de las placas apoyadas, es en forma de Y, como se indica en la figura 24.19*b*, de modo que el vértice tiende a levantarse al girar el trozo de esquina alrededor de su eje de rotación *e-e*.

Si dicho vértice se ancla al apoyo, se produce además una línea de rotura negativa (figura 24.19*c*), que determina un trozo triangular de placa al que suele denominarse *báscula*. En este caso es necesario disponer una armadura superior para absorber el momento negativo.

A partir de cierto valor de esta armadura negativa, la báscula se reduce considerablemente pudiendo limitarse al anclaje, con lo que la forma de rotura admisible puede ser la correspondiente a la figura 24.19*a*.

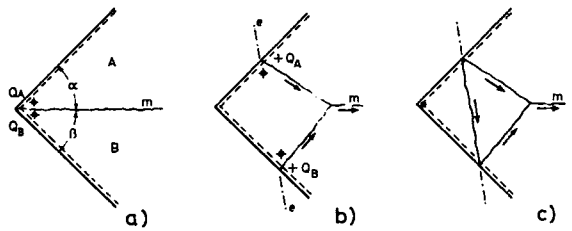


Figura 24.19 Formas de rotura en ángulos

24.11 Placas sobre apoyos aislados. Consideraciones generales

1.° DEFINICIONES

Se estudian en este apartado las placas continuas en dos direcciones ortogonales, macizas o aligeradas, que descansan directamente sobre soportes de hormigón armado,[1] generalmente sin vigas de unión de los soportes. Dichos soportes están dispuestos en planta según los nudos de una malla ortogonal, y pueden tener o no capiteles.

La solución más frecuente en edificación corresponde a placas sin vigas ni capiteles. De esta forma se consigue un techo plano, con evidentes ventajas arquitectónicas y funcionales. Sólo en edificios industriales y almacenes con sobrecargas elevadas se justifica la presencia de vigas y/o capiteles para disminuir las fuertes cuantías de armadura que de otra forma resultarían.

Por otra parte, las placas pueden ser *macizas* o *aligeradas*. En España la práctica habitual consiste en el aligeramiento mediante casetones o moldes que pueden ser perdidos o recuperables. Esta solución conduce a un importante ahorro en materiales (hormigón y también acero). En otros países europeos y americanos es más utilizada la placa maciza, cuyas ventajas son el ahorro en mano de obra y en tiempo de ejecución, el menor canto total (del orden del 80 por 100), el mejor aislamiento térmico y acústico, y el mejor comportamiento frente a las acciones sísmicas.

Quedan incluidos en este apartado los *forjados reticulares* o bidireccionales, también llamados *forjados sin vigas o losas nervadas*.

Las placas continuas sobre apoyos aislados constituyen estructuras espaciales complejas cuyo cálculo riguroso es difícil de abordar. La estructura puede asimilarse a un emparrillado sustentado sobre apoyos elásticos (ver apartado 24.4 y fig. 24.4*c*), lo que permite tener en cuenta la colaboración de los soportes; el emparrillado resultante puede analizarse en ordenador mediante un programa típico de cálculo matricial.

En Estados Unidos se han desarrollado métodos simplificados de cálculo basados en el comportamiento real de estas estructuras, sobre las que existe hoy día una gran experiencia. Estos métodos son los adoptados por el Código ACI-318-95 así como por la Instrucción española; su empleo requiere que se cumplan ciertas limitaciones que más adelante se detallan. Antes de pasar a la exposición de los métodos de cálculo es necesario establecer varias definiciones y consideraciones sobre los distintos elementos que forman la estructura.

[1] La mayor parte de lo que se dice en este apartado es también aplicable a las placas que descansan sobre soportes metálicos o mixtos. La principal diferencia radica en la zona de unión entre placa y soporte, que debe estar dimensionada para transmitir los esfuerzos sin riesgo de punzonamiento.

Se llama *capitel* a un ensanchamiento de la cabeza de un soporte o pilar, que sirve de unión entre éste y la placa. Los pilares pueden llevar o no capitel (figs 24.20 *a* y *b*).

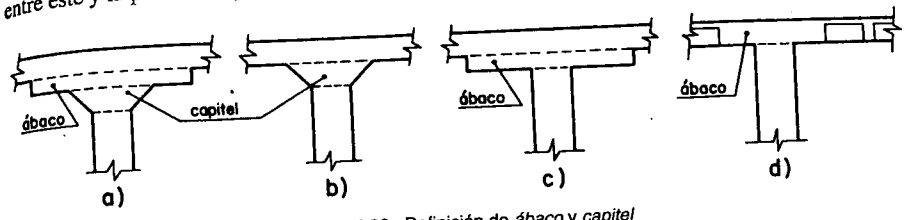


Figura 24.20 Definición de *ábaco* y *capitel*

Se llama *ábaco* a una zona de la placa, alrededor de un soporte o su capitel, que se regruesa (o maciza, si se trata de placa aligerada) con objeto de aumentar su resistencia (fig. 24.20 *a*, *c* y *d*). Las placas pueden llevar o no ábacos, si bien en las losas aligeradas siempre se macizan las zonas de apoyo.

Se llama *recuadro* a una zona rectangular de placa, limitada por las líneas que unen los centros de cuatro soportes contiguos. Para una dirección dada, los recuadros pueden ser interiores o exteriores; así, se denomina *recuadro interior* aquel que, en la dirección considerada, queda situado entre otros dos recuadros, y *recuadro exterior* aquel que, en la dirección considerada, no tiene recuadro contiguo a uno de los lados (fig. 24.21). El recuadro punteado de la figura es interior en la dirección *xx*, y exterior en la dirección *yy*.

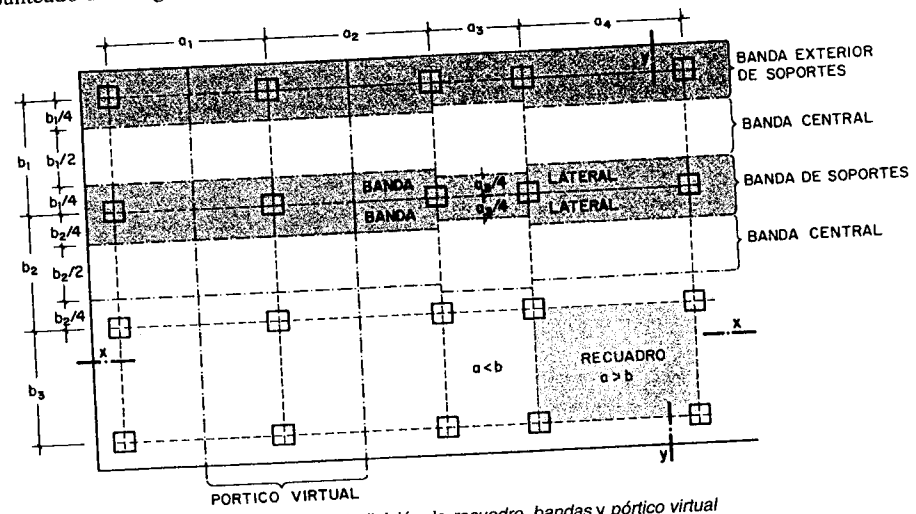


Figura 24.21 Definición de *recuadro*, *bandas* y *pórtico virtual*

Se llama *banda* a cada una de las franjas ideales, paralelas a la dirección del vano que se considera, en que se supone dividido un recuadro o fila de recuadros (fig. 24.21).

44672

Se denomina *banda lateral* a la situada lateralmente a un recuadro o fila de recuadros y cuya anchura, en cada tramo, es igual a 1/4 de la menor dimensión del recuadro. Y *banda central,* a la situada en el centro de un recuadro o fila de recuadros y limitada por las dos bandas laterales correspondientes.

Se denomina *banda de soportes,* la formada por dos bandas laterales contiguas, situadas a ambos lados de la línea que une los centros de una fila de soportes.

Se denomina *banda exterior de soportes* la banda lateral de un recuadro exterior, o fila de recuadros, situada sobre una fila de soportes exteriores, que puede incluir la parte de placa que vuela sobre los mismos.

Por último, se llama *pórtico virtual* a un elemento ideal que se adopta para el cálculo de la placa, según una dirección dada; está constituido por una fila de soportes y dinteles cuya inercia sea igual a la de la zona de la placa limitada por los ejes de los recuadros adyacentes a dichos soportes (fig. 24.21), o bien a la suma de las inercias de la placa y de la viga, si es que existe.

2.° DIMENSIONES DE LOS ELEMENTOS

A continuación se dan algunas indicaciones prácticas sobre las dimensiones de los distintos elementos de las estructuras estudiadas. Como queda dicho más arriba estas indicaciones no son en general obligatorias, pero deben ser respetadas si se emplean los métodos simplificados de cálculo que más adelante se exponen.

a) Los soportes no se desviarán de los vértices teóricos de una malla ortogonal en más del 10 por 100 de la luz correspondiente a la dirección en la que se produce la desviación (fig. 24.22).

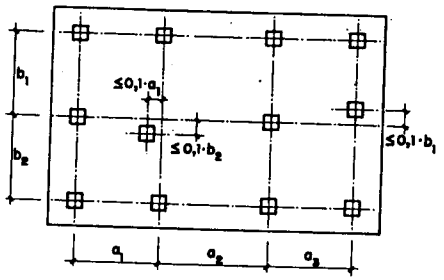


Figura 24.22 Malla sensiblemente ortogonal

b) Las dimensiones de la sección de los soportes rectangulares $a_o \times b_o$ cumplirán las siguientes limitaciones (fig. 24.23):

$$a_o \geq 25 \text{ cm} \qquad b_o \geq 25 \text{ cm}$$
$$a_o \geq h_o + h_1 \qquad b_o \geq h_o + h_1$$
$$a_o \geq a/20 \qquad b_o \geq b/20$$

con los siguientes significados:

h_o = espesor de la placa;
h_1 = resalto del ábaco si existe;
a = la mayor de las luces de los vanos adyacentes en la dirección de a_o;
b = la mayor de las luces de los vanos adyacentes en la dirección de b_o.

En el caso de soportes circulares, la sección del soporte cuadrado de igual perímetro debe satisfacer las condiciones anteriores.

c) Los paramentos del capitel formarán, con el eje del soporte, un ángulo no superior a 45°. De no cumplirse esta condición, no se considerarán, desde el punto de vista resistente, las zonas periféricas indicadas en la figura 24.23*a*.

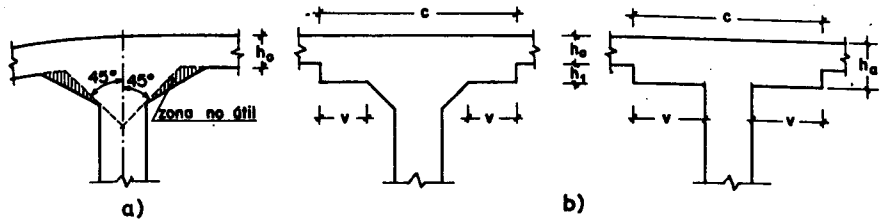


Figura 24.23 Dimensiones de los diversos elem

d) En el cálculo de la armadura necesaria para resistir los momentos negativos de los apoyos, se considerará como espesor del ábaco el menor de los dos valores siguientes:

$$h_a, \qquad h_o + \frac{1}{4}v$$

en donde h_a es el espesor real del ábaco y v el vuelo del mismo (fig. 24.23*b*).

e) El espesor mínimo de la placa si ésta es maciza no será inferior a 12 cm ni a 1/32 de la luz del vano mayor. No obstante, dicho espesor podrá bajarse a 10 cm, o a 1/35 de dicha luz (el mayor de ellos), si la placa va provista de ábacos cuyo resalto sea $h_1 \geq h_o/4$, y cuya longitud total c, en la dirección de cada vano, sea igual o superior al tercio del vano correspondiente (fig. 24.23*b*).

Si la placa es aligerada, su espesor no será inferior a 15 cm ni a 1/28 de la luz del mayor vano, debiendo llevar además una capa de compresión continua. El espesor de esta capa de compresión no será inferior a 5 cm ni a 1/10 de la mayor dimensión del aligeramiento, b_x o b_y, con moldes recuperables (fig. 24.24*a*), debiendo llevar además una malla de Ø 6 a 15 cm en cada dirección (fig. 24.24*b*).

Los espesores mínimos mencionados no son recomendables en la práctica, porque dan lugar a cuantías antieconómicas y a problemas de deformaciones. Los espesores mínimos usuales son de 15 cm o *l*/30 en placas macizas, y de 20 cm o *l*/25 en placas aligeradas.

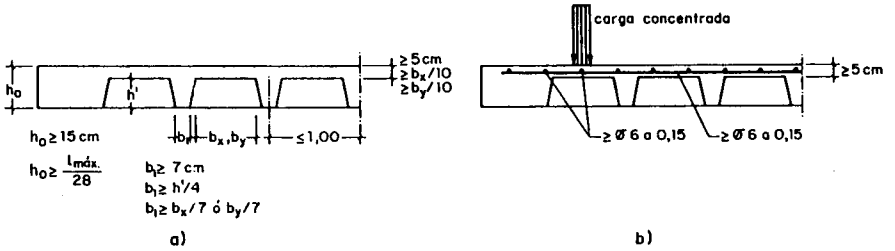


Figura 24.24 Espesores mínimos

f) Las placas aligeradas llevarán ábacos macizados sobre cada soporte, cuadrados o rectangulares, cuya dimensión mínima en cada dirección, medida desde el eje del soporte al borde del ábaco, será de 0,15 de la luz del vano correspondiente (fig. 24.25*a*).

g) Los nervios de las placas aligeradas serán seis por recuadro y en cada dirección, como mínimo. Es conveniente que el ancho de los nervios cumpla (fig. 24.24*a*):

$$b_1 \geq 7 \text{ cm}$$
$$b_1 \geq b_x/7 \text{ o } b_y/7$$
$$b_1 \geq h'/4$$

La separación de los nervios no será superior a 1 metro.

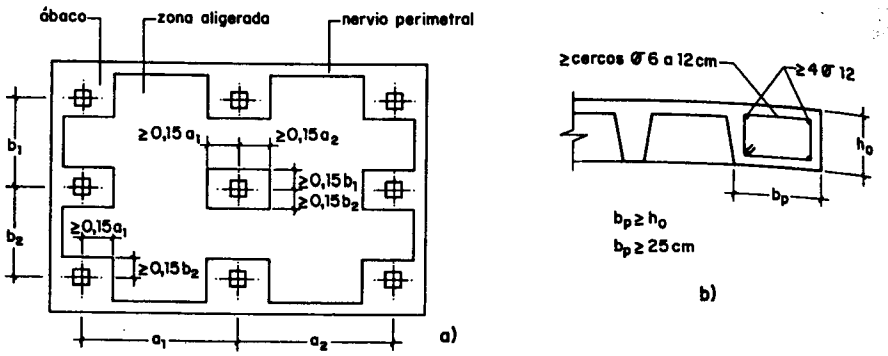


Figura 24.25 Ábacos en placas aligeradas

h) Las placas aligeradas llevarán en todo su contorno un nervio perimetral, cuyo ancho b_p no será inferior a 25 cm ni al canto h_o (fig. 24.25*b*).

i) Los voladizos en las placas aligeradas tendrán un vuelo no mayor de 10 h_o, siendo h_o el canto de la placa (fig. 24.26).

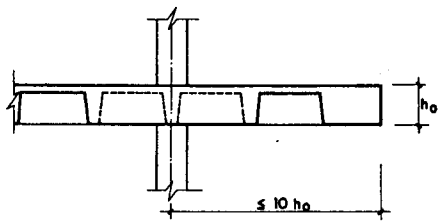


Figura 24.26 Voladizos en placas aligeradas

3.° MÉTODOS DE CÁLCULO

El cálculo de las placas continuas sobre apoyos aislados constituye un problema complejo y difícil de abordar de una forma rigurosa. Fundamentalmente existen tres formas de análisis de la estructura: por los métodos clásicos elásticos mediante un programa adecuado de ordenador, generalmente asimilando la estructura a un emparrillado sustentado en apoyos elásticos (véase apartado 24.4-2.°); mediante el método de las líneas de rotura; y, por último, mediante métodos simplificados de cálculo avalados por la gran experiencia existente, que son los que se tratan a continuación.

Los métodos simplificados de cálculo desarrollados en Estados Unidos (adoptados por el Código ACI-318 y por la Instrucción española) son el de los *pórticos virtuales* y el *método directo,* si bien este último es una simplificación solamente aplicable al caso de cargas verticales.

El cálculo de esfuerzos y el armado de las placas sobre apoyos aislados se presentan a continuación en los apartados 24.12 y 24.13. El primero de ellos se dedica al caso más frecuente en edificación, que es el de placas planas que descansan directamente sobre los soportes sin ábacos resaltados, capiteles ni vigas de unión entre los soportes (forjados sin vigas); y el segundo se dedica al caso, más general pero más complejo, de placas con vigas de unión entre los soportes.

24.12 Placas planas sobre apoyos aislados. Forjados sin vigas

1.° GENERALIDADES

El comportamiento resistente de las placas sobre apoyos aislados es completamente distinto al de las placas sustentadas en todo su contorno. En efecto, en este último caso, la estructura es hiperestática en cuanto a su condición de apoyo, y la carga puede transmitirse en una sola dirección para alcanzar los apoyos, por lo que resultan los momentos mayores en la dirección más corta (véase método de Marcus, apartado 24.5-1.°). Por el contrario, en una placa rectangular apoyada puntualmente en sus cuatro esquinas, que es isostática respecto al apoyo, la carga debe viajar primero en una dirección y luego en la otra hasta llegar a los apoyos puntuales, es decir, *toda la carga se transmite en ambas direcciones* y, por lo tanto, los momentos flectores mayores se producen en la dirección de la luz mayor. Por esta causa, la práctica de considerar la totalidad de la carga para los pórticos virtuales en ambas direcciones, que se describe a continuación, responde a una realidad mecánica y, en consecuencia, no constituye una reserva de seguridad.

El método de análisis de las placas sobre apoyos aislados consiste en suponer dividida la estructura, en cada una de las dos direcciones ortogonales, en una serie de pórticos virtuales múltiples (de varios pisos). Cada pórtico virtual está constituido por una fila de soportes, y dinteles cuya inercia es igual a la de la zona de placa limitada por los ejes de los recuadros adyacentes a dichos soportes (fig. 24.27). Los pórticos virtuales correspondientes a cada dirección se calcularán, independientemente, para la totalidad de la carga y bajo la hipótesis que resulte en cada caso más desfavorable. Analizando cada pórtico se obtienen los esfuerzos de los distintos elementos: momentos negativos y positivos en los dinteles (que llamaremos momentos de referencia); cortantes en dinteles, y momentos y axiles en soportes.

Para los soportes exteriores de fachada, el pórtico virtual está constituido por la fila de dichos soportes, y dinteles cuya inercia sea igual a la de la zona de placa limitada por el eje de los recuadros exteriores adyacentes y el paramento de fachada, o el extremo del voladizo, si existe.

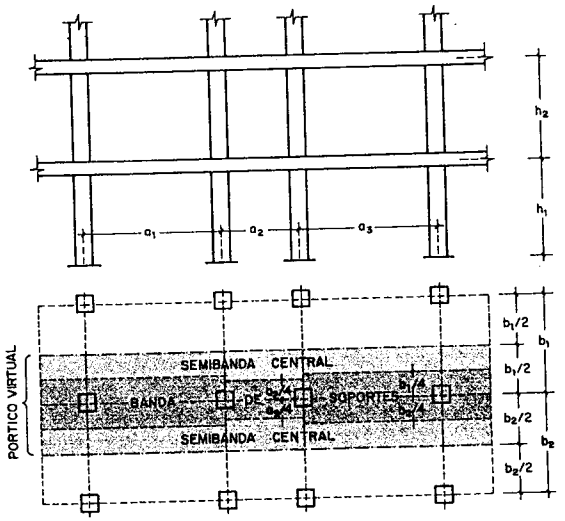


Figura 24.27 Definición de pórtico virtual

2.° CÁLCULO DE ESFUERZOS. MÉTODO DIRECTO

a) Campo de aplicación

Tanto el Código ACI americano como la Instrucción española preconizan un método directo simplificado para la determinación de los momentos por vanos independientes, válido solamente para cargas verticales uniformes en cada vano y siempre que se cumplan las siguientes condiciones:

- un mínimo de tres vanos en cada dirección;
- relación entre dimensiones a y b de un recuadro tal que se verifique: $0,5 \le a/b \le 2$;
- luces sucesivas que no difieran entre sí en más de 1/3 de la mayor;
- la malla de soportes en planta debe ser sensiblemente ortogonal (apartado 24.11-2.° *a*);
- sobrecarga uniformemente repartida y no mayor del doble de la carga permanente.

b) Momentos de referencia positivos y negativos en la placa

- Si la sobrecarga no excede de la mitad de la carga permanente ($q \le 0,5 \cdot g$), como momentos negativos y positivos de referencia, en cada vano, pueden adoptarse los indicados en la tabla 24.3, en función del momento isostático:

$$M_o = \frac{1}{8} \lambda_f \cdot (g+q) \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot a_e^2$$

con los siguientes significados:

$g + q$ = carga permanente + sobrecarga por m² de placa;
b_1, b_2 = ancho de los recuadros adyacentes;
$(b_1 + b_2)/2$ = ancho del vano;
a_e = luz libre del vano medida entre paramentos de soportes, con $a_e \ge 0,65 \cdot a$.

TABLA 24.3

MOMENTOS DE REFERENCIA EN LAS SECCIONES CRÍTICAS DE APOYOS Y VANOS EN PORCENTAJES DEL MOMENTO ISOSTÁTICO, M_o

	Caso A	*Caso B*	*Caso C*
Momento negativo en apoyo exterior	30%	0%	65%
Momento positivo en vano	52%	63%	35%
Momento negativo en apoyo interior	70%	75%	65%

Caso A: Placa elásticamente empotrada en los soportes de borde
Caso B: Placa apoyada en el borde
Caso C: Placa perfectamente empotrada en ambos bordes o con continuidad en ambos apoyos (vano intermedio)

Los momentos negativos corresponden a los paramentos de los soportes. La armadura negativa sobre un soporte interior se determinará a partir del mayor de los dos momentos negativos correspondientes a los extremos de los vanos que concurren en el mismo.

- Para sobrecargas mayores ($0,5 \cdot g < q \le 2,0 \cdot g$) y para vanos empotrados en soportes muy flexibles, conviene tener en cuenta el posible aumento de los momentos positivos al estar cargado el vano mencionado y descargados los adyacentes. Para ello basta multiplicar el correspondiente momento positivo por el factor δ, dado en las tablas 24.4 y 24.5.

TABLA 24.4

FACTORES δ PARA PLACAS ALIGERADAS

b/a	*q/g* = 0,5	*q/g* = 1,0	*q/g* = 2,0
0,5	1,00	1,10	1,15
1,0	1,00	1,12	1,17
2,0	1,00	1,15	1,20

Se puede interpolar linealmente

TABLA 24.5

FACTORES δ PARA PLACAS MACIZAS

b/a	*q/g* = 0,5	*q/g* = 1,0	*q/g* = 2,0
0,5	1,00	1,12	1,25
1,0	1,00	1,16	1,28
2,0	1,00	1,20	1,30

Se puede interpolar linealmente

c) Esfuerzos en soportes

Los esfuerzos axiles se determinan sumando las cargas sobre las áreas tributarias de las distintas plantas, determinadas por los ejes de los recuadros adyacentes. Para el primer soporte interior, el esfuerzo axil debe incrementarse en un 15 por 100 para tener en cuenta el efecto hiperestático.

Los momentos en soportes se determinan mediante las fórmulas siguientes:

Soporte exterior:

$$M = 0,65 \cdot M_o \cdot \frac{k_{s1}}{\sum k}$$

en donde k_{s1} es la rigidez a flexión del soporte, y $\sum k = k_p + k_{s1} + k_{s2}$, la suma de las rigideces de las tres barras que concurren en el nudo.

Soporte interior:

$$M = 0,07 \cdot \left[(g + 0,5 \cdot q) \cdot a_{e1}^2 - g \cdot a_{e2}^2 \right] \cdot \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot \frac{k_{s1}}{\sum k}$$

con los siguientes significados:

g = carga permanente por unidad de superficie;
q = sobrecarga uniforme por unidad de superficie;
a_{e1} = luz libre del mayor de los dos vanos adyacentes;
a_{e2} = luz libre del menor de los dos vanos adyacentes;
b_1, b_2 = anchos de los recuadros adyacentes (figura 24.28)
k_s = rigidez a flexión del soporte;
k_p = rigidez del dintel virtual;
$\sum k = k_{p1} + k_{p2} + k_{s1} + k_{s2}$.

3.° CÁLCULO DE ESFUERZOS. MÉTODO DE LOS PÓRTICOS VIRTUALES

a) Campo de aplicación

Para cargas verticales y horizontales, las placas sobre apoyos puntuales pueden analizarse estudiando, en cada dirección, los pórticos virtuales correspondientes actuando de forma independiente unos de otros.

Para que este método sea válido es preciso que la interacción entre los pórticos no sea significativa, lo que puede producirse en los siguientes casos:

- Asimetrías notables, en planta o en alzado, de geometría, o de rigideces en las piezas.
- Existencia de brochales.
- Estructuras sensiblemente traslacionales.
- Existencia de elementos de rigidización transversal (núcleos, pantallas, etc.).
- Acciones horizontales en estructuras no uniformes.
- Fuerte descompensación de cargas o luces.

b) Cargas verticales que deben aplicarse

El Código ACI admite que se considere, como única hipótesis de carga, la carga total en todos los vanos, siempre que la sobrecarga no supere el 75 por 100 de la carga permanente. En caso de que no se cumpla esta condición, deben estudiarse, además de la hipótesis de carga total, las dos siguientes:

- Carga permanente en todos los vanos y el 75 por 100 de la sobrecarga en vanos alternos, para la determinación de los momentos positivos de referencia.
- Carga permanente en todos los vanos y el 75 por 100 de la sobrecarga en vanos adyacentes, para la determinación de los momentos negativos de referencia.

c) Características elásticas de los elementos. Caso de cargas verticales

Las características elásticas de los distintos elementos que constituyen un pórtico virtual pueden determinarse mediante los conocidos métodos basados en la teoría de la elasticidad. Algunas normas recomiendan calcular, tanto las características elásticas como los momentos de empotramiento perfecto, teniendo en cuenta la presencia de ábacos macizados, así como la influencia de las dimensiones de los soportes en relación a las luces de los vanos. Pero dada la naturaleza aproximada y práctica del método, a nuestro juicio es suficiente corregir dichos valores de una forma simplista, como más adelante se indica.

La transmisión de momentos de la placa a los soportes se efectúa, en parte, mediante trabajo a flexión, y el resto, por torsión. Por esta causa, con objeto de facilitar los cálculos y poder emplear los métodos tradicionales de distribución de momentos en pórticos múltiples, las distintas normas corrigen las rigideces a flexión de los soportes, $4E \cdot I/h$, sustituyéndolas por unas rigideces equivalentes, k_e, para tener en cuenta los mencionados efectos.

Recuérdese que se trata, en este apartado, de placas de espesor constante sin vigas de unión de pilares, y de soportes sin capiteles. Para las características elásticas de los distintos elementos del pórtico pueden tomarse los siguientes valores.

Dinteles virtuales

En placas macizas, la rigidez a flexión de un vano de luz a y ancho $(b_1 + b_2)/2$ es (figura 24.28):

$$k_p = \frac{4\,E \cdot I_p}{a}; \qquad I_p = \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot \frac{h_o^3}{12}$$

en donde h_o es el espesor de la placa. En el caso de soportes muy rígidos $(a_o/a \geq 0{,}15)$ esta rigidez debe aumentarse en un 10 por 100.

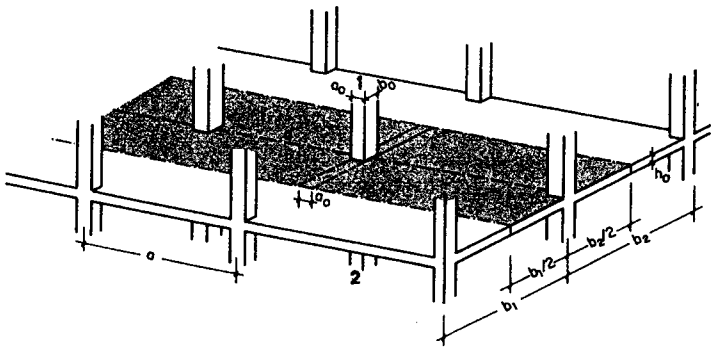


Figura 24.28 Dintel virtual

En placas aligeradas de espesor constante y ábacos macizados, como rigidez a flexión de un dintel virtual puede tomarse:

$$k_p = \frac{4{,}8 \cdot E \cdot I_p}{a}$$

en donde I_p se obtiene sumando los momentos de inercia de los distintos nervios existentes en el ancho del pórtico $(b_1 + b_2)/2$, considerados como secciones en T.[1]

Para los coeficientes de transmisión pueden tomarse los siguientes valores:

- placas macizas con soportes normales ..... $\beta = 0{,}50$
- placas macizas con soportes muy rígidos ..... $\beta = 0{,}58$
- placas aligeradas con ábacos macizados ..... $\beta = 0{,}56$

Rigidez de los soportes

De acuerdo con lo indicado anteriormente, para tener en cuenta de una forma sencilla la transmisión de esfuerzos de la placa a los soportes, por flexión y torsión, se sustituye la rigidez a flexión de cada soporte interior, k_s, por la *rigidez equivalente*, k_e, definida por la condición de flexibilidad:

$$\frac{1}{k_{e1} + k_{e2}} = \frac{1}{k_{s1} + k_{s2}} + \frac{1}{k_{t1} + k_{t2}}$$

en donde k_{e1} y k_{e2} son las rigideces equivalentes de los soportes 1 y 2 (fig. 24.28), k_{s1} y k_{s2} sus rigideces a flexión y, por último, k_{t1} y k_{t2} las rigideces a torsión de las zonas de placa, a uno y otro lado del nudo, de ancho igual al canto del soporte y de longitudes $b_1/2$ y $b_2/2$, respectivamente.[2]

En un pórtico virtual interior, la rigidez equivalente de *uno cualquiera* de sus soportes (incluso los extremos) puede ponerse en la forma simplificada:[3]

$$k_e = \frac{4\,E \cdot b_o \cdot a_o^3}{12 \cdot h + \lambda \cdot b \cdot a_o^2 \cdot b_o / h_o^3}$$

con los siguientes significados (fig. 24.28):

b_o = ancho del soporte;
a_o = canto del soporte;
h_o = espesor de la placa;
h = altura del soporte;
b = ancho del pórtico virtual, $b = (b_1 + b_2)/2$
$\lambda = 0{,}356 / \alpha$
$\alpha = (1 - 0{,}63 \cdot h_o/a_o) / 3$

Valores de λ:

$a_o = h_o$: $\lambda = 2{,}52$
$a_o = 1{,}5 \cdot h_o$: $\lambda = 1{,}81$
$a_o = 2{,}0 \cdot h_o$: $\lambda = 1{,}55$
$a_o = 2{,}5 \cdot h_o$: $\lambda = 1{,}43$
$a_o = 3{,}0 \cdot h_o$: $\lambda = 1{,}35$

---

[1] Si se trata de un pórtico exterior, las fórmulas son válidas sin más que sustituir el ancho $(b_1 + b_2)/2$, por $b_1/2 + b_v$, siendo b_v el ancho del voladizo, si existe.

[2] El Código ACI emplea el concepto de rigidez equivalente de dos soportes, 1 y 2, mientras que en este trabajo se adopta la rigidez equivalente de un solo soporte, k_e, con objeto de facilitar las aplicaciones.

[3] Esta fórmula ha sido obtenida admitiendo, en principio, que ambos soportes, 1 y 2, tienen la misma rigidez, y teniendo en cuenta que el ángulo real de giro por torsión medido en los ensayos es muy inferior al teórico. La rigidez a torsión de una de las zonas de placa mencionadas puede ponerse en la forma:

$$\left.\begin{aligned} k_{t1} &= \frac{9\,E \cdot I_{t1}}{b_1 \cdot (1 - b_o/b_1)^3} \approx \frac{9\,E \cdot I_{t1}}{0{,}8 \cdot b_1} \\ I_t &= \alpha \cdot h_o^3 \cdot a_o = \frac{0{,}356}{\lambda} h_o^3 \cdot a_o \end{aligned}\right\} \qquad k_{t1} \approx \frac{4\,E \cdot h_o^3 \cdot a_o}{\lambda \cdot b_1}$$

En un pórtico virtual de fachada, y en el supuesto que estamos considerando de que no existe viga de borde, no es necesario corregir la rigidez de los soportes, es decir, debe tomarse, $k_e = k_s = 4\,E \cdot b_o \cdot a'^3_o/(12\,h)$.

Caso de existir vigas de borde

En el caso de existir vigas de borde (de mayor canto que la placa), la rigidez equivalente de los soportes extremos, así como la de los correspondientes a los pórticos exteriores, se determina como se indica en el apartado 24.13.

d) Características elásticas de los elementos. Caso de cargas horizontales

- Para la definición de la inercia de las vigas que representan la placa debe considerarse la inercia bruta correspondiente a un ancho igual al 35 por 100 del ancho del pórtico equivalente, teniendo en cuenta la variación de rigidez existente a lo largo de la barra.
- Para la definición de la inercia de los soportes se seguirán los mismos criterios expuestos para cargas verticales.

e) Cálculo de esfuerzos en los pórticos virtuales

En el análisis de los pórticos virtuales pueden adoptarse las simplificaciones normalmente admitidas para los pórticos múltiples. Así, en el caso de que las luces de los distintos vanos no difieran mucho entre sí y para cargas exclusivamente verticales, puede estudiarse cada pórtico, piso a piso, suponiendo que los soportes están empotrados en los dos pisos contiguos (fig. 24.29). De esta forma y para edificios regulares, basta normalmente calcular uno o dos pórticos en cada dirección.

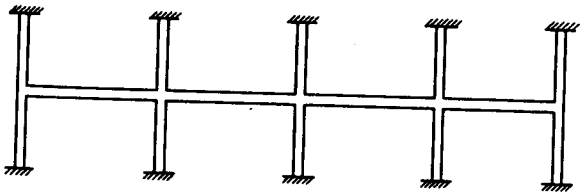


Figura 24.29 Caso de luces no muy diferentes entre sí

Los esfuerzos cortantes, que se obtienen del análisis de los pórticos virtuales, deben ser resistidos por la placa (o por los nervios, si es aligerada).

Los nervios de borde embebidos en la placa (fig. 24.25*b*) deben dimensionarse para que resistan las cargas que actúan directamente sobre ellos e irán provistos, siempre, de estribos. Estos nervios están sometidos, además de a flexión y cortante, a un momento torsor T, para el que puede tomarse $T = 0{,}5 \cdot M$, siendo M el mayor de los momentos flectores de los soportes unidos por el nervio. En el caso de borde con voladizo, es decir, de nervio situado por fuera de los soportes de borde, deberá tomarse $T = 0{,}25 \cdot M$.

Por último, conviene indicar la necesidad de efectuar la *comprobación a punzonamiento de la unión de la placa con el soporte* (apartado 20.13) ya que, generalmente, la capacidad resistente de la placa no viene limitada por su resistencia a flexión, sino por su resistencia a cortante en las proximidades del apoyo.

4.° REPARTO DE LOS MOMENTOS DE REFERENCIA ENTRE LAS BANDAS

Una vez obtenidos los momentos negativos y positivos de referencia en las secciones de centro de vano y de apoyo de la placa —bien sea por el método directo o por el de los pórticos virtuales— es preciso repartirlos entre las bandas de soportes y las bandas centrales correspondientes a cada pórtico virtual para proceder, a continuación, a la determinación de las armaduras de la placa.

Recuérdese que los pórticos virtuales interiores en cada dirección principal constan de la banda de soportes y de dos semibandas centrales (figs. 24.21 y 24.27). Cuando en el reparto de momentos se haga referencia a la banda central, se entenderá como el conjunto de las dos semibandas mencionadas. Por su parte, los pórticos virtuales exteriores constan de la banda de soportes exteriores y la semibanda central.

a) Caso de cargas verticales

En la tabla 24.6 se indican los porcentajes que corresponden a las distintas bandas, en el reparto de los momentos de referencia. Los porcentajes dados en esta tabla son válidos tanto para los pórticos interiores como para los exteriores.

TABLA 24.6

PORCENTAJES DE REPARTO DE LOS MOMENTOS DE REFERENCIA ENTRE LAS DISTINTAS BANDAS

Para cargas verticales y pórticos virtuales interiores o exteriores

Tipo de banda	*Momentos negativos*		*Momentos positivos*
	Sobre soportes interiores	Sobre soportes exteriores	En cualquier vano
Banda de soportes	75	100	60
Banda central	25	20	40

b) Caso de cargas horizontales

Los momentos de referencia debidos a cargas horizontales deben ser absorbidos, en un 100 por 100, por las bandas de soportes correspondientes.

5.° CRITERIOS DE TRANSMISIÓN DE MOMENTOS ENTRE PLACA Y SOPORTES

De acuerdo con la Instrucción española, cuando en la unión entre placa y soporte actúa un momento M_d debe suponerse que se transmite al soporte por flexión una fracción del mismo igual a $k \cdot M_d$, originando en la unión tensiones normales, y la fracción restante $(1 - k)$ M_d se transmite por torsión, originando tensiones tangenciales de punzonamiento. Los valores del coeficiente k pueden tomarse de la tabla 24.7 en función de la relación a_o/b'_o, siendo:

a_o = dimensión del soporte paralela a la excentricidad de la carga o a la dirección del pórtico virtual;

b'_o = dimensión del soporte normal a la excentricidad de la carga o a la dirección del pórtico virtual, en soportes interiores o de esquina, y dos veces tal dimensión en soportes de fachada.

TABLA 24.7

VALORES DE LA FRACCIÓN k DEL MOMENTO QUE SE TRANSMITE POR FLEXIÓN

a_o/b'_o	0,5	1,0	2,0	3,0
k	0,55	0,40	0,30	0,20

Como dimensiones a_o y b'_o deben tomarse las correspondientes a la intersección del soporte con la cara inferior de la placa. Para soportes de sección circular o poligonal, las dimensiones a_o y b'_o serán las correspondientes al soporte cuadrado de igual área.

Para resistir la parte de momento $k \cdot M_d$ transmitida por flexión debe disponerse en la placa la armadura necesaria concentrada en un ancho igual al ancho del soporte más 1,5 veces el canto de la placa a cada lado.

La fracción $(1 - k)\, M_d$ debe ser absorbida por torsión en el zuncho o viga de borde o atado torsional. Asimismo esta fracción de momento debe ser tenida en cuenta en el cálculo de las tensiones tangenciales en el perímetro de punzonamiento (apartado 20.13).

6.° DISPOSICIÓN DE LAS ARMADURAS

Las armaduras de las placas sobre apoyos aislados deben disponerse de acuerdo con las prescripciones siguientes:

a) En el caso de *placas macizas,* la separación entre barras de la armadura principal no será superior al doble del canto total h de la placa ni a 25 cm. Si se quiere evitar una fisuración excesiva, conviene que la separación entre barras de la armadura principal no sea superior a 15 centímetros. El diámetro de las armaduras principales no debe ser superior al décimo del espesor de la placa.

Las armaduras positivas y negativas en la dirección menos solicitada, en cada recuadro, tendrán secciones no inferiores a la cuarta parte de las armaduras correspondientes en la dirección más solicitada, y cuantías no inferiores a la cuantía mínima de flexión en vigas (apartado 11.10-1.°).

En los bordes de las placas deben disponerse armaduras suplementarias capaces de resistir las cargas concentradas que puedan actuar sobre los mismos.

Las armaduras de las bandas centrales, así como las correspondientes a las bandas de soportes, en las zonas de momentos positivos, se distribuirán uniformemente a lo ancho de la banda.

Las armaduras correspondientes a las bandas de soportes, en la zona de momentos negativos, deberán distribuirse en función del momento M_d transmitido por la placa a los soportes ($M_d = M_A - M'_A$, igual a la diferencia entre los momentos de referencia en las secciones de la placa a ambos lados del soporte) de acuerdo con las siguientes indicaciones:[1]

- Si el momento de desequilibrio M_d es muy pequeño, la armadura se distribuirá uniformemente en todo el ancho de la banda de soportes (fig. 24.30 *a*).
- Para momentos M_d importantes, una fracción $0{,}80 \cdot M_d / M_A$ (0,60 si se trata de soporte extremo) de la armadura negativa necesaria se distribuirá, uniformemente, en la zona de ancho igual al del soporte, más vez y media el canto total de la placa h_o, a cada lado (fig. 24.30 *b* y *c*). El resto de la armadura correspondiente a la banda de soportes se distribuirá, de un modo aproximadamente uniforme, en todo el ancho de dicha banda.

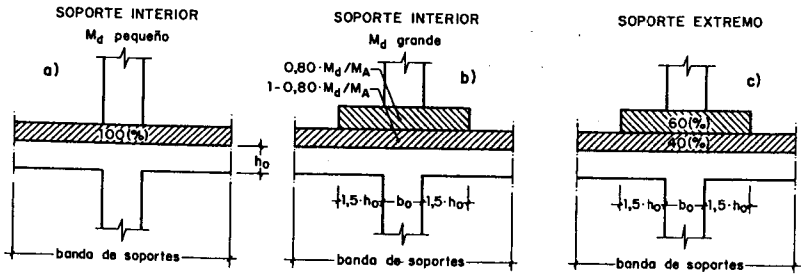


Figura 24.30 Distribución de las armaduras en bandas de soportes

[1] Si se trata de soporte extremo, M_d es el momento de la placa en el paramento interior del soporte, $M_d = M_A$.

El motivo de esta distribución de armaduras es el siguiente: Como se ha dicho en el punto 5.° anterior de este apartado, del momento transmitido de la placa a los soportes, M_d, una fracción $(1 - k)\, M_d$ se transmite por torsión, originando tensiones tangenciales en la unión placa-soporte y contribuyendo al punzonamiento de la placa, mientras que el resto, $k \cdot M_d$, se transmite por flexión, originando tensiones normales en la mencionada unión placa-soporte, que deben ser resistidas por la armadura colocada en el ancho eficaz $b_o + 3\, h_o$.

En el caso de *cargas verticales,* las longitudes mínimas de las armaduras, así como sus disposiciones constructivas pueden tomarse de la figura 24.31 de acuerdo con la Instrucción española y el Código ACI.

En el caso de *acciones horizontales (viento o sismo),* las longitudes de las armaduras y sus disposiciones constructivas deberán deducirse de las correspondientes leyes de esfuerzos obtenidas, para dichas acciones, mediante el método de los pórticos virtuales, debiendo respetarse también las indicaciones de la figura 24.31 en las zonas no cubiertas por las leyes de esfuerzos así obtenidas.

b) En las *placas aligeradas,* la distribución de armaduras en los nervios y en los ábacos se realizará de acuerdo con lo indicado para placas macizas, siendo también operantes las limitaciones establecidas para diámetros, separaciones y cuantías de dichas armaduras.

En la capa de compresión sobre los aligeramientos se dispondrá una armadura para retracción y temperatura, con una cuantía geométrica mínima del 2 por 1000 en cada dirección.

En los nervios perimetrales de borde se dispondrán cercos cerrados bien anclados y barras longitudinales, capaces de resistir las torsiones y esfuerzos cortantes que puedan actuar en los mismos. La separación de los cercos no será superior a la mitad del canto útil de la placa, debiendo cumplirse las condiciones mínimas indicadas en la figura 24.25 *b*.

Las longitudes mínimas de las armaduras y sus disposiciones constructivas son las mismas que en el caso de placas macizas (fig. 24.31), con las mismas observaciones hechas para estas placas.

c) Tanto en placas macizas como en placas aligeradas, se llama la atención sobre la necesidad de efectuar la *comprobación a punzonamiento.* Esta comprobación, así como el cálculo y disposición de las armaduras, en caso de ser necesarias, se estudia en el apartado 20.13.

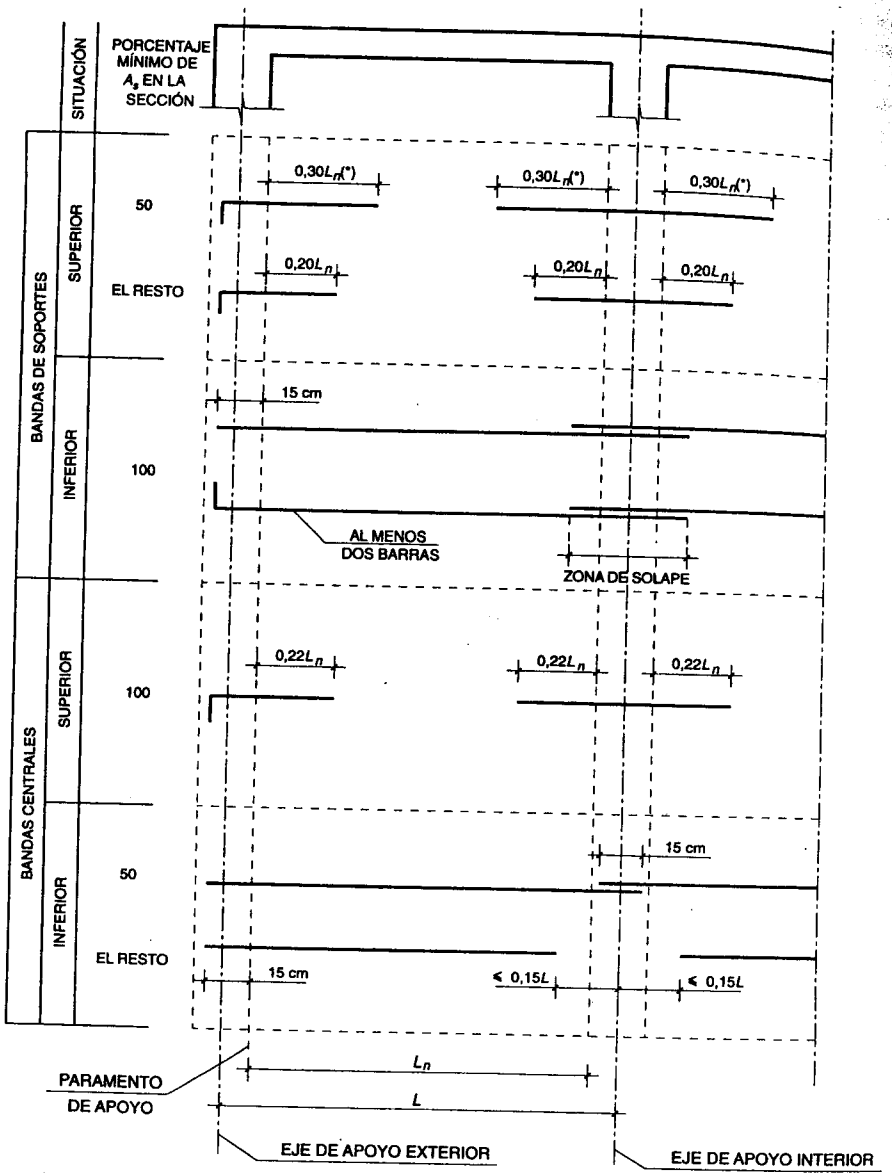
7.° ABERTURAS

Como se dijo en el apartado 24.6-2.° *l*, las aberturas practicadas en las placas dan lugar a concentraciones de esfuerzos que pueden ser peligrosas. En las placas continuas sobre apoyos aislados se comprende fácilmente que las aberturas son especialmente perjudiciales cuando se sitúan en las proximidades de los apoyos, que son las zonas sometidas a las solicitaciones más importantes. Sin embargo, estas aberturas son con frecuencia necesarias por razones funcionales de comunicación entre las distintas plantas del edificio de cuya estructura forma parte la placa.

Según el Código ACI, pueden disponerse aberturas de cualquier tamaño y en cualquier zona de la placa, pero siempre que se justifiquen mediante un cálculo adecuado. No será necesario, por el contrario, salirse de los métodos habituales expuestos si las dimensiones de las aberturas no superan los siguientes máximos (fig. 24.32):

- en la zona común a dos bandas centrales, sin límite;
- en la zona común a una banda de soportes y otra central, la cuarta parte del ancho de la banda correspondiente, en cada dirección;
- en la zona común a dos bandas de soportes, la octava parte del ancho de la banda correspondiente, en cada dirección.

En caso de que las aberturas cumplan con estas limitaciones, será suficiente concentrar, en los bordes de las mismas, armaduras de igual capacidad que las armaduras interrumpidas.



(*) En el caso de que se dispongan ábacos $0{,}33L_n$

Figura 24.31 Longitudes mínimas y doblado de las barras. *Fuente: CPH, 1999*

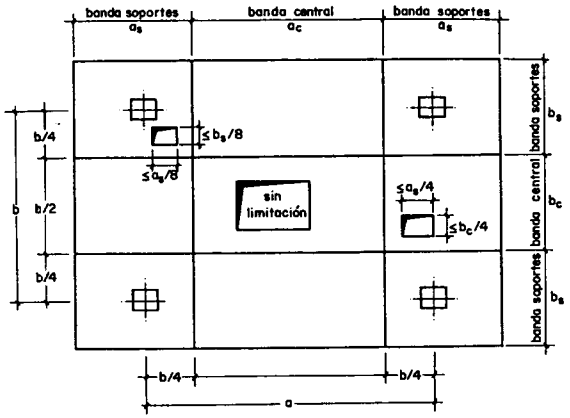


Figura 24.32 Dimensiones máximas de las aberturas

En las placas aligeradas se formarán nervios de borde que rodeen el hueco (fig. 24.33), cuyo ancho no será menor de 20 cm, en los cuales se concentrarán armaduras equivalentes a las interrumpidas en cada dirección.

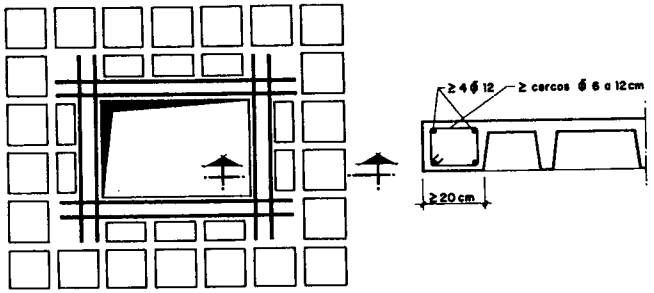


Figura 24.33 Nervios de borde rodeando el hueco

Cuando sea necesario proyectar un hueco de grandes dimensiones, puede ser conveniente disponer un soporte en cada esquina del mismo, con lo cual el hueco funciona como borde exterior de la placa y son aplicables los métodos de cálculo expuestos.

En cualquier caso, se llama la atención sobre el posible efecto desfavorable de las aberturas en el comportamiento de la placa frente al punzonamiento, especialmente de las situadas en las proximidades de los soportes. Véase a este respecto el apartado 20.13.

24.13 Placas sobre apoyos aislados con vigas de unión de soportes

En este apartado se estudia el caso de placas continuas en dos direcciones ortogonales, que descansan sobre soportes de hormigón armado, con vigas de unión de dichos soportes. Estas placas se utilizan en edificios industriales y almacenes con grandes sobrecargas. Suelen hacerse macizas.

Con objeto de facilitar la exposición, se trata a continuación del caso más frecuente de *placas macizas sin ábacos y soportes sin capiteles unidos mediante vigas.* El cálculo se efectúa mediante el método de los pórticos virtuales de acuerdo con el Código ACI-318 de 1995.[1]

La forma de cálculo es análoga a la indicada en el apartado 24.12 para forjados sin vigas, con las variaciones consiguientes debidas a la existencia de las vigas de unión de soportes.

1.° CARACTERÍSTICAS ELÁSTICAS

a. Dinteles virtuales

De no efectuarse un estudio más preciso, para la rigidez de un dintel virtual puede adoptarse el valor:

$$k_p = \frac{4{,}5 \cdot E \cdot I_p}{a}$$

en donde I_p es el momento de inercia del conjunto de placa y viga, de luz a y ancho $(b_1 + b_2)/2$, correspondiente al vano considerado (fig. 24.36).

Para el coeficiente de transmisión puede tomarse $\beta = 0{,}50$ o $\beta = 0{,}58$, según se trate, respectivamente, de soportes normales o de soportes muy rígidos ($a_o \geq 0{,}15 \cdot a$).

b) Elementos de torsión

Para las torsiones de las vigas de unión de soportes deben considerarse las *secciones eficaces* indicadas en la figura 24.34.

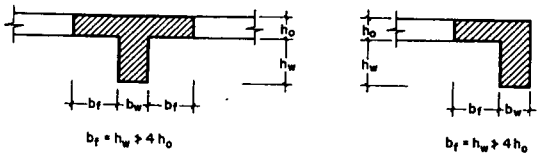


Figura 24.34 Secciones eficaces a torsión

La rigidez a torsión de uno de estos elementos se determina mediante la fórmula:

$$k_{t1} = \frac{9 \cdot E_c \cdot I_{t1}}{b_1 \cdot (1 - b_o / b_1)^3}$$

en donde b_o y b_1 son, respectivamente, los anchos del soporte y del recuadro (en la dirección perpendicular al pórtico), e I_{t1} el momento de inercia a torsión. El momento I_t puede determinarse descomponiendo las secciones eficaces en rectángulos (fig. 24.35), y sumando los momentos correspondientes a cada uno de dichos rectángulos:

$$I_t = \alpha_1 \cdot x_1^3 \cdot y_1 + \alpha_2 \cdot x_2^3 \cdot y_2$$

en donde los coeficientes α_1, α_2 se determinan, en función de la relación de lados x/y, mediante la expresión:

$$\alpha = \frac{1}{3}\left(1 - 0{,}63\frac{x}{y}\right)$$

En cada caso, deben elegirse x e y de modo que sea $x \leq y$, y se adoptará aquella descomposición de rectángulos que proporcione mayor valor para I_t.

[1] Para el caso de existir ábacos y capiteles debe consultarse el mencionado Código y sus Comentarios.

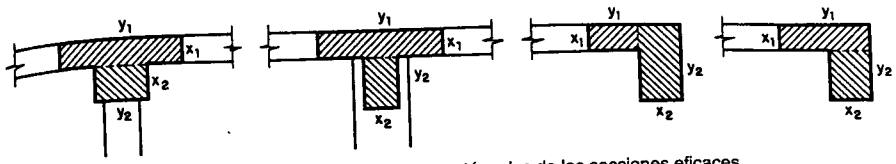


Figura 24.35 Descomposición en rectángulos de las secciones eficaces

c) Rigidez de los soportes

Con objeto de tener en cuenta la transmisión de esfuerzos de la placa a los soportes, por flexión y por torsión, se sustituye la rigidez a flexión de cada soporte, k_s, por la rigidez equivalente, k_e, definida por la condición de flexibilidad:[1]

$$\frac{1}{k_{e1} + k_{e2}} = \frac{1}{k_{s1} + k_{s2}} + \frac{1}{\gamma \cdot k_{t1} + \gamma \cdot k_{t2}}$$

en donde k_{e1} y k_{e2} son las rigideces equivalentes de los soportes 1 y 2 (fig. 24.36), k_{s1} y k_{s2} sus rigideces a flexión, k_{t1} y k_{t2} las rigideces a torsión de las vigas transversales al pórtico, a uno y otro lado del nudo y, por último, γ, la relación:

$$\gamma = \frac{I_{pb}}{I_p}$$

entre el momento de inercia a flexión del conjunto de viga y placa longitudinal, y el correspondiente a la placa sola, cuyo ancho total es $(b_1 + b_2)/2$. Este coeficiente es debido al aumento que experimenta la rigidez a torsión de una viga, al existir otra ortogonal a la misma.

Para la determinación de las rigideces equivalentes de los soportes mediante la condición de flexibilidad es necesaria otra ecuación más, que puede establecerse admitiendo que dichas rigideces, k_{e1} y k_{e2}, son proporcionales a sus correspondientes rigideces de flexión, k_{s1} y k_{s2}.

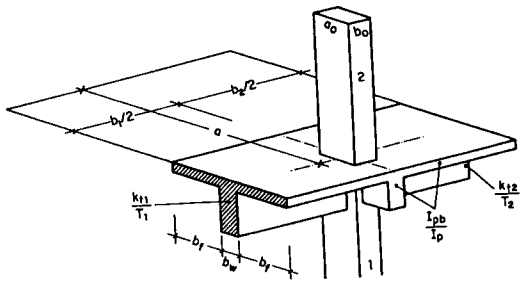


Figura 24.36 Rigidez de los soportes

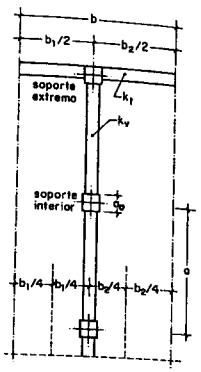
2.° CÁLCULO DE ESFUERZOS Y REPARTO DE MOMENTOS

Una vez determinadas las características elásticas de los dinteles virtuales y de los soportes, se procede al análisis de la estructura. Los momentos de referencia obtenidos se reparten entre las bandas de soportes y las bandas centrales correspondientes a cada pórtico virtual, en las proporciones que se indican en la tabla 24.8.

[1] Se adopta el concepto de rigidez equivalente, k_e, de un solo soporte, mientras el Código ACI emplea la rigidez equivalente de cada pareja de soportes 1 y 2.

TABLA 24.8
PORCENTAJES DE REPARTO DE LOS MOMENTOS DE REFERENCIA ENTRE LAS DISTINTAS BANDAS

Pórticos interiores o Pórticos exteriores			*Momentos negativos en*			*Momentos positivos en cualquier vano*
$\alpha_a \cdot \frac{b}{a}$	b/a	Tipo de banda	Soportes interiores	Soportes extremos		
				$\beta_t = 0$	$\beta_t = 2{,}5$	
$\alpha_a \cdot \frac{b}{a} = 0$	–	Banda de soportes	75	100	75	60
		Banda central	25	–	25	40
$\alpha_a \cdot \frac{b}{a} \geq 1$	0,5	Banda de soportes	90	100	90	90
		Banda central	10	–	10	10
	1,0	Banda de soportes	75	100	75	75
		Banda central	25	–	25	25
	2,0	Banda de soportes	45	100	45	45
		Banda central	55	–	55	55



Para valores de $\alpha_a \cdot \frac{b}{a}$ y β_t intermedios, puede interpolarse linealmente.

Notaciones de esta tabla:

- a = luz entre ejes del vano, en la dirección de cálculo;
- b = ancho del pórtico virtual: $b = (b_1 + b_2)/2$; ($b = b_1/2$ en pórtico exterior);
- α_a = k_t/k_p; relación entre la rigidez a flexión de la viga en la dirección de cálculo y la de un trozo de placa de ancho b;
- β_t = $k_t/k_p \cong I_t/(2\ I_p)$; relación entre la rigidez a torsión de la viga de borde y la rigidez a flexión de un trozo de placa de ancho b;
- I_t = Momento de inercia a torsión de la viga de borde (véase 1.°b anterior)
- I_p = Momento de inercia a flexión de un trozo de placa de ancho b.

a) Las vigas de unión de soportes deben dimensionarse para resistir los momentos producidos por las cargas aplicadas directamente sobre ellas, más una fracción del momento M_{Bs} que corresponde a la banda de soportes, dada por:

$$0{,}85 \cdot \alpha_a \cdot \frac{b_1 + b_2}{2a} \cdot M_{Bs} \geq 0{,}85 \cdot M_{Bs}$$

El resto del momento M_{Bs} servirá para determinar la armadura de la placa.

b) Análogamente, las vigas de unión de los soportes se dimensionarán para resistir los esfuerzos cortantes producidos por las cargas aplicadas directamente sobre ellas, más una fracción del cortante V que le transmite la placa, dada por:

$$\alpha_a \cdot \frac{b_1 + b_2}{2a} V \geq V$$

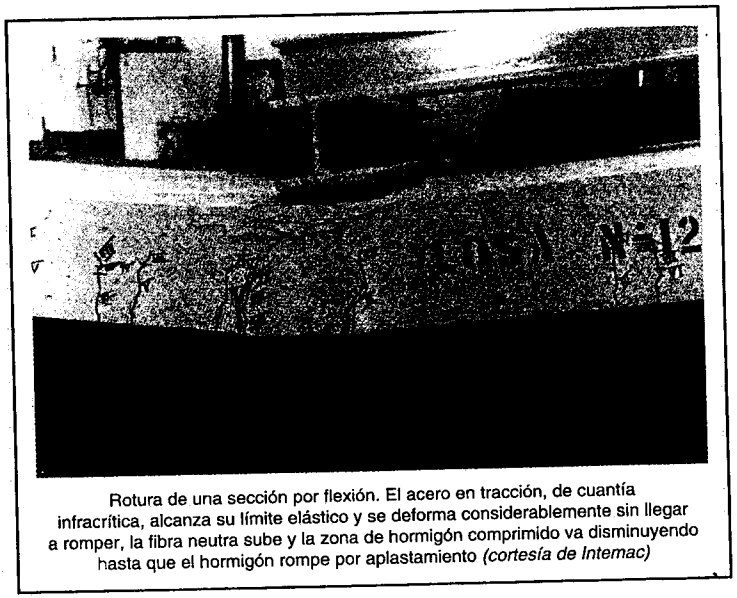
en donde V puede evaluarse por las cargas que actúan en las zonas de placa limitadas por la propia viga, por los ejes de los recuadros adyacentes a la misma y por las líneas trazadas a 45° a partir de los ejes de los soportes.

c) Por último, las vigas de unión de los soportes perpendiculares a cada pórtico virtual deben dimensionarse para resistir los momentos torsores T_1 y T_2 (fig. 24.36):

$$T_1 = (1-k) \cdot M_d \cdot \frac{k_{t1}}{k_{t1} + k_{t2}}; \quad T_2 = (1-k) \cdot M_d \cdot \frac{k_{t2}}{k_{t1} + k_{t2}};$$

en donde $(1 - k)$ es la fracción de momento transmitido por torsión a los soportes (véase 24.12-5.°); $M_d = M_A - M'_A$, la diferencia entre los momentos obtenidos en el análisis del pórtico virtual, a uno y otro lado del eje del soporte (en soportes extremos, el momento en el paramento interior del soporte), y k_{t1}, k_{t2}, las rigideces a torsión de las vigas, a uno y otro lado del pilar.

d) Para la organización de las armaduras de la placa pueden seguirse las normas indicadas en el apartado 24.12-6.° correspondiente a los forjados sin vigas, y para las armaduras de las vigas las normas generales del apartado 19.8.



Rotura de una sección por flexión. El acero en tracción, de cuantía infracrítica, alcanza su límite elástico y se deforma considerablemente sin llegar a romper, la fibra neutra sube y la zona de hormigón comprimido va disminuyendo hasta que el hormigón rompe por aplastamiento *(cortesía de Intemac)*

25. Depósitos

25.1 Depósitos de planta rectangular

1.° CONSIDERACIONES GENERALES

El hormigón armado constituye un material idóneo para la construcción de muchos tipos de depósitos por su *facilidad de moldeo, bajo coste, gran durabilidad y mantenimiento económico.* Aparte de la capacidad resistente de la estructura, el principal problema que hay que abordar en el proyecto de depósitos es su estanquidad, por lo que será preciso emplear hormigones impermeables y controlar la fisuración mediante un diseño y armado convenientes.

Los métodos clásicos de cálculo de depósitos de hormigón armado, basados en la igualdad de deformaciones del acero y del hormigón a tracción, han sido abandonados por dar lugar a tensiones de trabajo muy bajas para el acero, lo que entraña un coste excesivo. Hoy en día, los avances conseguidos en la calidad de los hormigones y de los aceros, unidos a los actuales métodos de cálculo basados en el método de los estados límites, hacen posible que se obtengan soluciones más económicas y de mayor vida útil, perfectamente aptas para el servicio mediante un adecuado control de la fisuración.

Los depósitos de planta rectangular se emplean en obras de pequeña y mediana importancia, pudiendo clasificarse, desde el punto de vista de su sustentación, en depósitos *enterrados, apoyados* sobre el suelo o *elevados* mediante una estructura apropiada. Desde otro punto de vista los depósitos pueden clasificarse en *unicelulares* y *multicelulares,* según el número de vasos de que consten (figura 25.1). No trataremos aquí de los grandes depósitos con contrafuertes ni de los depósitos elevados, por salirse de los límites impuestos a esta obra.

2.° DISEÑO DEL DEPÓSITO

Para el diseño del depósito es necesario tener en cuenta varios factores, unos relacionados con la naturaleza del líquido que se almacena, otros con el tipo de terreno de cimentación, tamaño del depósito y materiales disponibles y otros, en fin, con las condiciones de exposición.

a) *El líquido que se contiene* en el depósito es, en la mayor parte de los casos, agua potable, si bien existen otros casos en los que el líquido es diferente y puede afectar a la durabilidad del

hormigón. Entre los líquidos que de una manera general poseen carácter agresivo se encuentran: las aguas ácidas cuyo pH es inferior a 5, las aguas muy puras, las aguas sulfatadas o selenitosas, las aguas residuales que contengan más de 30 g/l de sales disueltas, los aceites vegetales y otros compuestos orgánicos análogos, etc. (véase apartado 5.7-3.°).

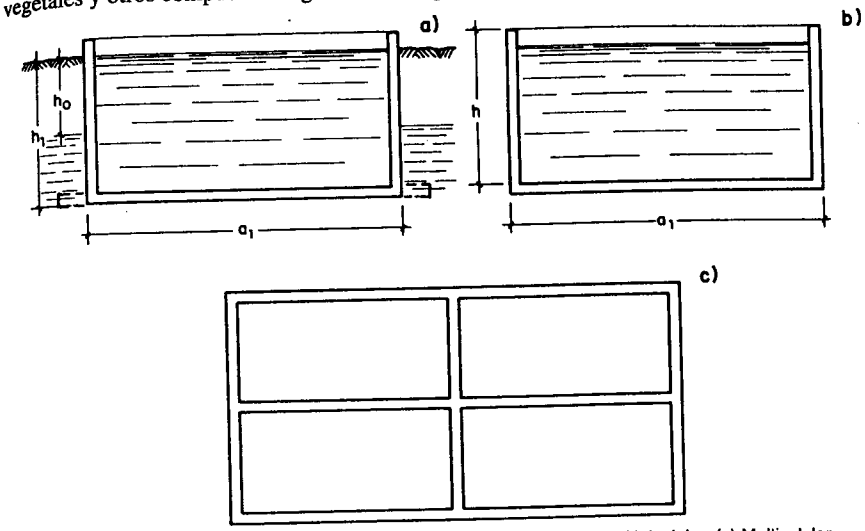


Figura 25.1 Depósitos enterrados: (*a*) Con capa freática alta. (*b*) Unicelular. (*c*) Multicelular

Aparte de estos líquidos agresivos, para los que es necesario disponer revestimientos adecuados, conviene recordar que en cualquier caso *la mejor garantía de durabilidad radica en la confección de hormigones muy compactos, para lo cual deben emplearse dosificaciones ricas en cemento, con baja relación agua/cemento y una buena compactación de la masa.*

b) *El terreno de cimentación* debe tener unas características uniformes con objeto de evitar posibles asientos diferenciales. Es necesario efectuar un estudio previo del subsuelo que proporcione los datos necesarios para el cálculo de la cimentación y para una eventual protección de la obra frente a posibles agresivos químicos.

En el caso de depósitos enterrados, cuando la capa freática está alta (figura 25.1*a*), es necesario dimensionar el depósito de modo que se impida una posible *flotación* del mismo. Para ello debe verificarse que el peso del depósito vacío, P, sea:

$$P \geq \gamma \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot (h_1 - h_o) \cdot \delta$$

con los siguientes significados:

$a_1 \cdot b_1$ = superficie del fondo del depósito;
h_1 = profundidad de la cimentación;
h_o = profundidad de la capa freática;
δ = peso específico del agua (δ = 1 t/m^3 = 10 kN/m^3);
γ = coeficiente de seguridad (γ = 1,10 a 1,20).

De no cumplirse esta condición puede aumentarse el peso P, incrementando el espesor de la solera, o bien disponiendo tacones exteriores a la misma para contar con el peso de las tierras que gravitan sobre ellos (dibujados en puntos en la figura 25.1*a*).

c) *La organización estructural del vaso del depósito* se hace, fundamentalmente, de dos formas. Para pequeños depósitos el vaso se organiza mediante una estructura monolítica formada por placas empotradas entre sí (figura 25.2*a*). Para grandes superficies de fondo, la solera se independiza de las

14672

paredes mediante una junta perimetral, debiendo disponerse, además, otras juntas que limiten las longitudes de los distintos elementos de que consta el depósito (figura 25.2*b*). En este último caso será necesario efectuar el correspondiente estudio para asegurar la estabilidad del muro.

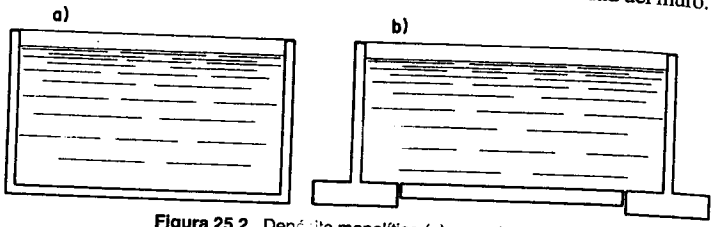


Figura 25.2 Depósito monolítico (*a*) y con juntas (*b*)

La separación entre *juntas de dilatación, de contracción y de construcción* depende, fundamentalmente, del tipo de depósito, de las condiciones de exposición de la obra y de la forma de ejecución. En el diseño del depósito deberán tenerse muy en cuenta las condiciones a que estará expuesta la estructura, con objeto de controlar la fisuración.

En los depósitos de hormigón armado sometidos a alternancias de humedad-sequedad, o expuestos a heladas o agentes agresivos, la abertura máxima de las fisuras debe limitarse a $w = 0{,}1$ mm. En depósitos permanentemente sumergidos puede admitirse $w = 0{,}2$ milímetros.

TABLA 25.1
DISTRIBUCIÓN DE JUNTAS

Tipo de depósito	*Separación entre juntas*	
	dilatación	contracción
Enterrados. Piscinas	25-30 m	7,5 m
Apoyados, poco expuestos	15-25 m	7,5 m
Apoyados, muy expuestos	10-15 m	5-7 m

En la tabla 25.1 se indican las separaciones máximas entre juntas, según el tipo de depósito y las condiciones de exposición. La adopción de estos valores requiere que sean respetadas las cuantías mínimas necesarias para absorber las tensiones internas correspondientes a las variaciones térmicas y de retracción (véase párrafo *f* del punto 4.° siguiente).

En la figura 25.3 se han dibujado los distintos tipos de juntas. Debe observarse que en las juntas de dilatación se interrumpen las armaduras, mientras que en las juntas de contracción la armadura es continua. Las juntas de construcción deben hacerse coincidir con las de contracción y dilatación, si es que existen.

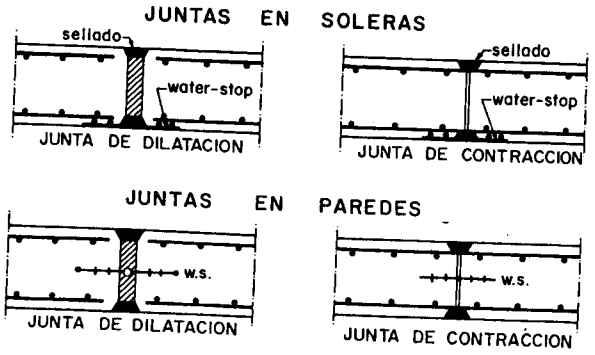


Figura 25.3 Diversos tipos de juntas en depósitos

d) Los materiales empleados en la construcción de depósitos de hormigón armado deben tener unas características adecuadas para conseguir la estanquidad y durabilidad necesarias en este tipo de obras. Como ya se ha indicado, los hormigones deben ser compactos y de buena calidad, con una resistencia mínima de 25 N/mm^2. Para las armaduras pueden emplearse barras de acero B 400 S o, preferiblemente, mallas electrosoldadas, cuya aplicación a este tipo de estructuras está especialmente indicada. Los materiales empleados en las juntas deben ser de una calidad garantizada.

3.° ACCIONES SOBRE LOS DEPÓSITOS

Las acciones que es necesario considerar para el cálculo de los depósitos son los empujes de tierras, la presión hidrostática y, eventualmente, otras sobrecargas que pueden actuar sobre el terreno adyacente al depósito, o incluso sobre la estructura del mismo.

En los depósitos enterrados las hipótesis de carga que deben considerarse son: empuje de tierras con el depósito vacío; presión hidrostática del líquido sin empuje de tierras; y otras sobrecargas con depósito vacío. En los depósitos apoyados sobre el suelo no existen, como es obvio, los empujes laterales del terreno.

a) Empuje de tierras con el depósito vacío

Primeramente se determinan los esfuerzos que aparecen en las paredes, debidos al empuje del terreno (figura 25.4*a*). Si el nivel freático del agua se encuentra por encima de la solera (figura 25.4*b*), al empuje del terreno sumergido habrá que sumarle la presión hidrostática.[1]

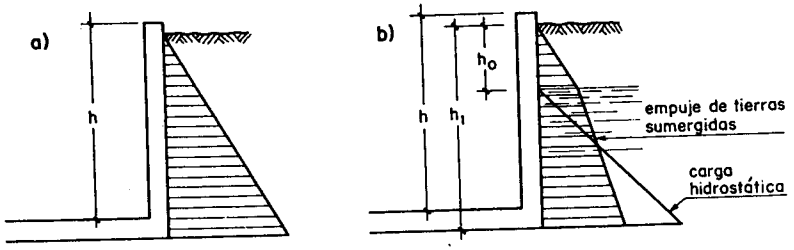


Figura 25.4 Empuje de tierras con depósito vacío: (*a*) Sin capa freática. (*b*) Con capa freática

Las acciones sobre la solera son de muy difícil evaluación, ya que, al no ser uniforme la distribución de las presiones sobre el terreno, hay que abordar el problema como si se tratase de una placa apoyada sobre medio elástico. Con suelos de mala calidad, la solera puede encontrarse en condiciones más desfavorables con el depósito vacío. Más adelante se indica un método aproximado para el cálculo de los esfuerzos que actúan sobre la mencionada solera.

b) Presión hidrostática sin empuje de tierras

Se determinarán los esfuerzos de las paredes exteriores del depósito bajo la acción de la carga hidrostática, sin considerar los empujes del terreno. Para las paredes interiores, si las hay, se considerará la acción hidrostática sobre una sola cara (fig. 25.5).

Para las acciones sobre la solera son aplicables las observaciones hechas en el apartado anterior. Si el nivel freático del agua se encuentra por encima de la solera, a las presiones del terreno habrá que sumarles la subpresión $(h_1 - h_o) \cdot \delta$.

---

[1] Recuérdese que, cuando el terreno está sumergido, su peso específico δ_t disminuye al valor:

$$\delta'_t = \delta_t - (1 - 0{,}01 \cdot n) \cdot \delta$$

siendo n el índice de huecos del terreno, en tanto por ciento, y δ el peso específico del agua.

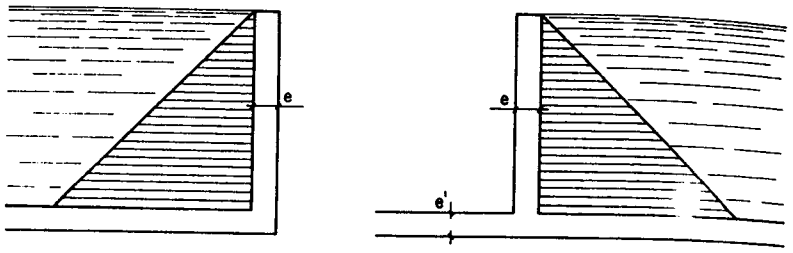


Figura 25.5 Presión hidrostática sin empuje de tierras

c) Otras sobrecargas

En los depósitos enterrados se considerarán también las acciones de otras sobrecargas que eventualmente puedan existir. Se efectuará un estudio de la simultaneidad de cargas más desfavorables.

4.° DIMENSIONAMIENTO DE DEPÓSITOS DE PLANTA RECTANGULAR

Las paredes de los depósitos se dimensionan normalmente con espesor constante con objeto de facilitar la ejecución, y de modo que no necesiten armadura transversal. En los casos más frecuentes de altura de agua $h \leq 6{,}00$ m, como espesor de la pared puede adoptarse, en principio, $e = 0{,}1 \cdot h$, no inferior a 0,20 metros. El espesor de la solera, e', no debe ser inferior al de la pared, es decir, $e' \geq e$.

El cálculo riguroso de los esfuerzos correspondientes a los depósitos de planta rectangular constituye un problema complejo y difícil de abordar. En la práctica se emplean, generalmente, métodos simplificados de cálculo.

Las paredes de los depósitos se calculan como placas rectangulares sometidas a cargas triangulares, con la sustentación que corresponda al diseño. Será necesario determinar las leyes de momentos flectores y las reacciones en los apoyos.

Como ya se ha indicado, los esfuerzos en la solera son más difíciles de obtener, por influir considerablemente la naturaleza del terreno de cimentación. Es necesario efectuar dos hipótesis de carga: con depósito vacío y con depósito lleno.

Una vez determinados los esfuerzos de las distintas placas, se procede a la obtención de las armaduras. Para facilitar los cálculos suelen determinarse, independientemente, las armaduras de flexión y las de tracción, sumándose las secciones correspondientes. Conviene resaltar que la armadura necesaria para controlar la fisuración resulta, con frecuencia, mayor que la obtenida por consideraciones resistentes.

a) Determinación de los momentos flectores

Existen diferentes métodos simplificados para determinar las leyes de momentos flectores de las placas rectangulares que forman el depósito (ver *Guerrin, 1968*). Dados los límites impuestos a esta obra, solamente se considera aquí el caso de placas empotradas entre sí, con el borde superior de las paredes libre.

En la tabla 25.2 se indican los esfuerzos por unidad de longitud y la flecha máxima, correspondientes a las placas laterales del depósito, en función de la máxima presión hidrostática, $q = \delta \cdot h$ (δ es el peso específico del líquido), o del empuje de tierras, $q = 1/3 \cdot h \cdot \delta_t$ (δ_t es el peso específico de las tierras, que se supone igual a 18 kN/m^3 aproximadamente). *Esta tabla se ha obtenido por los métodos clásicos, admitiendo que la pared está perfectamente empotrada en tres de sus lados y con el borde superior libre; proporciona los esfuerzos unitarios de servicio más desfavorables.*

En la figura 25.6 se han dibujado las variaciones de los momentos flectores debidos tanto a la presión hidrostática como al empuje de tierras.

TABLA 25.2

ESFUERZOS Y FLECHAS EN PLACAS LATERALES

momentos (p.u.l.) $m = \alpha \cdot q \cdot h^2$ — cortantes (p.u.l.) $v = \alpha \cdot q \cdot h$ — flecha máxima $f_{max} = \alpha \cdot q \cdot h^4 / (E \cdot e^3)$

Esfuerzos y flecha f_{max} (1)	*Valores de* α *para h/a (o h/b) igual a*							
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
m_{ve}	0,137	0,115	0,092	0,073	0,057	0,046	0,039	0,035
m_{vm}	–0,009	0,003	0,008	0,012	0,013	0,013	0,011	0,010
m_{he}	0,060	0,054	0,050	0,046	0,042	0,038	0,034	0,030
m_{hm}	0,027	0,030	0,028	0,023	0,019	0,017	0,015	0,013
v_{max}	0,470	0,450	0,430	0,415	0,375	0,340	0,320	0,295
f_{max}	0,246	0,137	0,083	0,052	0,030	0,020	0,014	0,010

(1) Los subíndices indican: v, armadura vertical; h, armadura horizontal; e, empotramiento y m, momento máximo de vano.

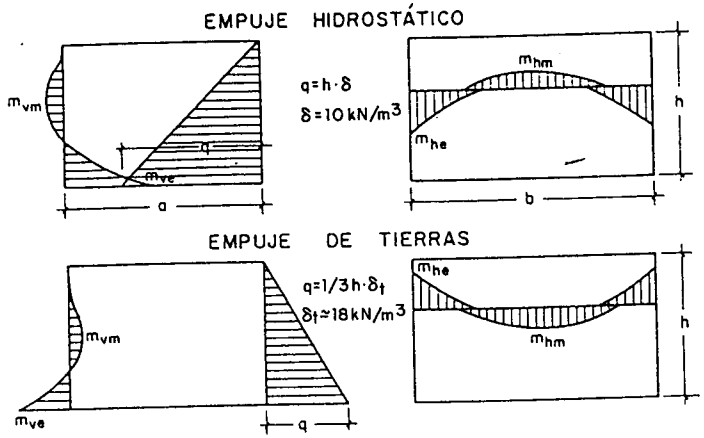


Figura 25.6 Leyes de momentos flectores

En lo que sigue se adoptan los siguientes subíndices para los momentos: v para los correspondientes a las armaduras verticales; h para los correspondientes a las horizontales; e, para los momentos de empotramiento; m, para los momentos máximos de vano; a, para los momentos correspondientes a las armaduras paralelas al lado a; y b, para los correspondientes a las armaduras paralelas al lado b.

Las armaduras inferiores de la placa de fondo pueden determinarse a partir de los momentos unitarios originados por el empuje de tierras, más los originados por el peso propio del depósito vacío, no teniéndose en cuenta, generalmente, el peso de la solera. Para el caso de depósitos de tamaño pequeño o mediano que no requieran juntas de dilatación, los momentos debidos al peso propio pueden evaluarse, del lado de la seguridad, mediante las fórmula:[1]

$$m_{ae} = 0{,}10 \cdot p \cdot (a + b); \qquad m_{be} = 0{,}10 \cdot p \cdot (a + b) \cdot \frac{a}{b}; \qquad (a \leq b)$$

[1] Estas fórmulas se han deducido a partir de los momentos correspondientes a las placas empotradas en sus cuatro lados, sometidas a carga uniforme, con las adaptaciones necesarias.

en las que p es el peso de la pared por unidad de longitud. Se determinan así las armaduras que corresponden a los empotramientos, las cuales pueden continuarse a lo largo de toda la placa si no resulta una cuantía excesiva. En caso contrario, en el vano puede disponerse la cuantía mínima de flexión.

Las armaduras superiores de la placa de fondo pueden determinarse a partir de los mismos momentos, m_{ve}, de las paredes adyacentes, ya que ambos momentos han de equilibrarse (figura 25.7). Es decir, a partir de los momentos:

$m_{ae} = m_{ve}$ (entrando en la tabla 25.2 con h/b)
$m_{be} = m_{ve}$ (entrando en la tabla 25.2 con h/a)

con la misma observación del apartado anterior respecto a la continuación de las armaduras.

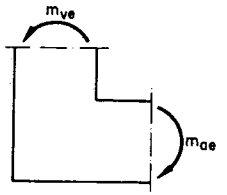


Figura 25.7 Momentos de empotramiento pared-solera: $m_{ae} = m_{ve}$

A estas armaduras es necesario sumarles las necesarias para absorber los esfuerzos de tracción originados por la presión hidrostática, como se indica en el apartado siguiente.

b) Determinación de los esfuerzos de tracción

De una forma simplificada puede admitirse que los esfuerzos de tracción, que se originan en las paredes y en el fondo del depósito como consecuencia de la presión hidrostática (de valor $N_b = 0{,}5 \cdot a \cdot h^2 \cdot \delta$ sobre la pared $a \times h$, y $N_a = 0{,}5 \cdot b \cdot h^2 \cdot \delta$ sobre la pared $b \times h$), se distribuyen según los porcentajes indicados en la tabla 25.3 que se ilustra en la figura 25.8. Recuérdese que δ es el peso específico del líquido.

TABLA 25.3
ESFUERZOS DE TRACCIÓN Y VALORES DE β

Armadura paralela al lado b ↓	*Esfuerzo total* $N_b = \frac{a \cdot h^2 \cdot \delta}{2}$			*Esfuerzo pared* $N_{bp} = \frac{\beta_p \cdot a \cdot h^2 \cdot \delta}{2}$		*Esfuerzo fondo* $N_{bf} = \frac{\beta_f \cdot a \cdot h^2 \cdot \delta}{2}$		
h/a ⟶	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
Fondo β_f =	0,80	0,70	0,60	0,54	0,48	0,45	0,42	0,40
Pared β_p =	0,10	0,15	0,20	0,23	0,26	0,275	0,29	0,30
h/b ⟶	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
↑ *Armadura paralela al lado a*	$N_a = \frac{b \cdot h^2 \cdot \delta}{2}$			$N_{ap} = \frac{\beta_p \cdot b \cdot h^2 \cdot \delta}{2}$		$N_{af} = \frac{\beta_f \cdot b \cdot h^2 \cdot \delta}{2}$		
	Esfuerzo total			*Esfuerzo pared*		*Esfuerzo fondo*		

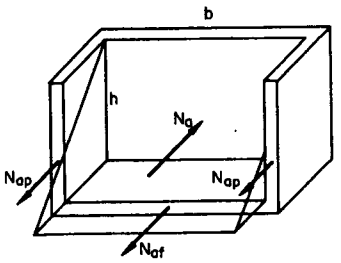


Figura 25.8 Esfuerzos de tracción (ver tabla 25.3)

c) Comprobación a cortante

Generalmente, las paredes de los depósitos se dimensionan de modo que no necesiten armadura transversal. La comprobación se efectúa, de acuerdo con la Instrucción española, mediante la condición para elementos superficiales sin armadura transversal (apartado 19.6-2.°):

$$v_d = \gamma_f \cdot v_{max} \le v_u = 0{,}12\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_{ck}} \cdot d \ (N/mm)$$

con el canto útil d en milímetros y siendo ρ la cuantía geométrica de la armadura longitudinal. Los valores del cortante unitario máximo, v_{max}, pueden obtenerse de la tabla 25.2 para las placas laterales.

d) Comprobación a fisuración y cálculo de las armaduras

La comprobación a fisuración constituye el principal problema de cálculo de las paredes de depósitos. Desechados los antiguos métodos basados en la igualdad de deformaciones del acero y del hormigón a tracción, hoy día se emplea el *método del estado límite de abertura de fisuras.*

Con objeto de evitar una fisuración incompatible con el servicio o la durabilidad del depósito, las armaduras deben elegirse y disponerse de modo que, bajo la acción de los momentos flectores, la anchura máxima de las fisuras no sobrepase el valor límite admitido en cada caso.

Sobre valores límites admisibles algunos autores han propuesto (ver *GEHO, 1996*) las relaciones de origen experimental que figuran en la tabla 25.4, con las que se pretende garantizar un flujo nulo de agua.

TABLA 25.4
ANCHO LÍMITE DE FISURA QUE PROPORCIONA ESTANQUIDAD AL AGUA

Relación *altura de agua / espesor de pared*	*Anchura límite en milímetros*
2,5	0,20
5,0	0,15
10,0	0,10
20,0	0,05

Para casos ordinarios y como ya dijimos, puede considerarse que el máximo valor admisible para la abertura de las fisuras en paredes de depósitos para líquidos, con alternancia humedad-sequedad, o expuestos a heladas o acciones agresivas, es $w_{max} = 0{,}1$ mm. En depósitos permanentemente sumergidos puede admitirse $w_{max} = 0{,}2$ mm.

La determinación de la anchura de la fisura en elementos superficiales sometidos a flexión y tracción, que es el caso de las paredes de depósitos, no está resuelta. Por esta causa y dado que los esfuerzos de tracción son pequeños, la anchura de fisuras se determina en flexión simple.

El siguiente método de cálculo, deducido por los autores de esta obra, es concordante con el preconizado por la normativa inglesa. Consiste en determinar, independientemente, las armaduras de flexión y de tracción simple, y sumarlas. La armadura de flexión se determina en función de la abertura máxima admitida para la fisura; y la de tracción simple, adoptando un valor muy bajo para la tensión admisible del acero.

– *Para la determinación de la armadura de flexión necesaria por condiciones de fisuración,* se comienza por determinar el módulo de fisuración k, mediante la expresión:

$$k = \frac{0{,}75 \cdot m}{(1{,}39 - e) \cdot e^2 \cdot 10^4}$$

con los siguientes significados:

m = momento unitario de servicio en kNm/m;
e = espesor de la pared en metros.

Con este valor de k y con el diámetro ∅ elegido, se entra en el gráfico correspondiente al ancho de fisura admitido (figuras 25.9 y 25.10) y se encuentra la separación s de las barras.

Los dos gráficos mencionados han sido preparados para depósitos cuyos materiales y dimensiones cumplan las siguientes condiciones: $f_{ck} \geq 25$ N/mm^2; acero B 400 S; $0{,}20 \leq e \leq 0{,}60$ m; cuantía geométrica respecto a la sección total de hormigón, $0{,}0025 \leq \rho \leq 0{,}010$; recubrimiento libre de la armadura principal, $c = 47$ mm.[1]

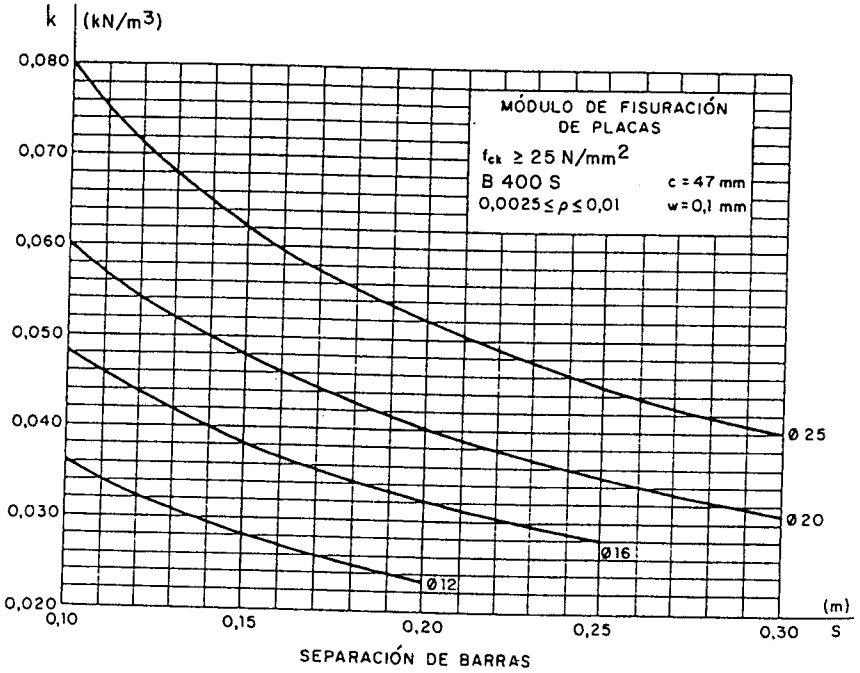


Figura 25.9 Valores de k para un ancho de fisura de 0,1 milímetros

[1] En los gráficos se ha supuesto c igual a 35 mm más un ∅ 12. Para espesores pequeños puede hacerse $c = 30 + ∅\ 12 = 42$ mm; y para espesores grandes, $c = 40 + ∅\ 12 = 52$ mm.

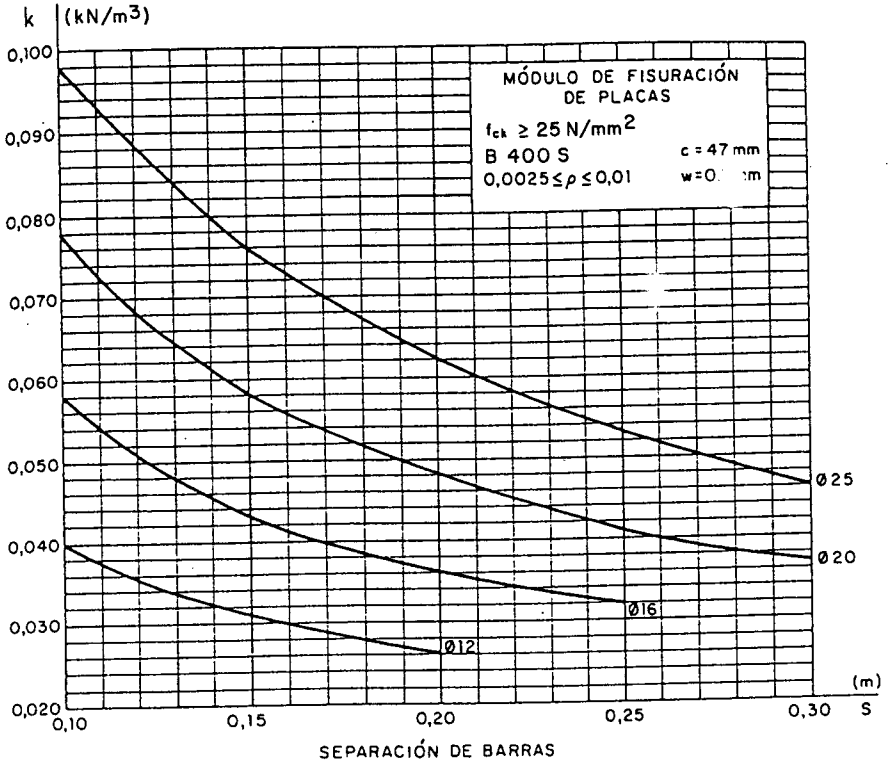


Figura 25.10 Valores de k para un ancho de fisura de 0,2 milímetros

– *A las armaduras horizontales de flexión es necesario sumarles las que corresponden a la tracción simple originada en las placas por el empuje hidrostático* (figura 25.8 y tabla 25.3). Estas armaduras se calculan con una tensión baja del acero, $\sigma_{s,\,adm} = 100$ N/mm^2, y pueden disponerse uniformemente distribuidas, la mitad en cada cara de la placa.[1] Las secciones que resultan son:

Armaduras paralelas al lado a, por unidad de ancho (β de la tabla 25.3 con h/b):

$$\text{pared } b \times h\text{: } A_{ap} = \frac{\beta_p \cdot b \cdot h \cdot \delta}{2 \cdot \sigma_{s,adm}}; \qquad \text{fondo: } A_{af} = \frac{\beta_f \cdot a \cdot h^2 \cdot \delta}{2 \cdot \sigma_{s,adm}};$$

Armaduras paralelas al lado b, por unidad de ancho (β de la tabla 25.3 con h/a):

$$\text{pared } a \times h\text{: } A_{bp} = \frac{\beta_p \cdot a \cdot h \cdot \delta}{2 \cdot \sigma_{s,adm}}; \qquad \text{fondo: } A_{bf} = \frac{\beta_f \cdot h^2 \cdot \delta}{2 \cdot \sigma_{s,adm}};$$

[1] En depósitos de cierta importancia suele ser preferible concentrar más las armaduras en el tercio inferior de la pared.

e) Comprobación en rotura

La comprobación en rotura puede efectuarse, bien mediante tablas o escalas funcionales, bien mediante las fórmulas:

$$\omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}; \quad \mu = \omega \cdot (1 - 0{,}6 \cdot \omega); \quad m_u = \mu \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}; \quad \gamma_f = \frac{m_u}{m}$$

debiendo resultar un coeficiente de seguridad γ_f no inferior a 1,4.

f) Organización de las armaduras y cuantías mínimas

Como armaduras pueden emplearse mallas electrosoldadas, o barras corrugadas de diámetros Ø 12, Ø 16, Ø 20 y Ø 25, con separación s no superior a 30 cm (se recomienda $s \leq 25$ cm), ni superior al espesor e de la placa, ni superior a 15 Ø. En la figura 25.11 se ha dibujado un esquema con la disposición de las armaduras, en el que se ha supuesto un hormigonado en dos fases, con una junta de construcción y los solapos de armadura correspondientes. Las armaduras deberán ir convenientemente ancladas.

Las cuantías geométricas de las armaduras, tanto verticales como horizontales, deberán tener un valor mínimo con objeto de prevenir posibles fisuras debidas a la retracción y a las variaciones de temperatura. Es recomendable adoptar los siguientes valores, por cada cara y dirección:

para $w = 0{,}1$ mm, en flexión, $\rho_{min} = 0{,}0020$

para $w = 0{,}2$ mm, en flexión, $\rho_{min} = 0{,}0015$

estando referidas estas cuantías a la sección total del hormigón.

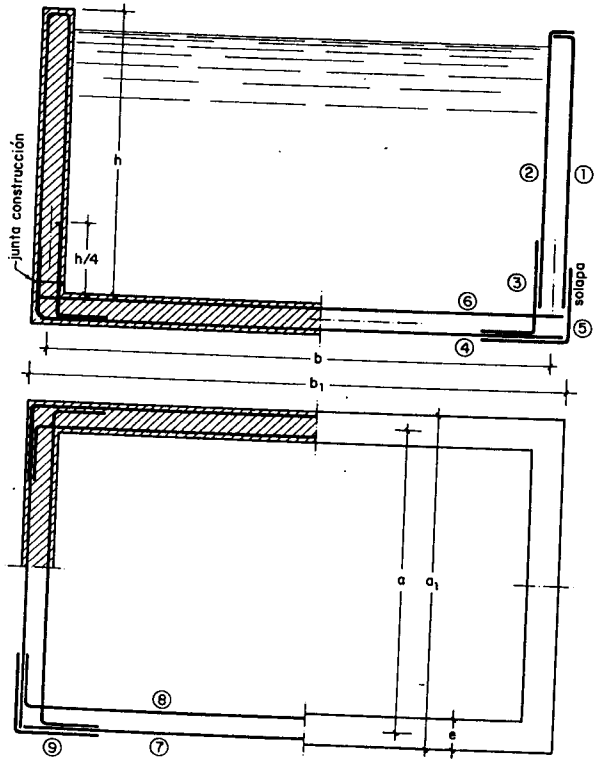


Figura 25.11 Disposición de armaduras

5.° EJEMPLO DE DEPÓSITO DE PLANTA RECTANGULAR

Diseñar un depósito de planta rectangular a × b (a = 5,00 m y b = 8,00 m) para una altura de agua h = 4,00 m, apoyado sobre terreno firme. Resistencia de proyecto del hormigón, f_{ck} = 25 N/mm². Acero B 400 S. Coeficientes de seguridad, γ_c = 1,5, γ_s = 1,15 y γ_f = 1,5. Abertura máxima de fisuras, w = 0,1 mm. Recubrimiento, c = 4,7 cm (fig. 25.11). Líquido que se almacena, agua potable con δ = 10 kN/m³.

a) Se adopta para las ·edes un espesor $e = 0{,}35$ m y para el fondo $e' = 0{,}40$ m. En primer lugar comprobamos si e. espesor de la pared es suficiente para resistir los esfuerzos cortantes, sin armadura transversal, mediante la fórmula de la Instrucción española para placas:

$$\gamma_f \cdot v \leq v_u = 0{,}12 \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_{ck}} \cdot d \ (N/mm)$$

Entrando en la tabla 25.2 con $h/b = 0{,}5$ se encuentra $v_{max} = 0{,}430 \cdot q \cdot h = 0{,}430 \cdot \delta \cdot h^2 =$ 68,8 kN/m.

Por otra parte, si consideramos una cuantía $\rho = 0{,}002$, con un canto útil (ver figura 25.9) $d = e - 0{,}047 - Ø/2 = 0{,}295$ m (se ha supuesto Ø = 16) y un coeficiente de seguridad $\gamma_f = 1{,}5$, se obtiene:

$$v_u = 110{,}4 \text{ N/mm} = 110{,}4 \text{ kN/m}$$

con lo que resulta:

$$\gamma_f = v_u / v_{max} = (110{,}4 / 68{,}8) = 1{,}60$$

que es satisfactorio.

b) Las armaduras de flexión se determinan por consideraciones de fisuración. Así, para *la armadura vertical del empotramiento de la pared mayor, b × h,* entrando en la tabla 25.2 con $h/b = 0{,}5$, resulta:

$$m_{we} = 0{,}092 \cdot \delta \cdot h^3 = 58{,}9 \ kN \ m/m; \quad k = \frac{0{,}75 \cdot m}{(1{,}39 - e) \cdot e^2 \cdot 10^4} = 0{,}035;$$

con este valor $k = 0{,}035$ se entra en el gráfico correspondiente a $w_{max} = 0{,}1$ mm (fig. 25.8), y se encuentra Ø 16 separados a 17,5 cm, o sea $A = 11{,}49$ cm²/m.

Es necesario comprobar esta sección a rotura: canto útil, $d = e - 4{,}7 - Ø/2 = 29{,}5$ cm. Se determina, previamente, la cuantía mecánica, $\omega = 0{,}081$. El momento de agotamiento y el coeficiente de seguridad son:

$$\mu = \omega \cdot (1 - 0{,}6 \cdot \omega) = 0{,}077;$$

$$m_u = \mu \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 111{,}8 \ kNm/m; \quad \gamma_f = \frac{m_u}{m} = 1{,}9$$

que resulta aceptable.

c) Análogamente, para *la armadura horizontal de empotramiento de la pared mayor, b × h,* entrando en la tabla 24.2 con $h/b = 0{,}50$, resulta:

$m_{he} = 0{,}050 \cdot \delta \cdot h^3 = 32{,}0$ kNm/m; $\quad k = 0{,}019 \rightarrow A$ (mínima) = 7,00 cm²/m.

A esta última armadura horizontal es necesario sumarle la de tracción debida al empuje hidrostático. Entrando en la tabla 25.3 con $h/a = 0{,}80$ resulta $\beta_p = 0{,}275$. Por tanto, con $\sigma_{s,adm} = 100$ N/mm², se obtiene:

$$A_{bp} = \frac{\beta_p \cdot a \cdot h \cdot \delta}{2 \cdot \sigma_{s,adm}} = 2{,}75 \text{ cm}^2/\text{m},$$

que se distribuirá entre las dos caras de la pared, con lo que resulta una armadura total $A = 7{,}00 + 2{,}75/2 = 8{,}38\ \text{cm}^2/\text{m}$.

d) De forma análoga se determinan las restantes armaduras de las paredes del depósito, resultando la mayor parte de ellas con cuantía mínima (véase la tabla 25.5).

e) Las armaduras inferiores de la placa de fondo ($e' = 0{,}40\ m$) se determinan suponiendo el depósito vacío, en función del peso unitario de la pared, $p = 35$ kN/m:

$$m_{ae} = 0{,}10 \cdot (a+b) = 45{,}5\ \text{kNm/m}; \quad k = 0{,}022;\ A\ (\text{mínima}) = 8{,}00\ \text{cm}^2/\text{m};$$

$$m_{be} = 0{,}10 \cdot p \cdot (a+b) \cdot \frac{a}{b} = 28{,}4\ \text{kNm/m}; \quad k = 0{,}014;\ A\ (\text{mínima}) = 8{,}00\ \text{cm}^2/\text{m}.$$

A estas armaduras, paralelas a a y b, respectivamente, es necesario sumarles las de tracción simple. Entrando en la tabla 25.3 con $h/b = 0{,}50$ y $h/a = 0{,}80$, resultan $\beta_f = 0{,}60$ y $\beta_f = 0{,}45$. Se tiene, pues:

$$A_{af} = \frac{\beta_f \cdot h^2 \cdot \delta}{2 \cdot \sigma_{s,adm}} = 4{,}80\ \text{cm}^2/\text{m}; \qquad A_{bf} = \frac{\beta_f \cdot h^2 \cdot \delta}{2 \cdot \sigma_{s,adm}} = 3{,}60\ \text{cm}^2/\text{m};$$

y, por tanto, las armaduras totales son:

$$A_a = 8{,}00 + \frac{4{,}80}{2} = 10{,}40\ \text{cm}^2/\text{m}; \qquad A_b = 8{,}00 + \frac{3{,}60}{2} = 9{,}80\ \text{cm}^2/\text{m}.$$

f) Las armaduras superiores de la placa de fondo se determinan a partir de los momentos de empotramiento de los arranques de las paredes correspondientes, con depósito lleno. Es decir:

$$m_{ae} = m_{ve} = 58{,}9\ \text{kN} \cdot \text{m/m}; \quad k = 0{,}028; \quad A\ (\text{mínima}) = 8{,}00\ \text{cm}^2/\text{m};$$

$$m_{be} = m_{ve} = 29{,}4\ \text{kN} \cdot \text{m/m}; \quad k = 0{,}014; \quad A\ (\text{mínima}) = 8{,}00\ \text{cm}^2/\text{m},$$

a las que es necesario sumar las de tracción simple, con lo que resultan las armaduras totales:

$$A_a = 8{,}00 + \frac{4{,}80}{2} = 10{,}40\ \text{cm}^2/\text{m}; \qquad A_b = 8{,}00 + \frac{3{,}60}{2} = 9{,}80\ \text{cm}^2/\text{m}.$$

En la tabla 25.5 se presenta un resumen de las armaduras necesarias en cada placa del depósito, con referencia a la numeración indicada en la figura 25.11.

25.2 Depósitos cilíndricos

1.° CONSIDERACIONES GENERALES

Es muy frecuente el empleo de depósitos cilíndricos de hormigón armado de planta circular y espesor constante. La mayor parte de las consideraciones generales y de diseño indicadas en el apartado anterior, para los depósitos de planta rectangular, son aplicables a este tipo de depósitos.

El cálculo puede abordarse, con cierta facilidad, considerando la pared del depósito como una lámina cilíndrica de revolución sometida a la presión hidrostática (fig. 25.12). Al existir simetría respecto al eje del cilindro, tanto de la lámina como de la carga, el problema se simplifica notablemente.

TABLA 25.5

ARMADURAS NECESARIAS (ver figura 25.11)

PLACA	Armadura tipo (fig. 25.11)	Momento de servicio kNm/m	Por fisuración		Por tracción		Armadura total	
			k	A (cm²)	N (kN/m)	A (cm²)	A (cm²)	$\varnothing - s$ mm – cm
pared mayor $b \times h = 8 \times 4$	1	$m_{vm} = 5{,}1$	0,003	mín.	—	—	7,00	Ø12 – 16
Idem	2	—	—	min.	—	—	7,00	Ø12 – 16
Idem	3	$m_{ve} = 58{,}9$	,035	11,49	—	—	11,49	Ø16 – 16
fondo 8×5 // $b = 8$	4	$m_b = 28{,}4$	0,014	min.	36,0/2	1,80	9,80	Ø16 – 20
Idem	5	solapo	—	—	—	—	—	Ø16 – 20
Idem	6	29,4	0,014	min.	36,0/2	1,80	9,80	Ø16 – 20
pared mayor $b \times h = 8 \times 4$	7	$m_{hm} = 17{,}9$	0,011	min.	27,5/2	1,38	8,38	Ø12 – 13
Idem	8	$m_{he} = 32{,}0$	0,019	min.	27,5/2	1,38	8,38	Ø12 – 13
Idem	9	refuerzo	—	—	—	—	—	Ø12 – 13
pared menor $a \times h = 5 \times 4$	1	$m_{vm} = 8{,}3$	0,005	min.	—	—	7,00	Ø12 – 16
Idem	2	—	—	min.	—	—	7,00	Ø12 – 16
Idem	3	$m_{ve} = 29{,}4$	0,017	min.	—	—	7,00	Ø12 – 16
fondo 5×8 // $a = 5$	4	$m_a = 45{,}5$	0,022	min.	48,0/2	2,40	10,40	Ø16 – 20
Idem	5	solapo	—	—	—	—	—	Ø16 – 20
Idem	6	58,9	0,028	min.	48,0/2	2,40	10,40	Ø16 – 20
pared menor $a \times h = 5 \times 4$	7	$m_{hm} = 10{,}9$	0,006	min.	32,0/2	1,60	8,60	Ø12 – 13
Idem	8	$m_{he} = 24{,}3$	0,014	min.	32,0/2	1,60	8,60	Ø12 – 13
Idem	9	refuerzo	—	—	—	—	—	Ø12 – 13

Armadura mínima en paredes: $0{,}002 \times 100 \times 35 = 7{,}00\ \text{cm}^2/\text{m}$
Armadura mínima en el fondo: $0{,}002 \times 100 \times 40 = 8{,}00\ \text{cm}^2/\text{m}$

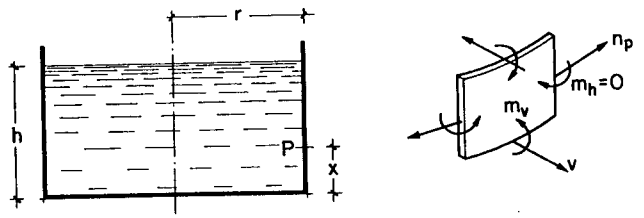


Figura 25.12 Esfuerzos en la pared de un depósito cilíndrico

2.° CÁLCULO DE ESFUERZOS

a) *Los esfuerzos de la pared* pueden obtenerse de los gráficos de las figuras 25.13, 25.14 y 25.15, que proporcionan las variaciones de los esfuerzos de tracción y momentos de flexión, correspondientes a paredes cilíndricas de espesor constante, empotradas en el fondo del depósito. Es decir, los valores:

$$n_p = \alpha \cdot r \cdot h \cdot \delta; \qquad m_v = \alpha \cdot r \cdot h \cdot e \cdot \delta$$

en función de *x/h*, para distintos valores del parámetro $K = 1{,}3 \cdot h / \sqrt{r \cdot e}$, con los siguientes significados (fig. 25.12):

n_p = esfuerzo de tracción unitario;
m_v = momento flector unitario;
r = radio del depósito;
h = altura de líquido;
e = espesor de la pared;
δ = peso específico del líquido;
α = coeficiente adimensional dado en los gráficos.

En la tabla 25.6 se indican los valores del momento y del cortante máximos unitarios, en el arranque de la pared, en función del parámetro *K*.

TABLA 25.6
ESFUERZOS EN EL ARRANQUE DE LA PARED

$m_w = \alpha_m \cdot r \cdot h \cdot e \cdot \delta$ $\qquad$ $v_{max} = \alpha_v \cdot r \cdot e \cdot \delta$

	Valores de α para K =											
	2	3	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
α_m	0,147	0,196	0,235	0,265	0,275	0,279	0,282	0,284	0,286	0,287	0,288	0,288
α_v	-0,882	-1,471	-2,647	-5,588	-8,529	-11,471	-14,412	-17,353	-20,294	-23,235	-26,176	-29,118

b) *Los esfuerzos en la solera* son de difícil determinación por las mismas razones indicadas para los depósitos de planta rectangular. De no efectuarse un estudio como placa circular sobre suelo elástico, sometida a las distintas hipótesis de carga, pueden emplearse las siguientes fórmulas aproximadas que proporcionan los momentos para determinar los dos sistemas de armaduras ortogonales.

Las armaduras inferiores de la placa de fondo pueden determinarse a partir del momento unitario de servicio:

$$m = 0{,}34 \cdot p \cdot r$$

para cada dirección, siendo p el peso de la pared por unidad de longitud.

Las armaduras superiores de la placa de fondo pueden determinarse a partir del mismo momento m_w del arranque de la pared (tabla 25.6).

A estas armaduras es necesario sumarles las que corresponden a la tracción a que está sometida la placa de fondo, debido a la presión hidrostática sobre las paredes. Esta tracción puede evaluarse, para cada una de las dos direcciones ortogonales, mediante la fórmula:[1]

$$n_t = 0{,}5 \cdot h^2 \cdot \delta \cdot (1 - \alpha) \qquad \text{por unidad de longitud}$$

siendo α el valor máximo que corresponde a *K* en el gráfico de la figura 25.13. Estos esfuerzos suelen ser muy pequeños.

[1] Esta fórmula se deduce restando del empuje hidrostático total sobre una sección vertical diametral, los empujes correspondientes a las paredes: $(r \cdot h^2 \cdot \delta - 2 \cdot 0{,}5 \cdot \alpha \cdot r \cdot h^2 \cdot \delta)/2\,r$.

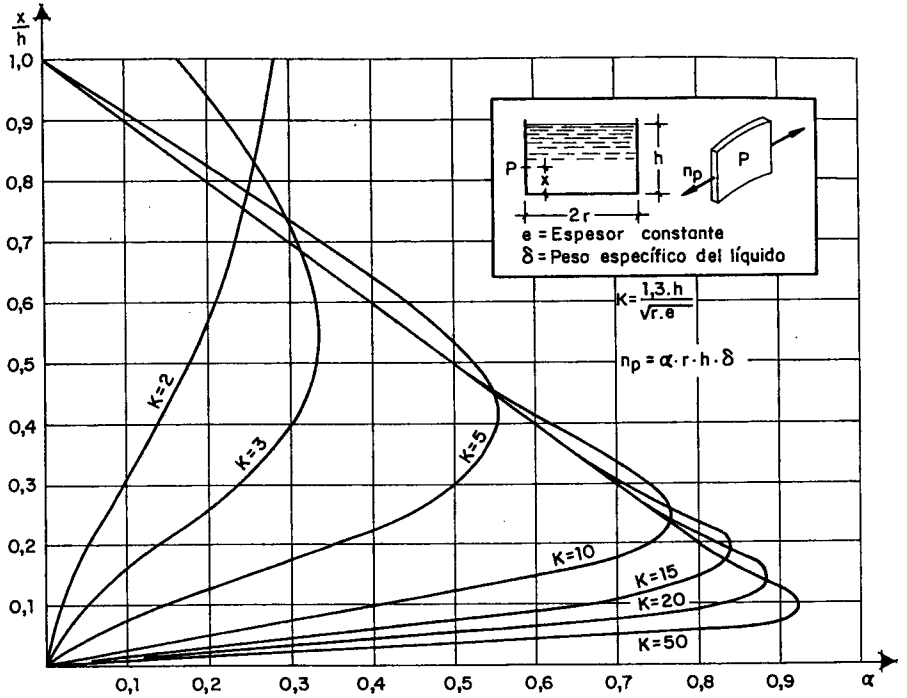


Figura 25.13 Esfuerzo de tracción en depósitos cilíndricos empotrados en el fondo

3.° DIMENSIONAMIENTO DE DEPÓSITOS CILÍNDRICOS

El funcionamiento resistente de los depósitos cilíndricos es más favorable que el de los de planta rectangular. El procedimiento que debe seguirse para la comprobación de ambos tipos de depósitos es análogo.

Al resultar menores los esfuerzos en las paredes cilíndricas, se adoptan también espesores menores que en las paredes rectangulares. Puede servir como orientación el valor

$$e = 0{,}05 \cdot h + 0{,}01 \cdot r \;\leqslant 0{,}20 \text{ m}$$

siendo h la altura y r el radio del depósito. El espesor de la solera debe ser $e' \approx 0{,}10 \cdot h$ pero no menor que 0,20 m. Las distintas comprobaciones de la pared cilíndrica pueden efectuarse como si se tratase de una placa.

4.° EJEMPLO DE DEPÓSITO CILÍNDRICO

Diseñar un depósito cilíndrico de 10,00 m de diámetro para una altura de agua de 4,00 m (r = 5,00 m y h = 4,00 m) apoyado sobre terreno firme. Resistencia de proyecto del hormigón, f_{ck} = 25 N/mm². Acero B 400 S. Coeficientes de seguridad, γ_c = 1,5, γ_s = 1,15 y γ_f = 1,5. Tensión admisible para el acero a tracción simple, $\sigma_{s,\,adm}$ = 100 N/mm². Abertura máxima de fisuras, w_{max} = 0,1 mm. Recubrimiento, c = 4,7 cm. Para agua, δ = 10 kN/m³ (fig. 25.16).

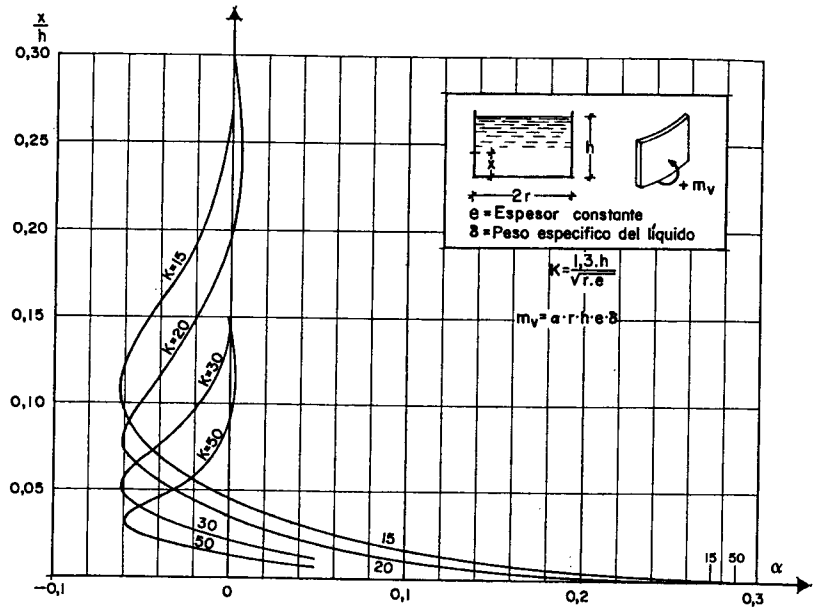


Figura 25.14 Momentos en depósitos cilíndricos empotrados en el fondo, para $K \leq 10$

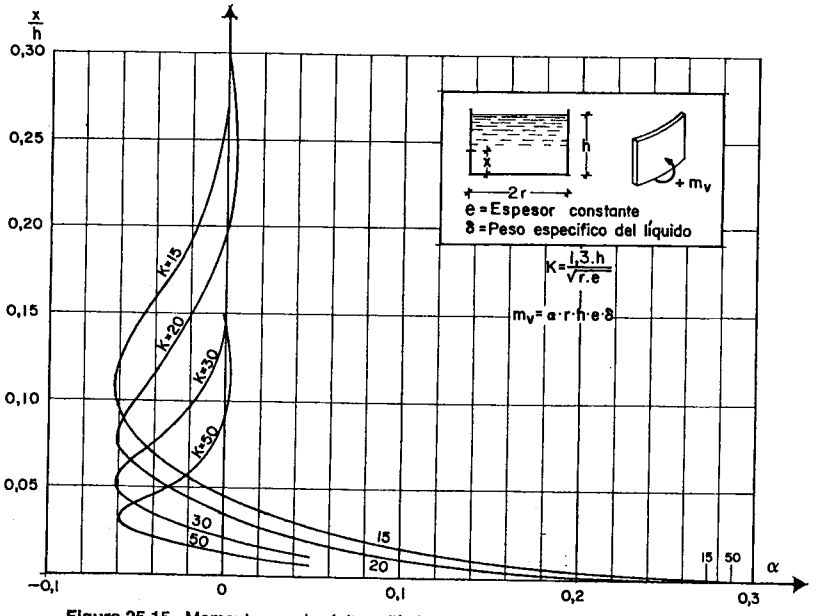


Figura 25.15 Momentos en depósitos cilíndricos empotrados en el fondo, para $K \geq 15$

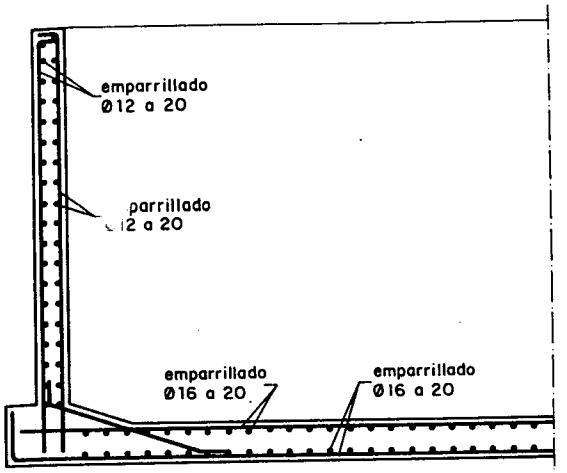


Figura 25.16 Armado del depósito cilíndrico del ejemplo

a) *Como espesor de la pared* se adopta, $e = 0{,}05 \cdot h + 0{,}01 \cdot r = 0{,}25$ m, y para la placa de fondo, $e' = 0{,}40$ m.

b) *La comprobación a cortante* se efectúa mediante la fórmula de la Instrucción española para placas sin armadura transversal:

$$\gamma_f \cdot v \leq v_u = 0{,}12\left(1+\sqrt{\frac{200}{d}}\right)\cdot\sqrt[3]{100\cdot\rho\cdot f_{ck}}\cdot d \text{ (N/mm)}$$

Se entra en la tabla 25.6 con $K = 1{,}3 \cdot h / \sqrt{r \cdot e} = 4{,}65$ y se encuentra $v_{max} = 2{,}442 \cdot r \cdot e \cdot \delta =$ $= 30{,}5$ kN/m.

Por otra parte, si consideramos $\rho = 0{,}002$ y $d = e - 0{,}047 - \varnothing/2 = 0{,}197$ m (se ha supuesto $\varnothing = 12$) con $f_{ck} = 25$ N/mm^2, resulta para v_u el valor 81,2 N/mm = 81,2 kN/m.

El coeficiente γ_f vale v_u / v_{max}, es decir, 81,2 / 30,5 igual a 2,7, lo que resulta satisfactorio.

c) *La armadura vertical de la pared* se determina por condiciones de fisuración, a partir del momento m_{ve} (fig. 25.15 o tabla 25.6). Entrando con $K = 4{,}65$ se obtiene $\alpha = 0{,}228$ que corresponde al momento máximo de empotramiento:

$$m_{ve} = \alpha \cdot r \cdot h \cdot e \cdot \delta = 11{,}4 \text{ kN m/m}$$

a partir del cual se calcula el módulo de fisuración k y la armadura mediante el gráfico de la figura 25.9:

$$k = \frac{0{,}75 \cdot m}{(1{,}39 - e)\cdot e^2 \cdot 10^4} = 0{,}012 \text{ kN/m}^3; \qquad \text{A (mínima)} = 5{,}00 \text{ cm}^2\text{/m};\ \varnothing 12 \text{ a } 20 \text{ cm}.$$

La comprobación en rotura de esta sección se hace con la fórmula $\mu = \omega \cdot (1 - 0{,}6 \cdot \omega)$, resultando un coeficiente de seguridad muy elevado.

d) *La armadura horizontal de la pared* se determina a partir del esfuerzo de tracción máximo, n_p (figura 25.13). Entrando en el gráfico con $K = 4{,}65$ se obtiene $\alpha = 0{,}5$ que corresponde al esfuerzo:

$$n_p = \alpha \cdot r \cdot h \cdot \delta = 100 \text{ kN/m}; \qquad A = \frac{n_p}{\sigma_{s,adm}} = 10{,}00 \text{ cm}^2\text{/m}$$

en donde la tensión admisible se ha tomado igual a 100 N/mm^2 (es decir, 10^5 kN/m^2); la mitad de esta armadura hay que ponerla en cada cara, es decir, 5,00 cm^2/m = ∅ 12 a 20 cm.

e) *Las armaduras ortogonales de la solera* se determinan a partir de los momentos (con $p = 25$ kN/m y $e' = 0{,}40$ m):

cara inf. $m = 0{,}34 \cdot p \cdot r = 42{,}5$ kNm/m; $k = 0{,}020$; A (mínima) = 8,00 cm^2/m;
cara sup. $m = m_w =$ = 11,4 kNm/m; $k = 0{,}005$; A (mínima) = 8,00 cm^2/m.

A estas armaduras hay que sumarles las de tracción correspondientes al empuje hidrostático sobre las paredes. Entrando en la figura 25.13 con $K = 4{,}55$ se obtiene $\alpha = 0{,}50$, de donde:

$$n_f = 0{,}5 \cdot h^2 \cdot \delta \cdot (1-\alpha) = 40 \text{ kN/m}; \qquad A = \frac{n_f}{2 \cdot \sigma_{s,adm}} = 2{,}00 \text{ cm}^2/\text{m}$$

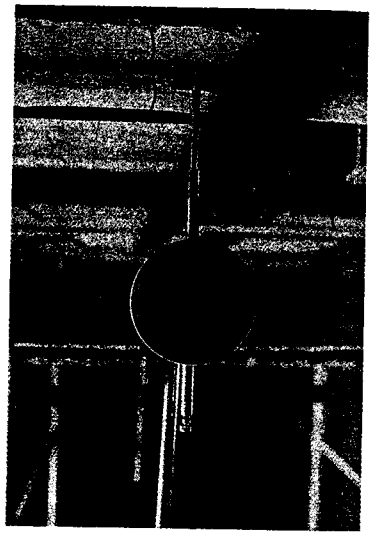
con lo que las armaduras totales son:

cara inf. $A = 8{,}00 + 2{,}00 = 10{,}00$ cm^2/m; ∅ 16 a 20 cm;
cara sup. $A = 8{,}00 + 2{,}00 = 10{,}00$ cm^2/m; ∅ 16 a 20 cm.

En la figura 25.16 se ha dibujado un esquema con la disposición de las armaduras.



Prueba de carga sobre un forjado de edificación utilizando perfiles metálicos y gatos que reaccionan contra un pórtico montado ad hoc *(cortesía de la Cátedra de Hormigón de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid).* Véase también la ilustración de página 210



Flexímetro utilizado en la prueba de carga anterior. Mide variaciones de flecha con precisión de centésimas de milímetro

26. Cálculo de estructuras. Métodos simplificados

26.1 Método simplificado para el cálculo de estructuras de edificios, con cargas verticales

1.° Para el cálculo simplificado de entramados de edificios sometidos a cargas verticales, pueden adoptarse los momentos indicados en las figuras 26.1 y 26.2, siempre que se cumplan simultáneamente las siguientes condiciones:

a) La luz de cada tramo difiere, como máximo, un 20 por 100 de las correspondientes a los tramos adyacentes.
b) La estructura está sometida exclusivamente a la acción de cargas verticales, uniformemente repartidas e iguales en todos los tramos.
c) Los dinteles son de sección constante.
d) La sobrecarga no es superior a la mitad de la carga permanente.

2.° Por otra parte, para la utilización de este método deben tenerse en cuenta las siguientes observaciones:

a) La luz l corresponde a distancia entre ejes de las piezas.
b) Para el cálculo de los momentos negativos se tomará como luz l la semisuma de los valores correspondientes a los tramos adyacentes.
c) Los números encerrados en círculos indican rigideces relativas.
d) Los pilares interiores pueden calcularse con la excentricidad mínima, e_a, siempre que se adopte un coeficiente de seguridad no menor que $\gamma_f = 1{,}6$.

3.° Para los esfuerzos cortantes en los extremos de las vigas, se considerarán los siguientes valores:

– Sobre el primer soporte interior $1{,}15 \cdot q \cdot \frac{l}{2}$

– Sobre los restantes soportes $q \cdot \frac{l}{2}$

en donde q es la carga unitaria uniformemente repartida.

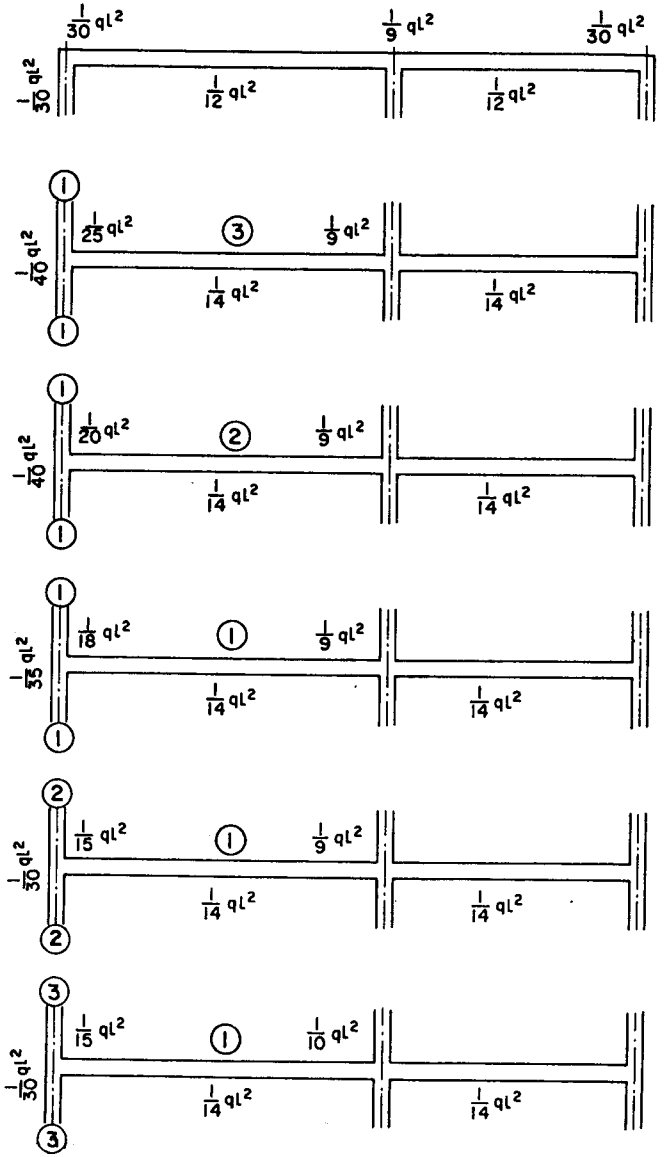


Figura 26.1 Pórtico de dos vanos

En la figura 26.3 se proporciona un gráfico para el cálculo de las rigideces relativas de las piezas de sección rectangular constante, de dimensiones más corrientes.

Por último, cuando las luces, las cargas o las piezas no cumplan las condiciones anteriormente indicadas, puede emplearse el siguiente método de cálculo.

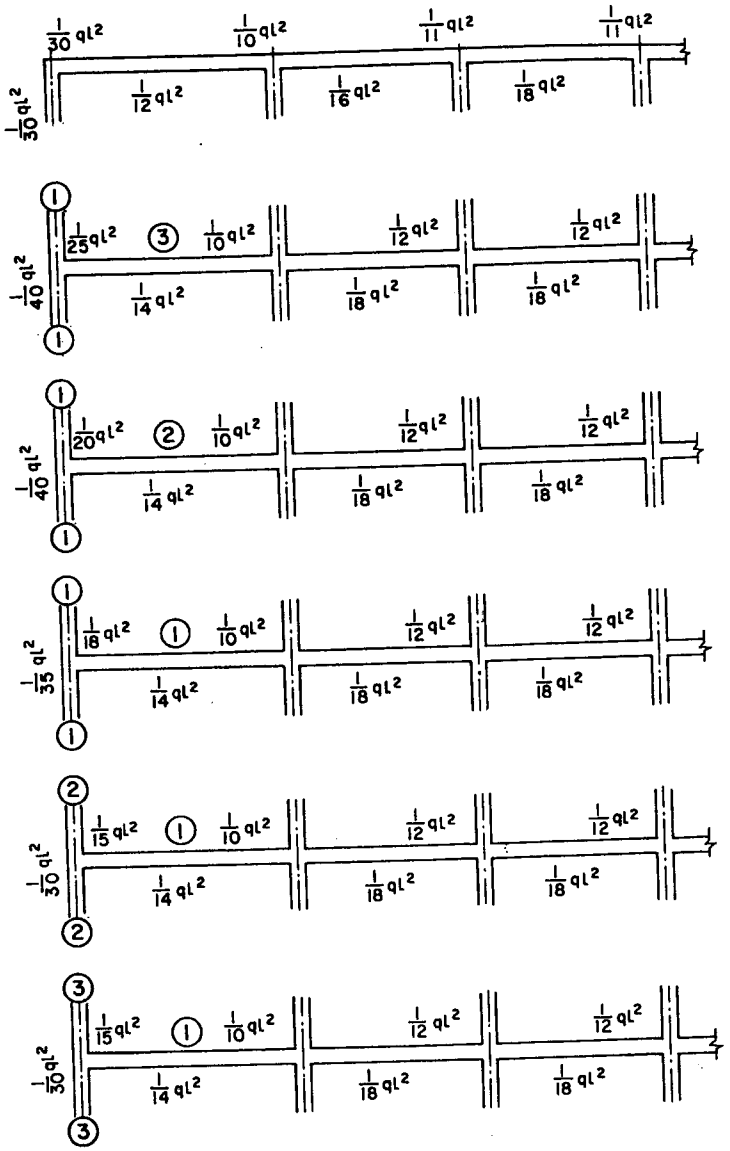


Figura 26.2 Pórtico de varios vanos

44672

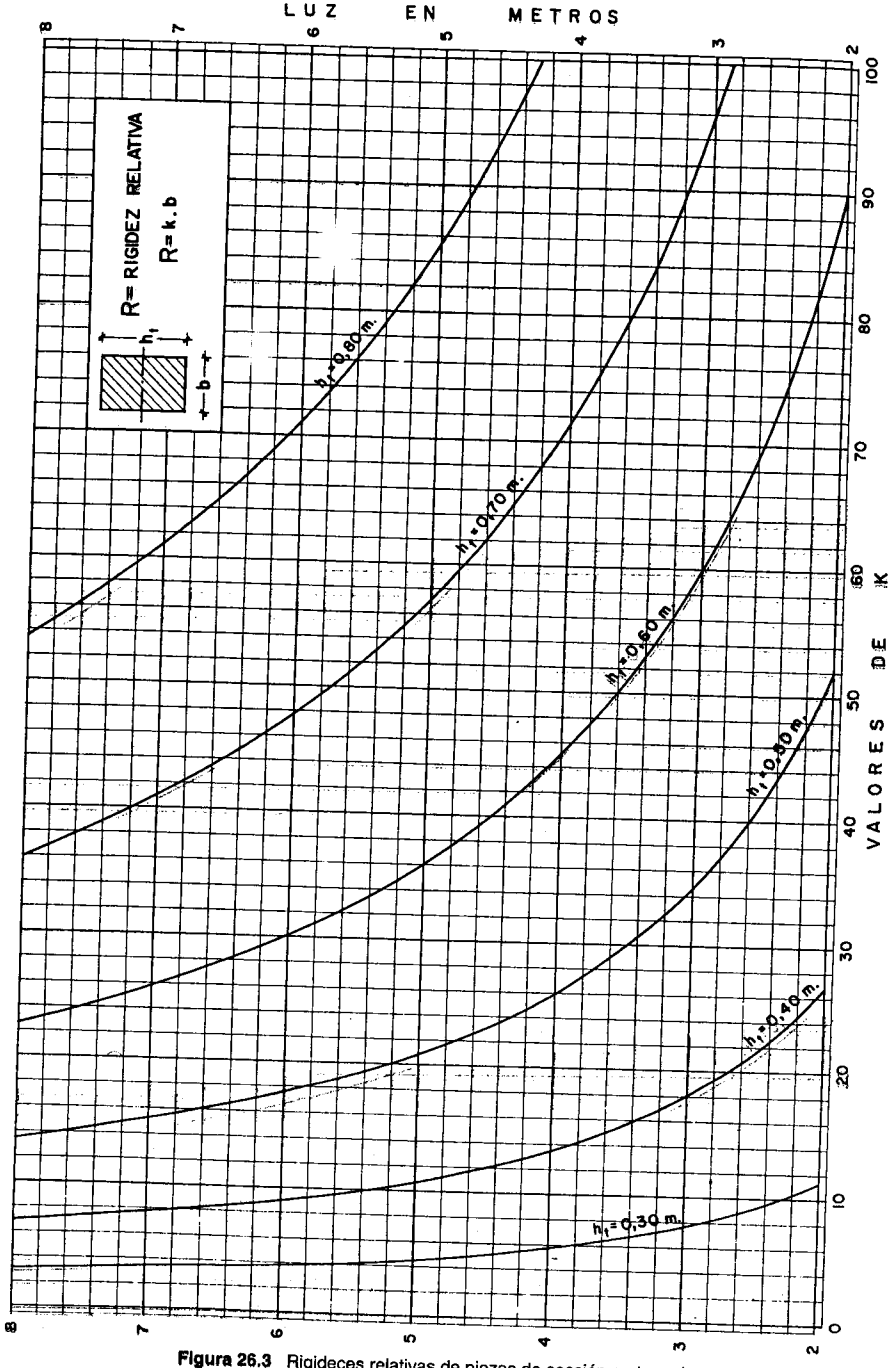


Figura 26.3 Rigideces relativas de piezas de sección rectangular

26.2 Método práctico para el cálculo de pórticos múltiples

El presente método puede emplearse para el cálculo de pórticos múltiples, cualesquiera que sean las luces y sobrecargas, con forjados hormigonados a la vez que las vigas.

En este método se tiene en cuenta una redistribución de los momentos flectores de las vigas, como consecuencia del comportamiento del hormigón más allá de su fase elástica. No obstante, con objeto de prevenir una fisuración que pueda ser peligrosa, dicha redistribución se ha limitado a un 15 por 100 del máximo momento negativo.

Se ha tenido en cuenta también la variación del momento de inercia de las vigas, debida a la losa de compresión.

Este método no es válido cuando existan desplazamientos importantes o fuerzas horizontales.

1.° MÉTODO DE CÁLCULO

a) En todos los cálculos se adoptarán como luces las distancias entre ejes de los distintos elementos de la estructura.

b) Se determinarán las rigideces relativas de las distintas piezas, disminuyendo en un 10 por 100 las correspondientes a los pilares de la última planta, así como las de las vigas extremas.

c) A continuación se calculan los coeficientes de reparto, en cada nudo (como en el método de Cross). Así, cuando en el nudo concurran cuatro barras, los coeficientes de reparto serán:

$$r_1 = \frac{k_1}{\sum k}, \quad r_2 = \frac{k_2}{\sum k}, \quad r_3 = \frac{k_3}{\sum k}, \quad r_4 = \frac{k_4}{\sum k}$$

en donde las k son las rigideces relativas y $\sum k = k_1 + k_2 + k_3 + k_4$.

d) Los momentos de empotramiento perfecto se determinan por las fórmulas clásicas, disminuyéndolos en un 10 por 100.

e) Los momentos de continuidad, en los extremos de las barras de un nudo, se determinan dejándolas en libertad de girar y compensando el momento de desequilibrio proporcionalmente a los coeficientes de reparto, como se hace en el método de Cross.

f) No se efectuarán transmisiones de momentos, excepto en las vigas extremas, en las que sólo se efectuará el traslado desde el nudo exterior al inmediato interior.

No obstante, también puede prescindirse de esta transmisión cuando la rigidez de la viga sea menor que la correspondiente a cualquiera de los dos pilares extremos del nudo considerado.

g) El método es válido para cuando existan voladizos en los tramos extremos, en cuyo caso es necesario transmitir el momento que absorbe la viga al nudo inmediato al extremo.

h) Cuando las sobrecargas sean importantes, o para estructuras con luces muy desiguales, deben estudiarse separadamente los efectos de las cargas permanentes y los correspondientes a las sobrecargas, con objeto de obtener las leyes de momentos envolventes más desfavorables.

i) Si las cargas permanentes son más importantes que las sobrecargas, se aconseja reducir los momentos de apoyo correspondientes a dichas cargas en un 15 por 100, con objeto de tener en cuenta la adaptación de la estructura por las deformaciones de fluencia del hormigón.

De esta forma se consideran mayorados, indirectamente, los momentos de vano. No obstante, si en algún caso puede ser peligrosa una eventual fisuración, la reducción del 15 por 100 de los momentos negativos sólo se aplicará para determinar los momentos positivos de vano.

j) Se recomienda no considerar momentos de vano inferiores a los siguientes valores:

– Cargas uniformes..... $\frac{1}{20} \cdot q \cdot l^2$

– Cargas concentradas ..... $0{,}15 \cdot P \cdot l$

Por último, insertamos a continuación las fórmulas que proporcionan los momentos de empotramiento elástico, tanto en los nudos interiores de estructura como en los nudos extremos e inmediatos a los extremos, calculados de acuerdo con las hipótesis enunciadas.

2.° MOMENTOS DE NUDO

a) *En los nudos de tramos intermedios* (figura 26.4):

$$\begin{aligned} M_1 &= -M'_1 + r_1 \cdot (M'_1 - M'_2) \\ M_2 &= M'_2 + r_2 \cdot (M'_1 - M'_2) \\ M_3 &= r_3 \cdot (M'_1 - M'_2) \\ M_4 &= r_4 \cdot (M'_1 - M'_2) \end{aligned}$$

en donde M'_i son los momentos de empotramiento perfecto, en valor absoluto, y r_i los coeficientes de reparto.

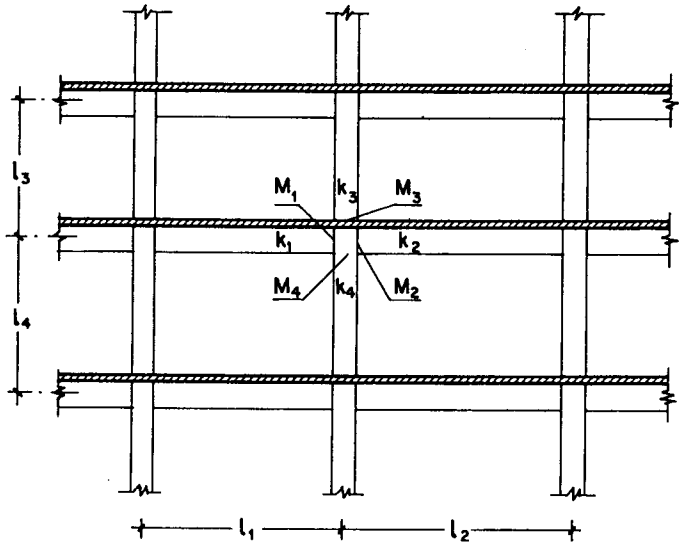


Figura 26.4 Momentos de nudo en los tramos intermedios

b) *En los nudos de tramos extremos* (figura 26.5):

$$\begin{aligned} M_5 &= M'_5 - r_5 \cdot M'_5 \\ M_6 &= -r_6 \cdot M'_5 \\ M_7 &= -r_7 \cdot M'_5 \end{aligned}$$

c) *En los nudos de tramos inmediatos a los extremos* (figura 26.5):

$$\begin{aligned} M_8 &= -M'_8 + r_8 \cdot (M'_8 - M'_9)\ ^{1} \\ M_9 &= -M'_9 + r_9 \cdot (M'_8 - M'_9) \\ M_{10} &= r_{10} \cdot (M'_8 - M'_9) \\ M_{11} &= r_{11} \cdot (M'_8 - M'_9) \end{aligned}$$

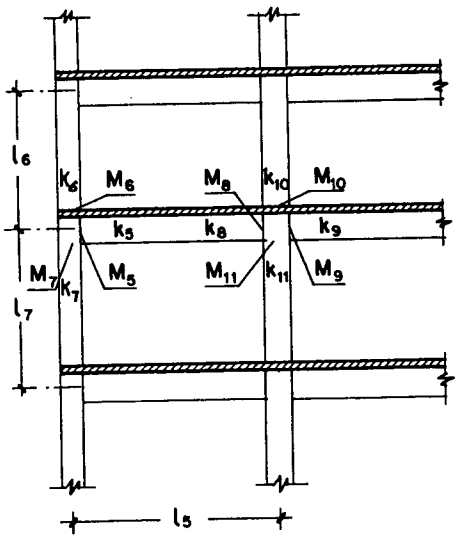


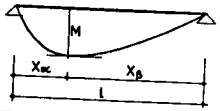
Figura 26.5 Momentos de nudo en los tramos extremos

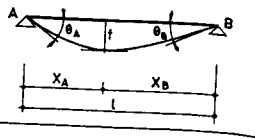
Como ya se dijo en 26.1, la figura 26.3 presenta un ábaco para el cálculo de las rigideces relativas de las piezas de sección rectangular constante, de dimensiones más corrientes. A continuación se inserta un formulario para el cálculo de estructuras.

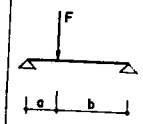
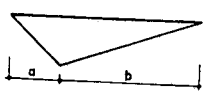
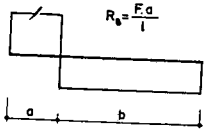
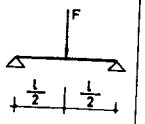
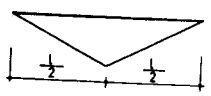
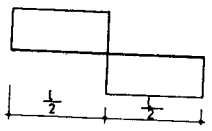
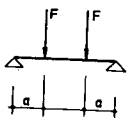
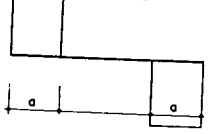
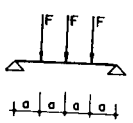
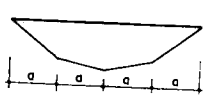
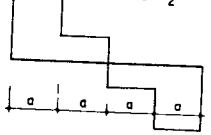
[1] Cuando las vigas extremas sean más rígidas que los pilares extremos correspondientes, se incrementará $-M'_8$ en el momento transmitido, $-0{,}5 \cdot r_5 \cdot M'_5$.

TABLA 26.1
VIGA APOYADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

F, q y segmentos en valor absoluto.

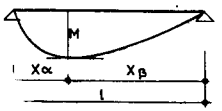


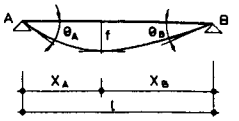


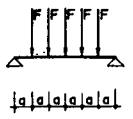
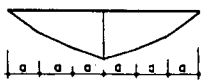
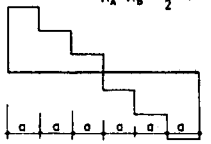
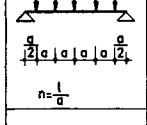
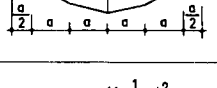
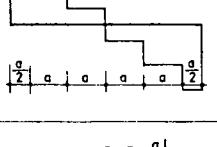
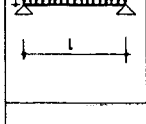
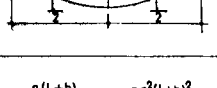
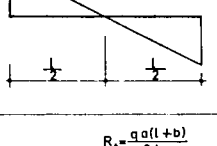
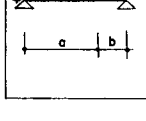
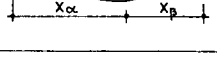
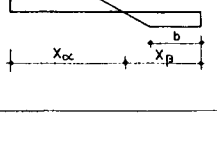
SOLICITACION	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES MOMENTO MAXIMO	DIAGRAMA DE ESFUERZOS CORTANTES REACCIONES EN APOYOS	FLECHAS MAXIMAS ANGULOS DE GIRO EXTREMOS
	$M=\frac{F\,a\,b}{l}$ 	$R_A=\frac{F\,b}{l}$ $R_B=\frac{F\,a}{l}$ 	$a<b\ldots x_B=\left[\frac{b(l+a)}{3}\right]^{\frac{1}{2}}\ldots f=\frac{F\,a}{3\,l\,EI}\left[\frac{b(l+a)}{3}\right]^{\frac{3}{2}}$ $a>b\ldots x_A=\left[\frac{a(l+b)}{3}\right]^{\frac{1}{2}}\ldots f=\frac{F\,b}{3\,l\,EI}\left[\frac{a(l+b)}{3}\right]^{\frac{3}{2}}$ $\theta_A=\frac{F\,a\,b(l+b)}{6\,l\,EI}\ldots\quad\theta_B=\frac{F\,a\,b(l+a)}{6\,l\,EI}$
	$M=\frac{F\,l}{4}$ 	$R_A=R_B=\frac{F}{2}$ 	$x_A=x_B=\frac{l}{2}\ldots\quad f=\frac{F\,l^3}{48\,EI}\ldots$ $\theta_A=\theta_B=\frac{F\,l^2}{16\,EI}$
	$M=F\,a$ 	$R_A=R_B=F$ 	$x_A=x_B=\frac{l}{2}\ldots\quad f=\frac{F\,a}{24\,EI}(3l^2-4a^2)$ $\theta_A=\theta_B=\frac{F\,a(l-a)}{2EI}$
	$M=\frac{F\,l}{2}$ 	$R_A=R_B=\frac{3F}{2}$ 	$x_A=x_B=\frac{l}{2}\ldots\quad f=\frac{19}{384}\cdot\frac{F}{EI}\cdot l^3$ $\theta_A=\theta_B=\frac{5F\,l^2}{32\,EI}$

VIGA APOYADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

F, q y segmentos en valor absoluto

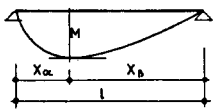


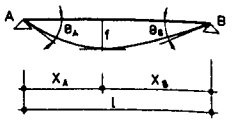


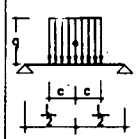
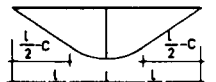
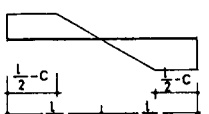
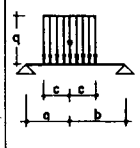
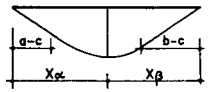
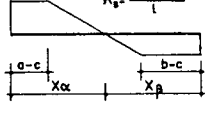
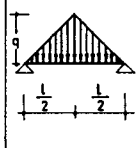
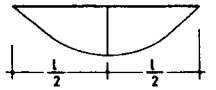
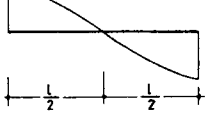
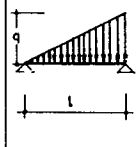
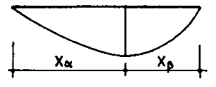
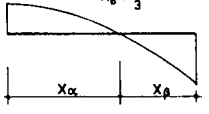
SOLICITACION	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES MOMENTO MAXIMO	DIAGRAMA DE ESFUERZOS CORTANTES REACCIONES EN APOYOS	FLECHAS MAXIMAS ANGULOS DE GIRO EXTREMOS
 $n=\frac{l}{a}$	$n=2k\ldots\quad M=\frac{n}{8}Fl$ $n=2k+1\ldots\quad M=\frac{n^2-1}{8n}Fl$ 	$R_A=R_B=\frac{n-1}{2}F$ 	$x_A=x_B=\frac{l}{2}\begin{cases}n=2k\ldots f=\frac{5n^2-4}{384\,n}\cdot\frac{Fl^3}{EI}\\ n=2k+1\ldots f=\frac{(5n^2+1)(n^2-1)}{384\,n^3}\cdot\frac{Fl^3}{EI}\end{cases}$ $\theta_A=\theta_B=\frac{n^2-1}{24\,n}\cdot\frac{Fl^2}{EI}$
 $n=\frac{l}{a}$	$n=2k\ldots\quad M=\frac{n}{8}Fl$ $n=2k+1\ldots\quad M=\frac{n^2+1}{8n}Fl$ 	$R_A=R_B=\frac{n}{2}F$ 	$x_A=x_B=\frac{l}{2}\begin{cases}n=2k\ldots f=\frac{-n^4+6n^2+2n^2+4n-4}{384\,n^2}\cdot\frac{Fl^3}{EI}\\ n=2k+1\ldots f=\frac{5n^4+2n^2+1}{384\,n^3}\cdot\frac{Fl^3}{EI}\end{cases}$ $\theta_A=\theta_B=\frac{2n^2-1}{48n}\cdot\frac{Fl^2}{EI}$
	$M=\frac{1}{8}q\,l^2$ 	$R_A=R_B=\frac{q\,l}{2}$ 	$x_A=x_B=\frac{l}{2}\ldots\quad f=\frac{5}{384}\cdot\frac{q\,l^4}{EI}$ $\theta_A=\theta_B=\frac{q\,l^3}{24\,EI}$
	$x_\alpha=\frac{a(l+b)}{2l}\ldots\quad M=\frac{q\,a^2(l+b)^2}{8l^2}$ 	$R_A=\frac{q\,a(l+b)}{2l}$ $R_B=\frac{q\,a^2}{2l}$ 	$a<0'4531.l\ldots x_B=\left[\frac{2l^2-a^2}{6}\right]^{\frac{1}{2}}\ldots f=\frac{q\,a^2}{6}\left[\frac{2l^2-a^2}{6}\right]^{\frac{3}{2}}$ $a>0'4531.l\ldots x_B=\frac{58'575\cdot l-8'575\,a}{100}\ldots$ $f=\frac{q\,l^4}{10^3\,EI}(13'5734\,\frac{a}{l}-0'5526)$ $\theta_A=\frac{q\,a^2\,l}{24\,EI}\left(2-\frac{a}{l}\right)^2\ldots\quad\theta_B=\frac{q\,a^2\,l}{24\,EI}\left(2-\frac{a^2}{l^2}\right)$

VIGA APOYADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

q y segmentos en valor absoluto

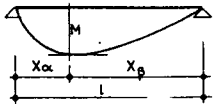


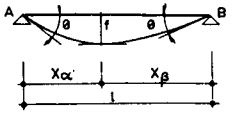


SOLICITACION	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES MOMENTO MAXIMO	DIAGRAMA DE ESFUERZOS CORTANTES REACCIONES EN APOYOS	FLECHAS MAXIMAS ANGULOS DE GIRO EXTREMOS
	$M=\frac{qc(l-c)}{2}$ 	$R_A=R_B=qc$ 	$x_A=x_B=\frac{l}{2}$; $f=\frac{qcl^3}{24EI}\left[1-\frac{c^2}{l^2}(2-\frac{c}{l})\right]$ $\theta_A=\theta_B=\frac{qcl^2}{24EI}(3-4\frac{c^2}{l^2})$
	$X_\alpha=a+c-\frac{2ac}{l}$; $M=2qac(\frac{b-c}{l}+\frac{ac}{l^2})$ 	$R_A=\frac{2qc(l-a)}{l}$ $R_B=\frac{2qc(l-b)}{l}$ 	$\theta_A=\frac{qbcl}{3EI}(1-\frac{b^2}{l^2}-\frac{c^2}{l^2})$; $\theta_B=\frac{qacl}{3EI}(1-\frac{a^2}{l^2}-\frac{c^2}{l^2})$
	$M=\frac{ql^2}{12}$ 	$R_A=R_B=\frac{ql}{4}$ 	$x_A=x_B=\frac{l}{2}$; $f=\frac{ql^4}{120EI}$ $\theta_A=\theta_B=\frac{5ql^3}{196\cdot EI}$
	$x_\alpha=\frac{l}{\sqrt{3}}$ $M=\frac{ql^2}{9\sqrt{3}}$ 	$R_A=\frac{ql}{6}$ $R_B=\frac{ql}{3}$ 	$x_A=0'5193\,l$; $f=\frac{6'522}{10^3}\cdot\frac{ql^4}{EI}$ $\theta_A=\frac{7ql^3}{360\cdot EI}$; $\theta_B=-\frac{ql^3}{45\cdot EI}$

VIGA APOYADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

q y segmentos en valor absoluto





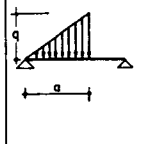
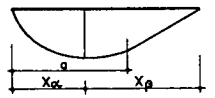
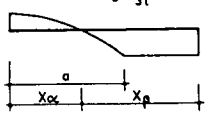
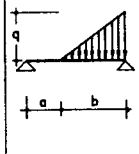
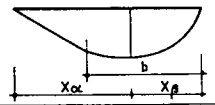
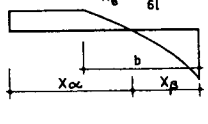
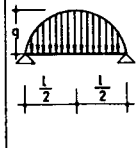
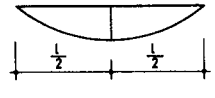
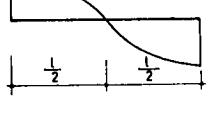
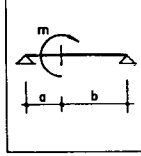
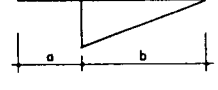
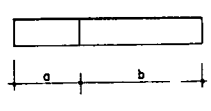
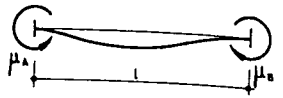
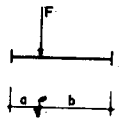
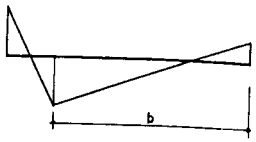
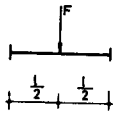
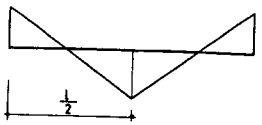
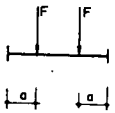
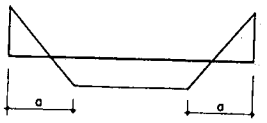
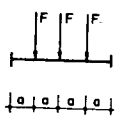
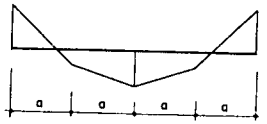
SOLICITACION	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES MOMENTO MAXIMO	DIAGRAMA DE ESFUERZOS CORTANTES REACCIONES EN APOYOS	FLECHAS MAXIMAS ANGULOS DE GIRO EXTREMOS
	$x_\alpha=a\left[\frac{3L-2a}{3L}\right]^{\frac{1}{2}}$; $M=\frac{qa^2}{3}\left[\frac{3L-2a}{3L}\right]^{\frac{3}{2}}$ 	$R_A=\frac{qa(3L-2a)}{6l}$ $R_B=\frac{qa^2}{3l}$ 	$a<0'4607\,l$; $x_\alpha=\left[\frac{5l^2-3a^2}{15}\right]^{\frac{1}{2}}$; $f=\frac{qa^2}{9EIl}\left[\frac{5l^2-3a^2}{15}\right]^{\frac{3}{2}}$ $a>0'4607\,l$; $x_A=(1'593\frac{a}{l}-1'0737)\,l$; $f=\frac{ql^4}{10^3EI}(4'117+2'405\frac{a}{l})$ $\theta_A=\frac{(120^2-45al+40l^2)qa^2}{360EIl}$; $\theta_B=\frac{(5l^2-3a^2)qa^2}{90EIl}$;
	$x_\beta=b(1-\sqrt{\frac{b}{3l}})$; $M=\frac{qb^2}{6}\left[\frac{a}{l}+2(\frac{b}{3l})^{\frac{3}{2}}\right]$ 	$R_A=\frac{qb^2}{6l}$ $R_B=\frac{qb(3l-b)}{6l}$ 	$b<0'4396.l$; $x_A=\left[\frac{10l^2-3b^2}{30}\right]^{\frac{1}{2}}$; $f=\frac{qb^2}{19EIl}\left[\frac{10l^2-3b^2}{30}\right]^{\frac{3}{2}}$ $b>0'4396.l$; $x_A=(1'2527-0'7334\frac{b}{l})\,l$; $f=\frac{ql^4}{10^3EI}(8'267\frac{b}{l}-1'745)$ $\theta_A=\frac{(10l^2-3b^2)qb^2}{360EIl}$; $\theta_B=\frac{(20l^2-15bl+3b^2)qb^2}{360\cdot EIl}$;
c. parabólica 	$M=\frac{5}{48}ql^2$ 	$R_A=R_B=\frac{ql}{3}$ 	$x_A=x_B=\frac{l}{2}$; $f=\frac{61\,ql^4}{5.760\cdot EI}$ $\theta_A=\theta_B=\frac{ql^3}{30EI}$
	$a<b$, $M=\frac{mb}{l}$ $a>b$, $M=\frac{ma}{l}$ 	$R_A=-R_B=\frac{m}{l}$ 	$a<b$, $x_A=l-\left[\frac{l^2-3a^2}{3}\right]^{\frac{1}{2}}$; $f=\frac{m}{3EIl}\left[\frac{l^2-3a^2}{3}\right]^{\frac{3}{2}}$ $b<a$, $x_B=l-\left[\frac{l^2-3b^2}{3}\right]^{\frac{1}{2}}$; $f=\frac{m}{3EIl}\left[\frac{l^2-3b^2}{3}\right]^{\frac{3}{2}}$ $\theta_A=\frac{m(l^2-3b^2)}{6EIl}$; $\theta_B=\frac{m(l^2-3a^2)}{6EIl}$;

TABLA 26.2
VIGA EMPOTRADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

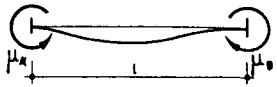
F,q y segmentos, en valor absoluto.

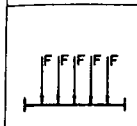
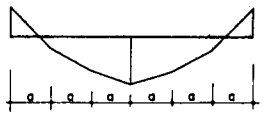
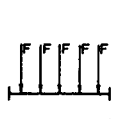
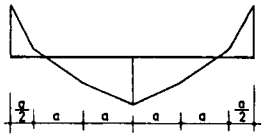
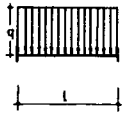
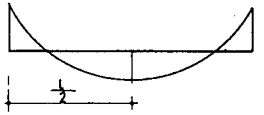
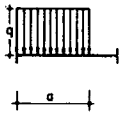
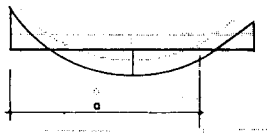


SOLICITACION	MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO	REACCIONES EN LOS APOYOS	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES
	$\mu_A=\frac{Fab^2}{l^2}$ $\mu_B=-\frac{Fa^2b}{l^2}$	$R_A=F\frac{b^2}{l^2}(3-2\frac{b}{l})$ $R_B=F\frac{a^2}{l^2}(3-2\frac{a}{l})$	
	$\mu_A=\frac{Fl}{8}$ $\mu_B=-\frac{Fl}{8}$	$R_A=\frac{F}{2}$ $R_B=\frac{F}{2}$	
	$\mu_A=\frac{Fa(l-a)}{l}$ $\mu_B=-\frac{Fa(l-a)}{l}$	$R_A=F$ $R_B=F$	
	$\mu_A=\frac{5Fl}{16}$ $\mu_B=-\frac{5Fl}{16}$	$R_A=\frac{3}{2}F$ $R_B=\frac{3}{2}F$	

VIGA EMPOTRADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

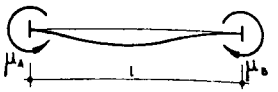
F,q y segmentos, en valor absoluto.

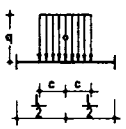
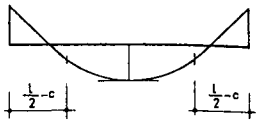
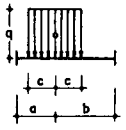
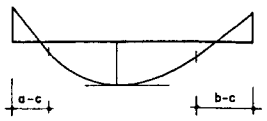
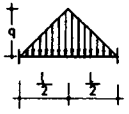
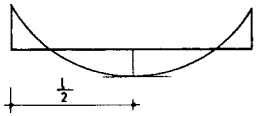
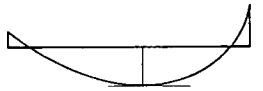


SOLICITACION	MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO	REACCIONES EN LOS APOYOS	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES
 nº de fuerzas=n−1	$\mu_A=\frac{Fl(n^2-1)}{12n}$ $\mu_B=-\frac{Fl(n^2-1)}{12n}$	$R_A=\frac{n-1}{2}F$ $R_B=\frac{n-1}{2}F$	
 nº de fuerzas = n	$\mu_A=\frac{Fl(2n^2-1)}{24n}$ $\mu_B=-\frac{Fl(2n^2+1)}{24n}$	$R_A=\frac{n}{2}F$ $R_B=\frac{n}{2}F$	
	$\mu_A=\frac{ql^2}{12}$ $\mu_B=-\frac{ql^2}{12}$	$R_A=\frac{ql}{2}$ $R_B=\frac{ql}{2}$	
	$\mu_A=\frac{qa^2}{12}\left[6-\frac{a}{l}(8-3\frac{a}{l})\right]$ $\mu_B=-\frac{qa^3}{12l}(4-3\frac{a}{l})$	$R_A=\frac{qa}{2}\left[2-\frac{a^2}{l^2}(2-\frac{a}{l})\right]$ $R_B=\frac{qa^3}{2l^2}(2-\frac{a}{l})$	

VIGA EMPOTRADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

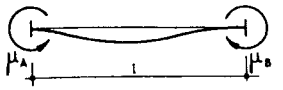
F, q y segmentos, en valor absoluto.



SOLICITACION	MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO	REACCIONES EN LOS APOYOS	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES
	$\mu_A=\frac{qc}{12l}(3l^2-4c^2)$ $\mu_B=-\frac{qc}{12l}(3l^2-4c^2)$	$R_A=qc$ $R_B=qc$	
	$\mu_A=2qc\left(a\frac{b^2}{l^2}-\frac{c^2}{l^2}\frac{3b-l}{3}\right)$ $\mu_B=-2qc\left(b\frac{a^2}{l^2}-\frac{c^2}{l^2}\frac{3a-l}{3}\right)$	$R_A=2qc\left[1-3\frac{a^2}{l^2}-\frac{c^2}{l^2}+2\frac{a}{l}\left(\frac{a^2}{l^2}+\frac{c^2}{l^2}\right)\right]$ $R_B=2qc\left[3\frac{a^2}{l^2}+\frac{c^2}{l^2}-2\frac{a}{l}\left(\frac{a^2}{l^2}+\frac{c^2}{l^2}\right)\right]$	
	$\mu_A=\frac{5}{96}ql^2$ $\mu_B=-\frac{5}{96}ql^2$	$R_A=\frac{ql}{4}$ $R_B=\frac{ql}{4}$	
	$\mu_A=\frac{ql^2}{30}$ $\mu_B=-\frac{9}{20}ql^2$	$R_A=\frac{3}{20}ql$ $R_B=\frac{7}{20}ql$	

VIGA EMPOTRADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

F, q y segmentos, en valor absoluto.



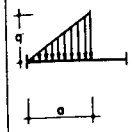
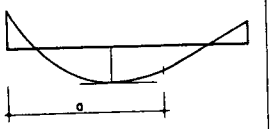
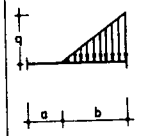
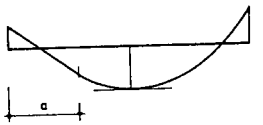
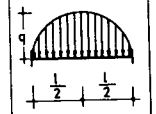
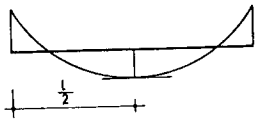
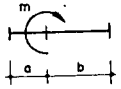
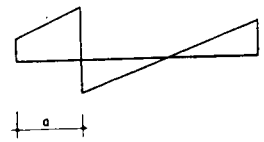
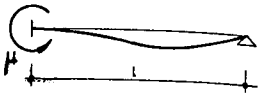
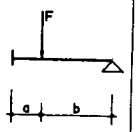
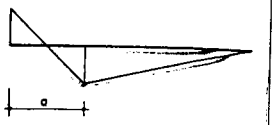
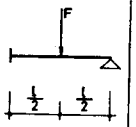
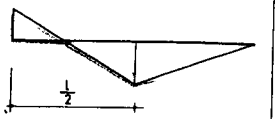
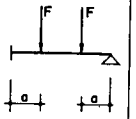
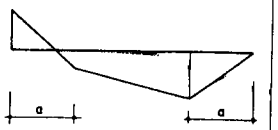
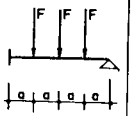
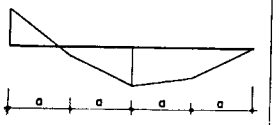
SOLICITACION	MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO	REACCIONES EN LOS APOYOS	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES
	$\mu_A=\frac{qa^2}{30}\left[10-\frac{a}{l}(15-6\frac{a}{l})\right]$ $\mu_B=-\frac{qa^3}{20l}(5-4\frac{a}{l})$	$R_A=\frac{qa}{20}\left[10-\frac{a^2}{l^2}(15-8\frac{a}{l})\right]$ $R_B=\frac{qa^3}{20l^2}(15-8\frac{a}{l})$	
	$\mu_A=\frac{qb^3}{60l}(5-3\frac{b}{l})$ $\mu_B=-\frac{qb^2}{60}\left[3\frac{b^2}{l^2}+10\frac{a}{l}\right]$	$R_A=\frac{qb^3}{20l^2}(5-2\frac{b}{l})$ $R_B=\frac{qb}{20}\left[10-\frac{b^2}{l^2}(5-2\frac{b}{l})\right]$	
carga parabólica 	$\mu_A=\frac{ql^2}{15}$ $\mu_B=-\frac{ql^2}{15}$	$R_A=\frac{ql}{3}$ $R_B=\frac{ql}{3}$	
	$\mu_A=m\frac{b}{l}(2-3\frac{b}{l})$ $\mu_B=m\frac{a}{l}(2-3\frac{a}{l})$	$R_A=m\frac{6ab}{l^3}$ $R_B=-m\frac{6ab}{l^3}$	

TABLA 26.3
VIGA APOYADA EMPOTRADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

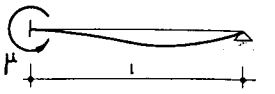
F,q y segmentos, en valor absoluto.

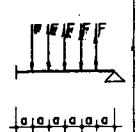
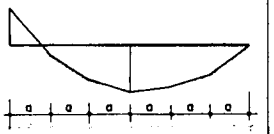
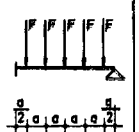
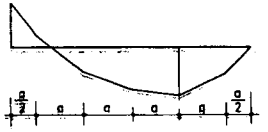
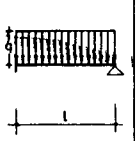
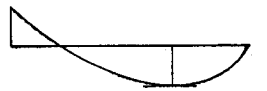
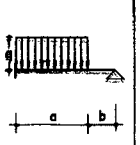
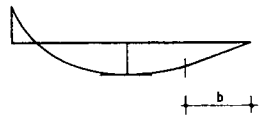


SOLICITACION	MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO	REACCIONES EN LOS APOYOS	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES
	$\mu=\frac{Fab(l+b)}{2l^2}$	$R_A=\frac{F}{2l}(\quad -\frac{b^2}{l^2})$ $R_B=\frac{Fa^2}{2l^2}(3-\frac{a}{l})$	
	$\mu=\frac{3}{16}Fl$	$R_A=\frac{11}{16}F$ $R_B=\frac{5}{16}F$	
	$\mu=\frac{3Fa(l-a)}{2l}$	$R_A=\frac{F}{2}\left[2+3\frac{a}{l}(1-\frac{a}{l})\right]$ $R_B=\frac{F}{2}\left[2-3\frac{a}{l}(1-\frac{a}{l})\right]$	
	$\mu=\frac{15}{32}Fl$	$R_A=\frac{63}{32}F$ $R_B=\frac{33}{32}F$	

VIGA APOYADA EMPOTRADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

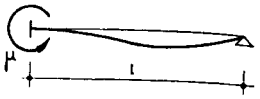
F,q y segmentos, en valor absoluto

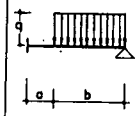
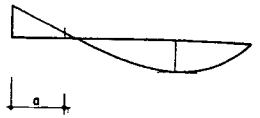
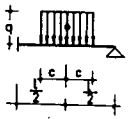
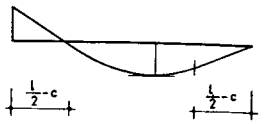
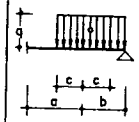
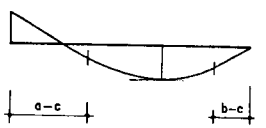
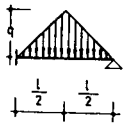
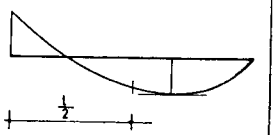


SOLICITACION	MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO	REACCIONES EN LOS APOYOS	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES
 nº de fuerzas=n−1	$\mu=\frac{n^2-1}{8n}Fl$	$R_A=\frac{(n-1)(5n+1)}{8n}F$ $R_B=\frac{(n-1)(3n-1)}{8n}F$	
 nº de fuerzas=n	$\mu=\frac{2n^2+1}{16n}Fl$	$R_A=\frac{10n^2+1}{16n}F$ $R_B=\frac{6n^2-1}{16n}F$	
	$\mu=\frac{1}{8}ql^2$	$R_A=\frac{5}{8}ql$ $R_B=\frac{3}{8}ql$	
	$\mu=\frac{qa^2(l+b)^2}{8l^2}$	$R_A=\frac{qa}{8}(5-\frac{b^2}{l^2})(1+\frac{b}{l})$ $R_B=\frac{qa^3}{8l^2}(4-\frac{a}{l})$	

VIGA APOYADA EMPOTRADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

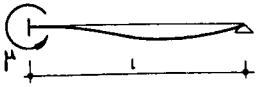
F, q y segmentos, en valor absoluto

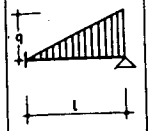
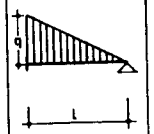
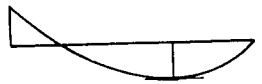
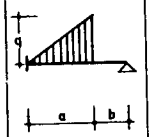
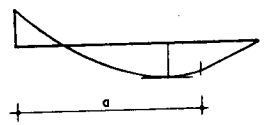
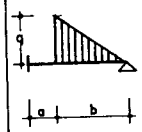
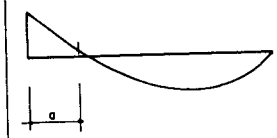


SOLICITACION	MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO	REACCIONES EN LOS APOYOS	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES
	$\mu=\frac{q\,b^2}{8\,l^2}(2l^2-b^2)$	$R_A=\frac{q\,b^2}{8\,l}(6-\frac{b^2}{l^2})$ $R_B=\frac{q\,b}{8}\left[8-\frac{b}{l}(6-\frac{b^2}{l^2})\right]$	
	$\mu=\frac{q\,c}{8\,l}(3l^2-4c^2)$	$R_A=\frac{q\,c}{8}(11-4\frac{c^2}{l^2})$ $R_B=\frac{q\,c}{8}(5+4\frac{c^2}{l^2})$	
	$\mu=\frac{q\,b\,c}{l^2}\left[a(l+b)-c^2\right]$	$R_A=qc\left[2-3\frac{a^2}{l^2}\cdot\frac{c^2}{l^2}+\frac{a}{l}(\frac{a^2}{l^2}+\frac{c^2}{l^2})\right]$ $R_B=qc\left[3\frac{a^2}{l^2}+\frac{c^2}{l^2}-\frac{a}{l}(\frac{a^2}{l^2}+\frac{c^2}{l^2})\right]$	
	$\mu=\frac{5}{64}q\,l^2$	$R_A=\frac{21}{64}q\,l$ $R_B=\frac{11}{64}q\,l$	

VIGA APOYADA EMPOTRADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

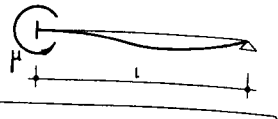
F, q y segmentos, en valor absoluto

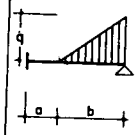
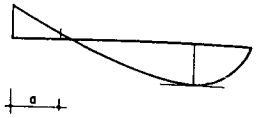
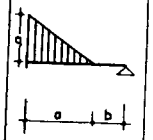
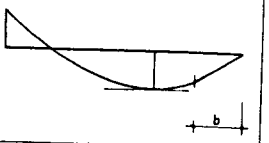
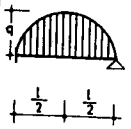
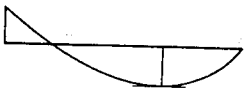
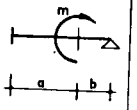
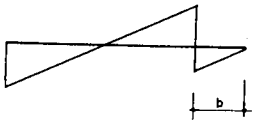


SOLICITACION	MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO	REACCIONES EN LOS APOYOS	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES
	$\mu=\frac{7}{120}q\,l^2$	$R_A=\frac{9}{40}q\,l$ $R_B=\frac{11}{40}q\,l$	
	$\mu=\frac{q\,l^2}{15}$	$R_A=\frac{2}{5}q\,l$ $R_B=\frac{q\,l}{10}$	
	$\mu=\frac{q\,a^2}{120}\left[40-3\frac{a}{l}(15-4\frac{a}{l})\right]$	$R_A=\frac{q\,a}{40}\left[20-\frac{a^2}{l^2}(15-4\frac{a}{l})\right]$ $R_B=\frac{q\,a^3}{40\,l^2}(15-4\frac{a}{l})$	
	$\mu=\frac{q\,b^2}{30}(5-3\frac{b^2}{l^2})$	$R_A=\frac{q\,b^2}{10\,l}(5-\frac{b^2}{l^2})$ $R_B=\frac{q\,b}{10}\left[5-\frac{b}{l}(5-\frac{b^2}{l^2})\right]$	

VIGA APOYADA EMPOTRADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

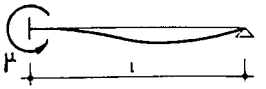
F, q y segmentos, en valor absoluto

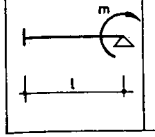
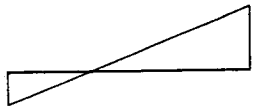


SOLICITACION	MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO	REACCIONES EN LOS APOYOS	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES
	$\mu=\frac{q\,b^2}{12}\left(10-3\frac{b^2}{l^2}\right)$	$R_A=\frac{q\,b^2}{40\,l}\left(10-\frac{b^2}{l^2}\right)$ $R_B=\frac{q\,b}{40}\left[20-\frac{b}{l}\left(10-\frac{b^2}{l^2}\right)\right]$	
	$\mu=\frac{q\,a^2}{12}\left[20-3\frac{a}{l}\left(5-\frac{a}{l}\right)\right]$	$R_A=\frac{q\,a}{40}\left[20-\frac{a^2}{l^2}\left(5-\frac{a}{l}\right)\right]$ $R_B=\frac{q\,a^3}{40\,l^2}\left(5-\frac{a}{l}\right)$	
c. parabólica 	$\mu=\frac{q\,l^2}{10}$	$R_A=\frac{13}{30}q\,l$ $R_B=\frac{7}{30}q\,l$	
	$\mu=\frac{m}{2}\left(1-3\frac{b^2}{l^2}\right)$	$R_A=\frac{3}{2}\frac{m\,a}{l^2}\left(2-\frac{a}{l}\right)$ $R_B=-\frac{3}{2}\frac{m\,a}{l^2}\left(2-\frac{a}{l}\right)$	

VIGA APOYADA EMPOTRADA
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA

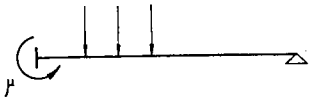
F, q y segmentos, en valor absoluto



SOLICITACION	MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO	REACCIONES EN LOS AP	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES
	$\mu=\frac{m}{2}$	$R_A=\frac{3}{2}\frac{m}{l}$ $R_B=-\frac{3}{2}\frac{m}{l}$	

CALCULO DEL MOMENTO DE EMPOTRAMIENTO DE UNA VIGA APOYADA-EMPOTRADA EN FUNCION DE LOS MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO.

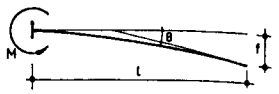




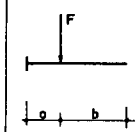
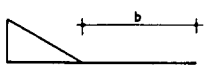
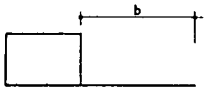
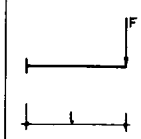
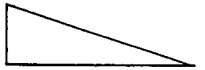
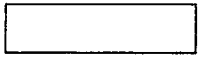
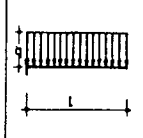
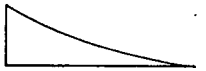
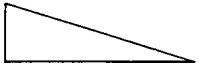
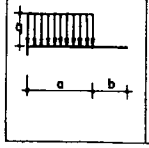
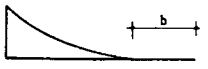
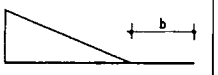
$$\mu=\mu_A-\beta_B\,\mu_B$$

$$\mu=\mu_A-\frac{1}{2}\mu_B$$

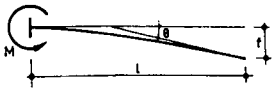
TABLA 26.4
VIGA EN VOLADIZO
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA



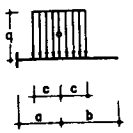
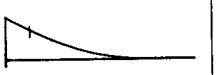
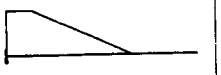
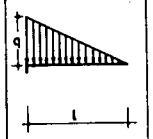
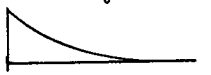
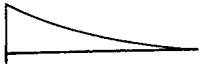
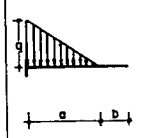
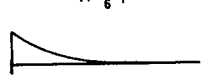
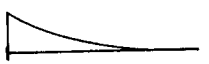
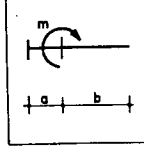
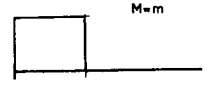
F,q y segmentos en valor absoluto

SOLICITACION	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES MOMENTO MAXIMO	DIAGRAMA DE ESFUERZOS CORTANTES REACCION EN APOYO	FLECHA MAXIMA ANGULO DE GIRO EXTREMO
	 M = F.a	 R = F	$f = \frac{Fa^2(3L-a)}{6EI}$ $\theta = \frac{Fa^2}{2EI}$
	 M = F l	 R = F	$f = \frac{Fl^3}{3EI}$ $\theta = \frac{Fl^2}{2EI}$
	 $M = \frac{1}{2}ql^2$	 R = q l	$f = \frac{ql^4}{8EI}$ $\theta = \frac{ql^3}{6EI}$
	 $M = \frac{1}{2}qa^2$	 R = qa	$f = qa^3\frac{4l-a}{24EI}$ $\theta = \frac{qa^3}{6EI}$

VIGA EN VOLADIZO
DISTINTAS HIPÓTESIS DE CARGA



F,q y segmentos, en valor absoluto

SOLICITACION	DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES MOMENTO MAXIMO	DIAGRAMA DE ESFUERZOS CORTANTES REACCION EN APOYO	FLECHA MAXIMA ANGULO DE GIRO EXTREMO
	 M = 2qca	 R = 2qc	$f = \frac{qcq^2}{3EI}\left[(3+\frac{c^2}{a^2}) - a(1+\frac{c^2}{a^2})\right]$ $\theta = \frac{q}{6EI}\left[a^3 - 15c^3 + 3ac(a+c)\right]$
	 $M = \frac{1}{6}ql^2$	 $R = \frac{1}{2}ql$	$f = \frac{ql^4}{30EI}$ $\theta = \frac{ql^3}{24EI}$
	 $M = \frac{1}{6}ql^2$	 $R = \frac{1}{2}ql$	$f = \frac{qa^3}{120EI}(5l-a)$ $\theta = \frac{qa^3}{24EI}$
	 M = m	 R = 0	$f = \frac{ma}{2EI}(2l-a)$ $\theta = \frac{ma}{EI}$

44672

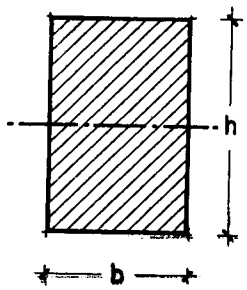


TABLA 26.5

MOMENTOS DE INERCIA DE SECCIONES RECTANGULARES (cm^4)

b (cm)	h en cm									
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
10	833	2 812	6 666	13 020	22 500	35 729	53 333	75 937	104 166	138 646
15	1 250	4 219	10 000	19 531	33 750	53 595	80 000	113 906	156 250	207 969
20	1 667	5 625	13 333	26 041	45 000	71 458	106 666	151 875	208 333	277 292
25	2 083	7 031	16 667	32 552	56 250	89 323	133 333	189 844	260 417	346 614
30	2 500	8 437	20 000	39 062	67 500	107 187	160 000	227 813	312 500	415 937
35	2 917	9 844	23 333	45 573	78 750	125 052	186 667	265 781	364 583	485 260
40	3 333	11 250	26 666	52 082	90 000	142 916	213 333	303 750	416 666	554 583
45	3 750	12 656	30 000	58 594	101 250	160 781	240 000	341 719	468 750	623 906
50	4 167	14 062	33 333	65 104	112 500	178 646	266 667	379 687	520 833	693 229
55	4 583	15 468	36 667	71 614	123 750	196 511	293 333	417 656	572 917	762 552
60	5 000	16 875	40 000	78 125	135 000	214 375	320 000	455 625	625 000	831 875
65	5 417	18 281	43 333	84 635	146 250	232 240	346 667	493 593	677 083	901 198
70	5 833	19 687	46 667	91 146	157 500	250 104	373 333	531 562	729 167	970 520
75	6 250	21 094	50 000	97 656	168 750	267 969	400 000	569 531	781 250	1 039 843
80	6 666	22 500	53 333	104 168	180 000	285 833	426 667	607 500	833 333	1 109 166
85	7 083	23 906	56 667	110 677	191 250	303 698	453 333	645 469	885 416	1 178 489
90	7 500	25 312	60 000	117 187	202 500	321 562	480 000	683 437	937 500	1 247 812
95	7 917	26 718	63 333	123 698	213 750	339 427	506 667	721 406	989 583	1 317 135
100	8 333	28 125	66 666	130 208	225 000	357 292	533 333	759 375	1 041 667	1 386 458

(continúa)

TABLA 26.5 *(continuación)*

MOMENTOS DE INERCIA DE SECCIONES RECTANGULARES (cm^4)

h en cm									b (cm)
60	65	70	75	80	85	90	100		
180 000	228 854	285 833	351 562	426 667	511 771	607 500	833 333		10
270 000	343 281	428 750	527 343	640 000	767 656	911 250	1 250 000		15
360 000	457 708	571 667	703 125	853 333	1 023 542	1 215 000	1 666 666		20
450 000	572 135	714 583	878 906	1 066 667	1 279 427	1 518 750	2 083 333		25
540 000	686 563	857 500	1 054 687	1 280 000	1 535 312	1 822 500	2 500 000		30
630 000	800 990	1 000 416	1 230 468	1 493 333	1 791 198	2 126 250	2 916 667		35
720 000	915 417	1 143 333	1 406 250	1 706 667	2 047 083	2 430 000	3 333 333		40
810 000	1 029 844	1 286 250	1 528 031	1 920 000	2 302 969	2 733 750	3 750 000		45
900 000	1 144 271	1 429 167	1 757 812	2 133 333	2 558 854	3 037 500	4 166 667		50
990 000	1 258 698	1 572 083	1 933 594	2 346 667	2 814 739	3 341 250	4 583 333		55
1 080 000	1 373 125	1 715 000	2 109 375	2 560 000	3 070 625	3 645 000	5 000 000		60
1 170 000	1 487 552	1 857 917	2 285 156	2 773 333	3 326 510	3 948 750	5 416 667		65
1 260 000	1 601 979	2 000 833	2 460 937	2 986 666	3 582 396	4 252 500	5 833 333		70
1 350 000	1 716 406	2 143 750	2 636 719	3 200 000	3 838 281	4 556 250	6 250 000		75
1 440 000	1 830 834	2 286 667	2 812 500	3 413 333	4 094 167	4 860 000	6 666 667		80
1 530 000	1 945 261	2 429 583	2 988 281	3 626 667	4 350 052	5 163 750	7 083 333		85
1 620 000	2 059 688	2 572 500	3 164 062	3 840 000	4 605 937	5 467 500	7 500 000		90
1 710 000	2 174 115	2 715 416	3 339 844	4 053 333	4 861 823	5 771 250	7 916 667		95
1 800 000	2 288 542	2 858 333	3 515 625	4 266 667	5 117 708	6 075 000	8 333 333		100

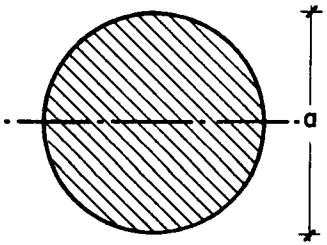


TABLA 26.6

MOMENTOS DE INERCIA DE SECCIONES CIRCULARES

a	*I*	*a*	*I*	*a*	*I*	*a*	*I*
20	7 854	40	125 664	60	636 172	80	2 010 619
21	9 547	41	138 709	61	679 656	81	2 113 051
22	11 499	42	152 745	62	725 332	82	2 219 347
23	13 737	43	167 820	63	773 272	83	2 329 605
24	16 286	44	183 984	64	823 550	84	2 443 920
25	19 175	45	201 289	65	876 240	85	2 562 392
26	22 432	46	219 787	66	931 420	86	2 685 120
27	26 087	47	239 531	67	989 166	87	2 812 205
28	30 172	48	260 576	68	1 049 556	88	2 943 748
29	34 719	49	282 979	69	1 112 670	89	3 079 853
30	39 761	50	306 796	70	1 178 588	90	3 220 623
31	45 333	51	332 086	71	1 247 393	91	3 366 165
32	51 472	52	358 908	72	1 319 167	92	3 516 586
33	58 214	53	387 323	73	1 393 995	93	3 671 992
34	65 597	54	417 393	74	1 471 963	94	3 832 492
35	73 662	55	449 180	75	1 553 156	95	3 998 198
36	82 448	56	482 750	76	1 637 662	96	4 169 220
37	91 998	57	518 166	77	1 725 571	97	4 345 671
38	102 354	58	555 497	78	1 816 972	98	4 527 664
39	113 561	59	594 810	79	1 911 958	99	4 715 315

Unidades: *a* en cm; *I* en cm^4

27. Ábacos y diagramas para el cálculo de secciones

27.1 Bases de cálculo

1.° INTRODUCCIÓN

El desarrollo de las estructuras de hormigón ha conducido a la necesidad de disponer de instrumentos de cálculo que faciliten la labor del proyectista y del director de obra. Los programas de proyecto integrado de estructuras proporcionan soluciones completas para las estructuras tipo, pero siempre resulta conveniente poder efectuar comprobaciones específicas sobre algunos elementos y secciones. Por otra parte, durante la ejecución es habitual que surjan variantes y cambios de detalle que exigen pequeños peritajes y revisiones para adaptarse a la realidad de la obra.

Por ello es conveniente tener a mano tablas, ábacos y diagramas que permitan resolver los problemas más habituales que plantea el cálculo de secciones de hormigón armado de una manera rápida, cómoda y precisa.

Ya se comprende que una colección de tal naturaleza no puede contemplar todos los casos posibles, por lo que ha sido necesario seleccionar aquellos diagramas que ayudan a resolver los problemas más frecuentes. Estos diagramas se han preparado mediante la aplicación rigurosa del método de la parábola-rectángulo, sin ninguna simplificación. Para hacer posible dicha aplicación y garantizar la exactitud de los resultados, los diagramas han sido obtenidos con la ayuda de programas de ordenador especialmente preparados para ello y delineados por métodos automáticos.

En distintos capítulos anteriores se han incluido diferentes tablas y algunos diagramas para otros tipos de problemas. En este capítulo se reúnen los diagramas para cálculo de secciones sometidas a solicitaciones normales en el estado límite último.

Se incluyen dos tipos de ayudas:

a) *Diagramas adimensionales*, válidos para hormigones de cualquier resistencia y secciones de dimensiones cualesquiera:

- Ábaco general de flexión para cálculo de vigas y losas (sección rectangular)
- Diagramas adimensionales de interacción para cálculo de soportes en flexión recta (sección rectangular, en cajón, circular y anular)
- Ábacos en roseta para cálculo de soportes en flexión esviada (sección rectangular)

b) *Diagramas con dimensiones*, válidos para hormigones de resistencias tipificadas –que se diferencian mediante bandas laterales con tramas de distinta intensidad– y secciones rectangulares con las dimensiones más habituales:

- Ábacos para el cálculo de losas
- Escalas funcionales de flexión para cálculo de vigas
- Diagramas de interacción para cálculo de soportes

2.° HIPÓTESIS BÁSICAS

Los diagramas se refieren al cálculo de secciones en el estado límite último de solicitaciones normales, expuesto en el capítulo 13. Las bases de cálculo son las establecidas por la Instrucción española y el Eurocódigo de hormigón, que se detallan en el apartado 13.2 y se recuerdan aquí brevemente.

Se admite que, bajo las solicitaciones mayoradas o de cálculo, la sección no supera el estado límite último en el supuesto de que ambos materiales, hormigón y acero, tuvieran como resistencias reales las resistencias minoradas o de cálculo:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad ; \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

siendo:

f_{ck} = resistencia característica del hormigón;
γ_c = coeficiente de minoración del hormigón;
f_{yk} = límite elástico característico del acero;
γ_s = coeficiente de minoración del acero.

Para el coeficiente de minoración del hormigón γ_c se adopta el valor de 1,5, que es el usado habitualmente en España. El coeficiente de minoración del acero no interviene en la preparación de los diagramas, ya que éstos proporcionan la capacidad mecánica de las armaduras necesarias $U = A_s f_{yd}$. El proyectista pasa luego de esta capacidad a una armadura determinada, n Ø, por medio de una tabla de capacidades mecánicas, en la que se habrá tenido en cuenta el coeficiente γ_s adecuado (ver tablas 8.9, 8.10 y 8.11).

Como diagrama de cálculo del hormigón se adopta el parábola-rectángulo definido en la fig. 13.1. Como diagrama de cálculo del acero se ha adoptado el bilineal definido en la fig. 13.4*b*.

Al contrario de lo que se hacía en ediciones anteriores de esta obra, los ábacos y diagramas de esta edición no incorporan ningún coeficiente de mayoración de acciones γ_f. Por ello debe entrarse en los mismos con las solicitaciones de cálculo o mayoradas M_d y N_d. Este cambio se ha hecho para permitir el uso de ábacos y diagramas con distintos coeficientes γ_f y considerando que cada vez es más frecuente que el proyectista conozca los valores mayorados M_d y N_d procedentes del cálculo de esfuerzos en ordenador.

3.° CAMPO DE APLICACIÓN DE ÁBACOS Y DIAGRAMAS

Respecto a la influencia del límite elástico del acero, conviene tener en cuenta lo siguiente:

a) *En las escalas funcionales* para cálculo de secciones en flexión simple o compuesta, se coloca la armadura de compresión a partir de la profundidad límite del eje neutro $x = 0{,}45\ d$, independientemente del valor del límite elástico del acero. Esta *profundidad límite práctica* se fija, siguiendo las recomendaciones del Eurocódigo de hormigón, por razones de ductilidad, deformación y otras, tal como se explica en el apartado 14.5-2.°, y es ligeramente inferior a la profundidad que proporciona el armado teóricamente más económico.

b) *Los diagramas de interacción* son válidos para aceros cuyo límite elástico esté comprendido entre 400 y 500 N/mm², que son los de uso más frecuente. Para ello los cálculos se han hecho para un límite elástico minorado situado entre los correspondientes a los valores mencionados. De esta forma se disminuye considerablemente el número de diagramas necesarios, obteniéndose soluciones con errores menores del 2,5 por 100. El empleo de los diagramas para aceros de límites elásticos menores proporciona soluciones con errores algo mayores, pero siempre del lado de la seguridad.

Por último, se ha tenido en cuenta el recubrimiento de las armaduras, cuya influencia es importante, por lo cual ha sido necesario preparar tres diagramas adimensionales de interacción para cada tipo de sección, correspondientes a recubrimientos mecánicos del cinco, diez y quince por ciento del canto total, que son los de utilización más frecuente.

4.° UNIDADES

Tal como se indica en el apartado 0.7, los ábacos y diagramas emplean las unidades del Sistema Internacional S.I., adoptado tanto por la nueva Instrucción española como por el Eurocódigo de hormigón y el resto de las actuales normas internacionales. Estas unidades son las siguientes:

- Para fuerzas, el kN (kilonewton)
- Para tensiones y resistencias, el N/mm² (newton por milímetro cuadrado), también denominado MPa (Megapascal)
- Para momentos, el kN·m (kilonewton metro)

Recordemos que la correspondencia entre estas unidades y las del antiguo sistema MKS (metro-kilopondio-segundo) es la siguiente:

a) Un kilopondio (kp) vale alrededor de 9,8 newton (N):

$$1\ \text{kp} = 9{,}8\ \text{N}$$

(por consiguiente, 10 N corresponden a 1 kp con un error aproximado del 2 por 100). Inversamente,

$$1\ \text{N} = 0{,}102\ \text{kp} \quad \text{o bien}$$

$$1\ \text{kN} = 102\ \text{kp}$$

b) Un newton por milímetro cuadrado (N/mm²), igual a un Meganewton por metro cuadrado (MN/m²), también llamado Megapascal (MPa), vale:

$$1\ \text{N/mm}^2 = 1\ \text{MPa} = 10{,}2\ \text{kp/cm}^2$$

Inversamente, 1 kp/cm² equivale a 0,1 N/mm² con un error aproximado del 2 por 100.

c) Un kilonewton·metro vale 102 kilopondios·metro:

$$1\ \text{kN·m} = 102\ \text{kp·m}$$

27.2 Ábaco general de flexión

1.° DESCRIPCIÓN

El ábaco general de flexión está constituido por un diagrama cartesiano que representa las cuantías mecánicas ω en función de los momentos reducidos μ:

$$\mu = \frac{M_d}{U_c \cdot d} = \frac{M_d}{f_{cd} \cdot b \cdot d^2}; \qquad \omega = \frac{U}{U_c} = \frac{A \cdot f_{yd}}{f_{cd} \cdot b \cdot d}$$

siendo:

U_c = capacidad mecánica del hormigón: $U_c = f_{cd} \cdot b \cdot d$;
U = capacidad mecánica de la armadura en tracción: $U = A \cdot f_{yd}$;
M_d = momento flector de cálculo;
b = ancho de la sección rectangular;
d = canto útil de la sección;
A = sección de la armadura de tracción;
f_{cd} = resistencia de cálculo del hormigón;
f_{yd} = resistencia de cálculo del acero.

A partir de cierto valor del momento μ, fijado por consideraciones de ductilidad, deformación y económicas, conviene disponer armadura de compresión A'. Para tales casos el ábaco ofrece las dos cuantías, ω y ω', correspondientes a ambas armaduras (véase el apartado 14.5-2.º).

El ábaco general de flexión es válido para aceros B 400 S y B 500 S.

2.º EMPLEO EN FLEXIÓN SIMPLE

Basta entrar con el momento reducido μ y se encuentra la cuantía ω. La capacidad mecánica de la armadura de tracción será:

$$U = \omega \cdot U_c, \qquad (U = A \cdot f_{yd} = \omega \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d)$$

Con el valor de U así obtenido se entra en la tabla de capacidades mecánicas de las armaduras y se obtiene directamente el número de barras necesario de un diámetro determinado.

Para momentos grandes, el ábaco proporciona dos cuantías, ω y ω', correspondientes, respectivamente, a la armadura de tracción A y a la de compresión A'.

Para los problemas de comprobación de secciones, véanse los apartados 14.5 y 15.4.

3.º EMPLEO EN FLEXIÓN COMPUESTA

Para determinar las armaduras de secciones rectangulares sometidas a flexión compuesta, debe sustituirse M_d por $N_d \cdot e$, siendo N_d el esfuerzo normal de cálculo y e su excentricidad referida a la armadura de tracción A.

Una vez obtenidas las capacidades mecánicas de las armaduras, $A \cdot f_{yd}$ y $A' \cdot f_{yd}$, como si se tratara de un problema de flexión simple, se determinan las armaduras correspondientes a la flexión compuesta mediante las expresiones:

$$U = A \cdot f_{yd} - N_d$$
$$U' = A' \cdot f_{yd}$$

de acuerdo con el teorema de Ehlers.

4.º EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Ejemplo 1º: Determinar las armaduras de una sección rectangular $b \times h = 0{,}30 \times 0{,}50$ m², sometida a un momento de cálculo $M_d = 175$ kN·m (≅ 17,5 m·t). Los materiales son: hormigón HA-25 y acero B 500 S. Recubrimiento mecánico de 3 cm.

Los datos son:

$b = 0{,}30$ m
$h = 0{,}50$ m
$d = 0{,}47$ m

$M_d = 175$ kN·m
$f_{ck} = 25$ N/mm²; $\gamma_c = 1{,}5$
$f_{cd} = 16{,}67$ N/mm² = 16.670 kN/m²
$f_{yk} = 500$ N/mm²; $\gamma_s = 1{,}15$

La capacidad mecánica del hormigón es:

$$U_c = f_{cd} \cdot b \cdot d = 2.350 \text{ kN}$$

El momento reducido vale:

$$\mu = \frac{M_d}{U_c \cdot d} = 0{,}158$$

Con este valor se entra en el ábaco general de flexión resultando una cuantía mecánica de la armadura en tracción $\omega = 0{,}176$. La capacidad mecánica de la armadura será:

$$U = A \cdot f_{yd} = \omega \cdot U_c = 414 \text{ kN}$$

Entrando en la tabla de capacidades mecánicas correspondiente al acero elegido (tabla 8.10) se dispone para cubrir esta capacidad una armadura de 5 ∅ 16 (437 kN).

Ejemplo 2º: Misma sección y materiales, pero con un momento de cálculo $M_d = 350$ kN·m.

En este caso, el momento reducido valdrá:

$$\mu = 0{,}317$$

Este momento es mayor que el momento límite $\mu_{lim} = 0{,}252$. Con él se entra en el ábaco, subiendo hasta cortar la recta correspondiente al recubrimiento $\delta = d'/d = 0{,}03 / 0{,}47 = 0{,}06$ obteniéndose:

$$\omega' = 0{,}069; \quad \omega = 0{,}379$$

Las capacidades necesarias de las armaduras son:

$$U' = \omega' \cdot U_c = 162 \text{ kN}; \qquad U = \omega \cdot U_c = 891 \text{ kN}$$

Con estas capacidades se entra en las tablas 8.11 (armadura A') y 8.10 (armadura A) obteniéndose unas armaduras:

$$A' = 2 \varnothing 16; \qquad A = 7 \varnothing 20$$

27.3 Diagramas adimensionales de interacción

1.º DESCRIPCIÓN

Se ha preparado una colección de diagramas adimensionales de interacción que consta de 30 diagramas correspondientes a secciones rectangulares, en cajón, circulares y anulares, con distintas distribuciones de armaduras y recubrimientos.

Cada diagrama contiene la familia de curvas $\mu = f(\nu, \omega)$, que representan los momentos reducidos μ en función de los axiles reducidos ν, para cada cuantía mecánica ω. Estas variables son:

$$\mu = \frac{N_d \cdot e_o}{A_c \cdot f_{cd} \cdot h}, \qquad \nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}, \qquad \omega \equiv \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

siendo:

N_d = esfuerzo normal de cálculo;
e_o = excentricidad de N_d referida al centro de la sección;
A_c = área de la sección de hormigón (para secciones rectangulares, $A_c = b \cdot h$);
h = canto total de la sección;
A_{tot} = sección total de la armadura;
f_{cd} = resistencia de cálculo del hormigón;
f_{yd} = resistencia de cálculo del acero.

El cálculo numérico resulta más cómodo determinando previamente la capacidad mecánica de la sección de hormigón, $U_c \equiv A_c \cdot f_{cd}$.

Sobre cada diagrama de interacción se han dibujado las rectas que determinan las profundidades del eje neutro correspondientes a varios planos de deformaciones particulares interesantes (véase el apartado 13.3).

2.° EMPLEO DE LOS DIAGRAMAS

a) Para los problemas de *dimensionamiento* basta entrar con los valores de μ y de ν, encontrándose la cuantía mecánica ω. La capacidad mecánica de la armadura será:

$$U_{tot} = A_{tot} \cdot f_{yd} \equiv \omega \cdot A_c \cdot f_{cd}$$

Con el valor de U así obtenido se entra en la tabla de capacidades mecánicas del acero considerado trabajando en tracción[1] y se obtiene, directamente, el número de barras necesario de un diámetro determinado, que naturalmente debe respetar la disposición de armado correspondiente al diagrama empleado.

Debe tenerse en cuenta que la Instrucción española exige adoptar una excentricidad mínima para e_o (apartado 18.2-1.°) en la dirección más desfavorable, que debe ser el mayor de los valores:

$$\frac{h}{20} \quad \text{y} \quad 0{,}02 \text{ m}$$

b) Para los problemas de *comprobación* también pueden emplearse los diagramas de interacción con suma facilidad:

- Si se desea determinar el máximo esfuerzo normal N_d que puede resistir una sección dada, con armadura y momento de cálculo conocidos, basta entrar en el diagrama con μ y ω, y se encuentra ν.
- Por el contrario, si se desea determinar el máximo momento $M_d = N_d \cdot e_o$ que puede resistir una sección dada, con armadura y esfuerzo normal de cálculo conocidos, basta entrar en el diagrama con ν y ω, y se encuentra μ.
- Si se desea determinar la máxima fuerza excéntrica N_d que puede resistir una sección dada con armaduras conocidas, actuando con una excentricidad e_o conocida, basta entrar en el diagrama con una recta de pendiente $\mu/\nu = e_o/h$ y se encuentra la pareja μ, ν.

[1] Al preparar los diagramas se ha tenido en cuenta la posible pérdida de eficacia de las armaduras comprimidas trabajando con deformaciones inferiores a la de su límite elástico.

3.° EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Ejemplo 1°: Determinar las armaduras en dos caras opuestas de una sección rectangular de dimensiones $b \times h = 0{,}30 \times 0{,}60$ m², sometida a esfuerzos de cálculo $N_d = 900$ kN (≅ 90 t) y $M_d = 500$ kN·m (≅ 50 m·t). Los materiales son: hormigón HA-25 y acero B 500 S. Recubrimiento mecánico de 5 cm.

Los datos son:

$b = 0{,}30$ m
$h = 0{,}60$ m
$N_d = 900$ kN
$M_d = 500$ kN·m

$f_{ck} = 25$ N/mm² ; $\gamma_c = 1{,}5$
$f_{cd} = 16{,}67$ N/mm² = 16.670 kN/m²
$f_{yk} = 500$ N/mm² ; $\gamma_s = 1{,}15$

La capacidad mecánica del hormigón es:

$$U_c = f_{cd} \cdot b \cdot h = 3.000 \text{ kN}$$

Los esfuerzos reducidos valen:

$$\nu = \frac{N_d}{U_c} = 0{,}300 \qquad \mu = \frac{M_d}{U_c \cdot h} = 0{,}278$$

Con estos valores se entra en el diagrama de interacción para secciones rectangulares con armaduras iguales en dos caras opuestas y recubrimiento del 10 por 100 (el recubrimiento relativo es de 5/60 = 8,3 por 100, por lo que al entrar en el diagrama del 10 por 100 se queda del lado de la seguridad), resultando una cuantía mecánica de la armadura total $\omega = 0{,}46$.

La capacidad mecánica de la armadura total necesaria será:

$$U_{tot} = 2A \cdot f_{yd} = \omega \cdot U_c = 1.380 \text{ kN}$$

Deberá por tanto disponerse en cada cara una armadura $A = 690$ kN. Entrando en la tabla de capacidades mecánicas correspondiente al acero elegido trabajando en tracción (tabla 8.10) resulta que esta capacidad puede cubrirse, ligeramente por defecto, con una armadura de 5 Ø 20 (683 kN).

Ejemplo 2°: Determinar la armadura formada por 8 barras distribuidas en las cuatro caras de una sección rectangular $b \times h = 0{,}30 \times 0{,}40$ m² , sometida a unos esfuerzos de cálculo $N_d = 1.520$ kN y $M_d = 128$ kN·m. Los materiales son: hormigón HA-25 y acero B 500 S. Recubrimiento mecánico de 4 cm.

Los datos son:

$b = 0{,}30$ m
$h = 0{,}40$ m
$N_d = 1.520$ kN
$M_d = 128$ kN·m

$f_{ck} = 25$ N/mm² ; $\gamma_c = 1{,}5$
$f_{cd} = 16{,}67$ N/mm² = 16.670 kN/m²
$f_{yk} = 500$ N/mm² ; $\gamma_s = 1{,}15$

La capacidad mecánica del hormigón es:

$$U_c = f_{cd} \cdot b \cdot h = 2.000 \text{ kN}$$

Los esfuerzos reducidos valen:

$$\nu = \frac{N_d}{U_c} = 0{,}76 \qquad \mu = \frac{M_d}{U_c \cdot h} = 0{,}16$$

Con estos valores se entra en el diagrama de interacción para secciones rectangulares armadas con 8 barras iguales y recubrimiento del 10 por 100, resultando una cuantía mecánica de la armadura total $\omega = 0{,}40$.

La capacidad mecánica de la armadura total necesaria será:

$$U_{tot} = 8A \cdot f_{yd} = \omega \cdot U_c = 800 \text{ kN}$$

Deberá por tanto disponerse para cada barra una capacid: $U = 100$ kN. Entrando en la tabla de capacidades mecánicas correspondiente al acero elegi: trabajando en tracción (tabla 8.10) resulta que para cubrir esta capacidad debe usarse una barra de 20 mm (137 kN). La armadura total de la sección será por tanto de 8 Ø 20.

27.4 Ábacos en roseta para flexión esviada

1.° DESCRIPCIÓN

Se han preparado 7 ábacos en roseta para el cálculo de secciones rectangulares sometidas a flexocompresión esviada, correspondientes a otras tantas distribuciones de armaduras. El recubrimiento elegido es del 10 por 100.

Cada ábaco en roseta resulta de la yuxtaposición de ocho o cuatro diagramas, acoplados convenientemente, cada uno de los cuales corresponde a un valor de esfuerzo reducido ν y representa la variación de los momentos μ_a y μ_b, referidos a los dos planos de simetría de la sección, para cada cuantía mecánica ω. Estas variables son:

$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}}, \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}, \qquad \nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}},$$

$$\omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

siendo:

- N_d = esfuerzo normal de cálculo;
- M_{ad} = momento de cálculo en la dirección a (se toma en valor absoluto);
- M_{bd} = momento de cálculo en la dirección b (se toma en valor absoluto);
- A_c = área de la sección de hormigón;
- a, b = dimensiones de la sección;
- A_{tot} = sección total de la armadura;
- f_{cd} = resistencia de cálculo del hormigón;
- f_{yd} = resistencia de cálculo del acero.

Es decir, primero se obtienen los momentos reducidos en las dos direcciones μ_a y μ_b, que serán ambos positivos, ya que los momentos flectores pueden tomarse en valor absoluto debido a la doble simetría de la sección. En las rosetas con ocho diagramas, al mayor de los dos momentos reducidos se le llama μ_1 y al menor de ellos μ_2. Con los momentos μ_a y μ_b (rosetas de cuatro diagramas) o μ_1 y μ_2 (rosetas de ocho diagramas) se entra en los ábacos y se obtiene la cuantía mecánica ω. El cálculo numérico resulta más cómodo determinando previamente la capacidad mecánica de la sección de hormigón, $U_c = A_c \cdot f_{cd}$.

2.° EMPLEO DE LOS ÁBACOS

Basta entrar en el sector correspondiente al valor de ν de que se trate, con los valores de μ_1 y μ_2, o bien μ_a y μ_b, para obtener la cuantía mecánica total ω. La capacidad mecánica total de la armadura necesaria será:

$$U_{tot} = A_{tot} \cdot f_{yd} = \omega \cdot A_c \cdot f_{cd}$$

con cuyo valor se entra en la tabla de capacidades mecánicas de las armaduras correspondiente al acero empleado y se obtiene directamente el número de barras necesario de un diámetro determinado, que naturalmente debe respetar la disposición de armado correspondiente al diagrama empleado.

3.° EJEMPLO DE APLICACIÓN

Determinar las armaduras de una sección rectangular $a \times b = 0{,}35 \times 0{,}25$ m², sometida a esfuerzos de cálculo $N_d = 511$ kN , $M_{ad} = 102$ kN·m y $M_{bd} = 36{,}5$ kN·m. Los materiales son: hormigón HA-25 y acero B 400 S. Recubrimiento mecánico del 10 por 100.

Los datos son:

$a = 0{,}35$ m
$b = 0{,}25$ m
$N_d = 511$ kN
$M_{ad} = 102$ kN·m
$M_{bd} = 36{,}5$ kN·m
$f_{ck} = 25$ N/mm² ; $\gamma_c = 1{,}5$
$f_{cd} = 16{,}67$ N/mm² = 16.670 kN/m²
$f_{yk} = 400$ N/mm² ; $\gamma_s = 1{,}15$

La capacidad mecánica del hormigón es:

$$U_c = f_{cd} \cdot b \cdot h = 1.459 \text{ kN}$$

Los esfuerzos reducidos valen:

$$\nu = \frac{N_d}{U_c} = 0{,}35 \qquad \mu_a = \frac{M_{ad}}{U_c \cdot a} = 0{,}20 \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{U_c \cdot b} = 0{,}10$$

Con estos valores se entra en el diagrama en roseta para secciones rectangulares con armaduras en las cuatro esquinas. Como $\mu_a > \mu_b$ entramos en el ábaco con $\mu_1 = 0{,}20$ y $\mu_2 = 0{,}10$, resultando las siguientes cuantías mecánicas:

Para $\nu = 0{,}20 \Rightarrow \omega = 0{,}46$;
Para $\nu = 0{,}40 \Rightarrow \omega = 0{,}42$.

Interpolando entre estos valores, resulta:

Para $\nu = 0{,}35 \Rightarrow \omega = 0{,}43$.

La capacidad mecánica de la armadura total necesaria será:

$$U_{tot} = 4 \cdot A \cdot f_{yd} = \omega \cdot U_c = 627 \text{ kN}$$

Deberá por tanto disponerse en cada esquina una armadura $U = 157$ kN. Entrando en la tabla de capacidades mecánicas correspondiente al acero elegido (tabla 8.9) vemos que esta capacidad puede cubrirse sobradamente con una barra de 25 mm de diámetro (171 kN). Resulta por tanto para la sección una armadura total de 4 Ø 25.

27.5 Ábacos para el cálculo de losas

1.° DESCRIPCIÓN

Se han preparado tres ábacos para el cálculo de losas armadas en una sola dirección y sometidas a flexión simple. Cada uno de ellos corresponde a una resistencia característica del hormigón:

Hormigón HA-20 $f_{ck} = 20$ N/mm²
Hormigón HA-25 $f_{ck} = 25$ N/mm²
Hormigón HA-30 $f_{ck} = 30$ N/mm²

Cada ábaco está constituido por un diagrama cartesiano que representa la capacidad mecánica, $U=A_s \cdot f_{yd}$, en kN (kilonewtons), en función del momento flector de cálculo de la losa, M_d, expresado en kN·m (kilonewtons por metro), para distintos cantos y un metro de anchura de losa.

Son válidos para aceros de límites elásticos comprendidos entre 400 y 500 N/mm² (B 400 S y B 500 S).

2.° EMPLEO DE LOS ÁBACOS

Basta entrar con el momento de cálculo (es decir, mayorado) M_d y se encuentra la capacidad mecánica U correspondiente al canto elegido.

Para cantos superiores a 20 cm se emplearán las escalas funcionales de flexión (secciones rectangulares).

3.° EJEMPLO DE APLICACIÓN

Determinar la armadura necesaria para una losa de 15 cm de espesor, armada en una sola dirección, sometida a un momento de cálculo $M_d = 40$ kN·m (aproximadamente, 4 t·m) por metro de anchura. Los materiales son: hormigón HA-25 y acero B 500 S. Recubrimiento mecánico de 3 cm.

Los datos son:

$h = 0{,}15$ m
$d = 0{,}12$ m
$M_d = 40$ kN·m

$f_{ck} = 25$ N/mm² ; $\gamma_c = 1{,}5$
$f_{cd} = 16{,}67$ N/mm² = 16.670 kN/m²
$f_{yk} = 500$ N/mm² ; $\gamma_s = 1{,}15$

Se entra en el ábaco de losas correspondiente al hormigón indicado con el momento $M_d = 40$ kN·m y el canto $h = 0{,}15$ m y se obtiene:

$$U = A \cdot f_{yd} = 376 \text{ kN}$$

para la que se adoptan 6 ∅ 14 por metro de ancho de losa (402 kN).

27.6 Escalas funcionales de flexión

1.° DESCRIPCIÓN

Se han preparado tres series de escalas funcionales para secciones rectangulares y sometidas a flexión simple. Cada serie corresponde a una resistencia característica del hormigón:

Hormigón HA-20 $f_{ck} = 20$ N/mm²
Hormigón HA-25 $f_{ck} = 25$ N/mm²
Hormigón HA-30 $f_{ck} = 30$ N/mm²

y a cualquier límite elástico del acero con la limitación $f_{yk} \leq 500$ N/mm².

En cada página se han dispuesto cuatro escalas funcionales correspondientes a un canto h determinado y a cuatro valores del ancho b. Para las secciones de cantos menores (hasta $h = 0{,}35$ m inclusive), usadas habitualmente en vigas planas, se han considerado ocho valores del ancho b, que se presentan en dos páginas, mientras que para las secciones de cantos mayores ($h \geq 0{,}40$ m) se han considerado sólo cuatro valores del ancho, que se presentan en una sola página. En todos los casos el primer ancho considerado es el unitario $b = 1{,}00$ m, resultando una escala funcional genérica que puede usarse para cualquier otro ancho.

Cada escala funcional liga el momento de cálculo M_d con las capacidades mecánicas de las armaduras, $U = A \cdot f_{yd}$ y $U' = A' \cdot f_{yd}$, de tracción y compresión respectivamente. Se llama la atención sobre el hecho de que en ediciones anteriores de esta obra, para entrar en las escalas funcionales se usaba el momento de servicio M (sin incluir mayoración), en vez del momento de cálculo M_d.

Todas las escalas funcionales se han preparado usando el método en rotura de la parábola-rectángulo y empleando para el hormigón el coeficiente de seguridad $\gamma_c = 1{,}5$. No obstante pueden usarse para otros valores del coeficiente de seguridad como se indica en el punto 2.° siguiente.

Las unidades adoptadas son el kilonewton (kN) para las capacidades mecánicas y el kilonewton por metro (kN·m) para los momentos. Pueden usarse igualmente utilizando el antiguo sistema MKS de unidades, teniendo en cuenta las equivalencias siguientes:

1 kN ≅ 0,1 toneladas-fuerza (t) o megapondios (Mp)
1 kN·m ≅ 0,1 toneladas·metro (t·m o Mp·m)
1 N/mm² ≅ 10 kp/cm²

2.° EMPLEO DE LAS ESCALAS EN FLEXIÓN SIMPLE

a) Para su empleo, se busca la página correspondiente al canto h dado en la serie de trama correspondiente a la resistencia adoptada para el hormigón. Se entra con el *momento de cálculo* M_d (mayorado) en la escala correspondiente al ancho b, encontrándose, a la izquierda, la capacidad mecánica $U = A \cdot f_{yd}$ de la armadura en tracción y, a la derecha, la de la armadura en compresión $U' = A' \cdot f_{yd}$ en caso de que sea necesaria.

b) De no existir escala funcional para el ancho b elegido, se puede usar la primera escala genérica, entrando con el valor del momento por unidad de ancho M_d/b y obteniendo los valores de las capacidades mecánicas de las armaduras por unidad de ancho U/b y U'/b.

c) Para calcular las armaduras con un coeficiente de minoración del hormigón $\gamma_c \neq 1{,}5$, que es el adoptado en las escalas, basta considerar un ancho ficticio b_1:

$$b_1 = b \frac{1{,}5}{\gamma_c}$$

d) Por último, cualquier escala funcional puede usarse para una resistencia característica del hormigón $f_{ck,1}$ distinta de la resistencia f_{ck} con que ha sido preparada, sin más que emplear el ancho ficticio:

$$b_1 = b \frac{f_{ck,1}}{f_{ck}}$$

3.° EMPLEO DE LAS ESCALAS EN FLEXIÓN COMPUESTA

Para determinar las armaduras de secciones rectangulares sometidas a flexión compuesta, debe sustituirse M_d por $N_d \cdot e$, siendo N_d el esfuerzo normal de cálculo (es decir, mayorado) y e su excentricidad referida a la armadura de tracción A.

Una vez obtenidas las capacidades mecánicas de las armaduras $A \cdot f_{yd}$ y $A' \cdot f_{yd}$, como si se tratase de un problema de flexión simple, se determinan las armaduras correspondientes a la flexión compuesta mediante las relaciones:

$$U = A \cdot f_{yd} - N_d$$
$$U' = A' \cdot f_{yd}$$

Finalmente, se entra en la tabla de capacidades mecánicas correspondiente al acero empleado y se encuentra el número de barras necesario del diámetro elegido.

4.° EJEMPLOS DE APLICACIÓN EN FLEXIÓN SIMPLE

Ejemplo 1°: Determinar las armaduras de una sección rectangular de $0{,}30 \times 0{,}50$ m² sometida a un momento de cálculo $M_d = 175$ kN·m. Recubrimiento mecánico $d' = 0{,}03$ cm. Los materiales son: hormigón HA-25 y acero B 500 S. Los datos son:

$b \times h = 0{,}30 \times 0{,}50$ m² — $f_{ck} = 25$ N/mm² ; $\gamma_c = 1{,}5$
$d = 0{,}47$ m — $f_{cd} = 16{,}67$ N/mm² = 16.670 kN/m²
$M_d = 175$ kN·m — $f_{yk} = 500$ N/mm² ; $\gamma_s = 1{,}15$

Entrando en la serie de escalas funcionales del hormigón HA-25, en la hoja del canto $h = 0{,}50$ m y en la escala correspondiente al ancho $b = 0{,}30$ m con el momento $M_d = 175$ kN·m se obtiene directamente la capacidad mecánica $U = 418$ kN. Con esta capacidad se entra en la tabla de capacidades mecánicas de acero B 500 S (tabla 8.10), obteniéndose la armadura, que es de 5 Ø 16 (437 kN).

Ejemplo 2°: La misma sección del ejemplo anterior, pero sometida a un momento de cálculo $M_d = 350$ kN·m. El resto de los datos son iguales.

Se entra en la misma escala funcional con el nuevo momento, obteniéndose las capacidades mecánicas $U' = 162$ kN y $U = 890$ kN, con las que en las tablas de capacidades mecánicas 8.11 y 8.10 se obtienen las armaduras $A' = 2$ Ø 16 (armadura en compresión) y $A = 7$ Ø 20 (armadura en tracción).

5.° EJEMPLO DE APLICACIÓN EN FLEXIÓN COMPUESTA

Determinar las armaduras de la misma sección de los dos ejemplos anteriores, en flexión compuesta bajo la solicitación de cálculo $N_d = 700$ kN y $M_d = 196$ kN·m , este último referido al centro de la sección. El resto de los datos son iguales a los de los dos ejemplos anteriores.

Los datos son:

$b \times h = 0{,}30 \times 0{,}50$ m² — $M_d = 196$ kN·m respecto al centro de la sección
$d' = 0{,}03$ m — $f_{ck} = 25$ N/mm² ; $\gamma_c = 1{,}5$
$d = 0{,}47$ m — $f_{cd} = 16{,}67$ N/mm² = 16.670 kN/m²
$N_d = 700$ kN — $f_{yk} = 500$ N/mm² ; $\gamma_s = 1{,}15$

Se comienza por determinar la excentricidad de la solicitación respecto a la armadura de tracción:

$$e = e_a + \frac{d - d'}{2} = \frac{M_d}{N_d} + \frac{d - d'}{2} = 0{,}28 + 0{,}22 = 0{,}50 \text{ m}$$

El momento de la resultante N_d respecto a la armadura de tracción es:

$$N_d \cdot e = 700 \cdot 0{,}5 = 350 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Entrando en la escala funcional correspondiente a la sección se obtienen, como ya se ha visto en el ejemplo 2° anterior, las capacidades mecánicas:

$$A \cdot f_{yd} = 890 \text{ kN}$$
$$A' \cdot f_{yd} = 162 \text{ kN}$$

Las capacidades mecánicas necesarias en flexión compuesta son:

$$U = A \cdot f_{yd} - N_d = 890 - 700 = 190 \text{ kN}$$
$$U' = A' \cdot f_{yd} = 162 \text{ kN}$$

para las que se adoptan 3 Ø 16 y 2 Ø 16 respectivamente.

27.7 Diagramas de interacción para cálculo de soportes

1.° DESCRIPCIÓN

Se han preparado tres series de diagramas de interacción para secciones rectangulares con armaduras simétricas (soportes) sometidas a flexión o compresión compuestas. Cada serie corresponde a una resistencia característica del hormigón:

Hormigón HA-20 — $f_{ck} = 20$ N/mm²
Hormigón HA-25 — $f_{ck} = 25$ N/mm²
Hormigón HA-30 — $f_{ck} = 30$ N/mm²

y a cualquier límite elástico del acero con la limitación $f_{yk} \leq 500$ N/mm².

En cada página se ha dispuesto un diagrama correspondiente a un canto h determinado, con una escala general en cada eje válida para cualquier ancho b, y otras escalas particulares correspondientes a valores determinados de b.

Cada diagrama liga el momento de cálculo M_d respecto al eje de la pieza, con el esfuerzo normal de cálculo N_d (ambos van mayorados, a diferencia de lo que se hacía en anteriores ediciones de esta obra), para distintos valores de las capacidades mecánicas de las armaduras:

$$\frac{A \cdot f_{yd}}{b} = \frac{A' \cdot f_{yd}}{b}$$

relativas al ancho b. Los diagramas se han obtenido aplicando el método en rotura de la parábola-rectángulo con un coeficiente de minoración para la resistencia del hormigón $\gamma_c = 1{,}5$.

Por otra parte, como la mayoría de las normas, al igual que la Instrucción española, exigen adoptar para el cálculo de soportes una excentricidad accidental mínima e_a, en cada diagrama se ha dibujado la recta de excentricidad constante correspondiente al valor:

$$e_a = \frac{h}{20} \geq 0{,}02 \text{ m}$$

de acuerdo con lo indicado en el párrafo 18.2-1.°c, y se ha señalado con una trama la zona del diagrama en la que las excentricidades son menores de este valor. Si quisieran emplearse los diagramas con normas que adopten otros valores de la excentricidad mínima, sería conveniente dibujar sobre ellos rectas inclinadas correspondientes a las excentricidades mínimas de dichas normas.

Si el punto representativo de la solicitación de cálculo N_d , M_d cayera en la zona rayada (excentricidad $e = M_d / N_d$ menor que e_a) deberá aumentarse M_d manteniendo N_d . Para ello se trazará una recta paralela al eje de ordenadas hasta cortar a la recta de excentricidad mínima, dimensionando la sección para la nueva solicitación así obtenida.

Las unidades adoptadas son el kilonewton (kN) para los esfuerzos normales y las capacidades mecánicas, y el kilonewton·metro (kN·m) para los momentos. No obstante, pueden usarse igualmente utilizando el antiguo sistema MKS de unidades, teniendo en cuenta las equivalencias siguientes:

1 kN ≅ 0,1 toneladas-fuerza (t) o megapondios (Mp)
1 kN·m ≅ 0,1 toneladas·metro (t·m o Mp·m)
1 N/mm² ≅ 10 kp/cm²

Por último, conviene tener en cuenta que para las secciones de canto grande las normas exigen colocar barras adicionales en sus caras laterales, con separación no superior a 0,30 m, independientemente de la armadura principal $A = A'$ que proporciona el diagrama. Ahora bien, si la armadura adicional es importante, pueden obtenerse soluciones más económicas utilizando los diagramas de interacción adimensionales que se describen en el apartado 27.3 o los diagramas en roseta para flexocompresión recta o esviada descritos en el apartado 27.4

2.° EMPLEO DE LOS DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN

a) Para su empleo, se busca la página correspondiente al canto dado y a la serie de trama correspondiente a la resistencia adoptada para el hormigón. Se entra con el *momento de cálculo* M_d referido al centro de la sección (el que resulta del cálculo de esfuerzos, bien se haga manualmente aplicando un método de Cross o Kani, o bien provenga de un cálculo en ordenador) y con el *esfuerzo normal de cálculo* N_d, encontrándose el valor:

$$\frac{A \cdot f_{yd}}{b} = \frac{A' \cdot f_{yd}}{b}$$

del que se deducen las capacidades mecánicas de ambas armaduras; después, para pasar a número de redondos, debe usarse la tabla de capacidades mecánicas del acero considerado trabajando en tracción.[1]

b) De no existir escala para un ancho b determinado, se utilizarán las escalas generales, entrando con los valores M_d/b y N_d/b.

c) Conviene recordar que para el cálculo de una sección, en el estado límite último de agotamiento, los valores que hay que considerar para las acciones son: si son desfavorables, sus valores mayorados; y si son favorables y actúan siempre, sus valores característicos.

Este segundo caso puede presentarse al calcular las armaduras de una sección sometida a flexión compuesta, en donde el momento pueda aumentar sin variar el axil N, por proceder de acciones independientes (por ejemplo, viento y peso propio). En estos casos, si la excentricidad es grande (axil relativamente bajo), el agotamiento puede alcanzarse antes mayorando M pero no N. Esto sucede cuando el punto representativo de la solicitación actuante está situado en la zona izquierda del diagrama, es decir, en la zona en la que el momento M es creciente con el axil N.

d) Para calcular con un coeficiente de minoración del hormigón γ_c distinto de 1,5, que es el adoptado en los diagramas, basta considerar un ancho ficticio b_1:

$$b_1 = b \cdot \frac{1{,}5}{\gamma_c}$$

e) Cualquier diagrama puede utilizarse para una resistencia característica del hormigón $f_{ck,1}$ distinta de la resistencia f_{ck} con la que ha sido construido, sin más que emplear un ancho ficticio:

$$b_1 = b \cdot \frac{f_{ck,1}}{f_{ck}}$$

[1] Al preparar los diagramas se ha tenido en cuenta la posible pérdida de eficacia de las armaduras comprimidas trabajando con deformaciones inferiores a la de su límite elástico.

3.° EMPLEO DE LOS DIAGRAMAS EN COMPRESIÓN SIMPLE

Para el empleo de los diagramas en compresión simple se comienza buscando el diagrama correspondiente a un *canto igual a la menor dimensión* de la sección rectangular. Se entra con el esfuerzo normal de cálculo N_d (mayorado). La paralela al eje de ordenadas trazada por N_d cortará a la recta e_a correspondiente a la excentricidad mínima en un punto que nos determinará el valor:

$$\frac{A \cdot f_{yd}}{b} = \frac{A' \cdot f_{yd}}{b}$$

del que se deduce la capacidad mecánica de ambas armaduras, si es que se disponen en dos caras opuestas. Pero resulta más conveniente, en general, repartir la armadura total calculada entre las cuatro caras de la sección, con objeto de cubrirse frente a excentricidades accidentales en cualquier dirección.

4.° EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE LOS DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN

Ejemplo 1°: Determinar las armaduras de una sección rectangular $b \times h = 0{,}30 \times 0{,}60$ m², sometida a esfuerzos de cálculo $N_d = 900$ kN (≅ 90 t) y $M_d = 500$ kN·m (≅ 50 m·t). Los materiales son: hormigón HA-25 y acero B 500 S. Recubrimiento mecánico de 5 cm.

Los datos son:

$b = 0{,}30$ m
$h = 0{,}60$ m
$N_d = 900$ kN
$M_d = 500$ kN·m

$f_{ck} = 25$ N/mm² ; $\gamma_c = 1{,}5$
$f_{cd} = 16{,}67$ N/mm² = 16.670 kN/m²
$f_{yk} = 500$ N/mm² ; $\gamma_s = 1{,}15$

Se busca en la colección de diagramas para hormigón HA-25 el diagrama correspondiente al canto $h = 0{,}60$ m. Entrando en las escalas de $b = 0{,}30$ m con los esfuerzos $N_d = 900$ kN y $M_d = 500$ kN·m se encuentra:

$$\frac{A \cdot f_{yd}}{b} = 2200 \text{ kN·m} \qquad A \cdot f_{yd} = A' \cdot f_{yd} = 660 \text{ kN}$$

para las que pueden adoptarse (tabla 8.10) las armaduras de 5 Ø 20 por cara de acero B 500 S.

Ejemplo 2°: Determinar las armaduras de una sección rectangular $b \times h = 0{,}30 \times 0{,}40$ m², sometida a esfuerzos de cálculo $N_d = 1520$ kN y $M_d = 128$ kN·m. Los materiales son: hormigón HA-25 y acero B 500 S. Recubrimiento mecánico de 4 cm.

Los datos son:

$b = 0{,}30$ m
$h = 0{,}40$ m
$N_d = 1520$ kN
$M_d = 128$ kN·m

$f_{ck} = 25$ N/mm² ; $\gamma_c = 1{,}5$
$f_{cd} = 16{,}67$ N/mm² = 16.670 kN/m²
$f_{yk} = 500$ N/mm² ; $\gamma_s = 1{,}15$

Se busca en la colección de diagramas para hormigón HA-25 el diagrama correspondiente al canto $h = 0{,}40$ m. Entrando en las escalas de $b = 0{,}30$ m con los esfuerzos $N_d = 1520$ kN y $M_d = 128$ kN·m se encuentra:

$$\frac{A \cdot f_{yd}}{b} = 1190 \text{ kN·m} \qquad A \cdot f_{yd} = A' \cdot f_{yd} = 357 \text{ kN}$$

para las que pueden adoptarse (tabla 8.10) las armaduras de 3 Ø 20 por cara de acero B 500 S.

Ejemplo 3°: Determinar las armaduras de una sección rectangular $b \times h = 0{,}30 \times 0{,}50$ m², sometida a un esfuerzo axil de cálculo $N_d = 2080$ kN (*compresión simple*). Los mismos materiales de los ejemplos anteriores.

Los datos son:

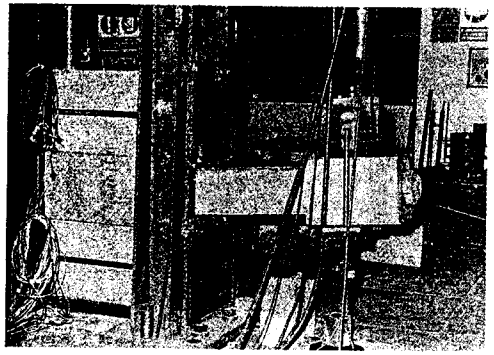
$b = 0{,}50$ m — $f_{ck} = 25$ N/mm² ; $\gamma_c = 1{,}5$
$h = 0{,}30$ m — $f_{cd} = 16{,}67$ N/mm² = 16.670 kN/m²
$N_d = 080$ kN — $f_{yk} = 500$ N/mm² ; $\gamma_s = 1{,}15$

Obsérvese que se ha elegido como canto la menor de las dimensiones de la sección (0,30 m). Se busca en la colección de diagramas para hormigón HA-25 el diagrama correspondiente al canto $h = 0{,}30$ m. Entrando en la escala general con $N_d/b = 4160$ kN/m, su ordenada corta a la recta de excentricidad mínima en un punto que nos determina las armaduras:

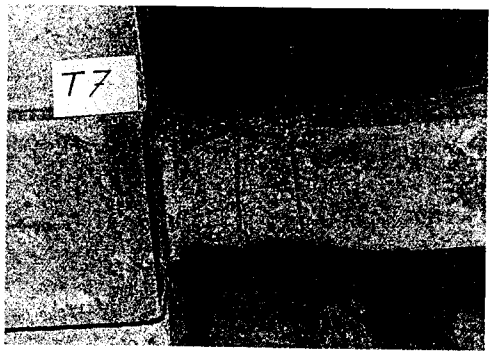
$$\frac{A \cdot f_{yd}}{b} = 350 \text{ kN/m} \qquad A \cdot f_{yd} = A' \cdot f_{yd} = 175 \text{ kN}$$

para las que pueden adoptarse (tabla 8.10) las armaduras de 2 ∅ 16 por cara de acero B 500 S. Pero este armado deja las barras muy separadas en la dirección mayor. Es por ello preferible añadir otras dos barras (2 ∅ 16) en el centro de esas caras, con lo que la armadura total resulta ser de 6 ∅ 16.

A pesar de que en este caso las dos armaduras están comprimidas, se ha usado la tabla 8.10 de armaduras traccionadas de acuerdo con lo dicho en el punto 2.°*a* de este apartado.



Ensayo de un nudo de conexión viga-soporte sometido a cargas cíclicas para simular efectos sísmicos *(cortesía del Instituto Politécnico de Turín)*



Detalle de la rotura en el ensayo anterior, con pandeo de la armadura principal. Véase también la ilustración de página 538

ÁBACO GENERAL DE FLEXIÓN

Secciones rectangulares

Aceros de dureza natural

$400 \leq f_{yk} \leq 500$ N/mm²
$(4.000 \leq f_{yk} \leq 5.100$ kp/cm²)

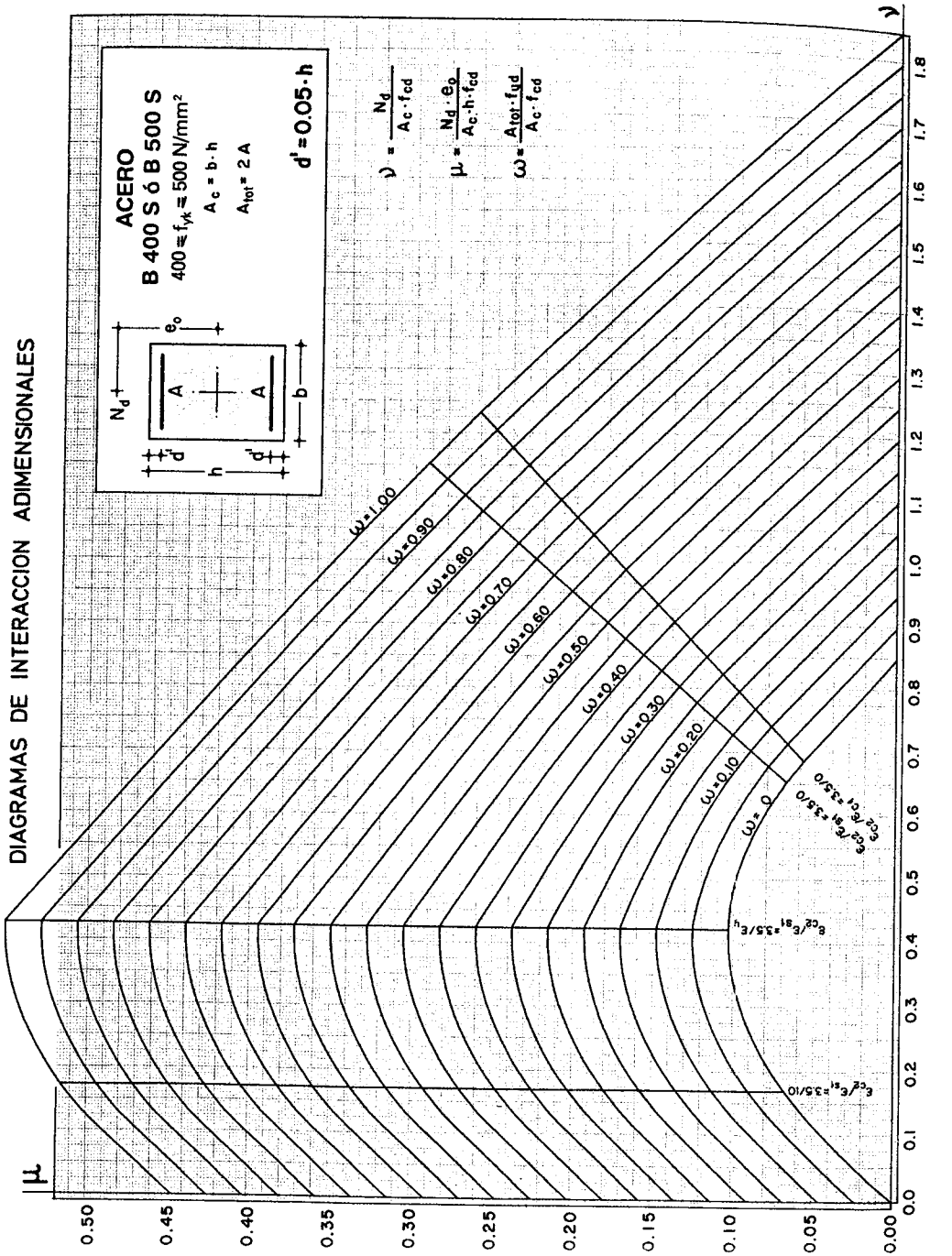
44672

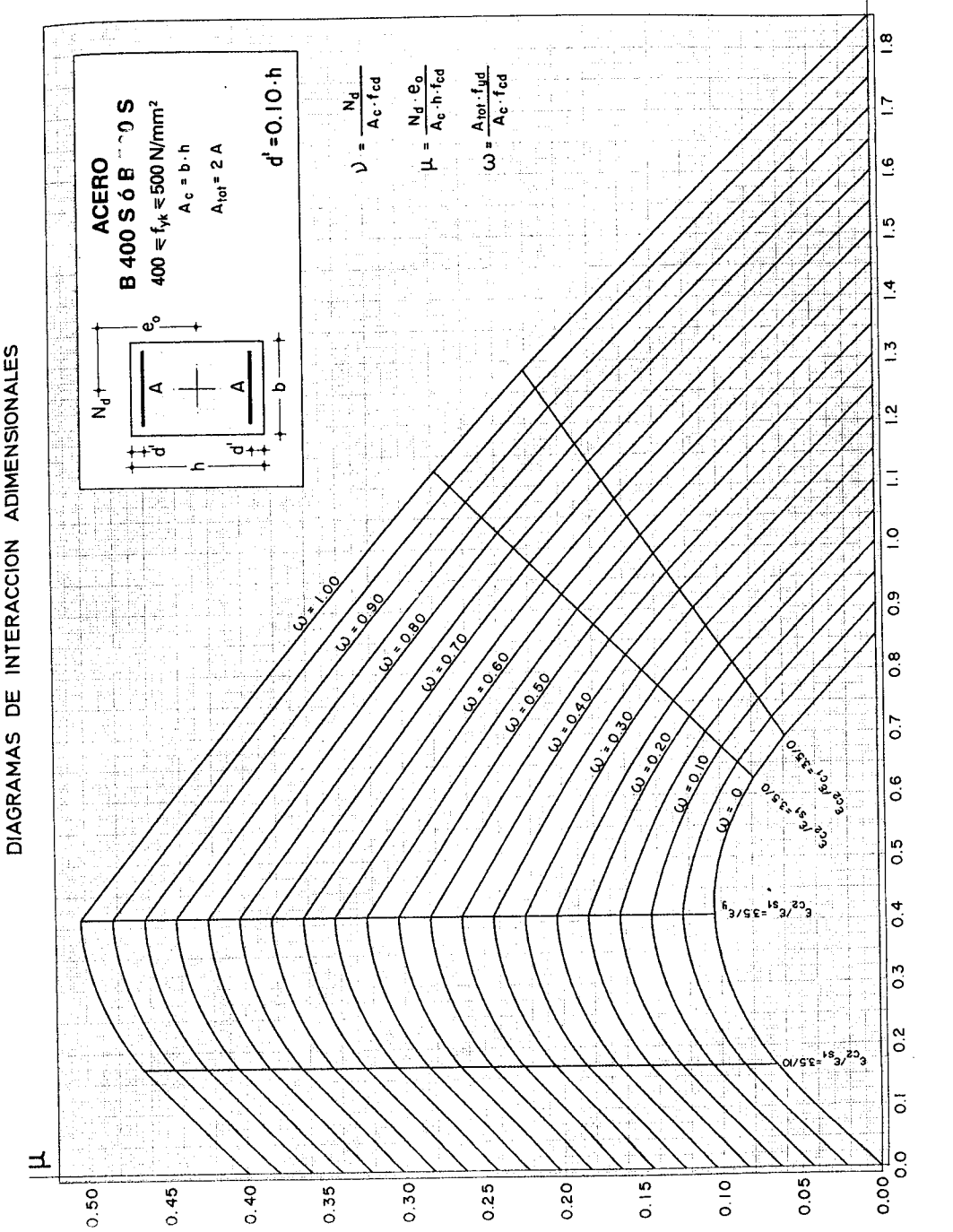
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN ADIMENSIONALES

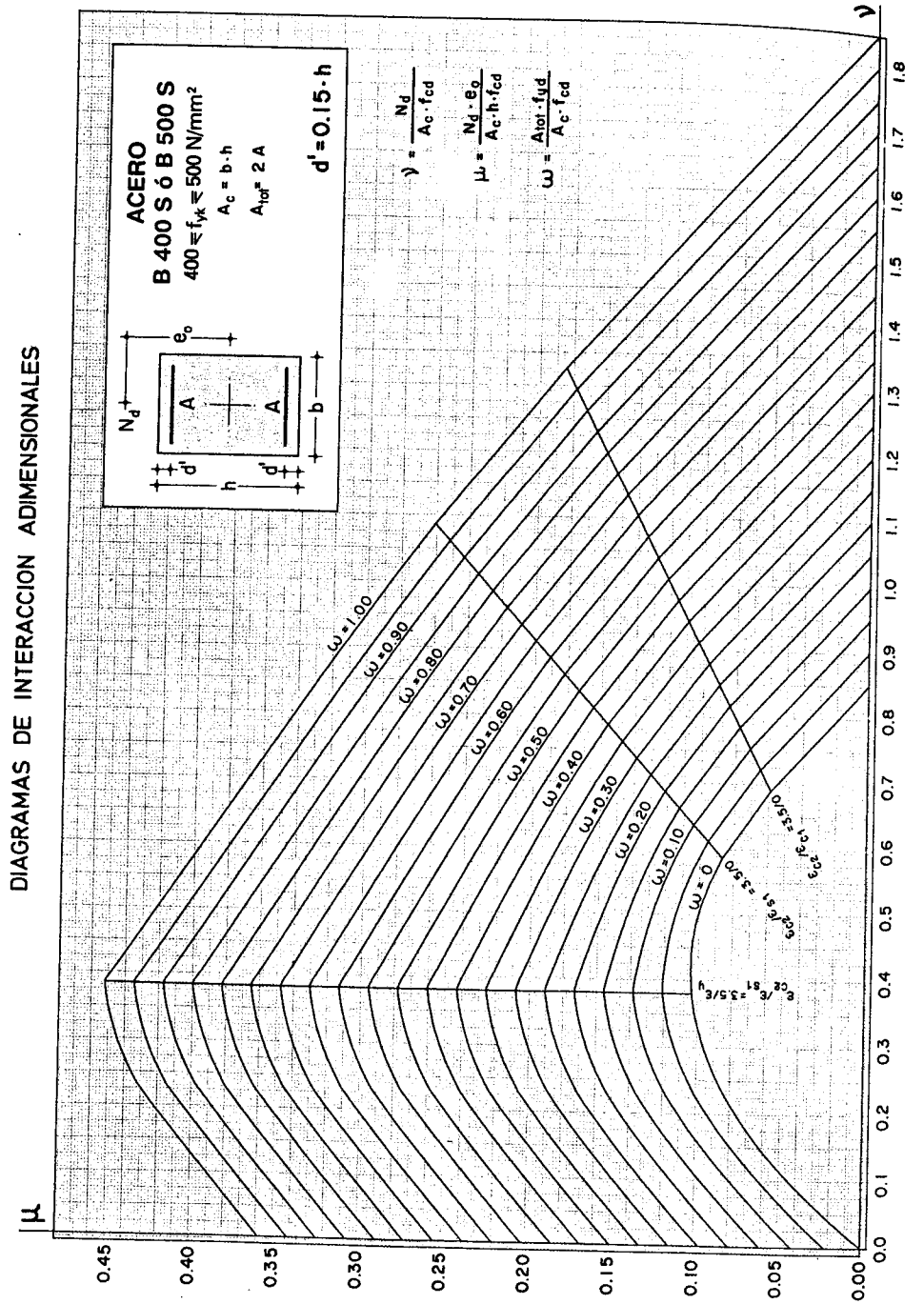
Secciones rectangulares

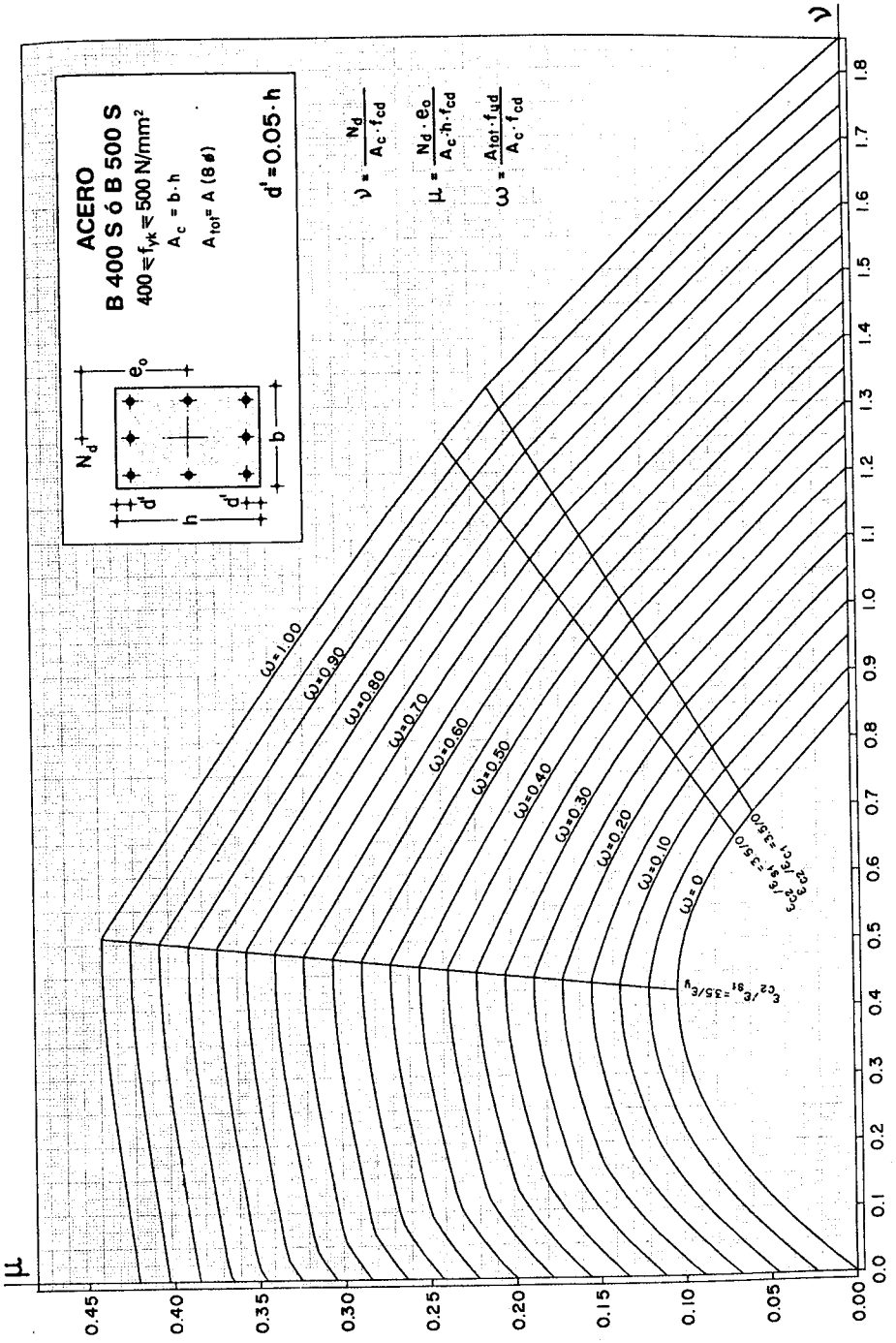
Aceros de dureza natural

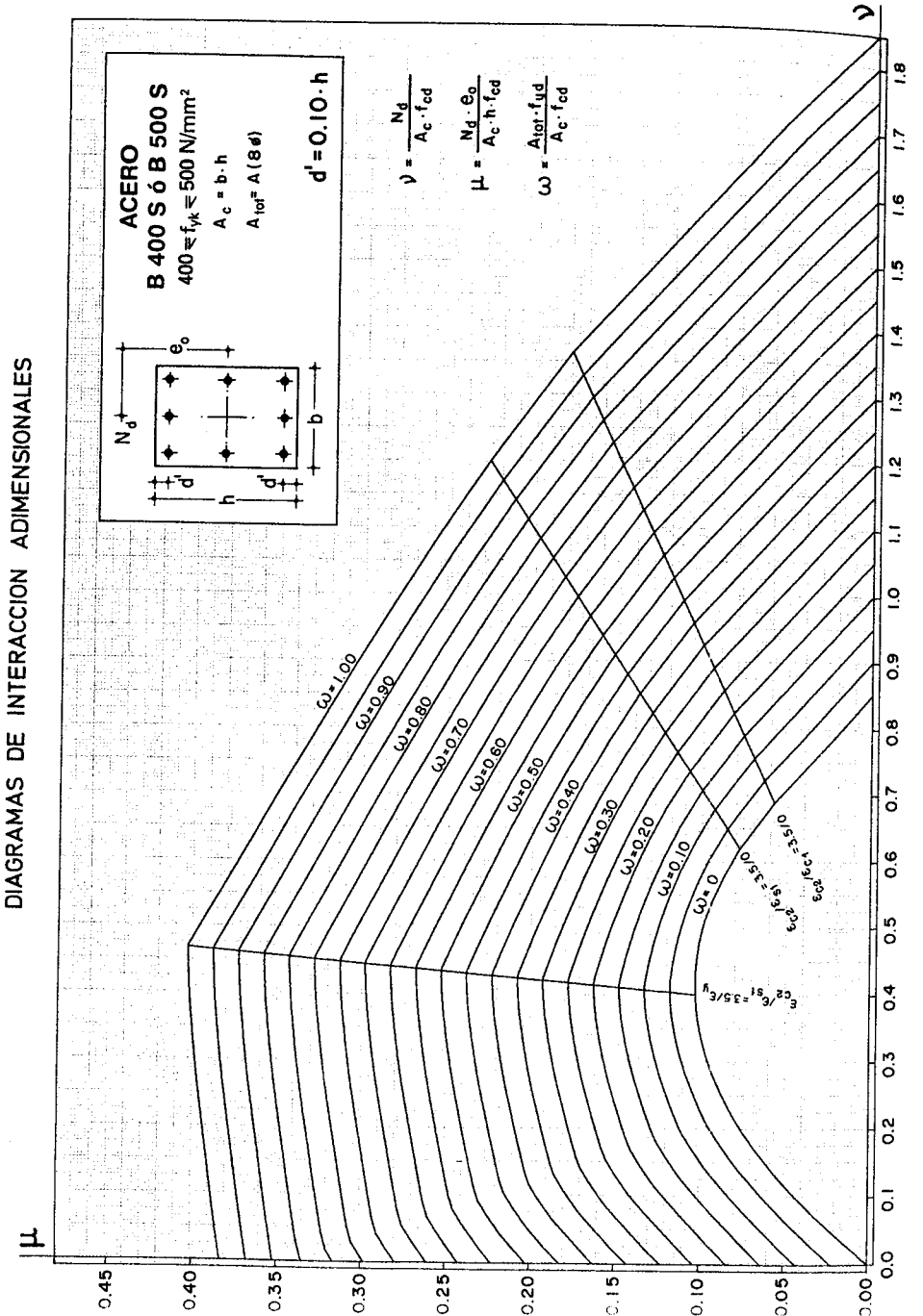
$400 \leq f_{yk} \leq 500$ N/mm²
$(4.000 \leq f_{yk} \leq 5.100$ kp/cm²)

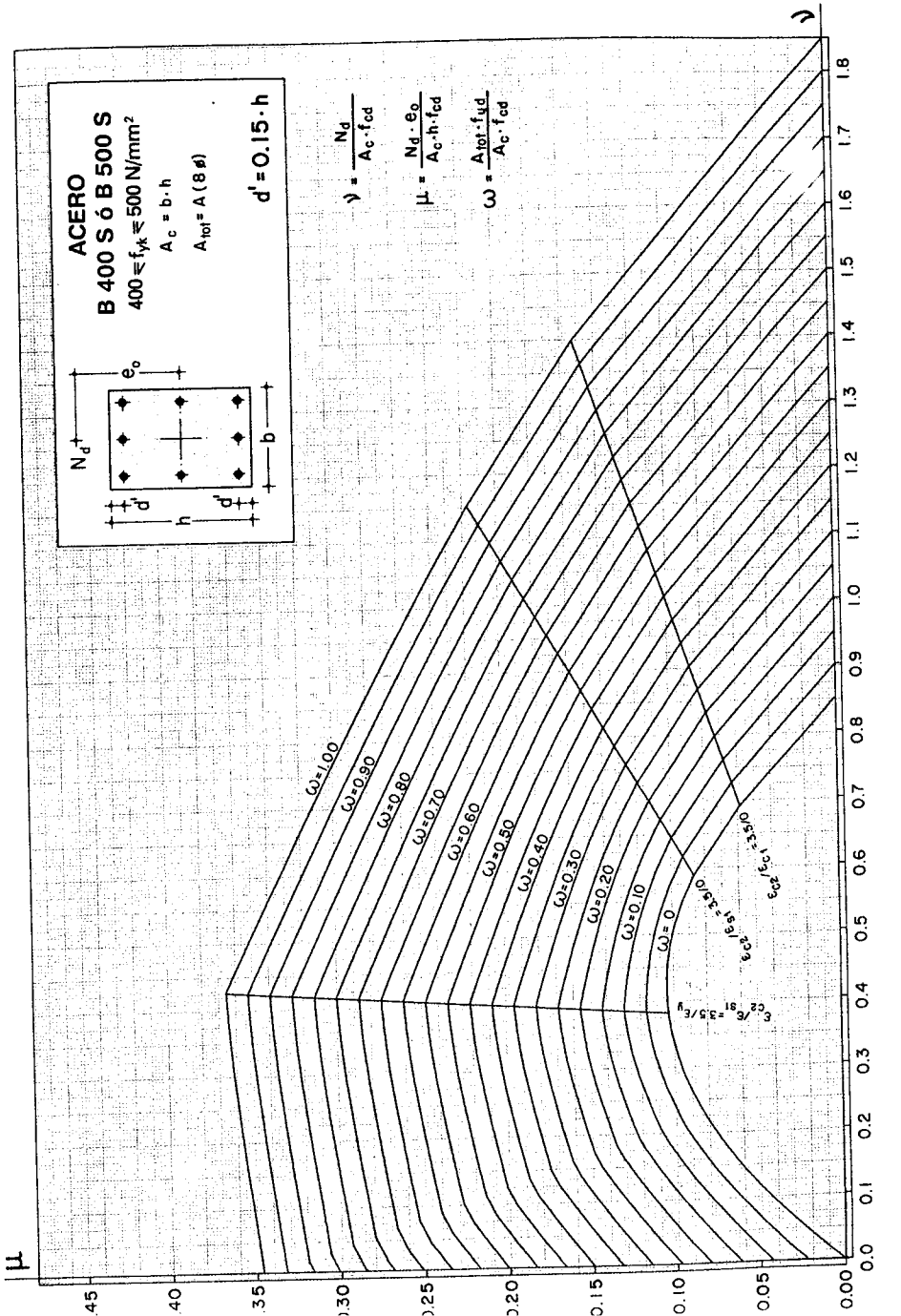

DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
Ac = b · h
Atot = 2 A
d' = 0.05 · h
ν = Nd / (Ac · fcd)
μ = (Nd · eo) / (Ac · h · fcd)
ω = (Atot · fyd) / (Ac · fcd)
ω = 1.00
ω = 0.90
ω = 0.80
ω = 0.70
ω = 0.60
ω = 0.50
ω = 0.40
ω = 0.30
ω = 0.20
ω = 0.10
ω = 0
εc2/εs1 = 3.5/10
εc2/εs1 = 3.5/εyd
εc2/εs1 = 3.5/0
μ
ν


DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
Ac = b · h
Atot = 2 A
d' = 0.10 · h
ν = Nd / (Ac · fcd)
μ = (Nd · eo) / (Ac · h · fcd)
ω = (Atot · fyd) / (Ac · fcd)
ω = 1.00
ω = 0.90
ω = 0.80
ω = 0.70
ω = 0.60
ω = 0.50
ω = 0.40
ω = 0.30
ω = 0.20
ω = 0.10
ω = 0
εc2/εs1 = 3.5/10
εc2/εs1 = 3.5/εyd
εc2/εs1 = 3.5/0
μ
ν

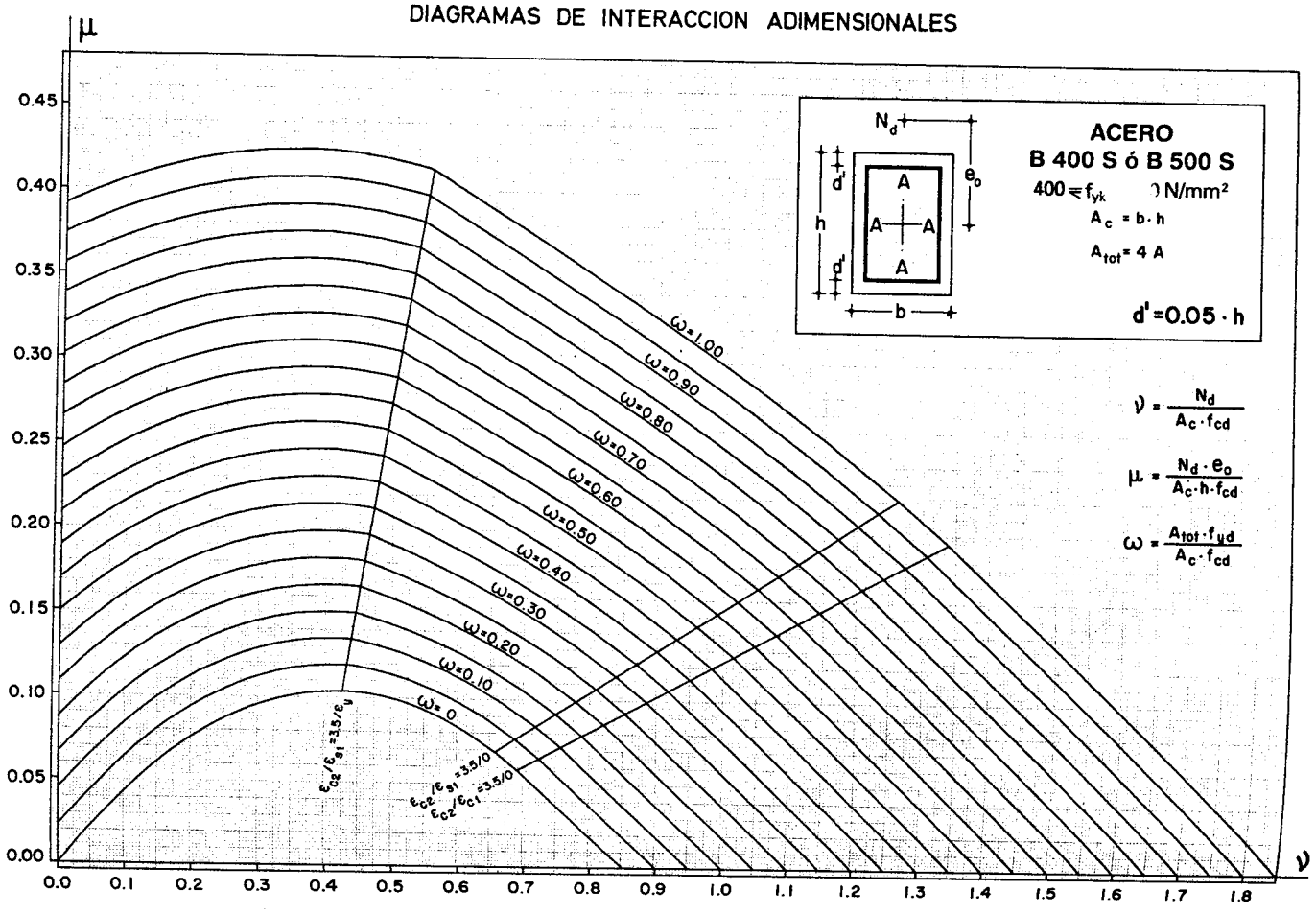

DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
Ac = b·h
Atot = 2 A
d' = 0.15·h
ν = Nd / (Ac·fcd)
μ = (Nd·eo) / (Ac·h·fcd)
ω = (Atot·fyd) / (Ac·fcd)
ω=1.00
ω=0.90
ω=0.80
ω=0.70
ω=0.60
ω=0.50
ω=0.40
ω=0.30
ω=0.20
ω=0.10
ω=0
μ
ν


DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
Ac = b·h
Atot = A (8 ø)
d' = 0.05·h
ν = Nd / (Ac·fcd)
μ = (Nd·eo) / (Ac·h·fcd)
ω = (Atot·fyd) / (Ac·fcd)
ω=1.00
ω=0.90
ω=0.80
ω=0.70
ω=0.60
ω=0.50
ω=0.40
ω=0.30
ω=0.20
ω=0.10
ω=0
μ
ν

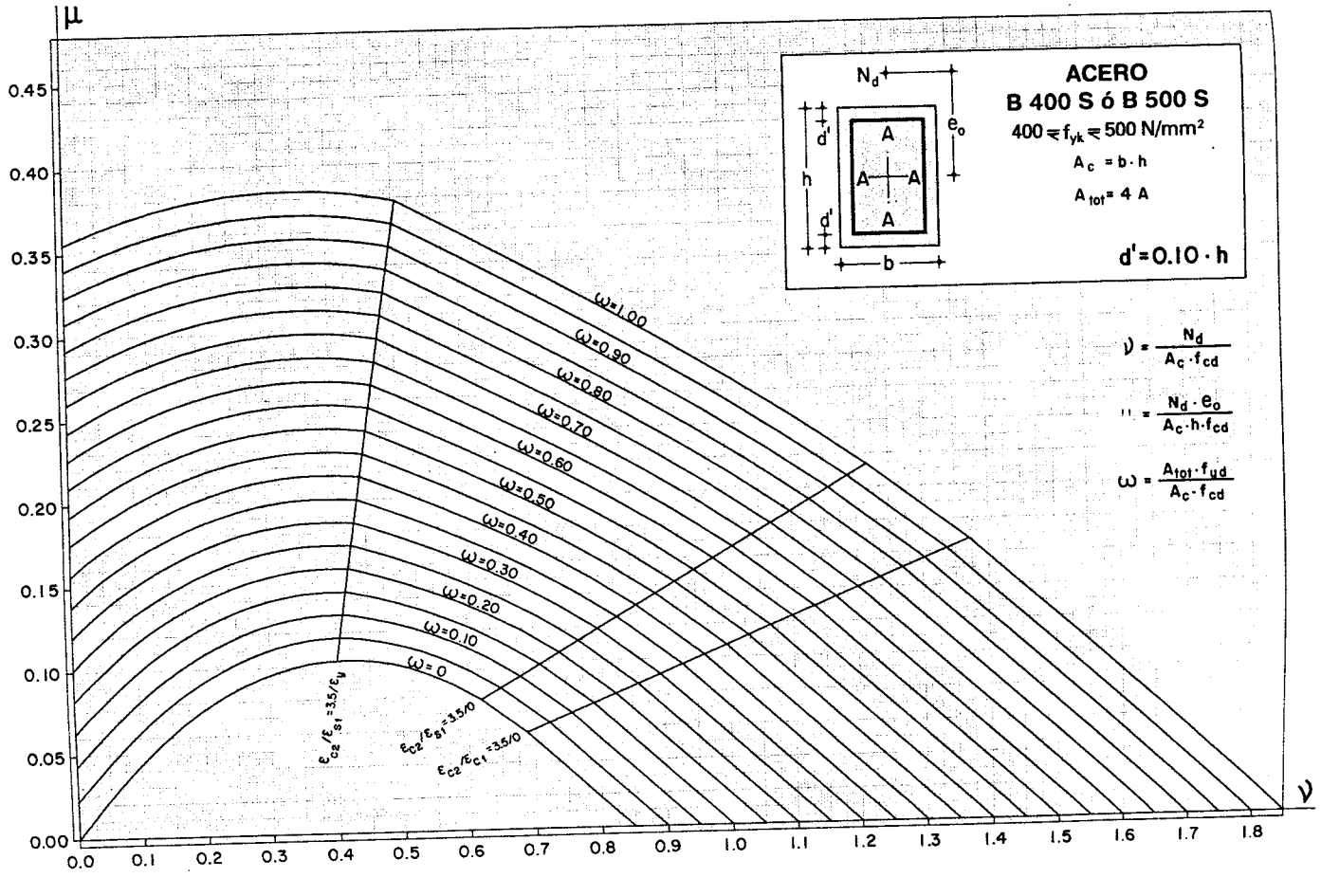

DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
Ac = b·h
Atot = A(8ø)
d' = 0.10·h
ν = Nd / (Ac·fcd)
μ = (Nd·eo) / (Ac·h·fcd)
ω = (Atot·fyd) / (Ac·fcd)
ω=1.00
ω=0.90
ω=0.80
ω=0.70
ω=0.60
ω=0.50
ω=0.40
ω=0.30
ω=0.20
ω=0.10
ω=0
εc2/εs1=3.5/εyd
εc2/εc1=3.5/0
μ
ν


DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
Ac = b·h
Atot = A(8ø)
d' = 0.15·h
ν = Nd / (Ac·fcd)
μ = (Nd·eo) / (Ac·h·fcd)
ω = (Atot·fyd) / (Ac·fcd)
ω=1.00
ω=0.90
ω=0.80
ω=0.70
ω=0.60
ω=0.50
ω=0.40
ω=0.30
ω=0.20
ω=0.10
ω=0
εc2/εs1=3.5/εyd
εc2/εc1=3.5/0
μ
ν

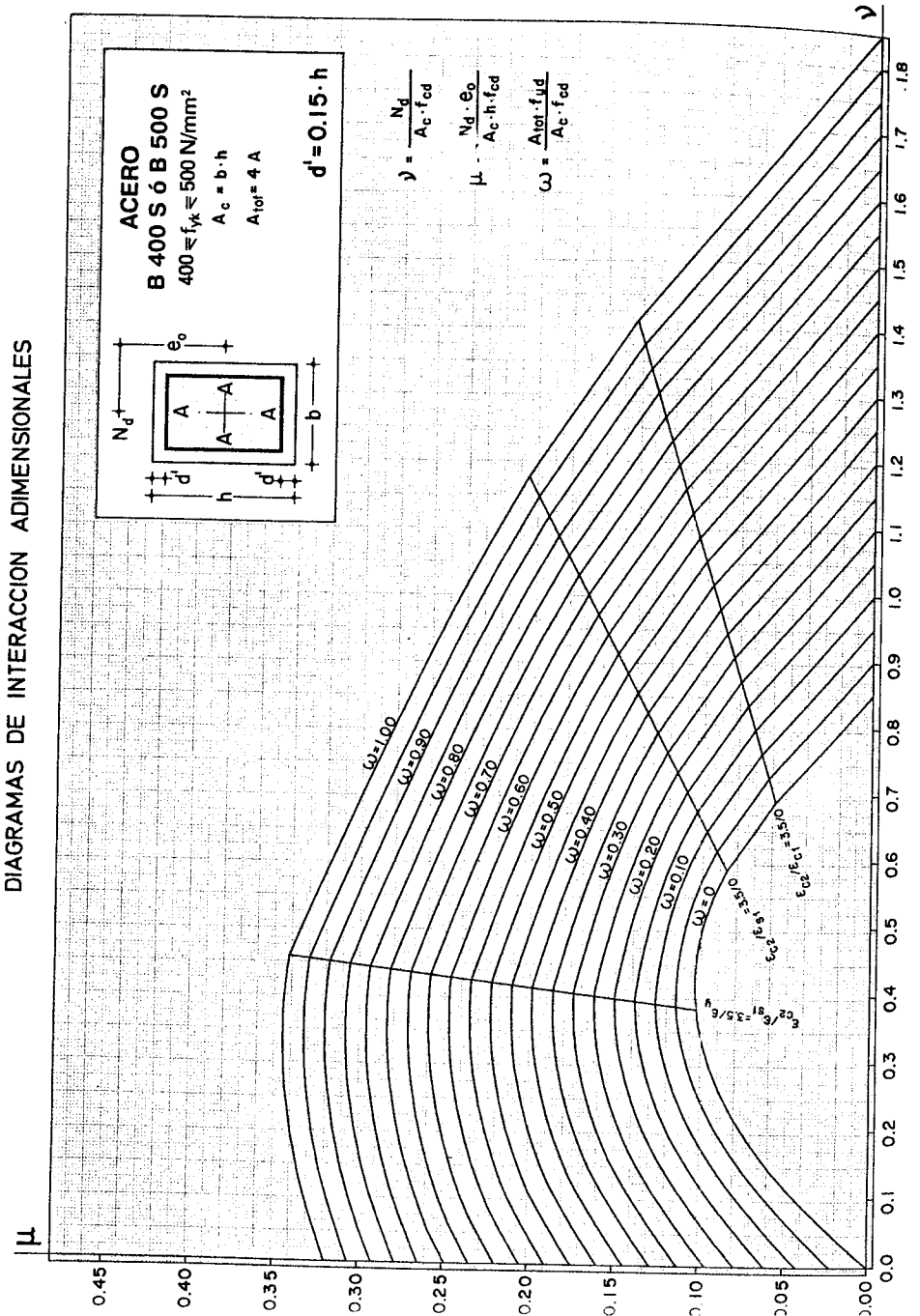
DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES

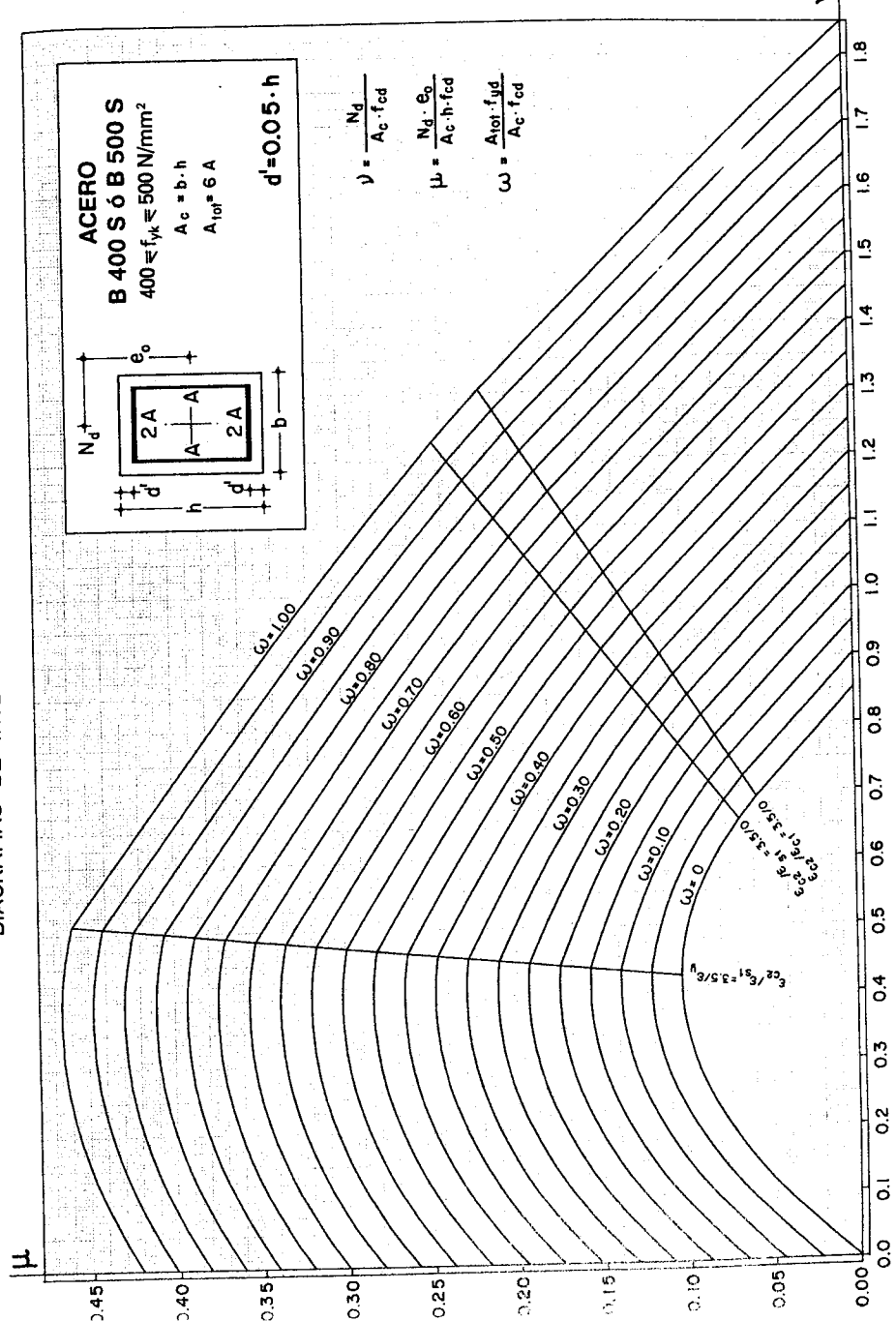


DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES

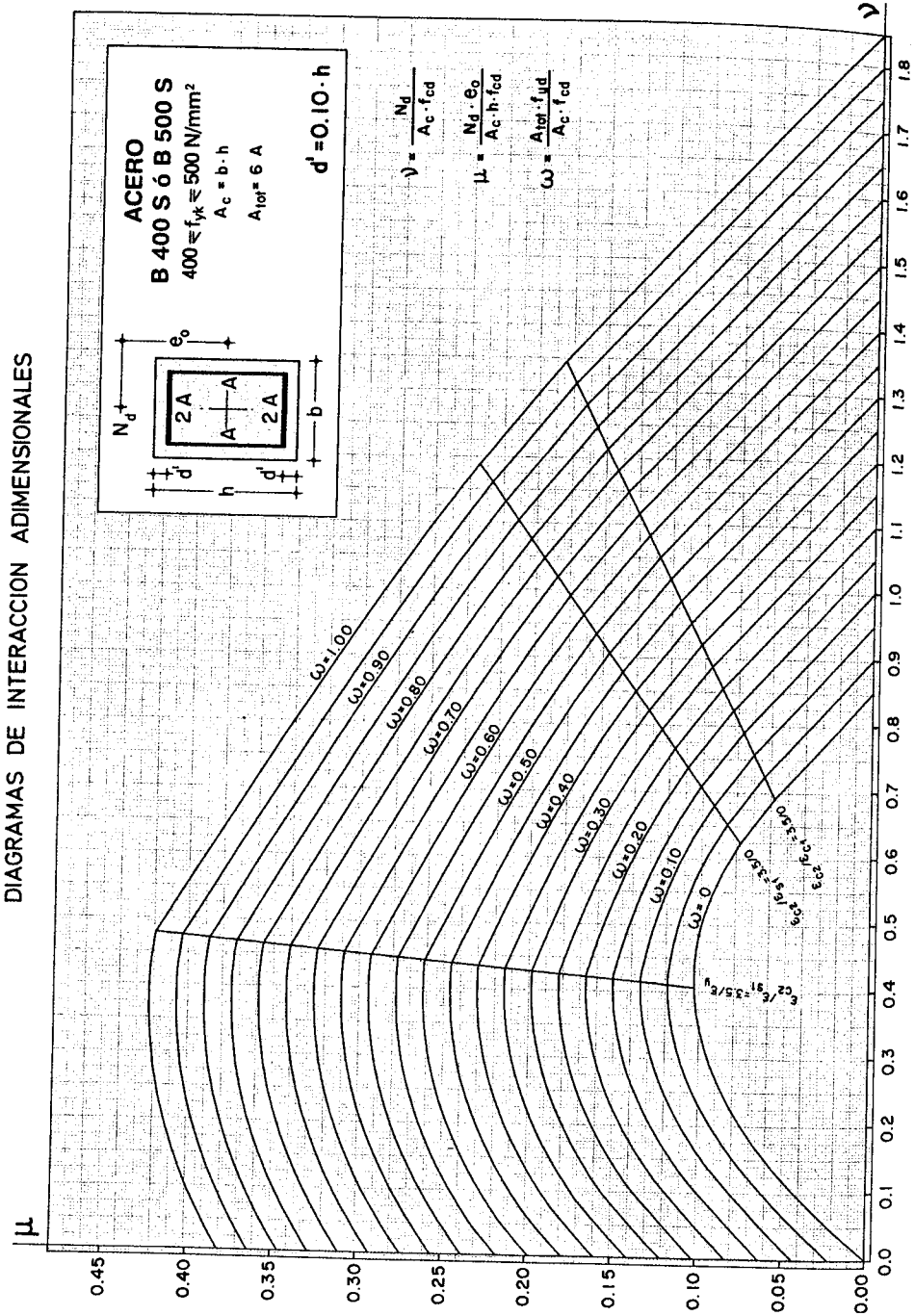


MONTOYA-MESEGUER-MORÁN

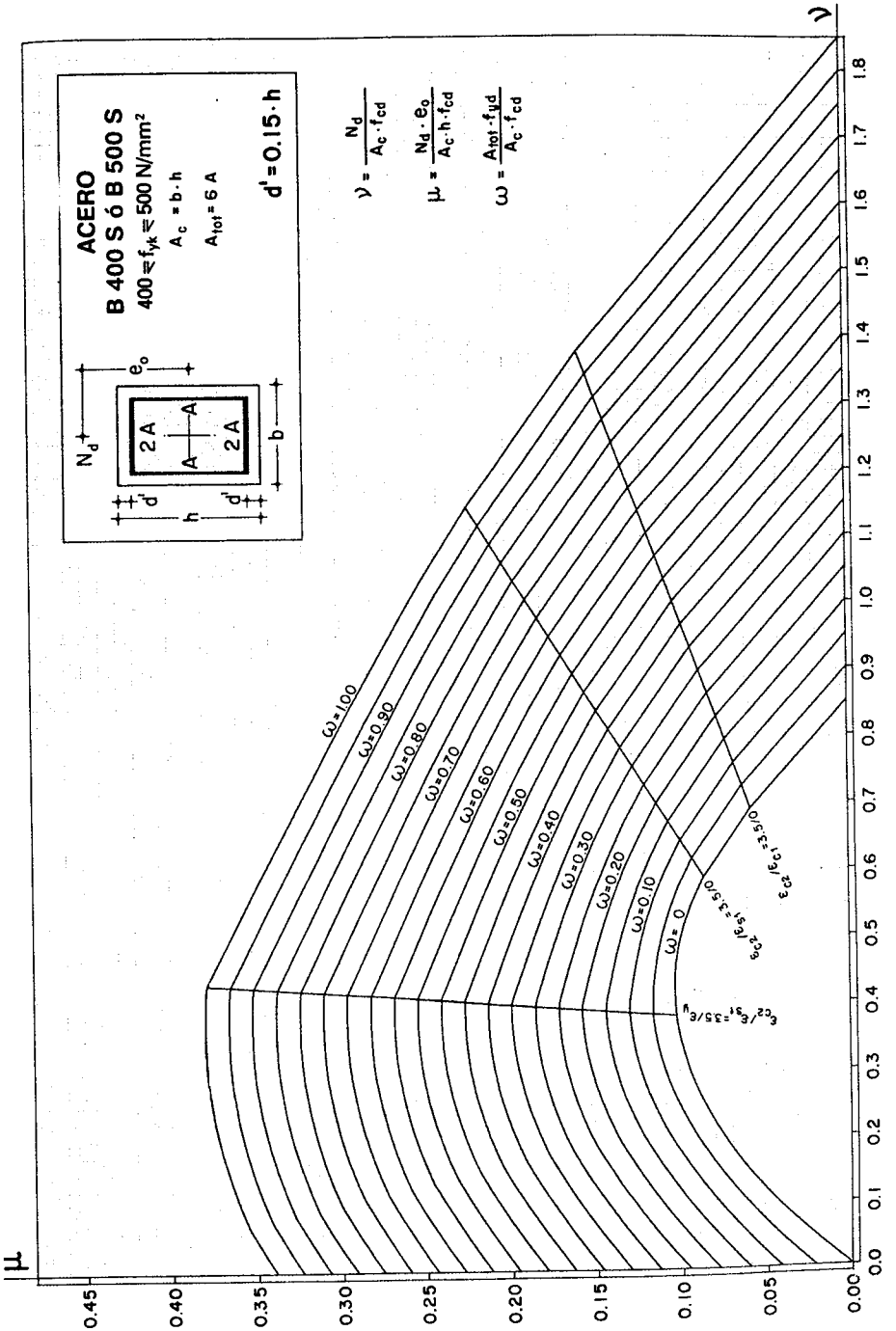

DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
Ac = b·h
Atot = 4 A
d'=0.15·h
ν = Nd / (Ac·fcd)
μ = (Nd·eo) / (Ac·h·fcd)
ω = (Atot·fyd) / (Ac·fcd)
ω=1.00
ω=0.90
ω=0.80
ω=0.70
ω=0.60
ω=0.50
ω=0.40
ω=0.30
ω=0.20
ω=0.10
ω=0
εc2/εs1=3.5/εyd
εc2/εs1=2.5/0
εc2/fc=3.5/0
μ
ν

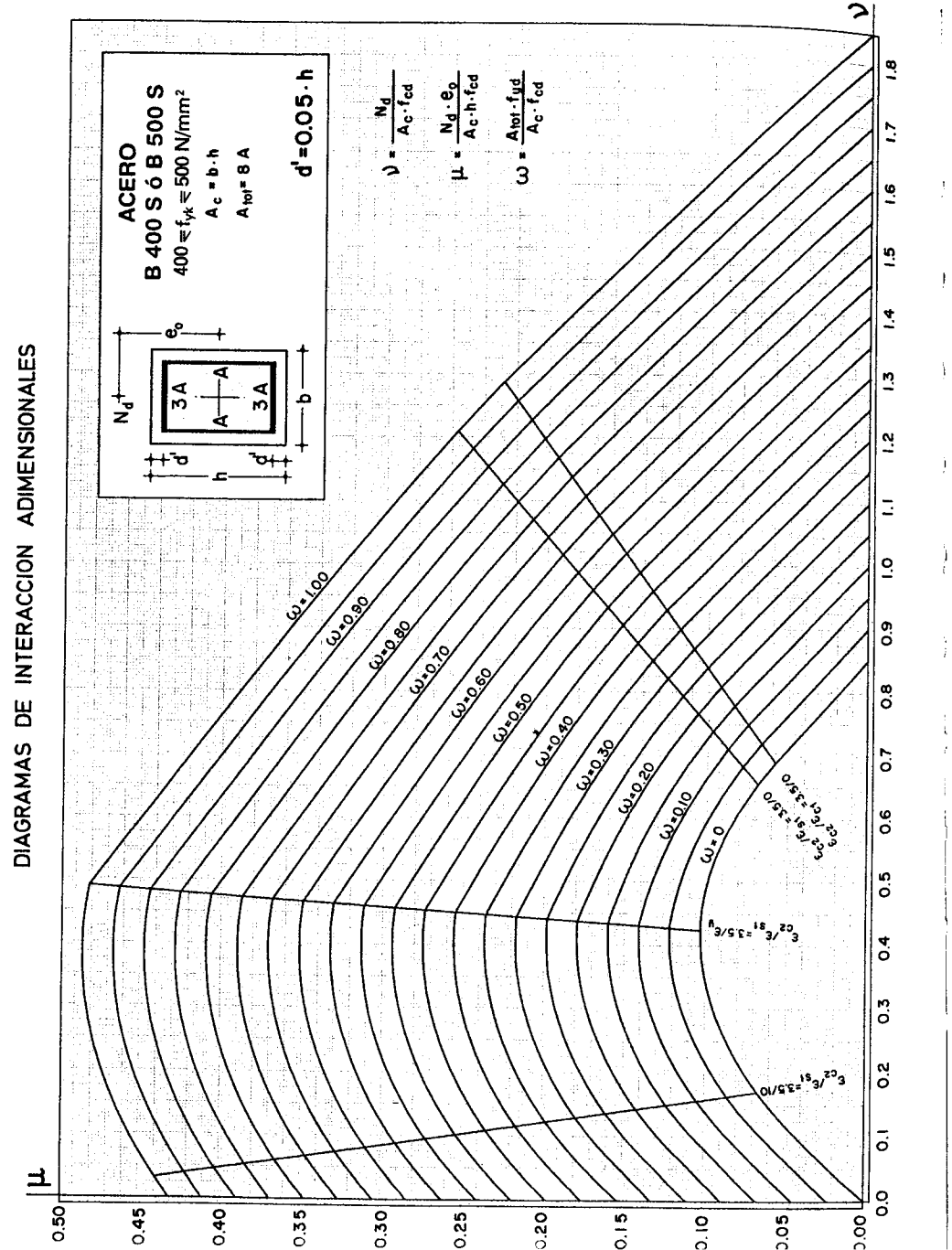

DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
Ac = b·h
Atot = 6 A
d'=0.05·h
ν = Nd / (Ac·fcd)
μ = (Nd·eo) / (Ac·h·fcd)
ω = (Atot·fyd) / (Ac·fcd)
ω=1.00
ω=0.90
ω=0.80
ω=0.70
ω=0.60
ω=0.50
ω=0.40
ω=0.30
ω=0.20
ω=0.10
ω=0
εc2/εs1=3.5/εyd
εc2/fc=3.5/0
μ
ν

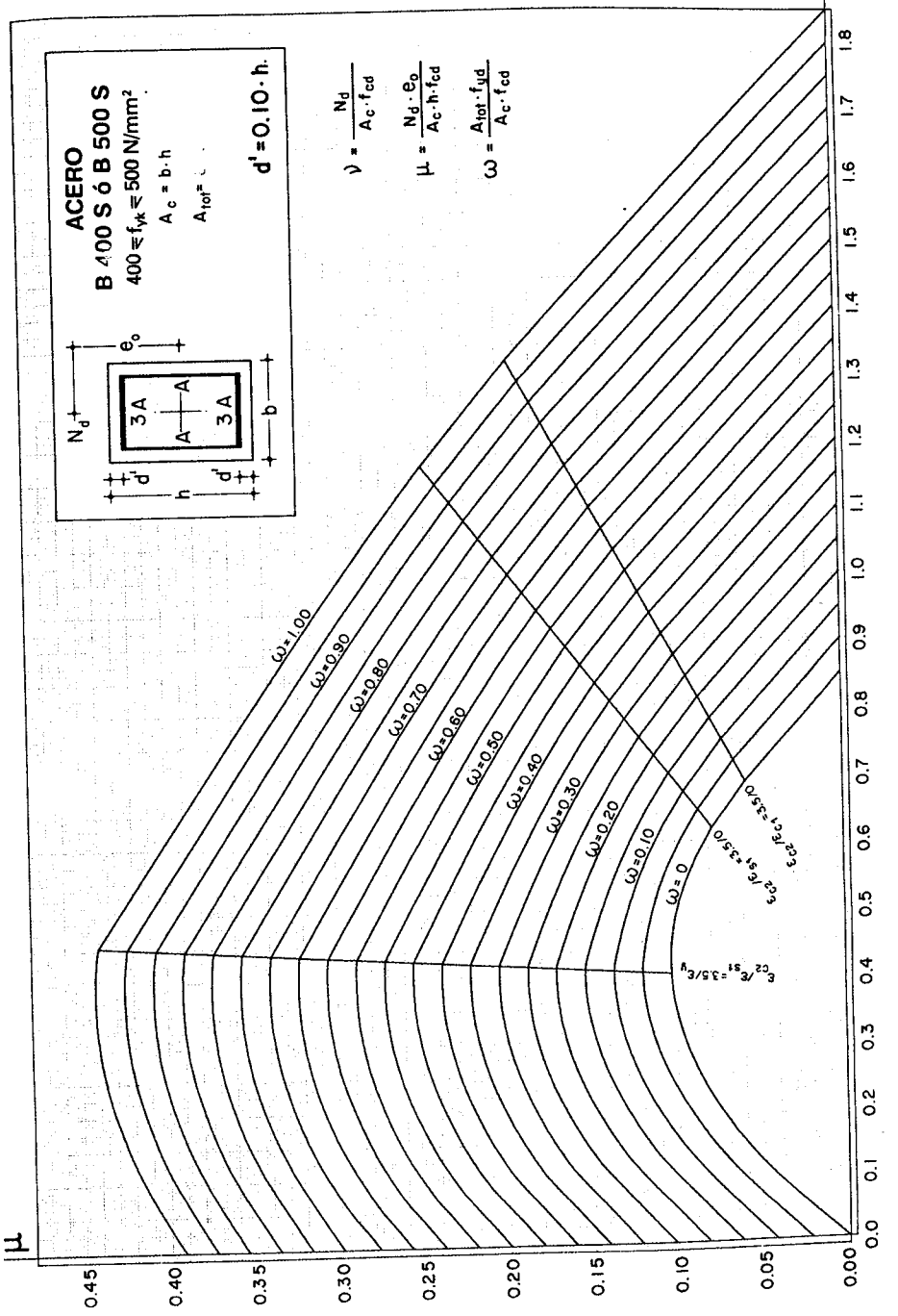
DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES



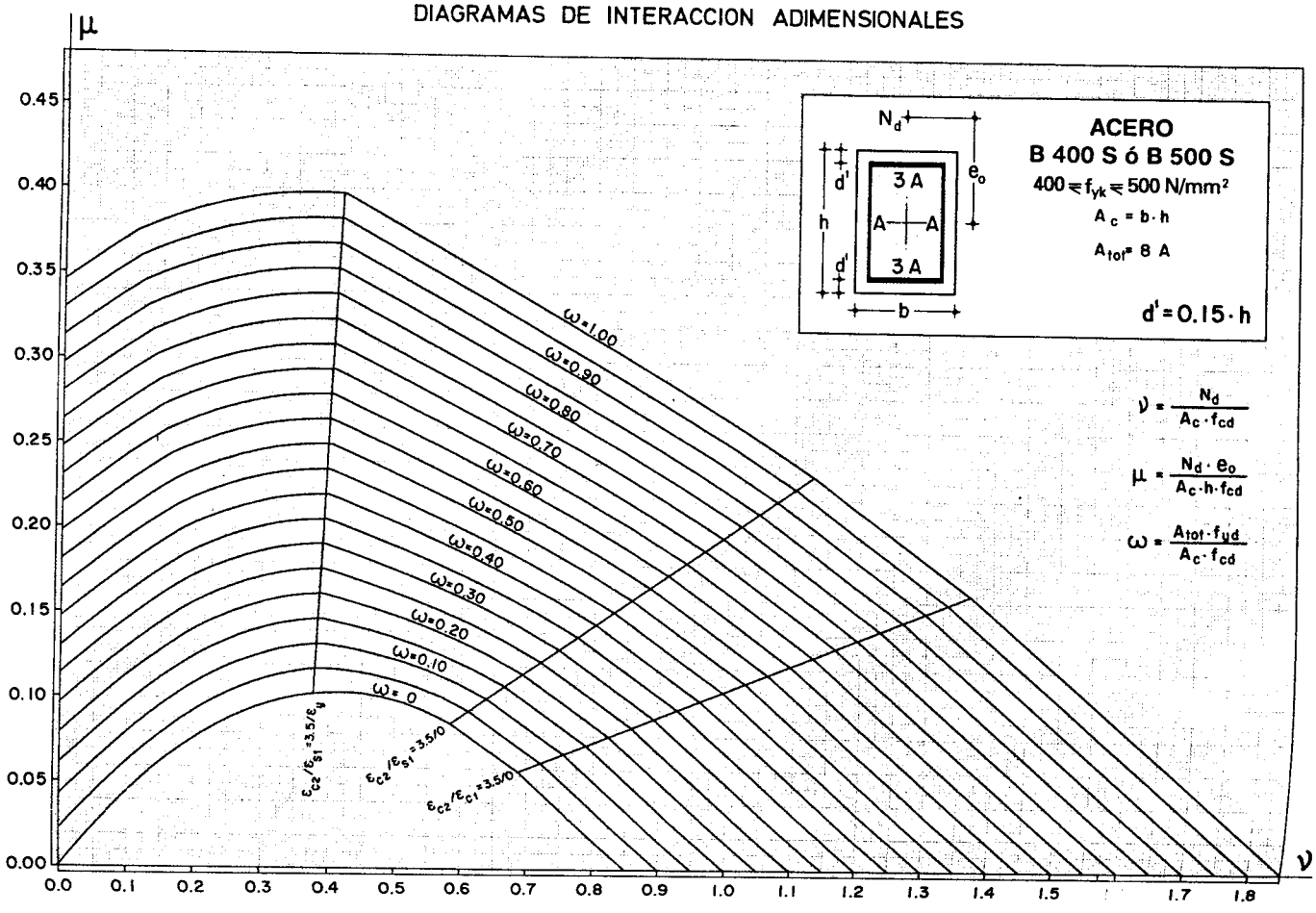
DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES



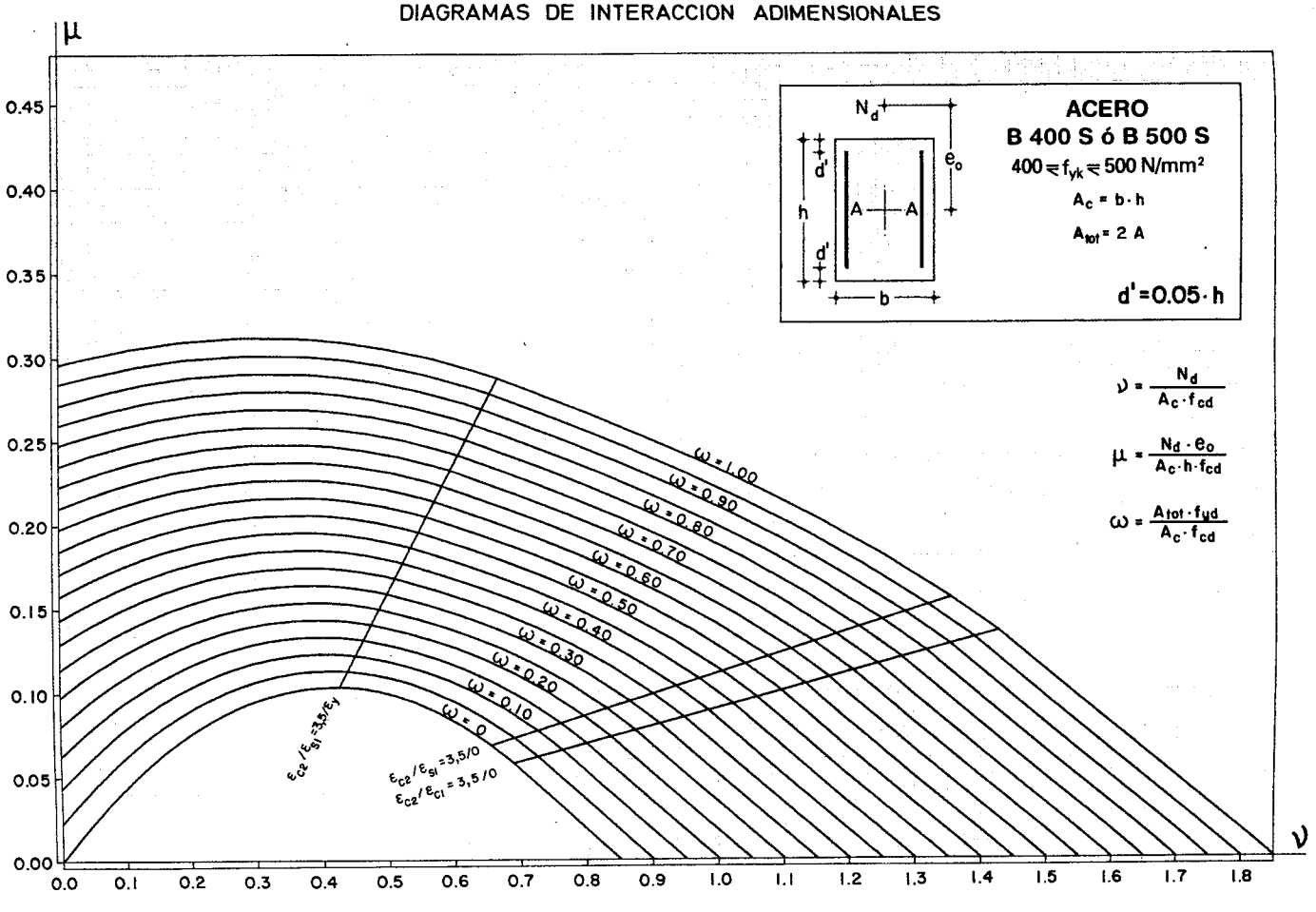

DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
Ac = b·h
Atot = 8 A
d'=0.05·h
ν = Nd / (Ac·fcd)
μ = (Nd·eo) / (Ac·h·fcd)
ω = (Atot·fyd) / (Ac·fcd)
ω=1.00
ω=0.90
ω=0.80
ω=0.70
ω=0.60
ω=0.50
ω=0.40
ω=0.30
ω=0.20
ω=0.10
ω=0
εc2/fs1=3.5/0
εc2/fs1=3.5/εyd
εc2/fc1=3.5/0
μ
ν


DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
Ac = b·h
d'=0.10·h.
ν = Nd / (Ac·fcd)
μ = (Nd·eo) / (Ac·h·fcd)
ω = (Atot·fyd) / (Ac·fcd)
ω=1.00
ω=0.90
ω=0.80
ω=0.70
ω=0.60
ω=0.50
ω=0.40
ω=0.30
ω=0.20
ω=0.10
ω=0
εc2/fs1=3.5/εyd
εc2/fc1=3.5/0
μ
ν

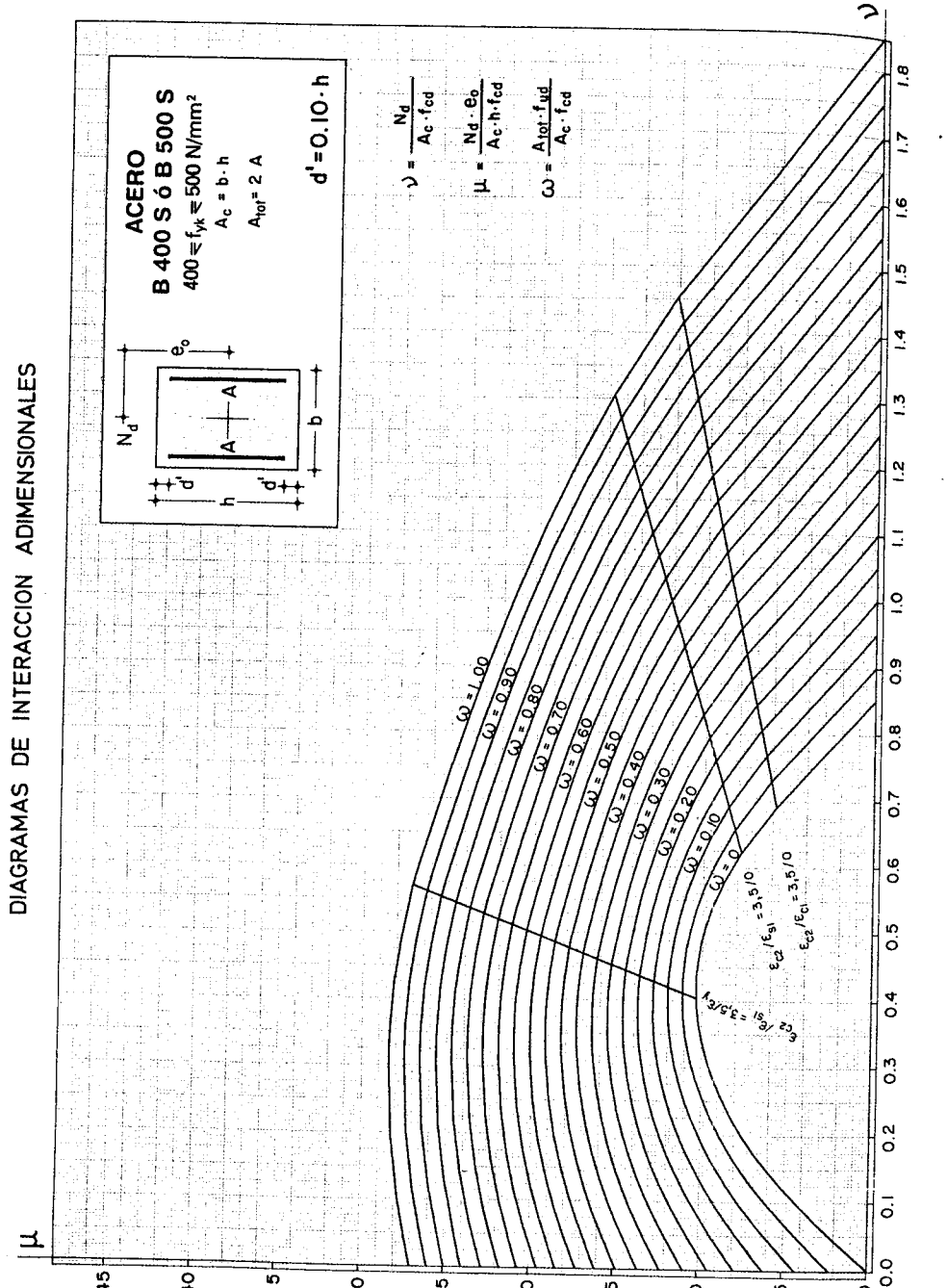
DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES

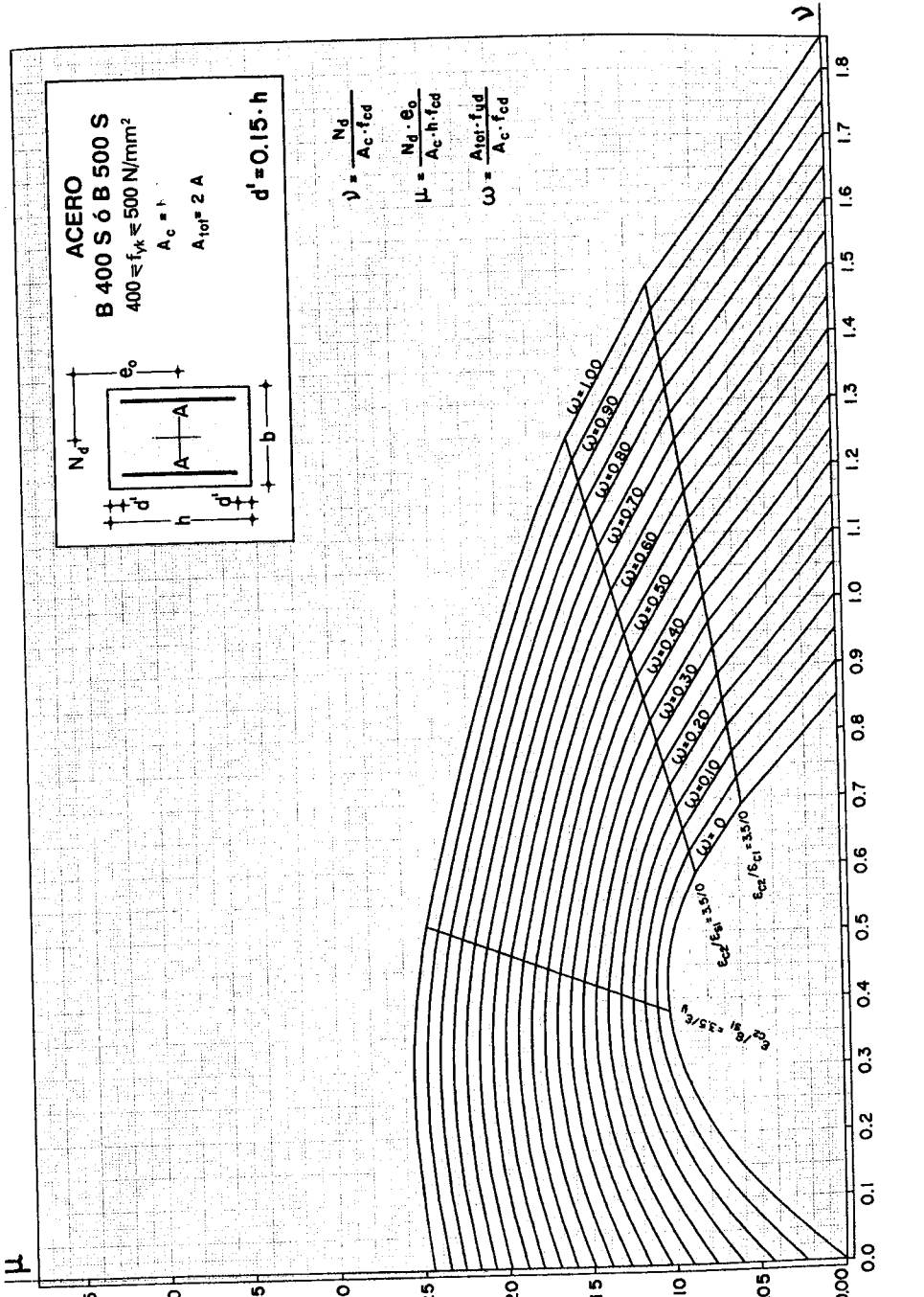


DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES



MONTOYA-MESEGUER-MORÁN


DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
Ac = b · h
Atot = 2 A
d' = 0.10 · h
ν = Nd / (Ac · fcd)
μ = (Nd · eo) / (Ac · h · fcd)
ω = (Atot · fyd) / (Ac · fcd)
ω = 1.00
ω = 0.90
ω = 0.80
ω = 0.70
ω = 0.60
ω = 0.50
ω = 0.40
ω = 0.30
ω = 0.20
ω = 0.10
ω = 0
εc2/εs1 = 3.5/10
εc2/εc1 = 3.5/10
εc2/εs1 = 3.5/εy
μ
ν


DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
Ac = b · h
Atot = 2 A
d' = 0.15 · h
ν = Nd / (Ac · fcd)
μ = (Nd · eo) / (Ac · h · fcd)
ω = (Atot · fyd) / (Ac · fcd)
ω = 1.00
ω = 0.90
ω = 0.80
ω = 0.70
ω = 0.60
ω = 0.50
ω = 0.40
ω = 0.30
ω = 0.20
ω = 0.10
ω = 0
εc2/εs1 = 3.5/10
εc2/εc1 = 3.5/0
μ
ν

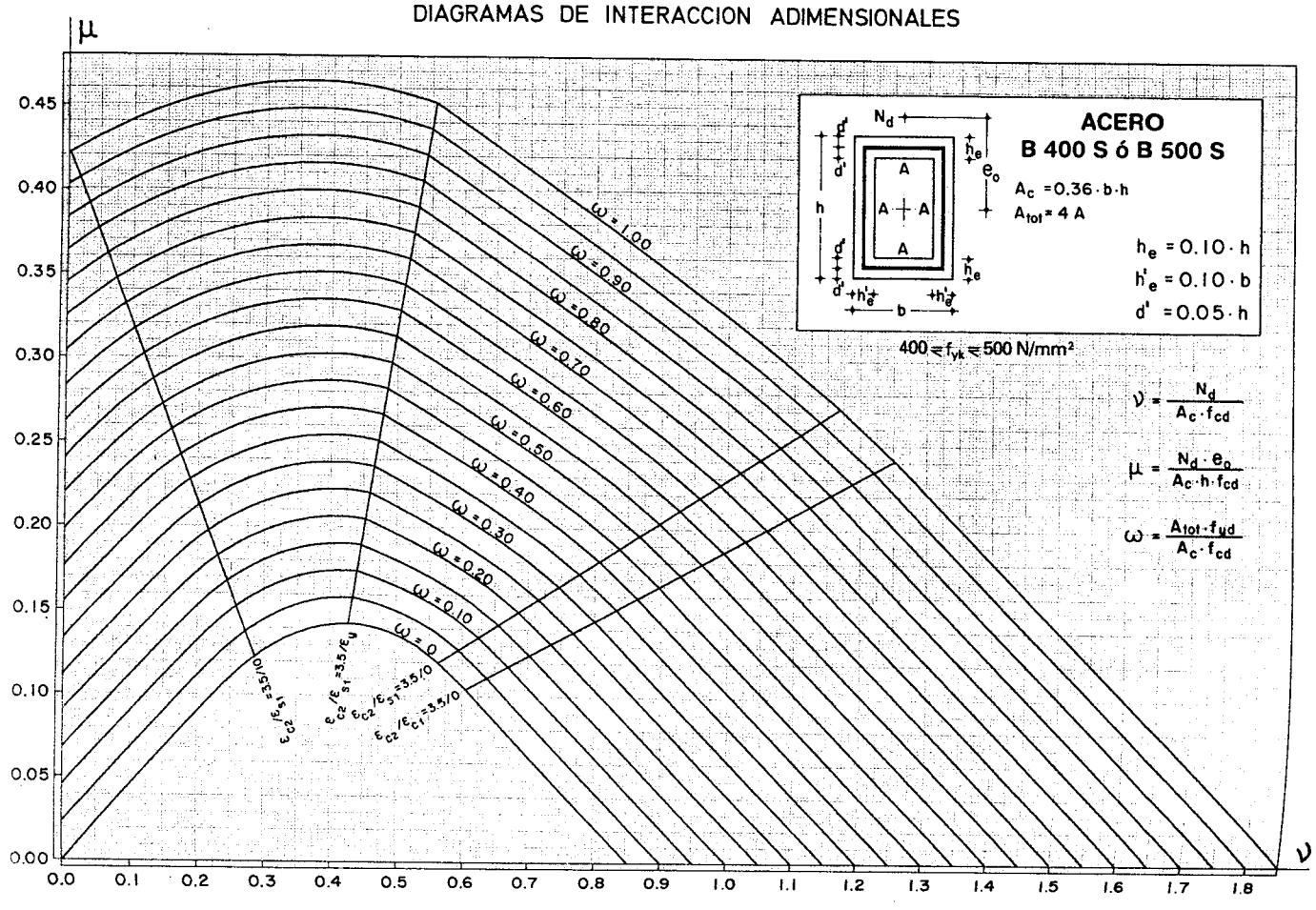
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN ADIMENSIONALES

Secciones en cajón

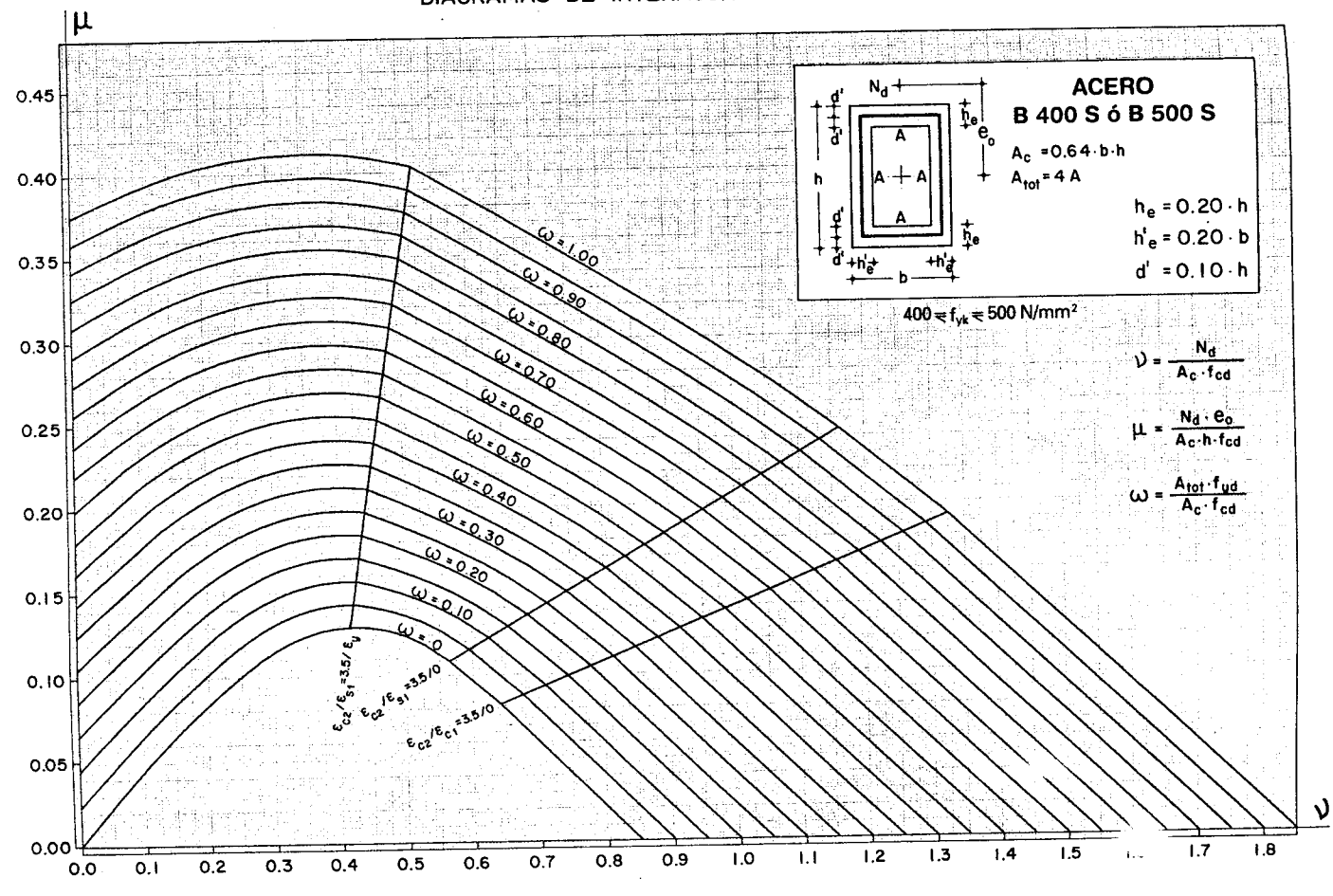
Aceros de dureza natural

$400 \leq f_{yk} \leq 500$ N/mm²
$(4.000 \leq f_{yk} \leq 5.100$ kp/cm²)

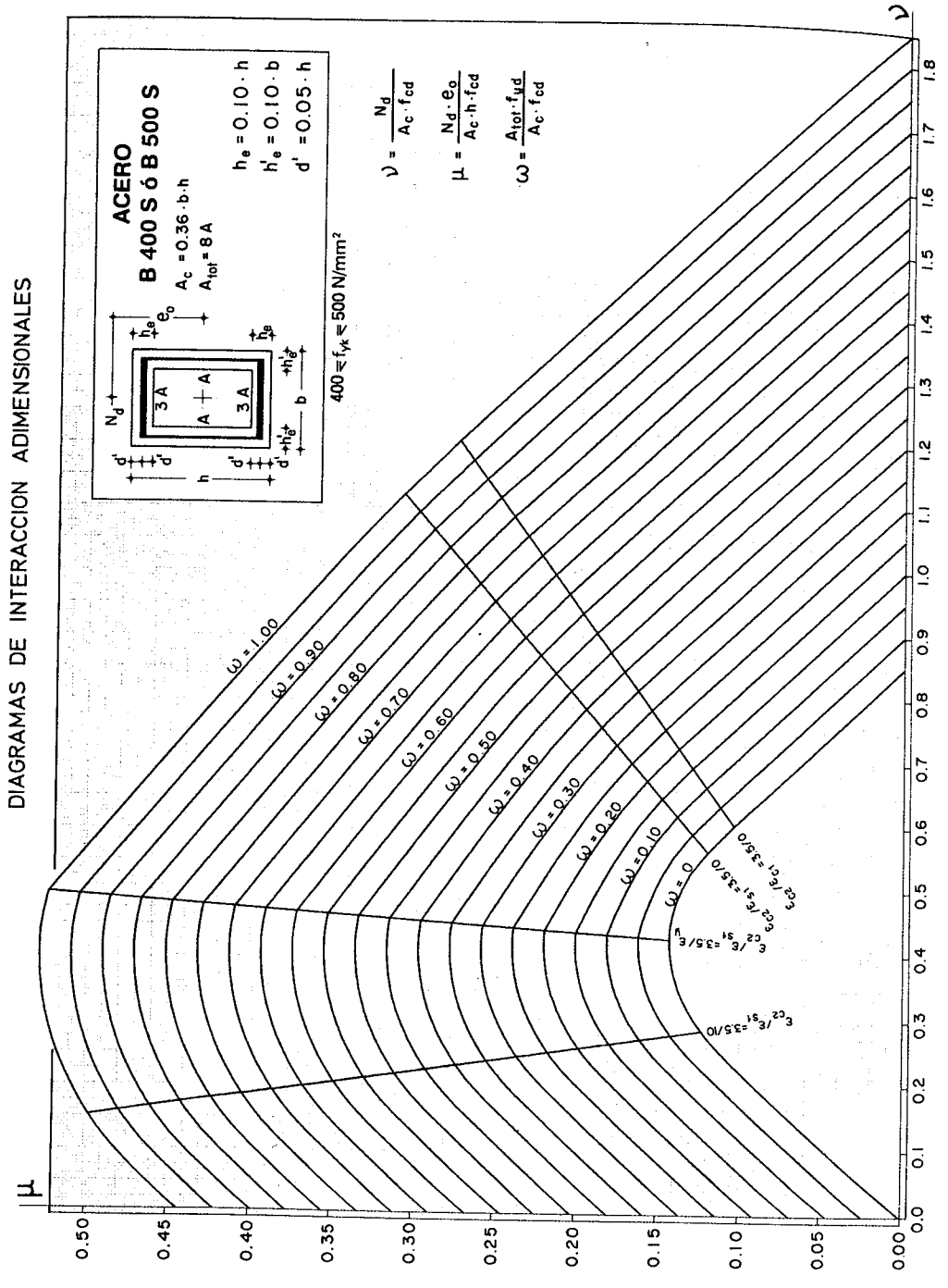
DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES

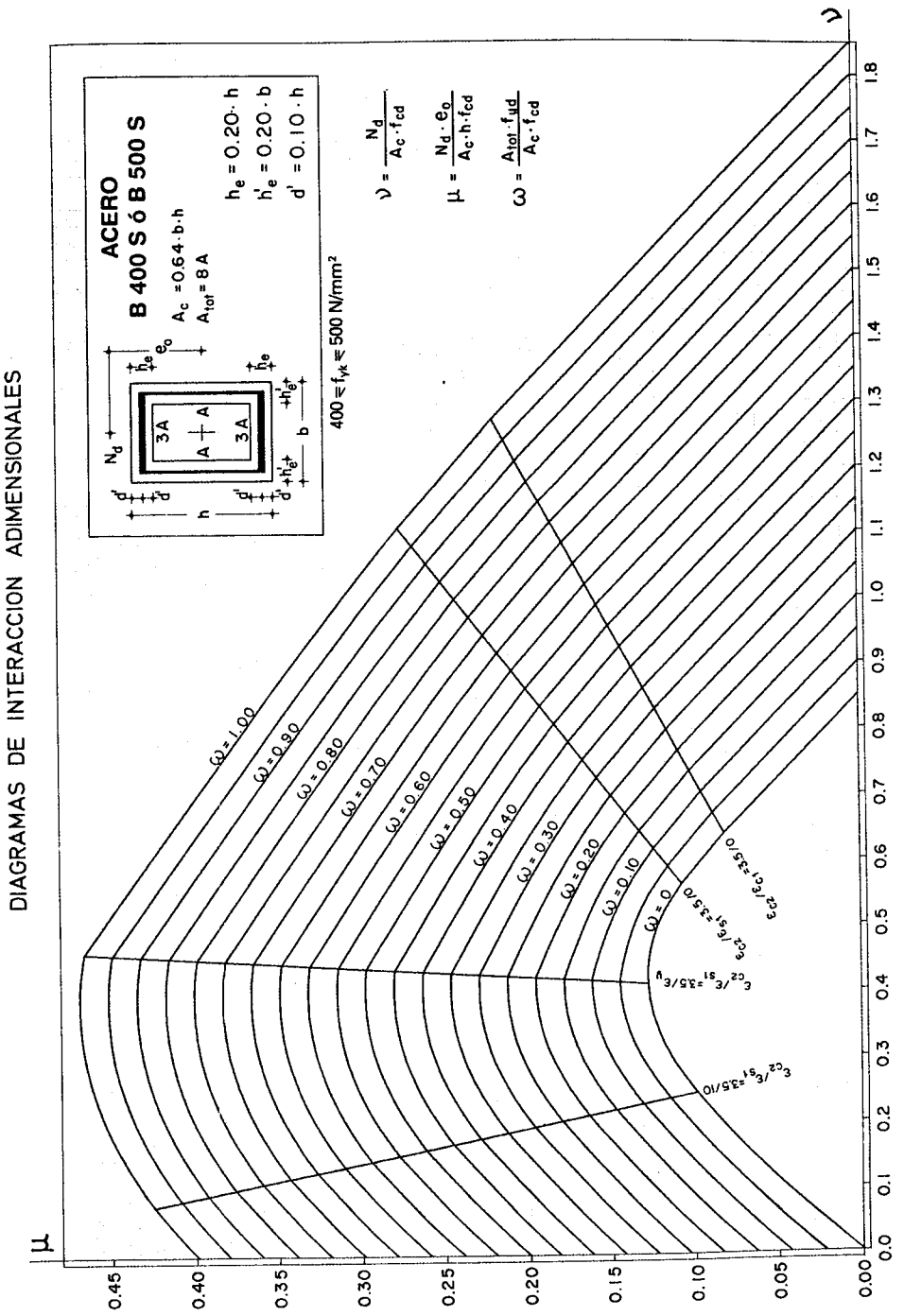


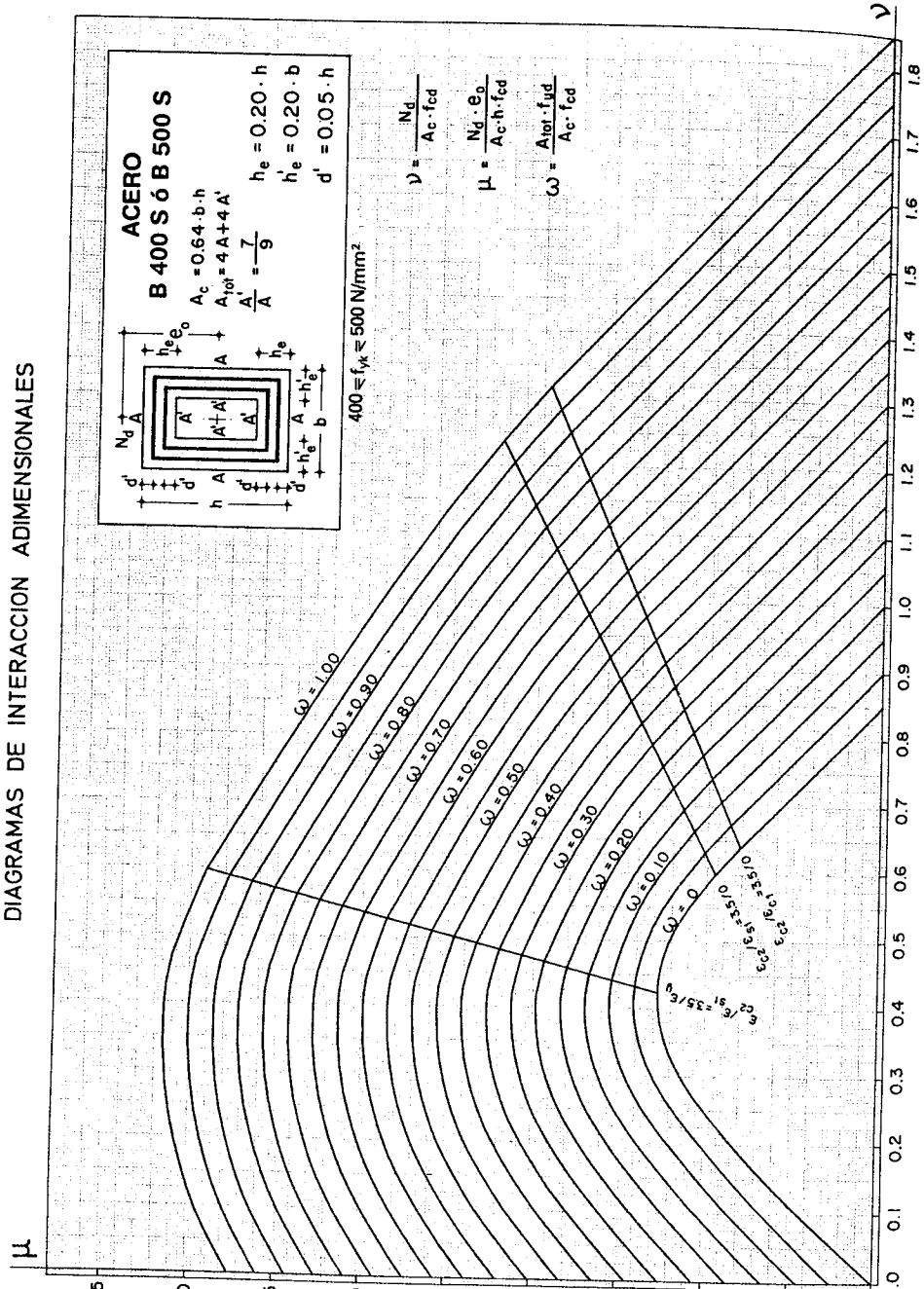
DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES

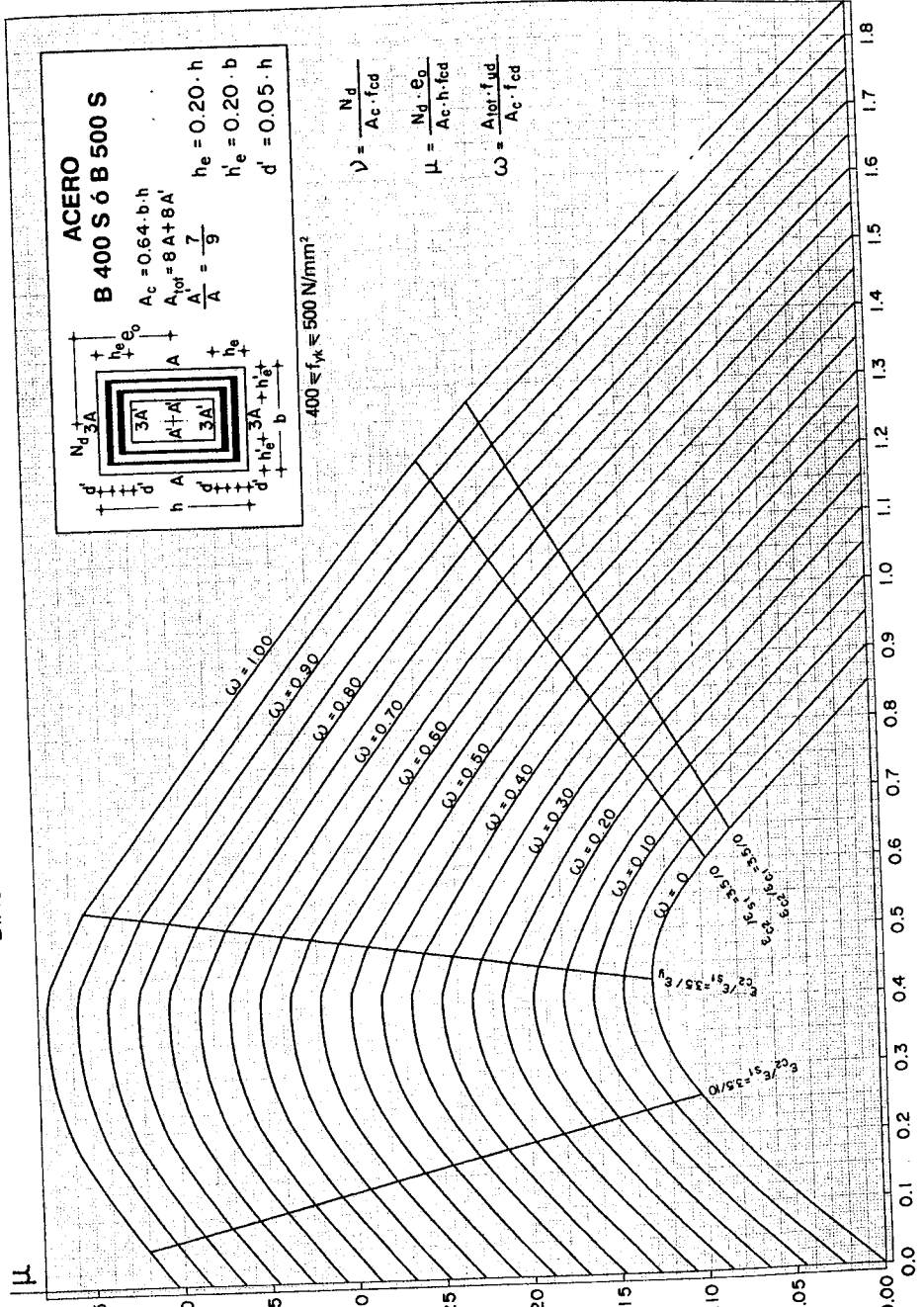


MONTOYA-MESEGUER-MORÁN


DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
A_c = 0.36 · b · h
A_{tot} = 8 A
h_e = 0.10 · h
h'_e = 0.10 · b
d' = 0.05 · h
400 ≤ f_{yk} ≤ 500 N/mm²
$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$
$\mu = \frac{N_d \cdot e_o}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$
$\omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$
ω = 1.00
ω = 0.90
ω = 0.80
ω = 0.70
ω = 0.60
ω = 0.50
ω = 0.40
ω = 0.30
ω = 0.20
ω = 0.10
ω = 0
$\varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1}=3.5/10$
$\varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1}=3.5/\varepsilon_y$
$\varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1}=3.5/0$
$\varepsilon_{c3}/\varepsilon_{c1}=3.5/0$
μ
ν


DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
A_c = 0.64 · b · h
A_{tot} = 8 A
h_e = 0.20 · h
h'_e = 0.20 · b
d' = 0.10 · h
400 ≤ f_{yk} ≤ 500 N/mm²
$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$
$\mu = \frac{N_d \cdot e_o}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$
$\omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$
ω = 1.00
ω = 0.90
ω = 0.80
ω = 0.70
ω = 0.60
ω = 0.50
ω = 0.40
ω = 0.30
ω = 0.20
ω = 0.10
ω = 0
$\varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1}=3.5/10$
$\varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1}=3.5/\varepsilon_y$
$\varepsilon_{c2}/\varepsilon_{s1}=3.5/0$
$\varepsilon_{c3}/\varepsilon_{c1}=3.5/0$
μ
ν


DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
ν = Nd / (Ac · fcd)
μ = (Nd · eo) / (Ac · h · fcd)
ω = (Atot · fyd) / (Ac · fcd)
ω = 1.00
ω = 0.90
ω = 0.80
ω = 0.70
ω = 0.60
ω = 0.50
ω = 0.40
ω = 0.30
ω = 0.20
ω = 0.10
ω = 0
μ
ν


DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES
ACERO
B 400 S ó B 500 S
400 ≤ fyk ≤ 500 N/mm²
ν = Nd / (Ac · fcd)
μ = (Nd · eo) / (Ac · h · fcd)
ω = (Atot · fyd) / (Ac · fcd)
ω = 1.00
ω = 0.90
ω = 0.80
ω = 0.70
ω = 0.60
ω = 0.50
ω = 0.40
ω = 0.30
ω = 0.20
ω = 0.10
ω = 0
μ
ν

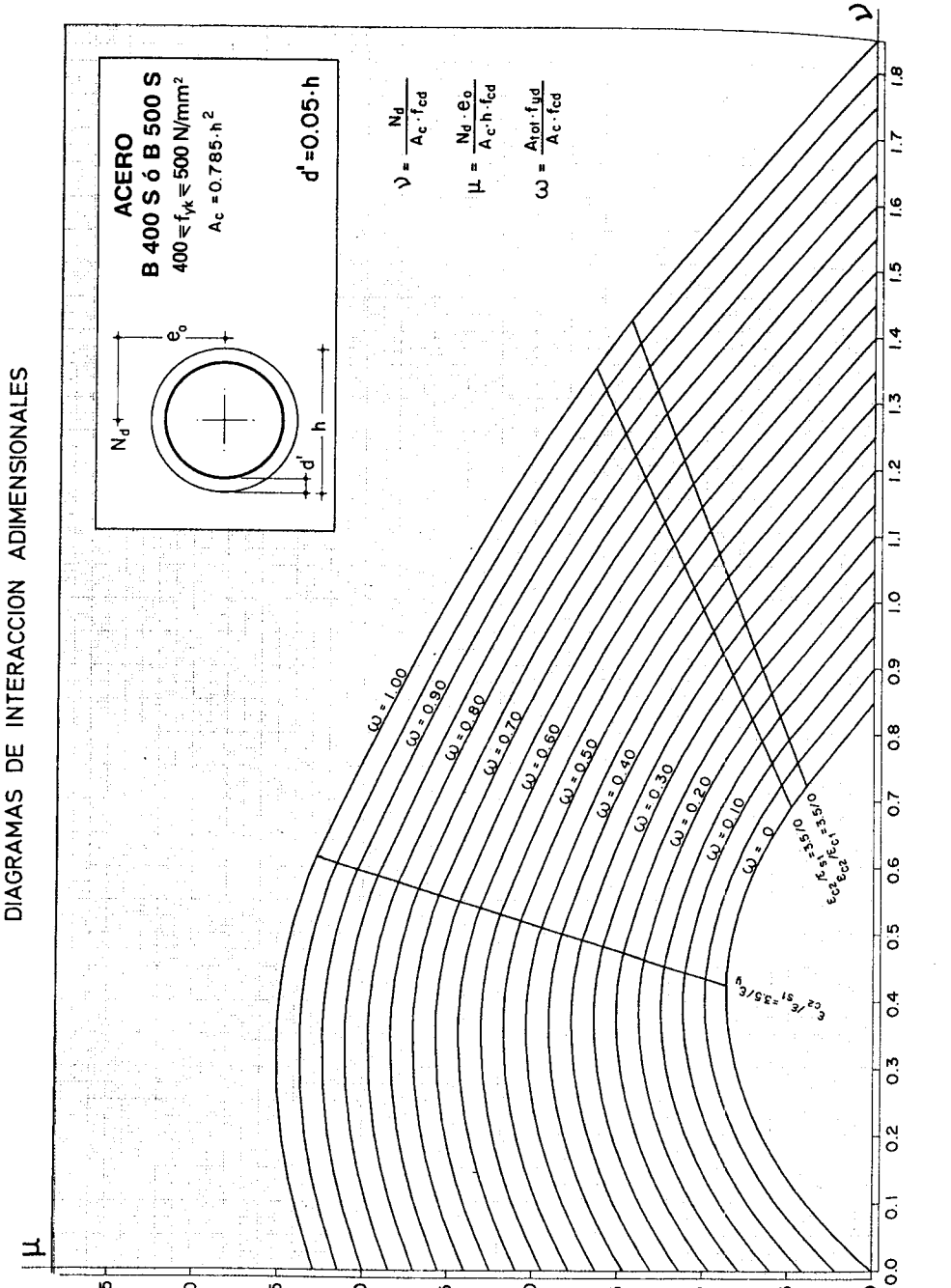
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN ADIMENSIONALES

Secciones circulares y anulares

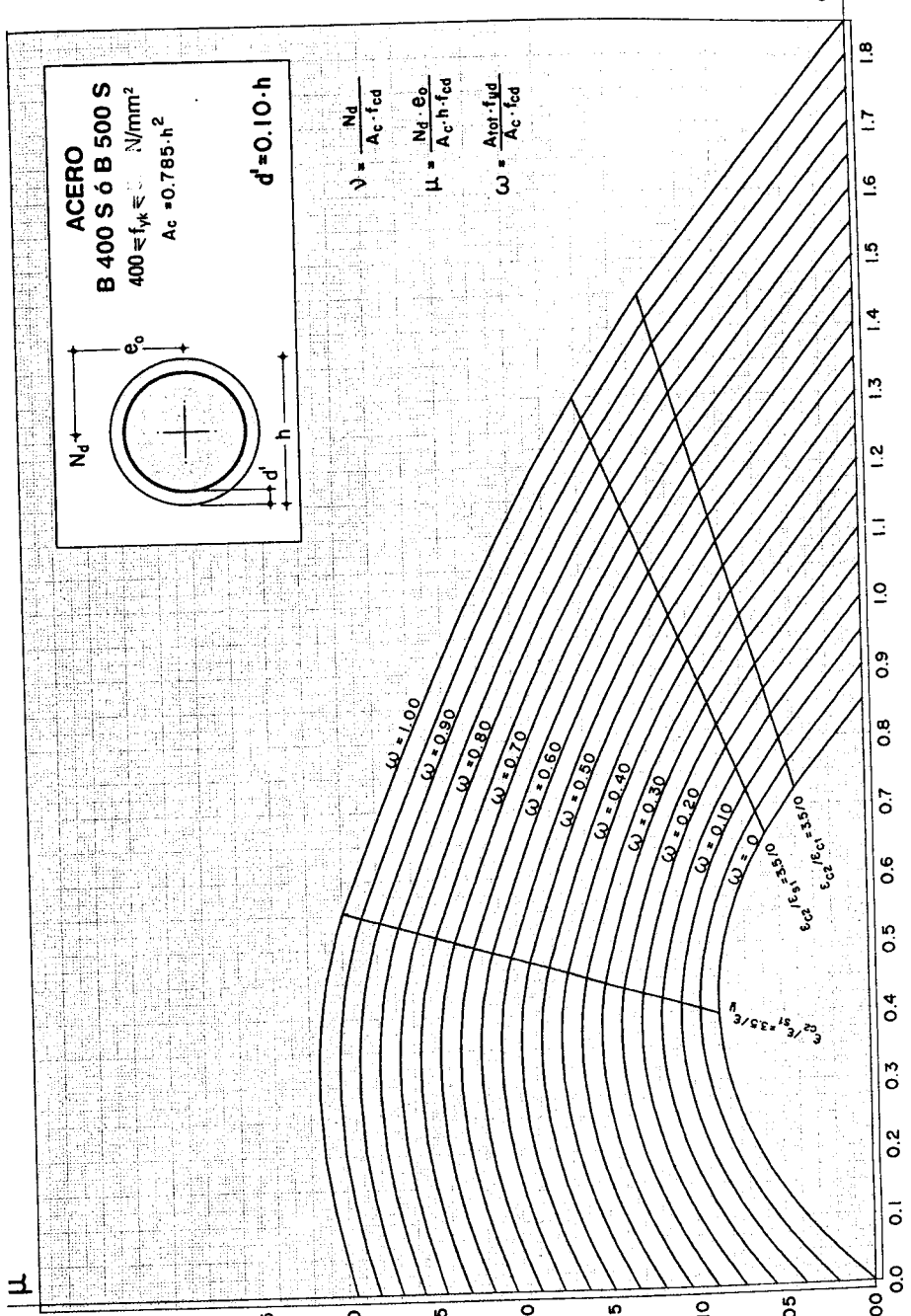
Aceros de dureza natural

$400 \leq f_{yk} \leq 500$ N/mm²
$(4.000 \leq f_{yk} \leq 5.100$ kp/cm²)

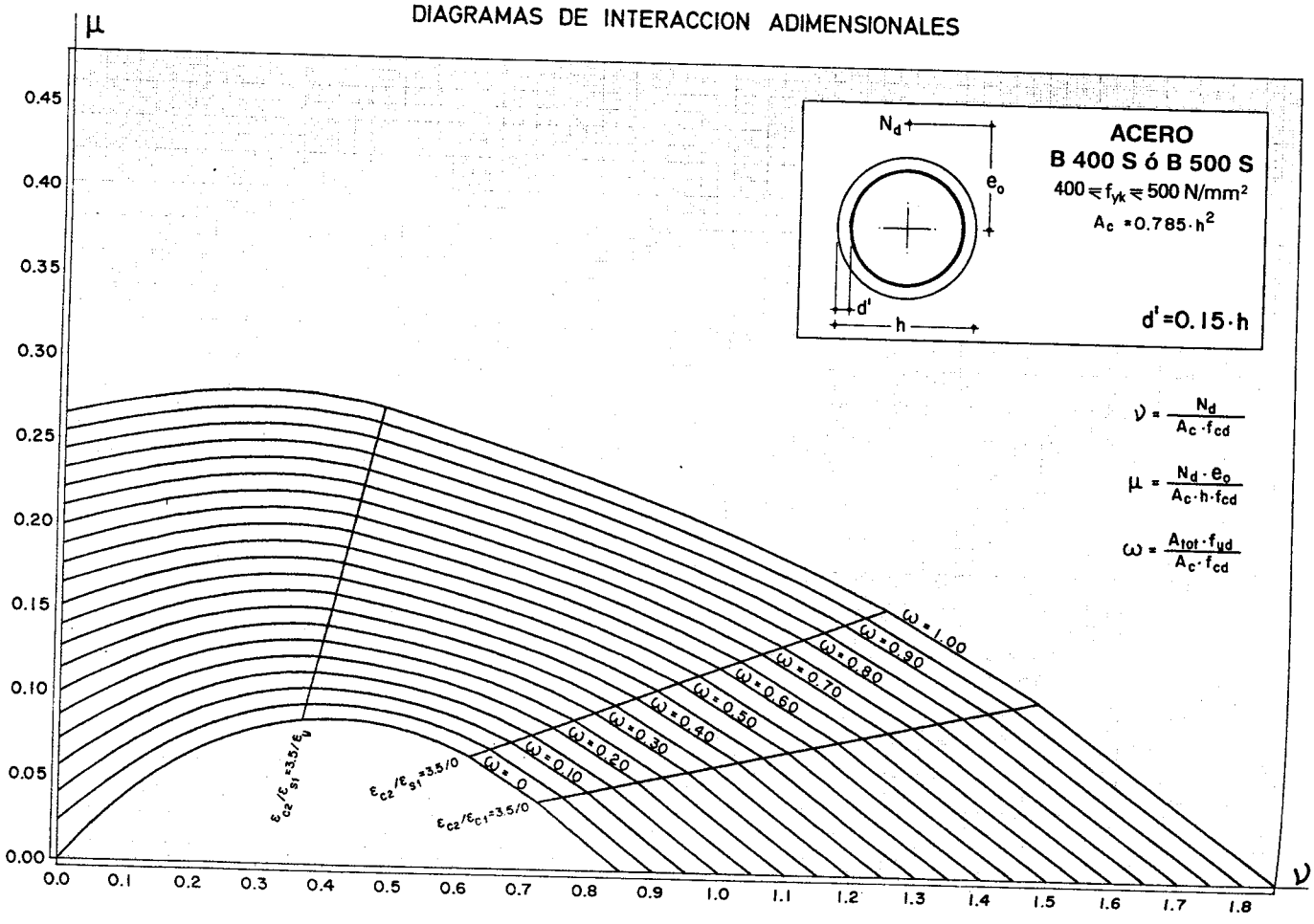
DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES



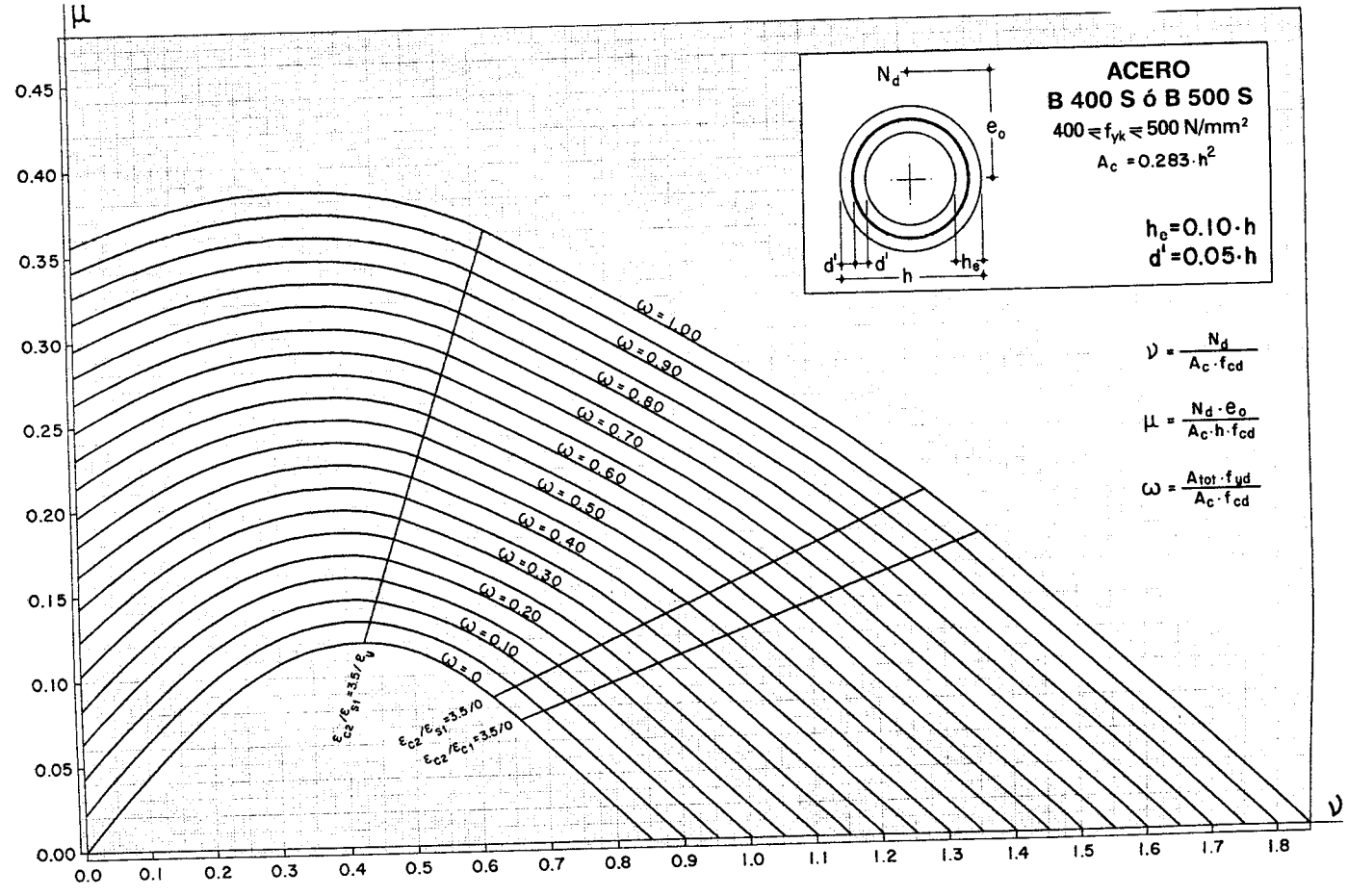
DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES



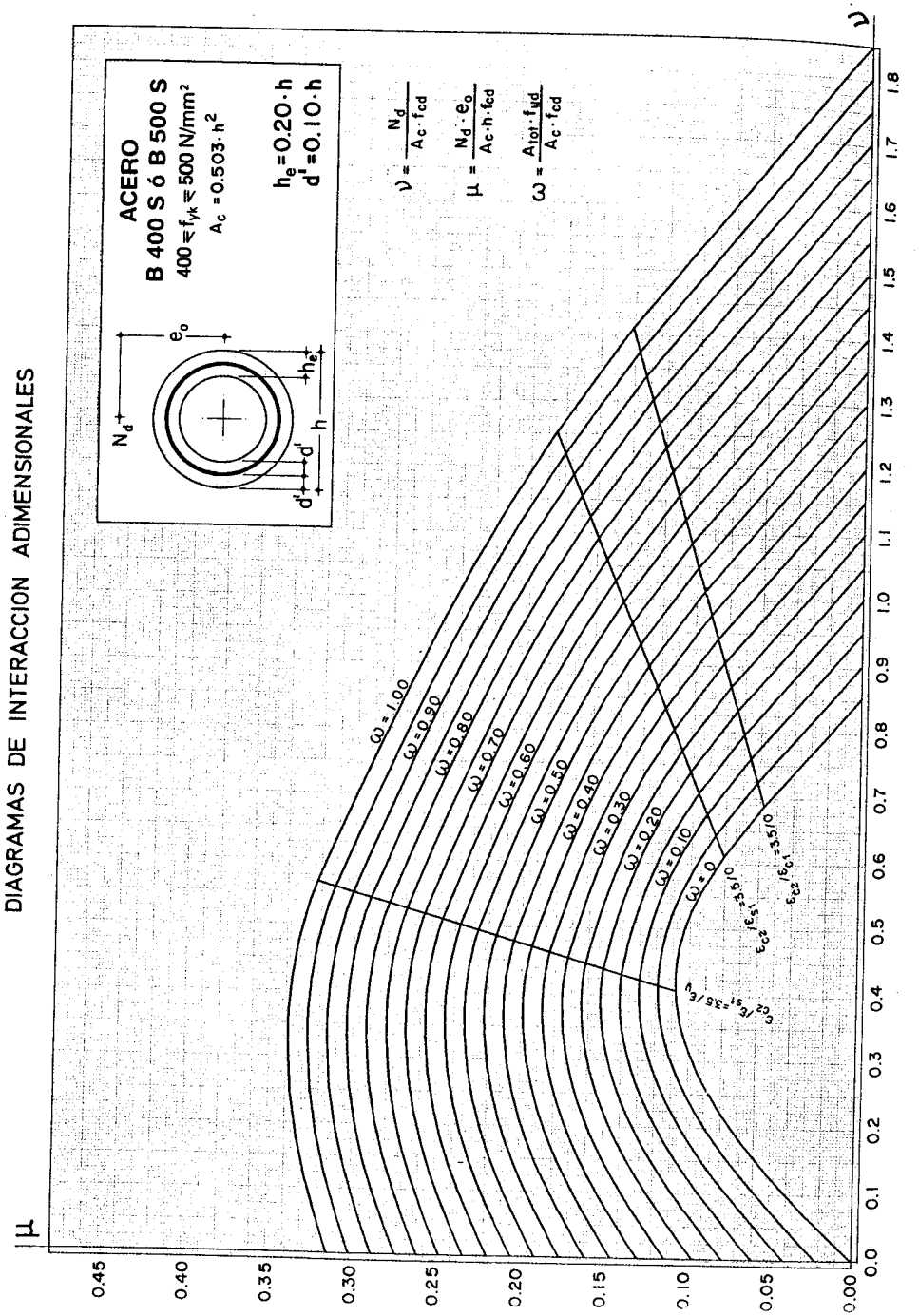
DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES



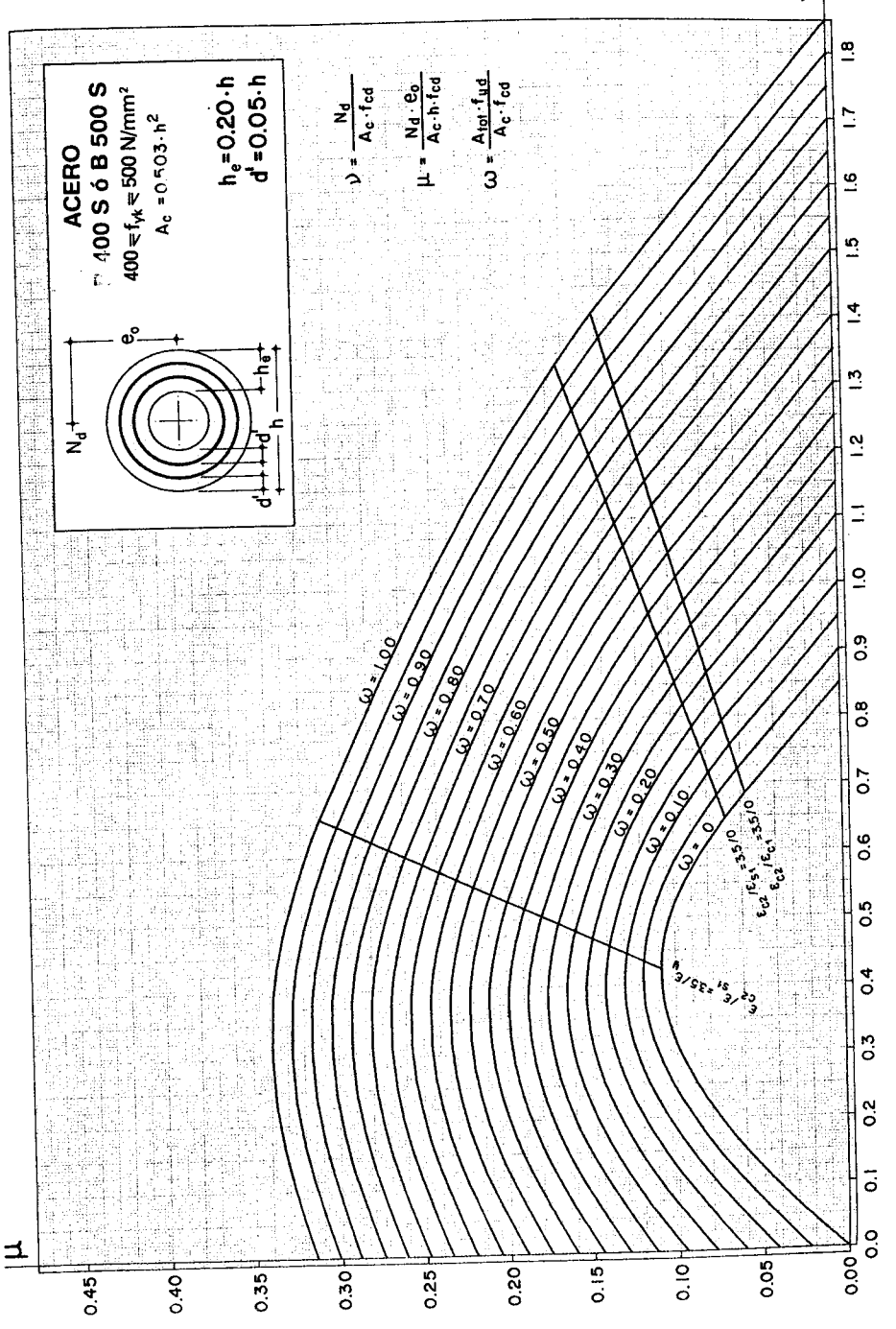
DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES



DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES



DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES



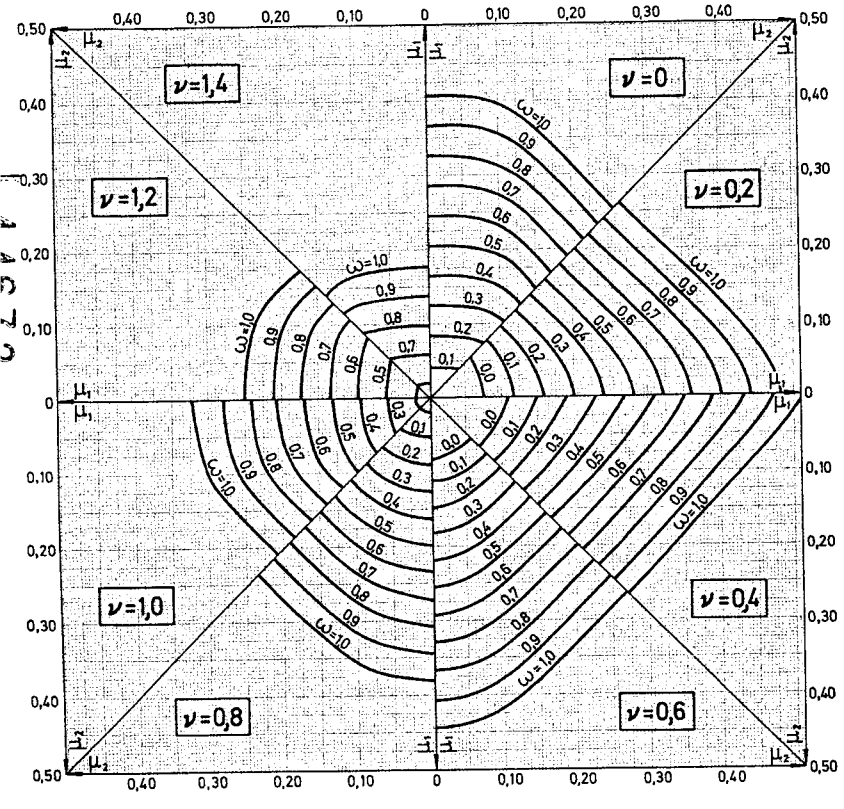
ÁBACOS EN ROSETA PARA FLEXIÓN ESVIADA

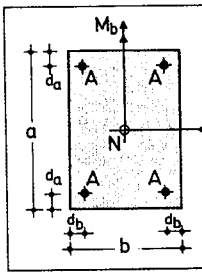
Secciones rectangulares

Aceros de dureza natural

$f_{yk} = 400 \text{ N/mm}^2$
$(f_{yk} = 4.100 \text{ kp/cm}^2)$

ABACO EN ROSETA PARA FLEXION ESVIADA





ACERO B 400 S

$f_{yk} = 400\,N/mm^2$

$A_c = a \cdot b$

$A_{tot} = 4A$

$d_a = 0{,}10 \cdot a \qquad d_b = 0{,}10 \cdot b$

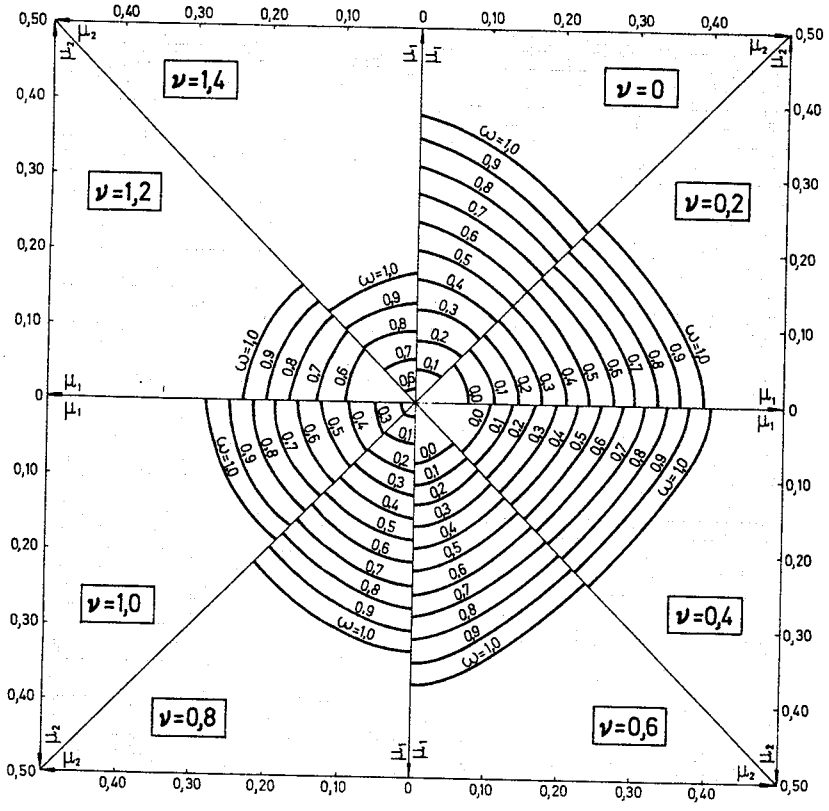
$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}} \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

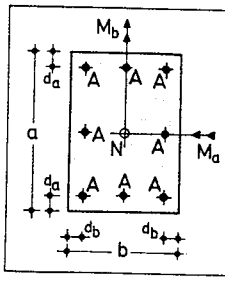
$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

si $\mu_a > \mu_b$: $\mu_1 = \mu_a$, $\mu_2 = \mu_b$

si $\mu_a < \mu_b$: $\mu_1 = \mu_b$, $\mu_2 = \mu_a$

ABACO EN ROSETA PARA FLEXION ESVIADA





ACERO B 400 S

$f_{yk} = 400\ N/mm^2$

$A_c = a \cdot b$

$A_{tot} = 8A$

$d_a = 0{,}10 \cdot a \qquad d_b = 0{,}10 \cdot b$

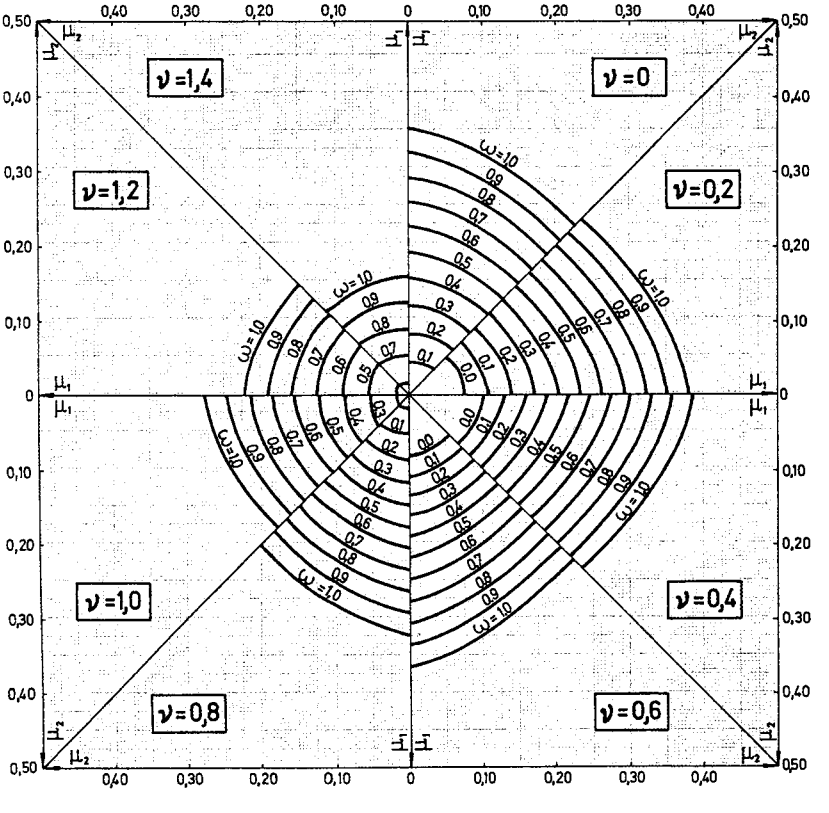
$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}} \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

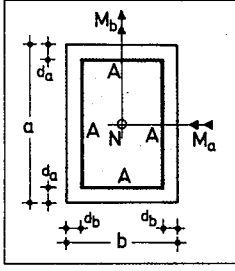
$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

si $\mu_a > \mu_b$: $\mu_1 = \mu_a$, $\mu_2 = \mu_b$

si $\mu_a < \mu_b$: $\mu_1 = \mu_b$, $\mu_2 = \mu_a$

ABACO EN ROSETA PARA FLEXION ESVIADA





ACERO B 400 S

$f_{yk} = 400\ N/mm^2$

$A_c = a \cdot b$

$A_{tot} = 4A$

$d_a = 0{,}10 \cdot a \qquad d_b = 0{,}10 \cdot b$

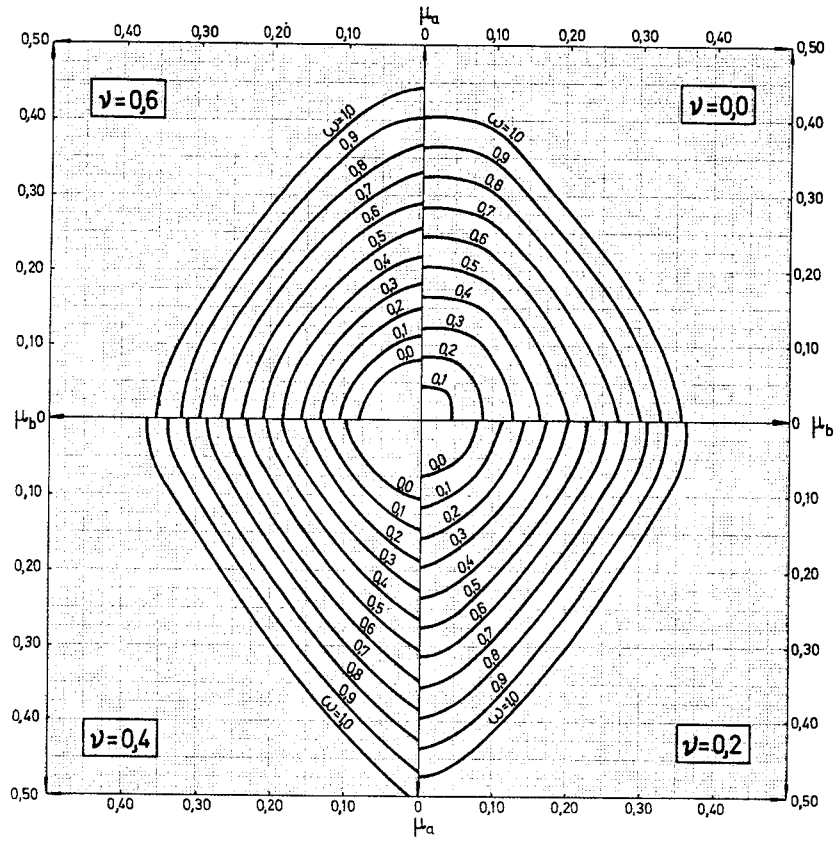
$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}} \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

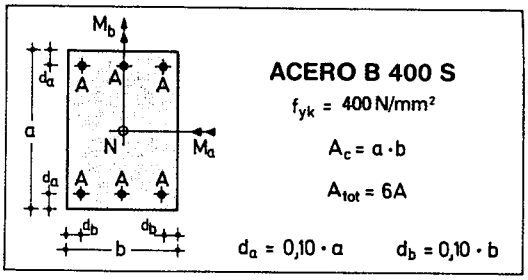
$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

si $\mu_a > \mu_b$: $\mu_1 = \mu_a$, $\mu_2 = \mu_b$

si $\mu_a < \mu_b$: $\mu_1 = \mu_b$, $\mu_2 = \mu_a$

ABACO EN ROSETA PARA FLEXION ESVIADA





ACERO B 400 S

$f_{yk} = 400\ N/mm^2$

$A_c = a \cdot b$

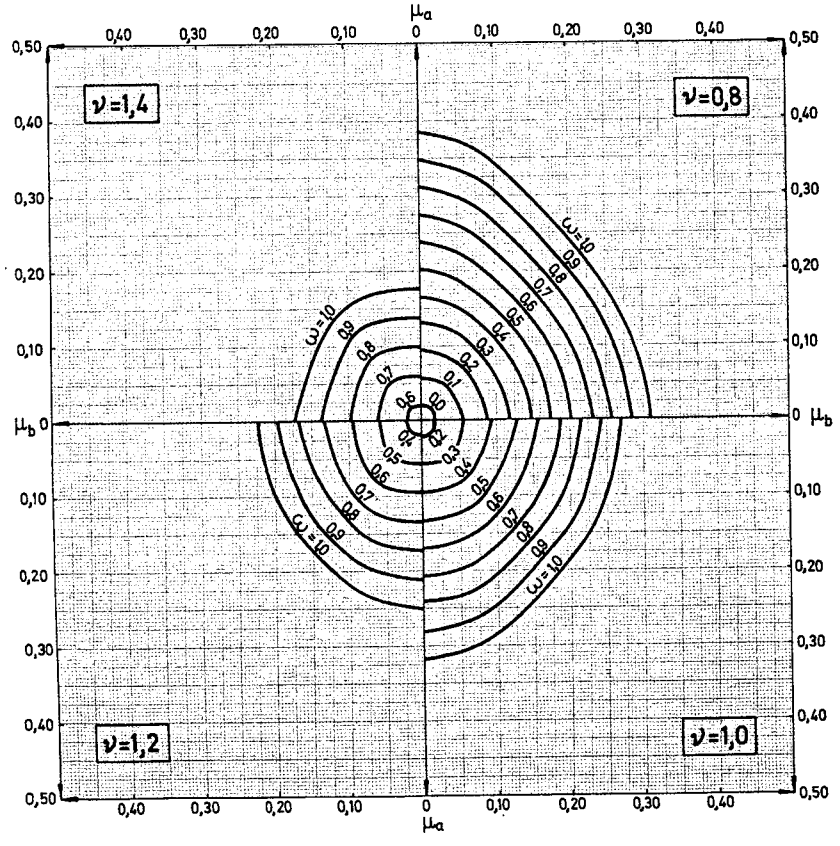
$A_{tot} = 6A$

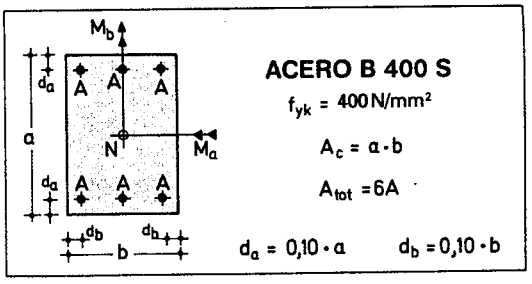
$d_a = 0{,}10 \cdot a \qquad d_b = 0{,}10 \cdot b$

$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}} \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

ABACO EN ROSETA PARA FLEXION ESVIADA





ACERO B 400 S

$f_{yk} = 400\ N/mm^2$

$A_c = a \cdot b$

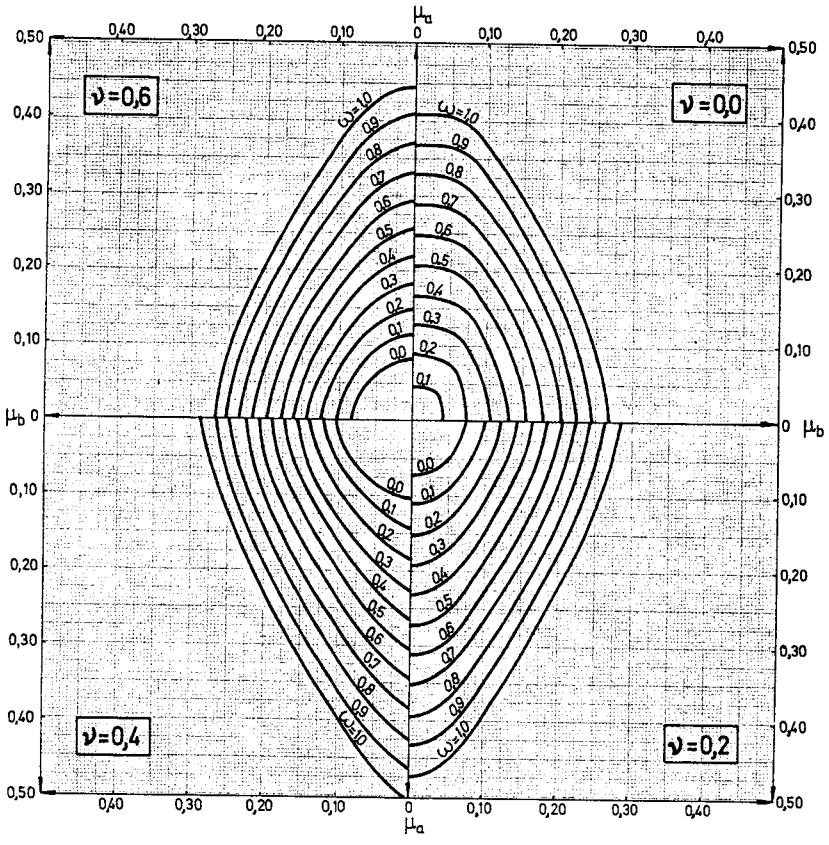
$A_{tot} = 6A$

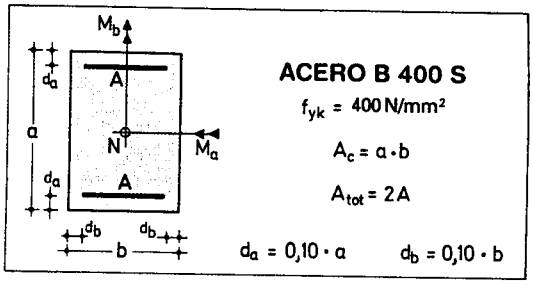
$d_a = 0{,}10 \cdot a \qquad d_b = 0{,}10 \cdot b$

$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}} \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

ABACO EN ROSETA PARA FLEXION ESVIADA





ACERO B 400 S

$f_{yk} = 400\ N/mm^2$

$A_c = a \cdot b$

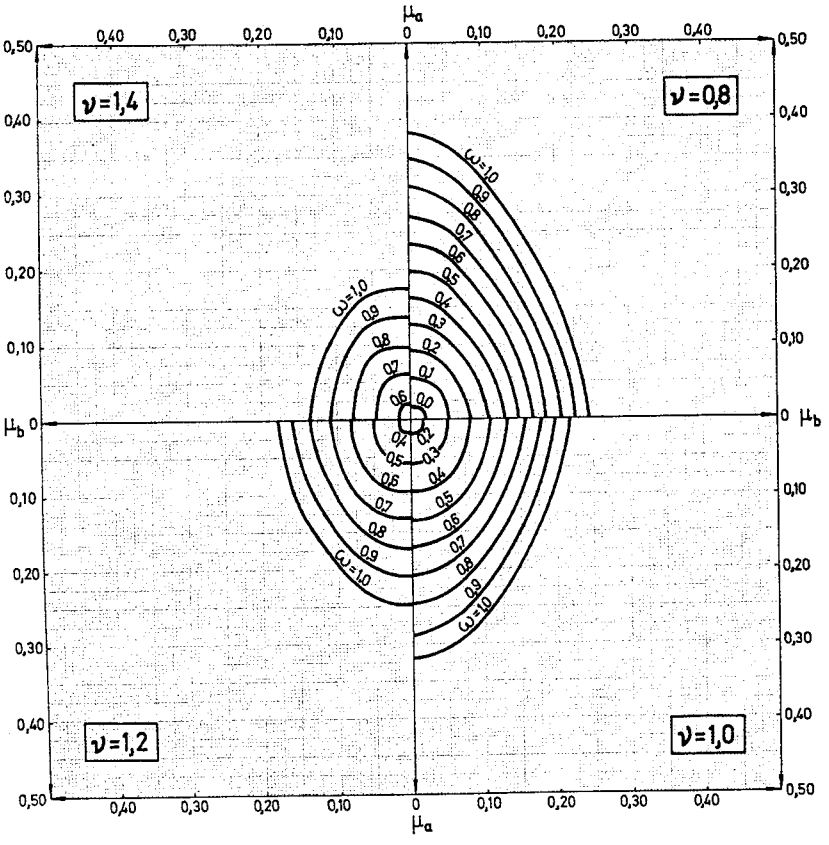
$A_{tot} = 2A$

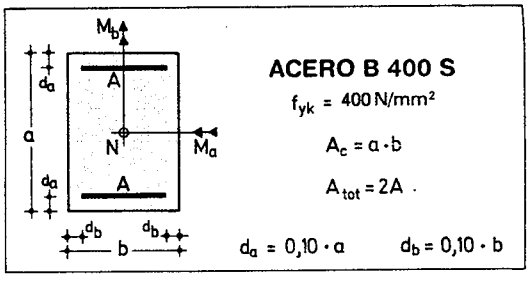
$d_a = 0{,}10 \cdot a \qquad d_b = 0{,}10 \cdot b$

$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}} \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

ABACO EN ROSETA PARA FLEXION ESVIADA





ACERO B 400 S

$f_{yk} = 400\ N/mm^2$

$A_c = a \cdot b$

$A_{tot} = 2A$

$d_a = 0{,}10 \cdot a \qquad d_b = 0{,}10 \cdot b$

$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}} \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

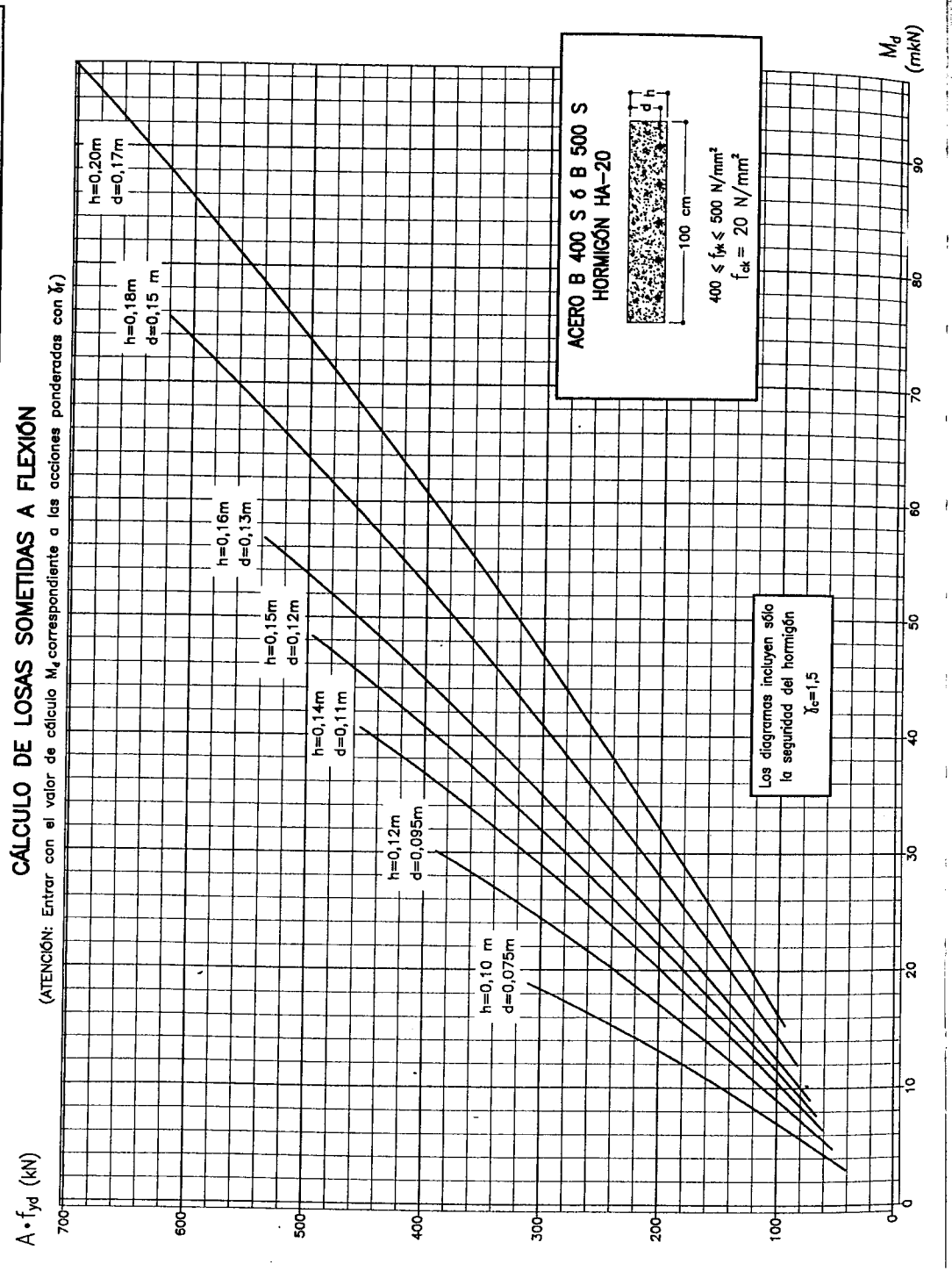
ÁBACO PARA EL CÁLCULO DE LOSAS ARMADAS EN UNA SOLA DIRECCIÓN

Resistencia característica del hormigón

$f_{ck} = 20$ N/mm²
($f_{ck} = 200$ kp/cm²)

Aceros de dureza natural

$400 \leq f_{yk} \leq 500$ N/mm²
($4.000 \leq f_{yk} \leq 5.100$ kp/cm²)



ESCALAS FUNCIONALES PARA EL CÁLCULO DE SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA

Resistencia característica del hormigón

$f_{ck} = 20$ N/mm²
($f_{ck} = 200$ kp/cm²)

Aceros de dureza natural

$400 \leq f_{yk} \leq 500$ N/mm²
($4.000 \leq f_{yk} \leq 5.100$ kp/cm²)

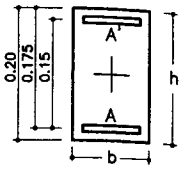
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

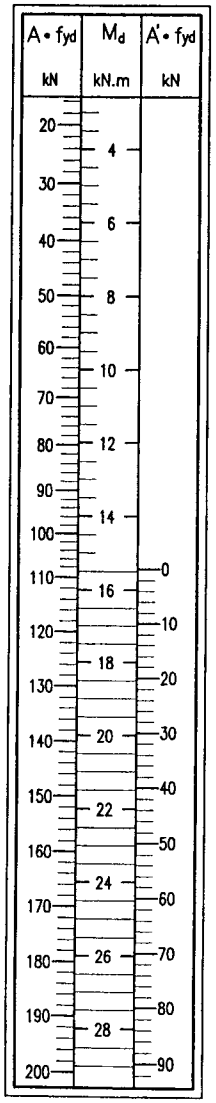
Los diagramas se han calculado con $\gamma_c = 1{,}5$

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
$f_{ck} = 20$ N/mm²

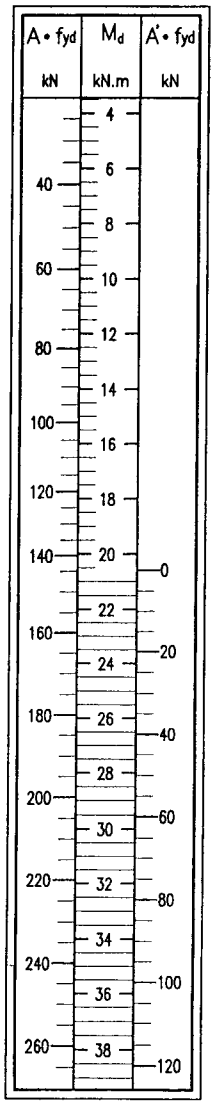
h=0,20 m



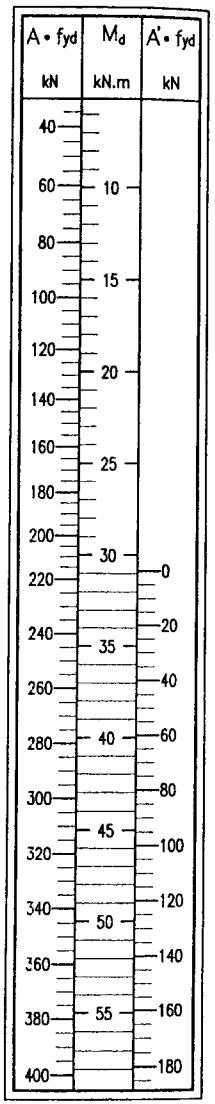
b=0.15 m



b=0.20 m



b=0.30 m



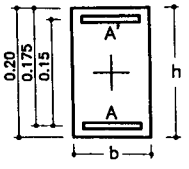
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

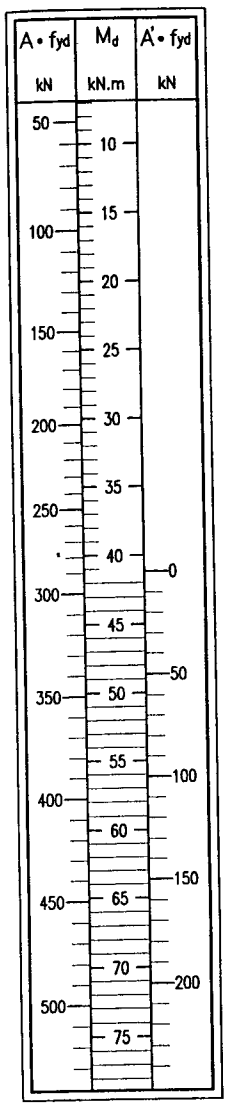
Los diagramas se han calculado con $\gamma_c = 1{,}5$

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
$f_{ck} = 20$ N/mm²

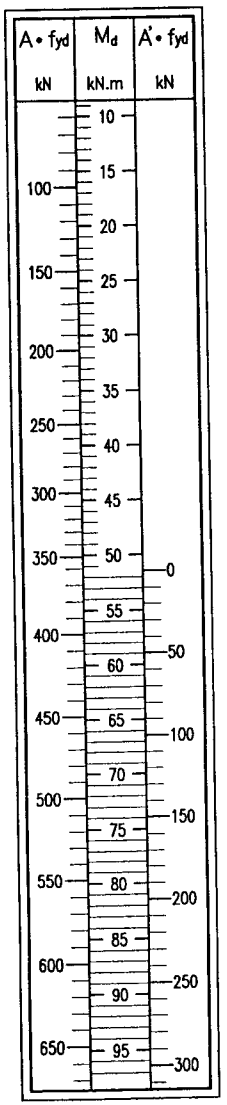
h=0,20 m



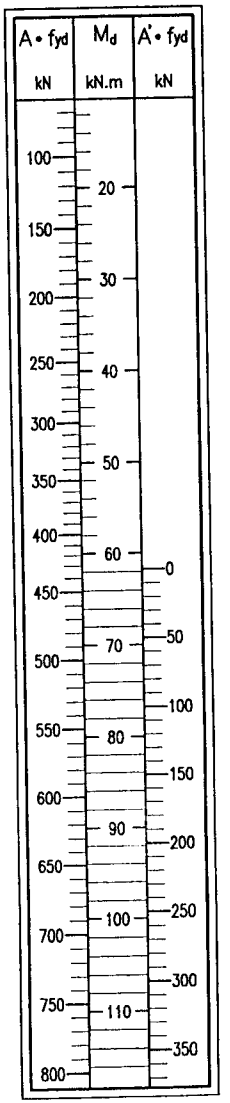
b=0.40 m



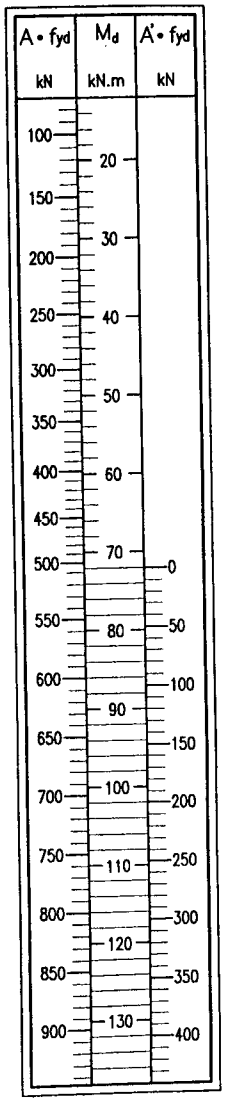
b=0.50 m



b=0.60 m



b=0.70 m

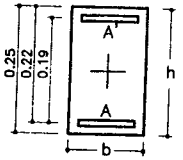


SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

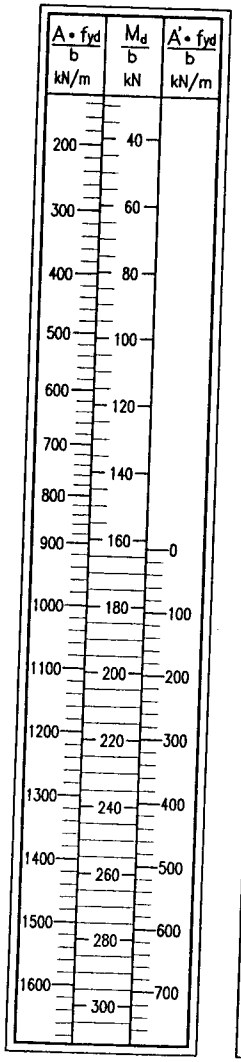
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

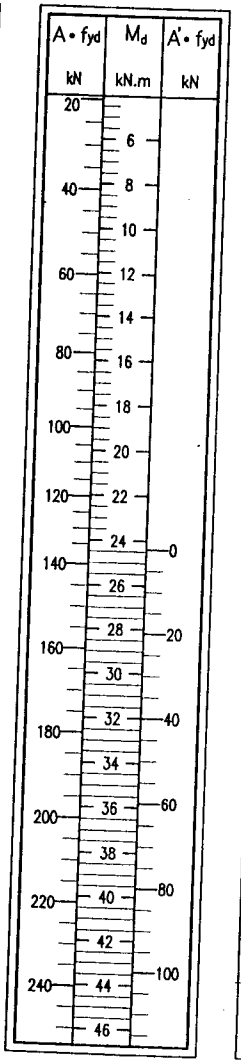
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA–20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 20 N/mm²
h=0,25 m

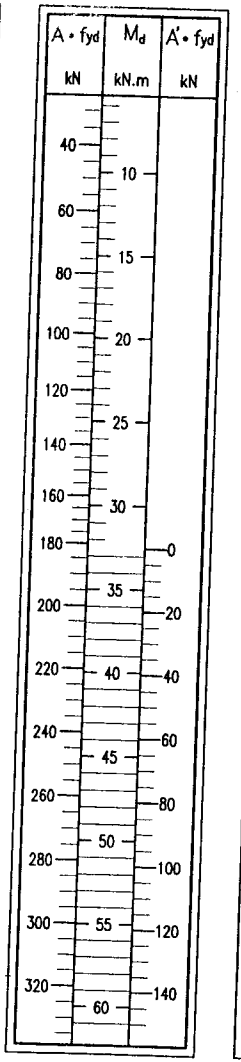


b=0.15 m

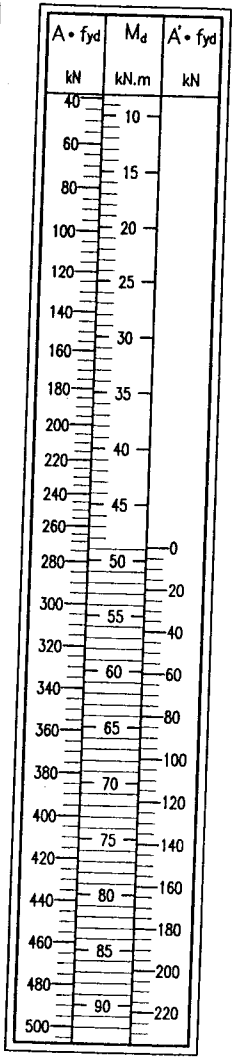




b=0.20 m



b=0.30 m

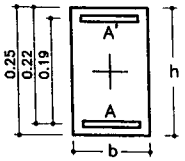


SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

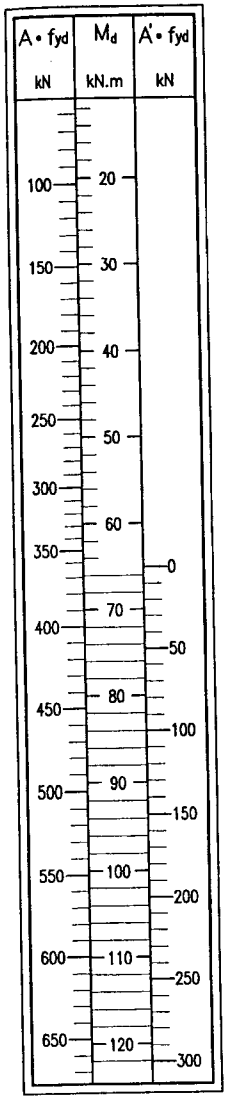
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

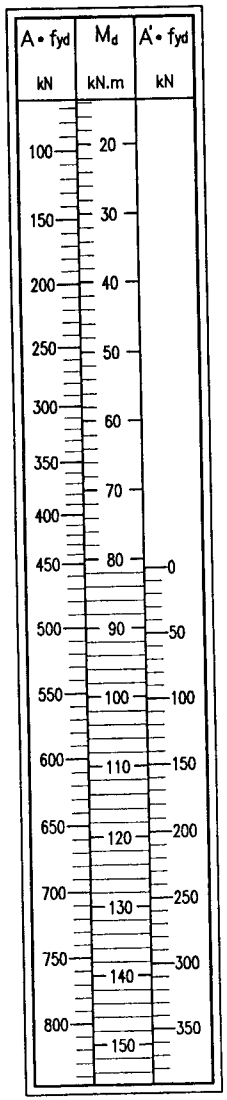
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA–20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 20 N/mm²
h=0,25 m



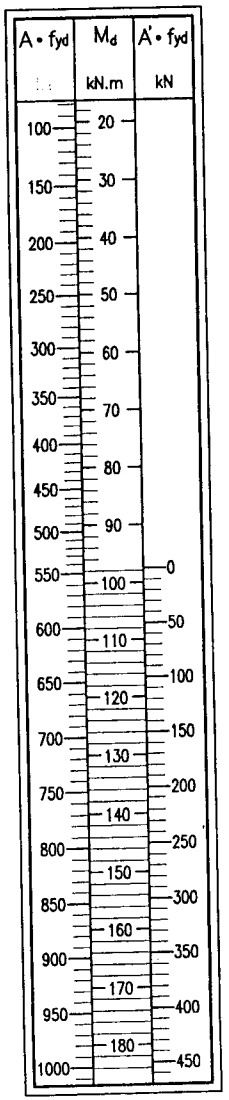
b=0.40 m



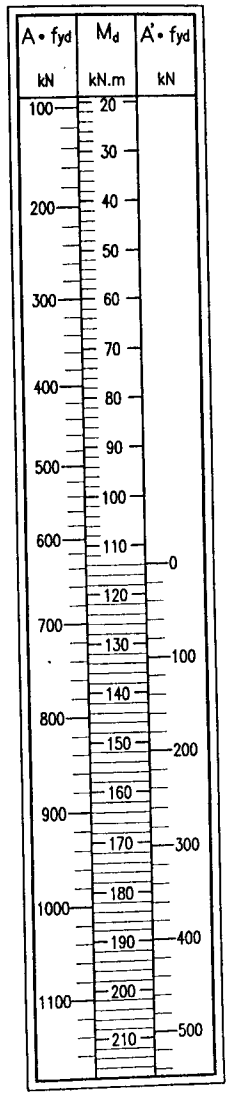
b=0.50 m



b=0.60 m



b=0.70 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

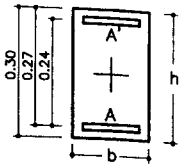
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

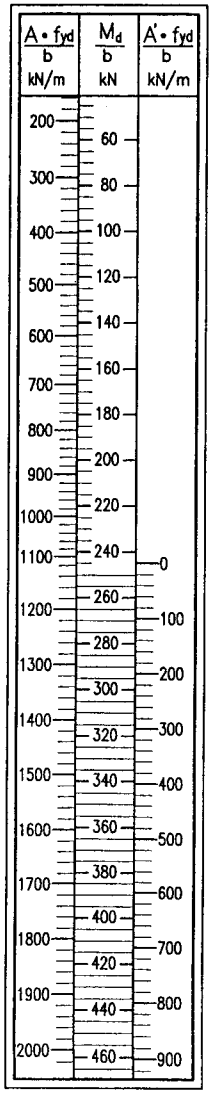
γ_c=1,5

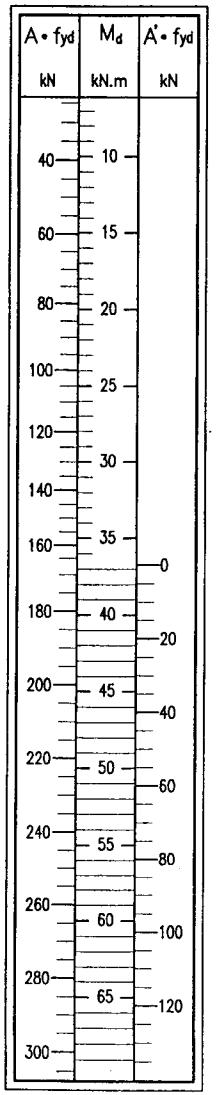
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 20 N/mm²

h=0,30 m

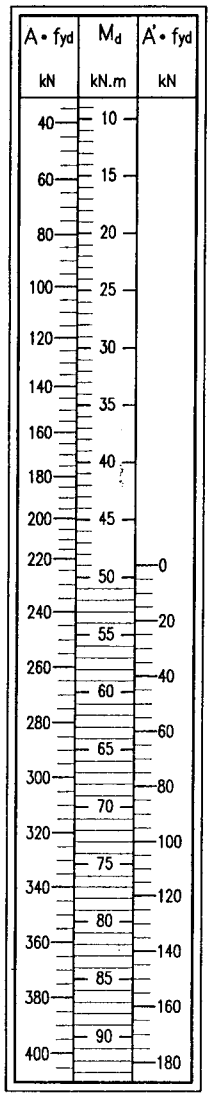


b=0.15 m

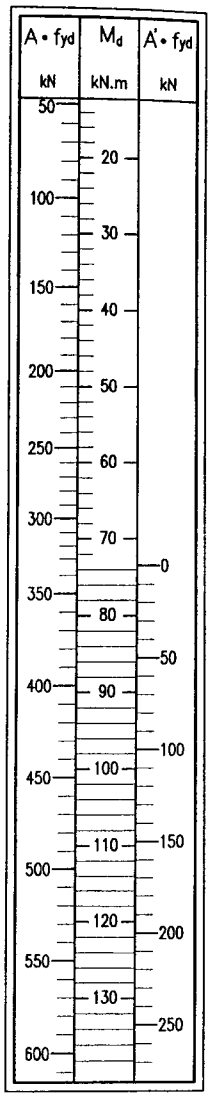




b=0.20 m



b=0.30 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

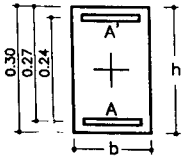
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

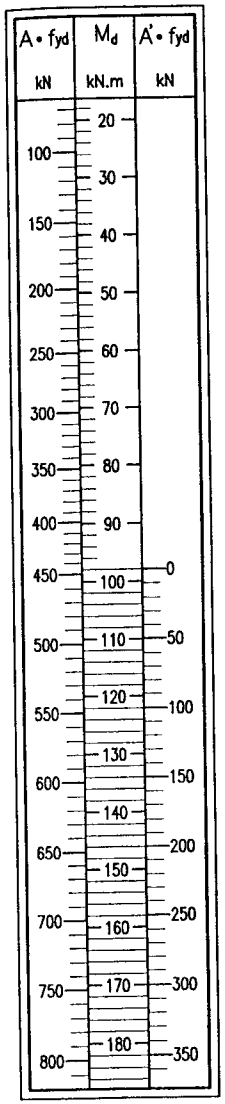
γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 20 N/mm²

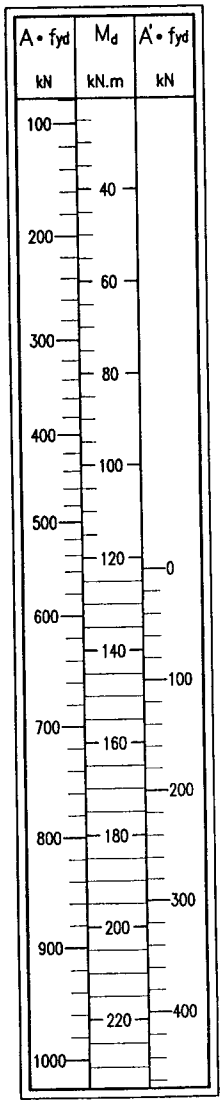
h=0,30 m



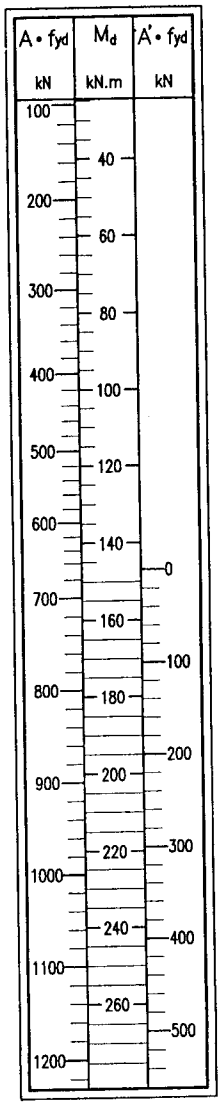
b=0.40 m



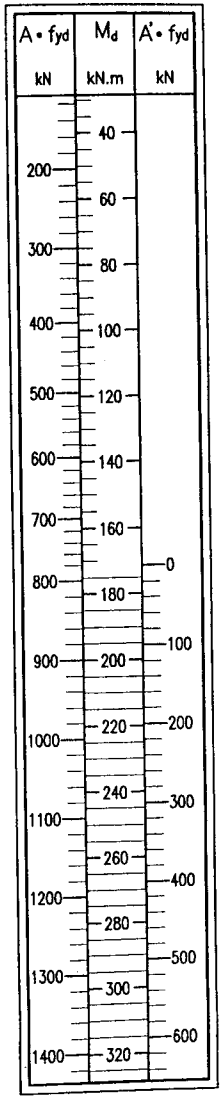
b=0.50 m



b=0.60 m



b=0.70 m

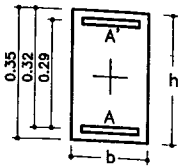


SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

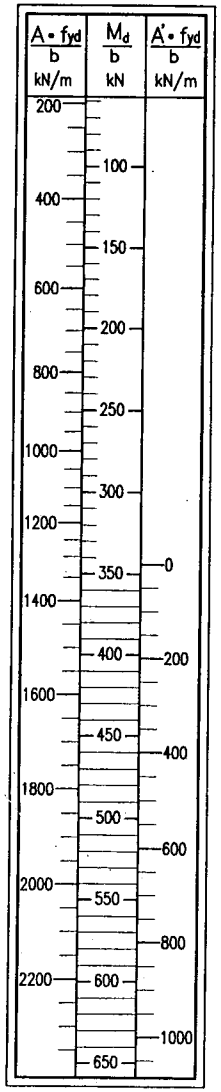
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

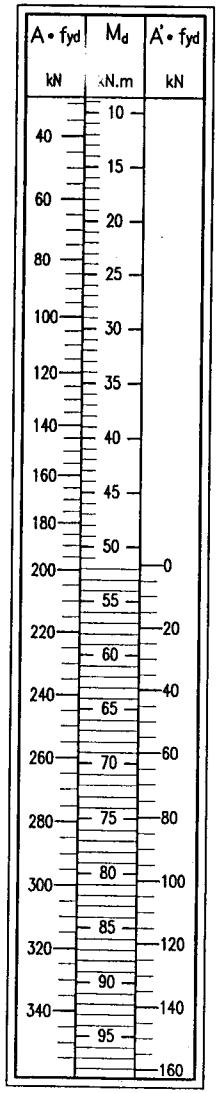
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 20 N/mm²
h=0,35 m

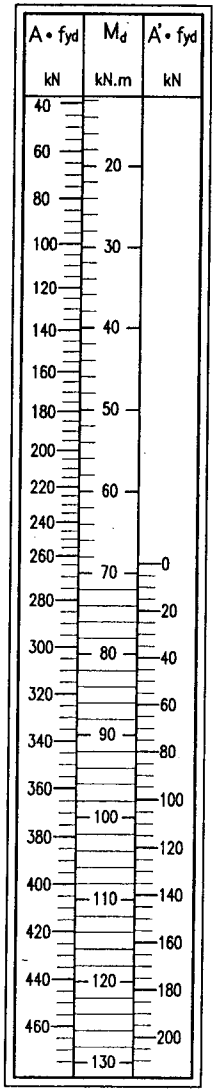


b=0.15 m

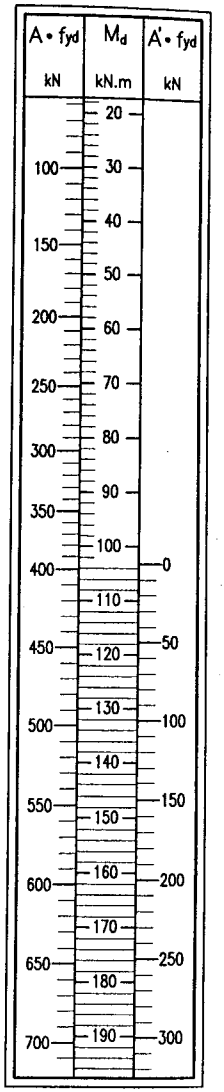




b=0.20 m



b=0.30 m

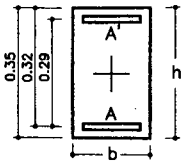


SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

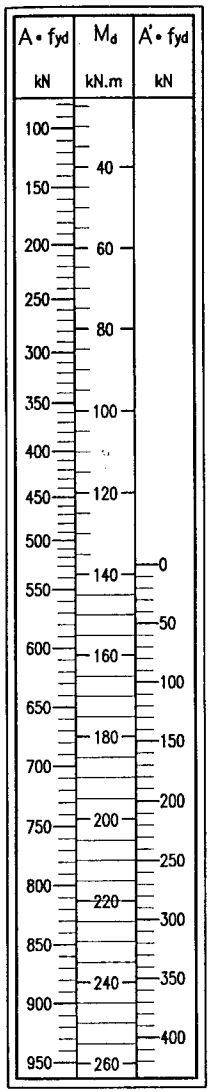
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

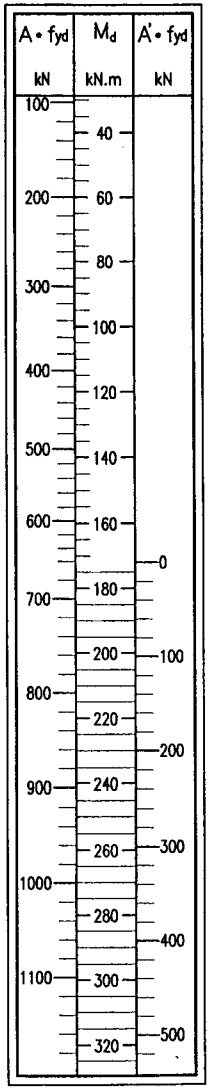
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 20 N/mm²
h=0,35 m



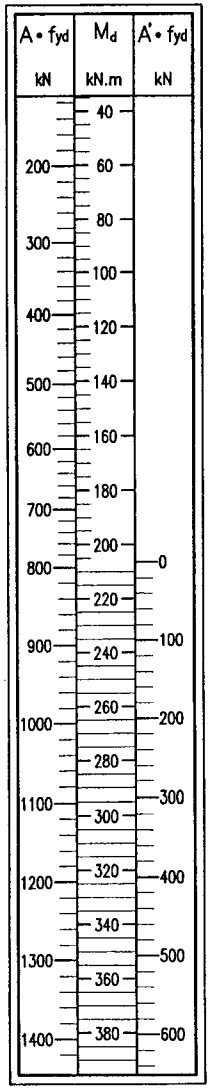
b=0.40 m



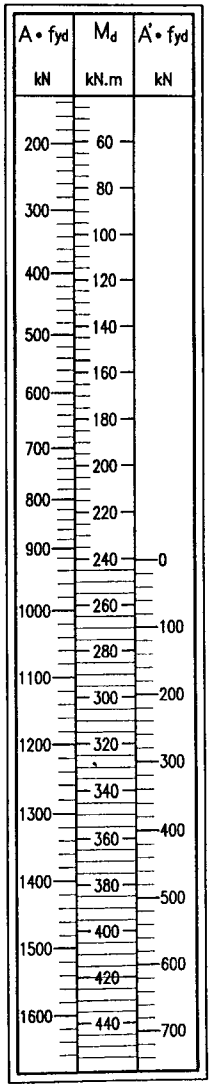
b=0.50 m



b=0.60 m



b=0.70 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

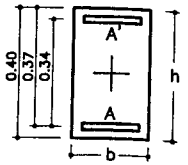
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

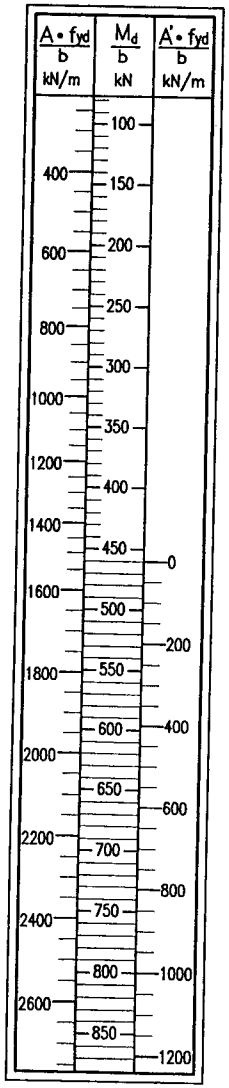
γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{cd} = 20 N/mm²

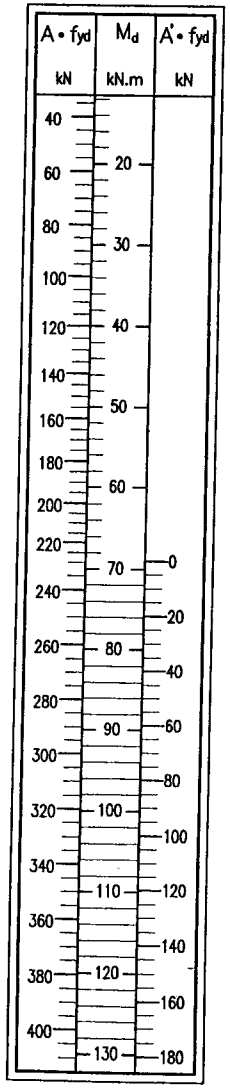
h=0,40 m



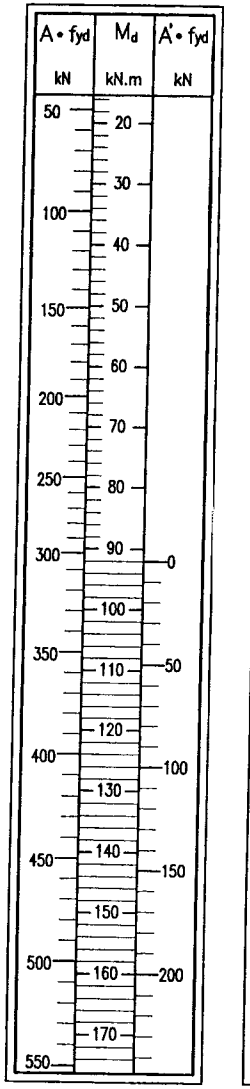
b=0.15 m



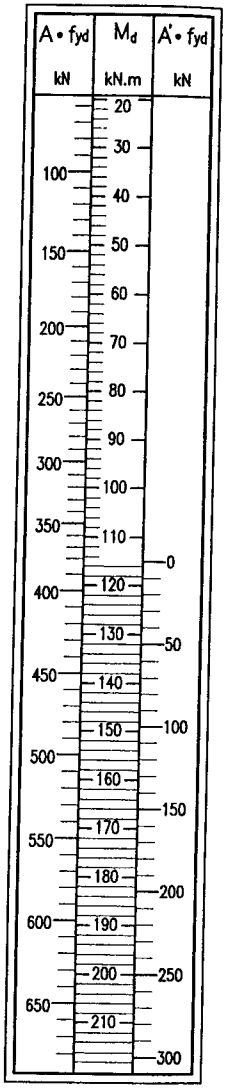
b=0.20 m



b=0.25 m



b=0.25 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

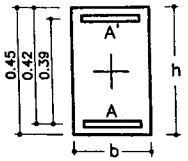
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

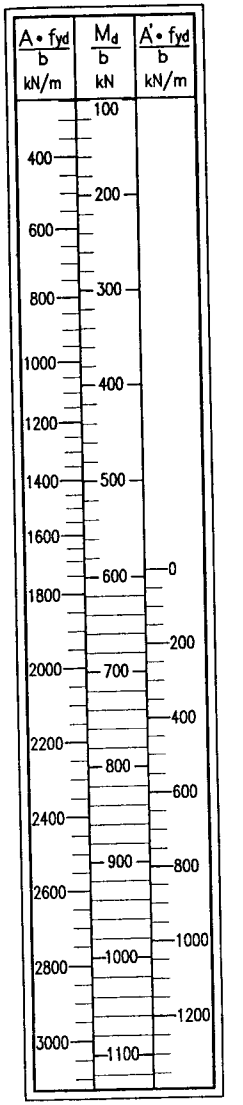
γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{cd} = 20 N/mm²

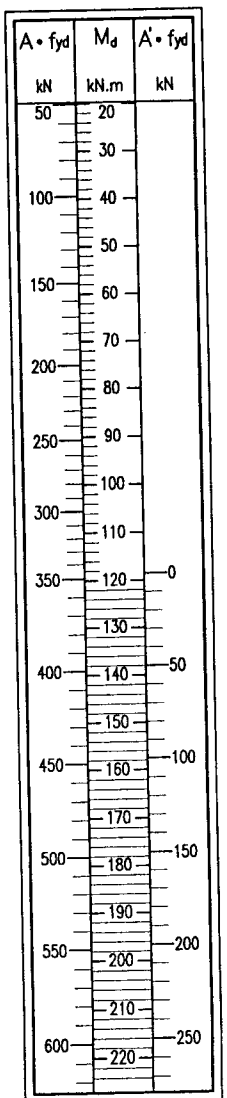
h=0,45 m



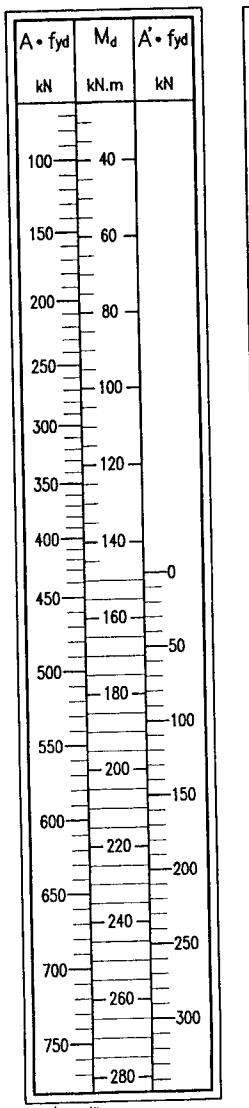
b=0.20 m



b=0.25 m



b=0.30 m



AA672

SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

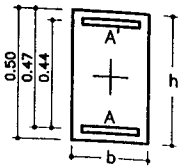
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

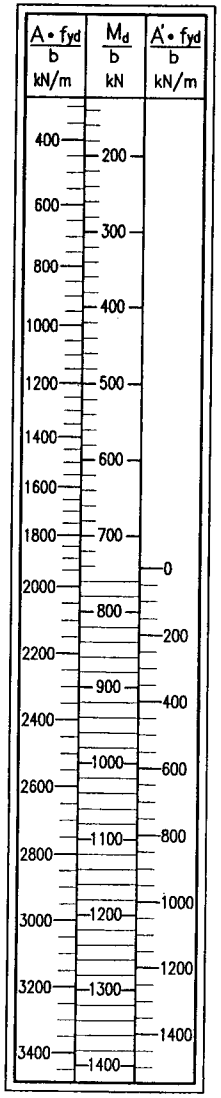
$\gamma_c = 1{,}5$

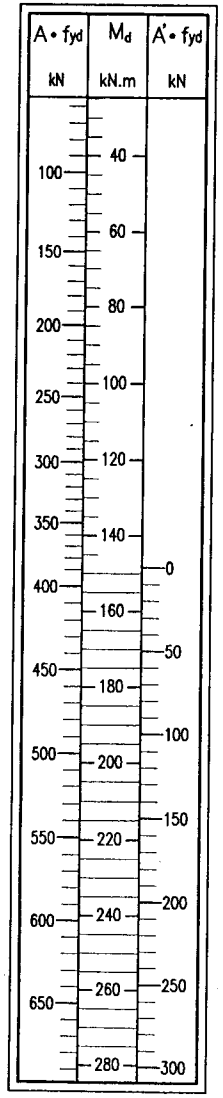
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
$f_{ck} = 20$ N/mm²

h=0,50 m

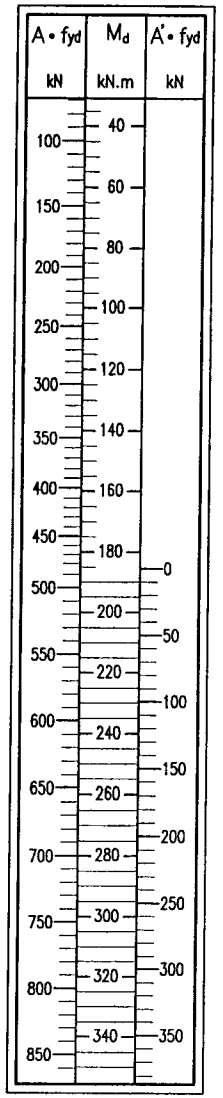


b=0.20 m

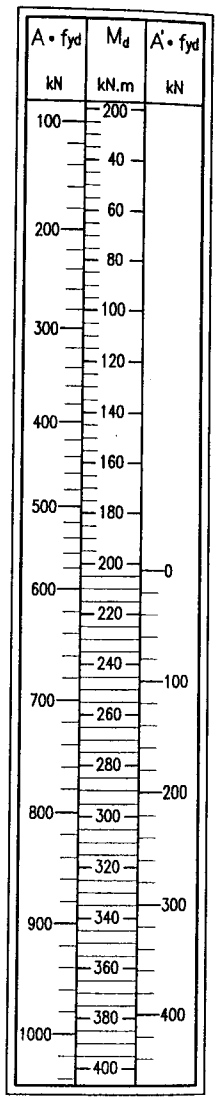




b=0.25 m



b=0.30 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

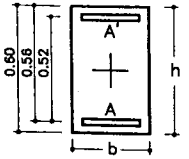
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

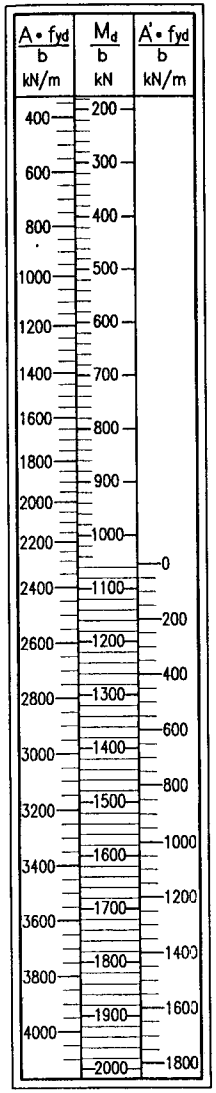
$\gamma_c = 1{,}5$

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
$f_{ck} = 20$ N/mm²

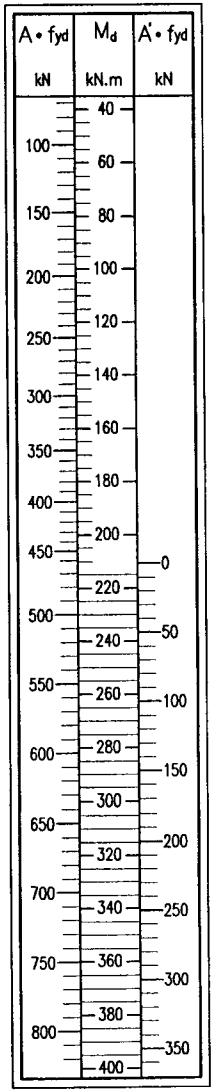
h=0,60 m



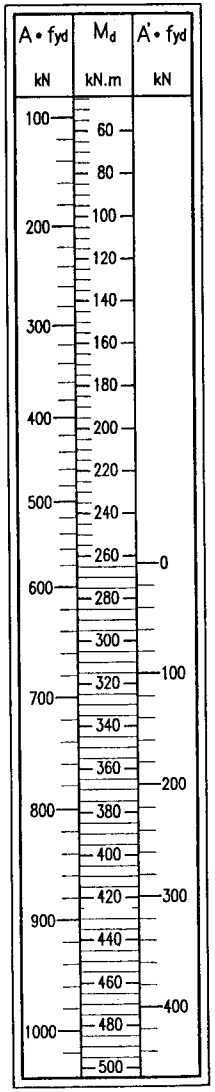
b=0.20 m

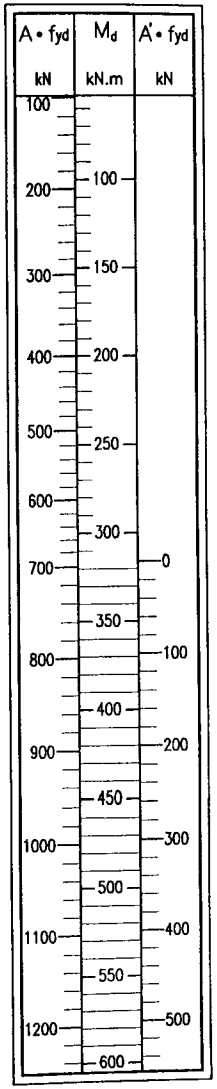


b=0.25 m



b=0.30 m





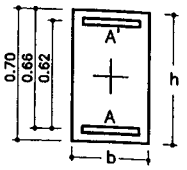
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

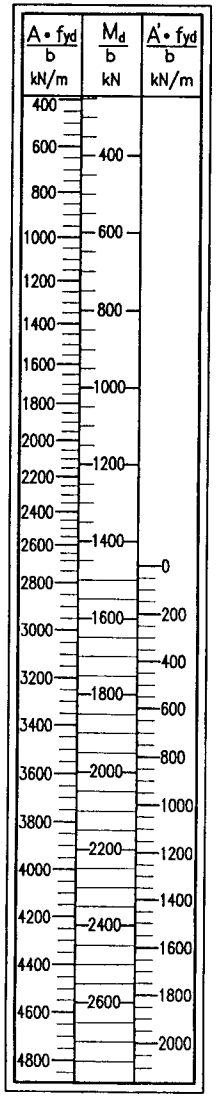
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 20 N/mm²

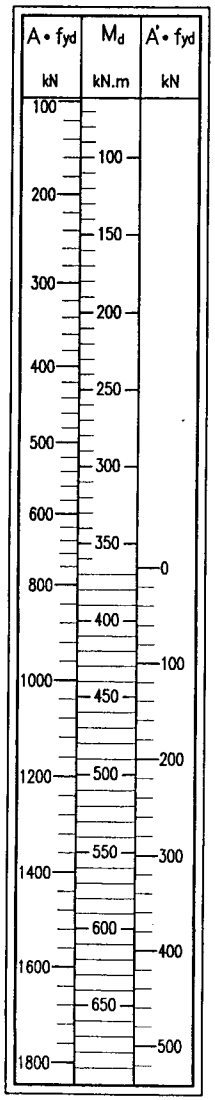
h=0,70 m



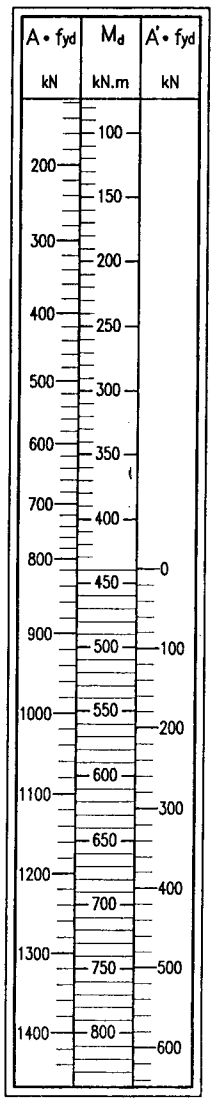
b=0.25 m



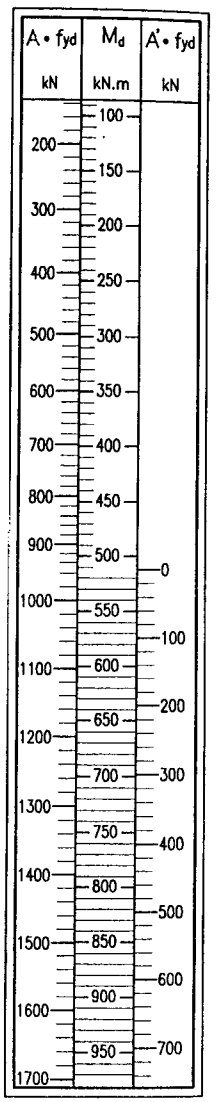
b=0.30 m



b=0.35 m



b=0.40 m



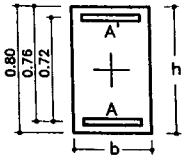
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

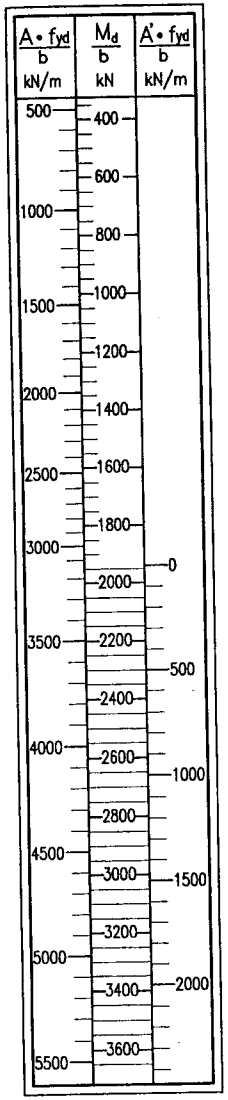
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 20 N/mm²

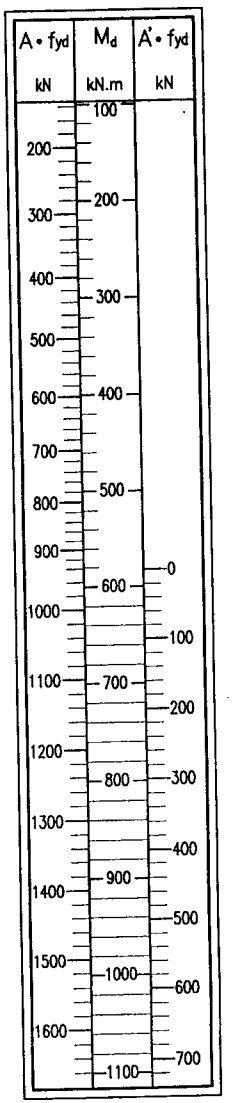
h=0,80 m



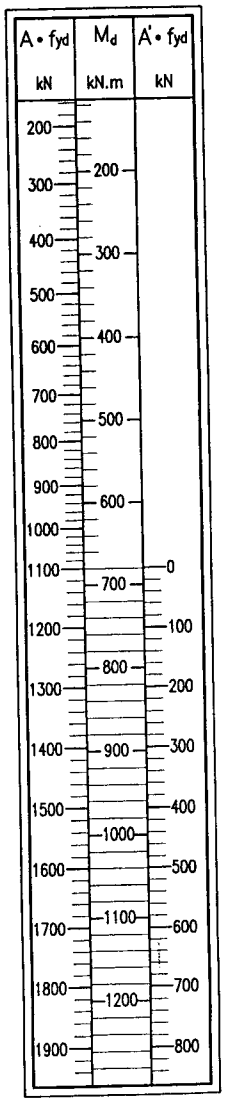
b=0.30 m



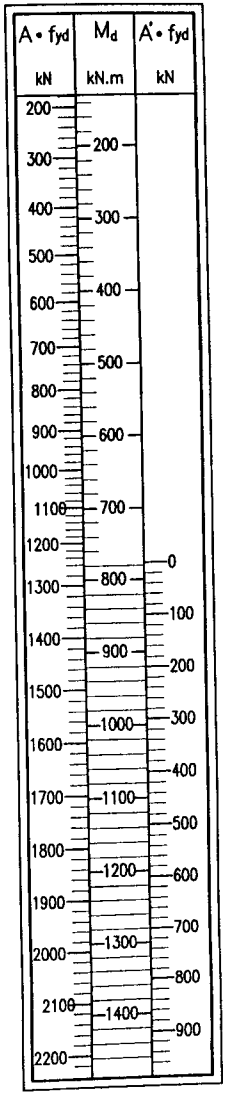
b=0.35 m



b=0.40 m



b=0.45 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

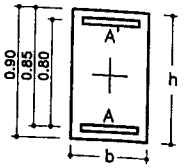
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

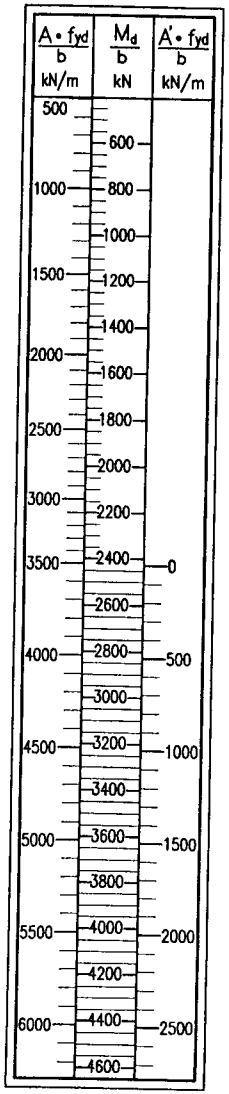
γ_c=1,5

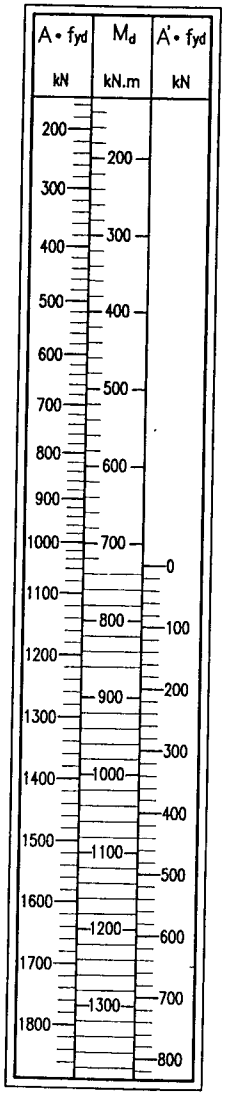
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 20 N/mm²

h=0,90 m

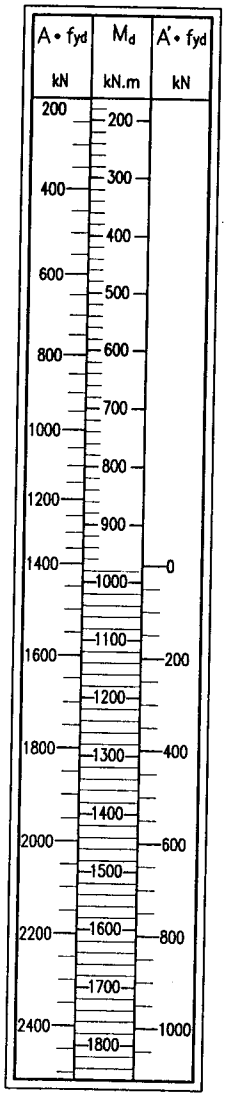


b=0.30 m

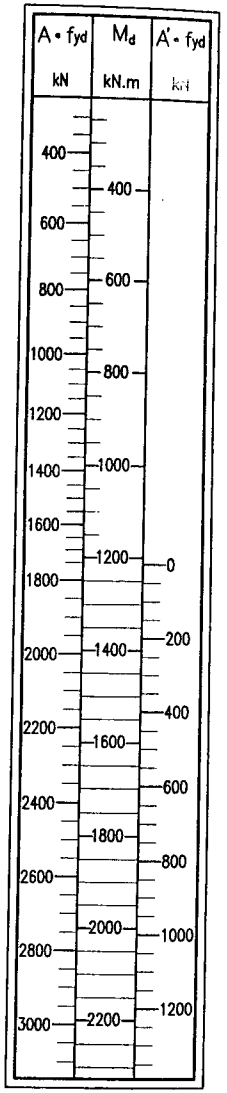




b=0.40 m



b=0.50 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

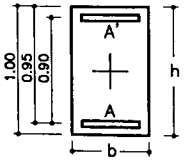
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

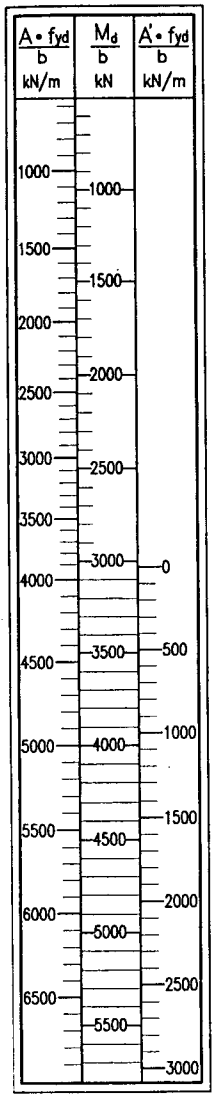
γ_c=1,5

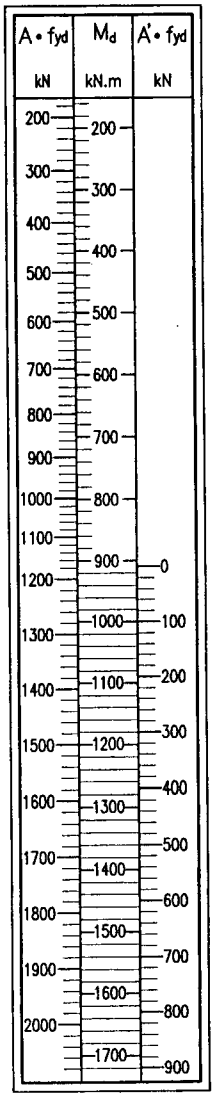
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-20
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 20 N/mm²

h=1,00 m

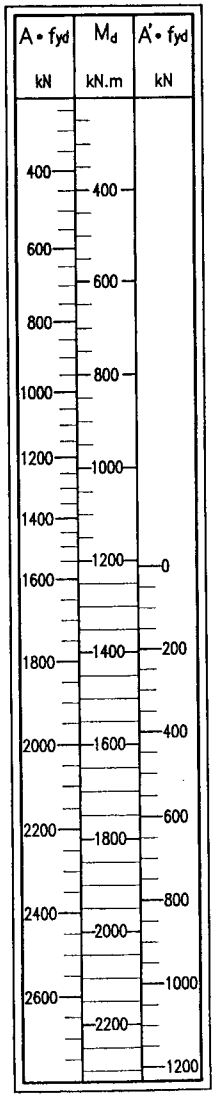


b=0.30 m

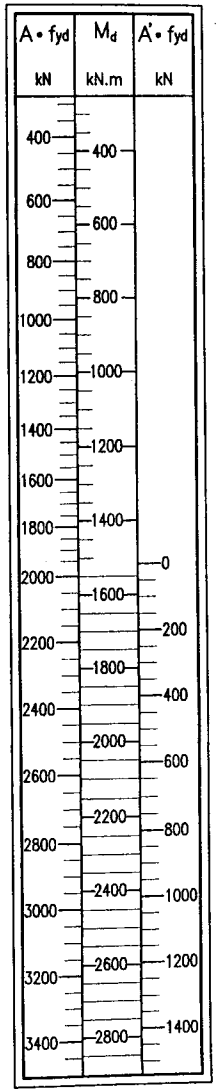




b=0.40 m



b=0.50 m



DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA EL CÁLCULO DE SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

ARMADURAS SIMÉTRICAS

Resistencia característica del hormigón

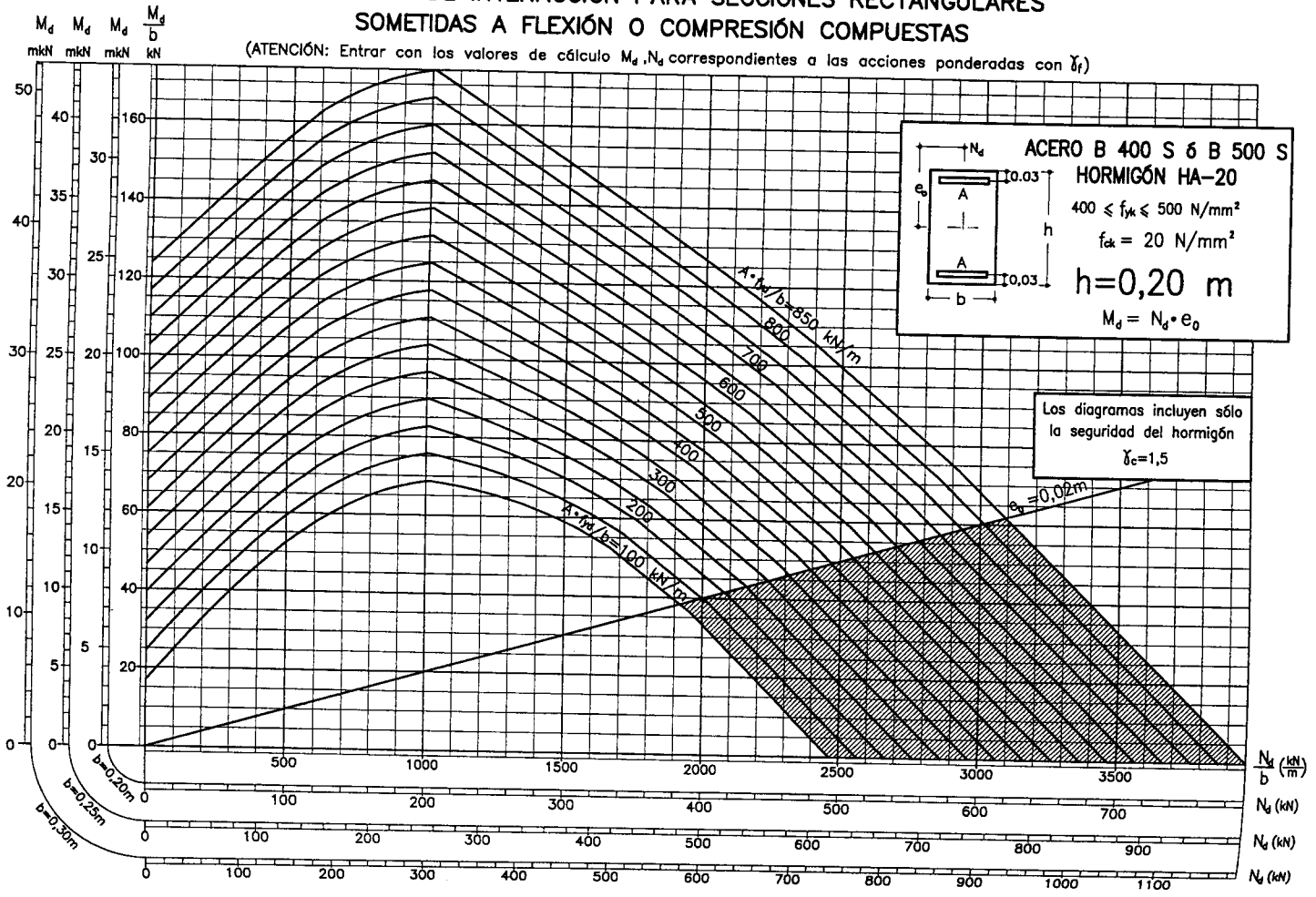
$f_{ck} = 20$ N/mm²
($f_{ck} = 200$ kp/cm²)

Aceros de dureza natural

$400 \leq f_{yk} \leq 500$ N/mm²
($4.000 \leq f_{yk} \leq 5.100$ kp/cm²)

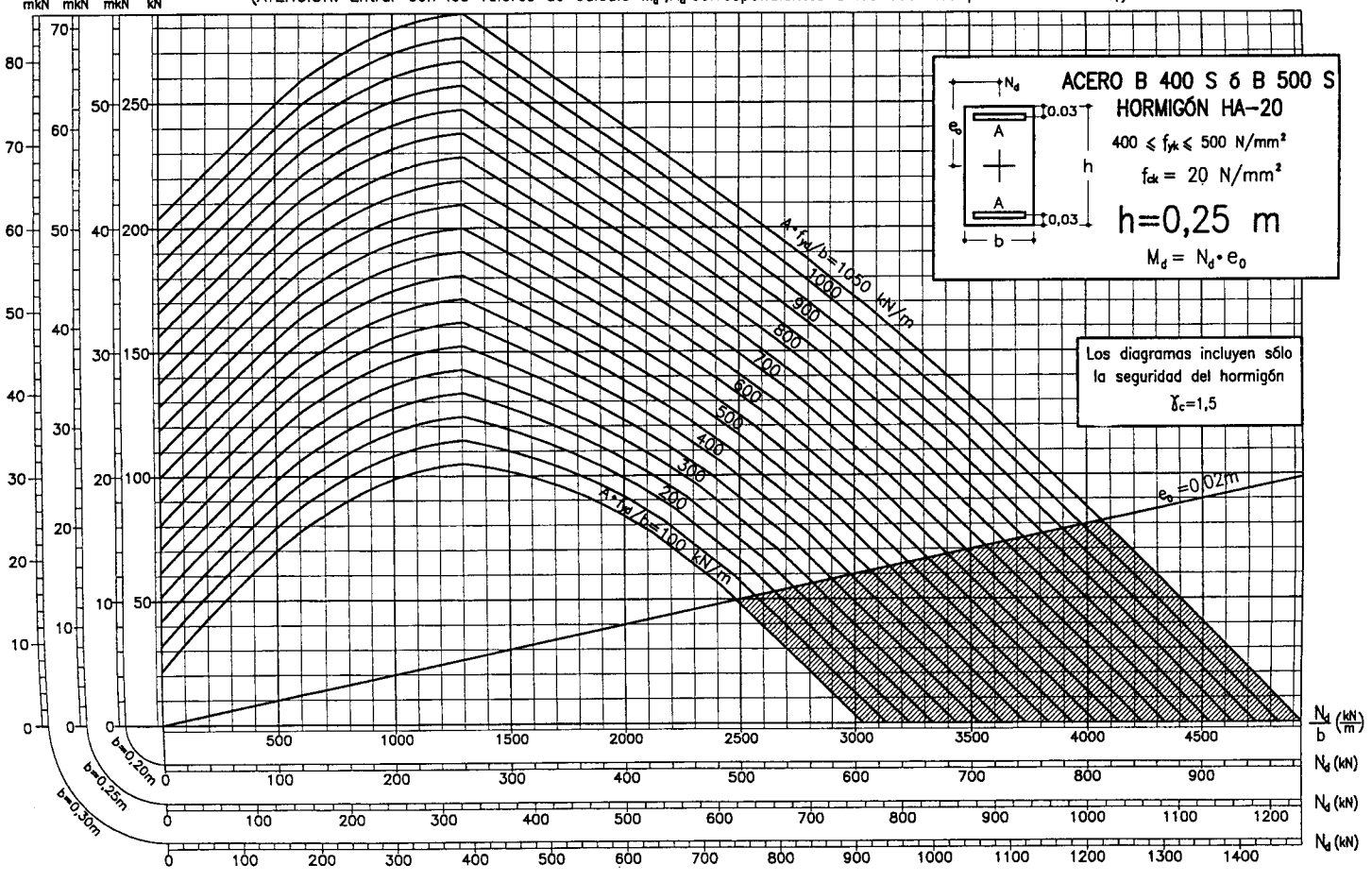
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



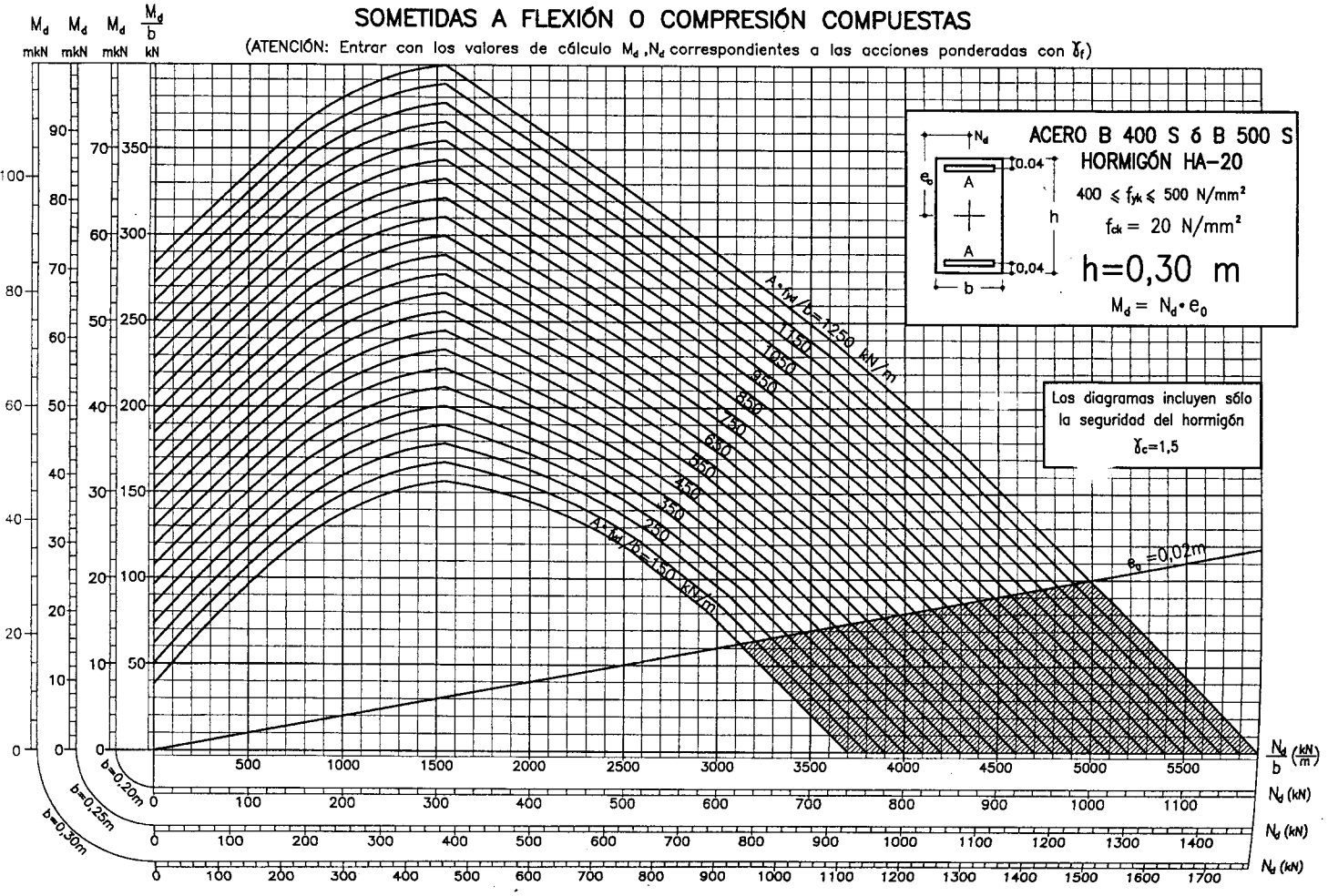
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



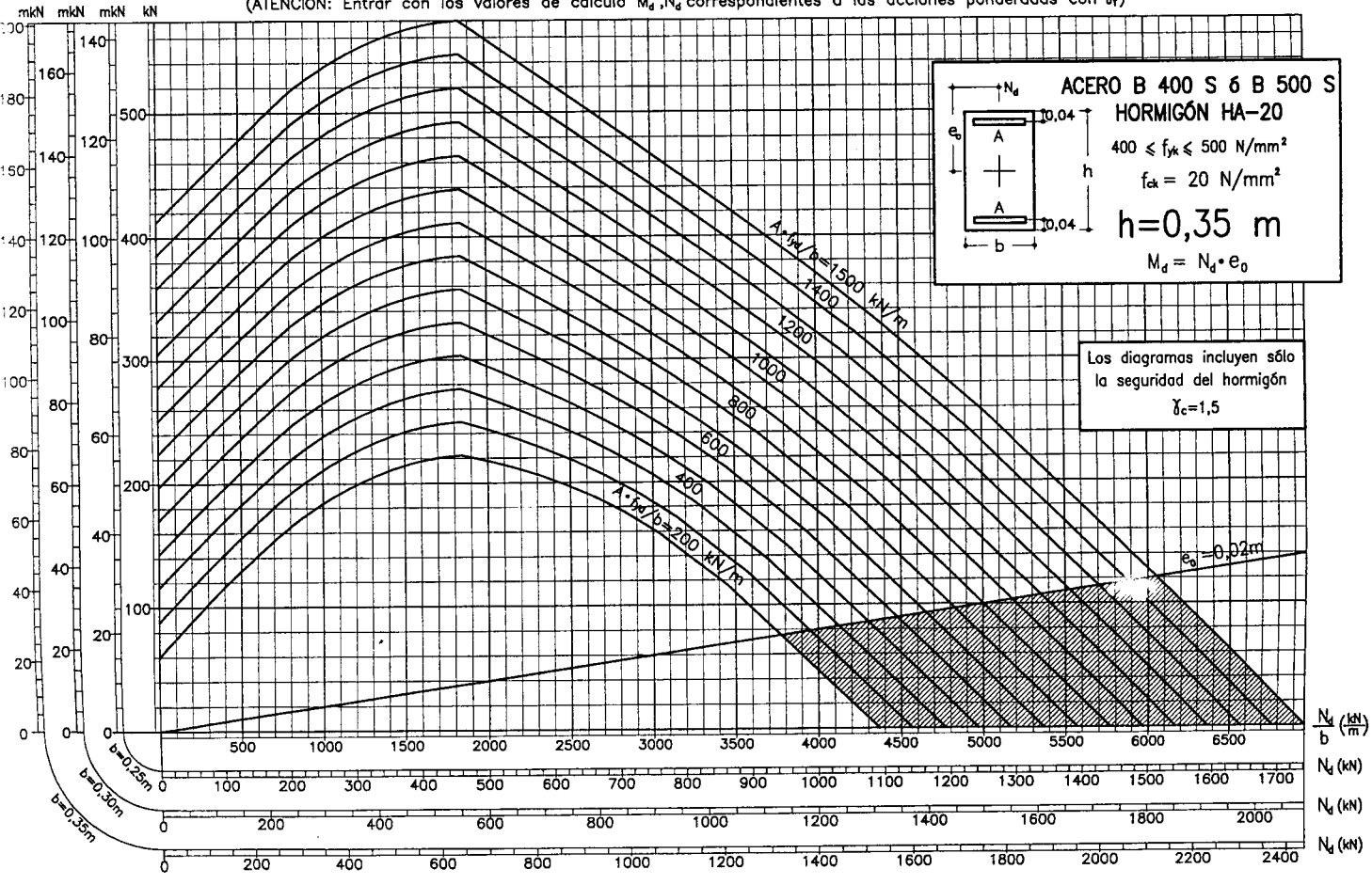
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d ,N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



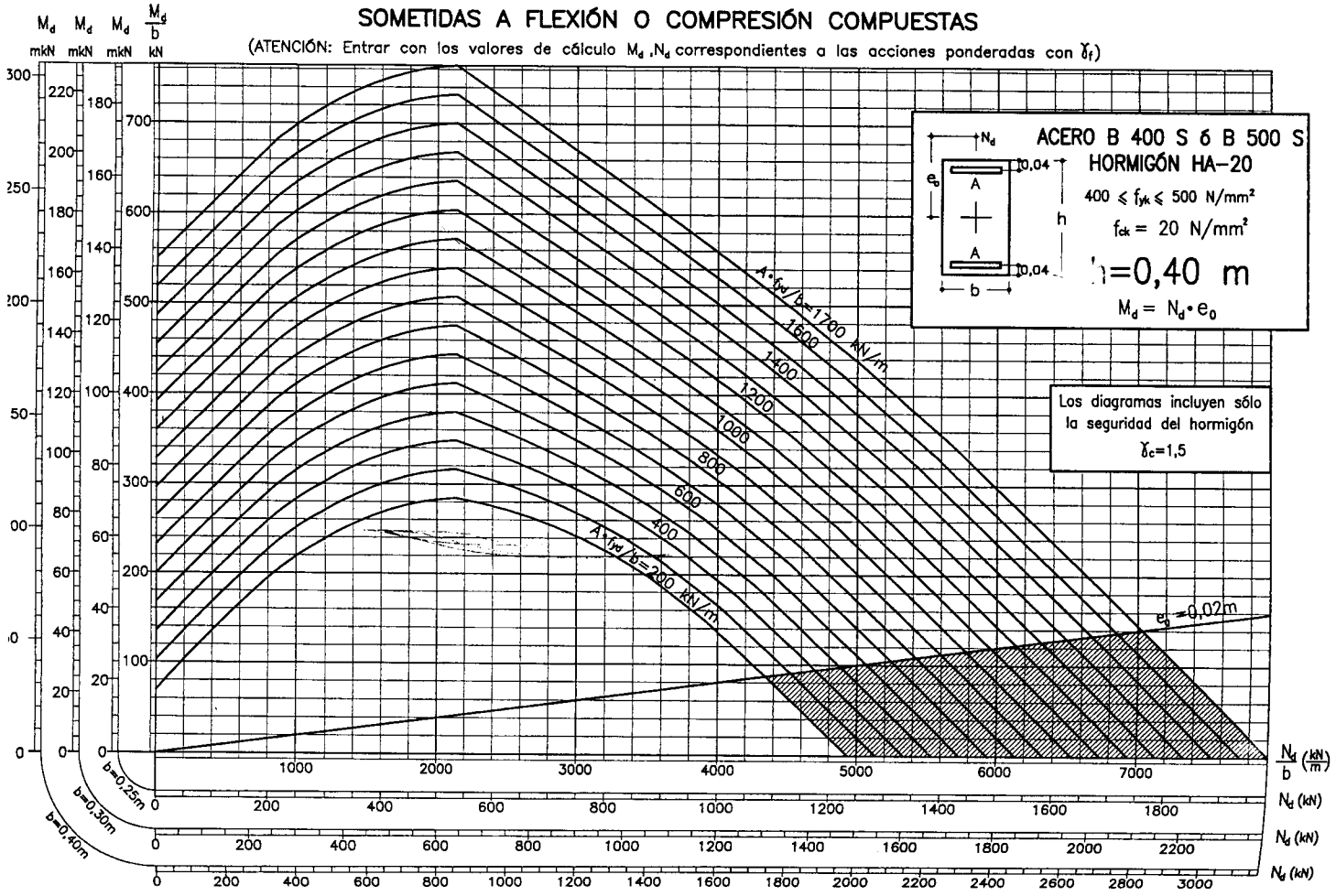
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d ,N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



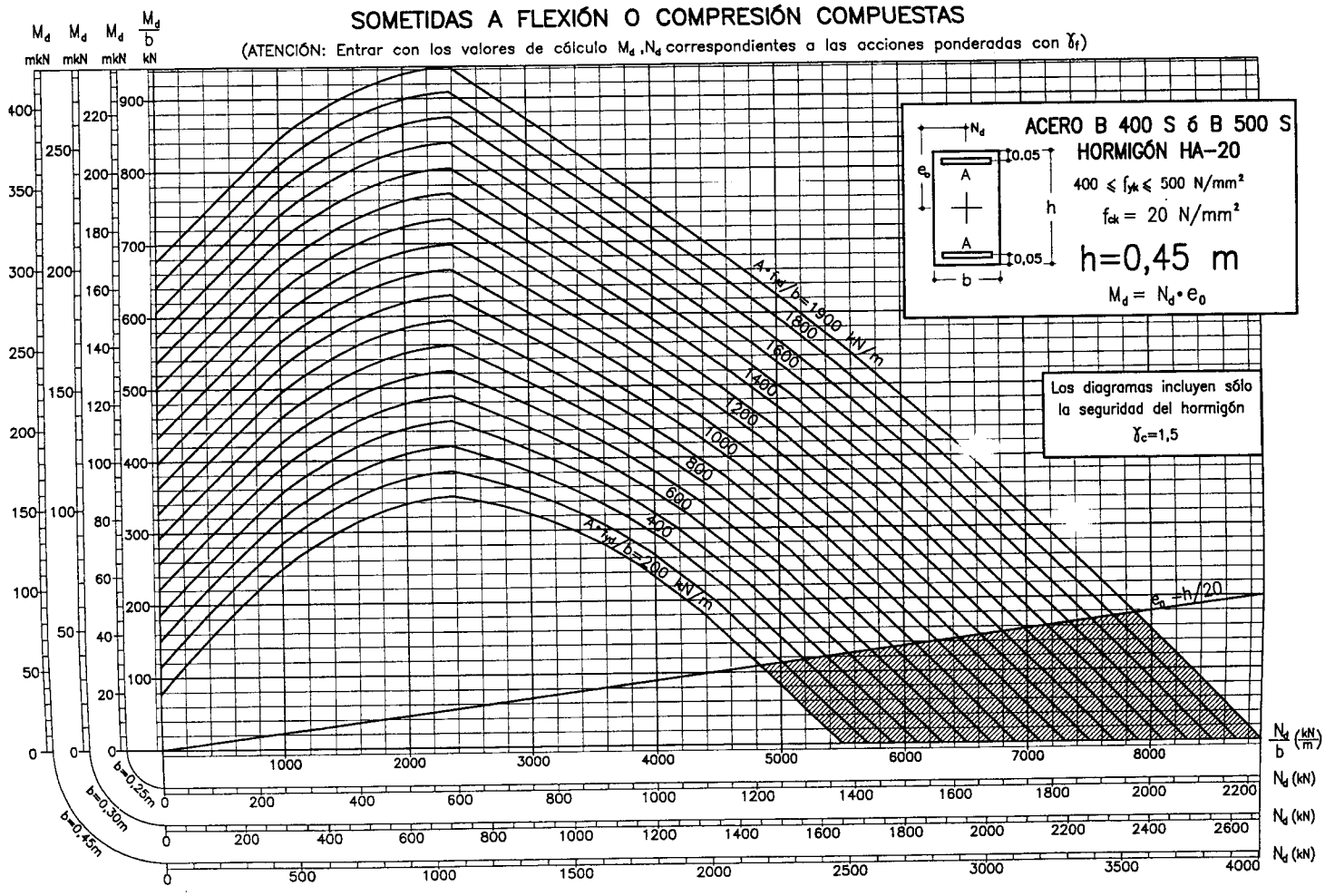
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d , N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



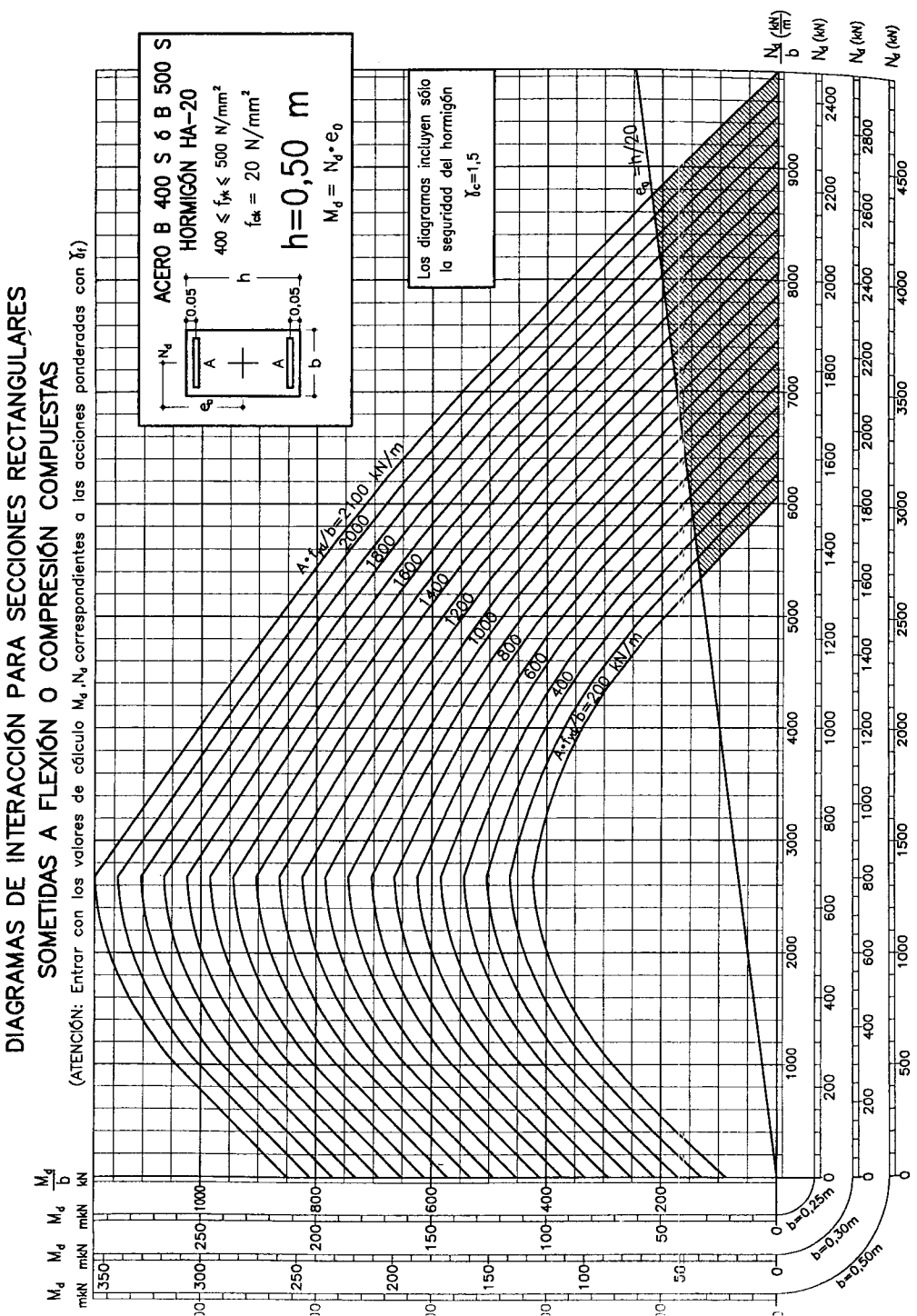
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d , N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



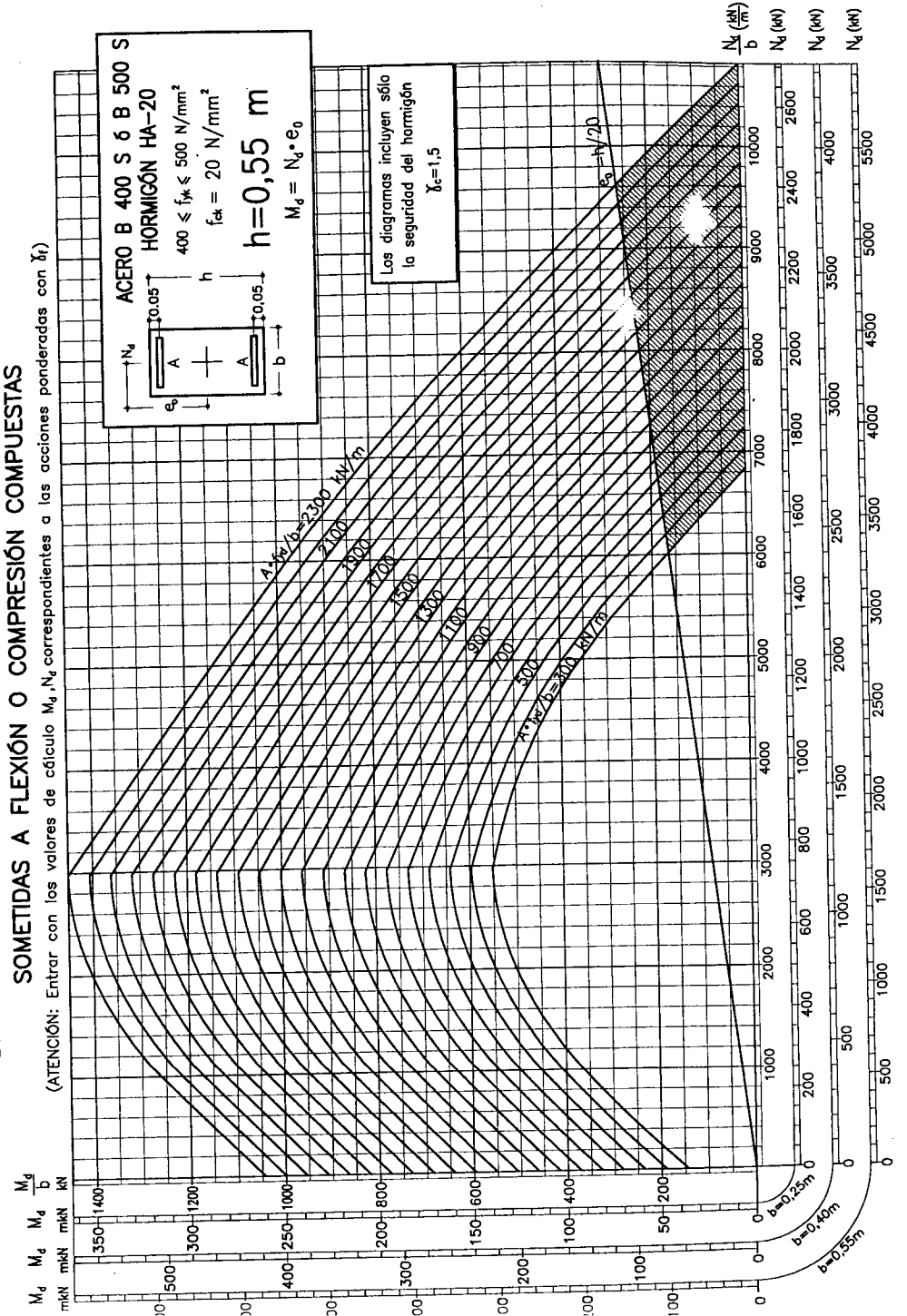
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



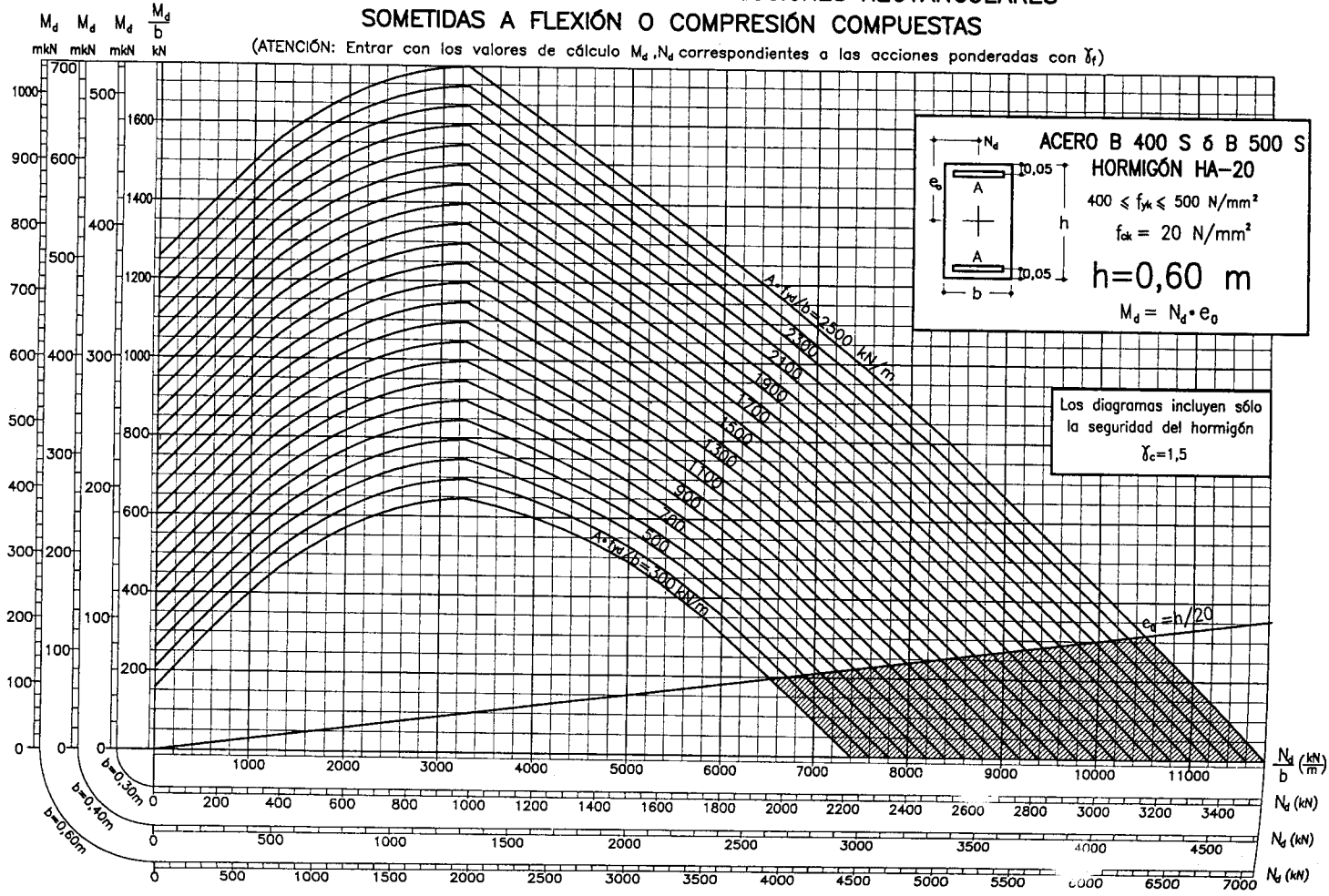
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



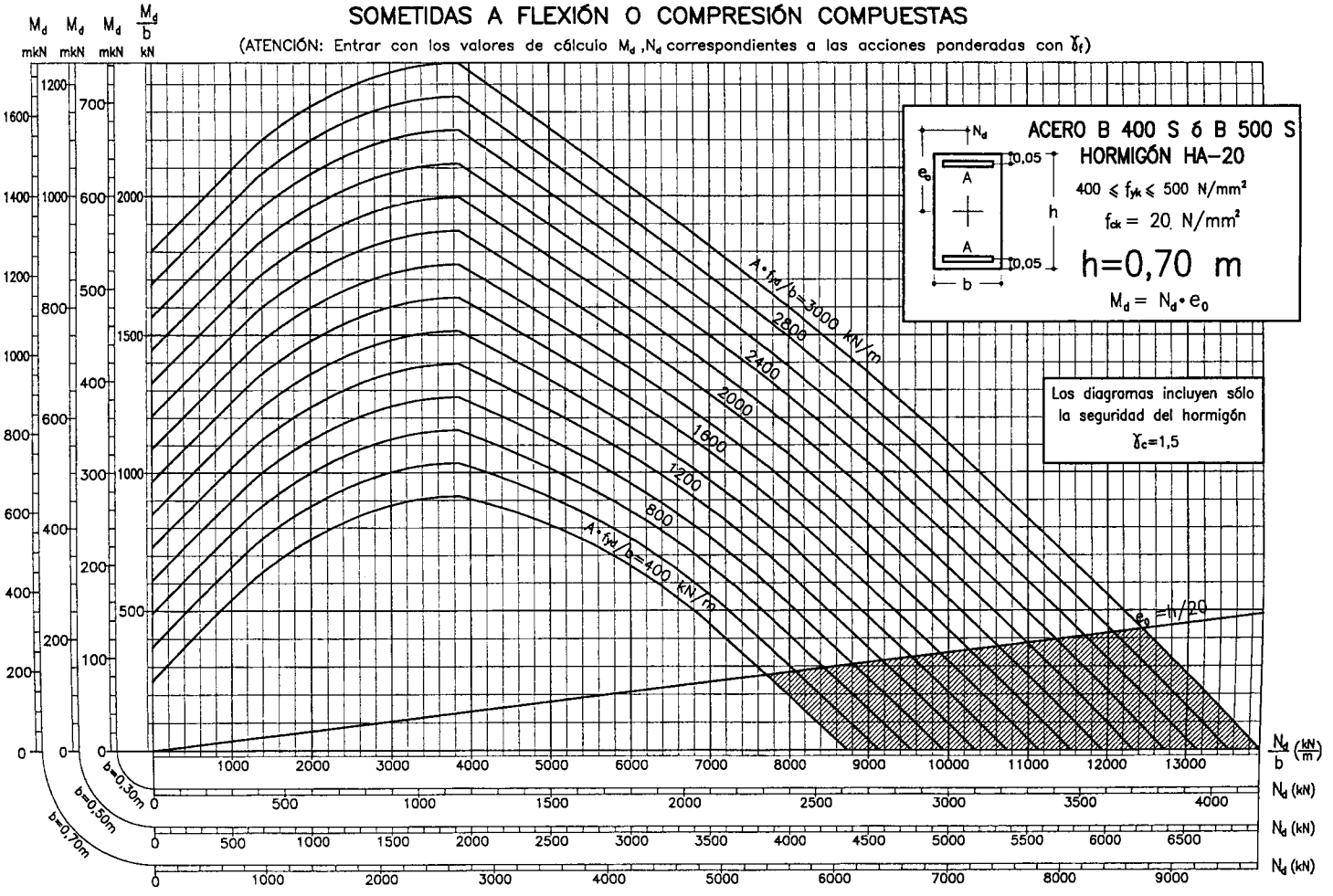
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



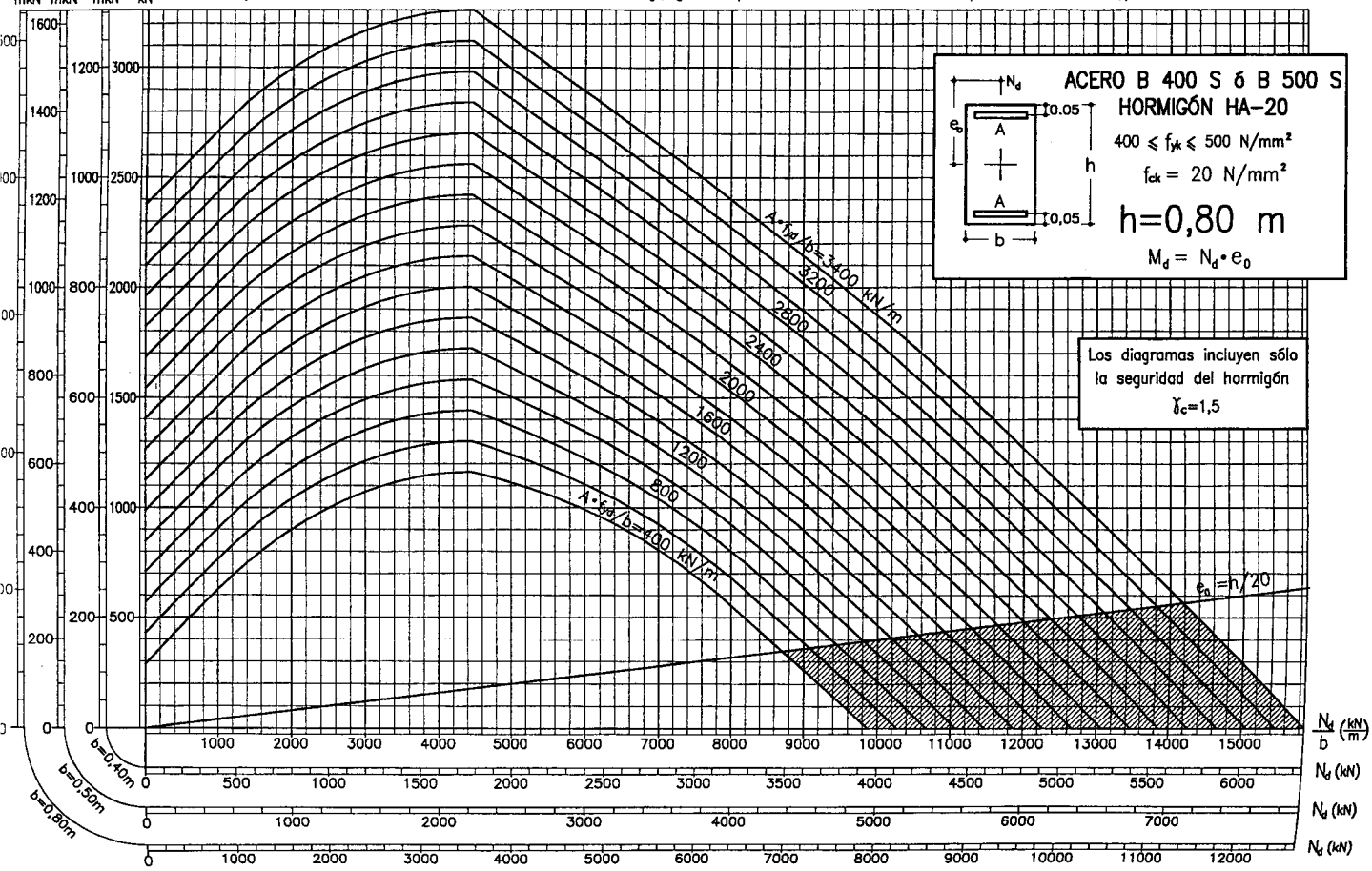
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



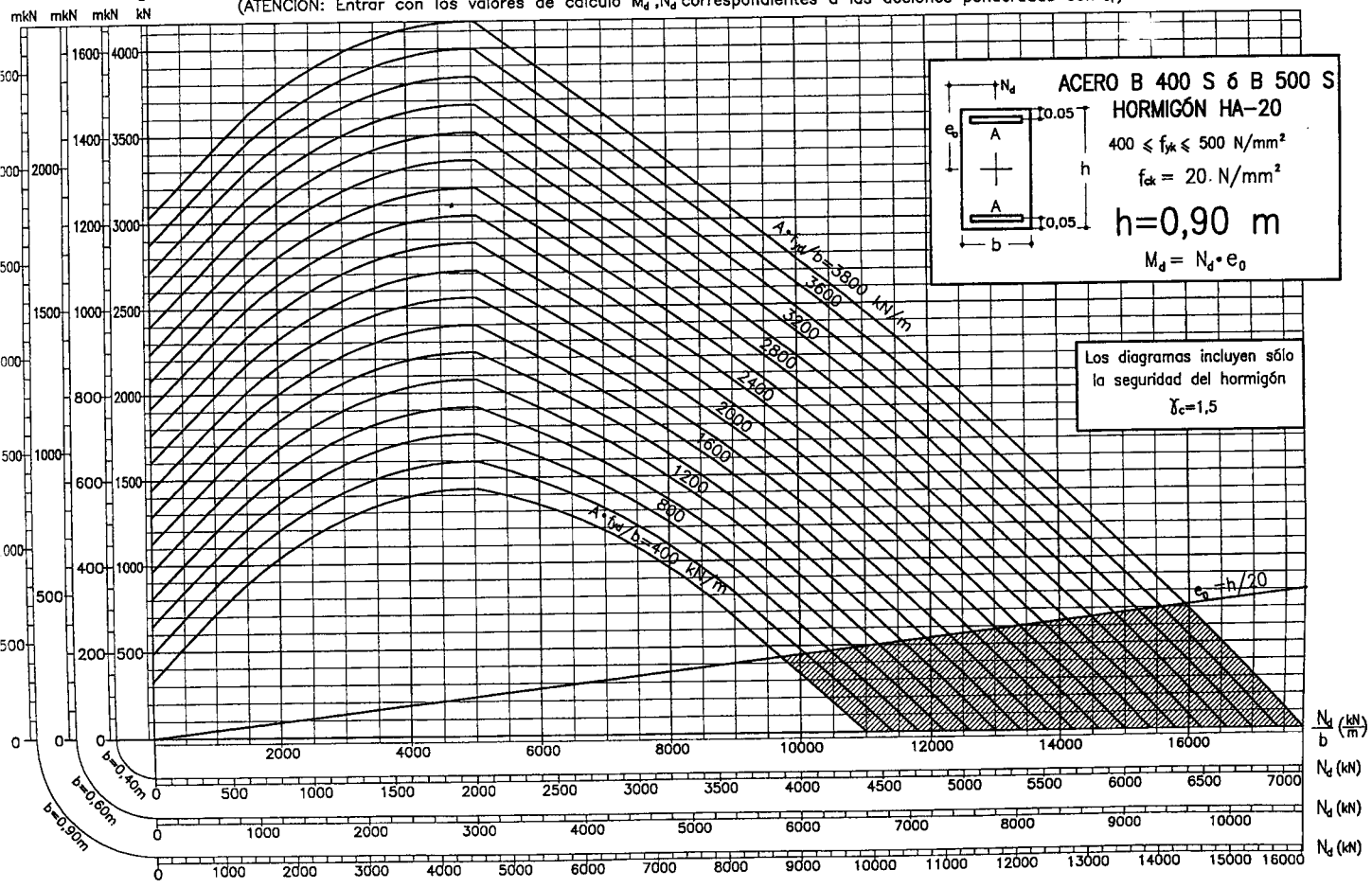
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

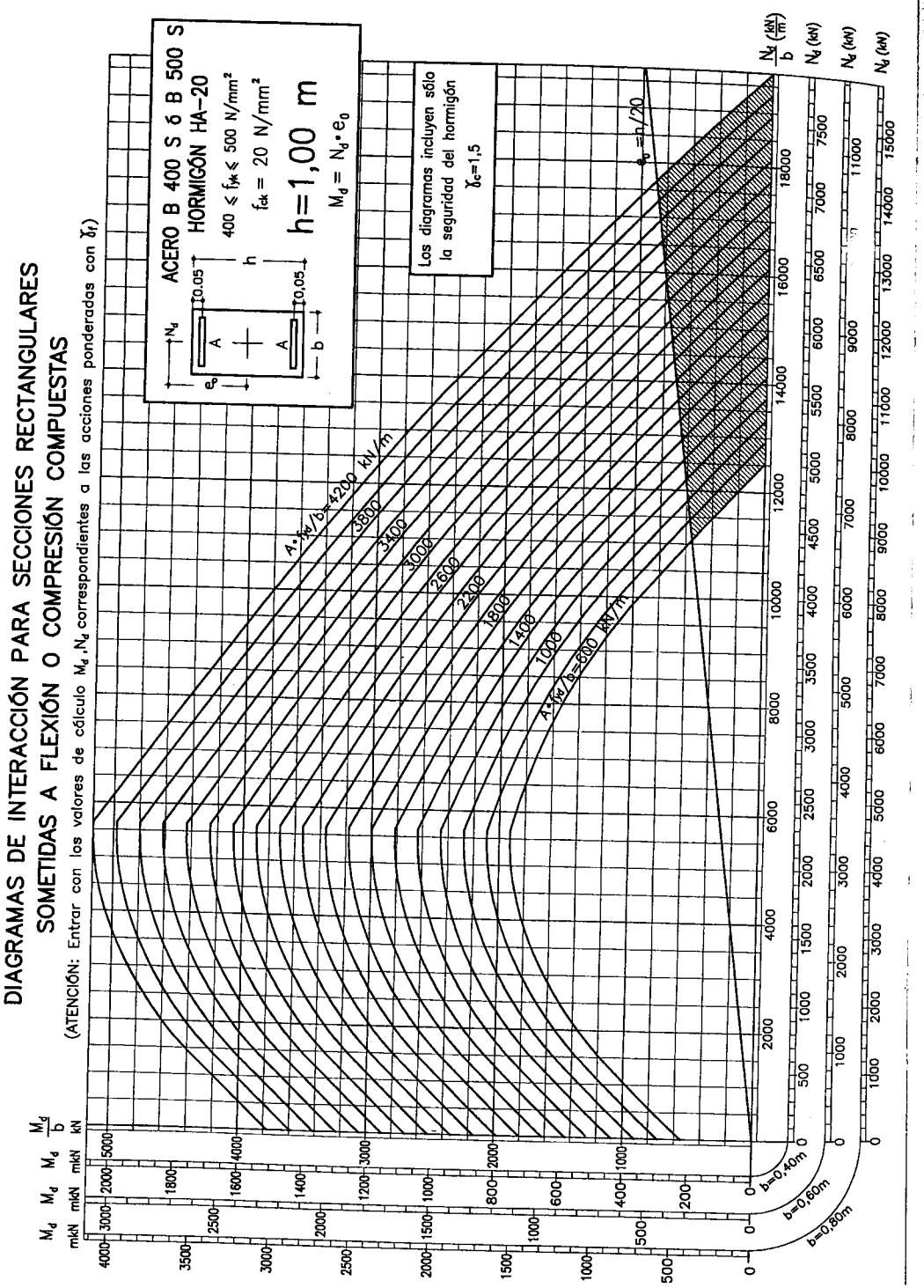
(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d , N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d , N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)





ÁBACO PARA EL CÁLCULO DE LOSAS ARMADAS EN UNA SOLA DIRECCIÓN

Resistencia característica del hormigón

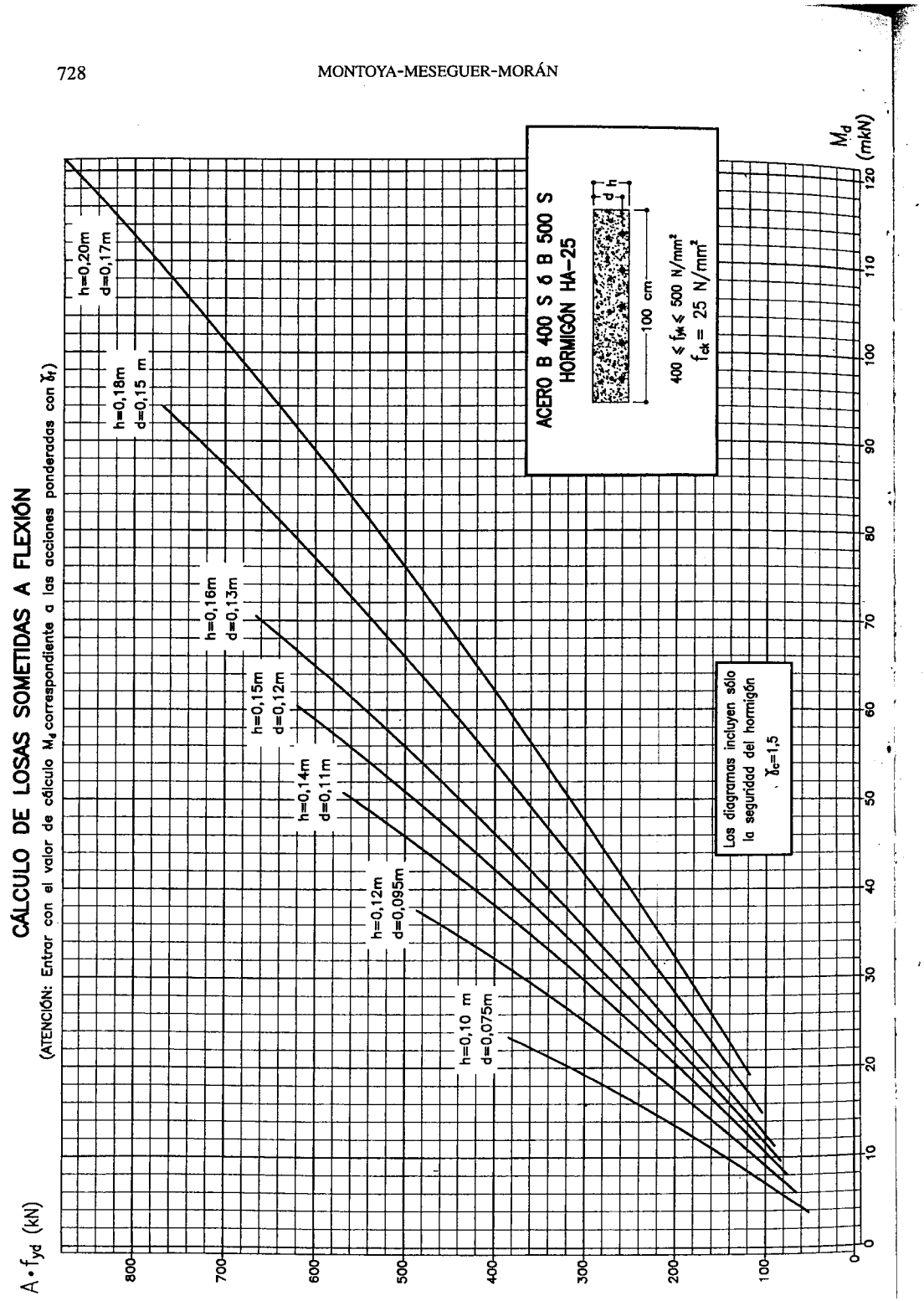
f_{ck} = 25 N/mm²

(f_{ck} = 250 kp/cm²)

Aceros de dureza natural

$400 \leq f_{yk} \leq 500$ N/mm²

($4.000 \leq f_{yk} \leq 5.100$ kp/cm²)



ESCALAS FUNCIONALES PARA EL CÁLCULO DE SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA

Resistencia característica del hormigón

$f_{ck} = 25$ N/mm²

($f_{ck} = 250$ kp/cm²)

Aceros de dureza natural

$400 \leq f_{yk} \leq 500$ N/mm²

($4.000 \leq f_{yk} \leq 5.100$ kp/cm²)

HA - 25

SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

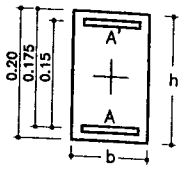
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

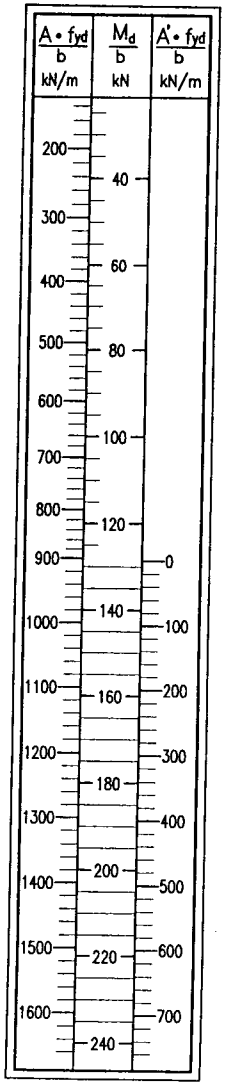
γ_c=1,5

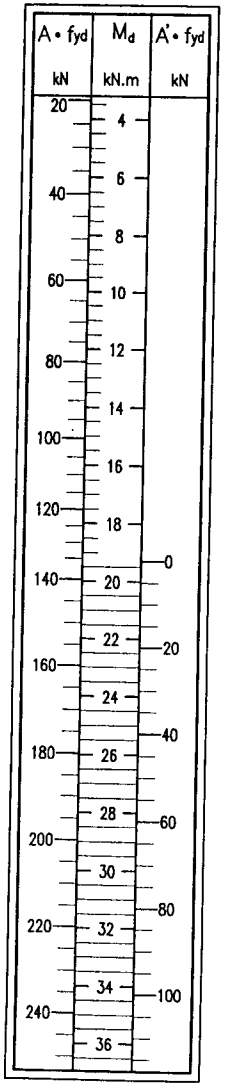
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 25 N/mm²

h=0,20 m

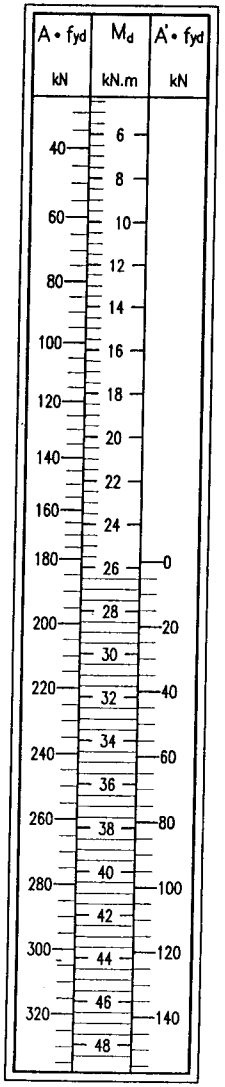


b=0.15 m

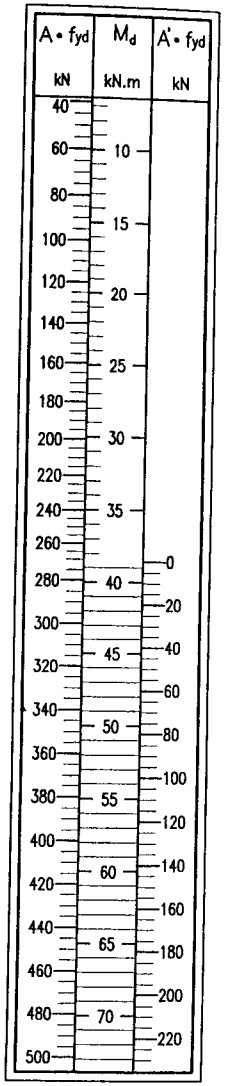




b=0.20 m



b=0.30 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

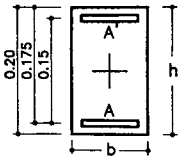
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

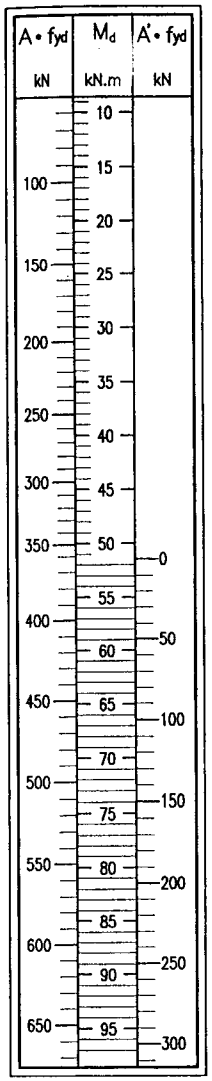
γ_c=1

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 25 N/mm²

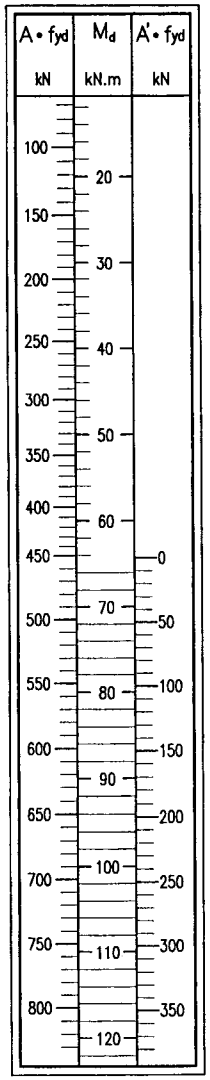
h=0,20 m



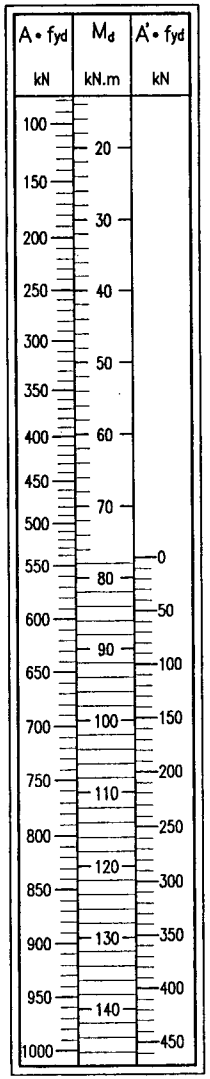
b=0.40 m



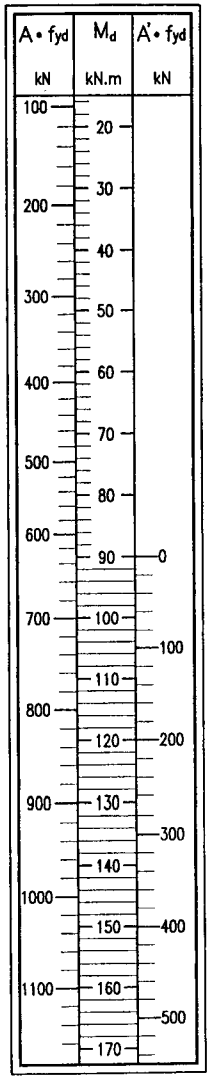
b=0.50 m



b=0.60 m



b=0.70 m



HA - 25

SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

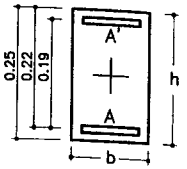
γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25

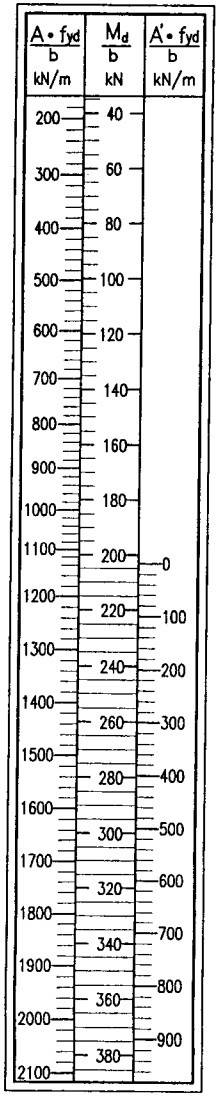
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²

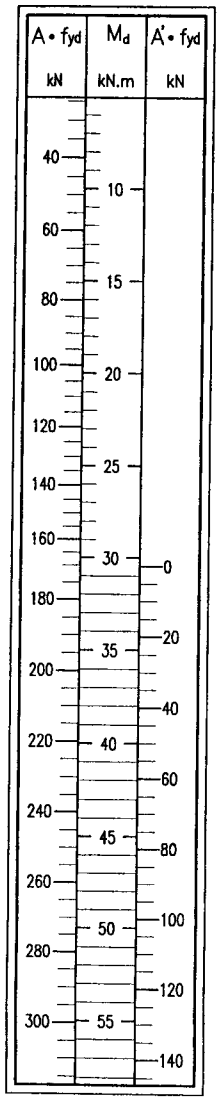
f_{ck} = 25 N/mm²

h=0,25 m

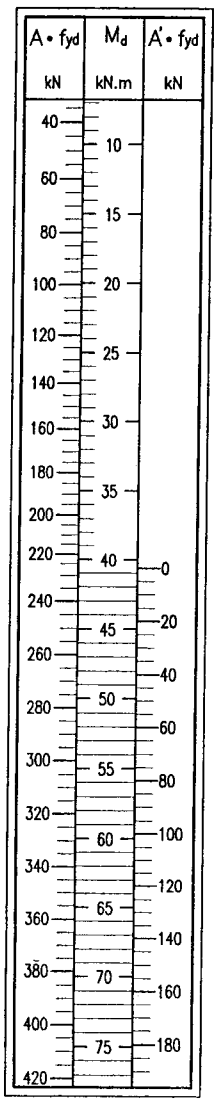


b=0.15 m

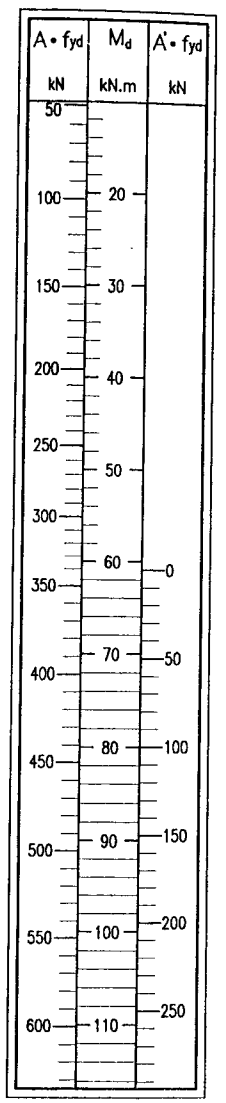




b=0.20 m



b=0.30 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado co

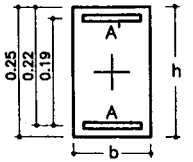
γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25

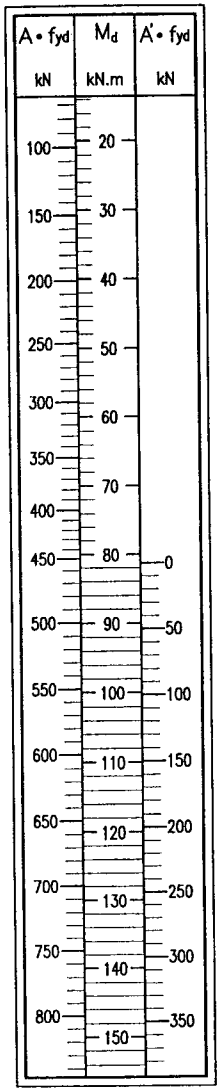
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²

f_{ck} = 25 N/mm²

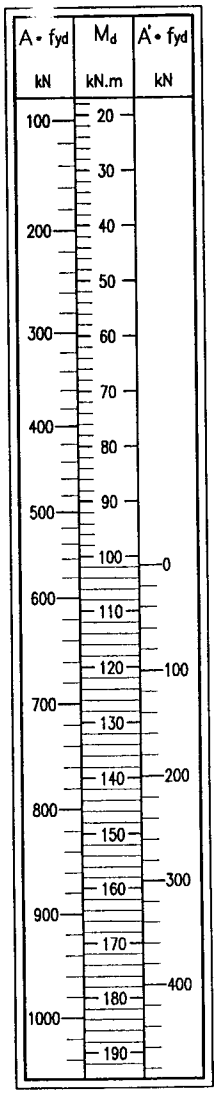
h=0,25 m



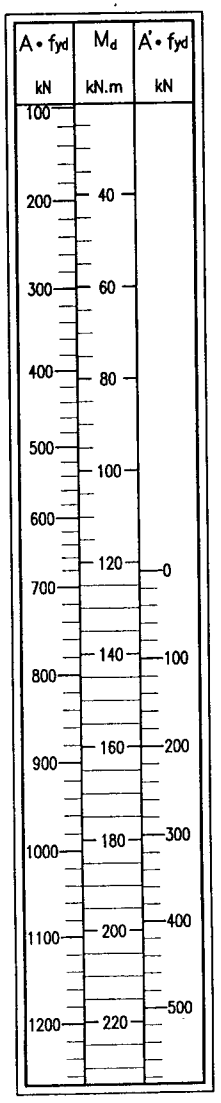
b=0.40 m



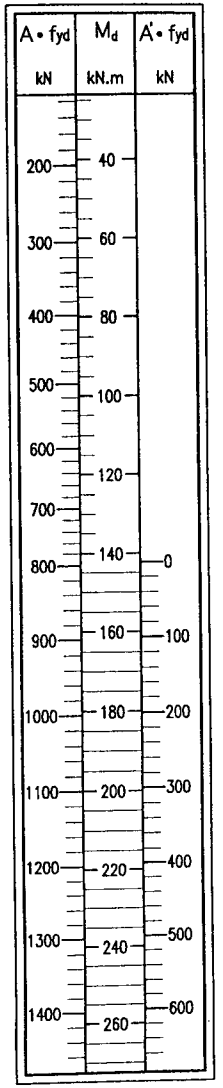
b=0.50 m



b=0.60 m



b=0.70 m



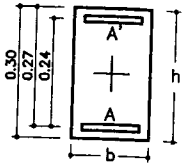
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

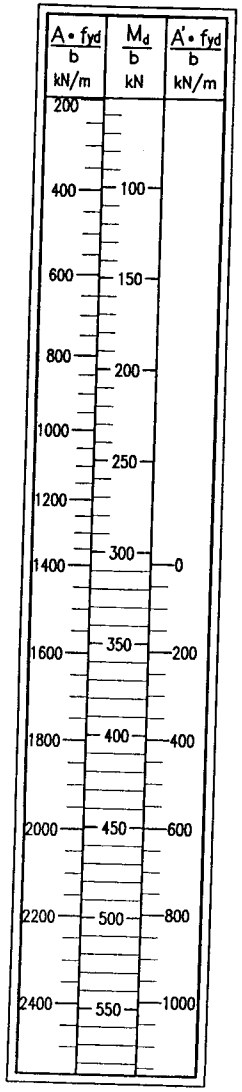
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

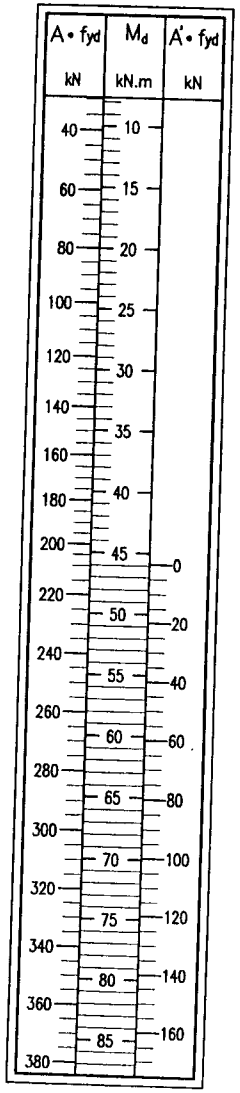
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 25 N/mm²

h=0,30 m

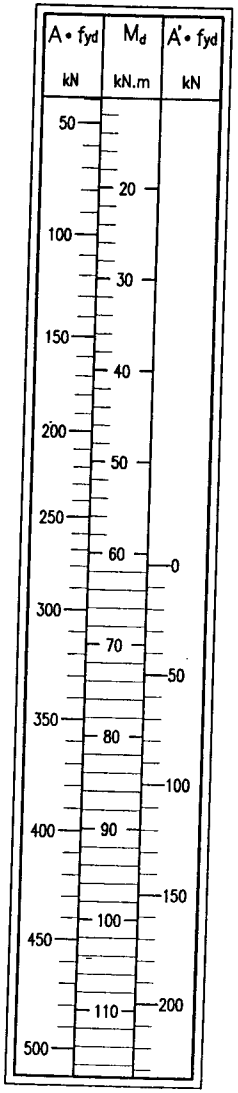


b=0.15 m

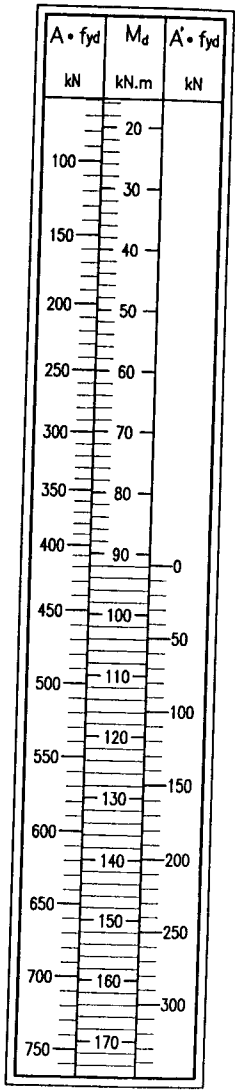




b=0.20 m



b=0.30 m



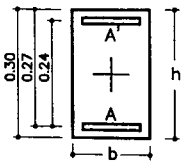
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

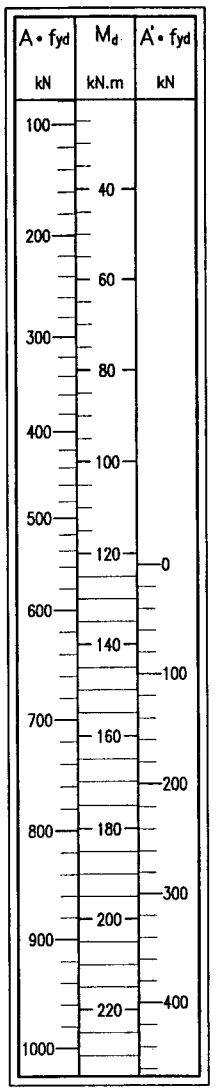
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 25 N/mm²

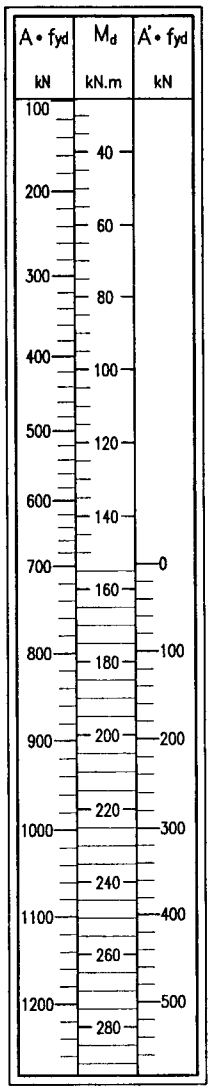
h=0,30 m



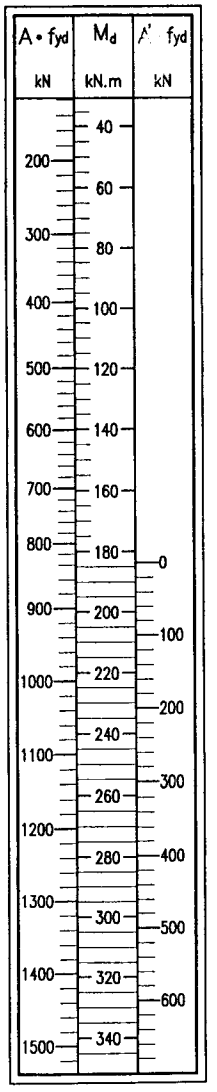
b=0.40 m



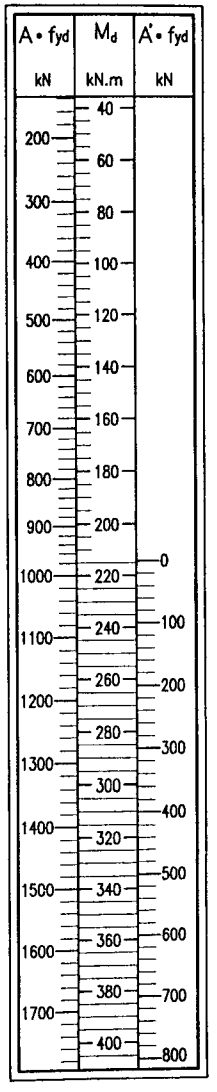
b=0.50 m



b=0.60 m



b=0.70 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

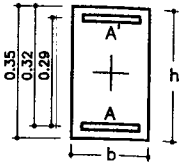
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

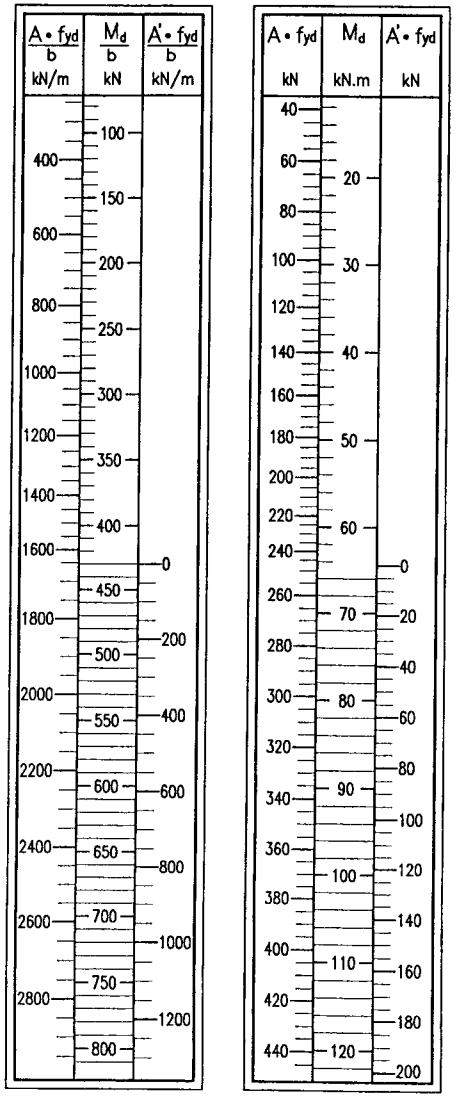
$\gamma_c = 1{,}5$

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
$f_{ck} = 25$ N/mm²

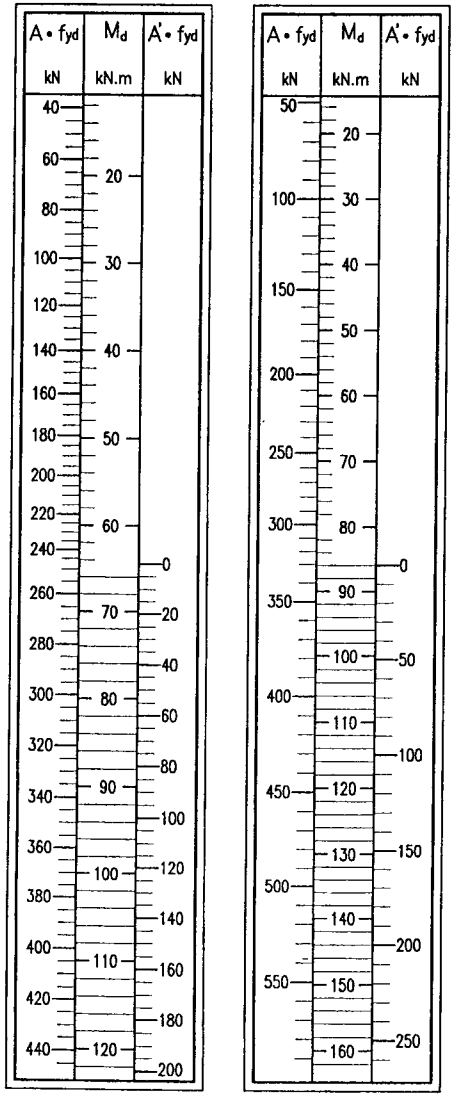
h=0,35 m



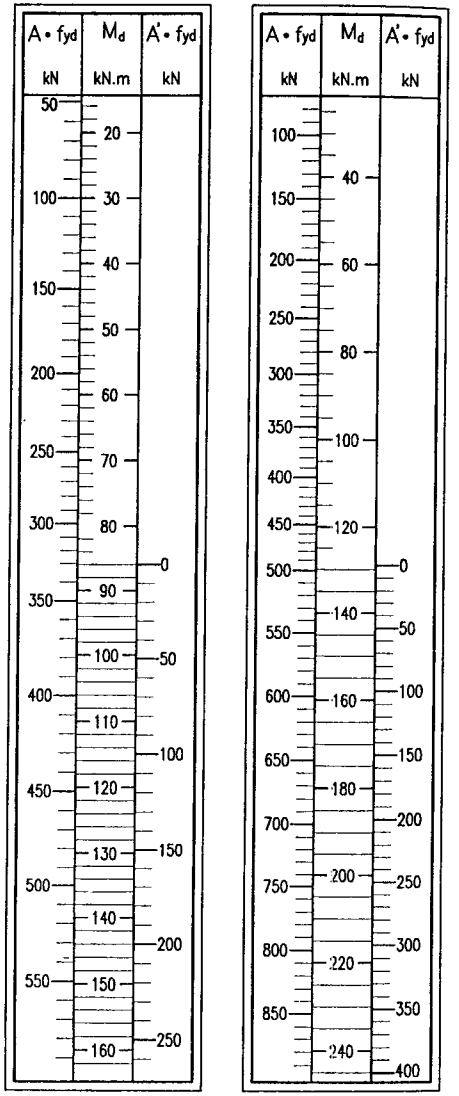
b=0.15 m



b=0.20 m



b=0.30 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXION

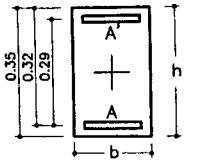
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

s diagramas se han calculado con

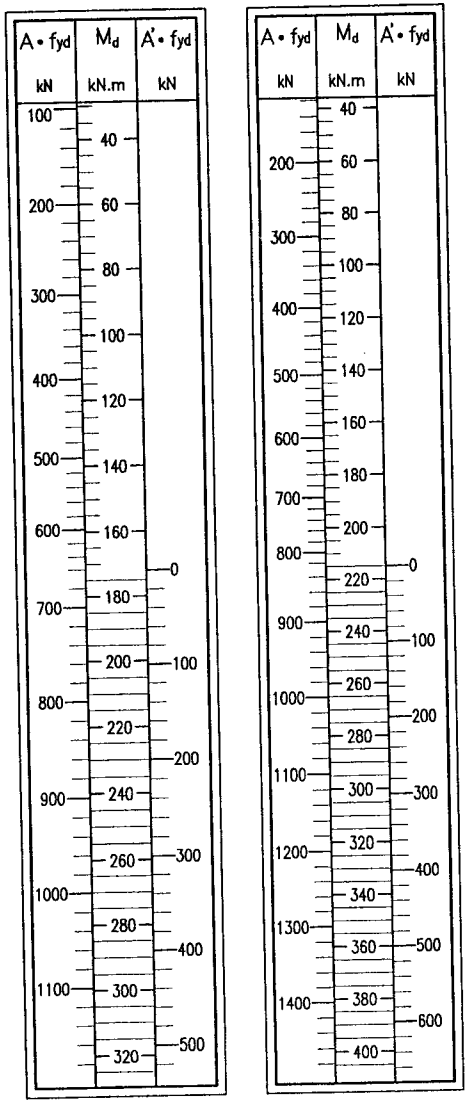
$\gamma_c = 1{,}5$

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGON HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
$f_{ck} = 25$ N/mm²

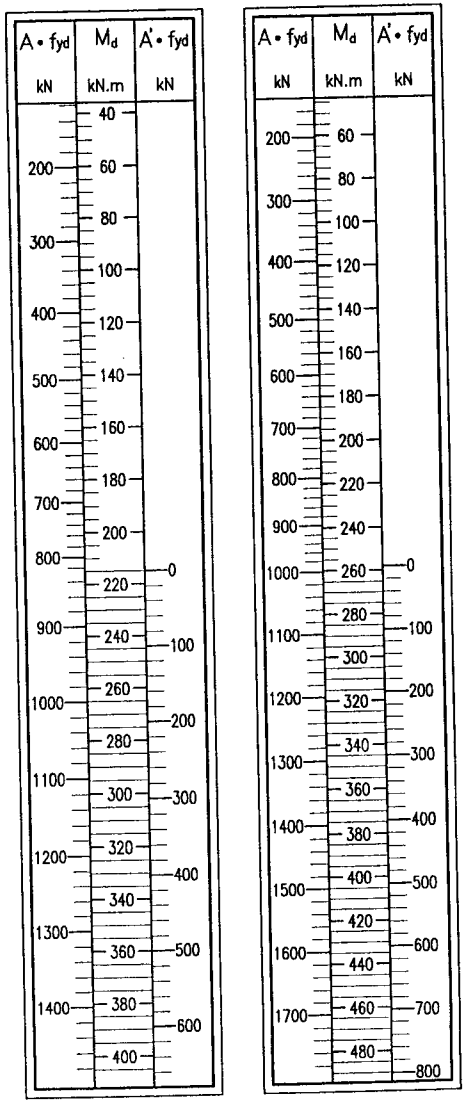
h=0,35 m



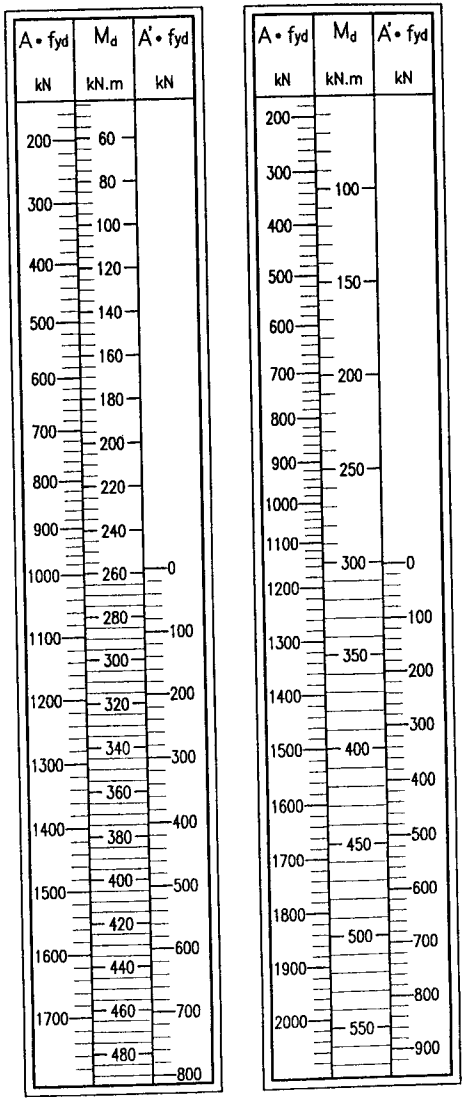
b=0.40 m



b=0.50 m



b=0.60 m



b=0.70 m

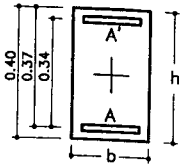
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

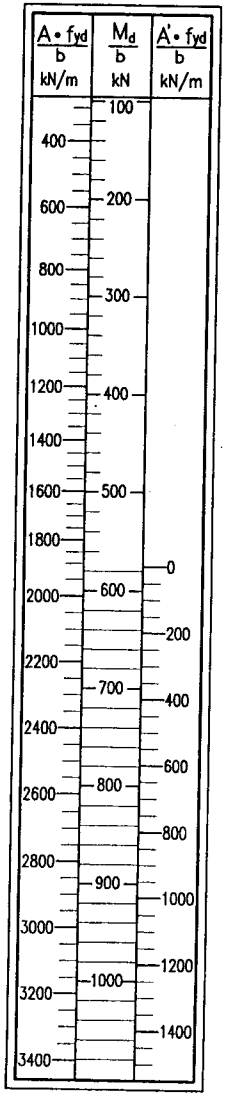
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

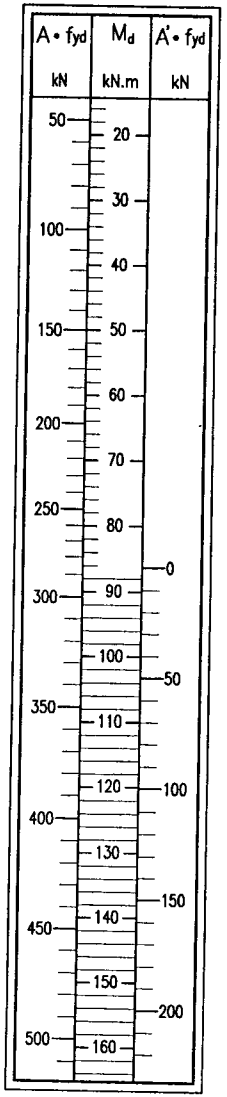
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 25 N/mm²

h=0,40 m

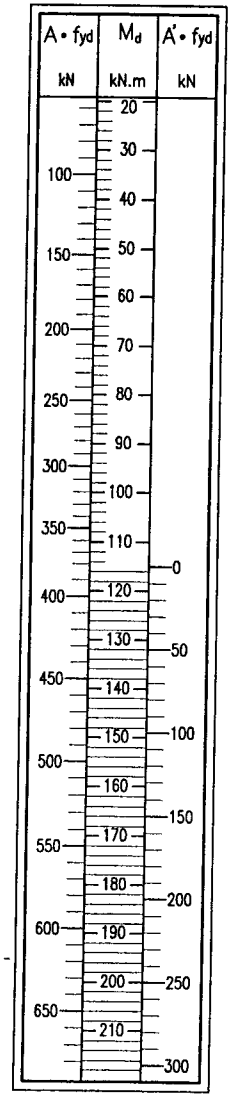


b=0.15 m

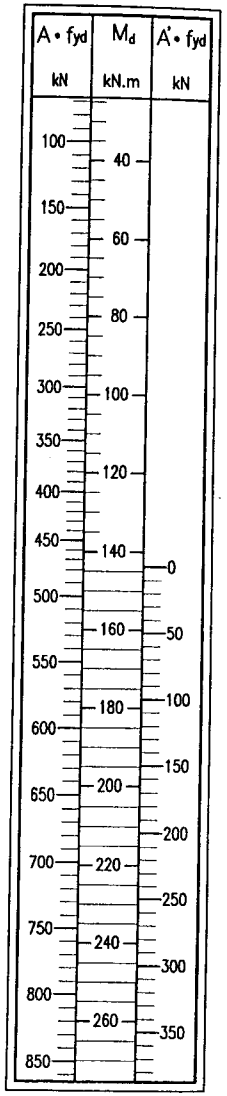




b=0.20 m



b=0.25 m



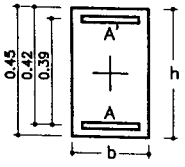
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

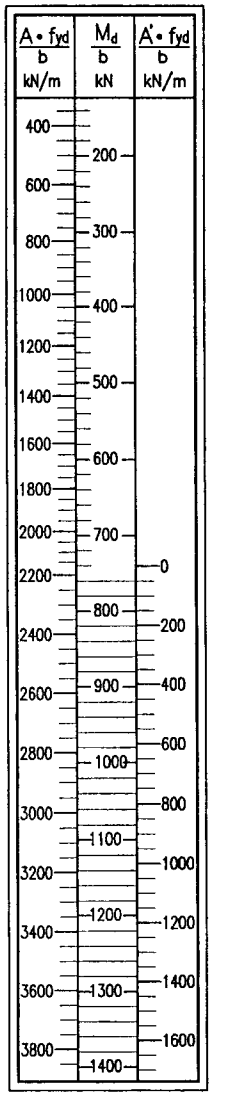
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

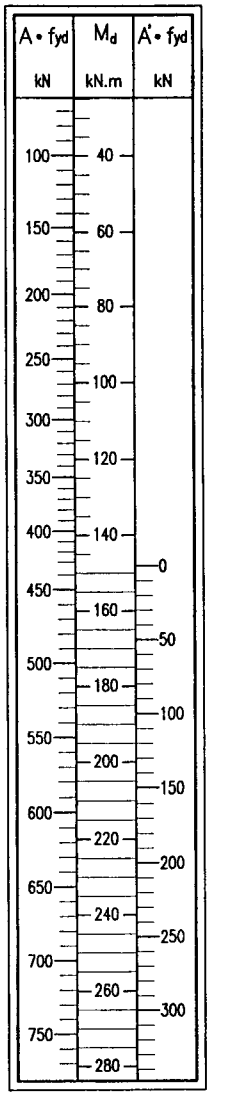
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 25 N/mm²

h=0,45 m

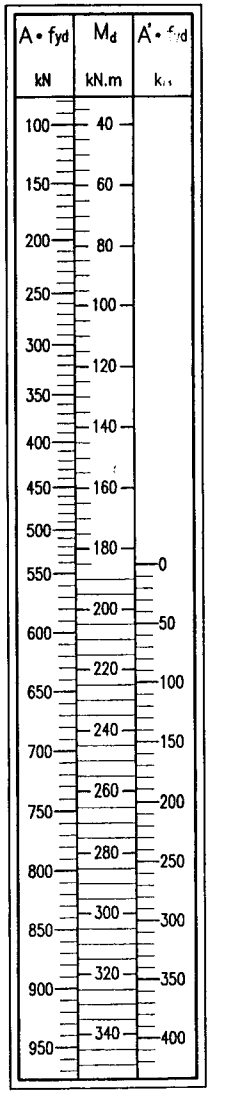


b=0.20 m

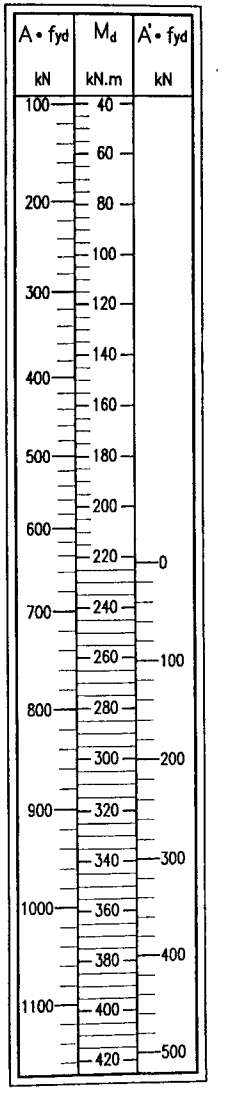




b=0.25 m



b=0.30 m



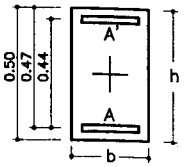
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

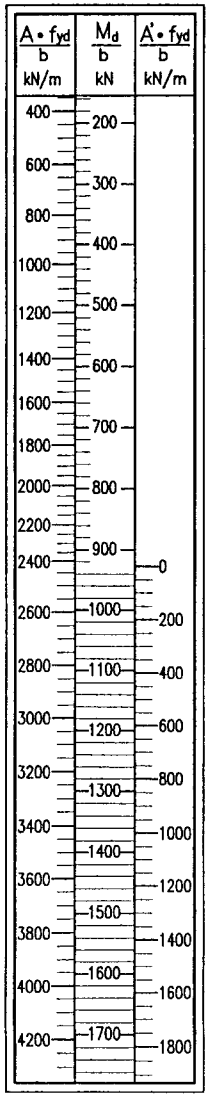
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 25 N/mm²

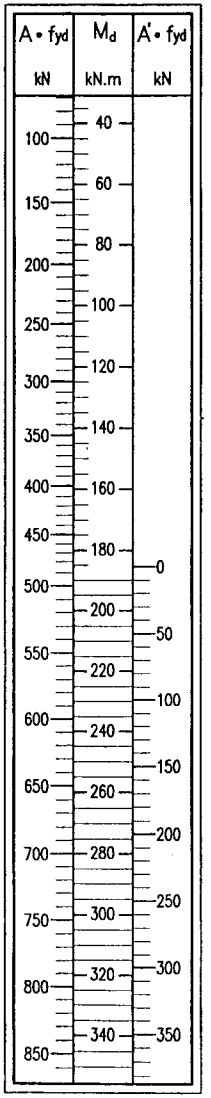
h=0,50 m



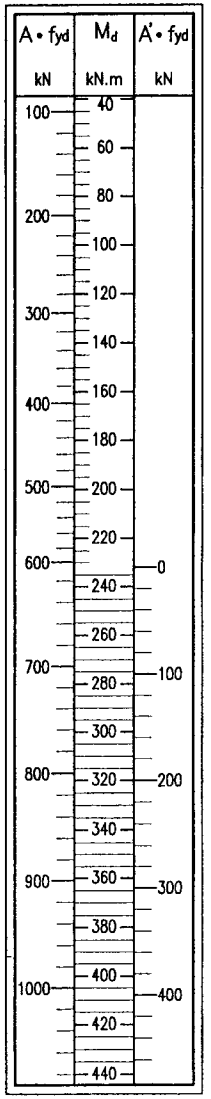
b=0.20 m



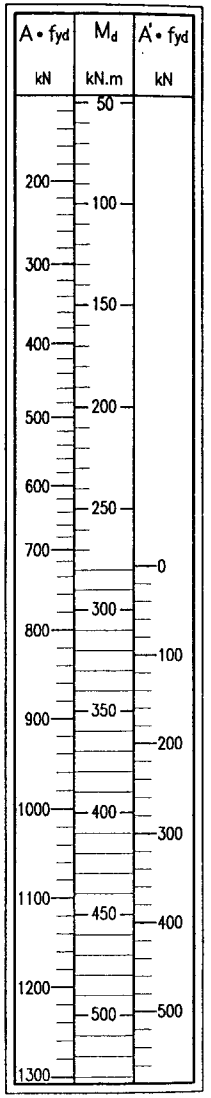
b=0.25 m



b=0.30 m



b=0.30 m



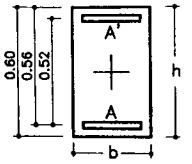
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

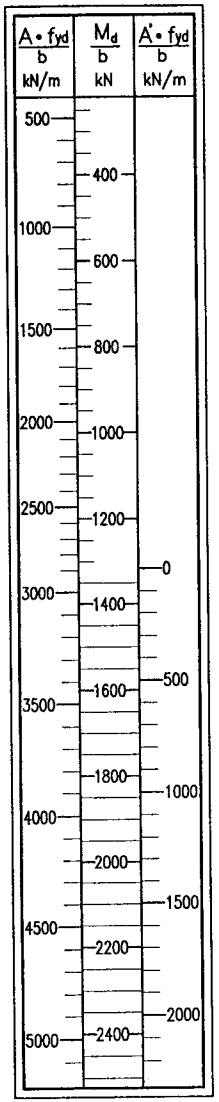
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 25 N/mm²

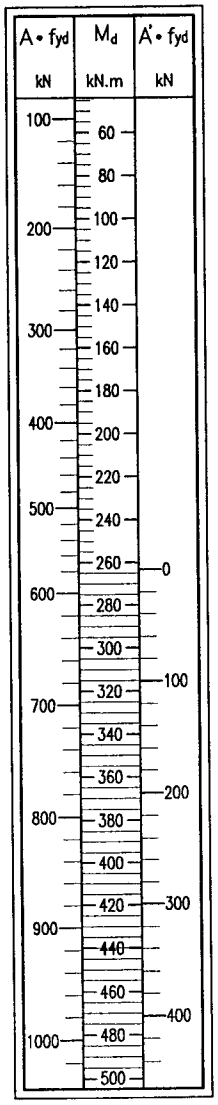
h=0,60 m



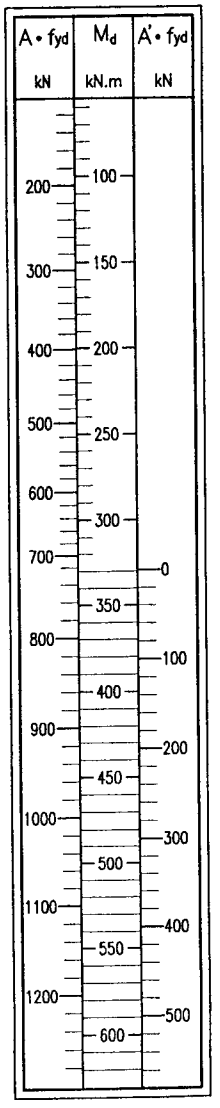
b=0.20 m



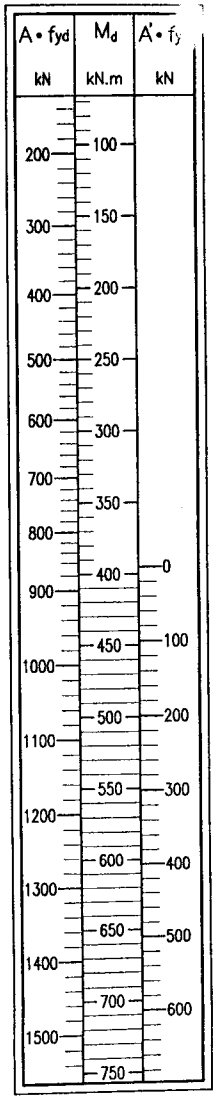
b=0.25 m



b=0.30 m



b=0.30 m



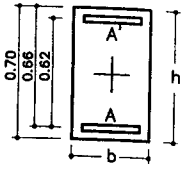
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

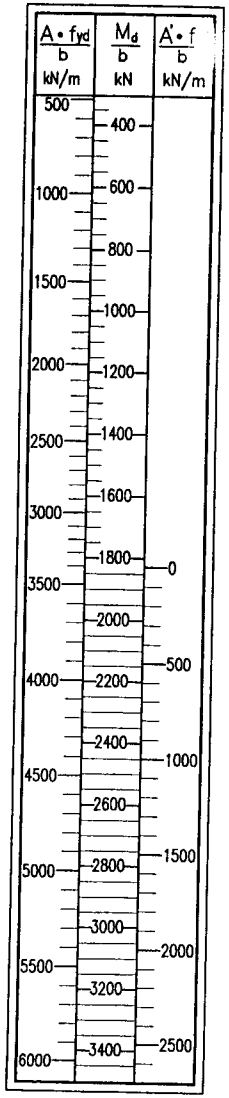
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

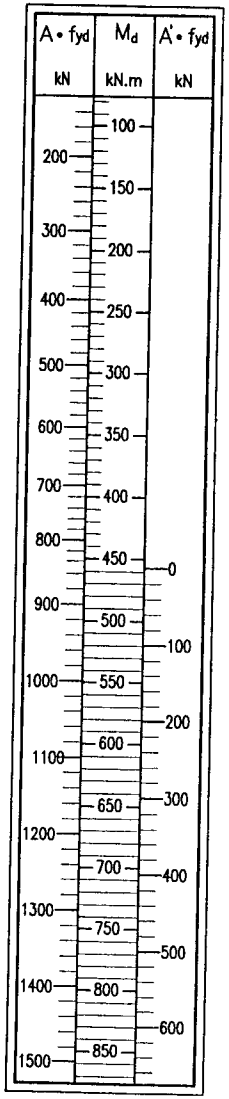
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 25 N/mm²

h=0,70 m

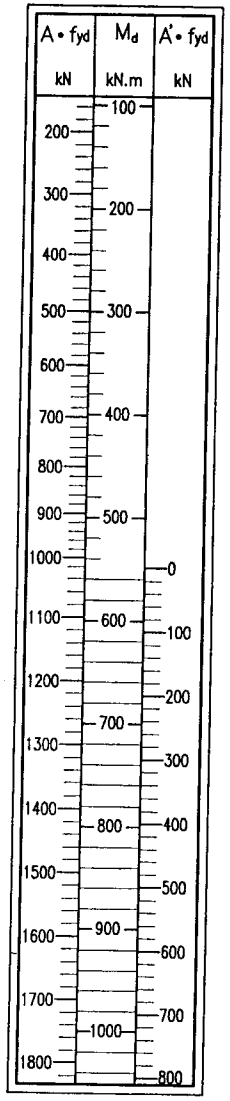


b=0.25 m

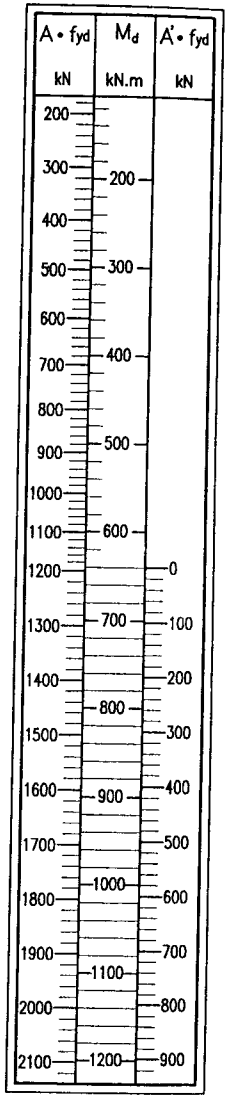




b=0.30 m



b=0.35 m



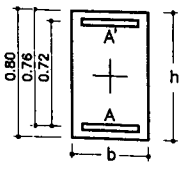
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

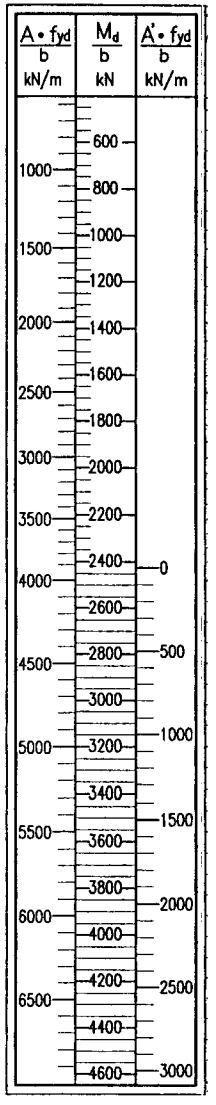
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 25 N/mm²

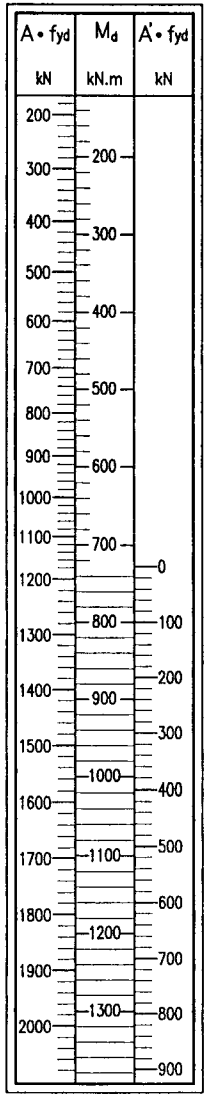
h=0,80 m



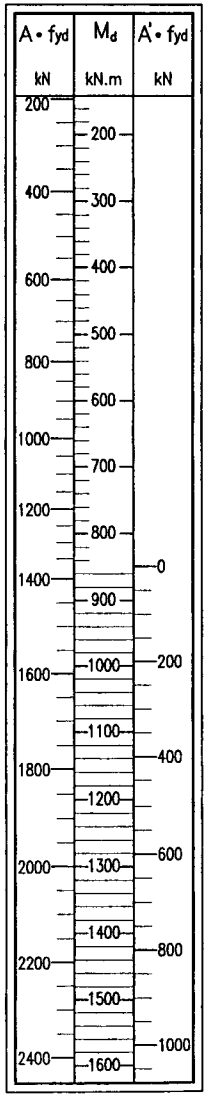
b=0.30 m



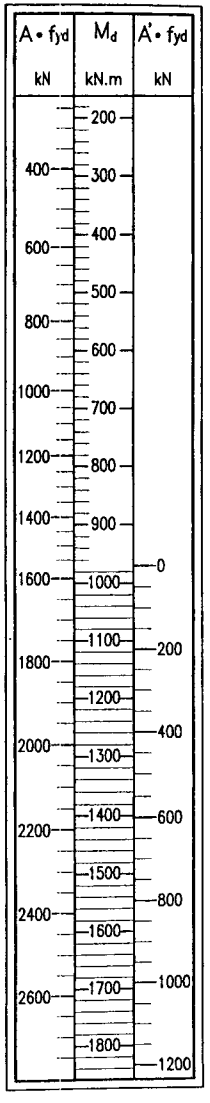
b=0.35 m



b=0.35 m



b=0.40 m

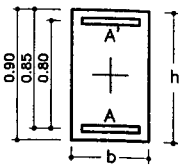


SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

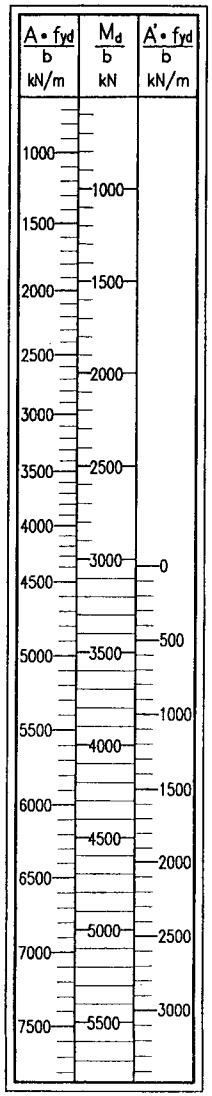
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

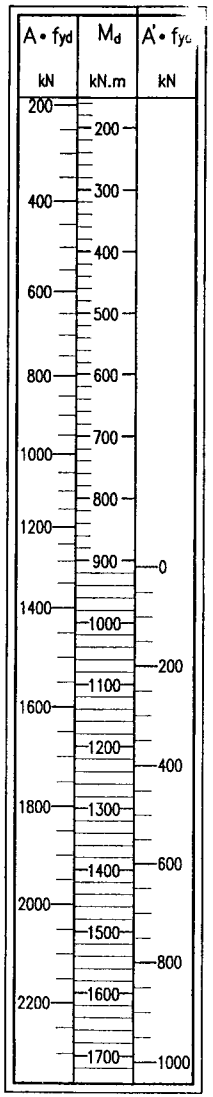
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 25 N/mm²
h =0,90 m

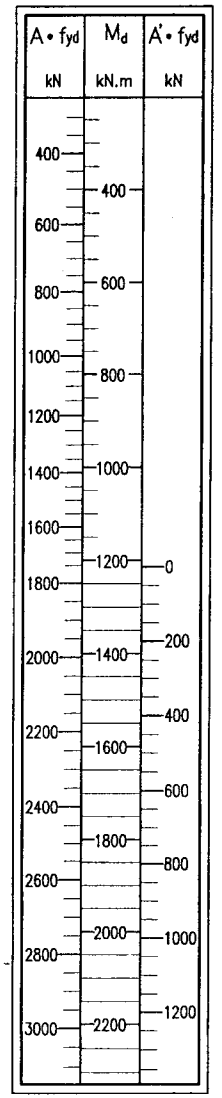


b=0.30 m

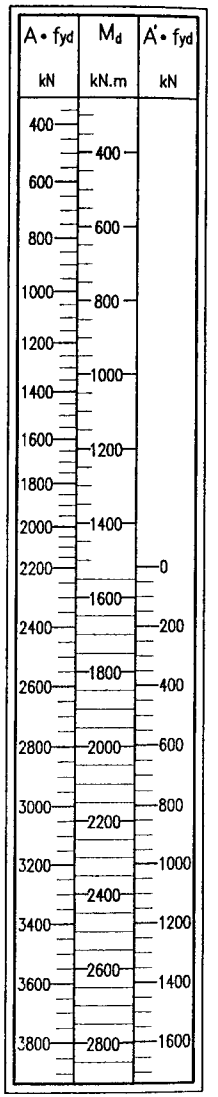




b=0.40 m



b=0.50 m

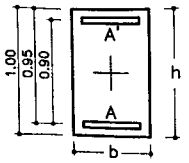


SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

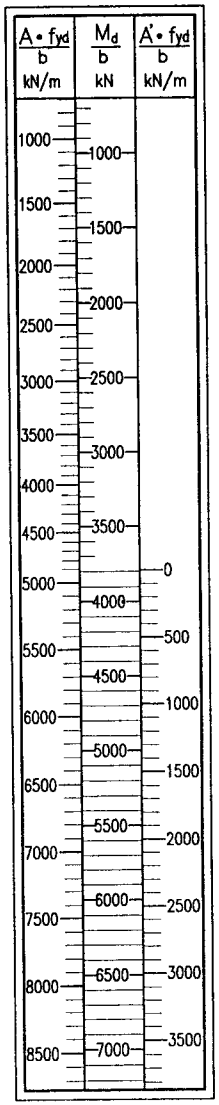
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

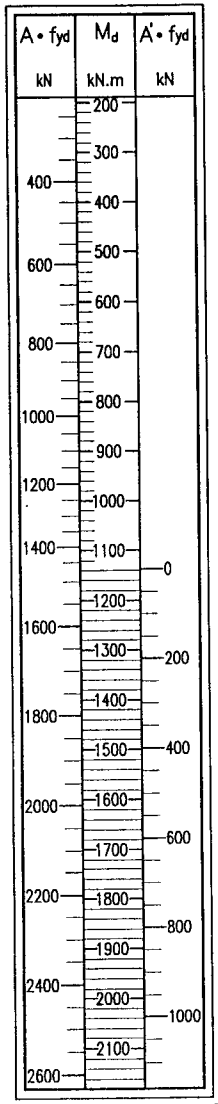
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-25
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 25 N/mm²
h=1,00 m

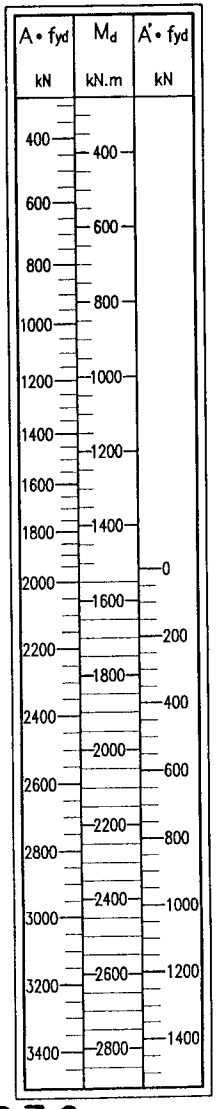


b=0.30 m

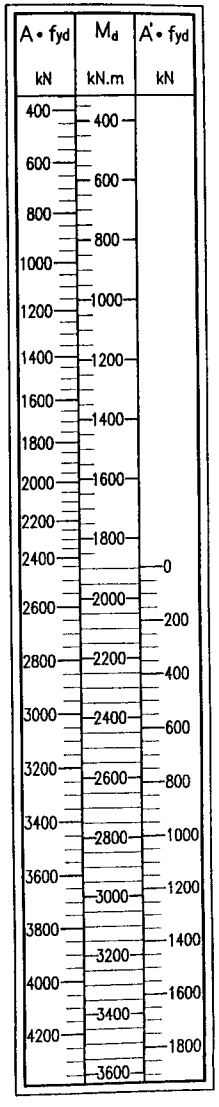




b=0.40 m



b=0.50 m



44672

DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA EL CÁLCULO DE SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

ARMADURAS SIMÉTRICAS

Resistencia característica del hormigón

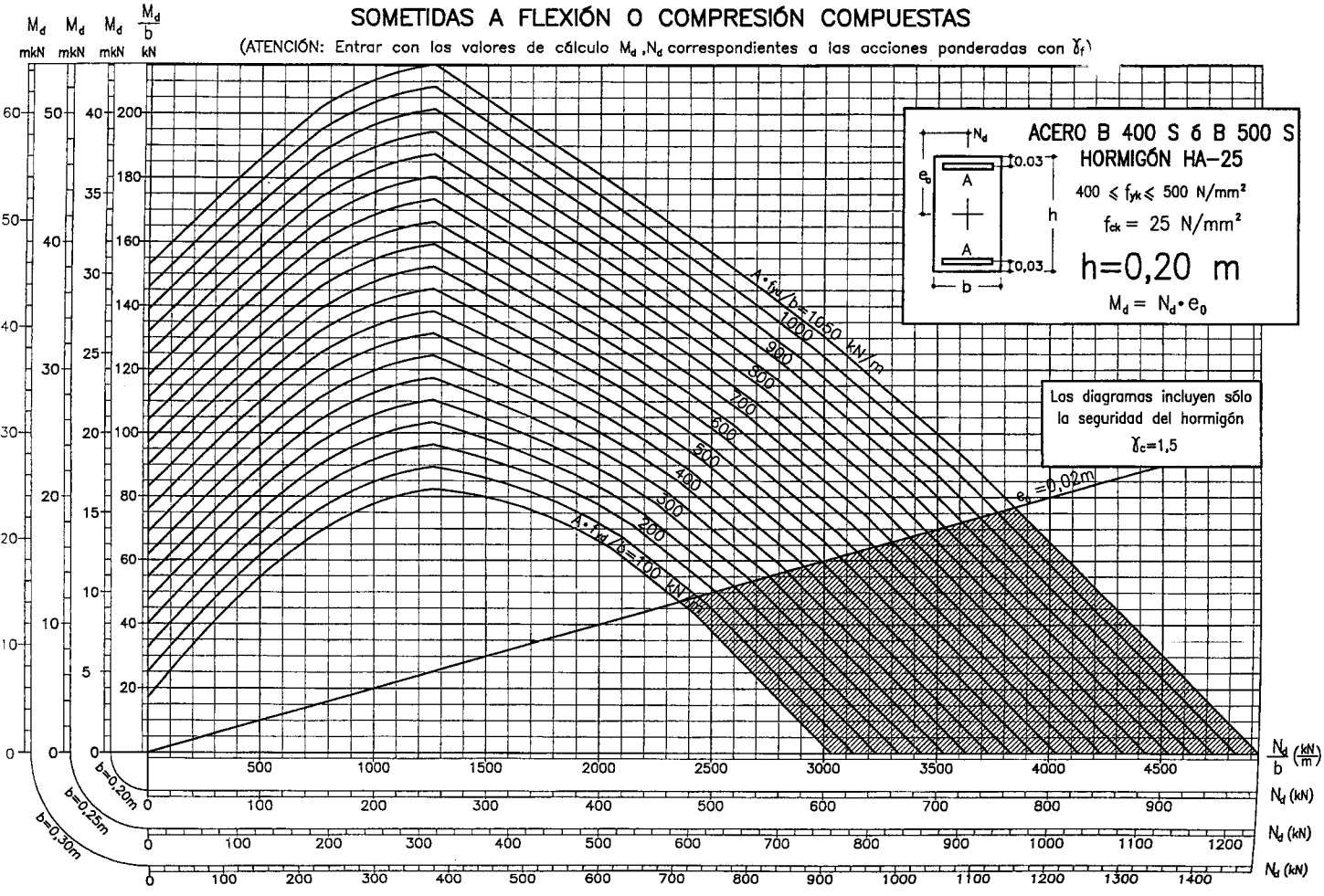
$f_{ck} = 25$ N/mm²
($f_{ck} = 250$ kp/cm²)

Aceros de dureza natural

$400 \leq f_{yk} \leq 500$ N/mm²
($4.000 \leq f_{yk} \leq 5.100$ kp/cm²)

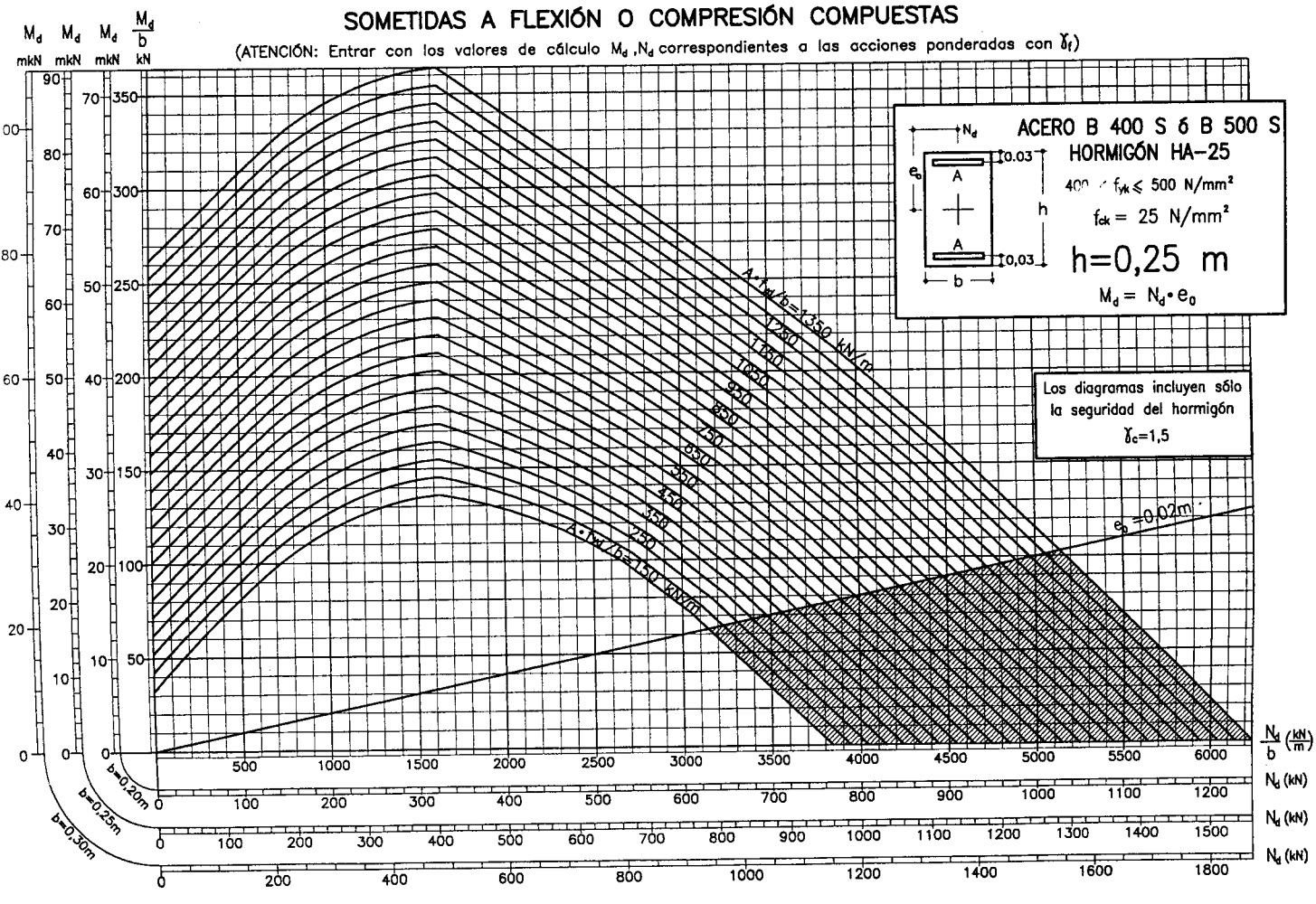
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



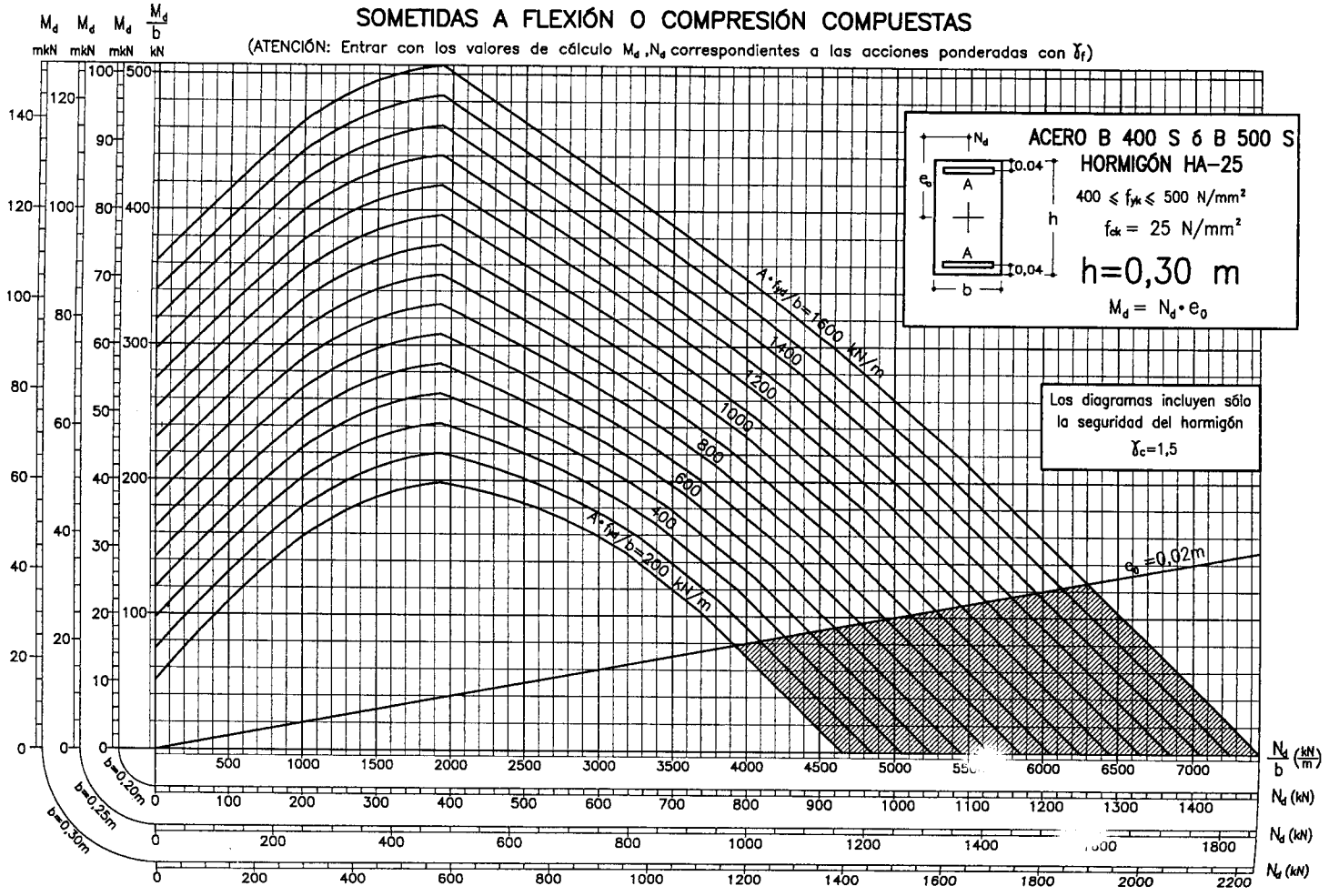
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



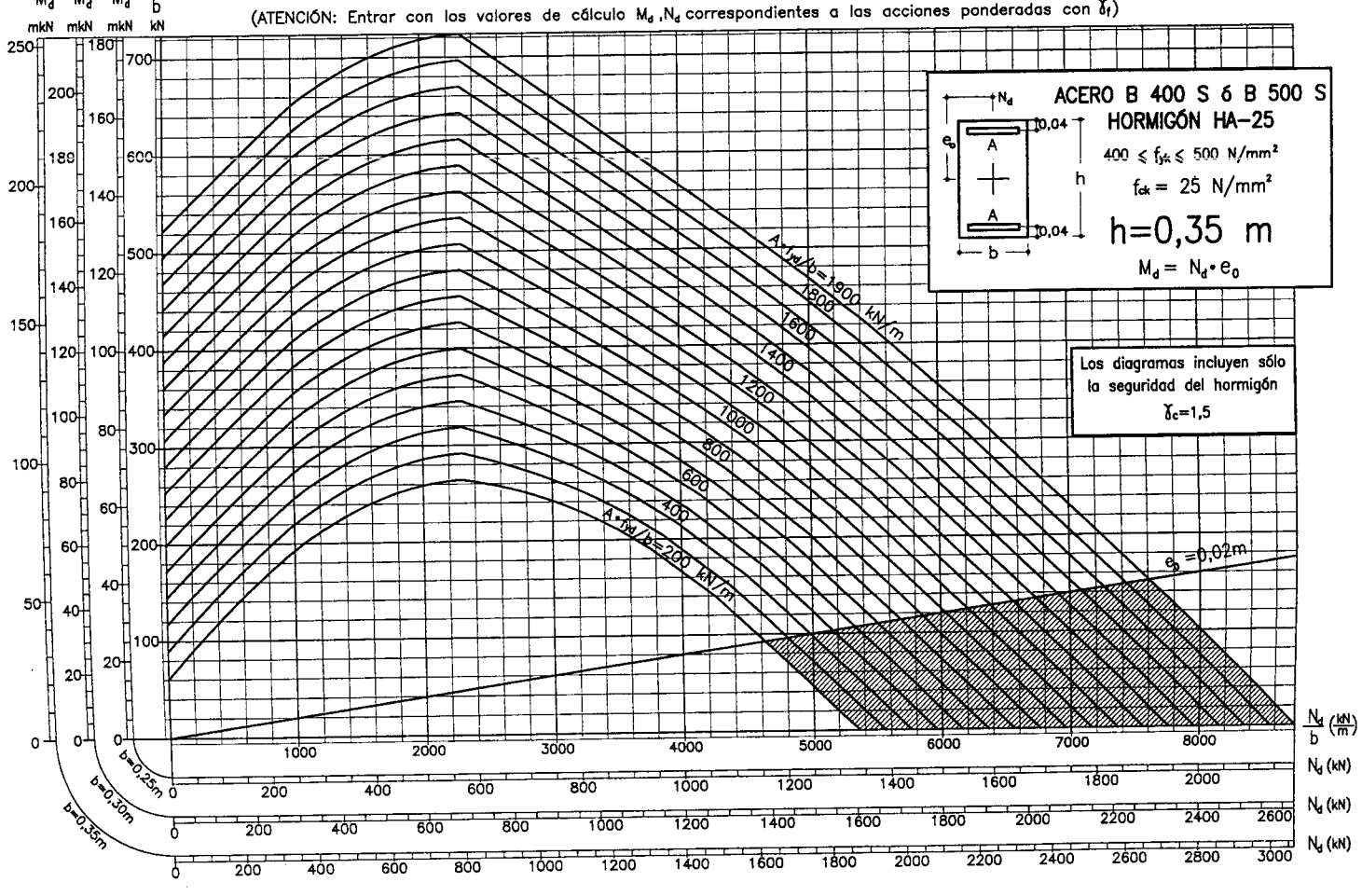
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



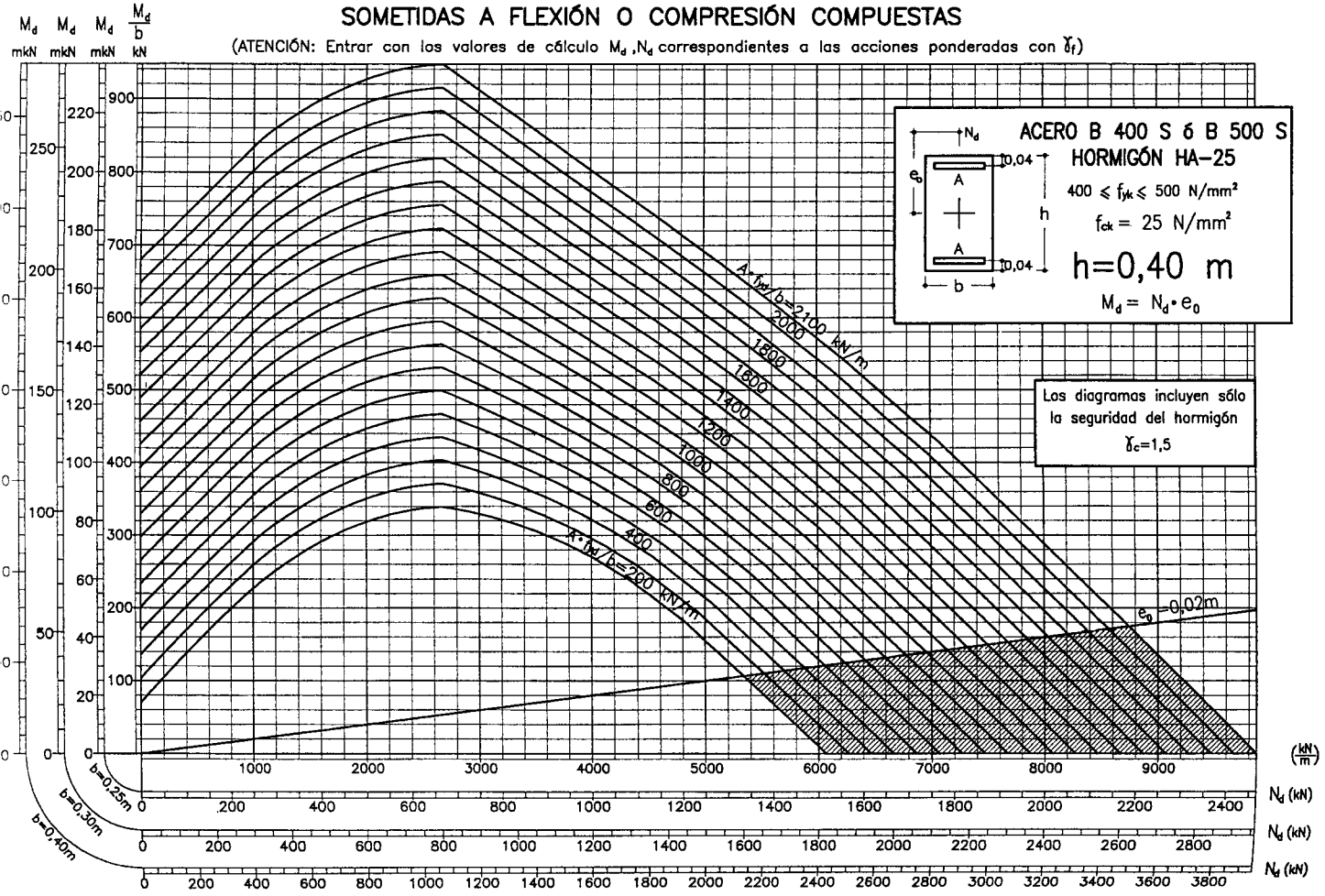
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



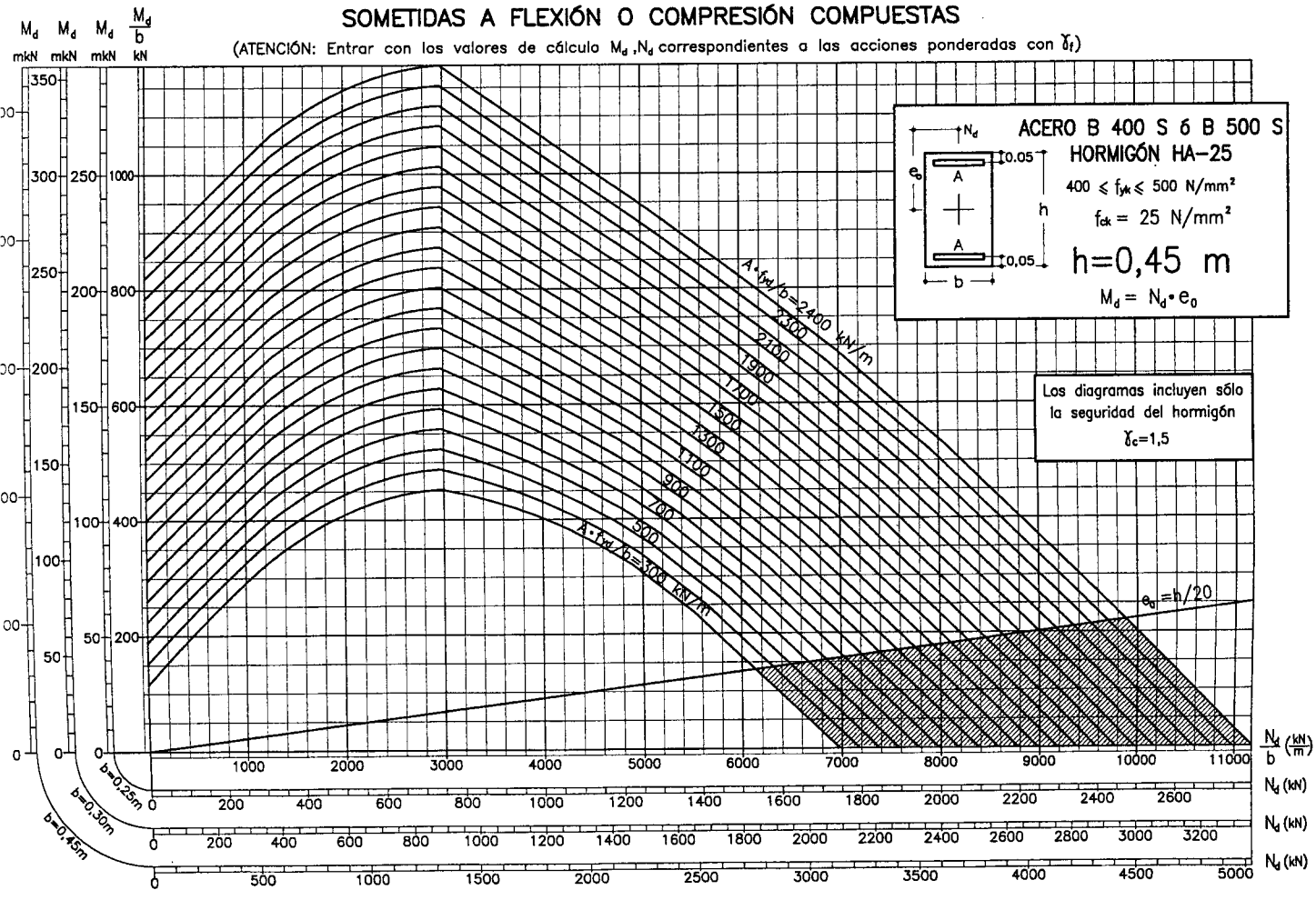
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d , N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



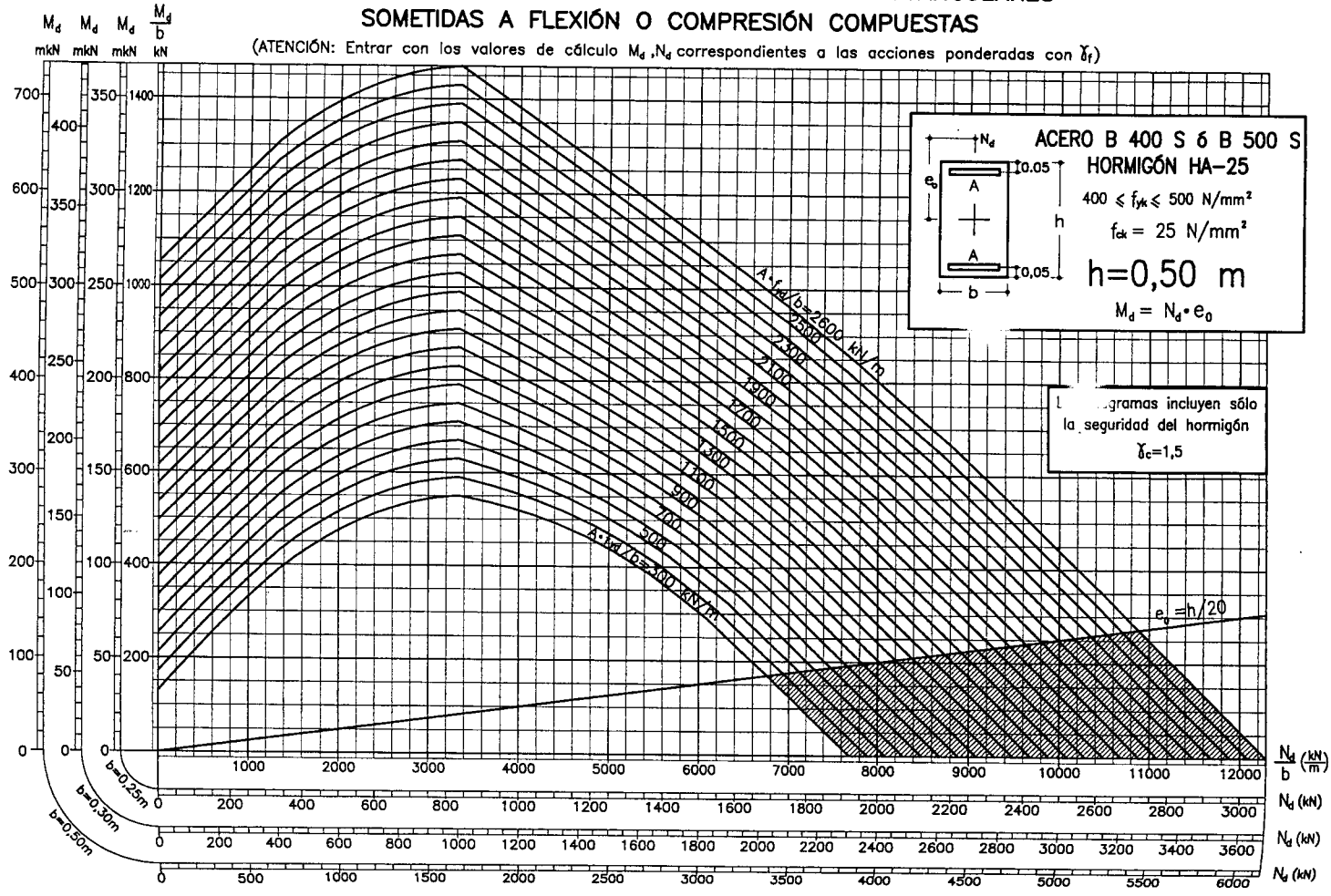
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d , N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



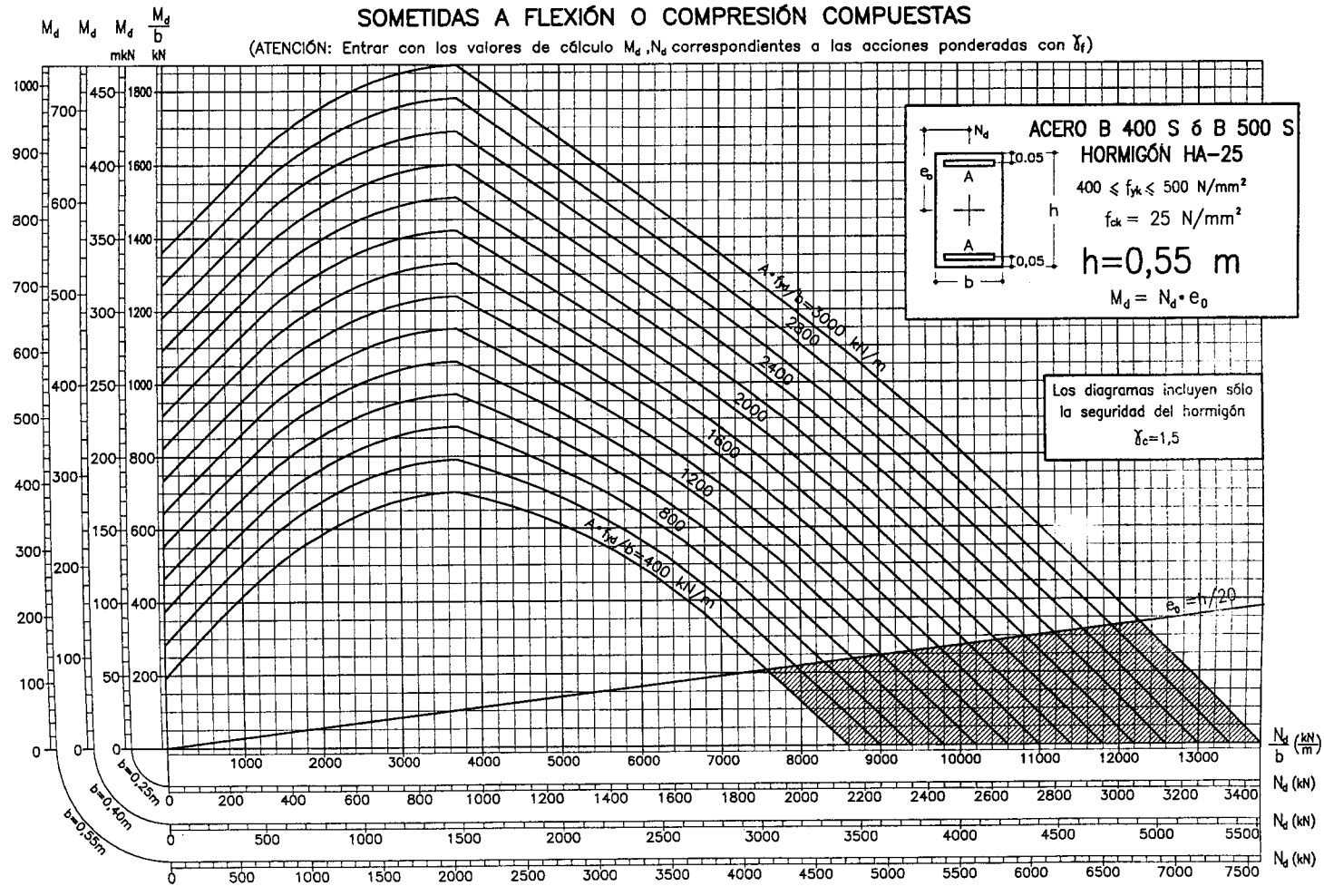
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d ,N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



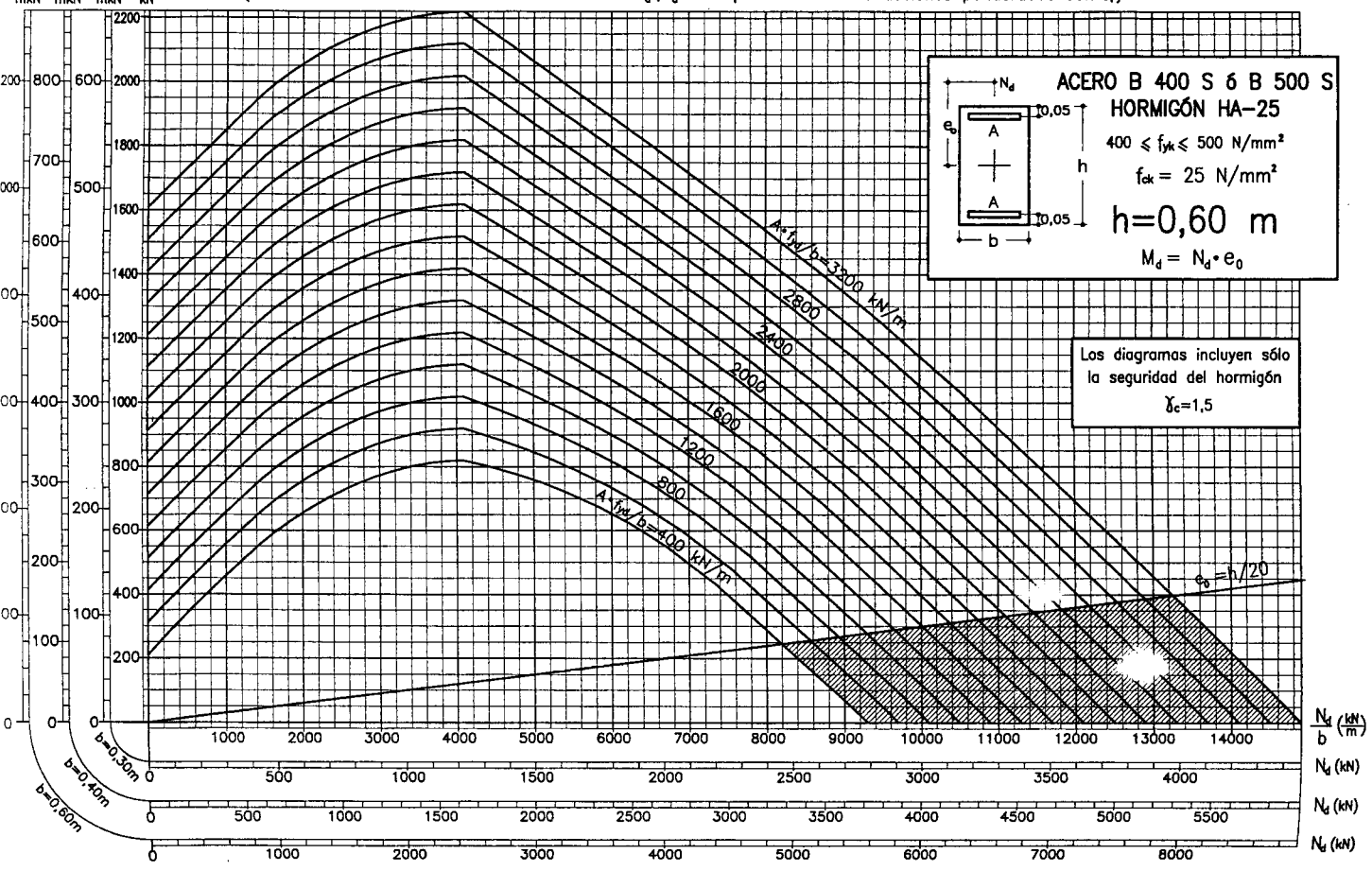
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d ,N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



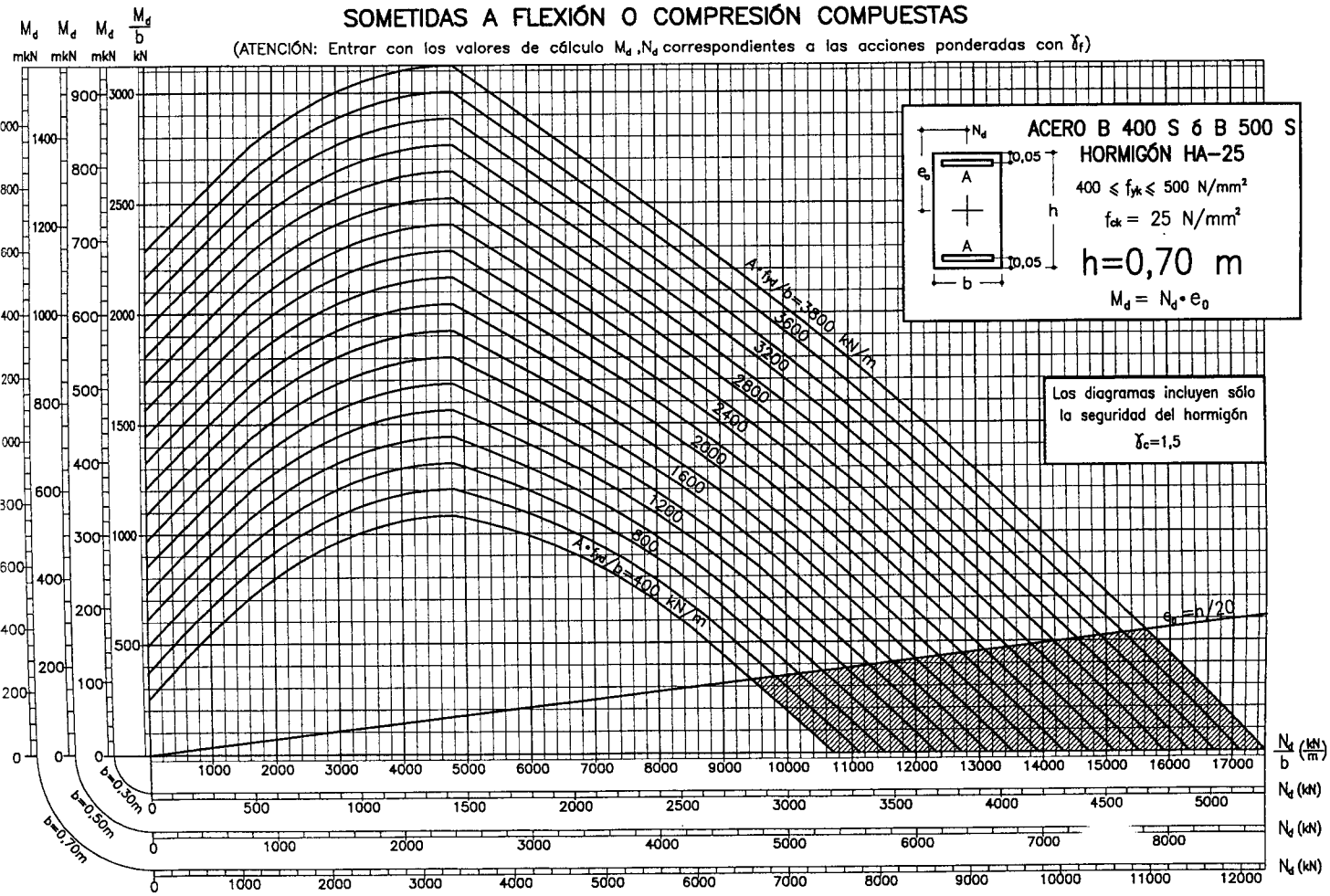
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d ,N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



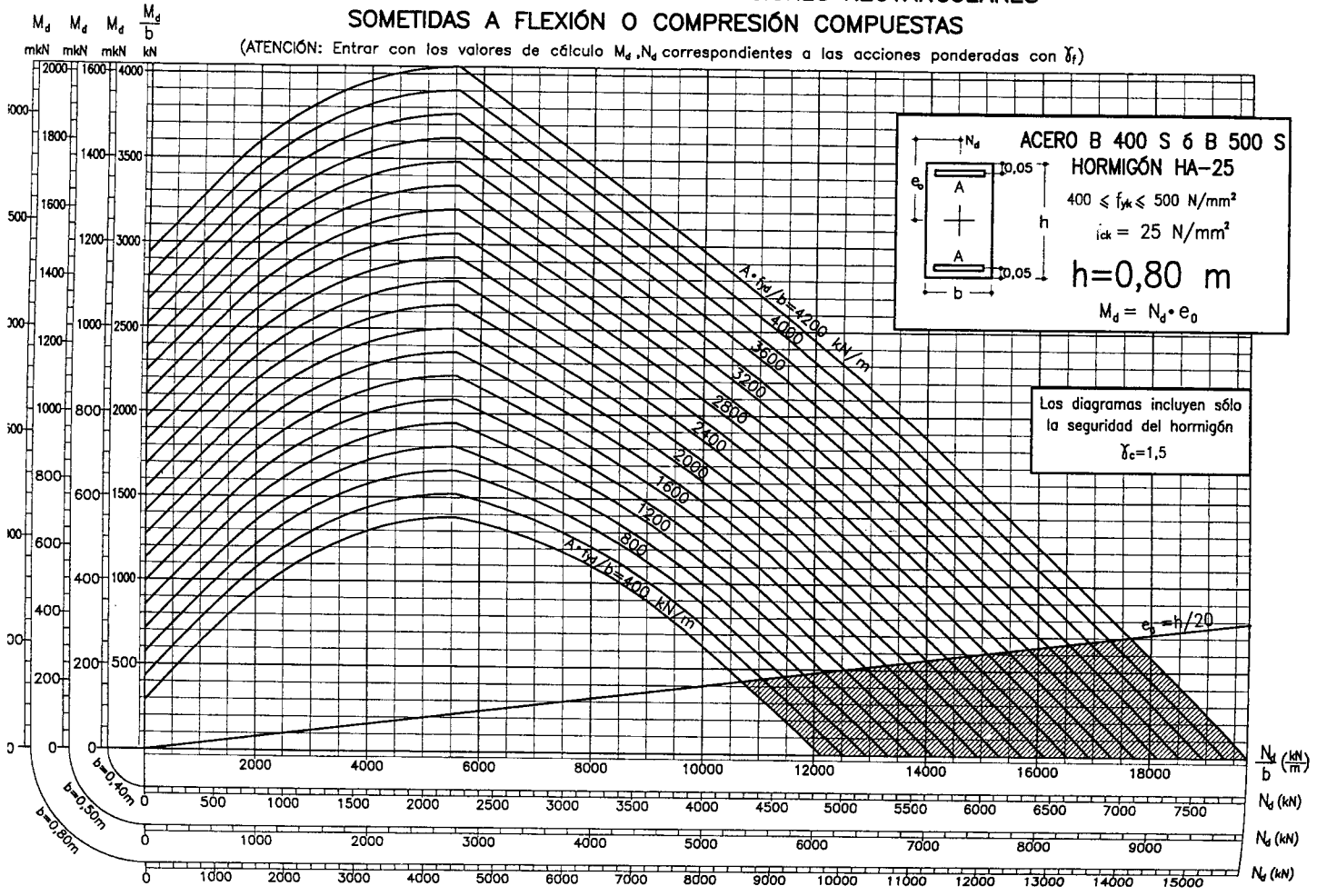
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d ,N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



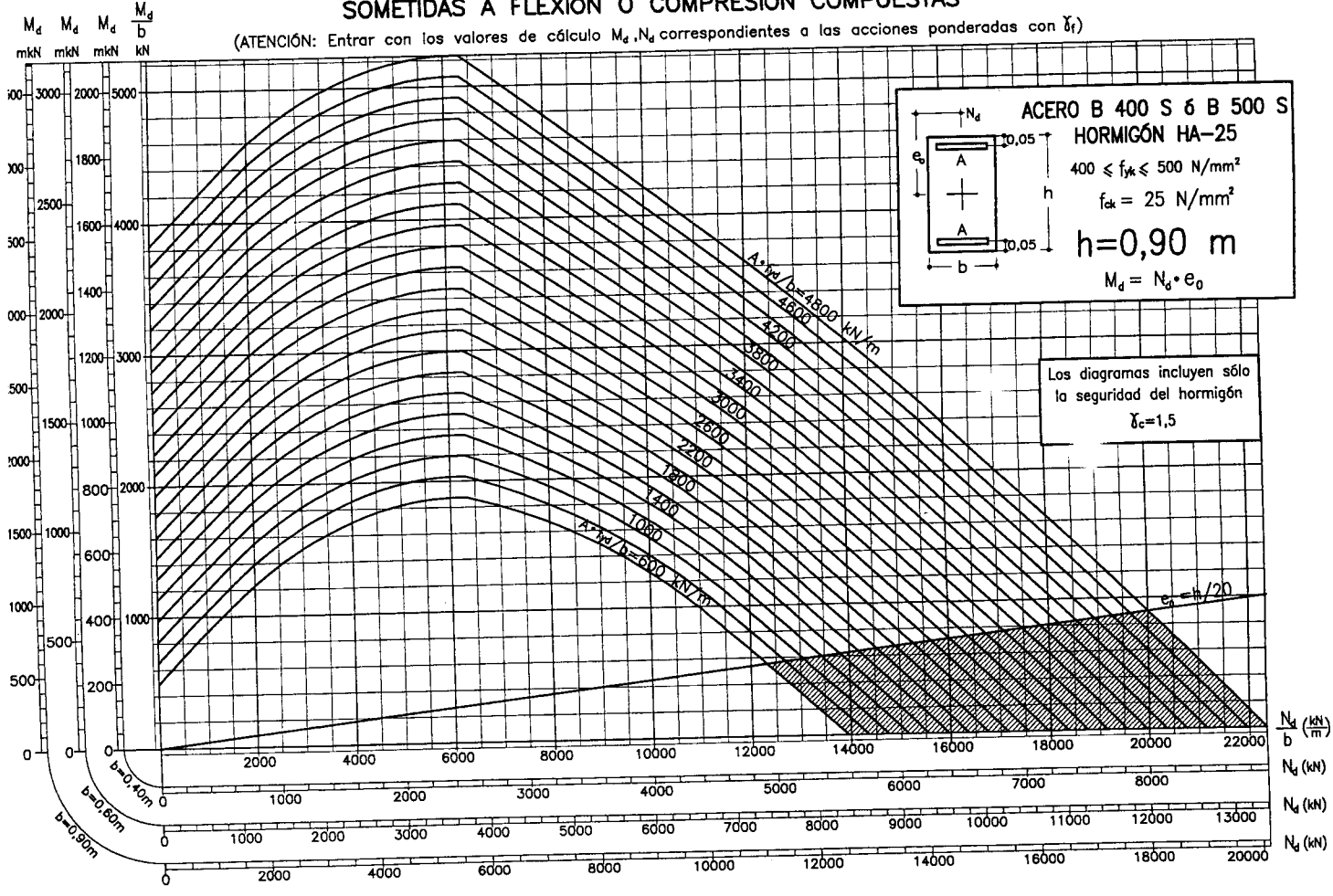
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

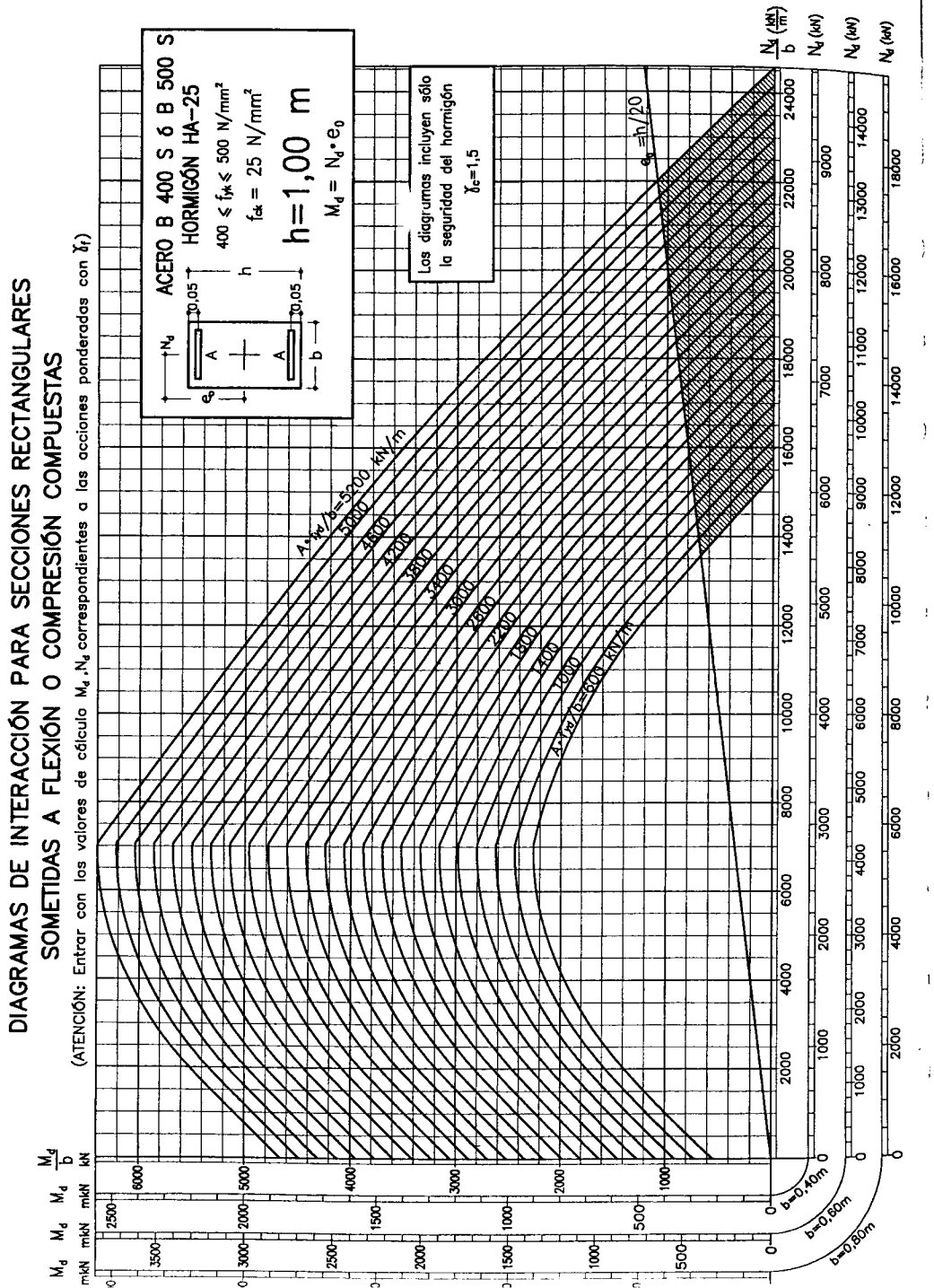
(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)





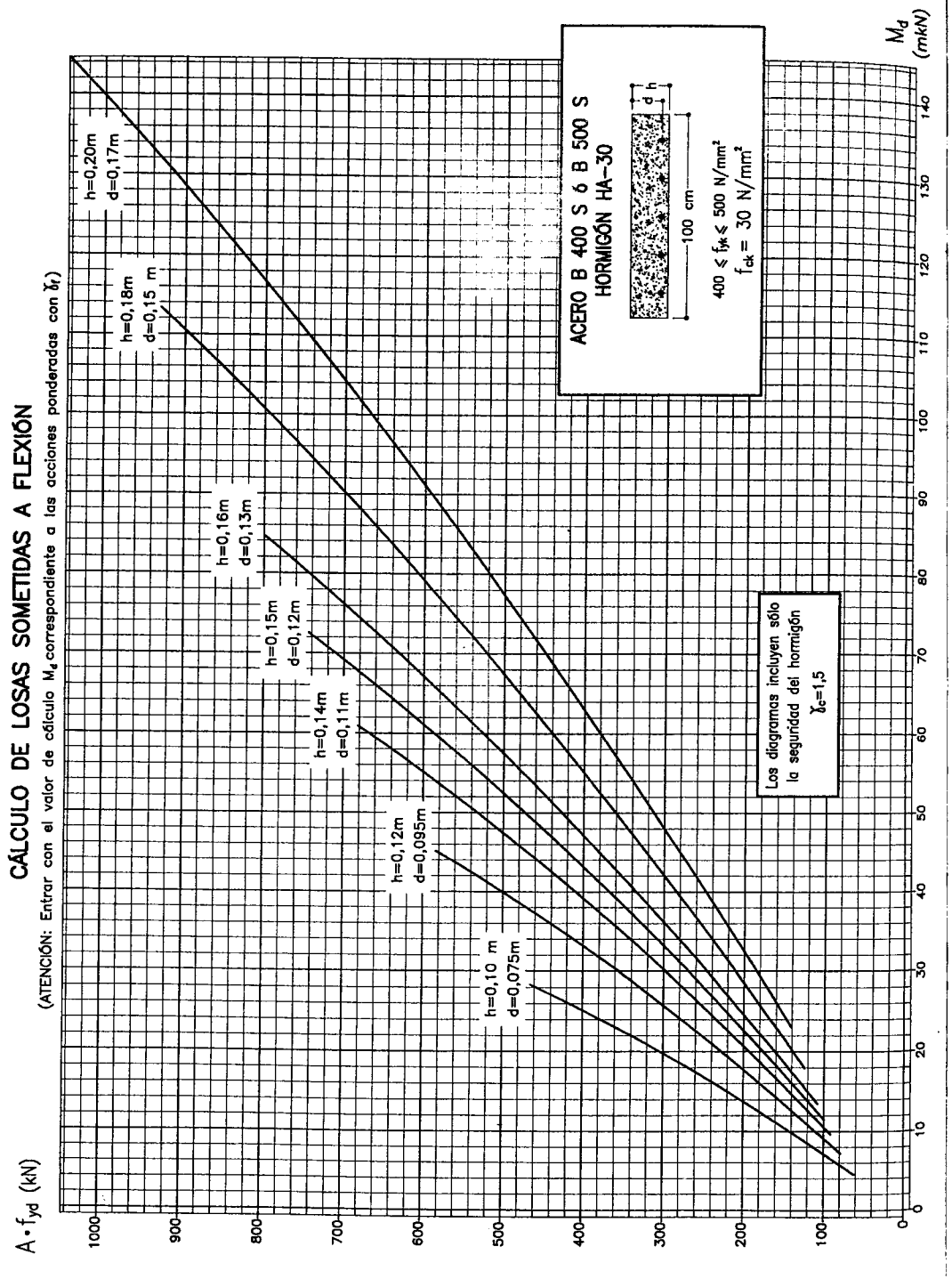
ÁBACO PARA EL CÁLCULO DE LOSAS ARMADAS EN UNA SOLA DIRECCIÓN

Resistencia característica del hormigón

f_{ck} = 30 N/mm²
(f_{ck} = 300 kp/cm²)

Aceros de dureza natural

$400 \leq f_{yk} \leq 500$ N/mm²
($4.000 \leq f_{yk} \leq 5.100$ kp/cm²)



ESCALAS FUNCIONALES PARA EL CÁLCULO DE SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA

Resistencia característica del hormigón

f_{ck} = 30 N/mm²
(f_{ck} = 300 kp/cm²)

Aceros de dureza natural

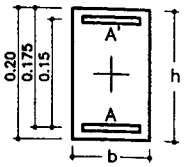
400 ≤ f_{yk} ≤ 500 N/mm²
(4.000 ≤ f_{yk} ≤ 5.100 kp/cm²)

SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

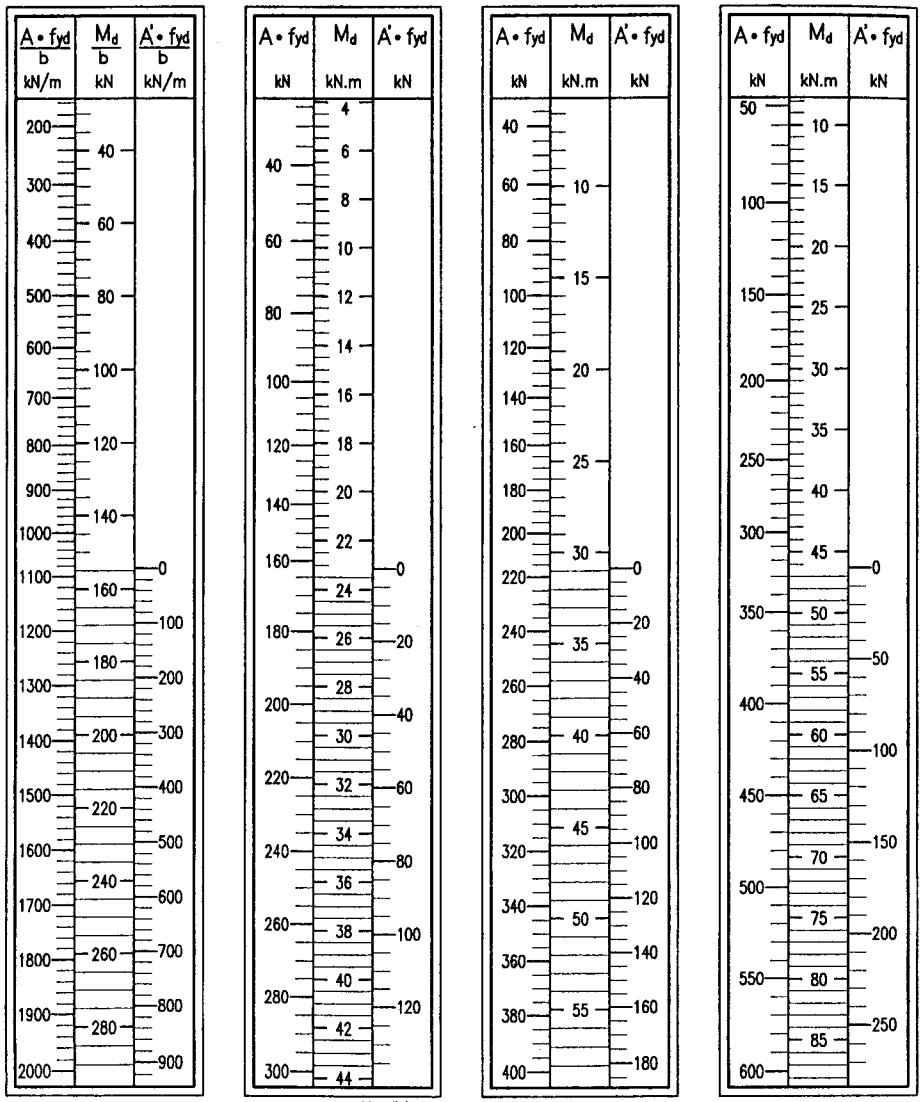
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-30
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 30 N/mm²
h=0,20 m



b=0.15 m | b=0.20 m | b=0.30 m

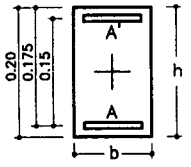


SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

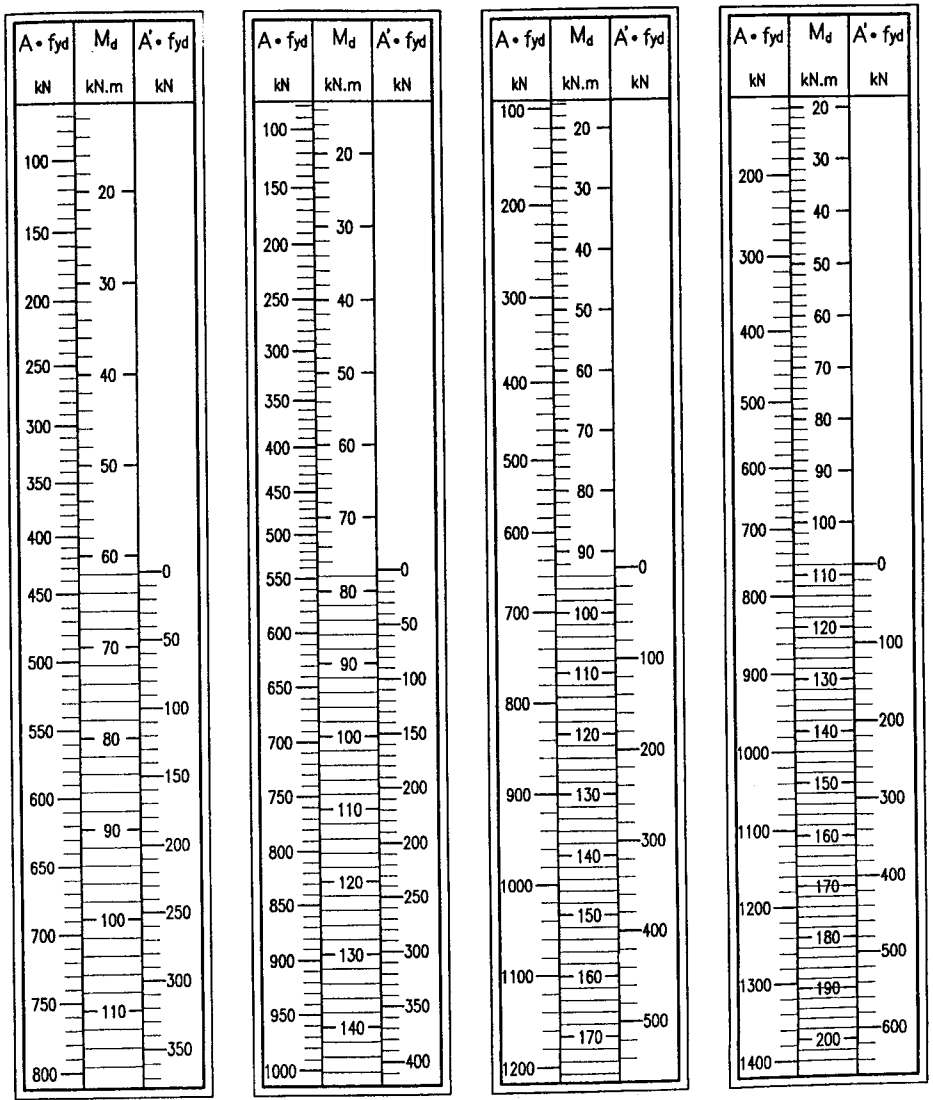
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-30
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 30 N/mm²
h=0,20 m



b=0.40 m | b=0.50 m | b=0.60 m | b=0.70 m



44672

SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

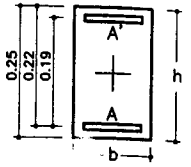
$\gamma_c = 1{,}5$

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA–30

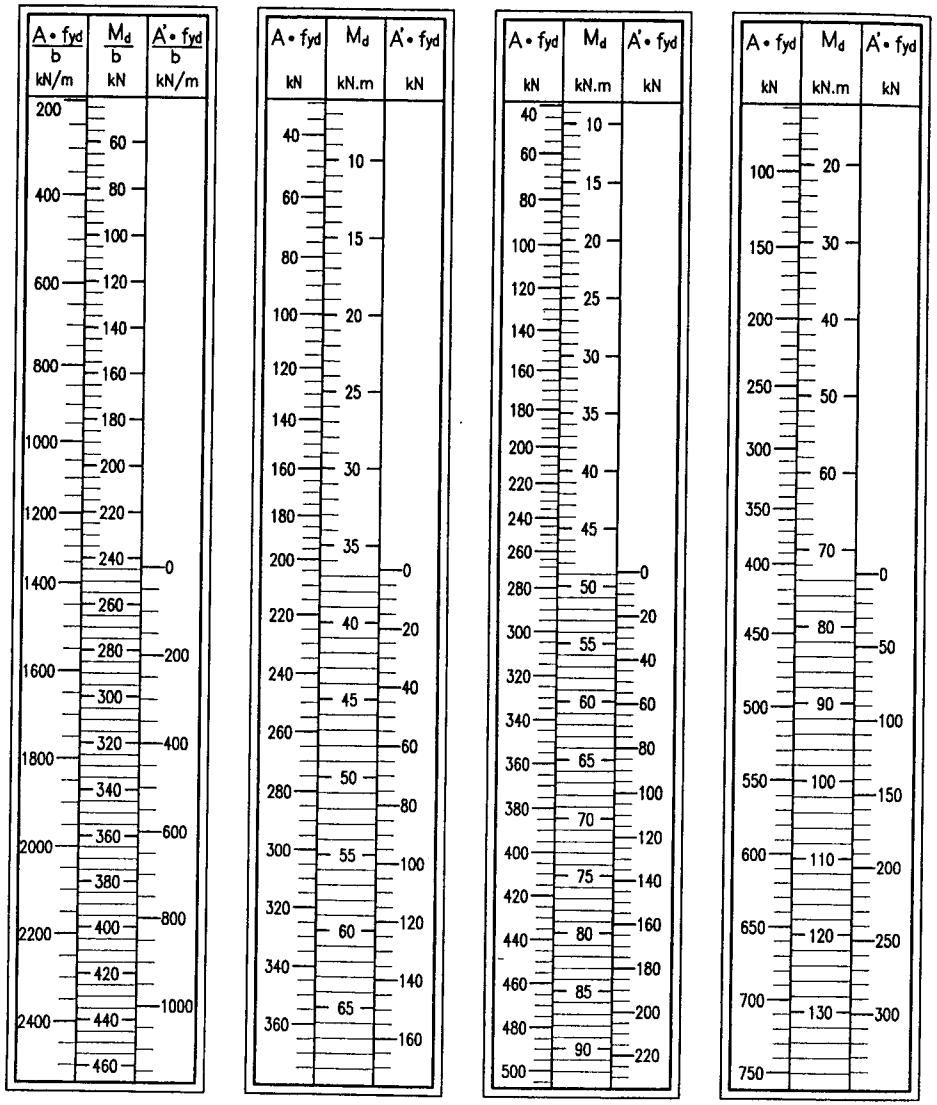
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²

$f_{ck} = 30$ N/mm²

h=0,25 m



b=0.15 m | b=0.20 m | b=0.30 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

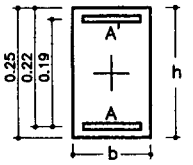
$\gamma_c = 1{,}5$

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA–30

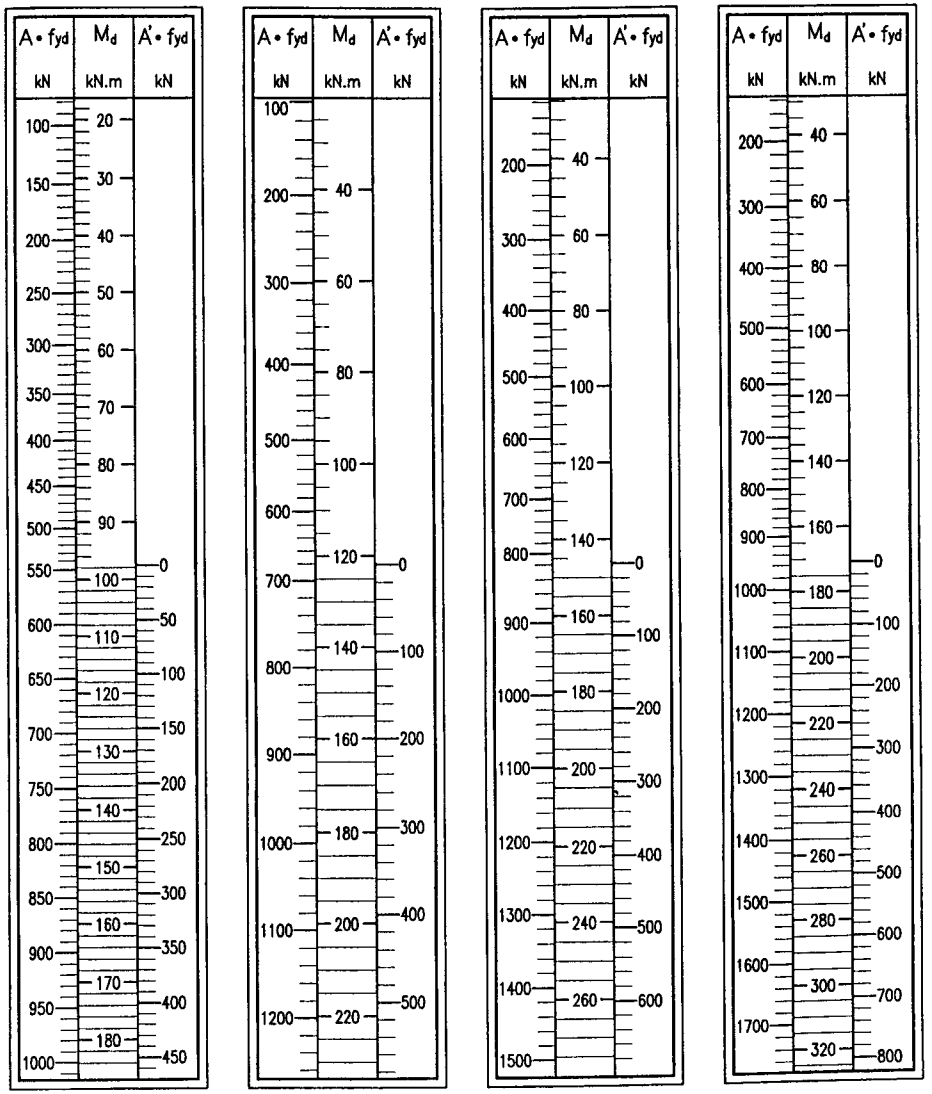
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²

$f_{ck} = 30$ N/mm²

h=0,25 m



b=0.40 m | b=0.50 m | b=0.60 m | b=0.70 m



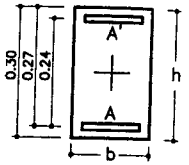
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

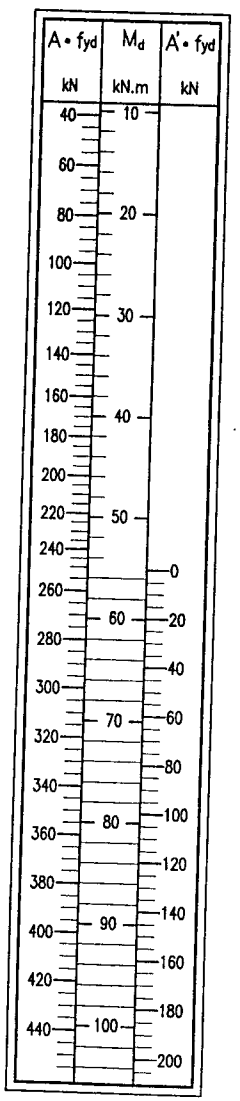
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA–30
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 30 N/mm²

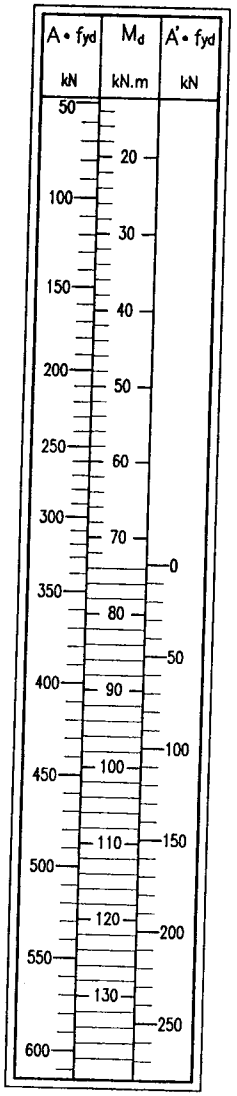
h=0,30 m



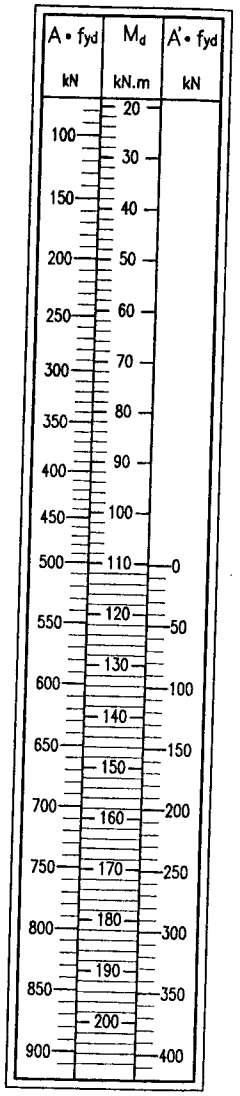
b=0.15 m



b=0.20 m



b=0.30 m



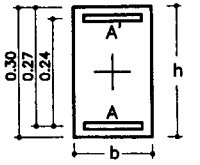
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

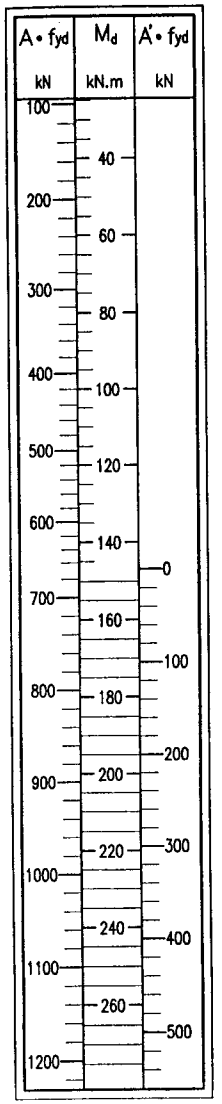
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA–30
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 30 N/mm²

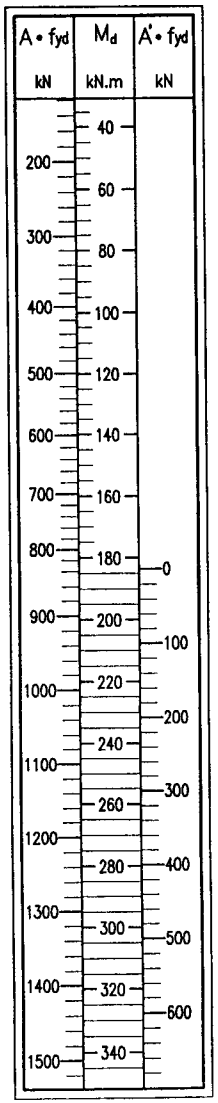
h=0,30 m



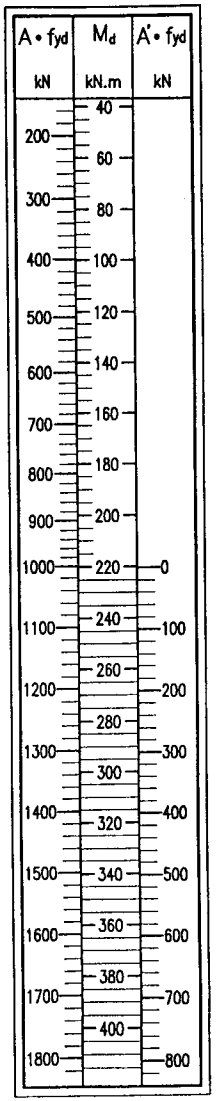
b=0.40 m



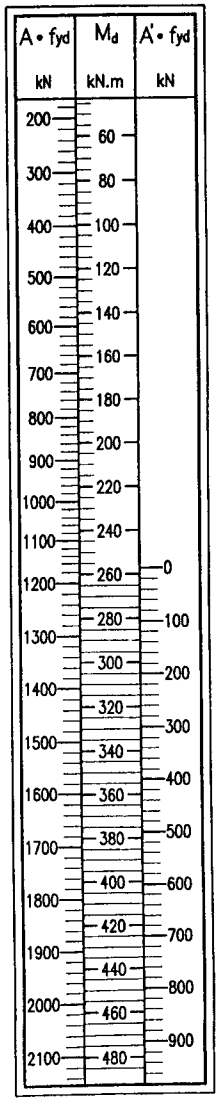
b=0.50 m



b=0.60 m



b=0.70 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

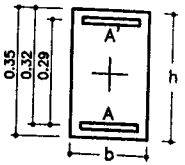
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

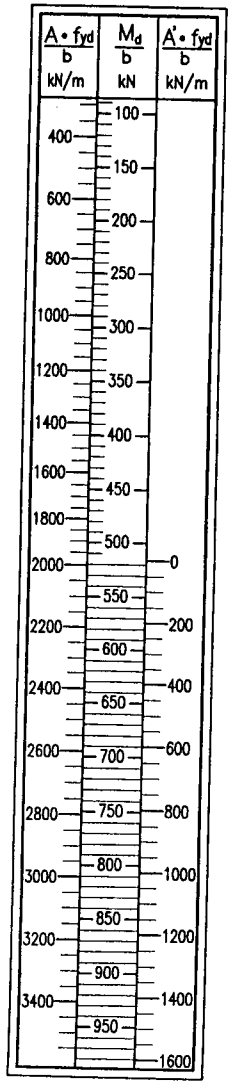
γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-30
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 30 N/mm²

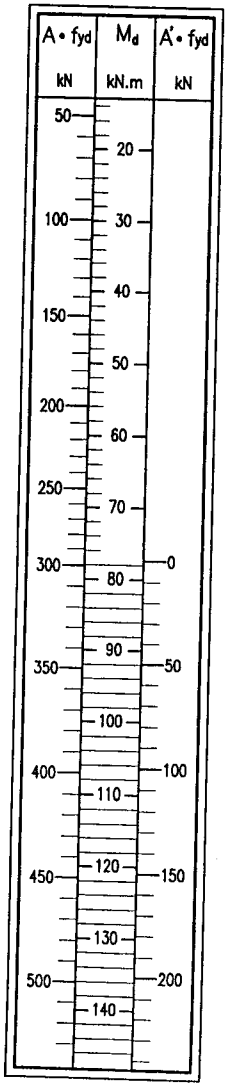
h=0,35 m



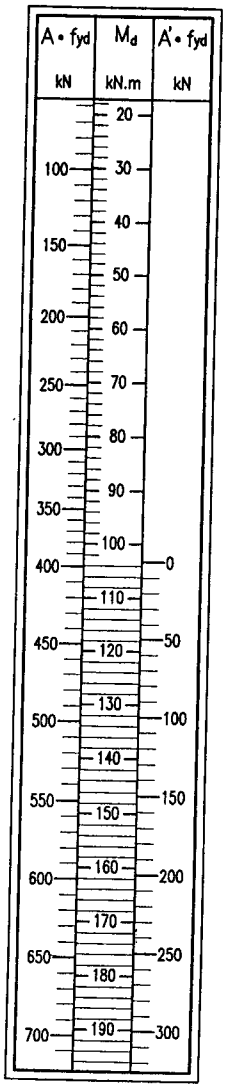
b=0.15 m



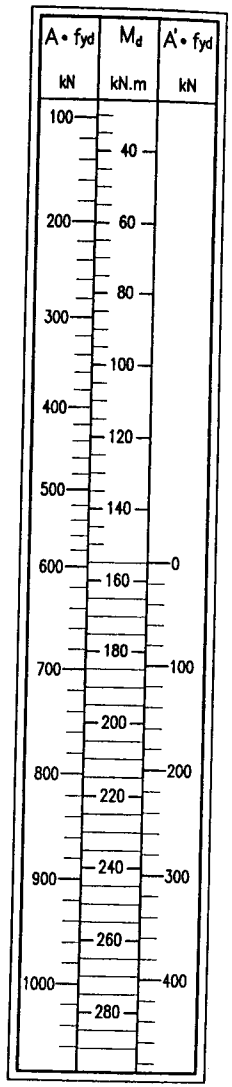
b=0.20 m



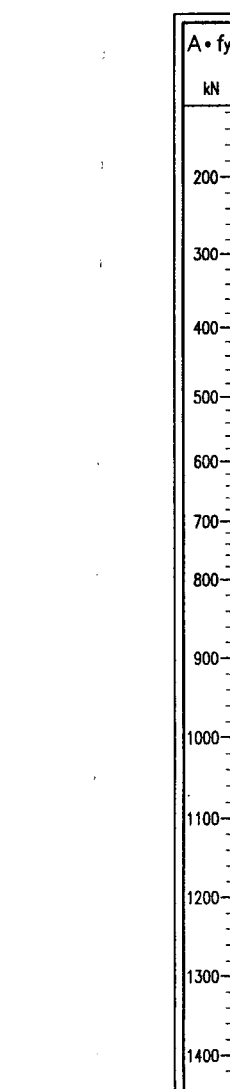
b=0.30 m



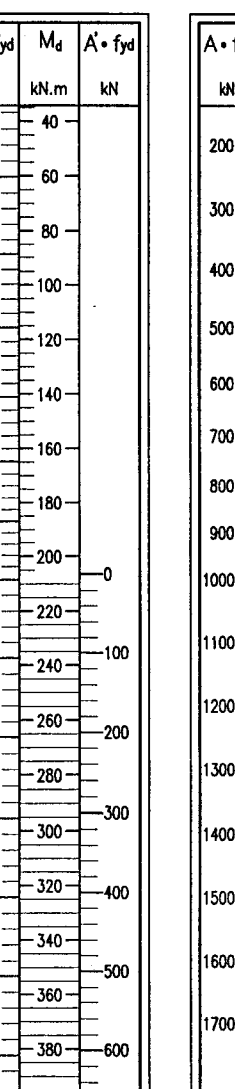
b=0.40 m



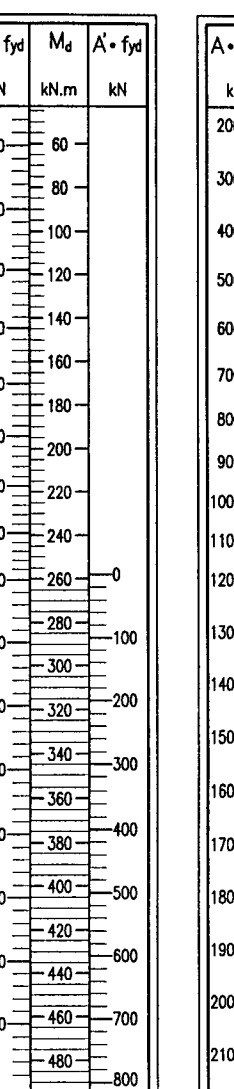
b=0.50 m



b=0.60 m



b=0.70 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

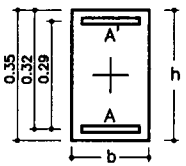
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-30
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 30 N/mm²

h=0,35 m



b=0.40 m
b=0.50 m
b=0.60 m
b=0.70 m

SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

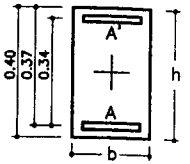
γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-30

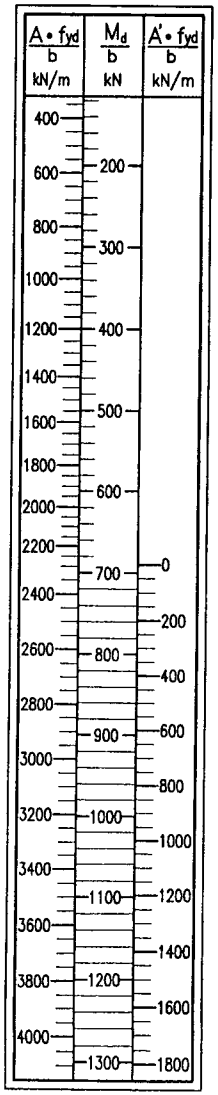
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²

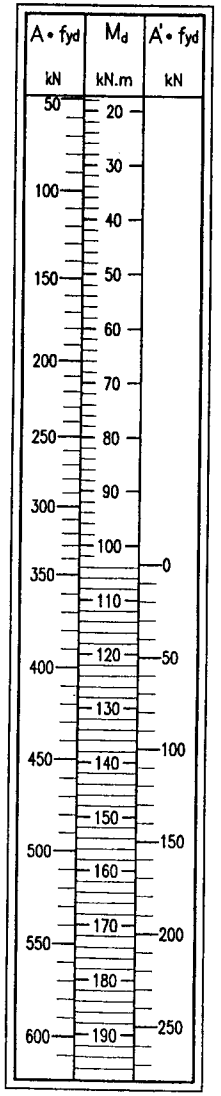
f_{ck} = 30 N/mm²

h=0,40 r.

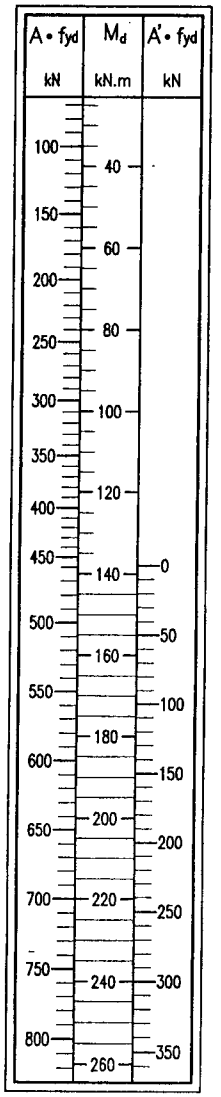


b=0.15 m

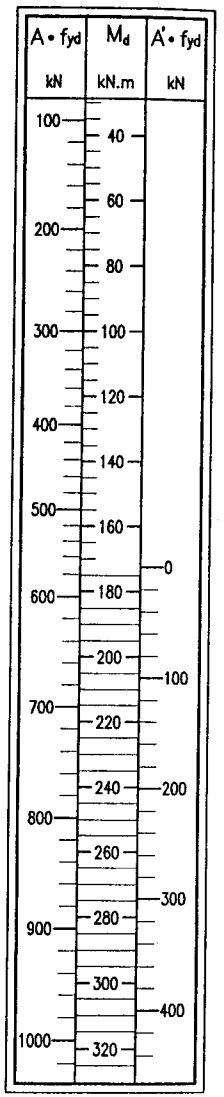




b=0.20 m



b=0.25 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

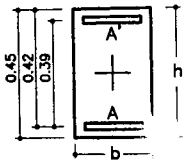
γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-30

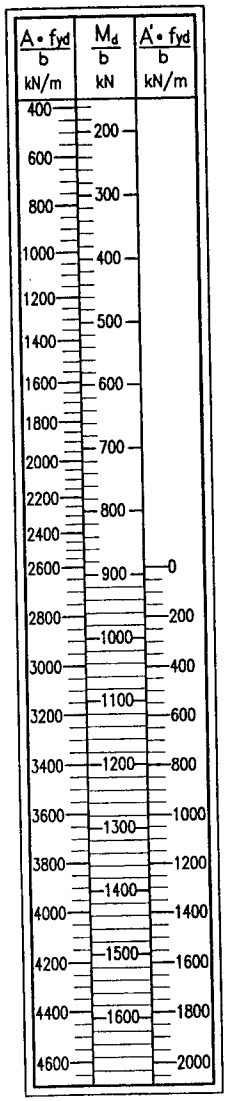
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²

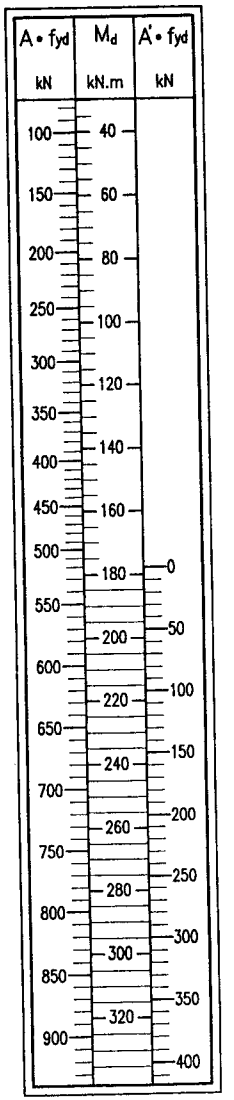
f_{ck} = 30 N/mm²

h=0,45 m

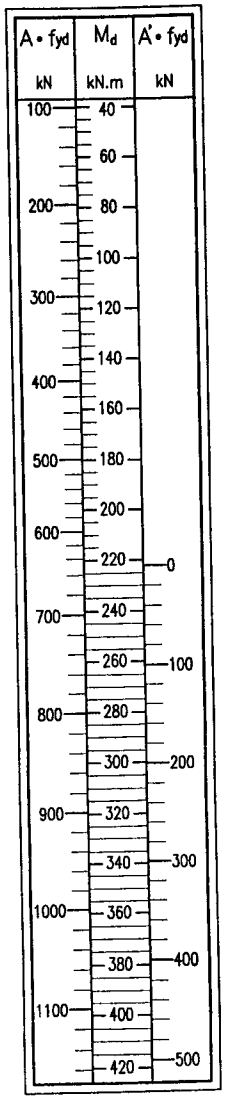


b=0.20 m

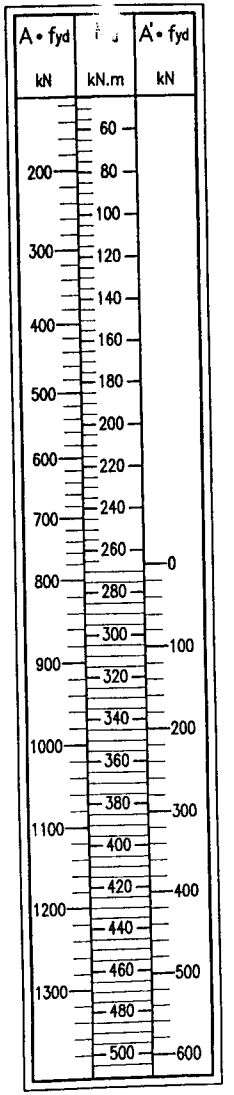




b=0.25 m



b=0.30 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

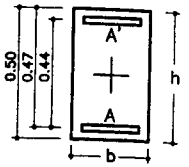
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

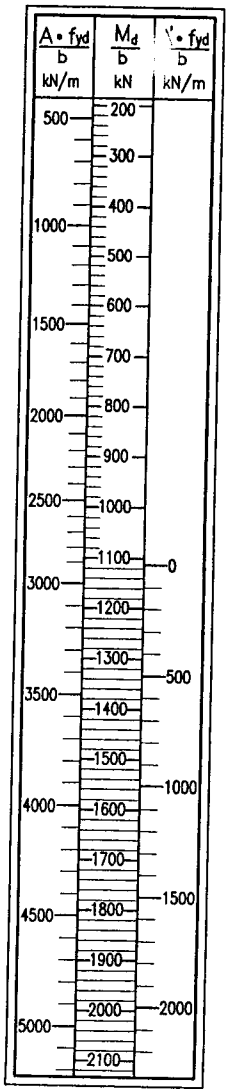
γ_c=1,

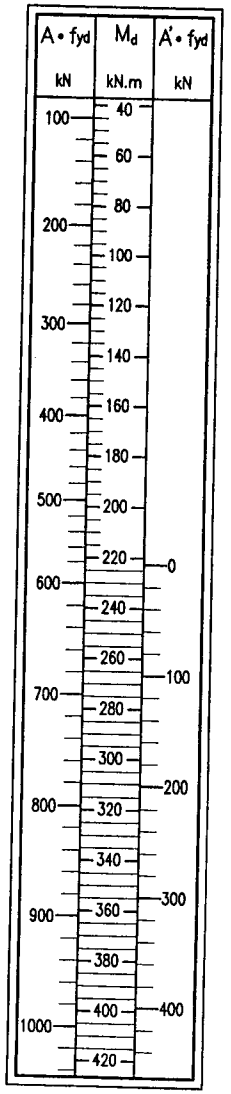
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA–30
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 30 N/mm²

h=0,50 m

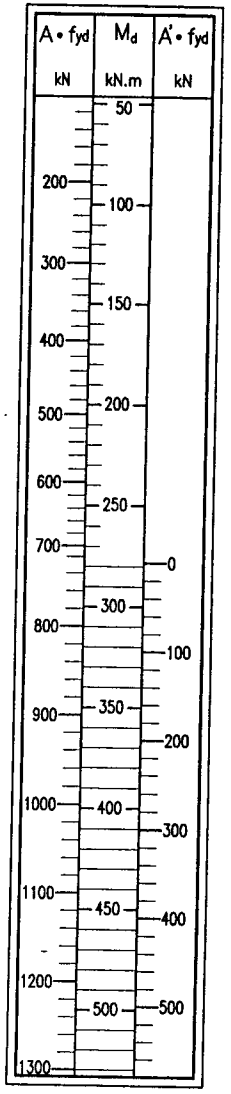


b=0.20 m

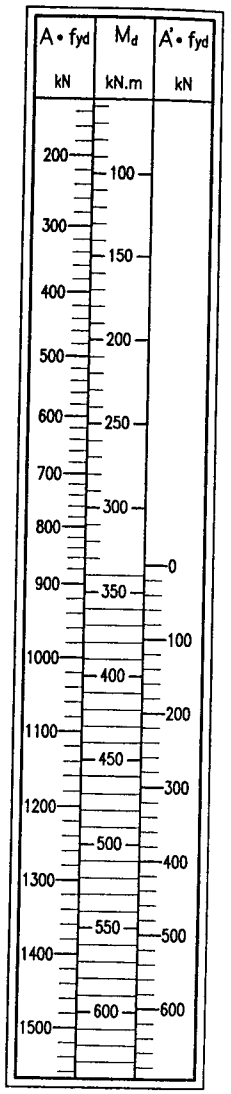




b=0.25 m



b=0.30 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

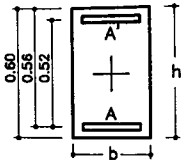
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

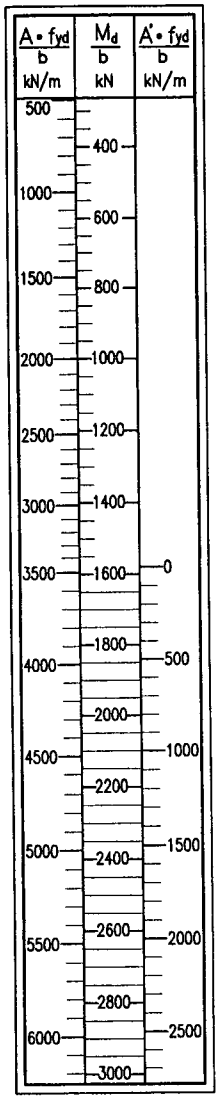
γ_c=1,5

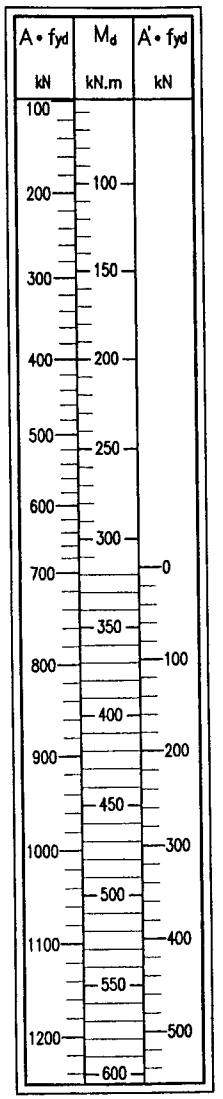
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA–30
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 30 N/mm²

h=0,60 m

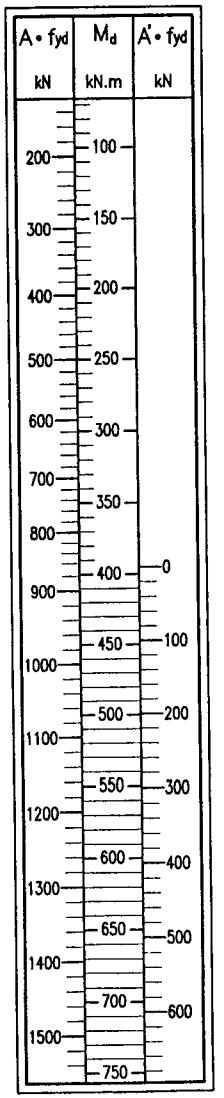


b=0.20 m

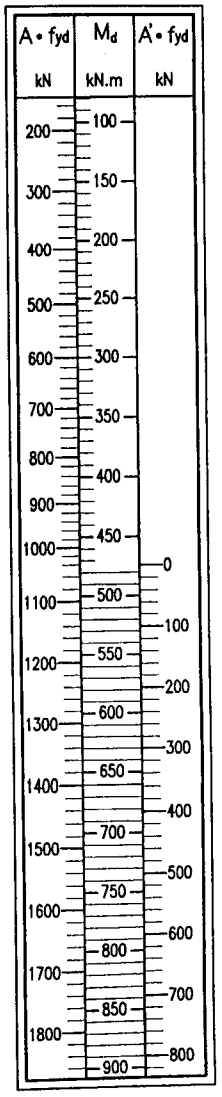




b=0.25 m



b=0.30 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

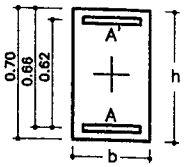
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-30

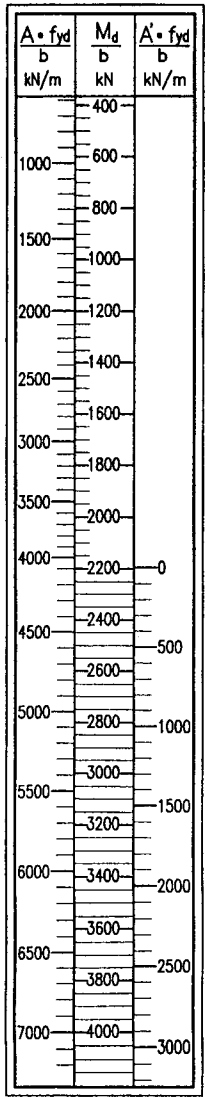
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²

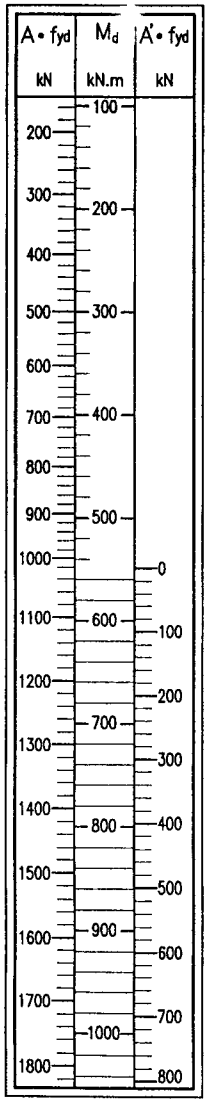
f_{ck} = 30 N/mm²

h=0,70 m

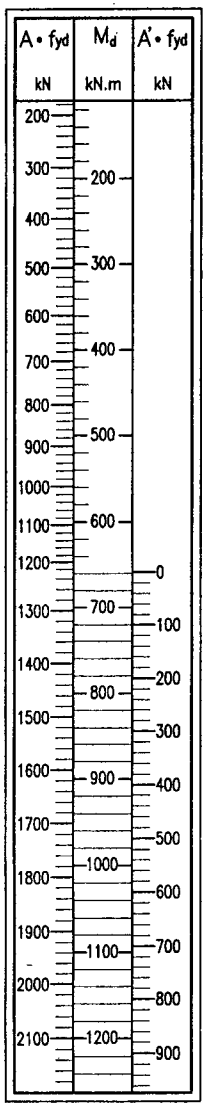


b=0.25 m

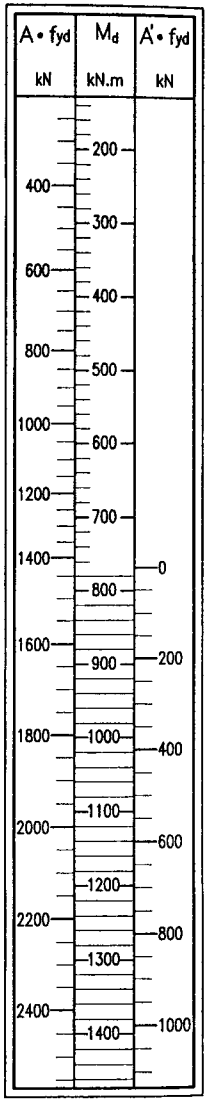




b=0.30 m



b=0.35 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

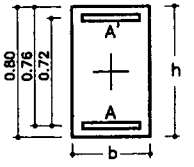
Los diagramas se han calculado con γ_c=1,5

ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-30

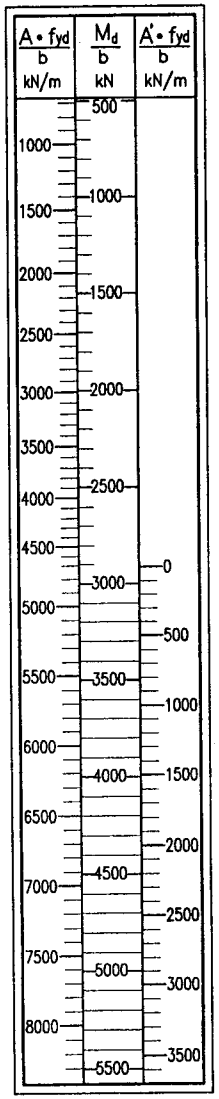
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²

f_{ck} = 30 N/mm²

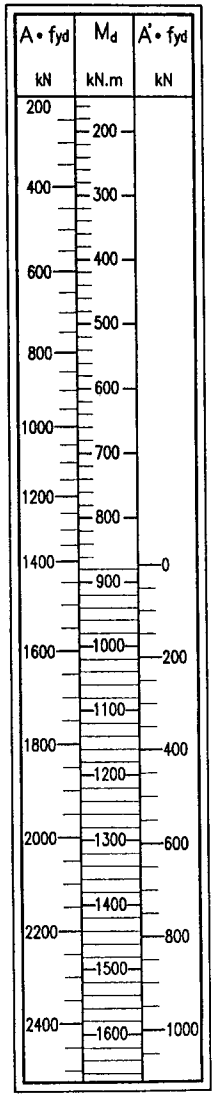
h=0,80 m



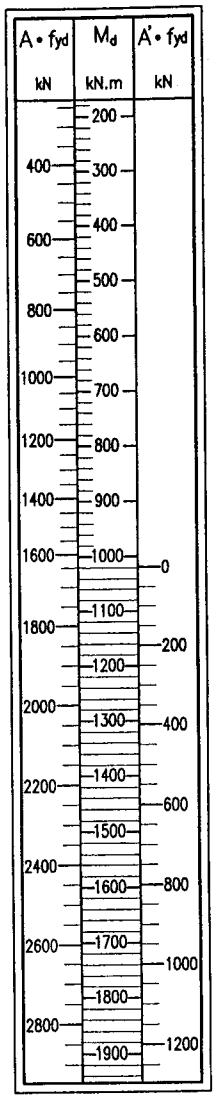
b=0.30 m



b=0.35 m



b=0.40 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

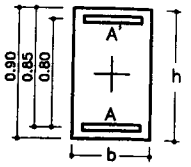
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

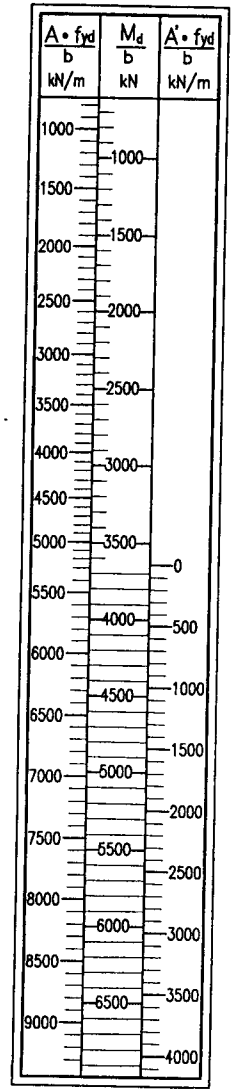
γ_c=1,5

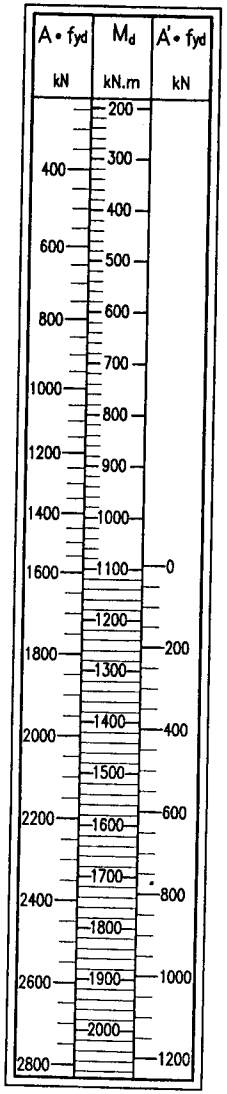
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-30
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 30 N/mm²

h=0,90 m

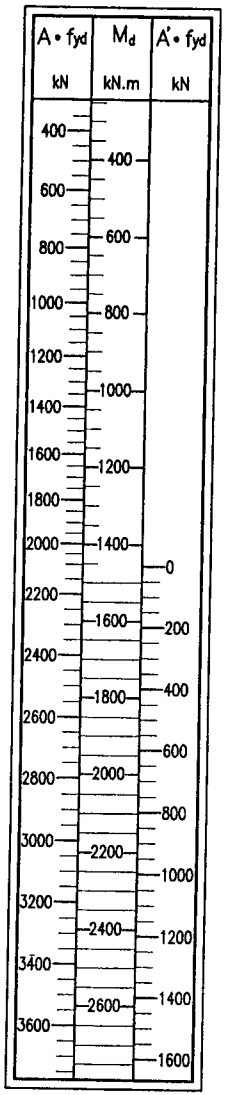


b=0.30 m

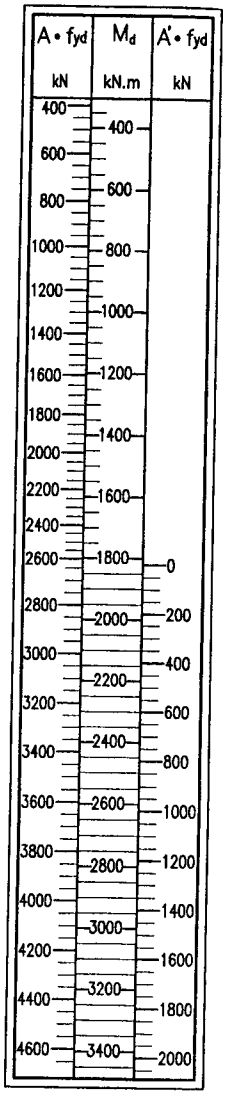




b=0.40 m



b=0.50 m



SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN

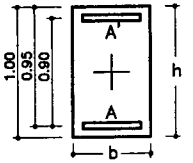
(ATENCIÓN: Entrar con el valor de cálculo de M_d correspondiente a acciones mayoradas con γ_f)

Los diagramas se han calculado con

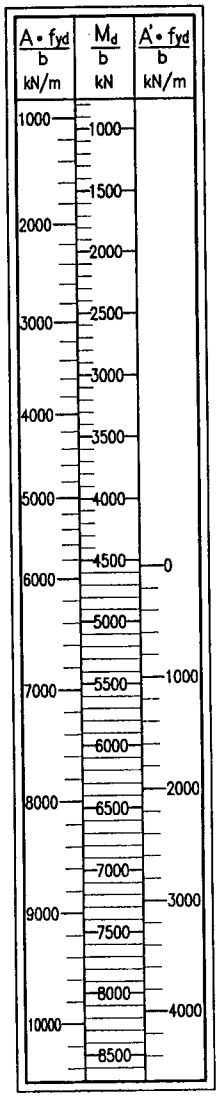
γ_c=1,5

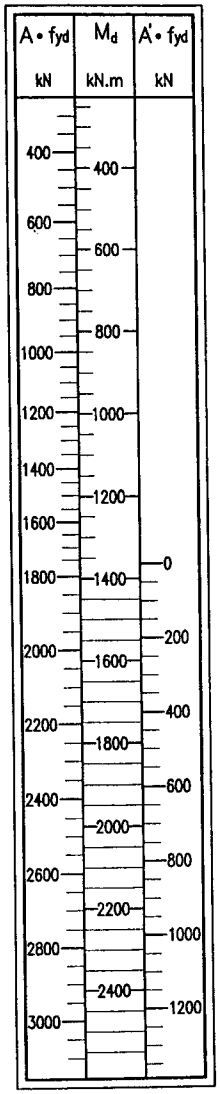
ACERO B 400 S ó B 500 S
HORMIGÓN HA-30
$400 \leqslant f_{yk} \leqslant 500$ N/mm²
f_{ck} = 30 N/mm²

h=1,00 m

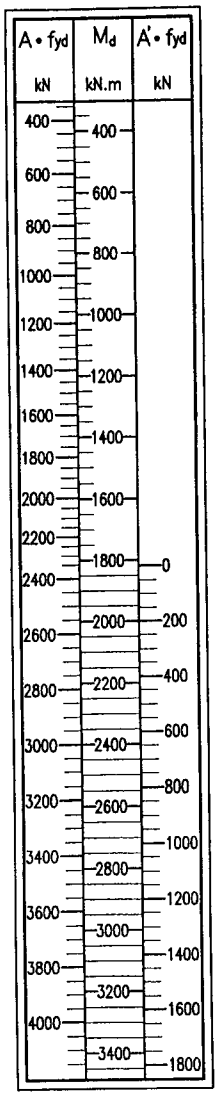


b=0.30 m

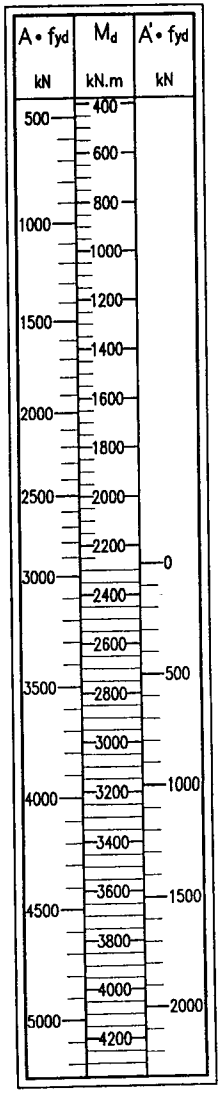




b=0.40 m



b=0.50 m



DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA EL CÁLCULO DE SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

ARMADURAS SIMÉTRICAS

Resistencia característica del hormigón

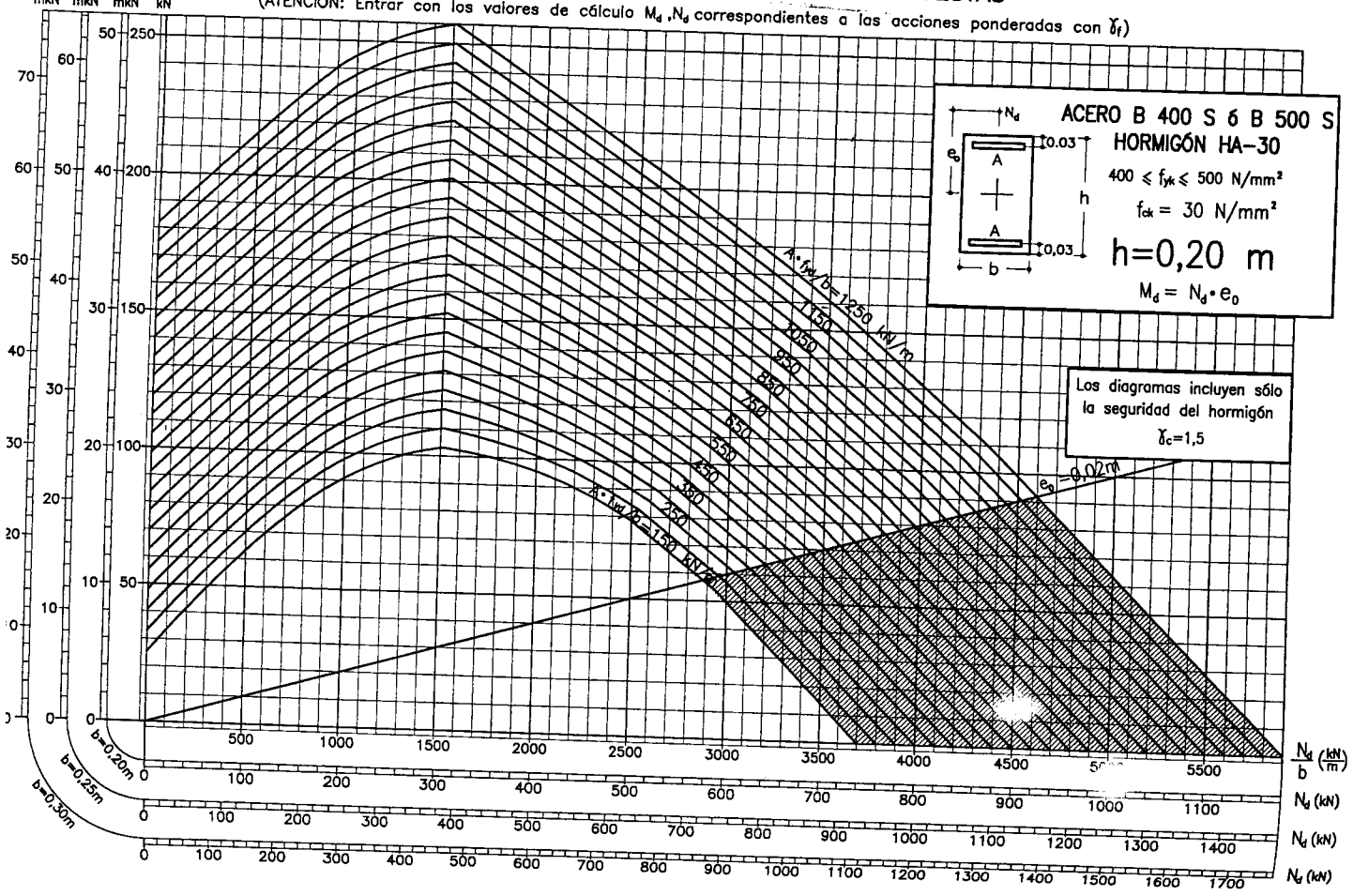
f_{ck} = 30 N/mm²
(f_{ck} = 300 kp/cm²)

Aceros de dureza natural

$400 \leq f_{yk} \leq 500$ N /mm²
($4.000 \leq f_{yk} \leq 5.100$ kp/cm²)

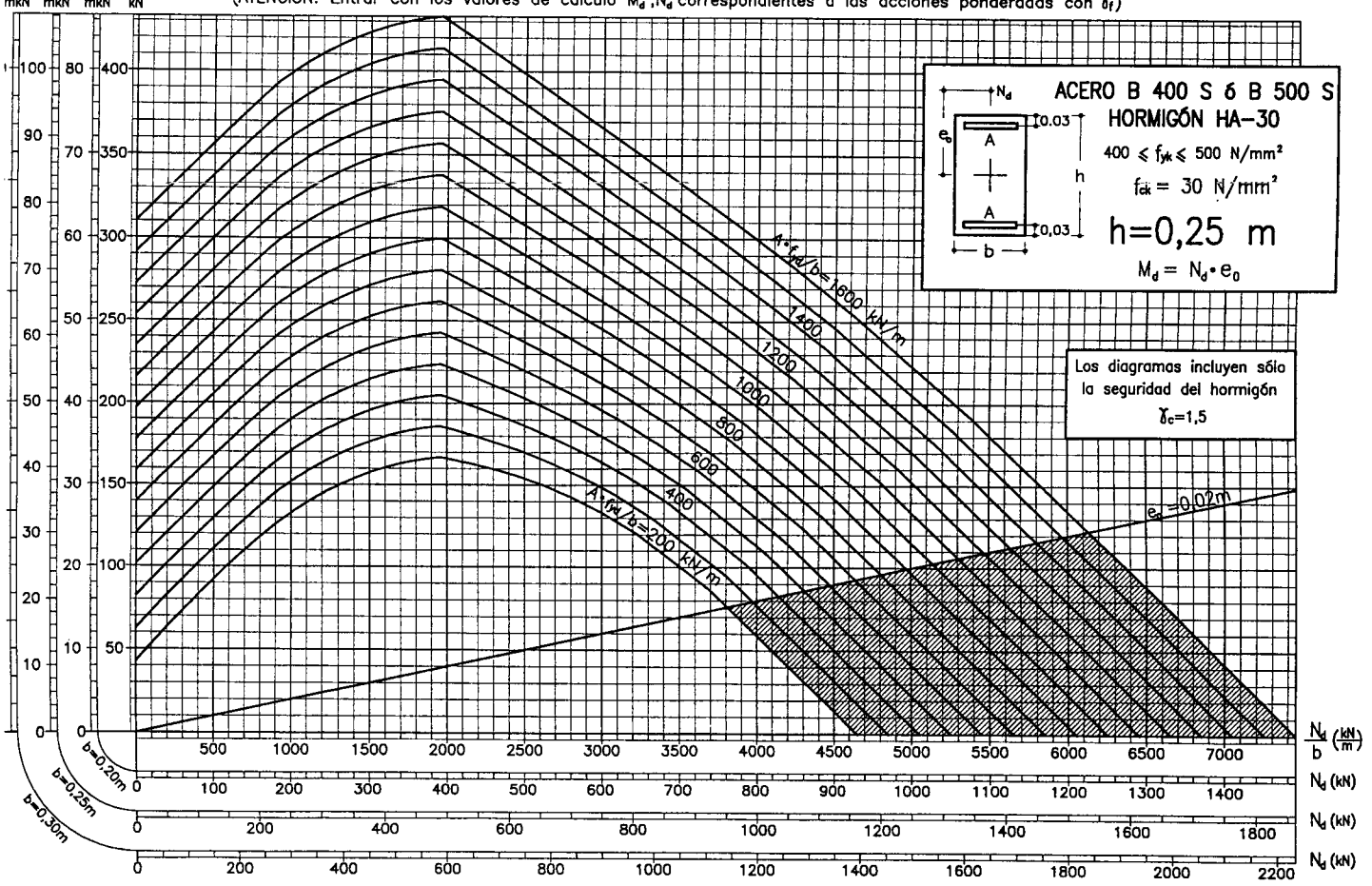
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d ,N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



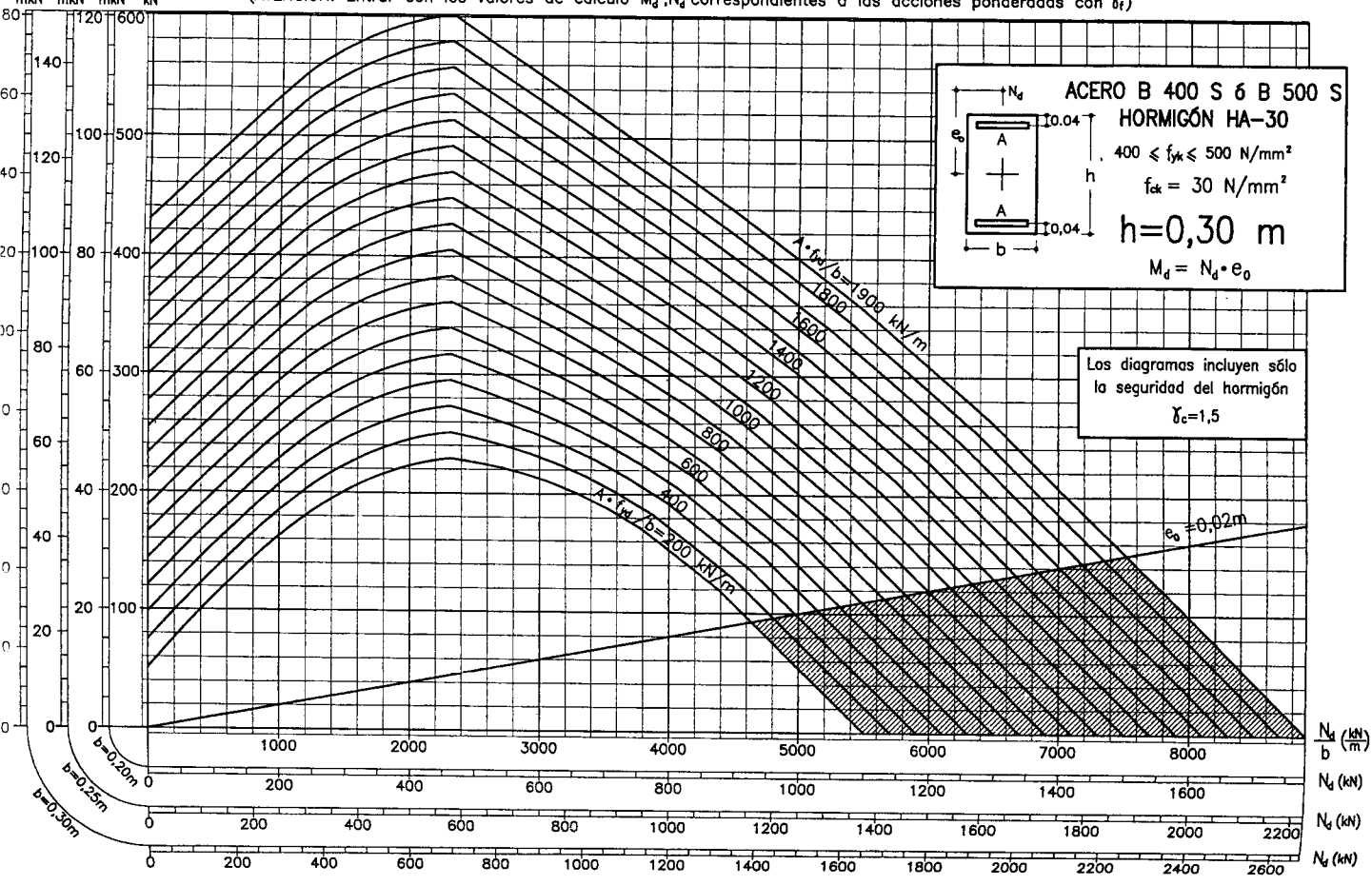
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d ,N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



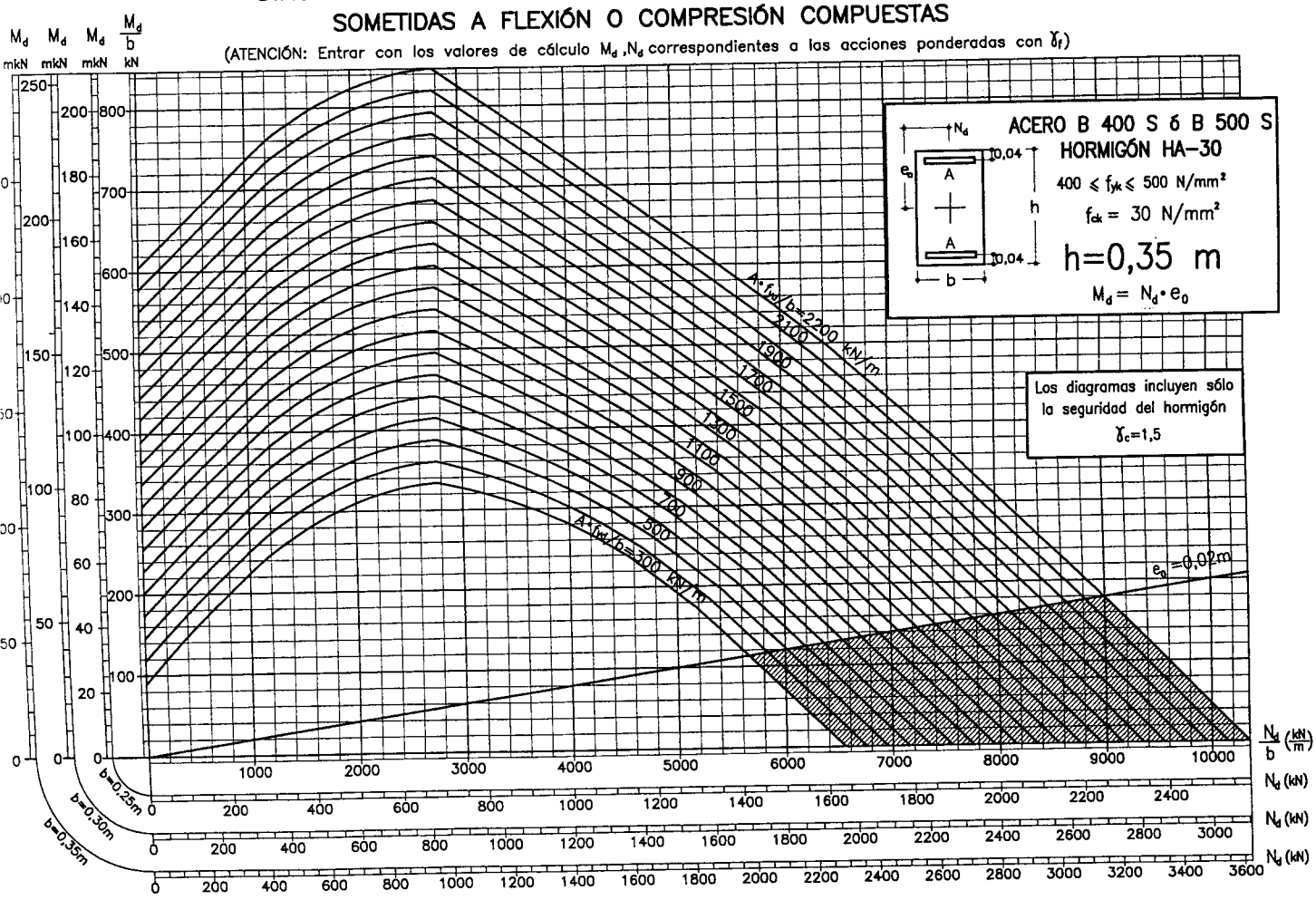
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d , N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



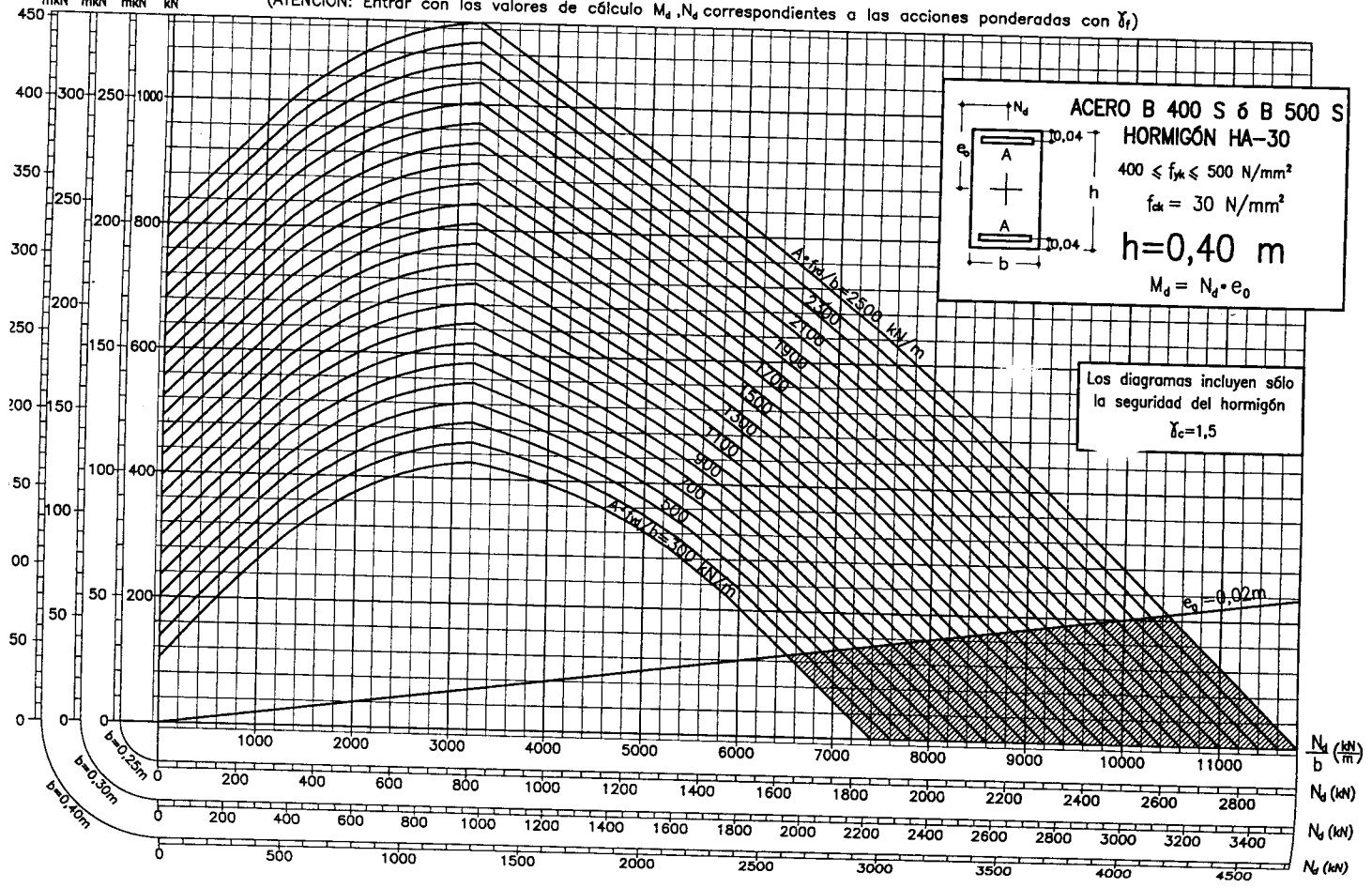
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d , N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



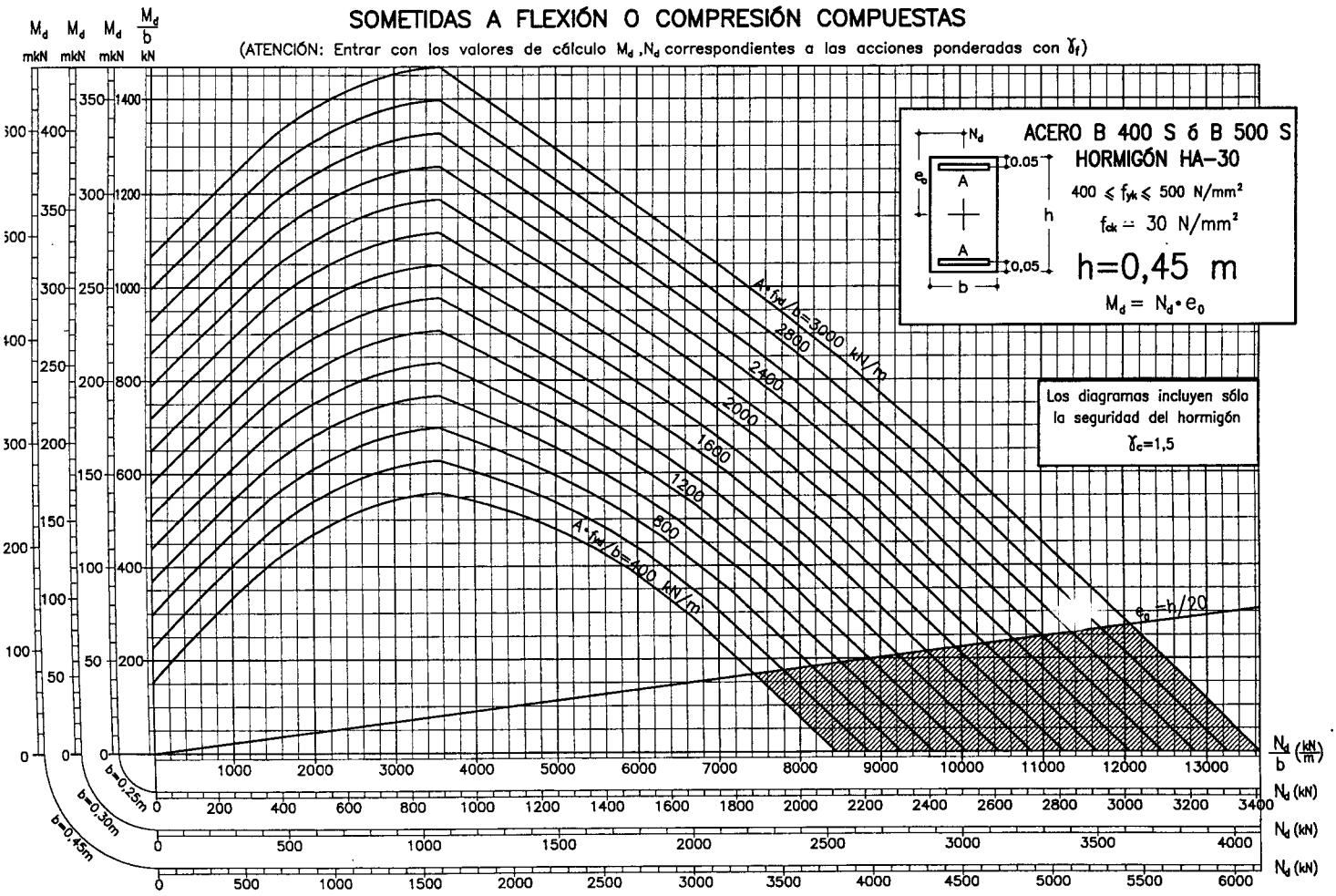
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



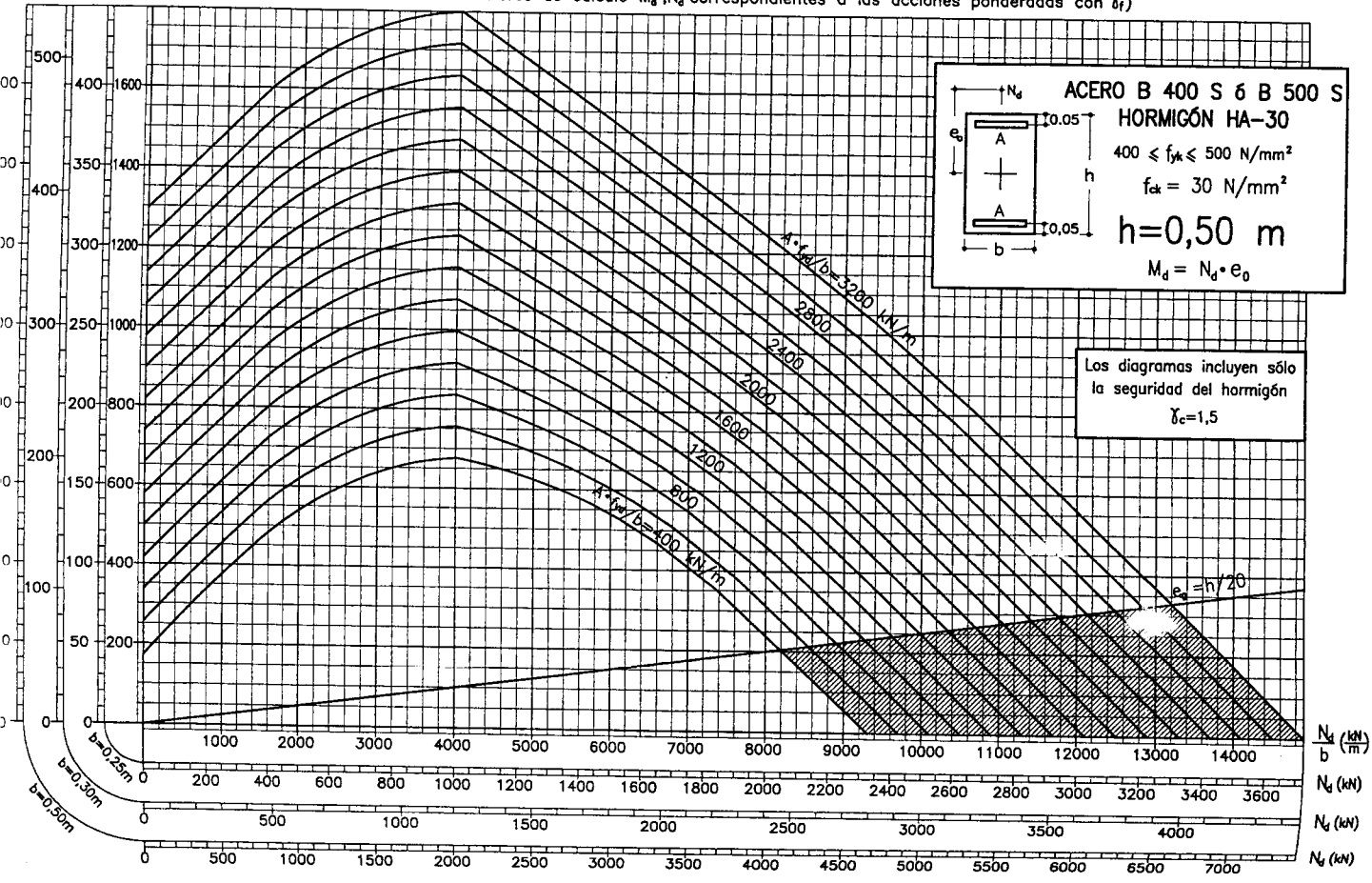
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



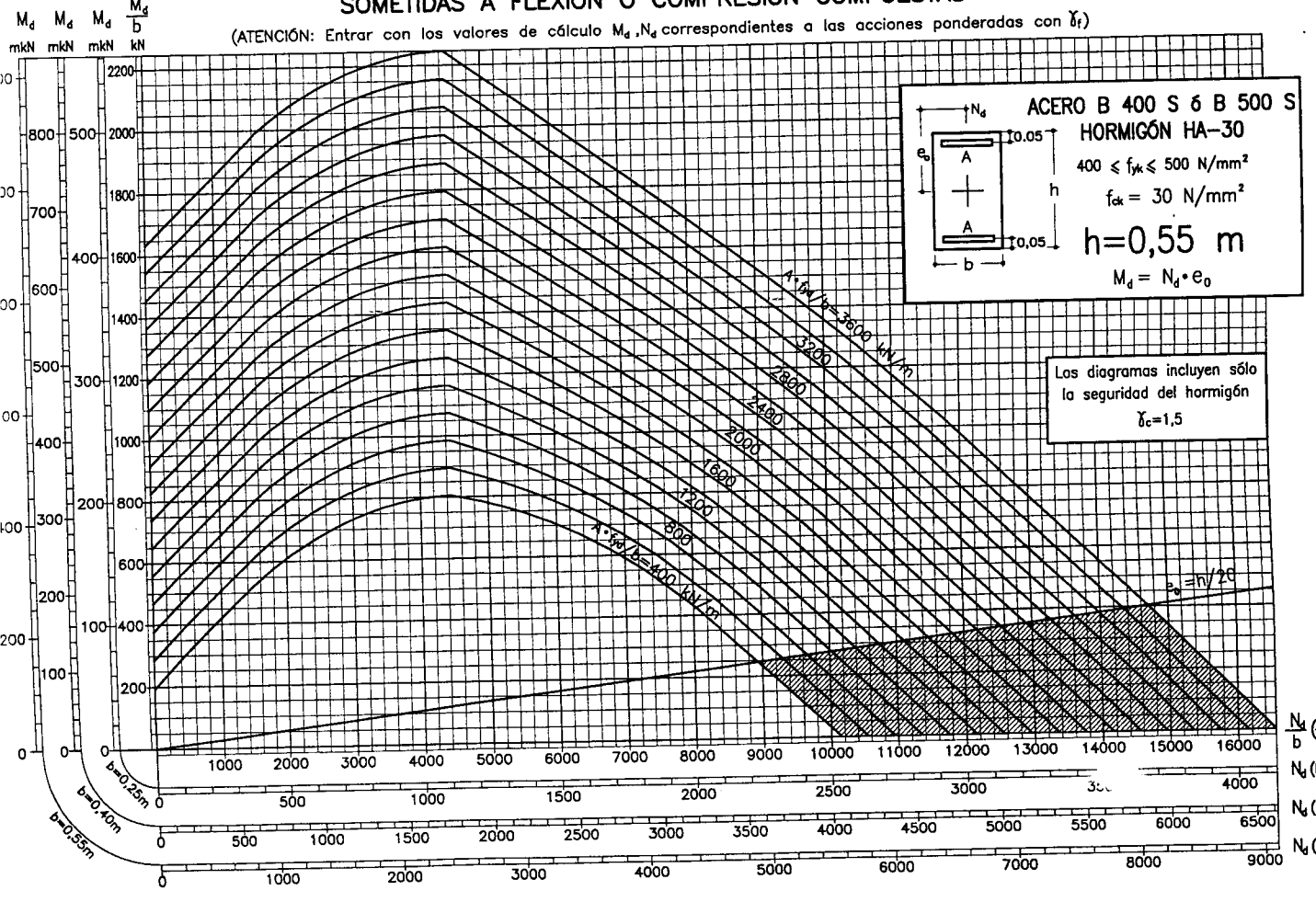
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d , N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



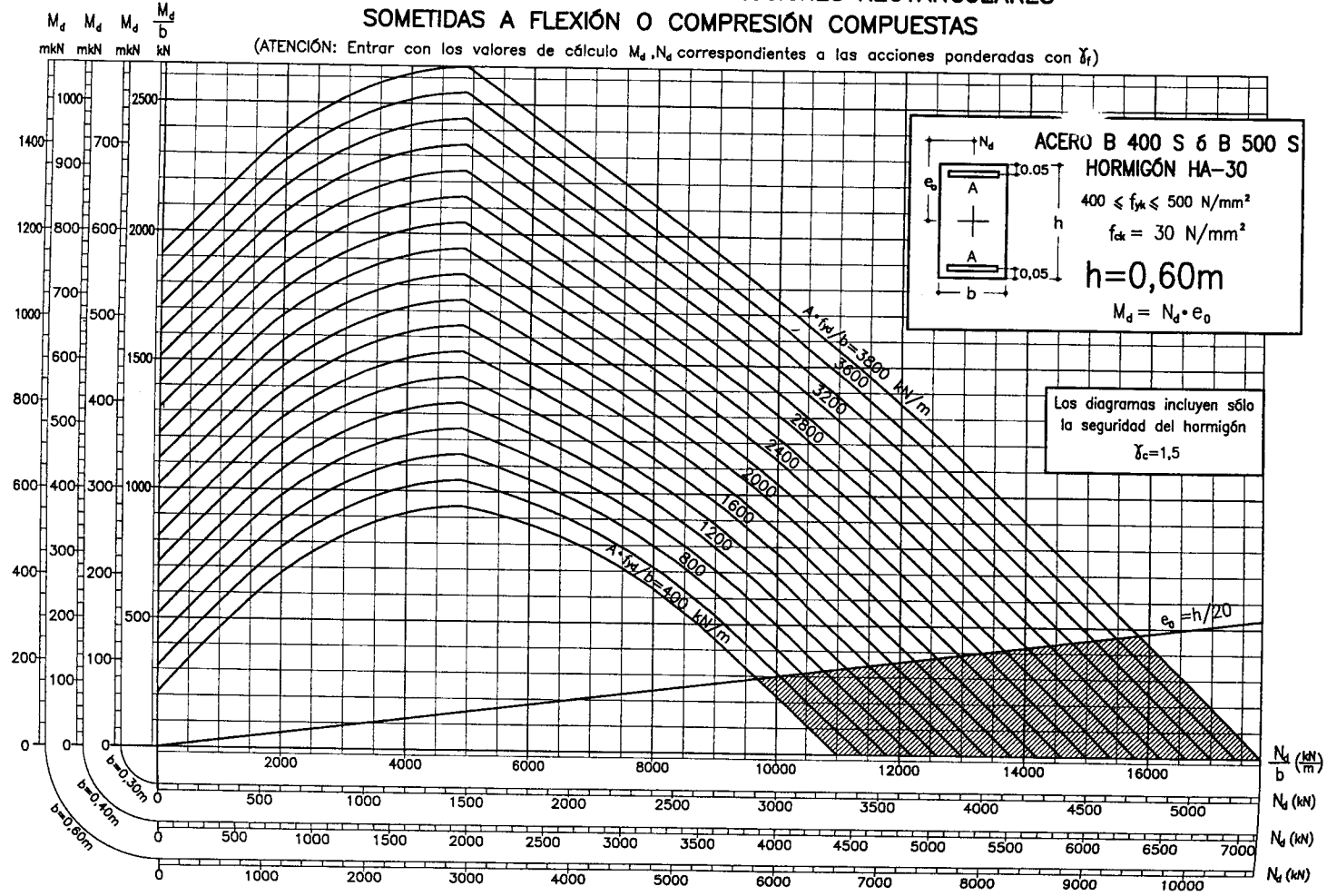
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d , N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



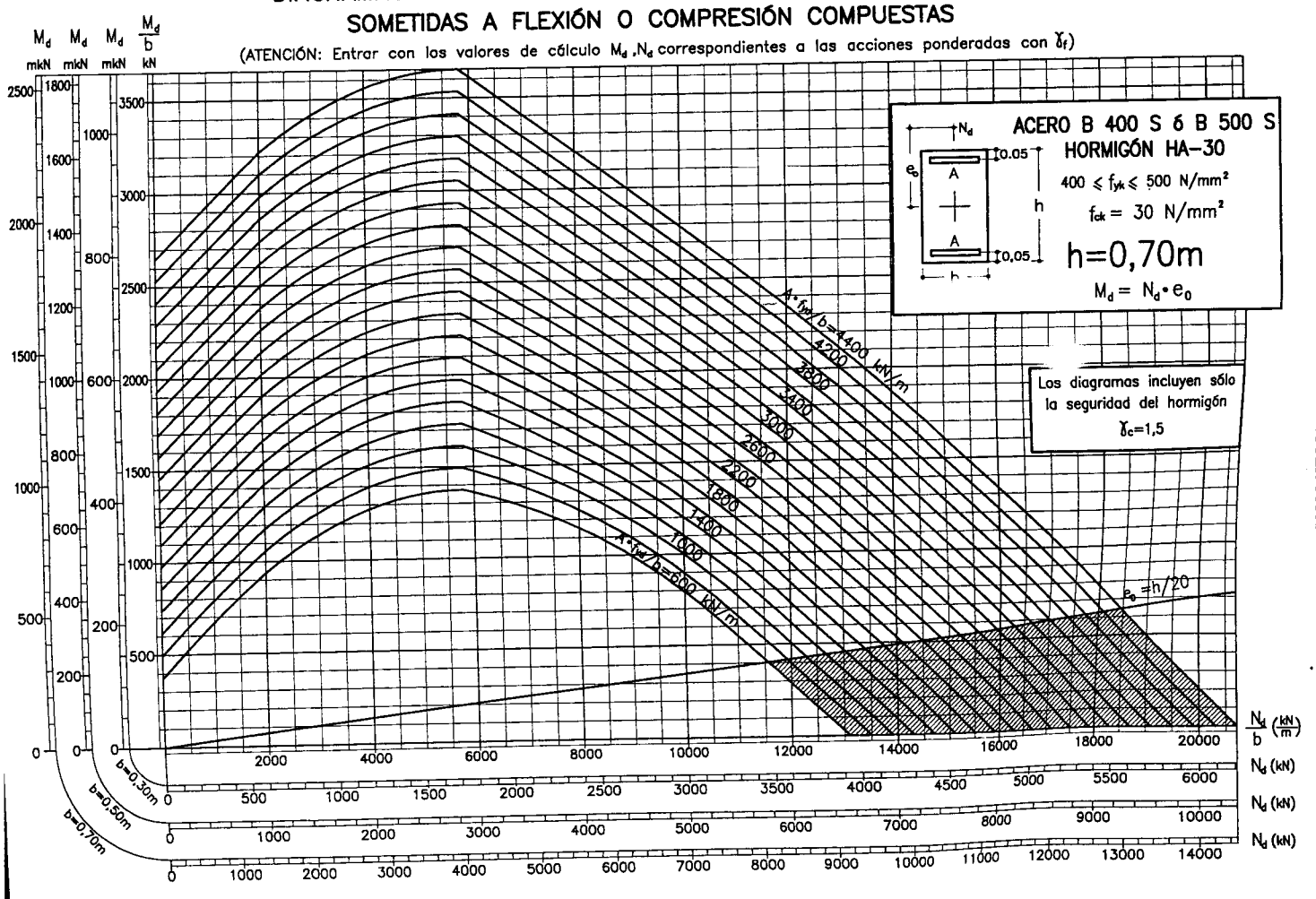
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



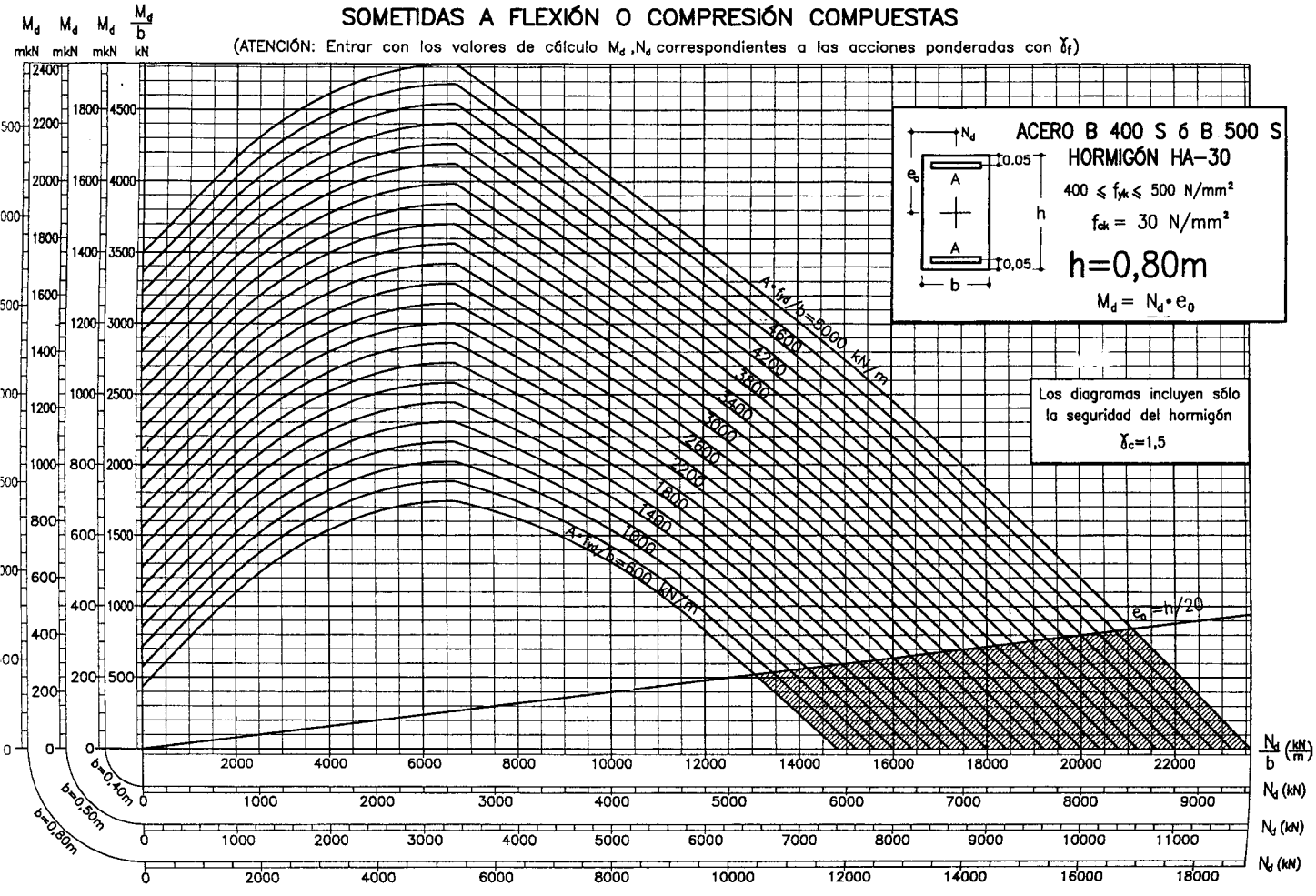
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d, N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



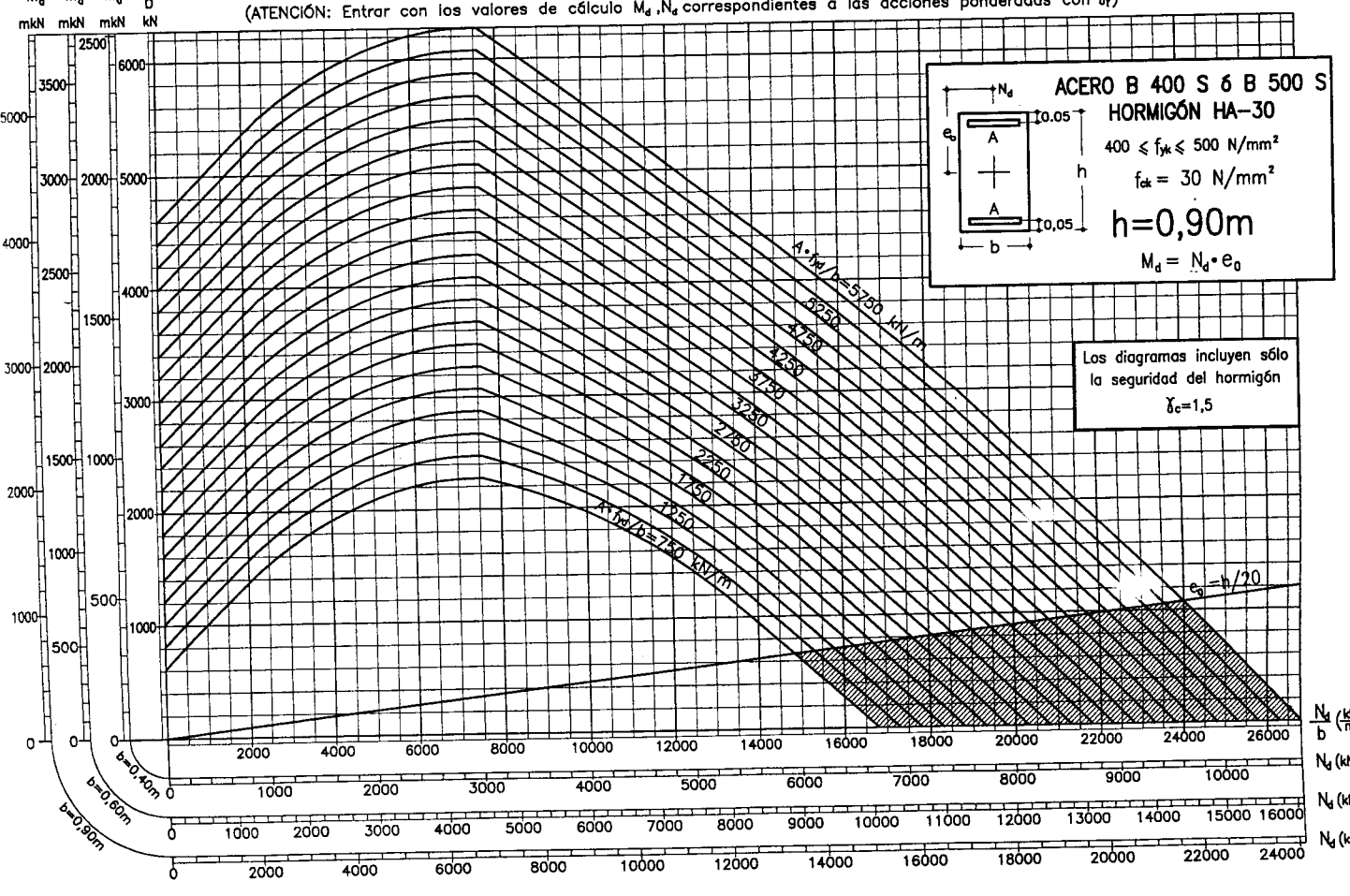
DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d , N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)

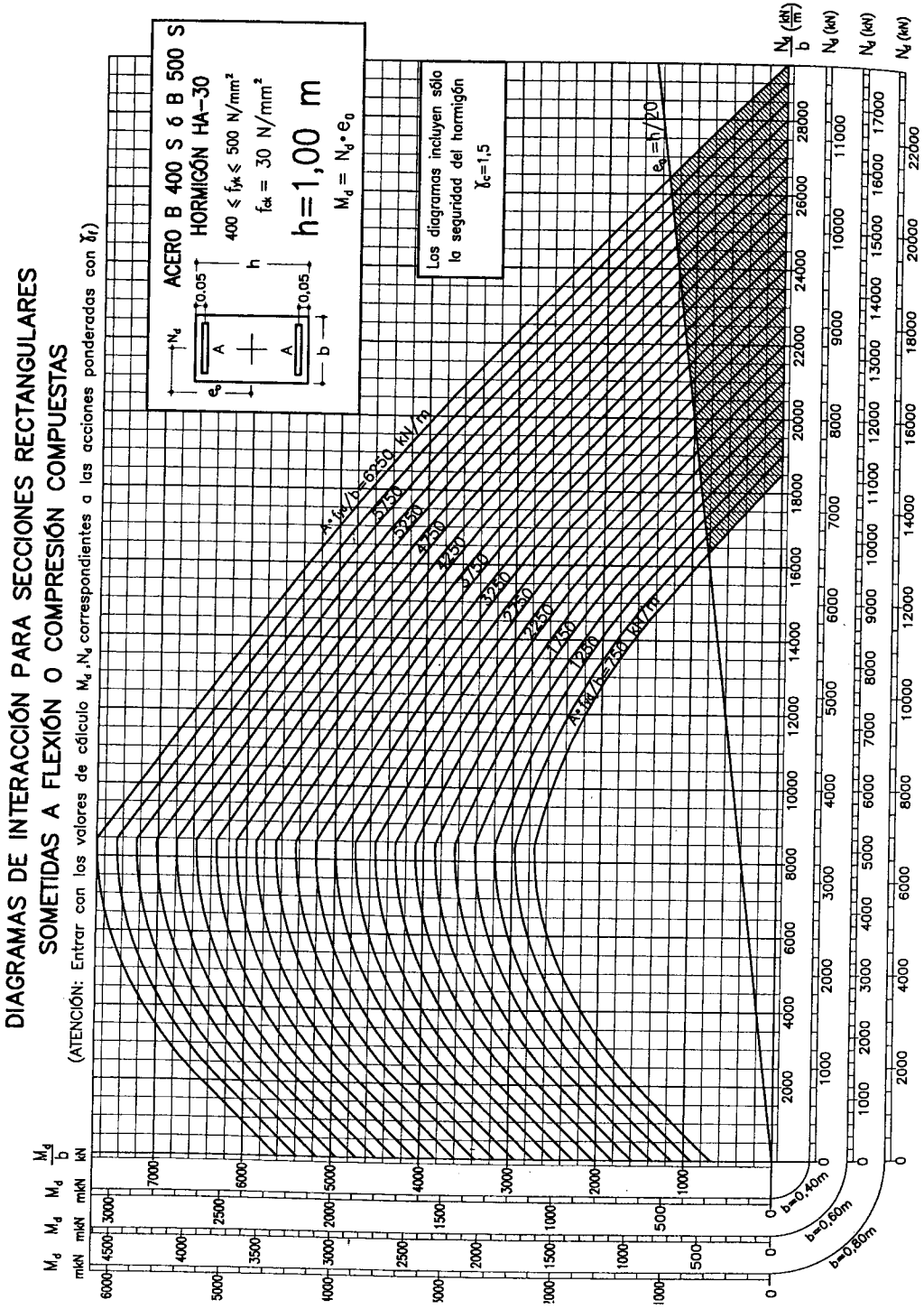


DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN O COMPRESIÓN COMPUESTAS

(ATENCIÓN: Entrar con los valores de cálculo M_d , N_d correspondientes a las acciones ponderadas con γ_f)



MONTOYA-MESEGUER-MORÁN



Bibliografía

Capítulo 0

Normas

Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE. Anejo 1: Notación*. Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.

Instituto Español de Racionalización y Normalización (IRANOR) (1970): *Ley de pesas y medidas del 8 de noviembre de 1967 declarando de uso legal en España el Sistema Internacional de Unidades (SI)*, Madrid.

Libros y artículos

American Concrete Institute (ACI) (1970): "Proposed Standard: Preparation of notation for concrete", Comité ACI 104, ACI Journal, agosto, Detroit.

CEB (1973): *Notations – Terminologie*, CEB, Boletín núm. 96, París.

García Meseguer, A. (1972*a*): "Un antiguo deseo en la técnica del hormigón: Sistema de notaciones unificado en todo el mundo". *Boletín informativo del Instituto de Ingenieros Civiles de España*, Instituto de Ingenieros Civiles de España, enero-febrero, Madrid.

– (1972*b*): "Notaciones unificadas CEB-FIP-ACI aprobadas en Copenhague, mayo 1971" *Hormigón y Acero*, Instituto Eduardo Torroja, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, núm. 103, 2° trimestre, Madrid.

Spratt, B.H. (1972): "An international notation for concrete", *Concrete*, vol. 6, núm. 1, Londres.

Capítulo 1

Normas

Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR) (1985-1996): *Normas UNE 80 sobre cementos*; serie 100: *Ensayos físicos y mecánicos*; serie 200: *Análisis químicos*; serie 300: *Definiciones, clasificaciones y especificaciones*; serie 400 *Toma de muestras y control de calidad*, AENOR, Madrid.

Comisión Permanente del Cemento (1997): *Instrucción para la Recepción de Cementos, RC-97*, Ministerio de Fomento, Madrid.

Comité Europeo de Normalización (CEN) (1996): *Normas Europeas EN 196-1, EN 196-2, EN 196-3 y EN-196-5 sobre ensayos de cementos*, Bruselas.
– (1989): *Prenorme Européenne 197: Ciments: composition, specifications et critères de conformité*, Bruselas.

Libros y artículos

Calleja, J. (1998): *Recomendaciones para la utilización de los cementos de las normas UNE 1996*, Instituto Español del Cemento, Madrid.
– (1990): *Normas españolas UNE y normas europeas CEN sobre cementos*, ANCOP, Servicio de Publicaciones, Madrid.
Fernández Cánovas, M. (1996): *Hormigón*, 4ª ed., Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid.
Garrido, A. (1999): *Manual de aplicación de la EHE. Materiales, ejecución y control*, everi, Leynfor Siglo XXI, Madrid.
Kumar Mehta, P. y Monteiro, P.J.M. (1994): *Concreto: Estrutura, propriedades e materiais*, Editora Pini, São Paulo.
Soria, F. (1980): *Estudio de materiales IV: Conglomerantes hidráulicos*, Instituto Eduardo Torroja, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid.
Vaquero, J. (1997): "El uso de los nuevos tipos de cemento en la futura Instrucción del Hormigón Estructural", *BICCE*, págs. 13-25, julio-agosto, Murcia.

Capítulos 2 a 5

Normas

CEB-FIP (1995): *Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, GEHO-CEB y ATEP, Madrid.
Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.
Comité Europeo de Normalización (1999): *Norma prEN 206* (final draft)*: Concrete – Part 1: Specification, performance,, production and, conformity*, ERMCO, Bruselas.
– (1992): *Eurocódigo nº 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte I: Reglas generales y reglas para edificación* (prenorma europea ENV-1992/1), CEDEX, MOPT, Madrid.
DIN 1045 (1959): *Bauwerke aus Stahlbeton*, Edición 1959, *Beton-Kalender* 1969, Wilhelm Ernst und Sohn, Berlín.

Libros y artículos

American Concrete Institute (ACI) (1984): *Manual of concrete practice, Part 1: Materials and properties of concrete*, Detroit.
Arredondo, F. (1969): *Dosificación de hormigones*, 3ª ed., Instituto Eduardo Torroja (serie Manuales y Normas), Madrid.
Avram, C. (1971): *Rezistentele si deformatiile betonului*, Editura Tehnica, Bucarest.
Avram, C. et al. (1981): *Concrete strength and strains*, Elsevier, Amsterdam.
Biczok, I. (1964): *Concrete corrosion and concrete protection*, Academia Húngara de Ciencias, Budapest.
Calleja, J. (1968): *Tratamientos térmicos del hormigón*, Instituto Eduardo Torroja, Monografía núm. 269, Madrid.

– (1982): "Adiciones y cementos con adiciones". II Jornadas Nacionales de Control de Calidad de los Cementos, Madrid.
Castiñeiras, J.R. (1941): *Tecnología del hormigón*, 2ª ed., Centro Estudiantes de Ingeniería, Buenos Aires.
CEB (1984): *Structural effects of time–dependent behaviour of concrete*, CEB, Boletín núm. 142, París.
– (1996): *Durabilidad de estructuras de hormigón. Guía de diseño CEB*, 2ª ed., Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, y GEHO-CEB, Madrid.
CEB-FIP (1977): *CEB-FIP Manual on Lightweight aggregate concrete design and technology*, CEB, Boletín núm. 121, París.
Chiorino, M.A. (1972): *Effets structuraux des déformations différées du béton*, CEB, Boletín núm. 80, París.
Delibes, A. (1987): *Tecnología y propiedades mecánicas del hormigón*, INTEMAC, Madrid.
Delibes y González Isabel (1988): *Tratamientos de curado y control del hormigón*, Servicio de Publicaciones, ANCOP, Madrid.
Dreux, G. (1976): *Nouveau guide du béton*, Eyrolles, París.
Fernández Cánovas, M. (1996): *Hormigón*, 4ª ed., Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid.
FIB: *Ver International Federation for Structural Concrete.*
Garrido, A. (1999): *Manual de aplicación de la EHE. Materiales, ejecución y control*, everi, Leynfor Siglo XXI, Madrid.
Gaspar, D. (1987): "Aditivos para hormigón, morteros y pastas. Calidad y normativa". *Cemento-Hormigón* núm. 640, Barcelona.
– (1989): *Aditivos para el hormigón*, ANCOP, Servicio de Publicaciones, Madrid.
GEHO (1992): *Tecnología del hormigón. Código MC-90 e Instrucción EH-91*, GEHO, Boletín núm. 8, Madrid.
– (1998): *Caracterización de las propiedades diferidas del hormigón y su influencia estructural*, GEHO, Boletín núm. 22, Madrid.
Helene, P. y Terzian, P. (1993): *Manual de dosagem e controle do concreto*, Pini Editora, São Paulo.
Herrero, E. (1992*a*): "Caracterización de los áridos para hormigones", I Jornadas Técnicas sobre Áridos, ANEFA, Madrid.
– (1992*b*): "Características técnicas del hormigón fluido", ANEFHOP, Sevilla.
International Federation for Structural Concrete (fib) (1999): *Structural concrete. Textbook on behaviour, design and performance*, vols. 1 y 3, fib, Boletines núm. 1 y 3, Lausana.
Kumar Mehta, P. y Monteiro, P.J.M. (1994): *Concreto: Estrutura, propriedades e materiais*, Editora Pini, São Paulo.
Luxán, M.P. (1993): "El humo de sílice en el hormigón". 1er Simposio Nacional sobre Control de Calidad de Materiales de Hormigón Armado, Madrid.
Malhotra, V.M. y Carette, G.G. (1983): "Silica fume concrete: Properties, applications and limitations". *Concrete International* núm. 5.
Neville, A.M. (1988): *Tecnología del concreto*, Limusa S.A., México.
– (1994): *Properties of concrete*, 3ª ed., Longman Scientific & Technical, Londres.
Propovics, S. (1979): *Concrete-making material*, McGraw, Nueva York.
Sirvent Casanova, I. (1997): *Tecnología y terapéutica del hormigón armado*, Instituto Técnico de la Construcción, Alicante.
Steopoe, A. (1970): *La durabilité du béton*. Eyrolles, París.
Venuat, M. (1971): *Adjuvants et traitements des mortiers et bétons*, edición del autor, París.

VV AA (1971): *Cours elementaire de technologie du béton*, Centre de Formation de Technologie du Béton, Bélgica.
– (1983): *Primer Simposio sobre aditivos para el hormigón*, Asociación Nacional de Fabricantes de Aditivos para el Hormigón (ANFAH), Madrid.
– (1986): *Segundo Simposio sobre aditivos para el hormigón*, Asociación Nacional de Fabricantes de Aditivos para el Hormigón (ANFAH), Barcelona.
– (1989): *Tercer Simposio sobre aditivos para el hormigón*, Asociación Nacional de Fabricantes de Aditivos para el Hormigón (ANFAH), Madrid.
– (1990): *Admixtures for concrete*, Simposio Internacional RILEM, Barcelona.
– (1994): *Áridos naturales y de machaqueo para la construcción*, Colegio Oficial de Geólogos de España, Madrid.
Waddell, J. (ed) (1968): *Concrete construction handbook*, McGraw-Hill, Nueva York.
Weber , R. (1968): *Transporte de hormigón por tubería*, Urmo, Bilbao.

Capítulo 6

Normas

Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR): *Normas UNE 83: Hormigón*, serie 300: *Ensayos del hormigón*, Madrid.
British Standard Institution (BSI) (1986*a*): *Norma BS 1881 part 201: Testing concrete: Guide to the use of non-destructive methods of tests for hardened concrete*, BSI, Londres.
– (1986*b*): *Norma BS 1881 part 202: Testing concrete: Recommendations for surface hardness testing by rebound hammer*, BSI, Londres.
CEB-FIP (1995): *Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, GEHO-CEB y ATEP, Madrid.
Comité Europeo de Normalización (1999): *Norma prEN 206* (final draft)*: Concrete – Part 1: Specification, performance,, production and, conformity*, ERMCO, Bruselas.
– (1992): *Eurocódigo nº 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte I: Reglas generales y reglas para edificación* (prenorma europea ENV-1992/1), CEDEX, MOPT, Madrid.

Libros y artículos

Agulló, L. (1998): "Los ensayos no destructivos en el marco de la evaluación de estructuras de hormigón", en Díaz, C. (ed.): *La diagnosis, el dictamen pericial y la evaluación de la seguridad en edificios de viviendas*, Escuela de Arquitectura de Barcelona, UPC, Barcelona.
Delibes, A. (1974): "Análisis de la influencia de algunas variables en la extracción y ensayo a compresión de probetas testigo de hormigón", *Informes de la Construcción*, núm. 266, Madrid.
– (1987): *Tecnología y propiedades mecánicas del hormigón*, INTEMAC, Madrid.
Escribano, G. (1961): "Métodos de ensayo no destructivos para determinar la calidad del hormigón", *Estructuras*, año IV, núm. 39, Madrid.
Galindo, J. (1982): "Ensayo para la determinación de la resistencia del hormigón por el método combinado ultrasonidos-esclerómetro", *Hormigón y Acero*, núm. 143, Madrid.
Hostalet, F. (1993): "Situación actual de las técnicas de ensayo no destructivo del hormigón", Primer Simposio Nacional sobre Control de Calidad de Materiales de Hormigón Armado, Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 2 vols., Madrid.
Jones, R. y Facaoaru, I. (1968): "Analysis of answers to a questionaire on the ultrasonic pulse method", *Boletín RILEM*, París.

– (1969): "Recommendations for testing concrete by the ultrasonic pulse technique". *Materiaux et Constructions*, vol. 2, núm. 10, París.
Petersons, N. (1971): "Recommendations for estimation of quality of concrete in finished structures", *Boletín RILEM* núm. 24, París.
Tobío, J.M. (1967): *Ensayos no destructivos*, Instituto Eduardo Torroja, Madrid.

Capítulo 7

Normas

CEB-FIP (1995): *Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, GEHO-CEB y ATEP, Madrid.
Comisión Noruega de Normas NBR (1992): *Norwegian Code for concrete structures, NS-3473*, Oslo.
Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.
Comité Europeo de Normalización (1992): *Eurocódigo nº 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte I: Reglas generales y reglas para edificación* (prenorma europea ENV-1992/1), CEDEX, MOPT, Madrid.

Libros y artículos

Aguado, A. (1996): "Formigons d'alta resistència: experiencies pràctiques". Ciclo *El ciment i el formigó cap al proper mil·leni*, Colegio de Aparejadores y Arquitectos Técnicos de Barcelona, Barcelona.
Aguado, A., Gettu, R., Oliveira, M.O.F. y López Sainz, J.M. (1994): "Caracterización mecánica de un hormigón de alta resistencia", *Hormigón y Acero*, núm. 191, Madrid.
Alaejos, P. (1994): *Hormigones de Alta Resistencia*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid.
Alaejos y Fernández Cánovas (1994): "El módulo de elasticidad de los hormigones de alta resistencia", *Hormigón y Acero*, núm. 191, Madrid.
– (1995): *Hormigones de alta resistencia. Dosificación y propiedades mecánicas*, CEDEX, Monografía 49, Madrid.
Al-Hussaini, Regan, Xue y Ramdane (1993): "The behaviour of HSC columns under axial load", Symposium on Utilization of High Strength Concrete, Lillehammer, Norvegian Concrete Association, *Proceedings*, vol. 1, págs. 83-90.
Bellod, Aguado, Oliveira, Fernández Gómez y Rui-Wamba (1994): "Utilización de hormigón de alta resistencia. Pasarelas peatonales de Montjuic", *Hormigón y Acero*, núm. 194, Madrid.
Calavera, J. (1995): "Hormigones de alta resistencia", Simposio sobre Hormigones Especiales, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid.
Calavera, González Valle, Fernández Gómez y González Isabel (1994): "Un estudio de la resistencia a compresión de pilares de hormigón armado, fabricados con hormigón de alta resistencia", *Hormigón y Acero*, núm. 190, Madrid.
CEB-FIP (1995*): High performance concrete: Recommended extensions to the Model Code 90*, CEB, Boletín núm. 228, Lausana.
Fernández Cánovas, M. (1993): *Hormigón*, 4ª ed., Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid.
– (1995): "Hormigones de alta resistencia", Simposio sobre Hormigones Especiales, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid.

FIP-CEB (1990): *High strength concrete. State of the art report*, CEB, Boletín núm. 197, Londres.
Gálligo, J.M. y Alaejos, P. (1990): *Hormigones de Alta Resistencia*, CEDEX, Monografía M 19, Madrid.
GEHO (1997): *Hormigones de alta resistencia. Fabricación y puesta en obra,* GEHO, Boletín núm. 20, Madrid.
González Isabel, G. (1993): *Hormigón de alta resistencia: características, dosificación, puesta en obra, posibilidades,* INTEMAC, Madrid.
González Valle, E. (1995): "Hormigones de alta resistencia", Simposio sobre Hormigones Especiales, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid.
Páez, A. (1995): "Los hormigones de alta resistencia", *Revista de Obras Públicas,* núm. 3.339, Madrid.
Sirvent Casanova, I. (1997): *Tecnología y terapéutica del hormigón armado,* Instituto Técnico de la Construcción, Alicante.
Smith, G. y Rad, F. (1989): "Economic advantages of high strength concrete in columns". *Concrete International, vol. 11, núm. 4, Detroit.*
Walraven, J.C. (1994): "High performance concrete", dentro *de Advanced studies on structural concrete,* Laboratorio Nacional de Enghenaria Civil, Lisboa. También en CEB, Boletín núm. 221, Lausana.
Walraven, J.C. y Stroband, J. (1993): "Shear Friction in High performance concrete", ACI, Special Publication 149-17, págs. 311-330, Detroit.

Capítulo 8

Normas

Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR) (1994): *Norma UNE 36.068. Barras corrugadas de acero soldable para hormigón armado*, Madrid.
– (1995): *Norma UNE 36.739. Armaduras básicas electrosoldadas en celosía*, Madrid.
– (1996): *Norma UNE 36.092. Mallas electrosoldadas de acero para hormigón armado*, Madrid.
CEB-FIP (1995): *Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, GEHO-CEB y ATEP, Madrid.
Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.

Libros y artículos

Calavera, J. (1997): *Armaduras pasivas para hormigón estructural: Recomendaciones sobre proyecto, detalle, elaboración y montaje*, Calidad Siderúrgica, Cuadernos Técnicos, núm. 1, Madrid.
Calavera, González Valle y Fernández Gómez (1996): *Un resumen de las investigaciones realizadas en INTEMAC sobre armaduras de hormigón armado*, Cuadernos de INTEMAC, núm. 22, Madrid.
Calavera, González Valle, Fernández Gómez y Valenciano (1997): *Manual de ferralla*, Asociación Nacional de Industriales de Ferralla (ANIFER), Madrid.
Calidad Siderúrgica (1998): "Fichas informativas de productos certificados", Calidad Siderúrgica, Madrid.
– (1999): "Boletín informativo núm. 12", Calidad Siderúrgica, Madrid.
CEB (1974): *Aciers, adhérence, ancrages*, CEB, Boletín núm. 104, Lausana.

– (1977): *Reinforcement, bond and anchorage*, CEB, Boletín núm. 118, Lausana.
– (1982): *Bond action and bond behaviour of reinforcement*, CEB, Boletín núm. 151, Lausana.
– (1983): *Manual on Concrete Reinforcement Technology*, Georgi Publishing Company, Saint-Saphorin (Suiza).
– (1985): *Industrialization of reinforcement in reinforced concrete structures. Synthesis report*, CEB, Boletín núm. 164, Lausana.
– (1988): *Fatigue of concrete structures*, CEB, Boletín núm. 188, Lausana.
– (1992): *Protection systems for reinforcement*, CEB, Boletín núm. 211, Lausana.
– (1993): *Ductility requirements for structural concrete reinforcement*, CEB, Boletín núm. 218, Lausana.
– (1998): *Ductility of reinforced concrete structures*, CEB, Boletín núm. 242, Lausana.
Fernández Gómez, Gálligo, López Domínguez, Martín Antón y Sánchez Espinosa (1997): *Las armaduras pasivas en el proyecto de Instrucción de Hormigón Estructural*, Calidad Siderúrgica, Cuadernos Técnicos, núm. 2, Madrid.
FIB: *Ver* International Federation for Structural Concrete.
García Asensio, J.M. (1998): *Modelo de base experimental tensión-deformación para la determinación de la ductilidad en aceros B 500 T*, Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Madrid.
GEHO (1993): *Recomendaciones CEB para empalmes mecánicos de armaduras,* GEHO, Boletín núm. 7, Madrid
International Federation for Structural Concrete (fib) (1999): *Structural concrete. Textbook on behaviour, design and performance*, vol. 1, fib, Boletín núm. 1, Lausana.
Ortega, Honorino (1998): *Estudio experimental sobre la influencia del tipo de acero en la capacidad de redistribución en losas de hormigón armado*, Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Madrid.
Perepérez, Barberá, Valcuende y Gil Salvador (1996*): Propiedades mecánicas y reológicas del hormigón y del acero,* Universidad Politécnica de Valencia, Valencia.

Capítulo 9

Normas

American Concrete Institute (ACI) (1995): *Building Code Requirements for structural concrete ACI 318-95*, American Concrete Institute, Detroit.
Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.

Libros y artículos

Aguado, A. et al. (1997): *Demolición y reutilización de estructuras de hormigón*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, GEHO-CEB y ATEP, Madrid.
American Concrete Institute (ACI) (1986): *Manual of Standard Practice for detailing reinforced concrete structures*, Comité ACI 315, American Concrete Institute, Detroit.
Andrade et al. (1989): *Manual de inspección de obras dañadas por corrosión de armaduras.* Instituto Eduardo Torroja de Ciencias de la Construcción, Madrid.
Barbat, A.H. (1999): *El riesgo sísmico en el diseño de edificios*, Calidad Siderúrgica, Cuadernos Técnicos, núm. 3, Madrid.

Calavera, J. (1993): *Manual de detalles constructivos en obras de hormigón armado*, INTEMAC, Madrid.
Calavera, González Valle, Fernández Gómez y Valenciano (1997): *Manual de ferralla*, Asociación Nacional de Industriales de Ferralla (ANIFER), Madrid.
CEB (1983): *Manual on Concrete Reinforcement Technology*. Georgi Publishing Company, Saint-Saphorin (Suiza), 1983.
– (1985): *New concepts in detailing*, CEB, Boletín núm. 171, Lausana.
– (1992*a*): *Recomendaciones CEB para separadores, calzos y atado de armaduras*, GEHO, Boletín núm. 9, Madrid.
– (1992*b*): *Coating protection for reinforcement*, CEB, Boletín núm. 211, Thomas Telford 1995, Londres.
– (1993*a*): *Recomendaciones CEB para empalmes mecánicos de armaduras*, GEHO, Boletín núm. 7, Madrid.
– (1993*b*): *Recomendaciones CEB para uniones soldadas en barras de armado*, GEHO, Boletín núm. 11, Madrid.
– (1996): *Durabilidad de estructuras de hormigón. Guía de diseño CEB*, 2ª ed., Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, y GEHO-CEB, Madrid.
Fernández Cánovas, M (1996): *Hormigón*. 4ª ed., Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid.
FIB: *Ver* International Federation for Structural Concrete.
International Federation for Structural Concrete (fib) (1999): *Structural concrete. Textbook on behaviour, design and performance*, vols. 1 y 3, fib, Boletines núm. 1 y 3, Lausana.
Kong, F. K. y Evans, R.H. (1975): *Reinforced and Prestressed Concrete*, Nelson, Londres.
Leonhardt, F. (1973): *Vorlesungen über massivbau. Erster Teil Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau*, Springer-Verlag, Berlín-Heidelberg-Nueva York.
Perepérez, B., Barberá, E. y Vera, R. (1995): "Aspectos relacionados con el anclaje de armaduras pasivas en hormigón endurecido", en *Jornadas sobre reparación y refuerzo de estructuras de hormigón*, GEHO-CEB, Madrid.
Rostam, S. (1992): *Tecnología moderna de durabilidad*, Cuadernos de INTEMAC, núm. 5, Madrid.

Capítulo 10

Normas

Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.

Libros y artículos

Appleton, J. et al. (1998): *Strategies for testing and assessment of concrete structures*, Grupo de Trabajo V/4, CEB, Boletín núm. 243, Stuttgart.
Calavera, J. (1975): "Probetas tomadas a salida de hormigonera". *Informes de la Construcción*, núm. 275, Madrid.
– (1979): *La influencia de las variaciones resistentes de los materiales y de las variaciones dimensionales de las piezas de hormigón armado sobre su capacidad resistente*, INTEMAC, 2ª ed., Madrid.
– (1994): "Aspectos humanos y psicológicos en la implantación del control de calidad", *Revista de Obras Públicas*, núm. 3.332, Madrid.

Calavera, González Valle y Fernández Gómez (1999): *Influencia de los niveles de control de ejecución y del empleo de acero certificado en el coste de estructuras de hormigón armado*, Calidad Siderúrgica, Cuadernos Técnicos, núm. 4, Madrid.
Comisión Permanente del Hormigón (1972): *Resistencia característica y control de calidad*. Ministerio de Obras Públicas, Madrid.
Corral Folgado y Valenciano Carles (1994): *Plan de abastecimiento de emergencia a Madrid. Conducción San Juan-Valmayor. Control de calidad de una conducción forzada*, Cuadernos de INTEMAC, núm. 15, Madrid.
Delibes, A. (1974): "Análisis de la influencia de algunas variables en la extracción y ensayo a compresión de probetas testigo de hormigón". *Informes de la Construcción*, núm. 266, Madrid.
Díaz Gómez, C. (1998): *La diagnosis, el dictamen pericial y la evaluación de la seguridad en edificios de viviendas*, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona.
García Meseguer, A. (1973): "Quality control of concrete", *Specialized Course L-12*, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.
– (1983*a*): "Para una teoría de la calidad en construcción", *Informes de la Construcción*, núm. 348, Madrid.
– (1983*b*): "Quality assurance within the building process", *IABSE Workshop*, IABSE, Rigi (Suiza).
– (1986): "Quality assurance in the construction field", IABSE Simposium (Tokio), *EOQC Quality*, vol XXXI, núm. 1, marzo 1987, Berna.
– (1987): *Control de calidad en construcción*, ANCOP, Servicio de Publicaciones, Madrid.
– (1988): *Garantía de calidad en construcción*, ANCOP, Servicio de Publicaciones, Madrid.
– (1991): *Controle e garantia da qualidade na construçâo*, Sinduscon/SP – Projeto – PW, Sâo Paulo.
– (1997): *Hormigón armado I: Materiales, ejecución, control, patología*, Fundación Escuela de la Edificación, UNED, Madrid.
García Meseguer, A. et al. (1983): *Quality control and quality assurance for concrete structures*, Grupo de Trabajo I/1, CEB, Boletín núm. 157, Praga.
– (1988): *Quality assurance for building*, Grupo de Trabajo I/3, CEB, Boletín núm. 184, Dubrovnik.
Garrido, A. (1995): *Aseguramiento de la calidad en la construcción*, Colegio Oficial de Aparejadores y Arquitectos Técnicos de Murcia, Murcia.
– (1999): *Manual de aplicación de la EHE. Materiales, ejecución y control*, everi, Leynfor Siglo XXI, Madrid.
GEHO (1988): *Evaluación de la capacidad portante de estructuras mediante pruebas de carga*, GEHO, Boletín núm. 1, Madrid.
– (1994): *Comentarios a las modificaciones de la EH-91 relativas a la calidad de hormigones*, GEHO, Boletín núm. 15, Madrid.
Joint Committee CEB-CIB-FIP-RILEM (presidente del Comité Mixto, H. Rüsch; presidente del Comité Editorial, A. García Meseguer) (1975): *Principios recomendados para el control de calidad del hormigón y criterios para su aceptación o rechazo*, Monografía núm. 326 del Instituto Eduardo Torroja, Madrid. Reeditado en *Informes de la Construcción*, Instituto Eduardo Torroja, núms. 329 y 330, Madrid 1981.
Kanji, K.G. y Asher, M. (1996): *100 methods for total quality management*, Sage, Londres.
Martín Jadraque, V. (1972): "Comparación de estimadores de la resistencia característica del hormigón". Boletín de Información del M. O. P., núm. 178, Madrid.
Nowak, A.S. (1986): *Modeling human error in structural design and construction. Proceedings*, American Society of Civil Engineers, Nueva York.

Petersons, N. (1971): "Recomendations for estimation of quality of concrete in finished structures". RILEM, Boletín núm. 24, París.
Sirvent, I. (1992): *Control de calidad de las estructuras de hormigón armado*, Colegio Oficial de Aparejadores y Arquitectos Técnicos de Alicante, Alicante.
Thielen, G. et al. (1998): *Quality management*, Grupo de Trabajo IV/1 del CEB, Thomas Telford, Londres.
Verde, A. (1971): "El control estadístico de la calidad en hormigones". *Hormigón y Acero*, núm. 101, Madrid.

Capítulo 11

Normas

American Concrete Institute (ACI) (1995): *Building Code Requirements for structural concrete ACI 318-95*, American Concrete Institute, Detroit.
Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR) (1998): *Norma UNE-ENV 1504: Productos y sistemas para la protección y reparación de estructuras de hormigón*, Madrid.
CEB-FIP (1995): *Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, GEHO-CEB y ATEP, Madrid.
Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.

Libros y artículos

Antón Corrales, J.M. (1992): *Consideraciones de seguridad para variables hidráulicas*, GEHO, Boletín núm. 13, Madrid.
Arenas, J.J. (1995): "Contar con los efectos del tiempo a la hora de proyectar y construir estructuras de hormigón", en *Jornadas sobre reparación y refuerzo de estructuras de hormigón*, GEHO-CEB, Madrid.
Biczok, I. (1964): *Concrete corrosion and concrete protection*, Academia Húngara de Ciencias, Budapest.
Calavera, J. (1974): "Los coeficientes de seguridad en teoría clásica y en teoría de estados límites", *Hormigón y Acero*, núm. 110, Madrid.
CEB (1991): *Reliability of concrete structures*, Final Report of Commission I, CEB, Boletín núm. 202, Viena.
– (1993*a*): *Structural effects of time–dependent behaviour of concrete*, CEB, Design Manual, Boletín núm. 215 (revisión del 142), Lausana.
– (1993*b*): *Safety and performance concepts*, Comisión I, CEB, Boletín núm. 219, Les Diablerets (Suiza).
– (1996): *Durabilidad de estructuras de hormigón. Guía de diseño CEB*, 2ª ed., Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, y GEHO-CEB, Madrid.
– (1997): *New approach to durability design. An example for carbonation induced corrosion*, CEB Boletín núm. 238, Lausana.
Ferry Borges, J. y Castanheta, M. (1971): *Structural safety*, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.
FIB: *Ver* International Federation for Structural Concrete.
International Federation for Structural Concrete (fib) (1999): *Structural concrete. Textbook on behaviour, design and performance*, vol. 2, fib, Boletín núm. 2, Lausana.

57852

Joint Committee on Structural Safety (1976): *Common unified rules for different types of constructions and materials*, CEB, Boletín núm. 116, París.
König, G., Soukhov, D. y Jungwirth, F. (1997): *Conformity and safety of concrete according to prEN 206 and Eurocodes*, Leipzig Annual Civil Engineering Report (LACER), núm. 2, Leipzig.
Kumar Mehta, P. y Monteiro, P.J.M. (1994): *Concreto: Estrutura, propriedades e materiais*, Editora Pini, São Paulo.
Levi, F. y Marro, P. (2000): "Analyse non lineaire des structures en béton armé", texto inédito para el libro en preparación *Béton armé et précontraint,* cortesía de los autores.
López Sánchez, P. (1998): *Durabilidad del hormigón en ambiente marino* Cuadernos de INTEMAC, núm. 31, Madrid.
Modesto dos Santos, L. (1983): *Cálculo de concreto armado*, Editora LMS, São Paulo.
Murcia, J., Aguado, A. y Marí, A. (1993): *Hormigón armado y pretensado*, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona.
Páez, A. (1986): *Hormigón Armado*, 2 vol., Reverté, Barcelona.
Páez, A. y Torroja, E. (1952): *La determinación del coeficiente de seguridad en las distintas obras*, Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento, Madrid.
Rackwitz, R. (1976): "Practical probabilistic approach to design", CEB, Boletín núm. 112, París.
Rostam, S. (1992): *Tecnología moderna de durabilidad*, Cuadernos de INTEMAC, núm. 5, Madrid.
– (1994): "Design concepts for durability and performance", dentro de *Advanced studies on structural concrete*, Laboratorio Nacional de Enghenaria Civil, Lisboa. También en CEB, Boletín núm. 221, Lausana.
Schneider, J. (1997): "Introduction to safety and reliability of structures", IABSE, Structural, Engineering Documents, vol. 5, Zurich.
Tanner, P. (1995): "La evaluación de la fiabilidad en estructuras existentes", en *Jornadas sobre reparación y refuerzo de estructuras de hormigón*, GEHO-CEB, Madrid.
Tichý, M. y Rákosník, J. (1975): *Calcul plastique des ossatures en béton*, Eyrolles, París.

Capítulo 12

Normas

American Concrete Institute (ACI) (1995): *Building Code Requirements for structural concrete ACI 318-95*, American Concrete Institute, Detroit.
DIN 1045 (1959): *Bauwerke aus Stahlbeton*, Edición 1959, *Beton-Kalender* 1969, Wilhelm Ernst und Sohn, Berlín.
Règles CC BA-68 (1968): *Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé*, Societé de diffusion des techniques du bâtiment et des travaux publics, París.

Libros y artículos

Company, M. (1943): *Cálculos de construcción*, Gustavo Gili, Barcelona.
Guerrin, A. (1963): *Traité de Béton Armé*, vol. II: *Le Calcul du Béton Armé*, Dunod, París.
Löser, B. (1966): *Hormigón Armado. Cálculo y dimensionamiento*, El Ateneo, Barcelona.
Morley, A. (1940): *Resistencia de materiales*, Labor, Barcelona.
Saliger, R. (1943): *El Hormigón Armado*, Labor, Barcelona.

44672

Capítulos 13 a 17

Normas

Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1991): *Instrucción EH-91 para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado*, Anejo 7: "Método de cálculo simplificado del momento tope", Centro de Publicaciones del Ministerio de Obras Públicas y Transporte, Madrid.

– (1999): *Instru ión de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de iento, Madrid.

Torroja, E., Páez, A. et al. (1961): *Instrucción H.A.61 especial para estructuras de hormigón armado. Primera parte: Materiales y Ejecución.* Instituto Eduardo Torroja de la Constru ción y del Cemento, Madrid.

Torroja, E., Páez, A., Urcelay, J.M., Meseguer, A.G., Piñeiro, R. et al. (1961): *Instrucción H.A.61 especial para estructuras de hormigón armado. Segunda parte: Documentos del Proyecto y Cálculo de piezas lineales planas.* Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, Madrid.

Libros y artículos

Aparicio, A. (1982): "Sobre la conveniencia de limitar, por consideraciones de ductilidad, la cuantía máxima de la armadura de flexión en vigas continuas de hormigón armado y pretensado", *Hormigón y Acero*, núm. 144, Madrid.

Calavera, J. (1999): *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón*, 2 vol., INTEMAC, Madrid.

Capra, A. y Davidovici, V. (1980): *Guide pratique d'utilisation des Règles BAEL 80*, Eyrolles, París.

Corres, H., León, J., Pérez Caldentey, A., Arroyo, J. C. y López Agüí, J. C. (1992): *Prontuario informático del hormigón armado*, Instituto Español del Cemento, Madrid.

D'Arga e Lima, Monteiro y Mun (1985): *Betão armado. Esforços normais e de flexão*, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.

Ferguson, P. M. (1965): *Reinforced Concrete Fundamentals*, John Wiley & Sons, Nueva York.

Ferreras, R. (1999): *Manual de Hormigón Armado*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid.

Gálvez, J. (1992): *Influencia de la rugosidad y la cuantía de armadura trasversal en el comportamiento de las piezas compuestas solicitadas a flexión*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, GEHO, Madrid.

García Meseguer, A. (1986): *Estructuras de hormigón armado. Vol. 1: Materiales, ejecución, control y patología. Vol. 2: Cálculo en estados límites. Vol 3: Elementos estructurales*, Fundación Escuela de la Edificación, UNED, Madrid.

Ghanekar, V. K. y Jain, J. P. (1981): *Handbook for Limit State Design of Reinforced Concrete Members*, McGraw-Hill, New Delhi.

Grasser, Meseguer, Montoya, Moosecker, Morán, Perchat y Thielen (1982): *CEB-FIP Manual on Bending and Compression*, Construction Press, Londres.

Jalil, W., Morisset, A. y Perchat, J. (1976): *Calcul du béton armé à l'état-limite ultime*, Eyrolles, París.

Jiménez Montoya, P. y Morán, F. (1987): "Nuevas fórmulas aproximadas para el dimensionamiento de secciones de hormigón armado", *Hormigón y Acero*, núm. 164, Madrid.

Jiménez Montoya, García Meseguer y Morán Cabré (1991): *Hormigón Armado*. 2 vols., 13ª ed. Gustavo Gili, Barcelona.

Kong, F.K. y Evans, R.H. (1975): *Reinforced and Prestressed Concrete*, Nelson, Londres.

Leonhardt, F. (1979): *Construcciones de Hormigón*, 7 vols., Interciencia, Río de Janeiro.

López R. Muñiz, M. (1999): *Construcciones y cálculo en hormigón armado*, Colegio de Aparejadores de Madrid, Madrid.

Modesto dos Santos, L. (1983): *Cálculo de Concreto Armado*, 2 vols., Editora LMS, São Paulo.

Moenaert, P. (1967): *Béton Armé et Béton Précontraint. Calcul à la rupture*, Dunod, París.

Morán, F. (1972): "Design of reinforced concrete sections under normal loads and stresses in the ultimate limit state", CEB, Boletín núm. 83, París.

Morán, F. y Jiménez Montoya, P. (1972): "Approximate Formulae. Manuel Flexion-Compression", CEB, Boleti úm. 82, París.

– (1989): "Nuevas fórmulas a oximadas para el cálculo de secciones", *Hormigón y Acero*, núm. 191, Madrid.

Murcia, J. (1987): *Estructuras de hormigón armado y pretensado. Fundamentos para el análisis*, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid.

Murcia, J., Aguado, A. y Marí, A. (1993): *Hormigón armado y hormigón pretensado*, 2 vols., Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona.

Páez, A. (1986): *Hormigón armado*, Reverté, Barcelona.

– (1989): *Hormigón pretensado en ingeniería y arquitectura*, 2 vols., Bellisco, Madrid.

Park, R. y Paulay, T. (1975): *Reinforced concrete structures*, John Wiley & Sons, Nueva York.

Perchat, J. (1971): "Contribution a l'étude des sections verifiées à l'état limite ultime en flexion droite simple ou composée", CEB, Boletín núm. 76, París.

Rüsch, H. (1962): "Recherches scientifiques concernant la rupture en flexion et en compression", CEB, Boletín núm. 36, París.

Rüsch, H., Grasser, E. y Rao, P.S. (1962): "Principes de calcul du béton armé sous des états de contraintes monoaxiaux", CEB, Boletín núm. 36, París.

Torroja, E. et al. (1961): *Instrucción H. A. 61, especial para estructuras de hormigón armado. Tercera parte*, Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, Madrid.

Capítulo 18

Normas

American Concrete Institute (ACI) (1995): *Building Code Requirements for structural concrete ACI 318-95*, American Concrete Institute, Detroit.

Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1991): *Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado EH-91*, ICCE, Murcia.

Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.

Libros y artículos

Aires Pereira, A. y Morán, F. (1986): "Dimensionamiento en teoría de segundo orden de soportes esbeltos de sección constante de hormigón armado en flexocompresión esviada", *Hormigón y Acero*, núm. 160, Madrid.

Arenas, J.J. (1980): *Cálculo de soportes de hormigón armado en teoría de segundo orden*, Editores Técnicos Asociados, Barcelona.

Calavera, J. (1999): *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón*, 2 vol., INTEMAC, Madrid.

CEB-FIP (1978): *Manual on Buckling and Instability*, The Construction Press, Lancaster.

Corres, H. (1980): *Dimensionamiento de soportes esbeltos de sección constante de hormigón armado en estado límite último de agotamiento o inestabilidad. Método de las Curvaturas de Referencia*, Tesis Doctoral, Escuela T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid.

Corres, H. y Morán, F. (1983): "Dimensionamiento de soportes esbeltos de hormigón armado. Método de las Curvaturas de Referencia", *Hormigón y Acero*, núm. 147, Madrid.
Corres, H., León, J., Pérez Caldentey, A., Arroyo, J.C. y López Agüí, J.C. (1992): *Prontuario informático del hormigón armado*, Instituto Español del Cemento, Madrid.
FIB: *Ver* International Federation for Structural Concrete.
International Federation for Structural Concrete (fib) (1999): *Structural concrete. Textbook on behaviour, design and performance*, vols. 1 y 2, fib, Boletines núm. 1 y 2, Lausana.
Jiménez Montoya, García Meseguer y Morán Cabré (1991): *Hormigón Armado*, 2 vols., 13ª ed., Gustavo Gili, Barcelona.
López Agüí, J.C. (1997): *Estabilidad de pilares esbeltos de hormigón*, Instituto Español del Cemento, Madrid.
Menegotto, M. (1999): "ULS of buckling", fib, Boletín núm. 2, págs. 225-240, Lausana.
Morán, F. (1989): "Cálculo práctico de pilas altas de viaductos en teoría de segundo orden", *Hormigón y Acero*, núm. 171, Madrid.
– (1992): "Eurocódigo EC-2: Estados límites últimos. Flexocompresión y pandeo", *Hormigón y Acero*, núm. 182, Madrid.
– (1994): "Dimensionamiento práctico de pilares prefabricados armados y/o pretensados para edificios industriales y comerciales", *Hormigón y Acero*, núm. 191, Madrid.
Morán, F. y Corres, H. (1981): "El pandeo en la Instrucción EH-80", *Informes de la Construcción* núm. 331, Instituto Eduardo Toroja, Madrid.
Río, O. y Morán, F. (1986): "Límites de esbeltez para soportes de hormigón armado", *Hormigón y Acero*, núm. 160, Madrid.
Rüsch, H. (1975): *Hormigón Armado y Hormigón Pretensado*, Editorial CECSA, Barcelona.

Capítulo 19

Normas

American Concrete Institute (ACI) (1995): *Building Code Requirements for structural concrete ACI 318-95*, American Concrete Institute, Detroit.
BAEL (1983): *Norma francesa de hormigón pretensado. Cálculo en estados límites*, París.
BS (1985): *British Standard. Structural use of Concrete*, Londres.
CEB-FIP (1995): *Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, GEHO-CEB y ATEP, Madrid.
Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.
Comité Europeo de Normalización (1992): *Eurocódigo nº 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte I: Reglas generales y reglas para edificación* (prenorma europea ENV-1992/1), CEDEX, MOPT, Madrid.
– (1995*a*): *Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 2: Bridges*, Final Draft, CEN, Bruselas.
– (1995*b*): *Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 3: Concrete foundations*, Final Draft, CEN, Bruselas.

Libros y artículos

Aparicio, Calavera y del Pozo (1997): *Plan de investigación sobre la compresión máxima en bielas, por esfuerzo cortante, para vigas prefabricadas de hormigón pretensado con armaduras pretesas*, Federación Nacional de Empresas de Derivados del Cemento, Madrid.

ASCE-ACI Task Committee 426 (1997): "The Shear Strength of Reinforced Concrete", *Journal of the Structural Division*, ST6, Detroit.
Bach, Nielsen y Braestrup (1980): *Shear Test on Reinforced Concrete. T-Beams series*, Technical University of Denmark, Copenhague.
Bhide y Collins (1989): "Influence of Axial Tension on the Shear Capacity of Reinforced Concrete Members", *ACI Structural Journal*, núm. 9, Detroit.
Calavera, J. (1988): *Cálculo, construcción y patología de forjados de edificación*, 4ª ed., INTEMAC, Madrid.
– (1999): *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón*, 2 vol., INTEMAC, Madrid.
Collins, M.P. (1979): *Reinforced Concrete Members in Torsion and Shear*, IABSE Colloquium, Copenague.
Corres, León, Pérez Caldentey, Arroyo y López Agüí (1992): *Prontuario informático del hormigón armado*, IECA, Madrid.
Cortés, J. (1990): *Estudio experimental de la capacidad mecánica de secciones de hormigón con armadura comprimida según el grado de coacción al pandeo de las armaduras*, Tesis Doctoral, Escuela T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid.
FIB: *Ver* International Federation for Structural Concrete.
International Federation for Structural Concrete (fib) (1999*a*): *Structural concrete. Textbook on behaviour, design and performance*, vol. 2, fib, Boletín núm. 2, Lausana.
– (1999*b*): *Practical design of structural concrete*, SETO, Londres.
Leonhardt, F. (1978): "Shear in Concrete Structures". CEB, Boletín núm. 126, París.
– (1979): *Construcciones de Hormigón*, 7 vol., Interciencia, Río de Janeiro.
López Jamar, Solana y Meca (1978): "A Theoretical Method for Analysis of Reinforced Concrete Members submitted to Shear and Bending", CEB, Boletín núm. 126, París.
Murcia, Aguado y Marí (1993): *Hormigón armado y hormigón pretensado*, 2 vol., Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona.
Nielsen, M.L. (1990*): Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Commentaries on Shear and Torsion*, Eurocode 2 Editorial Group, 1st. Draft.
– (1997): *Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Commentaries on Shear and Torsion*, 1st. Draft.
Páez, A. (1986): *Hormigón Armado*, 2 vol., Reverté, Barcelona.
Regan, P.E. (1978): "Comments on the Model Code Clauses for Shear and Torsion", CEB, Boletín núm. 126, París.
Rüsch, H. (1972): *Stahlbeton-Spannbeton*, Werner Verlag, Düsseldorf.
Schlaich, Schäfer y Jennewein: "Toward a Consistent Design of Structural Concrete", *PCI Journal*, vol. 73, núm. 3, Chicago.
Taylor, H.P.J. (1978): "Basic Behaviour in Shear and the Model Code Provisions for Members without Shear Reinforcement", CEB, Boletín núm. 126, París.

Capítulo 20

Normas

American Concrete Institute (ACI) (1995): *Building Code Requirements for structural concrete ACI 318-95*, American Concrete Institute, Detroit.
CEB-FIP (1995): *Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, GEHO-CEB y ATEP, Madrid.

Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.
Comité Europeo de Normalización (1992): *Eurocódigo nº 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte I: Reglas generales y reglas para edificación* (prenorma europea ENV-1992/1), CEDEX, MOPT, Madrid.

Libros y artículos

Calavera, J. (1988): *Cálculo, construcción y patología de forjados de edificación*, 4ª ed., INTEMAC, Madrid.
– (1999): *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón*, 2 vol., INTEMAC, Madrid.
Calavera, González Valle, Delibes, Izquierdo (1976): "Ensayos de corte de la superficie de contacto entre hormigones de piezas prefabricadas y hormigones vertidos in situ", *Hormigón y Acero*, núms. 119 y 120, Madrid.
Calavera y González Valle (1979): "Consideraciones sobre tensiones de corte en la superficie de contacto de piezas compuestas", *Hormigón y Acero*, núms. 130, 131 y 132, Madrid.
CEB (1978): *Shear and torsion. Explanatory and viewpoint papers on Model Code Chapters 11 and 12 prepared by members of CEB Commission V*, CEB, Boletín núm. 126, París.
– (1982): *Shear, Torsion and Punching. Contribution à la 22e Session plénière du CEB*, CEB, Boletín núm. 146, Munich.
– (1985): *Punching Shear in Reinforced Concrete. State-of-the-Art Report. Contribution à la 24e Session plénière du CEB*, CEB, Boletín núm. 168, Rotterdam.
Del Río, A. (1985): *Análisis de la resistencia de las tensiones rasantes que se desarrollan en la superficie de unión entre los diferentes hormigones de piezas compuestas*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid.
FIB: *Ver* International Federation for Structural Concrete.
FIP (1978): *Shear at the interface of precast and in situ concrete*, Technical Report, Londres.
Gálvez, J. (1992): *Influencia de la rugosidad y la cuantía de armadura transversal en el comportamiento de las piezas compuestas solicitadas a flexión*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid.
González Valle, E. (1988): *Estudio experimental del comportamiento de juntas entre hormigones in situ y prefabricados con distintos tratamientos en la unión*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid.
Grasser, E. (1987): *Bemessung für Biegung mit Längskraft, Schub und Torsion*, Beton-Kalender, Ernst & Sohn Verlag, Berlin.
International Federation for Structural Concrete (fib) (1999*a*): *Structural concrete. Textbook on behaviour, design and performance*, vol. 2, fib, Boletín núm. 2, Lausana.
– (1999*b*): *Practical design of structural concrete*, SETO, Londres.
Jiménez Montoya, P. (1982): "Comprobación a punzonamiento según la Instrucción EH-82", *Informes de la Construcción*, núm. 342, Madrid.
Leonhardt, F. (1979): *Construcciones de Hormigón*, 7 vols., Interciencia, Río de Janeiro.
Leonhardt y Walther (1972): "Ensayos a torsión y a esfuerzo cortante de vigas cajón pretensadas", *Hormigón y Acero*, núm. 102, Madrid.
Manterola, J. (1967): "Punzonamiento de placas sin armadura de esfuerzo cortante. Mecanismos de redistribucion de esfuerzos y rotura", *Hormigón y Acero*, núm. 83, Madrid.
Morán, F. (1982): "Tablas para la comprobación a punzonamiento por el método de la EH-82", *Informes de la Construcción*, núm. 340, Madrid.
Park, R. y Paulay, T. (1975): *Reinforced concrete structures*, John Wiley & Sons, Nueva York.

Rüsch, H. (1972): *Stahlbeton – Spannbeton*, Werner Verlag, Düsseldorf.
Solas, A. (1985): *Armaduras de cosido entre hormigones prefabricados y ejecutados in situ*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid.

Capítulo 21

Normas

British Standards Institution (1997): *BS 8110, Part 1, Structural use of concrete*, BSI; Londres.
CEB-FIP (1995): *Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, GEHO-CEB y ATEP, Madrid.
Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.
Comité Europeo de Normalización (1992): *Eurocódigo nº 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte I: Reglas generales y reglas para edificación* (prenorma europea ENV-1992/1), CEDEX, MOPT, Madrid.

Libros y artículos

Alonso, A., Perepérez, B. y Barberá, E. (1993): "Comprobación del estado límite de fisuración según la Instrucción española EH-91, el Model Code CEB-FIP 1990 y el Eurocódigo EC-2", *Hormigón y Acero*, núm. 189, Madrid.
American Concrete Institute (ACI) (1968): *ACI Manual of concrete practice, Part 2: Structural design, structural specifications, structural analysis*, American Concrete Institute, Detroit.
– (1972): "Control of cracking in concrete structures", Comité ACI 224, *Journal of the American Concrete Institute*, Detroit.
Bachmann, H. et al. (1991): *Vibrations problems in structures. Practical guidelines*, CEB, Boletín núm. 209, Viena.
Calavera, J. (1995): *Patología de estructuras de hormigón armado y pretensado*, 2 vols., INTEMAC, Madrid.
Calavera, J. y García Dutari, L. (1992): *Cálculo de flechas en estructuras de hormigón armado*, INTEMAC, Madrid.
Carbonari, Aguado y Gettu (1998): "Estimación del comportamiento en el tiempo de vigas de hormigón de alta resistencia a partir de ensayos en probetas", *Hormigón y Acero*, núm. 208, Madrid.
CEB (1983): *Manuel du CEB Fissuration et Déformations*, CEB, Boletín núm. 158F, EPFL, Lausana.
– (1991): *Behavior and analysis of reinforced concrete structures under alternate actions inducing inelastic response*, Grupo General de Trabajo núm. 22, CEB, Boletín núm. 210, Viena.
– (1997): *Serviceability models. Behaviour and modelling in serviceability limit states including repeated and sustained loads*, Grupo de Trabajo II/4, CEB, Boletín núm. 235, Lausana.
CEB-FIP (1972): *Calcul et limitation des flèches*, CEB, Boletín núm. 81, París.
D'Arga e Lima, Teixeira y Monteiro (1970): *Manual de betão armado*, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.
D'Arga e Lima y Monteiro (1973): *Practical rules for the computation of deflections*, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.

Favre, R., Koprna, M. y Radojicic, A. (1980): *Effets differés. Fissuration et déformations des structures en béton*, Georgi, Saint-Saphorin, Suiza.
Fernández Cánovas, M. (1984): *Patología y terapéutica del hormigón armado*, 2ª ed., Dossat, Madrid.
Ferry-Borges, J. (1966): "Cracking and deformability of reinforced concrete beams", IABSE, vol. 26, págs. 75-79, Zurich.
García Dutari y Calavera (1997): *Evaluación de la aplicación del método de los pórticos virtuales al cálculo de la flecha instantánea y diferida en forjados sin vigas*, Cuadernos de INTEMAC, núm. 26, Madrid.
García Meseguer, A. (1969): "La fisuración en vigas de hormigón armado", *Informes de la Construcción*, núm. 209, Madrid.
– (1970): "Patología de las obras de fábrica", *Informes de la Construcción*, núm. 223, Madrid.
– (1974): "Calcul des structures en beton: états limites d'utilisation", *Travaux*, núm. 470, París.
– (1985): "La patología y el lenguaje. Informes de patología", *Informes de la Construcción*, vol. 37, núm. 376, Madrid.
GEHO (1988): *Evaluación de la capacidad portante de estructuras mediante pruebas de carga*, GEHO, Boletín núm. 1, Madrid.
– (1989a): *Inyección de fisuras con formulaciones epoxídicas*, GEHO, Boletín núm. 2, Madrid.
– (1989b): *Morteros de reparación*, GEHO, Boletín núm. 4, Madrid.
– (1992): *Encuesta sobre patología de estructuras de hormigón*, GEHO, Boletín núm. 10, Madrid.
– (1994): *Cálculo simplificado de flechas en estructuras de edificación*, GEHO, Boletín núm. 17, Madrid.
– (1996): *Estado límite de fisuración en el hormigón estructural*, GEHO, Boletín núm. 16, Madrid.
Joisel, A. (1965): *Fisuras y grietas en morteros y hormigones*, Editores Técnicos Asociados, Barcelona.
Johnson, S.M. (1973): *Deterioro, conservación y reparación de estructuras*, Blume, Madrid.
Mañá, F. (1995): "Sobre la comprobación de estructuras y la intervención", en *Jornadas sobre reparación y refuerzo de estructuras de hormigón*, GEHO-CEB, Madrid.
Marí, A. (1994): "Simplified method for the calculation of deflections in reinforced concrete beams", informe presentado al Grupo de Trabajo "Flechas" de GEHO, Madrid.
Murcia, J. (1991): "Análisis aproximado en el tiempo de secciones de hormigón armado en servicio", *Hormigón y Acero*, núm. 181, Madrid.
– (1992): "Análisis diferido en servicio de secciones en T y en cajón de hormigón armado", *Hormigón y Acero*, núm. 183, Madrid.
– (1993): "Algunas conclusiones del análisis en el tiempo de estructuras de hormigón armado, relativas al cálculo de flechas diferidas", *Hormigón y Acero*, núm. 188, Madrid.
Neville, A.M. (1970): *Creep of concrete: plain, reinforced and prestressed*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
Pérez Caldentey, A. (1996): *Comportamiento en servicio del hormigón estructural. Estudio teórico y experimental*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, GEHO, Madrid.
RILEM (1957): *Symposium RILEM on bond and crack formation in reinforced concrete*, 2 vols., Tekniska Högskolans Rotaprinttryckeri, Estocolmo.

Rodríguez Santiago, J. (1995): "Evaluación de estructuras de hormigón afectadas por la corrosión de las armaduras", en *Jornadas sobre reparación y refuerzo de estructuras de hormigón*, GEHO-CEB, Madrid.
Serrano Alcudia, F. (1999): *Patología de la edificación. El lenguaje de las grietas*, Fundación Escuela de la Edificación, Madrid.
Valcuende, M. (1994): *Reparación de elementos lineales de hormigón armado. Comportamiento en servicio*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia.
Waddell, J.J. (ed) (1968): *Concrete construction handbook*, McGraw-Hill, Nueva York.
Wicke, M. (1993): "CEB-FIP Model Code 1990 Serviceability Limit States", CEB, Boletín núm. 217, Lausana.

Capítulo 22

Normas

American Concrete Institute (ACI) (1995): *Building Code Requirements for structural concrete ACI 318-95*, American Concrete Institute, Detroit.
CEB-FIP (1995): *Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, GEHO-CEB y ATEP, Madrid.
Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.
Comité Europeo de Normalización (1992): *Eurocódigo nº 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte I: Reglas generales y reglas para edificación* (prenorma europea ENV-1992/1), CEDEX, MOPT, Madrid.
Dirección General de Carreteras (1982): *Recomendaciones para el proyecto y puesta en obra de los apoyos elastoméricos para puentes de carretera*, Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, Madrid.

Libros y artículos

Calavera, J. (1999*a*): *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón*, 2 vols., INTEMAC, Madrid.
– (1999*b*): "Una novedad en la EHE: el método de bielas y tirantes", Cuadernos de INTEMAC, núm. 34, Madrid.
CEB (1970): *Recommandations Particulières au calcul et a l'execution des poutres-cloisons*, CEB, Boletín núm. 73, París.
– (1982): *Detailing of concrete structures*, CEB, Boletín núm. 150, Lausana.
– (1995): *Ultimate limit state design models*, CEB, Boletín núm. 223, Lausana.
FIB: *Ver International Federation for Structural Concrete.*
Ganguli, S. (1966): "Design of reinforced concrete structural hinges", *The Indian Concrete Journal*, Nueva Deli.
González Esteban, Herrero Beneitez, Lleyda y Villamonte (1996): *Aparatos de apoyo de puentes*, Asociación Técnica de Carreteras, Madrid.
Guerrin, A. (1967): "Les articulations plastiques en béton armé", *La Technique des Travaux*, noviembre-diciembre 1967, enero-febrero 1968 y marzo-abril 1968.
International Federation for Structural Concrete (fib) (1999a): *Structural concrete. Textbook on behaviour, design and performance*, vols. 2 y 3, fib, Boletines núm. 2 y 3, Lausana.
– (1999b): *Practical design of structural concrete*, SETO, Londres.
Lacroix, Fuentes y Thonier (1982): *Traité de béton armé*, Eyrolles, París.

Leonhardt, F. (1979): *Construcciones de Hormigón*, 7 vols., Interciencia, Río de Janeiro.
Marti, P. (1985): "Basic tools of reiforced concrete beam design", *ACI Journal*, vol. 83, núm. 1, Detroit.
Park, R. y Paulay, T. (1975): *Reinforced concrete structures*, Jhon Wiley & Sons, Nueva York.
Schäfer, K. (1999): "Nodes", fib, Boletín núm. 2, págs. 257-275, Lausana.
Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987): "Toward a consistent design of structural concrete", *PCI Journal*, mayo-junio 1987.
Schlaich J. y Schäfer, K. (1991): "Design and detailing of structural concrete u[illegible] strut-and-tie models", *Structural Engineer*, vol. 69, núm. 6.
Soto Pardo, M. (1971): "El cálculo de placas de anclaje de soportes metálicos", *Informes de la Construcción*, núm. 230, Madrid.

Capítulo 23

Normas

CEB-FIP (1995): *Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, GEHO-CEB y ATEP, Madrid.
Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.
Comité Europeo de Normalización (1995*a*): *Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 2: Bridges*, Final Draft, CEN, Bruselas.
– (1995*b*): *Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 3: Concrete foundations*, Final Draft, CEN, Bruselas.
Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo (MOPU) (1977*a*): *Normas Tecnológicas de la Edificación* NTE–CEG: *Cimentaciones. Estudios geotécnicos.*
– (1977*b*): *Normas Tecnológicas de la Edificación* NTE–CPI: *Cimentaciones. Pilotes in situ.*
– (1978*a*): *Normas Tecnológicas de la Edificación* NTE–CPP: *Cimentaciones. Pilotes prefabricados.*
– (1978*b*): *Normas Tecnológicas de la Edificación* NTE–CPE: *Cimentaciones. Pilotes. Encepados.*
– (1979): *Normas Tecnológicas de la Edificación* NTE–CSV: *Cimentaciones superficiales. Vigas flotantes.*
– (1986): *Normas Tecnológicas de la Edificación* NTE–CSZ: *Cimentaciones superficiales. Zapatas.*

Libros y artículos

Calavera, J. (1991): *Cálculo de estructuras de cimentación*, 3ª ed., INTEMAC, Madrid.
CEB (1981): *Complementos al Código Modelo CEB-FIP*-1978. CEB, Boletín núm. 139, París.
– (1970): *Recommandations particulières au calcul et a l'exécution des semelles de fondation*, CEB, Boletín núm. 73, París.
Fiol Femenia, F. (1981): *Tablas para el cálculo de cimentaciones superficiales y muros de sótano*, 2ª ed., Burgos.
Guerrin, A. (1967): *Traité de béton armé*, vol. III: *Les fondations*, Dunod, París.
Jiménez Salas, J.A. (1980) et al.: *Geotecnia y cimientos III. Cimentaciones, excavaciones y aplicaciones de la Geotecnia*, Rueda, Madrid.
Moretto, O. (1970): *Curso de hormigón armado*, 2ª ed., El Ateneo, Buenos Aires.

Robinson, J.R. (1977): *Elementos constructivos singulares de hormigón armado*, Gustavo Gili, Barcelona.
Serra, Oteo, García Gamallo y Rodríguez Ortiz (1986): *Mecánica del suelo y cimentaciones. Unidad didáctica 3*, 2ª ed., Fundación Escuela de la Edificación, UNED, Madrid.
Stiglat, K. y Wippel, I.H. (1968): *Placas*, Instituto Eduardo Torroja, Madrid.

Capítulo 24

Normas

American Concrete Institute (ACI) (1995): *Building Code Requirements for structural concrete ACI 318-95*, American Concrete Institute, Detroit.
CEB-FIP (1995): *Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, GEHO-CEB y ATEP, Madrid.
Comisión Permanente del Hormigón (CPH) (1999): *Instrucción de Hormigón Estructural EHE*, Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento, Madrid.
Comité Europeo de Normalización (1992): *Eurocódigo nº 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte I: Reglas generales y reglas para edificación* (prenorma europea ENV-1992/1), CEDEX, MOPT, Madrid.
Ministerio de Obras Públicas y Vivienda (1973): *Norma Tecnológica de la Edificación NTE-EHR. Estructuras de Hormigón Armado. Forjados Reticulares*, Servicio de Publicaciones del Ministerio, Madrid.

Libros y artículos

Bares, R. (1970): *Tablas para el cálculo de placas y vigas pared*, Gustavo Gili, Barcelona.
Calavera, J. (1988): *Cálculo, construcción y patología de forjados de edificación*, 4ª ed., INTEMAC, Madrid.
– (1999): *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón*, 2 vols., INTEMAC, Madrid.
CEB (1968): *Dalles, structures planes*, CEB, Boletín núm. 67, París.
– (1981): *Non linear analysis and design of concrete slabs*, CEB, Boletín núm. 153, Pavía.
– (1983): *Application of the Finite Element Method to Two-dimensional RC Structures*, CEB, Boletín núm. 159, Praga.
Cope, R.J. y Clark, L.A. (1984): *Concrete slabs. Analysis and design*, Elsevier, Londres.
Czerny, F. (1970): *Tafeln für vierseitig und dreiseitig gelagerte Rechteckplatten*, Beton-Kalender, Wilhelm Ernst und Sohn, Berlín.
De Miguel, J.L. (1991): *Forjados de edificación*, ANCOP, Servicio de Publicaciones, Madrid.
Ferguson, F.M. (1973): *Reinforced concrete fundamentals*, 3ª ed., John Wiley, Nueva York.
Hognestad, E. (1953): "Yield-Line Theory for the ultimate flexural strength of reinforced concrete slabs", *ACI Journal*, marzo, Detroit.
Jiménez Montoya, García Meseguer y Morán Cabré (1991): *Hormigón Armado*, 2 vol., 13ª ed., Gustavo Gili, Barcelona.
Johansen, K.W. (1962): *Yield-line Theory*, Cement and Concrete Association, Londres.
– (1972): *Yield-line Formulae for Slabs*, Cement and Concrete Association, Londres.
Jordán de Urriés, J. (1991): *Forjados compuestos de chapa nervada y hormigón: sus ventajas y limitaciones*, Cuadernos de INTEMAC, núm. 2, Madrid.
Leonhardt, F. (1971): *Das Bewehren von Stahlbetontragwerken*, Beton-Kalender, Wilhelm Ernst und Sohn, Berlín.
Park, R. y Gamble, W.L. (1980): *Reinforced concrete slabs*, John Wiley & Sons, Nueva York.
Regalado, F. (1991): *Los forjados reticulares. Manual práctico*, CYPE Ingenieros, Alicante.

Regan, P.E. (1979): *Test of reinforced concrete flat slabs*, Construction Industry Research and Information Association, Londres.
– (1981): *Behaviour of reinforced concrete flat slabs*, Construction Industry Research and Information Association, Londres.
Samartín, A. (1979): *Aplicación del Método de los Elementos Finitos al análisis estructural de tableros de puentes,* Universidad de Santander, Santander.
– (1983): *Cálculo de estructuras de puentes de hormigón,* Rueda, Madrid.
Steinmann, G.A. (1960): *La Theorie des Lignes de rupture,* CEB, Boletín núm. 27, París.
Stiglat, K. y Wippel, H. (1968): *Placas*, Instituto Eduardo Torroja, Madrid.
Timoshenko, S. y Woinowsky, S. (1970): *Teoría de placas y láminas*, Urmo, Bilbao.
Van Langendonck, T. (1970): *Teoria elementar das Charneiras Plasticas*, 2 vols., Associaçao Brasileira de Cimento Portland, São Paulo.

Capítulo 25

Normas

British Standard Institution (BS-5337): *The structural use of concrete for retaining liquids.*
Comisión de Tubos de Hormigón (1980): *Instrucción del Instituto Eduardo Torroja para tubos de hormigón armado o pretensado*, Instituto Eduardo Torroja, Madrid.

Libros y artículos

Anchor, R.D. (1981): *Design of liquid-retaining concrete structures*, Surrey University Press, Londres.
GEHO (1996): *Estado límite de fisuración en el hormigón estructural*, GEHO, Boletín núm. 16, Madrid.
Guerrin, A. (1968): *Traité de Béton Armé. Tome VI, Reservoirs*, Dunod, París.
Ortega Valencia, H. (1983): *Depósitos, Piscinas y Canales*, Mallacero, Madrid.
Pozo, Florencio del (1967): *Depósitos cilíndricos circulares*, Publicación núm. 195 del Laboratorio Central, Madrid.
Timoshenko, S. y Woinowsky, S. (1970): *Teoría de placas y láminas*, Urmo, Bilbao.
Vilardell, J. M. (1994): *Análisis estructural y criterios de diseño de depósitos cilíndricos de hormigón pretensado*, Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, GEHO, Madrid.

Índice analítico y onomástico

Cada entrada va seguida de una serie de números indicativos de las páginas en las que se trata la materia correspondiente. Cuando existen varias referencias, se destacan en **negrita** las páginas que contienen información sustancial sobre la materia en cuestión. Las páginas indicadas con asterisco corresponden a referencias bibliográficas.

Criterio de ordenación: Muchas de las palabras son cabecera de expresiones compuestas que derivan de, o contienen a, esas palabras. En tales casos, el criterio para ordenar las expresiones compuestas es doble: se colocan en primer lugar las que comienzan por la palabra en cuestión, en orden alfabético; y en segundo lugar, también en orden alfabético, las expresiones en las que la palabra en cuestión no es la primera.

Así por ejemplo, bajo la voz cabecera *apoyo(s)*, las expresiones *de cimentaciones, de placas, directos e indirectos* aparecen por delante de las expresiones *aparatos de y cargas próximas a los.*

A
ábacos
  de cálculo, 320, **629-633**, **636-638**
  en placas, **567**, 568-570, 575, 582
aberturas
  de fisuras, 135, **424-427**, 430, 586, 591, 592, 593
  de tamices, 33, **35**
  en encofrados, 71
  en placas, 416, 555, **577-579**
Abrams, 28, 37, 42, 52, 53, 55, 75, 76, **106**, 110, 132, 192, 446
accidental (excentricidad), 328, 343
acciones, 212, 216, **219**, **222-229**, **435**, 489, 491, 493, 518, 524
  biológicas, 101
  del terreno, 519
  dinámicas, 401, 443
  en depósitos, 587-588
  en las cimentaciones, 490, 519
  estáticas, 222, 335
  físicas, **100**, 490
  horizontales, 490, 492, 497, 518, 527
  químicas, **102-103**, 588
  variables, 222, 223, 225-229
aceleradores, 40
acero, 139-159
  adherencia con el hormigón, 161-163
  agotamiento del, 232
  alargamiento del, 426
  contribución del, 329, 377
  control del, 189-191
  corrosión del, 182-183, 449
  deformación máxima del, 473
  diagrama tensión-deformación del, 243, **262-263**
  economía de, 413
  resistencia característica del, 221
  resistencia de cálculo del, 221
  tensión admisible del, 408
acuñamiento, 161
adherencia, 6, 28, 29, 42, 87, **142-143**, **148**, **161-163**,190, 351, **390-392**, 453
adhesión, 161
adicional (excentricidad), 329, 344
adiciones, 14, **17-18**, 19, **46-47**, **128-129**, **130**
aditivos, **39-46**, 49, 130, 189
admisible(s)

asientos admisibles, **495-496**, 525
carga admisible en un pilote, 529, **531**
presiones admisibles sobre el terreno, **493-495**, 497-501, 519, 521, 522, 525
tensiones admisibles, 213, **214**, 241, **242-44**, 247-261, **363-364**, 392, 408, 462, 468, 478
AENOR, 150
afinidad
de diagramas tensión-deformación, 261
de secciones, 324
agotamiento
en cortante, **367-369**, **371-372**, 374-375, 377
en flexión-compresión, **232**, 260-61, 264-66
estado límite último, 215
agresividad
agresivos al hormigón, 100-103
aguas agresivas, 28, 43, 99, 588
ambiente agresivo, 70, 127, 167, **237-240**, 429, 540
agua, 69, 79, 80, 97, 99, 100, 237, 238
con sulfatos, 450
de amasado, **27-30**, 38, 41, 43, **54-55**, 68, 76, **129-130**, **188**
agua/cemento (relación), **48**, 50, **130**, 183
Aguado, 138, 799*, 801*, 805*, 817*, 809*, 811*
agujas, 13, 51
Agulló, 798*
aire, 68, 78, 182, 183
ocluido, **43-45**, 50, 57, 62, 75, 76, 83, 89, 101, **108**, 126, 203
aireante, **43-44**, 45, 68, 132
Aires Pereira, 807*
ala de una sección en T, 181, **309-312, 350, 357,** 389-390
Alaejos, 799*, 800*
álcalis, 14, **15**, **103**, 132, 240
reacción álcali-árido, 34, 103, 132, 240, 450
Al-Hussaini, 799*
alcantarillado, 102
alma de una sección en T, 181, 356-357, 361, 389, 394, 395
almacenamiento, 13, 15, **21-22**, 24, 25, 188, 203
Alonso, 811*
altura
peraltada, 249
rebajada, 249
alúmina, 9, 19
aluminato, 9, 16, 20, **21**, 102, 103, 129
aluminoso, **21**, 30
amasadas, 61, 125, **193-197**
amasado, 11, 24, 26, 83, 97, 129, **132**,
agua de, 13, **27-30**, 38, 41, 43, **54-55**, 68, 76, **129-130**, **188**
equipos de, 61
amasadora, 62, 63, 130
ambiente, 26, 32, 50, 68, 81, 82, 95, 99, 167, 182, 183, **237**, 424
agresivo, 70, 127, 167, **237-240**, 429, 540
analogía
de la celosía espacial, 403, **405-407**, 408, 410
de la celosía plana, 351, 360-363, **358-359**, 442, 470, 484
ancho
de alma en secciones de ancho variable, 368
de fisuras, 135, **424-427**, 430, 586, 591, 592, 593
eficaz en losas, 550
eficaz en sección en T, 309-312
variable, 354, 367
fuerza cortante a todo ancho, 355, 357, 405, 407
Anchor, 816*
anchura, 5, 478
anclajes, **168-175**, 203, 215, 229, 456, **519**
Andrade, 801*
ángulo de rozamiento interno, 494, 497
Antón Corrales, 804*
aparatos
de apoyo, 458, 461-462, **466-468**
de ensayos no destructivos, 118-123
tarado de, 203
Aparicio, 282, 375, 806*, 808*
apisonado, 54, 65
apoyo(s), 469-470, 473-475, 477-479, 482
de cimentaciones, 491, 493, 525-527, 531
de placas, 539-541, 546-547, **548**, 549, **564**, 565, **569**, 570, 579
directos, 484
indirectos, 485
aparatos de, 458, 461-462, **466-468**
cargas próximas a los, 377, 378, 390, 479, **487-488**,
Appleton, 802*
arena, **30-34**, 56-59, 130-131, 494, 497, 498, 500, 524, 525, 528

Arenas, 345, 804*, 807*
árido(s), **30-39**, 49, **51-54**, 56-60, 68, 77, 84, 87, 100, **129-130**, 137, 239
control de los, 188-189
reacción álcali-árido, 34, 103, 132, 240, 450
tamaño máximo del (véase *tamaño máximo del árido*)
armaduras
de piel (o de alma), 382, 428
de reparto, 549
para retracción, 163, 555, 577
adherencia de las (véase *adherencia*)
alargamiento de las, 141
anclaje de las (véase *anclajes*)
aptitud al soldeo de las, 144
barras corrugadas y su identificación, 145
barras electrosoldadas en celosía, 156
cálculo de armaduras
a cortante en vigas, 370, 377
a punzonamiento, 418-420
a rasante, 399
a torsión en vigas, 410-412
en depósitos, 590-594
en pilotajes, 533-534
en placas, 548
en zapatas, 509
longitudinales en vigas y soportes, 260-349
características de adherencia, 142
características de las barras corrugadas, 147, 148
características geométricas, 139
colocación de armaduras, 160, **164-165**, 203, 320, 373, 413
comportamiento a fatiga, 153
corrosión, 449
cuantías límites, 234
deslizamiento de armaduras, 390
detalles generales de armado, 179-181
disposiciones de armaduras
a punzonamiento, 418-419
a rasante, 400
a torsión, 413
en placas, 548, 576
en zapatas, 511
disposiciones y distancias entre armaduras, 163-166
doblado de armaduras, **168**, 169, 179, 203
ductilidad, 143
empalme de armaduras, 176-178
ensayo de doblado-desdoblado, 142
límite elástico, 141
mallas electrosoldadas, 154-156
organización y disposición de armaduras
en soportes, 331-333
en vigas a flexión, 379-386
en vigas a torsión, 413
relación del límite elástico a la carga de rotura, 141
resistencia o carga unitaria de rotura, 141
soldadura de armaduras, 150-153
tablas de capacidades mecánicas, 157-159
tipos de acero de las barras corrugadas, 146
Arredondo, 796*
Arroyo, 806*, 808*, 809*
articulaciones, 460-466 (véase también *rótulas*),
Asher, 803*
asientos
de encofrado, 71, 203
en cimentaciones: 495-497, **499-500**, 525, 528, 529
en cono, 42, 55, 76, 131
impuestos, 219-222
asimétrica
armadura asimétrica en secciones de vigas, 304, 323
auscultación, 208
Avram, 796*
axil
ensayo de tracción axil, 87
esfuerzos axiles en pilotes, 533, 534
esfuerzos axiles en soportes de placas, 575
fuerza axil, 242 (véase también *fuerza normal*)

B

Bach, 809*
Bachmann, 811*
balasto
coeficiente de, 499, 500
bandas en placas, 558, **570-571**, 579-582, 586
Barbat, 801*
Barberá, 801*, 804*, 811*
Bares, 815*
baricentro plástico, 254, 256, 287, 441
barras, 139-144, **145-150**, 151-170, **171-172**, 173-181
articuladas, 470

comprimidas, 171, 176, 181, 333, 374, 380, 470
corrugadas, **145-150**, 161, 162, 163, **171-172**, 379, 594, 800*
de cosido, 401
de montaje, 454
de picado, 109, 110
en espera, 512
inferiores, 179
levantadas
en vigas cortas, 486
en vigas pared, 485
anclaje de las, 175
disposiciones relativas a las, 163, 379, 380, **381**
recubrimiento de las, 167
tablas de esfuerzos absorbidos por las, 371-372
y esfuerzo cortante, 358-362, 364, 370, 374, 377
longitudinales, 181, 328, 331, 332, 333, 380, 382, 413, 414, 427, 428, 577
pasantes, 458
principales, 179, 332, 334, 379, 449, 450, 453
superiores, 169, 179, 446
traccionadas, 171, 176, 181, 380, 470
transversales, 169, 171, 173, 362, 511, 533
distancia entre, 51, **166**
Baus, 142
Bellod, 799*
Bernouilli, 241, 261, 300, 437, 468, 469, 474
Bhide, 809*
biaxil, 88, 462
Biczok, 796*, 804*
bielas, 461
de hormigón, 403, 406, 408, 409, 474, 478, 482, 484, 808*
en cortante, 358-361, 363, 365, 366, 367, 368, 370, 373, 375, 377, 380
en torsión, **410-411**, 412-414
y tirantes (véase *teoría de bielas y tirantes*)
Blaine, 13
Bogue, 16
Bolomey, **36**, 37
Braestrup, 809*
Brandtzaeg, 88, 334, 335
Branson, 438
brazo mecánico, 558
Bredt-Leduc, 404
Bresler, 325
brochales, 485
carga embrochalada, 469, 483, 484

C

cabeza
de viga a cortante, 359, 360
de viga T, 309-312
Calavera, 139, 1[illegible], 165, 207, 208, 375, 470, 490, 523, 799, 800*, 802*, 803*, 804*, 806*, 807*, 808*, 809*, 810*, 811*, 812*, 813*, 814*, 815*
cálculo
clásico
a esfuerzos cortantes, 351, 365
a esfuerzos normales, 241-259
a torsión, 409-410
de placas, 544-559
bases del, 213-214
de flechas, 432, **435-442**, 542, 811*, 812*
calidad, 86, 87, 137, 148
del hormigón, 95, 119, 122, **126**, 169, **186-205**, 239
control de, 60, 61, 110, 114, 123, **124-125**, 150, **186-210**
Calleja, 796
calor, 101, 146, 152,
de hidratación (fraguado), 9, 17, 18, **20**, 24, 25, 26, 62, 100, 127, 129, 448
tiempo caluroso, 41, **68-69**, 203, 448
calzos, **165**, 203, 802*
Candlot, 16, 21, 103
cansancio, 92, **211, 233-234**, 301, 329, 335
canto
mínimo, 249, **281-282**, 297, 302
total, 5, 261, 265, 287, 290
útil, 4, 246, 265, 275, 286
variable, 367, **387-388**, 444, 481, 506
gran canto (vigas de), 477-481
relación canto/luz (véase *luz/canto, relación*)
capacidades
mecánicas, 4, **157-159**, 236, 282-285, 322, 552
resistentes, 209, 210, 215
capilar (red), 43, 45, 128, 182
capitel, 422, 528, 564, **569**, 570, 571, 585
Capra, 806*
Carbonari, 811*
carbonatación, 182-183
carga (s), 4, 7, 94, 98, 134, 214, 233, 358, **450**
admisible, 529, 531
axil, 338, 339

centrada, 115, 495, 498, 501, **506-514**, 516, 531
colgada, 469, 476, **484**, 485
concentradas, 468, 484
en placas, 414, 416, 417, **546**, 549, 554, 555, 576
próximas al apoyo, 377, 378, 390, 479, **487-488**
sobre macizos, **458-460**, 470, 476
sobre ménsulas cortas, 481
sobre vigas cortas, 486
sobre vigas en T, 312
y fisuración, 452
de agotamiento, 319
de cálculo, 538
de hundimiento, 524, 531
de pandeo, 339, 340
de rotura, 113, **141**, 149, 152, 190, 453, 459, **556**, **560-563**
de uso o de servicio, 93, 198, 213, 336, 391, 403, 431, 501, 515, 518
dinámica, 401, 443
embrochalada, 469, 483, 484
estática, 335
excéntrica, 490, 498, 499, 501, 502, **503-505**, **516-520**, 547
horizontal, 571, **574-575**
lateral, 318
lenta, 329, 440, 468
permanente, 94, 219, 343, 349, 433, 434, 440, 570-572, 603, 607
repartida, 309, 310, 311, 359, 439, 474, 477, 487
sobre pilotes, 529-531
última, 540
uniforme, 544, 545, 547-553, 554, 557, 560, 561, 570, 589, 603, 608
variable, 93, 173, 223
vertical, 568, 570, 571, **572**, 574, **575**, 577, 603
casos especiales de, 387-390, 484
hipótesis de, 211-212, 223, **226-229**, 409, 424, 433, 524, 587, 588, 598, 610-625
proceso de, 89, 91, 230
pruebas de, 68, 91, 125, 126, **208-210**, 528, 803*, 812*
Castiñeiras, 797*
cavitación, 101
celosía
analogía de la celosía espacial, 403, **405-407**, 408, 410
analogía de la celosía plana, 351, 360-363, **358-359**, 442, 470, 484
armaduras básicas electrosoldadas en celosía, 139, **156**, 157
efecto celosía, 365, 366
modelos de celosía en la teoría de bielas y tirantes, 471, 476, 477
nudos de la celosía, 485-517
cemento, **8-26**, 98, 795*, 796*, 797*
expansivo, 450
portland, 40, 70, 73, 183, 184
y fisuración, 444, 445, 454, 455, 457
y hormigón de alta resistencia, 129-130
contenido (dosis) de, 44, 50, **54**, 80, 182, 449, 585
control del, 187-188
relación agua/cemento, **48**, 50, **130**, 183
cenizas, **9**, 10, 11, 14, **17**, 19, 41, **46-47**, 52, 63, **128-129**, 130, 189
centro
de esfuerzos cortantes, 402
de gravedad (véase *baricentro*)
de la luz (vano), 310, 311, 380, 434, 546, 554, 574
de la viga, 351, 386, 387
de la zapata, 506, 509
geométrico de la sección, 289, 305
cercos (véase también *estribos*)
en encepados, 533-534, 536, 538
en ménsulas cortas, 482, 485, 488
en nudos, 179, 334
en piezas curvas y poligonales, 180-181
en pilares y soportes, 163, 168, 179, 328, 331, 332, **333-334**, 336, 337
en pilotes, 531
en vigas a flexión (cálculo), 163, 358-362, **370-377**, 394
en vigas a flexión (disposiciones), **380-382**, 385
en vigas a torsión, 406-411, 413
en vigas cortas, 485
anclaje de, **173-174**, 379
doblado de, 168
patología por causa de los, 454
separaciones entre, 179, **374**, 378, 414, 432
tolerancias en, 204, 205
Cheesman, 121
Chiorino, 797*
cimbras, 72, 203
cimentaciones, 212, 237, **489-538**, 585
Clark, 815*

clásico (véase *cálculo clásico*)
codos, 153, 168, 180
coeficiente(s)
de balasto, **500**, 525
de dilatación, 83, 84
de equivalencia, **214**, **243**, 396
de fluencia, 94-95, **96**, 97, **98**
de Poisson, **94**,120, 122, **134**, 404
de reducción, 6, 329, 365, 367, 368, 374, 375
de seguridad, 5, 149, 207, 208, 217, 241, 497
al deslizamiento de zapatas, 521
complementario, 338, 349
de fisuración, 256
del terreno, 493, 525
en cálculo clásico, 244
en depósitos, 585, 594
de variación, **85-86**, 196, 220
cohesión, 42, 395, 398, 400, 401, 494, 496-498, 500, 507, 521, 525
cohesivo (suelo), 495-498, 500, 521, 525
Coignet, 160
Collins, 809*
colocación
de armaduras, 160, **164-165**, 203, 320, 373, 413
de mallas elctrosoldadas, 177
del hormigón, **63-65**, 127, **132**, 191, 199, 203, 331
difícil, 314, 315
columna, **327**, 336 (véase también *soporte*)
modelo, 343
pilotes columna, 528, 530
compacidad
de la pasta de cemento, 102
del árido, 33, **35**, 52, 66
del hormigón, 34, 45, 57, 65, 76, 77, **78**, 112, 127, 166, 183, 191, 240, 489, 494
compactación
de hormigones de alta resistencia, 127, **132**
de probetas, 110-111
del hormigón, 35, 36, 55, 58, 65, **66**, 73, 76, 118, 203, 239
en soportes, 328, 331, 337
disposiciones de armaduras que facilitan la, 164, 169, **179**
patología por mala compactación, 454, 455
Company, 805*
compatibilidad, **261**, **265-266**, **268**, 402
compresión
compuesta, **245**, **252**, 253-254, 258, **276**, 290, 296, 296, 300, 303
simple, 208, 233-234, **245**, 261-262, 265, **267**, 273, 287, **327-328**, **330**, **643**
resistencia a la, 85, 117, 495
comprobación
a cortante, 367-369
a pandeo, 342, 346-348, 374-375
a punzonamiento, 416-417, 420-422
de deformaciones, 432, 434-435
de secciones, **212**, 247-248, 251, 253, 283, 285, 287-290, 298, 300
comprobaciones
en bielas, tirantes y nudos, 472-473, 475, 482
en cimentaciones, 491, 493, 497, 507, 510-511, 516-517, 521, 523
en obra, 203, 221
conductividad, 85, 100
configuración de rotura, 556, 558, **560-563**
confinado (hormigón confinado o zunchado), 88, **334-336**, 459, 461
conformidad (marca de), 22, 188, 190
cono de Abrams, 28, 42, 55, 75, 76, **106**, 110, 132, 192, 446
Considère, 88
consistencia, **54-55**, 58, 65, **75-76**, 203
contraensayo, 188, 190, 191
control, 43, 47, 48, 62, 80, 104, **105**, 108, 133, 153, 167, 227, 320, 432, 584
de calidad, 60, 61, 110, 114, 123, **124-125**, 150
de obras de hormigón, 186-210
de componentes del hormigón, 187
de la ejecución, 201-205
de resistencias, 192-198
del acero, 189-191
del hormigón fresco, 191
y coeficientes de seguridad, 187, 225
decisiones derivadas del control de la resistencia, 198
ensayos de control, 124-126
recubrimientos y control, 425
referencias bibliográficas, 795*, 796-798*, 802-804*, 806*, 811*
Cope, 815*
Cõrral, 803*
Corres, 347, 806*, 807*, 808*, 809*
corrosión, 21, 34, 40, 50, 133, **182-183**, 237, 239, **449**

corrugado, 154, 157, 178
corrugadas (barras), **145-150**, 161, 162, 163, **171-172**, 379, 594, 800*
cortante, **350-392**, 393-394, 412, 452, 487, 510-511, 516, 531
Cortés, 809*
criba, 33
criterio(s)
de aceptación-rechazo, 190, 191, 201, 206, 210, 803*
de canto mínimo, 508
de clasificación de métodos de cálculo, 213
de cuantía mínima, 332
de diseño de depósitos, 585*
de diseño de encepados, 528-529, 531-532
de ductilidad (véase *ductilidad de secciones*)
de empleo de cimentaciones, 490, 492-493
de intraslacionalidad, 341-342
de signos, 266
de transmisión de momentos, 575-576
elásticos, 214
para hormigón zunchado, 334
personal, 186, 197, 228, 526
práctico, 29
probabilistas, 218
tradicional, 85
crítico(a)
profundidad crítica, 266
perímetro crítico a punzonamiento, 416-417, 421
sección crítica a punzonamiento, 415-416, 421
cuantías
geométricas, **234**, 248, 368-369, 372-373, 378, 429
límites, **234**, 236, 332
máximas, 234, 332
mecánicas, **234**, 249, 332
mínimas, **235-236**, 255, 509, 516, 591
cuchillo, 380
curado, 25, 26, **69-71**, 123, **132**, 183, 184, 199, 203, 239, 240, 440, 445, 455, 797*
agua de, 27, 30
curva(s)
de adherencia, 162
de coste, 218
de curado, 70
de deformación, 89, 91-93, 267
de eficacia, 199-201
de fraguado, 12
de momentos, 340, 383
de nivel, 557, 558
en roseta, 320
equirresistentes, 319
granulométrica, 33-39, 43, 52-56
ortogonales, 356
barras curvas, 167
curvaturas, 338, 342, 344, 346, 442
Czerny, 815*

D

D'Arga e Lima, 806*, 811*
Davidovici, 806*
De Miguel, 815*
De Sitter, 184, 185
decalaje, 170, 177, **361-362**
Del Río, 810*
defectuosos, 198, 201
deformación(es)
de fluencia, 6, **90**, 92, 94, 95
de segundo orden, 343
en voladizos, 434-435, 438, 440, 443
impuestas, 80, 101, 222, 227, 455
remanente
del acero, 141
del hormigón, 89, 90, 91
transversales (flechas), 432-433, 435-437, 442
unitarias o relativas, 6, **89-90**, 95-98,134, 215, 243, 261-264, 268, 454
dominios de (véase *dominios de deformación de las secciones en ELU*)
estado límite de, 423, **432-433**
módulo de, 3, **93**, 94, 437
Del Pozo, 808*
Del Río, 810*
Delibes, 797*, 798*, 803*, 810*
densidad, 56, 77, 494, 500
depósitos
de planta cilíndrica, 596
cálculo de esfuerzos, 598
dimensionamiento, 599
ejemplo, 599
de planta rectangular, 584
acciones que deben considerarse, 584
dimensionamiento, 588
ejemplo, 595
cálculo de armaduras a tracción simple y compuesta en, 255, **256-257**
cálculo de esfuerzos en paredes de, 539, 548-549

efecto de bajas temperaturas sobre el hormigón en, 83
fisuras de origen térmico en, 449
impermeabilización de, 47
descimbramiento, 73, 203
desecación, 27, 80, 110, 203, 444
desencofrado, 40, 42, 43, 68, 73, 454
desgaste (resistencia al), 79
deslizamiento, 41, 143, 148, 161-16. 215, 328, 333, 395, 446, 462, **497**, 521
de las armaduras, 351, **390-391**
desplazamiento, 432, 544, 607
de encofrado, 455
de la armadura, 454
de la masa de hormigón fresco, 63
de nudos, 340, 342
de partículas, 120
en cabeza de una estructura, 229
relativo entre estructura y suelo, 490
relativo entre los labios de una junta, 398
relativo entre piezas, 461, 462, 466
virtual, 562
tolerancias de, 203, 204
detalles
constructivos, 798*, 802*
estructurales, 237, 455
determinista, 213, 214
diagrama
de interacción, 254, **289**, 412, **633**, **641**
de interacción torsor-cortante, 412
de pivotes, **264**
momentos-curvaturas, 344, **436**
parábola-rectángulo, 262
rectangular, 262, **293**, 296, 299, 306-307
tensión-deformación del acero, 140, **147**, 150, 243, 262-263
tensión-deformación del hormigón, **90-94**, 134-135, 243, 262
ábacos y diagramas para cálculo de secciones, 629-793
diámetro, 4, 5, 7, 9, 43, 111, 112, 117, 119, 132, 169
de alambres en mallas, 155
de áridos, 36, 52, 65, 400
de armaduras, 81, 126, 135, 136, 337, 358, 382, 383, 577
de armaduras en celosía, 157
de barras (véase más abajo, *diámetro de barras*)
de doblado, 168
de estribos, 381
de moldes, 106, 107
de probetas, 109, 110, 113, 117, 118
de sección de hormigón, 330, 334
diámetro de barras
de barras de piel, 382
de barras levantadas, 381
de hierros pasantes en articulaciones, 463
en cimentaciones, 512, 527
en depósitos, 594
en nervios perimetrales, 414
equivalente de un grupo de barras, 166
máximo por condiciones de fisuración, 429
medio equivalente, 147
mínimo de barras en soportes, 331, 333
nominal, 139-140, 143, 147-148
características de barras en función de sus diámetros, 157-159
control del acero por cada diámetro, 190-191
errores en diámetros, 205
estimación del diámetro en estructuras construidas, 127
Díaz Gómez, 803*
diferencias, 387, 389, 409, 411
de cálculo, 293, 328
de cotas, 205
de curado, 183
de esfuerzos, 391, 394, 397
de pesada, 108
de resistencia, 117, 133, 194, 196
de significado, 195
entre luces, 547
finitas, 542-543
diferida (flecha), 281, 383, **440**
dilatación
transversal, 94
coeficiente de, 83, 84
juntas de, 84, 203, 449, 455, 586, 589
dimensionamiento
a cortante, 363-365, **366**, 374
a rasante, 399
a torsión, 408, 409
de depósitos, 588, 599
de pilotajes, 527
de rótulas, 464
de secciones, 247-248, 252, **281, 284**, 286, 296, 298, 302-303, **305-306**, 314
de zapatas, **507-509**, 513, 515, 519, 521
dinámico(a)
cargas dinámicas, 401, 443
comportamiento dinámico de estructuras, 423, 443

esfuerzos dinámicos, 153, 171, 173, 222, 383, 400, 484
módulo de elasticidad dinámico, 121-123
dinteles, 572, 580
disposiciones de armaduras
a punzonamiento, 418-419
a rasante, 400
a torsión, 413
en placas, 548, 576
en zapatas, 511
y distancias entre armaduras, 163-166
distancia (véase también *separación*)
de barras a los paramentos, 166-167
entre barras, 51, **166**
entre juntas de dilatación, 84
entre puntos de momento nulo, 261, 340
entre separadores, 165
entre zonas de solapo, 177
distribución de presiones
bajo losas de cimentación, 525-526
bajo zapatas, 497-501
doblado
de las armaduras, **168**, 169, 179, 203
doblado-desdoblado, 140, **142**, 148, 149, 151, 190, 191
armaduras dobladas, 337, 578
dominios
de deformación de las secciones en ELU, 135, **264-265**, 267, 269-277, 281, 287, 288, 294, 295, 298, 308
dominios 2, 3 y 4, 274-275
dominio 4*a*, 276, 295, 296, 299
dominio 5, 276, 296, 299
granulométricos, **38-39**, 54
dosificación, **48-59**, 83, 128, 585
de adiciones, 17
de aditivos, 9, 39, 40, 41, 42
de cemento, 18, 21, 24, 41, 66, 123
de hormigón, 32, 61, 62, 63, 65, 67, 104, 105, 124, 239, 796*
de hormigón de alta resistencia, 129, **130-131**, 132, 133, 799*, 800*
ensayos de, 188
instalaciones de, 60, 61
y durabilidad, 49-50, 52
Dreux, 797*
ductilidad
de secciones, 281, 282, 284, 286, 293, 298
del acero, **143-144**
juntas o uniones dúctiles, 395, 397, 400
durabilidad
de las armaduras del hormigón, 182-185
causas de la corrosión del acero, 182
factores que influyen en la corrosión del acero, 183
vida útil de una estructura, 183
de las estructuras de hormigón armado, 2 7-240
e ategias de durabilidad en proyecto, 238
protecciones, 240
requisitos del hormigón, 239
tipos de ambiente, 237
del hormigón de alta resistencia, 132-133
del material hormigón, 49-50, 98-103
agresivos al hormigón, 100
ataques químicos al hormigón, 102
consideraciones básicas, 98
factores que determinan la durabilidad, 98
bibliografía de durabilidad, 797*, 802*, 804*, 805*
dosificación y durabilidad, 49-50, 52
resistencia y durabilidad, 87

E

ecuaciones
de equilibrio y compatibilidad, 245, 247, 251, 265-266, **268**, 274, 281, **294**, 302, 313
de placas, 540
efecto(s)
de segundo orden, 225, 330, 342, 344, 346, 531, 807*, 808*
Poisson, 88, 333, 334
eficacia
de amasado, 108
de anclaje, 170, 171
de fluidificantes, 42, 128, 132
de la armadura comprimida, 634, 642
de la armadura transversal, 381, 466, 486
de la prevención, 240
de plastificantes, 41
de tratamientos, 240
del curado, 69, 70, 132
del recubrimiento, 449
del zunchado, 334
frente a cortante, 359
frente a la helada, 83
frente a pandeo, 343
frente a torsión, 580, 581

P 44679

curvas de eficacia, 199-201
factor de eficacia, 374
eficaz
ancho eficaz en losas, 550
ancho eficaz en sección en T, 309-312
área eficaz a fisuración, 425, 427, 430
espesor eficaz a torsión, 409
sección eficaz, 246, 354
Ehlers, 284, 299, 632
eje neutro, 5, 6, 248, 262, 264-265, 268
ejecución, 796*, 797*, 803*, 806*, 807*
de elementos de hormigón, 69
de ferralla, 180
calidad de, 187
control de, 167, 187, **201-203**, 225, 227
defectos de, 216
fisuras por errores de, 453-455
imprecisiones de, 167
plazos de, 137, 179
tolerancias de, 203-205
ejemplos de aplicación
de anclaje de barras, 173
de armado a cortante, 386
de cálculo a pandeo, 347
de cálculo a punzonamiento, 421
de cálculo de depósito cilíndrico, 599
de cálculo de depósito de planta rectangular, 595
de cálculo de sección en T, 316
de cálculo de secciones (clásico), 258
de cálculo de secciones (en agotamiento), 290-291, 306-307
de cálculo de zapata, 513
de control (aplicación del estimador), 197
de dosificación, 58
de uso de ábacos y diagramas, 632, 635, 638, 640, 643
elástica
características elásticas de los pórticos virtuales, 572, 574, 581
deformación elástica, 89-90, 95-97
elasticidad (módulo de), 3, 93, 121-124, 127, 214, 243
electrosoldada (véase *malla electrosoldada*)
elementos finitos, 542, 544
elongabilidad, 81, **95**, 448
embrochalada (véase *carga embrochalada*)
empalme, 151, 152, 153, 155, **176-178**, 332, 455, 801*, 802*
emparrillado(s), 460, 464, 466, 511, 512, 525, 526, 527
asimilación a un, **544-545**, 564, 568
empuje
al vacío, 180, 181, **488**
de líquidos, 227, 318, 490, 593, 595, 598, 602
de tierras, 222, 227, 318, 490, **587**, 588, 589
pasivo, 497
encepados, 528-530, **532-534**, 537, 538
encofrado, 51, 64-69, **71-74**
y control, 203
y defectos de ejecución, 455
y fisuración, 446
y rugosidad del hormigón, 401
ahorro de, 137, 523
encuentros
de muros, 180
de piezas poligonales, 180
de vigas y pilares, 179
endurancia, 153
endurecimiento
del cemento, 11, 15
lento, 18, 19, 26
rápido, 16
sensible al clima, 25
del hormigón, 30, 34, 40, 70, 79, 82, 134
primer endurecimiento, 27, 67-69
engranamiento de áridos, 135, **366**, 367, 370, 375, 394, 395, 398, 473, 510
ensayos, 13, 210, 232, 795*, 796*
de anclaje, 453
de carga, 531
de cortante, 359, 414, 810*
de dosificación, 57-58
de fisuración, 427, 446
de información, 68, **125**
de ménsulas, 480, 481
de punzonamiento, 415, 417
de torsión, 573
de vigas cortas, 486
de vigas de gran canto, 474, 485
del acero, **140-143**, 148, 150-153, 155, 162, 173, **189-191**
del aditivo, 39, 189
del agua, 30, 188
del árido, 34, 188
del cemento, 13, 23, 188
del hormigón, **87-88**, **104-126**, **191-193**, 451, 798*, 799*, 803*, 811*
del suelo, 494, 495, 496, 525
fotoelásticos, 470
entramado, 462, 603

envejecimiento, 13, 467
epoxi, 67, 79, 178, 456, 457
equilibrio
ecuaciones de, 245, 247, 251, 265-266, **268**, 274, 281, **294**, 302, 313
inestabilidad de, 338, 340
método del, 560
esbeltez, 340, 342
soportes esbeltos, 338, 339
vigas esbeltas, 351
escalas funcionales de flexión, 638-640
esclerómetro, 119, 120, 123, 126, 182, 798*
Escribano, 798*
esfuerzos
axiles (véase *axil, esfuerzo*)
cortantes (véase *cortante*)
dinámicos, 153, 171, 173, 222, 383, 400, 484
normales (véase *axil, esfuerzo*)
cálculo de, **212**, 241-242, 525, 547-548, 570-571, 574, 581, 590, 598
distintos tipos de esfuerzos en la sección, 242
espesor eficaz a torsión, 409
estado(s) límite(s), 804*, 806*, 807*, 808*, 811*, 812*, 816*
de deformaciones, 423, **432-433**
de fisuración, 423, **424-431**
de servicio, 228, 229, **423-443**
de vibraciones, 137, 215, 229, 423, **443**
último(s), 2, 226, 228
bajo solicitaciones normales, 260-267, 268-292, 294-308, 309-317
de esfuerzo cortante, 365-379
de esfuerzo rasante, 393-401
de punzonamiento, 414-422
de torsión, 401-414
en hormigones de alta resistencia, 135, 136
definición de estado límite, 215
método de los estados límites, 213, **215-219**
estanquidad, 203, 228, 424, 429, 584, 587, 591
estático(a)
acciones estáticas, 222, 335
equilibrio estático, 264, 301
módulo de elasticidad estático, 123
momento estático, 2, 246, 313, 353, 354, 396
pérdida de estabilidad estática, 215
presión estática del hormigón sobre el encofrado, 72
estimadores, 86, 191, 192, **195-196**, 197, 198, **199-201**, 221, 803*
estribos, 163, 371-372, **373**, 374, 378, **380**, 381-382, 385-386 (véase también *cercos*)
estricción, 141
esviada (flexión), 257, **318-327**, 636
Evans, 802*, 806*
excentricidad(es)
adicional o ficticia (pandeo), 329, 344
en zapatas, 498-502, 507, 517
grandes, 285-286, 299
mínima o accidental, 328, 343
pequeñas o débiles, 277, 280, 287, 299
extracción de probetas testigo, **117-118**, 123, 125, 126, **198**, 798*, 803*
exudación, 42, 103, **445**

F

Facaoaru, 123, 798*
factor de eficacia, 374
fatiga, **153-154**, 215, 229, 400
Faury, 256
Favre, 812*
Ferguson, 806*, 815*
Fernández Cánovas, 796*, 797*, 799*, 802*, 812*
Fernández Gómez, 799*, 800*, 801*, 802*, 803*
Ferreras, 806*
Ferry Borges, 427, 804*, 812*
fibra neutra (véase *eje neutro*)
finura, 36, 57, 129, 130, 189
del cemento, 11, **13**, 17, 22, 76, 79, 83
módulo de, **37-38**, 39, 53-54
Fiol Femenia, 814*
fisuración
bajo tensiones tangenciales, 431-432
en depósitos, 586, **591-593**
longitudinal, 172, 182
por cortante, 135, 170
estado límite de, 423, 424-431
estudio teórico de la, 424-428
fórmulas prácticas de, 428-431
hormigón fisurado (esfuerzo cortante y torsión), 353, 354, 396, 403, 408
hormigón sin fisurar (esfuerzo cortante y torsión), 352, 396, 404, 408
fisuras
en voladizos, 453, 454

aberturas (anchos) de, 135, **424-427**, 430, 586, 591, 592, 593
separación entre, 427
tipos de, 444-455
flecha(s), 442
activa, 219, 433, 434
con hormigón de alta resistencia, 135
en paredes de depósitos, 588, 589
en pruebas de carga, 210
diferida, 281, 383, **440**
instantánea, 433, **435**
total, 433, 434
cálculo de, 432, **435-442**, 542, 811*, 812*
combinación de cargas para el cálculo de, 228
tablas para el cálculo de flechas en placas, 550-553
valores límites admisibles para las, 433-435
flexible
encepados flexibles, 529, 530, **532**, **537**
estructuras flexibles, 490
losas flexibles, 525, 526, 527
pórticos flexibles, 347
soportes flexibles, 570
condición de flexibilidad de un soporte, 573
zapatas flexibles, 490, **492**, 498, 500, 501, **506**, 507, 508
armaduras en, 516, 517
dimensionamiento de, **509-511**, 512-514, 518
flexión
compuesta, 245, 267, **270-274**, 284-285, 291, 298, 303, 305
en encepados, 537
en zapatas, 513
esviada, **245**, 257, **318-326**, 347, 636
recta, **245**, 321-322, 324
simple, 245, 267, **270-274**, 280-283, 290, 296, 302, 305, 313
ábaco general de, 631
escalas funcionales de, 638
flechas de, 435-441
rosetas de flexión esviada, 320, 636
torsión con, 408, 411
flexocompresión, 305 (véase también *flexión compuesta* y *compresión compuesta*)
flexotracción
ensayo de, 15, 87, **112**, 116-117
resistencia a, 15, 87, 113, 423, 436
secciones en (véase *tracción compuesta*)
fluencia
de hormigones de alta resistencia, 134-135
en soportes, 328, 340, 343, 345
coeficiente de, 94-95, **96**, 97, **98**
deformaciones de, 6, **90**, 92, 94, 95
patología por, 455
y flechas en vigas, 431-434, 440-441
fluidificantes, **41-42**, 65
forjados
de cemento aluminoso, 22
reticulares (sin vigas), 569-584
deformaciones en (véase *deformaciones transversales, flechas*)
ejecución y control de, 72, 154, 156, 163, 166, 193, 198, 205
punzonamiento en, 414-423
rasante en, 393-395
fórmula(s)
aproximadas para secciones rectangulares, 304-305
de Bresler para flexión esviada, 325
de cálculo a rasante, 399
de Faury para depósitos y tuberías, 256
de Jiménez Montoya para flexión esviada, 321
para estimar resistencias, 192, 195, 199
prácticas de fisuración, 429, 430
prácticas de soportes, 330
Fourier, 541
fragilidad, 135, 209, 281
juntas o uniones frágiles, 395, 398, 401
fraguado, 11-13, 23
alteraciones del, 30, 34
calor de fraguado (hidratación), 9, 17, 18, **20**, 24, 25, 26, 62, 100, 127, 129, 448
proceso de, 27, 39, 69, 79
reguladores de, 9
tiempo de, 22, 63, 188
velocidad de, 16, 40, 41, 42
Frank, 119
Franz, 481, 486
Freyssinet, 463, **464-466**
Fridell, 103, 182
frío, 19, 146, 168, 68, 448
clima frío, 25, 26
tiempo frío, 40, 42, **67-68**, 72, 203, 445
fuego, **101**, 133, 160, 166
pérdida al, 14, **15**, 22, 23, 47,188
Fuentes, 813*

fuerzas (véase también *esfuerzos*)
nodales en placas, 559
notaciones y unidades para fuerzas, 2, 3, 4, 7
Fuller, **36**, 37, 52, 53
fuste, 528

G

Galindo, 798*
Gálligo, 800*, 801*
Gálvez, 806*, 810*
Gamble, 815*
gancho, 142, 168, **169-170**, 171, 190, 453
Ganguli, 813*
García Asensio, 801*
García Dutari, 811*, 812*
García Gamallo, 815*
García Mallo, prólogo
García Meseguer, 301, 330, 346, 795*, 803*, 806*, 808*, 812*, 815*
Garrido, 796*, 797*, 803*
Gaspar, 797*
Gaynor, 44
Geiger, 124
Gettu, 799*, 811*
Ghanekar, 806*
Gil Salvador, 801*
giros, 210, 215, 423, 431, 432, 488
de una articulación, 461, 462, 465, 466
de una placa, 541, 545, 560, 561
por torsión, 442, 573
González Esteban, 813*
González Isabel, 131, 797*, 799*, 800*
González Valle, 799*, 800*, 802*, 803*, 810*
Graf, 67
granulometría, **36-39**, **52-54**, 58
módulo granulométrico, **37-38**, 39, 53-54
Grasser, 320, 321, 806*, 807*, 810*
grava, 30, **33-34**
grietas, 80, 456, 812*, 813*
en el acero, 139, 142, 190
grupos
de armaduras, 370
de barras, 166, **172-173**, **177**, 331, 429
de fisuras, 445
de pilotes, 527, 528, 530
Guerrin, 465, 588, 805*, 813*, 814*, 816*

H

helada, 31, 50, 67, 68, 100, 490, 493
acción de la, 105, 125, 237, 586
daños por, 101
resistencia a la, 43, 44, 78, 83
Helene, 797*
helicoidal (armadura), 407, 413
Herrero, 797*
Herrero Beneitez, 813*
Hess, 45
hidratación (fraguado)
calor de, 9, 17, 18, **20**, 24, 25, 26, 62, 100, 127, 129, 448
hinca
de pilotes, 443, 528, 531
hipótesis
básicas de cálculo de secciones, 242-243, 261, 630
de cálculo plástico de placas, 556
de carga, 211, 212, 223, **226-229**, 409, 424, 433, 524, 587, 588, 598, 610-625
de Lord Raleigh, 443
combinaciones de hipótesis en secciones de pilares, 206
Hognestad, 815*
Hooke, 146, 149, 243, 263
hormigón
armado, 160-185
de alta resistencia, 127-138
de altas prestaciones, 127-128
fabricado en central, 60, **61-63**
impermeable, 25, 26, 35, 43, 51, 66, 129, 240, 584
no fabricado en central, 60
plástico, 56, 67, 76, 89, 445
zunchado (confinado), 88, **334-336**, 459, 461
adherencia con el acero del, 161-162
agresivos al, 100-102
articulaciones de hormigón armado, 462-466
ataques químicos al, 102-103
cálculo de estructuras de hormigón armado, 213
características mecánicas del, 85-88
características reológicas del, 88-98
cimentaciones de hormigón armado, 489-538
comportamiento básico del hormigón a esfuerzo cortante, 352-357
comportamiento básico del hormigón a torsión, 403-405
consistencia del, 54-55
control de calidad de las obras de, 186-207

control de componentes del, 187-189
control de la resistencia del, 192-199
control del hormigón fresco, 191-192
curado del, 69-71, 132 (véase también *curado*)
deformaciones del, 89-90
diagrama tensión-deformación del, 90-92, 243, 262
dosificación del, 48-59
durabilidad de las estructuras de hormigón armado, 237-240
durabilidad del, 98-103
durabilidad del hormigón armado, 182-185
elongabilidad del, 81, **95**, 448
ensayos del, 104-126
de control de calidad, 124-126
del hormigón fresco, 105-108
mecánicos mediante probetas enmoldadas, 108-113
fabricación del, 60
fisuración en vigas de hormigón armado, 424-428 (véase también *fisuración*)
formas de especificar el, 61
impermeabilidad del, 34, 41, 50, 69, 78, 183
módulo de deformación longitudinal del, 93-94
organización de las armaduras en, 179-181
pandeo de piezas comprimidas de hormigón armado, 338-347 (véase también *pandeo*)
patología del hormigón armado, **443-457**, 803*, 806*, 812*
placas de hormigón armado, 539-583 (véase también *placas*)
preparación y puesta en obra del, 60-74
presión del hormigón fresco sobre el encofrado, 72
propiedades del, 75-103
hormigón endurecido, 77-79
hormigón fresco, 75-77
puesta en obra del, 63
resistencia a compresión del, 49
resistencia a tracción del, 87-88
resistencia bajo un estado de tensión biaxil del, 88
resistencia característica del, 85-87, 220-221
retracción del, 79-83 (véase también *retracción*)
soportes de hormigón armado, 327-349
tolerancias en secciones de, 204
transporte en obra del, 63
y temperatura, 83-85
zapatas de hormigón en masa, 512 (véase también *zapatas*)
hormigonado
de superficies inclinadas, 64
de pavimentos, 66
en tiempo caluroso, **68-6** 203
en tiempo frío, 40, **67-68**, 105, 203
central de, 60, 61, 196
comprobaciones anteriores, durante y posteriores al, 203
dirección de, 162, 168, 169, 440
fisuras por problemas durante el, 444, 446, 450-455
juntas de, **66-67**, **396-398**, 394, 396
precauciones en el hormigonado de soportes, 332, 334
proceso de, 234, 334
tiempo de, 193
Hostalet, 123, 798*
humedad, 69, 110, 119, 167, 203, 401, 432, 489, 586, 591
ambiente, 50, 79, 93, 95, 99, 100, 183, 209, 425, 433, 440, 445, 456
de curado, 70
de los áridos, 32, 59, 189
Hummel, 37, 53

I

impacto, 71, 100, 142, 203, 222
impermeabilidad, 25, 127, 208, 540
del hormigón, 34, 41, 50, 69, 78, 183
ensayos de, 50
hormigón impermeable, 25, 26, 35, 43, 51, 66, 129, 240, 584
juntas impermeables, 238
impermeabilizantes, 39, **45-46**, 78
inclinación
de la armadura, 407
de la cabeza comprimida, 387
de la tangente, 93
de las bielas, 359, 363, 365, 368, 406, 482
de las corrugas, 145, 148
de las juntas, 203
de pilotes, 530
de un soporte, 329
de una recta, 93
de una zapata, 506

del edificio, 524
del eje neutro, 319
inclinaciones, 496
inercia
a flexión, 3, 246, 353-354, 396, 436-437
a torsión 3, 406
de secciones circulares, 628
de secciones rectangulares, 626-627
efectiva, 438-439
en elementos de pórticos virtuales, 573, 574
inestabilidad, 229, **338-340**
inseguridad (lado de la), 293, 325
insoluble (residuo), 14, **15**, 23
instantánea (flecha), 433, **435**
intraslacionalidad, 341-342
isostático(a), 340, 529, 569, 570
estructuras isostáticas, 490, 496
líneas isostáticas, 472, 486
definición de, 356
y disposición de armaduras, 358
y fisuración, 447, 453
modelos isostáticos, 470
red de isostáticas, 355, 458, 459, 474, 481, 485, 487
isótopos, 119, 126
Izquierdo, 810*

J

Jain, 806*
Jalil, 806*
Jennewein, 13, 18
Jiménez Montoya, 304, **321-322**, 326, 330, 346, 806*, 807*, 808*, 810*, 815*
Jiménez Salas, 814*
Johansen, 556, 815*
Johnson, 812*
Joisel, 812*
Jones, 798*
Jordán, 815*
Jungwirth, 805*
juntas
de construcción, 390, 586, 594
de dilatación, 84, 203, 449, 455, 586, 589
de encofrado, 71
de hormigonado, 66-67, 394, 446
de retracción (contracción), 73, 80, 81, 449, 586
en depósitos, 586
entre hormigones, 395-396, 810*
impermeables, 238
o uniones dúctiles, 395, 397, 400
o uniones frágiles, 395, 398, 401
tensiones rasantes en,
actuantes, 396-397
resistentes, 398-399

K

Kanji, 803*
Kirchhoff, 540
Kjellmann, 218
Kong, 802*, 806*
König, 805*
Koprna, 812*

L

Lacroix, 813*
Lagrange, 541
lajas
en áridos, 34, 51
(estructuras), 539
laminación (marca de), 146
láminas, 539
Le Chatelier, 13, 23
León, prólogo, 806*, 808*, 809*
Leonhardt, 359, 381, 414, 465, 474, 802*, 806*, 809*, 810*, 814*, 815*
Leslie, 121
levantamiento de barras, 380, 381, 385
Levi, prólogo, 805*
ley(es)
de deformación plana
de De Sitter (o de los cinco), 184, 185
de distribución de presiones bajo una zapata, 498
de esfuerzos cortantes, 399, 400
de Hooke, 243
de momentos (decalaje de la), 170, 403
de momentos en depósitos, 588, 589
de momentos internos (en pandeo), 339
de pesas y medidas, 795*
límite elástico, 4, 5, **141**, 149
líneas de rotura en placas, 556-564
Linse, 320
Lleyda, 813*
longitudes
de anclaje, 170
de pandeo, 340
longitudinales
armaduras longitudinales de soportes, 331
armaduras longitudinales de vigas, 383, 411

López Agüí, 806*, 808*, 809*
López Domínguez, 801*
López Jamar, 809*
López R. Muñiz, 807*
López Sainz, 799*
López Sánchez, 805*
Lord Raleigh, 443
losas
  aligeradas, 524, 567-568, 570, 573
  cajón, 564
  con capiteles, 564
  de cimentación, 490, 523-527
  nervadas, 524, 564, 569-583
  que trabajan en una dirección, 539, 546
  ábacos para el cálculo de, 637
  armaduras de, 154, 156, 163, 181
  punzonamiento de, 414-422
Löser, 805*
lote
  de control de ejecución, 201-202
  de control del acero, 191
  de control del cemento, 22
  de control del hormigón, 193-198
Luxán, 797*
luz
  de un vano, 474
  relación luz/canto, 433-435, 474, 487, 539, 567

M

macizos(as)
  de gran volumen (grandes macizos), 24, 25, 100, 129
  ábacos macizados, 567, 572, 573
  cargas concentradas sobre, **458-460**, 462, 470, 473, 476
  fisuras en macizos de hormigón, 448
  placas macizas, 78, 539, 567, 571, 572, 573, 576, 577, 579, 580
  relación luz/canto que exime de comprobar flechas en losas macizas, 435
  secciones macizas a torsión, 409, 412
  tamaño del lote de control en elementos macizos, 193, 202
  zapatas macizas, 492
maduración, **70**, 118
Malhotra, 797*
malla
  de cercos con armadura de piel, 428
  de puntos para el cálculo de placas, 542, 543, 544, 545
  de reparto, 167
  de soportes en planta, 564, 566
  electrosoldada, 139, 150, **154-156**, 168, **173**, **177**, 178, 380
    en depósitos, 587, 594
    en placas, 549, 555, 567
  superficial, 81
manguitos
  de empalme, 153, **178**
  de plástico, 142
Manterola, 810*
Mañá, 812*
mar
  agua de, 29, 101, 104, 167
  carrera de mareas, 101, 167
  cementos resistentes al agua de, 20, 239
  estructuras marinas, 103, 167, 183
marca
  AENOR, 150
  de conformidad, 22, 188, 190
  de laminación, 146
Marcus, 545
Marí, 441, 805*, 807*, 809*, 812*
Marti, 814*
martillo
  Frank, 119
  para la hinca de pilotes, 528
  Schmidt, 119, 120
Martín Antón, 801*
Martín Jadraque, 803*
Meca, 809*
medianería (zapatas de), 516-522
Mehta, 57, 796*, 797*, 805*
Menegotto, 808*
ménsula(s)
  como causa de torsión principal, 402-403
  cortas, 390
    cálculo según ACI, 480
    cálculo según Instrucción española, 481-483
    con carga embrochalada, 483
    consideraciones constructivas, 484
    definición de ménsula corta, 478-479
    mecanismos de fallo, 479
    modelo de bielas y tirantes, 470, 482
    nudos, 472, 473
  análisis de la seguridad en, 206
  cortante reducido en, 388
  fisuras en, 453
mesa
  de sacudidas, 75, 106, **107**

  de soldeo, 151
  vibrante, 66, 107, 110
Meseguer (véase *García Meseguer*)
Mesnager, 462, **463-464**
meteorización, 15, 22, 188
método(s)
  clásicos (véase *cálculo clásico*)
  de bielas y tirantes (véase *teoría de bielas y tirantes*)
  de cálculo a pandeo
    de la columna modelo, 346
    de la Instrucción española, 342
    de las curvaturas de referencia, 346
    general, 346
  de cálculo de estructuras aporticadas
    para cargas verticales, 603
    para pórticos múltiples, 607
  de cálculo de ménsulas cortas, 480-481
  de cálculo de placas
    clásicos, 540-555
    de las líneas de rotura, 556-563
    de los elementos finitos, 544
    de los tanteos sucesivos, 563
    de los trabajos virtuales, 561
    de Marcus, 545
    del ancho eficaz, 546
    del emparrillado, 544
    del equilibrio, 560
  de cálculo de placas sobre apoyos aislados
    de los pórticos virtuales, 571
    directo, 570
  de cálculo de secciones, 293
    de la parábola-rectángulo, 268-291
    del diagrama rectangular, 293-300
    del momento tope, 300-304
  de cálculo en flexión esviada, 323-325
  de dosificación de hormigón, 36
  de ensayo (véase *ensayos*)
  de las bielas y tirantes, 470-474 (véase también *teoría de bielas y tirantes*)
  de las tensiones admisibles (véase *cálculo clásico*)
  de los estados límites, 215, 219
Modesto dos Santos, 805*, 807*
módulo
  de deformación, 3, **93**, 94, 437
  de elasticidad, 3, 93, 121-124, 127, 214, 243
  de Poisson (véase *coeficiente de Poisson*)
  de rigidez o transversal, 122, 124
  de Young (véase *módulo de elasticidad*)
  granulométrico o de finura, **37-38**, 39, 53-54
  o momento resistente, 113, 236
Moenaert, 807*
Mohr, 355, 356
molde, 13, 66, 68, 71, 75, 105, 106, 108, **109**, 110, 112, 160
momento(s)
  adicionales o de segundo orden, 338-340
  crítico, 247-248
  de referencia en forjados reticulares, 570, 574
  de segundo orden, 338, 490, 501
  en depósitos, 588
  en placas, 548-552
  en pórticos, 608
  flectores y torsores en una sección, 242
  límite, 277-282
  tope, 300-304
  reparto de momentos en forjados reticulares, 574
  transmisión de momentos entre placa y soportes, 575
Monier, 160
montaje
  de armaduras, 323, 387, 800*
  de encofrado, 71
  armaduras de, 160, 380, 383, 454
  errores de, 413
Monteiro, 806*, 811*
Monteiro, P.J.M., 57, 796*, 797*, 805*
Montoya (véase *Jiménez Montoya*)
Moosecker, 806*
Morán, 304, 323, 325, 346, 806*, 807*, 808*, 810*, 815*
Moretto, 814*
Morisset, 806*
Morley, 805*
Mörsch, 351, 358
mortero(s), 797*
  agrios, 18
  antiácido, 240
  de azufre, 110, **111**, 118
  de reparación, 812*
  en articulaciones, 462, 463
  normalizado, 14, 40
  para calzos o separadores, 165
  fisuras en, 812*
movimiento(s)
  de las armaduras, 446
  de personas, 443

de un encepado, 530
de un trozo de placa, 557
de una fisura, 456
horizontal, 461, 462
posibles de los puntos de la directriz, 432
térmicos, 84, 456
aguas en movimiento, 103
libertad de movimiento, 84, 203
muestra (tamaño de la), 193, 195, 199, 201
Mun, 806*
Murcia, 441, 805*, 807*, 809*, 812*
muros
de sótano, 814*
cuantías mínimas en, 235
encuentros de, 180
estabilidad de los, 586
extracción de testigos en, 198
fisuración en, 80, 449
hormigonado de, 446
juntas de retracción en, 81
tamaño del lote de hormigón de, 193
tolerancias en, 204, 205
zapatas continuas bajo, 492, **498-499**, 501, 502, **514-516**, 523

N

Navier, 437, 468
neopreno, 462, 467
nervadas (losas), 524, 564, 569-583
nervio(s)
de placas aligeradas, 567-568, 573-574, 577, 579
de una sección en T (véase *alma de una sección en T*)
en losas de cimentación, 524-525, 527
neutro (eje), 5, 6, 248, 262, 264-265, 268
Neville, 440, 442, 797*, 812*
Niedenhoff, 481, 486
Nielsen, 809*
nieve, 222, 224
nodales (fuerzas), 559
normal(es) (véase también *axiles*)
cálculo de secciones bajo solicitaciones normales, 244-350, 629-643
esfuerzos o solicitaciones normales, 3, 6, 242
ganchos y patillas normales, 169
nivel de control normal, 190, 202
tensiones normales, 6, 242, 229, 242
notación, **1-7**, 795*
en cálculo clásico, 243, 256
en el Eurocódigo, 374
en esfuerzo cortante, 368, 370, 375, 432, 510
en ménsulas, 482
en placas, 541, 548
en tablas universales, 278, 279
para armaduras, 269
para armaduras asimétricas, **304**
para armaduras simétricas, **305**
para clases de acero, 146
Nowak, 803*
núcleo
central de losas, 524
central de zapatas, 498-499, 501-502
de soportes, 204, 328, 333, 335-336
vertical de edificios, 342
nudo(s)
en cálculo de placas por líneas de rotura, 559-562
en teoría de bielas y tirantes, 469, **472**, 473-475, 482-486
armado de, 179, 334, 455
fisuras en, 454
momentos de, 608-609
Nylander, 417

O

ocluido (aire), **43-45**, 50, 57, 62, 75, 76, 83, 89, 101, **108**, 126, 203
Oliveira, 799*
ordenador
y diagramas del capítulo 27, 629
programa de ordenador para el cálculo en flexión esviada, 319
Ortega, prólogo, 144, 801*, 816*
oscilante, 153, 154, 443
Oteo, 815*
óxido, 14, **15**, 129, 164, 165, 182, 184, 449

P

pacómetro, 117, 126
Páez, 218, 800*, 805*, 806*, 807*, 809*
Paiva, 474
pandeo
de barras comprimidas, 163, 374, 380, 385, 454
de pilotes, 531, 538
de pórticos, 341
en flexión esviada, 318, 347
lateral, 312

definiciones: longitud de pandeo y esbelteces, 340-341
ejemplos de aplicación de, 347
estado límite último de, 214, 215, 229
fisuras por, 451
ideas previas, 338
método de cálculo aproximado de la columna modelo, 343
método de cálculo aproximado de la Instrucción española, 342
método de cálculo de las curvaturas de referencia, 346
método general de cálculo, 346
valores límites para la esbeltez, 342
parábola
de Bolomey, 36
de Fuller, 36
diagrama parábola-rectángulo, 262
método de la parábola-rectángulo, 268-291
pared(es)
de depósitos, 586-588, 590-595, 598-602
sección hueca de pared delgada, 404, 406, 409-412
vigas pared, 469, **474-478**, 485, 486
Park, 181, 807*, 810*, 814*, 815*
pasivo(a)
armaduras pasivas, 800*, 801*, 802*
empuje pasivo, 497
pasivación, 133, 182, 183
patilla, 168-171
patología, 811*, 812*, 813*
de forjados, 809*, 810*, 815*
del hormigón armado, **443-457**, 803*, 806*, 812*
Paulay, 181, 797*, 810*, 814*
pavimentos, 66, 70, 81, 87, 137, 154
y aditivos, 43, 44
y cemento, 19, 24, 25
y fisuración, 444, 449
y temperatura, 69, 83
penetración
de agentes exteriores, 78, 101
de agua, 50, 51
de cloruros, 183
de líquidos y gases, 132
de pasta de cemento, 161
de un clavo en el hormigón, 119
ensayo de, 495
profundidad de, 120
Perchat, 293, 806*, 807*
pérdida, 12, 23, 43, 63, 75, 132, 190, 215
al fuego, 14, **15**, 22, 23, 47, 188
de agua, 69, 79, 84, 132, 444
de peso, 31
de resistencia, 27, 29, 30, 34, 42, 69, 84, 328
Perepérez, 801*, 802*, 811*
Pérez Caldentey, 806*, 808*, 809*, 812*
perímetro crítico a punzonamiento, 416-417, 421
peso
de la masa fresca, 86, 395
de la pared, 590, 596, 598
del acero, 413
específico, 34
de las tierras, 588
del hormigón, 124, 126, **135**, 191
propio, 206, 216, 222, 226, 417, 493, 554
de la solera, 589
de la zapata, 490, 491, 507, 513, 515, 518, 519, 522, 526, 529
del depósito, 585, 589
del encepado, 530
del pilote, 529
del suelo excavado, 491, 497, 525, 585
pérdida de, 31
reducción (ahorro) de peso propio, 87, 137
Petersons, 118, 799*, 804*
picado
barra de, 109
compactación por, 65, 110
piel
de cocodrilo, 450, 454
armaduras de, 81, 163, 236, 382, 428, 488
pilares (véase también *soportes*)
articulados, 461
de sección circular, 330
en flexión esviada, 320
armado de, 164, 179, 327, 331
control del hormigón de, 193, 198
pilotaje, 490, **527-537**
pilote, 443, 490, **528-531**
pintura, 160
Piñeiro, 806*
placas, 539-583
aberturas en, 416, 555, **577-579**
cortante en, 363, 368, 375
punzonamiento de, 414-421
plástico
bolsa de, 22

calzos de, 165
hojas de, 68, 69
manguitos de, 142
tubería de, 65
plástico(a)
adaptación plástica, 214
análisis plástico, 212
baricentro plástico, 287, 328, 441
características plásticas, 140, 143, 168
comportamiento plástico, 89, 212, 406, 466, 470, 540, 556
consistencia plástica, 37, 48, 57, 58, 65
deformación plástica, 90, 95, 96, 97, 141, 215, 233, 260, 261, 268, 270, 556
estado plástico, 27, 100, 446
hormigón plástico, 56, 67, 76, 89, 445
materias plásticas, 79, 240
mecanismo plástico, 556
métodos plásticos, 466
recubrimientos plásticos para curado del hormigón, 70
redistribución plástica, 399
régimen plástico, 470
rótulas plásticas, 91, 281, 461
plastificantes, 39, **41-42**, 43, **45**, 46, 65, 77
plazo, 110, 137, 179, 203, 216, 229
de curado, 70
de desencofrado, 72, **73**, 105, 125
de ejecución, 137, 179
corto plazo, 13, 17, 133
largo plazo, 14, 19, 21, 23, 29, 30, 31, 127, 129, 238, 340, 433
plomo, 124, 240, 462, 464
Poisson, 88, **94**,120, 122, **134**, 333, 334, 404
poros (red de), 98-100, 183
pórtico(s)
intraslacionales, 340, **341-342**
cálculo de esfuerzos en, 607
fisuración y patología de, 447-448
método de los pórticos virtuales (véase *método*)
zonas de discontinuidad en, 469
portland
cemento portland, 10, 11, 13, **14-18**, 21, **23-25**, 40, 70, 73, 110, 115, 183
clinker portland, 8, 9, 19, 20
prefabricación, 17, 24, 25, 40, 42, 43, 66, 69, 70, 71, 87, 136, 151
hormigón prefabricado, 396, 397, 810*, 811*
piezas prefabricadas, 25, 26, 51, 138, 156, 167, 202, 425, 462, 810*
pilares prefabricados, 86, 808*
pilotes prefabricados, 528, 531, 814*
vigas prefabricadas, 375, 393, 394, 395, 808*
viguetas prefabricadas, 395, 401, 453
preparado (hormigón), 48, 60
presión
admisible sobre el terreno, **493-495**, 497-501, 519, 521, 522, 525
del hormigón al retraer sobre el acero, 390
del terreno sobre una zapata, 417
estática del hormigón fresco sobre el encofrado, 72
hidrostática en depósitos cilíndricos, 596
hidrostática sin empuje de tierras en depósitos enterrados, 587
lateral ejercida por un cerco sobre el hormigón, 334
bajas presiones sobre el hormigón (cavitación), 101
comprobación de la presión sobre el terreno, 513
distribución de presiones del terreno (depósitos), 587
distribución de presiones del terreno (zapatas), **497-505**, 520
distribución de presiones y cálculo de esfuerzos (losas), 525-527
esfuerzos originados por la presión hidrostática en depósitos, 590, 598
hormigón fresco bajo una presión dada, 108
hormigón inyectado a, 528
permeabilidad bajo presión, 78
primer orden
excentricidad de, 343
momentos flectores de, 342, 501
teoría de, 338, 342
probabilista, 205, 213, 216-218
probetas
de acero, 141, 142, **151-153**, **190-191**
de hormigón, 87, 89, 91, 451, 802*, 811*
cilíndricas, 62, 67, 85, 86, 122, 124, 125, 127, 131, 133, 233, 329, 452
cúbicas, 111, 133
de control, 124, **192-194**
enmoldadas, 78, 86, 126
ensayos mecánicos mediante probetas enmoldadas, 108-113
equivalencia entre distintos ensayos de probetas, 114-116

prismáticas, 88, 122, 334
testigo, **117-118**, 123, 125, 126, **198-199**, 798*, 803*
profundidad
crítica, 266
de cimentaciones, 489-490, 493-494, 512, 527
límite óptima del eje neutro en flexión, 277
límite recomendada del eje neutro en flexión, 282
prolongación recta, 168-172, 177, 379, 511, 533
protecciones del hormigón, 240
Propovics, 797*
pruebas de carga, 68, 91, 125, 126, **208-210**, 528, 803*, 812*
puesta en obra, 33, 39, 52, **63-66**, 130, **132**, 137, 154, 239, 800*, 813*
punzonamiento
de placas y forjados reticulares, 577, 579
de zapatas, 511, 516
estado límite de, **414-422**
pura(s)
aguas puras, 103
compresión pura, 451
flexión pura, 244, 230, 351, 452
torsión pura, 401, 403, 405, 407, **408-411**
tracción pura, 88, 113
puzolana, **9**, 11, 17, **19**, 46
puzolánico, **19**, 57, 65, 130

R

Rackwitz, 805*
Rad, 800*
Radojicic, 812*
ráfagas de viento, 154, 443
Rákosník, 805*
Ramdane, 799*
rango,
de ángulos, 410
de temperaturas, 83
Rao, 807*
rasante
en ménsulas cortas, 479
esfuerzo rasante, 356-357, 366
estado límite, 229, **393-401**
Rayleigh, 121, 443
reacción álcali-árido, 34, 103, 132, 240, 450
recuadros en placas y forjados reticulares, 547, **565-567**, 569-571, 576, 580, 582
recubrimiento(s)
de la pieza, 78
de las armaduras, 49, 70, 136, 160, 165, 332
del 5% al 15%, 253, 267, 271, 289, 306, 325, 326, 330, 350, 631, 635, 636, 637
en depósitos, 592, 595, 600
medio en placas, 558
geométrico, 166
grande, 81, 211, 512, 527
máximo, 167
mecánico, **166**, 633, 635, 638, 640, 643
mínimo, 166, **167**, 224, **425**
normales, 270, 272, 314
superficiales, 70, 184, 468
espesor del, 117, 126, 182, 183, 239, 449
patología por causa del, 446, 449, 452, 454-455
tolerancias en, 204
red, 382
capilar, 43, 45, 128, 182
de alcantarillado, 102
de poros, 98-100, 183
reducción
de agua de amasado, 42, 43
de flexión compuesta a simple, 285, 299
de flexión esviada a dos rectas, 324
de flexión esviada a recta, 321
de longitud de anclaje, 171, 173
de sección de pilares, 179
coeficientes de, 6, 329, 365, 367, 368, 374, 375
reducido(s)
cortante reducido, 385, 388
esfuerzos reducidos (o relativos), 6, 248, **275-277**, 282-283, 290, 320
nivel de control reducido, 190, 194, 202, 225
refrentado, **111**, 118
Regalado, 138, 815*
Regan, 799*, 809*, 816*
regla(s), 102, 107, 160, 179, 185, 187, 207, 380, 411, 485, 537
de dos metros, 74, 205,
del Eurocódigo, 374, 796*, 798*, 799*, 808*, 810*, 811*, 815*
fundamentales, 556
práctica, 194, 324, 391, 444
regresión de resistencias, 21, 448
relación agua/cemento, **48**, 50, **130**, 183

remanente
deformación (acortamiento) remanente en hormigón, 89, 90, 91
deformación (alargamiento) remanente en acero, 141
reología, 89, 95
residuo, 28, 237
insoluble, 14, **15**, 23
resina, 41, 43, 46, 69, 70, 240
epoxi, 67, [illegible] 178, 456, 457
resistencia(s)
a compresión, 48
a cortante de cabezas de vigas, 366
a f[illegible]otracción, 88
a tracción, 87
al desgaste, 79
bajo estados multiaxiles, 88
característica del acero, 221
característica del hormigón, **85**, 220
de cálculo, 221
del acero a tracción, 141
del cemento, 14
eléctrica (soldeo por), 150
virtual a cortante 368-370, 373, 375-377
y relación agua / cemento, 48
control de, 192
equivalencia entre, 116
evaluación o estimación de, 118
hormigones de alta, 127-138
resonancia, 122, 443
retardadores, **41**, 72
retracción
de la pasta de cemento, 13, 16-18, 20, 22-26
del hormigón, 31, 34, **79-83**
cálculo del acortamiento por retracción, 81
efectos de la retracción en elementos estructurales, 80
factores que influyen en la retracción, 79
del hormigón armado, 442
del hormigón de alta resistencia, 129, **134**
diferencial, 399
e hipótesis de carga, 227
y adherencia hormigón-acero, 161
y aditivos al hormigón, 41, 43, 46
y contenido en cemento, 62
y cuantía mínima, 234, 283, 586, 594
y defectos de proyecto, 455
y encofrados, 72
y flechas, 440, 441
y juntas de hormigonado, 67
y otras deformaciones del hormigón, 90
alta retracción, 16, 18, 23
armaduras para, 163, 555, 577
baja retracción, 17, 18, 24, 25, 26, 35, 52, 66
fisuras debidas a la, 433, **447-448**
juntas de, 73
revestimiento
protector del hormigón, 240, 585
resistente al desgaste, 79
fisuras en el, 81
rigidez
a torsión, 402-404
de elementos de pórticos virtuales, 571-574, 580-583
de placas, 541
de secciones fisuradas, 436-438
de soportes, 339-402
de zapatas, 498, 506, 508
módulo de rigidez, 122, 124
Río, 808*
Ritter, 351
Robinson, 815*
Rockwell, 111
Rodríguez Ortiz, 813*
Rodríguez Santiago, 815*
Rostam, 802*, 805*
rótula(s)
de apoyo o articulación, 458, **462-466**
esférica de una prensa, 111, 112
Freyssinet, 463
metálica en la probeta de ensayo de adherencia, 142
plásticas, 91, 281, 461
cuello de la, 465
dimensionamiento de la, 464
rotura
bajo tensiones normales, 229
análisis del proceso de rotura, 229-234
carga de, 113, **141**, 149, 152, 190, 453, 459, **556**, **560-563**
carga unitaria de, 141
comportamiento a cortante de vigas en, 365-366
depósitos: comprobación en, 594
placas: método de las líneas de, 556-564
tensiones tangenciales con el hormigón en, 354-355
torsión: dimensionamiento en, 409-413

rozamiento
de las barras de acero con el hormigón, 161, 390
entre hormigones, 398, 462
entre pilote y terreno, 528, 529, 530
entre probeta y plato de la prensa, 451
entre zapata y terreno, 497, 520
ángulo de rozamiento interno, 494, 497
coeficiente de, 481
desgaste del hormigón [illegible], 481
Rui-Wamba, 138, 799*
Rüsch, 234, 350, 404, 803*, 807*, 808*, 809*, 811*

S

sacudidas, 72, 77
mesa de, 75, 106, **107**
Saint-Vénant, 474
Saliger, 249, 805*
Samartín, 816*
Sánchez Espinosa, 801*
Schäfer, 809*, 814*
Schlaich, 809*, 814*
Schmidt, 119, 120
Schneider, 805*
secante (módulo de deformación), 93
sección(es)
crítica a punzonamiento, 415-416, 421
de cálculo en torsión, 409
de forma cualquiera, 318
de formas especiales, 316
delgadas, 181
eficaz, 246, 354
en T, 181, **309-317**, 389
planas (hipótesis de Bernouilli), 243
variable, 347
ábacos y diagramas para el cálculo de, 629-643
afinidad de, 324
cálculo de, 241-349
definiciones, 245
dominios de deformación de, 264
simplificación de, 323
tolerancias en, 204
segregación, 42, 43, 49, 63, **77**, 106, 127, 132, 203, 455
segundo orden
deformaciones de, 343
efectos de, 225, 330, 342, 344, 346, 531, 807*, 808*
momentos de, 338, 490, 501
seguridad, 212, 215, 231, 237, 319, 798*, 803*, 804*, 805*
a fisuración, 256
al deslizamiento, 497
al vuelco, 497
de la cimentación, 498, 499, 501
de los operarios, 65
en el giro, 461
estructural, 101, 190, **198**, **205-208**, 242
y control, 187
cercos de, 385
coeficiente de, 5, 149, 207, 208, 217, 241, 497
al deslizamiento de zapatas, 521
complementario, 338, 349
de fisuración, 256
del terreno, 493, 525
en cálculo clásico, 244
en depósitos, 585, 594
determinación de la, 217-219
margen de, 183, 209, 214
zona de, 524
sello de conformidad (véase *marca de conformidad*)
separación (véase también *distancia*)
de estribos según el Eurocódigo, 378-379
de estribos según la Instrucción española, 373-374
de los empalmes, 176, 177
entre barras, 136, **166**, 176, 177, 181, 331, 336
entre cercos o estribos, 333, 336, 374, 385, 387, 414
entre fisuras, 427
separadores, 165, 203
Serra, 815*
Serrano Alcudia, 813*
Shore, 467
Siess, 474
silicato, **16**, 102, 240
simétrica (armadura en secciones de pilares), 253, 305, 320
Sirvent, 138, 797*, 800*, 804*
sísmico(a)
acciones (o efectos) sísmicas, 143, 144, 146, 222
Norma Sismorresistente, 493, 537
riesgo sísmico, 801*
situaciones sísmicas, 221, 223, **225-228**
zonas (o grados) sísmicas, 144, 171, 493, 537, 538

sismos, 142, 153, 318, 493, 577
Smith, 800*
sobrecarga(s)
de uso y pruebas de carga, 209
en vanos alternos (método de los pórticos virtuales), 572
que producen fatiga, 154
uniforme sobre placa cuadrada, 542
uniforme sobre placa en el método recto de cálculo de esfuerzos, 570
uniforme sobre placa rectangular, 541
y coeficiente de seguridad, 493
y combinación de acciones, 228
y otras acciones sobre depósitos, 587, 588
relación de sobrecarga a carga permanente, 433
valores representativos de la sobrecarga de nieve, 224
Solana, 809*
solapo
de barras en espera en zapatas, 512, 514
de mallas electrosoldadas, 155
en cercos, 414
ejemplo de barras solapadas en depósitos, 584, 597
empalmes por, **176-177**, 332
soldeo por, **151-152**, 153
Solas, 811*
soldadura, 144, **150-153**, 155, 156, 176, **178**, 191, 334
soleras, 69, 70
de depósitos, 584, 585, 587-589, 590, 598, 599, 602
protección de, 240
solicitaciones
(esfuerzos) en una sección, 212-214, **241-242**
normales, 241-349
tangenciales, 350-422
variables, 153, 154
soniscopio, 121
soporte(s) (véase también *pilares*)
a compresión simple, 328
compuestos, 336
de hormigón zunchado (confinado), 334
en placas y forjados reticulares, 570-581
esbeltos, 338, 339
cálculo de secciones de un, 204
consideraciones generales sobre, 327
desplomes en, 204
diagramas de interacción para, 641
disposiciones relativas a las armaduras de un, 331
ejemplos de cálculo a pandeo de un, 347-349
pandeo de, 338
punzonamiento alrededor de un, 414-422
Soria, 796*
Soto Pardo, 814*
Soukhov, 805*
Spratt, 795*
Steinmann, 816*
Steopoe, 797*
Stiglat, 815*, 816*
Stroband, 800*
sulfato(s), 9, 12, 16, **20-21**, 25, 26, 29, 30, 31, 34, 41, 102, 103, 237, 238, 239
cálcico, 9, 10, 102
aguas con, 450
sulfoaluminato, 16, 21, 103
superficiales (cimentaciones), 490, 494
superficie(s)
de interacción, 319-320
de juntas de hormigonado, 394, 398
de punzonamiento, 415
específica Blaine, 14, 128
acabado de, 74, 205
aditivos endurecedores de, 48, 79
aditivos impermeabilizantes de, 48, 78
fisuras de, 444
rugosidad de, 400-401
vibradores de, 67
superfluidificantes, **42-43**, 128, 130
superplastificantes, 130

T

tabiquería, 211, 222, 435
tabiques, 433, 435, 496
fisuras en, 432, 434
vigas tabique, 474
talud, 493, 506, 521
tamaño, 448, 577, 584, 589
de la muestra, 193, 195, 199, 201
de la pieza, 119, 192
de la probeta, 115
de la sección, 54
de los poros, 128, 133
del lote, 193, 202
máximo del árido
como variable que se especifica, 62
control del, 189, 191-192

designación y definición del, 31, **33**
dominios granulométricos en función del, 38
ejemplo real de, 130-131
en hormigón bombeado, 65
masa específica del hormigón en función del, 57
módulo granulométrico en función del, 37, 53
valores recomendados para el, 51
y aire ocluido, 44, 45
y colocación de las armaduras, 166, 331, 332
y contenido en cemento, 239
y probetas enmoldadas, 109
y probetas testigo, 117
mínimo del árido, 4, 31, **33**
tamiz, 31, 32, 33, 34, **35**, 37, 39, 111
tangenciales
cálculo bajo solicitaciones tangenciales, 350-422
fisuración bajo tensiones tangenciales, 431
solicitaciones (esfuerzos) tangenciales, 212, 241-242
tensiones tangenciales, 352-358, 403-405
tangente (módulo de deformación), 93
Tanner, 805*
Taylor, 809*
Teixeira, 811*
temperatura, 3, **83-85**, 577
ambiente (ordinaria), 9, 13, 19, 56, 79, 82, 97, 142, 178, 433, 440, 448
como acción en hipótesis de carga, 227
de conservación de probetas, 110, 118
del encofrado, 203
altas temperaturas, 68-69, 101, 133, 183
bajas temperaturas, 17, 18, 25, 26, 40, 67-68
influencia de la temperatura en el fraguado, 40
variaciones de, 283, 455, 481, 594
tensiones
de adherencia, 162
en alas de secciones T, 356
multiaxiles, 88
principales, 355
rasantes en juntas de hormigonado, 396-399
tangenciales debidas al cortante, 352
tangenciales debidas al torsor, 403
diagrama tensión-deformación (véase *diagrama*)
fisuración bajo tensiones normales, 431
fisuración bajo tensiones tangenciales, 428
método de las tensiones admisibles (véase *cálculo clásico*)
rotura bajo tensiones normales, 229
teorema, 285
de Ehlers, 284, 299, 632
de límite inferior, 470, 556, 562
teoría
clásica, 219, 241, 351, 364, 556, 804*
de bielas y tirantes, 177, 241, 390, **470-473**
en elementos diversos, 485-488
en encepados, 532, 533
en la bibliografía, 813*
en ménsulas, 479, 481, 483
en vigas de gran canto, 475-477
en zapatas, 506-509, 517
de estados límites, 804*
de la calidad, 803*,
de la elasticidad, 241, 470, 539, 556, 572
de la plasticidad, 470, 540
de placas y láminas, 816*
de primer orden, 338, 342
de rotura, 364
de segundo orden, 807*, 808*
general de flexión, 506, 507, 509, 532
térmico(a)
coeficiente de dilatación térmica del hormigón, 83-84
conductividad térmica del hormigón, 100
deformación térmica, 90
efectos térmicos, 234
fisuras de origen térmico, 448-449
movimientos térmicos diferenciales, 84
tensiones de origen térmico, 455, 586
tratamiento térmico de aceros, 146
tratamientos térmicos del hormigón, 796*
valores representativos de la acción térmica, 224
terreno(s)
agresivos, 17, 24, 25, 100
compresibles, 530
de cimentación, 212, 327, 584, 585, 588
firme, 528, 595, 599
ordinarios, 50
poco resistente, 523, 527
sin cohesión, 507
yesíferos, 20
acciones del, 519, 520, 521

alteraciones del, 456
asientos del, 455, 458
carga del, 509, 522
comprobación de la presión sobre el, 513
distribución de presiones sobre el, **497-505**, 506, 517, 518, 525, 587
empujes del, 227, 587
estudio del, 489
presión admisible sobre el, **493-495**, 507, 508, 513, 515, 519, 521, 522
presión del, 417, 513, 525, 587
presión sobre el, 491, **513**, 522, 526, 527
reacciones del, 518
rozamiento del, 520
Terzian, 797*
testigo(s)
de yeso, 456
probetas testigo, **117-118**, 123, 125, 126, **198-199**, 798*, 803*
Thielen, 804*, 806*
Thonier, 813*
Tichy, 805*
Timoshenko, 816*
tirantes
en vigas a cortante, 366
en zapatas, 518, 520
bielas y tirantes (véase *teoría de bielas y tirantes*)
piezas en tracción, 255-256, 288, 429
Tobío, 123, 799*
tolerancias, 61, 62, 63, 109, 110, 111, 117, 192, **203-205**
tope
método del momento tope, 300-304
soldeo a, 150
uniones a, 151
Torroja, 179, 218, 232, 234, 300, 439, 468, 805*, 806*, 807*
torsión
principal o de equilibrio, 402-403
secundaria o de compatibilidad, 402-403
armaduras a, 413-414
elementos a torsión en placas y forjados reticulares, 581
estado límite de, 401-414
inercia a, 3, 404-405
momentos de, 3, 242
rigidez a giro de, 404
total (flecha), 433, 434
tracción
cálculo de la armadura a tracción, 303
cálculo de secciones a tracción compuesta, 257, 266, **269, 287**
cálculo de secciones a tracción simple, 255, 266, **269**
determinación de los esfuerzos de tracción en depósitos, 590
ensayo del acero a tracción, 140, 149
ensayo del hormigón a flexotracción, 112
ensayo del hormigón a tracción indirecta, 113
proceso de rotura de una pieza de hormigón por tracción, 234
resistencia a tracción del acero, 141, 149
resistencia a tracción del hormigón, 87
resistencia a tracción del hormigón de alta resistencia, 133
transmisión
de cargas, 209, 485
de cortantes, 67, 152, 181, 337
de esfuerzos, 168, 380, 409, 573, 581
de fuerzas, 410
de momentos, 572, 573, **575-576**, 580, 607
de productos, 187
de tensiones, 394
transporte
de pilotes, 528, 531
de probetas, 110
del hormigón a obra, **62-63**, 68, 128, 192, 203
del hormigón en obra, 54, **63**
por la red de poros del hormigón, 98-100, 183
disgregación (segregación) durante el transporte, 35, 42, 43
distancia de, 12
equipos de, 61
transversal (módulo), 122, 124
transversales (armaduras)
comportamiento básico en vigas, 358
contribución al cortante en vigas, 370, 377
cortante resistido en vigas, 359
cuantías mínimas, 236
función y disposiciones en soportes, 333
organización y disposiciones en vigas, 379, 382, 385
torsor resistido en vigas, 385
traslacionales (estructuras), 340, 571
tratamiento, 32, 137, 146, 240, 242, 318, 319
en el cálculo, 142, 213, 223, 319, 351, 390, 402, 403, 540

tratamientos
de impermeabilización, 240
higrotérmicos, 24, 25, 26, 111
superficiales, 79, 83, 401
térmicos
del acero, 146
del hormigón, 796*
triaxiales (resistencias), **88**, 334-335, 463, 465, 473
tuberías, 65, 256
Tyler, 33

U

ultrasonidos, 123, 126
unidades, **7**, 88, 267, 408, 419, 430, **631**, 639, 642
Urcelay, 806*

V

Valcuende, 801*, 813*
Valenciano, 800*, 802*, 803*
Van Langendonck, 816*
vano(s)
de placas, 567
armaduras longitudinales en, 383, 590
carga en, 572
luz de, 474, 574
momentos de, 570, 571, 575, 582, 589
viga pared de un, 476, 486
viga pared de varios, 477-478
vapor
de agua, 15, 101, 133
curado al, **70-71**, 123
Vaquero, 796*
variable(s)
aleatoria, 192
estocástica, 216
hidráulicas, 804*
que influyen en la ductilidad del acero, 144
que influyen en la resistencia de probetas testigo, 798*
acciones variables, 222, 223, 225-229
cargas variables, 93, 173, 223
piezas de canto (o espesor) variable, 367, **387-388**, 444, 481, 506
piezas de sección variable, 347
secciones de ancho variable, 354, 367
solicitaciones variables, 153, 154
variación
de agua de ríos, 188
de esfuerzos en depósitos, 598
de la curvatura, 442
de la ley de esfuerzos cortantes, 399
de magnitud de una acción, 226
de resistencias, 802*
de tensiones, 354, 390, 392
del momento en función de la flecha, 339
del momento flector, 394
del nivel freático, 493
térmica, 432
coeficiente de, **85-86**, 196, 220
Vebe, 75, 106, **107-108**
velocidad, 70, 71
de agitación, 61, 62
de carga, 104, 112
de descarga, 104
de endurecimiento, 67
de hormigonado, 72
de propagación, 119, **120-122**, 123, 124, 126
de régimen, 60, 61
Venuat, 40, 44, 797*
Vera, 802*
Verde, 804*
vibraciones
como acción mecánica, 100
como ensayo no destructivo, 122
en mesa vibrante, 75
estado límite de, 137, 215, 229, 423, **443**
vibrado
compactación por, **65**, 72, **110**
hormigón vibrado, 57
vibradores, 66
Vicat, 11
viento
como acción independiente, 206, 318, 642
e hipótesis de carga, 227
y curado del hormigón, 69
y fisuras de afogarado, 445
y pilotes inclinados, 529
y placas planas, 577
ráfagas de, 154, 443
protección contra el, 68
valores representativos de la acción de, 224
vigas
centradoras de encepados, 538
centradoras en zapatas de medianería, 518-519
cortas, 486
de arriostramiento en cimentaciones, 537
de atado en cimentaciones, 537
de gran canto (vigas pared), 469, **474-478**, 485, 486

en T y de formas especiales, 309-316
planas, 281, 374, 379, 386-387, 638
armado de, 383
cálculo de, a cortante, 350-392
cálculo de, a fisuración, 423-431
cálculo de, a rasante, 393-401
cálculo de, a torsión, 401-414
cálculo de deformaciones en, 432-442
cálculo de secciones de, en flexión esviada, 323
cálculo de secciones de, en flexión simple y compuesta, 260-316
encofrados de, 72
Vilardell, 816*
Villamonte, 813*
voladizos
en placas aligeradas y forjados reticulares, 568, 573
alas de vigas T de puentes, 390
anclaje de barras en, 172
deformaciones en, 434-435, 438, 440, 443
fisuras en, 453, 454

W

Waddell, 798*, 813*
Walraven, 800*
Walther, 474, 810*
Weber, 798*
Wicke, 813*
Windsor, 120
Wippel, 815*, 816*
Wöhler, 153
Woinowsky, 816*

X

Xue, 799*

Z

zapatas
aisladas con carga centrada, 506
aisladas con carga excéntrica, 516
combinadas, 522
continuas bajo muro, 514
continuas bajo pilares, 523
de medianería, 516
flexibles, 490, **492**, 498, 500, 501, **506**, 507, 508
rígidas, 490, **492**, 498, 500, 501, 506, **508-509**, 515, 517
sobre pilotes (véase *encepados*)
armaduras en, 516, 517
dimensionamiento de, **509-511**, 512-514, 518
generalidades sobre, 489-491
presiones sobre el terreno y asientos del mismo, 491
zuncho(s)
de la armadura principal, 466, 534
o nervios de borde en placas y forjados reticulares, 568, 576
hormigón zunchado (confinado), 88, **334-336**, 459, 461

Otros libros de interés

Tratado de construcción
H. Schmitt/A. Heene
768 páginas, 30 × 21 cm, muy ilustrado con figuras y tablas

Esta importante obra, verdadera enciclopedia de la construcción en un solo volumen, facilita todos los conocimientos y datos prácticos –desde las cuestiones más generales a los detalles técnicos especializados– mediante textos sucintos y concretos e ilustraciones de extrema claridad.
La **séptima edición** de este manual de arquitectura, tan imprescindible en la formación de los profesionales de la construcción, respeta la orientación inicial del libro: analizar los detalles en relación con el conjunto del edificio e indicar el camino correcto para encontrar soluciones en vez de reproducir los detalles acabados. Se han vuelto a ampliar y actualizar algunos puntos decisivos a partir de la recientes experiencias adquiridas en la práctica profesional.
La redacción de los capítulos "Cubierta inclinada" y "Aislamientos acústicos" es completamente nueva.

Manual de construcción de edificios
Roy Chudley
540 páginas, 24 × 17 cm, muy ilustrado

Este libro resume, mediante expresivos gráficos y concisas explicaciones, todos los procesos y técnicas fundamentales de la construcción, así como las normas que los regulan.
Este planteamiento eminentemente práctico –tan asequible como los propios dibujos y detalles constructivos que ofrece– lo convierten en el manual de consulta ideal para tener siempre a mano en la oficina de obra.
Todos aquellos relacionados con los procesos constructivos –ya sean constructores, jefes de obra, técnicos u operarios– encontrarán en este libro una asequible fuente de información.
Los estudiantes de construcción, arquitectura, arquitectura técnica, y demás personas interesadas, valorarán positivamente su amplia, aunque detallada, cobertura de todos los aspectos esenciales de una obra.
Roy Chudley ha sido profesor de tecnología de la construcción en el Guidford County College of Technology, y es autor de muchos y reconocidos textos sobre temas de construcción.

Sistemas de estructuras
Heino Engel
352 páginas, 30 × 23 cm, 2.000 gráficos y dibujos explicativos

Este libro explica los diferentes sistemas de estructuras de manera gráfica, mediante series de dibujos y pequeñas descripciones escritas de los mismos. No es un manual de cálculo, ni un extenso tratado técnico, sino un libro para ser visto, que transmite una idea rápida e intuitiva de cómo funciona cada estructura y de los esfuerzos a que se ve sometida.
Nitidamente ordenado y articulado, constituye una herramienta práctica y efectiva para todo despacho de arquitectura pues permite plantear la estructura de los proyectos desde los primeros dibujos sin necesidad de disponer de una planimetría completa.
Proporciona asimismo una visión clara y sencilla de las estructuras, muy adecuada para los estudiantes de arquitectura e ingeniería.

Arte de proyectar en arquitectura
E. Neufert
594 páginas, 30 × 21 cm, muy ilustrado

La **14ª edición** de este manual reconocido universalmente, puede calificarse como una auténtica nueva edición. Ninguna página del libro ha conservado su forma original: todas ellas han sido reelaboradas y dibujadas de nuevo.
Además, esta edición abarca un buen número de nuevos temas: arquitectura solar, rehabilitación y reutilización de edificios; construcciones y estructuras atirantadas y suspendidas con cables, estructuras de mallas espaciales; campos de golf y minigolf, instalaciones para la hípica, el remo y deportes náuticos; bibliotecas, centrales térmicas e hidroeléctricas, comercios y la[illegible]derías, mezquitas y sinagogas, naves textiles, rascacielos, viviendas de vacac[illegible]s, zoológicos y acuarios; ascensores panorámicos, cubiertas ajardinadas y transpare[illegible]es, órganos, pasajes acristalados; limpieza, protección y vigilancia de edificios, técnicas de almacenaje.

Casa-Vivienda-Jardín
El proyecto y las medidas de la construcción
Peter Neufert y Ludwig Neff
236 páginas, 30 × 21 cm

En 1.905 ilustraciones y 108 tablas, los autores establecen gráficamente los parámetros básicos a tener en cuenta en el diseño de viviendas y jardines.
Se trata de una manual complementario al *Arte de proyectar en arquitectura*, que está destinado a compartir con este título indispensable un mismo lugar en el despacho del arquitecto y constructor.
El planteamiento y estructura de los dos manuales es el mismo: condensar en fichas esquemáticas, básicamente gráficas, claramente ordenadas y de fácil consulta, una información precisa acerca de las tipologías, las soluciones técnicas, las medidas y otros aspectos de la arquitectura. El resultado final es un marco de referencia que el profesional puede consultar en cualquier momento del proceso de proyecto.
Peter Neufert ha continuado la obra de su padre Ernst Neufert, tanto en lo que se refiere al control sobre las nuevas ediciones y revisiones del manual *Arte de proyectar en arquitectura*, como con la dirección de este título complementario dedicado específicamente al ámbito doméstico. **Ludwig Neff** es el responsable de la parte gráfica del libro.

Diccionario visual de arquitectura
Francis D.K. Ching
360 páginas, 30 × 21 cm, 1.625 ilustraciones, más de 7.000 definiciones, vocabulario por orden alfabético, español-inglés/inglés-español

Este libro nos ofrece un inigualable diccionario visual de términos de arquitectura, en el que el autor se aparta del consabido orden alfabético para agrupar los conceptos en torno a 66 temas básicos del diseño arquitectónico, la historia y la tecnología.
Así, con esta agrupación de los términos con arreglo a ideas generales (por ejemplo, diseño, herrajes, adorno o estructura), **Ching** va introduciendo al lector en el significado de las definiciones particulares de términos afines o conexos, clarificando de esta forma la relación entre ellos. Cada una de las páginas de gran formato está repleta de términos e ilustraciones interrelacionadas.
Además, esta organización conceptual permite al lector trabajar a partir de un concepto global, de manera que resulta sumamente sencillo localizar los términos más difíciles de encontrar con sólo buscarlos bajo el tema general. En cambio, si lo que desea el lector es conocer el significado de un término preciso, aun sin saber exactamente en qué contexto emplazarlo, entoces lo mejor es acudir al vocabulario final, donde podrá encontrar los más de 7.000 términos recogidos en la obra. Dicho vocabulario puede consultarse buscando los términos en español o en inglés. En ambos casos el lector encontrará la referencia de la página a que pertenece.
Es un libro para ser apreciado por su abundante información práctica y por sus precisas ilustraciones.
No cabe duda de que **Ching** ha conseguido reflejar en este libro "la naturaleza rica, compleja y multidimensional de la arquitectura".