



Diseño en Concreto Armado

Concordado a
ACI 318

Ing. Roberto Morales Morales

Fundamentos de Diseño

Materiales

Análisis y Diseño por Flexión

Resistencia a la Flexión de
Secciones Simétricas de forma
cualquiera

Diseño de Escaleras

Comportamiento a Flexión de
Secciones de Viga / Diagrama
Momento Curvatura

Evaluación del Ancho de Grietas

Deflexiones en Concreto Armado

Diseño por Fuerza Cortante

Diseño por Torsión

Columnas

Predimensionamiento
de Vigas y Columnas

Cimentaciones

Muros de Contención

Diseño Límite

Análisis y Diseño de Losas

Fuerzas Cortantes de Fluencia
en Sistemas Aporticados de
Concreto Armado

Diseño Sísmico de Estructuras

Muros Estructurales

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com

PATRICIA A. COSSI AROCUTPA

UJCM-ING.CIVIL



ICG

INSTITUTO DE LA CONSTRUCCION Y GERENCIA

FONDO EDITORIAL ICG

PT-06

Libro PT-06 ICG:

Diseño en Concreto Armado

ING. ROBERTO MORALES MORALES

Editado por: Fondo Editorial ICG

1ra Edición ICG, Mayo 2002

2da Edición ICG, Mayo 2004

3ra Edición ICG, Mayo 2006

Primera Edición ICG: Mayo 2002:

Angel Gómez, Jaime Quiroz,
Guiselle Montoya, Katy Ramos,
Roxana Herrera, José Ojeda,
John Ampuero, José Gallardo,
Mario Mamani, Miguel Palomino

Segunda Edición ICG: Mayo 2004:

Angel Gómez, Gino Olivares,
Manuel Fernandini, Mijail Juarez
Katy Ramos, Denisse Laguna,
Ivette Lingán, Yelmo Arizaca,
Mario Santisteban, Edison Morales.

Tercera Edición ICG: Mayo 2006:

Angel Gómez, Manuel Fernandini,
Mijail Juarez, Yelmo Arizaca,
Katy Ramos, Denisse Laguna,
Antonia Tintaya.

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com
PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA
UJCM-ING.CIVIL

 **ICG**
INSTITUTO DE LA CONSTRUCCION Y GERENCIA

Av. Jorge Basadre 1199, San Isidro, Lima, Perú. Telefax: 421-7896.

Email: icg@icg.org.pe Web: www.construccion.org.pe



Diseño en Concreto Armado

ING. ROBERTO MORALES

PT-06 ICG

3era Edición, Mayo 2006

PROLOGO

El Instituto de la Construcción y Gerencia, tiene el agrado de presentar el libro "DISEÑO EN CONCRETO ARMADO", en su tercera edición ICG 2006, el cual es publicado con motivo de la realización del "II Congreso Internacional de Ingeniería Estructural, Sísmica y Puentes" y viene a ser uno de los libros mas valiosos que ha publicado ICG, el cual contiene los principales conceptos para el diseño en Concreto Armado, en esta edición el autor ha concordado, toda la teoría y aplicación, conforme a la actual Norma ACI 318 - 05.

Expresamos nuestro reconocimiento al autor Ing. Roberto Morales por plasmar gran parte de su cátedra dictada en la Universidad Nacional de Ingeniería sobre el tema de Concreto Armado, de forma tan didáctica y aplicativa, conocimientos que estamos seguros serán de suma utilidad para el ejercicio profesional y la formación de nuevos profesionales, quienes requieren estar actualizados permanentemente.

El ICG expresa su reconocimiento a todos aquellos que contribuyeron a la presente publicación y en la Organización del Congreso Internacional.

Instituto de la Construcción y Gerencia

Comité Consultivo:

Dr. Mikael Braestrup
Dr. Mario Rodríguez
Ing. Roberto Morales Morales
Ing. Enrique Rivva López
Ing. Manuel Gonzales de la Cotera
Ing. Raul Husni

Director Ejecutivo:

Ing. Angel Gómez Ramos

Direcciones Ejecutivas:

Planificación:

Ing. Guisselle Montoya Herrera

Académica:

Ing. Luis Yafac Villanueva

Eventos:

Ing. John Ampuero Alata
Ing. César Alvarado Calderón

Proyectos:

Ing. Alberto Bernal Marcos
Ing. Manuel Juárez Chiscull
Ing. Ana León Suematsu

Fondo Editorial:

Ing. Juan Martínez Roque

Sistemas Informáticos:

Ing. Alfonso Medina Rodríguez

Secretario:

Ing. Tomás Sánchez Rondán

Tesorero:

Ing. Hugo Crisanto Lartiga

Administradora

Ing. José Santos Ojeda Mestas
Lic. Katy Ramos Sánchez



INSTITUTO DE LA CONSTRUCCION Y GERENCIA

Av. Jorge Basadre 1199, San Isidro, Lima, Perú. Telefax: 421-7896.

Email: icg@icg.org.pe Web: www.construccion.org.pe

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com

PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA

UJCM-ING.CIVIL



AUTOR

ROBERTO MORALES MORALES

Roberto Morales Morales egresó de la Universidad Nacional de Ingeniería en 1965, obtuvo el título de Ingeniero Civil en 1966. Siguió estudios de Magister en Ciencias con mención en Estructuras, Promoción 1973.

Siguió estudios de Post Grado en: Instituto Internacional de Sismología e Ingeniería Sísmica -International Institute of Seismology and Earthquake Engineering -IISEE- Tokio Japón, en Ingeniería Sísmica 1970-71, 1977-78. Universidad Autónoma de México, III Curso Internacional de Ingeniería Sísmica, 1977. Instituto de Investigación de Edificaciones -Ministerio de Construcción, Japón, Estudio Individual en Ingeniería Sísmorresistente, 1983, 1986. Universidad Metropolitana de Tokyo-Japón, Estudios de Postgrado en Ingeniería Sísmorresistente 1990-91.

Ejerce la docencia universitaria en la Universidad Nacional de Ingeniería-UNI, Facultad de Ingeniería Civil como Profesor de Concreto Armado I y II, Ingeniería Antisísmica y Diseño Sísmico de Edificaciones. Ha sido Decano de la Facultad de Ingeniería Civil de la UNI 1986-87, 1994-97, 1997-99; Primer Vicerrector de la UNI desde 1999 a 2001, Rector de la Universidad Nacional de Ingeniería, Presidente del Comité de Ingeniería Antisísmica de la UNI 1979-85, Jefe del Departamento de Estructuras de la UNI 1984-85. Presidente del Comité Ejecutivo del Centro Peruano Japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres CISMID-FIC-UNI, 1986-87, 1994-99.

Presidente del Capítulo Peruano del American Concrete Institute de 1995 a 2000. Presidente del Directorio del Laboratorio Nacional de Hidráulica UNI 1994-99, Presidente del Consejo Nacional de Facultades de Ingeniería del Perú, 1997-2000. Miembro de la Junta Directiva de la Asociación Iberoamericana de Instituciones de Enseñanza de Ingeniería, desde 1999.

Coautor de las Normas Peruanas de Diseño Sísmorresistente, de Concreto Armado, de Albañilería, de Adobe y de Cementaciones. Gestor Principal de la creación del Centro Peruano Japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres - CISMID de la UNI. Responsable principal del Proyecto de Investigación "Respuesta Inelástica Sísmica de Edificaciones Usuales en el Perú", cuyos resultados parciales han sido publicados en numerosos Congresos Nacionales e Internacionales. Miembro Consultivo de Instituto de la Construcción y Gerencia. Fue Vice-Rector de la Universidad Nacional de Ingeniería, actualmente es Rector de la Universidad Nacional de Ingeniería (2006).

Prólogo del autor a la 1era edición 2002

En primer lugar, quiero expresar mi reconocimiento y gratitud a todos los profesionales, docentes y alumnos por la gran acogida al libro "Diseño en Concreto Armado" y los comentarios recibidos. Esto me ha estimulado a la publicación de la edición 2002.

La primera edición tomó de base los apuntes de clase de las cátedras de Concreto Armado I y II dictados en la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Ingeniería.

En la nueva edición se ha realizado una revisión integral de lo publicado y se ha incluido un nuevo capítulo sobre Diseño por Torsión, asimismo, se incluyen aplicaciones de diseño de losas armadas en dos direcciones usando el método directo y el método del pórtico equivalente, Diseño de secciones de columnas con flexión biaxial, capacidad límite de sistemas aporticados y sistemas aporticados con muros estructurales, entre otras adiciones. Con lo incluido espero dar una mejor visión general y ampliar las herramientas para el diseño en concreto armado.

La presente publicación ha contado con el apoyo de egresados y alumnos, quienes aportaron en la revisión de los capítulos y en el desarrollo de las aplicaciones incorporadas. De forma especial expreso mi agradecimiento a los Ingenieros Sebastián Román Loayza, José E. Ortiz Samanamud y Helbert F. Gonzáles Fernández

La publicación 2002 del libro "Diseño en Concreto Armado" es posible gracias al ICG, Instituto de la Construcción y Gerencia, quienes se encargaron del financiamiento, la preparación de los originales, la publicación y realizarán la difusión del presente libro.

Dedico el presente libro a todos los alumnos de las escuelas profesionales del Perú, en quienes deposito mi confianza, seguro de que contribuirán al desarrollo de nuestro País.

Ing. Roberto Morales Morales

Lima, Mayo del 2002



PROLOGO DEL AUTOR

Prólogo del autor a la 2da edición 2004

Esta segunda edición es sumamente grato presentarlo a la comunidad ingenieril el cual contiene la teoría y aplicaciones de Diseño en Concreto Armado concordado a la Norma ACI 318-02.

Expreso mi gratitud a los docentes, profesionales y alumnos por la aceptación al libro “Diseño en Concreto Armado” en sus ediciones anteriores y por sus valiosos comentarios, lo cual ha sido de gran estímulo para publicar esta segunda edición, además que es importante que las publicaciones estén acorde con las normas vigentes.

El presente libro toma de base las cátedras de Concreto Armado I y II dictados en la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Ingeniería.

En esta segunda edición se ha realizado una revisión completa de la teoría y las aplicaciones, por los importantes cambios ocurridos en la Norma ACI 318-02, siendo el mas notorio, entre otros, el cambio de los factores de carga y reducción, lo cual ha ocasionado que los resultados de diseño se vean modificados, con lo presentado el profesional y el alumno tendrán una mayor claridad en el diseño con normas actualizadas.

La presente edición ha contado con la importante participación del Bach. Gino Olivares Cárdenas, en la revisión y corrección de las aplicaciones de Diseño de Estructuras siendo concordadas con la norma vigente.

Ademas expreso mi agradecimiento a todos aquellos que han participado en la revision de los originales del presente libro, que figuran en la edición 2004. Esta Publicación es posible gracias al Instituto de la Construcción y Gerencia, quienes se encargan mediante su Fondo Editorial de la Edición, Publicación y Difusión del mismo.

Dedico el presente libro los profesionales que constantemente se actualizan y a los alumnos de las escuelas de ingeniería, quienes contribuyen a nuestro desarrollo mediante la creación de una infraestructura mejor diseñada.

Ing. Roberto Morales Morales

Lima, Mayo del 2004

Prólogo del autor a la 3ra edición 2006

Es sumamente grato presentar la tercera edición del Libro “Diseño en Concreto Armado” el cual está concordado a la Norma ACI 318-05.

En esta tercera edición se ha realizado una revisión completa de la teoría y las aplicaciones, por los cambios ocurridos en la Norma ACI 318-05, y se ha incluido un nuevo capítulo de Configuración Estructural Sismorresistente. Con lo presentado el profesional y alumno tendrá una mayor claridad en el diseño con normas actualizadas.

Quiero agradecer a los docentes, profesionales y alumnos por la aceptación del libro “Diseño en Concreto Armado” en sus ediciones anteriores y por sus valiosos comentarios, esta nueva edición fue inspirada en todos ellos.

Expreso mi agradecimiento a todos aquellos que contribuyeron en la realización de la presente edición. Esta Publicación es posible gracias al Instituto de la Construcción y Gerencia.

Dedico el presente libro los profesionales y alumnos que constantemente se actualizan, quienes serán los próximos creadores del cambio en nuestro país.

Ing. Roberto Morales Morales

Lima, Mayo del 2006

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com
PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA
UJCM-ING.CIVIL

NDICE

Capítulo 1	8	Capítulo 8	57
FUNDAMENTOS DE DISEÑO		DEFLEXIONES EN ELEMENTOS	
EN CONCRETO ARMADO		DE CONCRETO ARMADO	
1.1 El Diseño Estructural	8	8.1 Determinación de Parámetros (ACI)	57
1.2 El Diseño por Estado Límite	8	8.2 Miembro Prismático	57
1.3 Consideraciones sobre el comportamiento		8.3 Miembro no Prismático	57
para cargas de servicio y cargas factoradas	8	8.4 Deflexión Adicional con Cargas de	
		Larga Duración	58
Capítulo 2	9	8.5 Cargas Sostenidas o Permanentes	58
MATERIALES		8.6 Cargas No Permanentes	58
2.1 Concreto	9	8.7 Procedimiento Práctico para el Cálculo de	
2.2 Acero de Refuerzo	10	Deflexiones	58
2.3 Confinamiento del Concreto por el Refuerzo	11	8.8 Aplicaciones	59
2.4 Efectos del Tiempo en el Concreto Endurecido	11		
Capítulo 3	12	Capítulo 9	61
ANÁLISIS Y DISEÑO POR FLEXIÓN		DISEÑO POR FUERZA CORTANTE	
3.1 Hipótesis para determinar la Resistencia		9.1 Diseño por Fuerza Cortante con Refuerzo en el Alma	61
Nominal a Flexión	12	9.2 Fuerza cortante que resiste el concreto (V_c)	61
3.2 Viga Simplemente Reforzada	12	9.3 Consideraciones de Diseño	61
3.3 Análisis de Secciones de Viga con Falla Dúctil	13	9.4 Cálculo del Refuerzo Transversal	62
3.4 Viga doblemente Reforzada	21	9.5 Requisitos mínimos para el diseño por corte	62
3.5 Vigas de Secciones T y L	25	9.6 Aplicaciones	62
3.6 Longitud de desarrollo a Tensión	28		
3.7 Desarrollo de Barras con ganchos sometidas a		Capítulo 10	65
Presión	31	DISEÑO POR TORSIÓN	
3.8 Longitud de desarrollo a flexión	31	10.1 Aplicaciones	
3.9 Cálculos y Discusiones	32		
Capítulo 4	37	Capítulo 11	69
RESISTENCIA A LA FLEXIÓN DE		COLUMNAS	
SECCIONES SIMÉTRICAS DE		11.1 Definición	69
FORMA CUALQUIERA		11.2 La Falla en las Columnas	69
4.1 Procedimiento	37	11.3 Centroide Plástico	69
4.2 Aplicaciones	37	11.4 Columnas Cortas	69
Capítulo 5	43	11.5 Condición de Falla Balaceada	70
DISEÑO DE ESCALERAS		11.6 Condición de Falla Dúctil	70
5.1 Aplicaciones	43	11.7 Condición de Falla Frágil	70
Capítulo 6	50	11.8 Diagrama de Interacción de Columnas	70
COMPORTAMIENTO A LA FLEXIÓN		11.9 Factor de Reducción y Resistencias en	
DE SECCIONES DE VIGA		Columnas (f)	70
6.1 Diagrama momento de curvatura	50	11.10 Refuerzo Máximo y Mínimo en Columnas	70
6.2 Aplicaciones	51	11.11 Distribución del Acero Longitudinal	
Capítulo 7	50	y Transversal	71
EVALUACIÓN DEL ANCHO		11.12 Aplicaciones : Diseño de Columnas	71
DE LAS GRIETAS		11.13 Aplicación: Columna de Flexión Biaxial	77
7.1 Ancho de Grietas Permisibles	54	11.14 Procedimiento del Diseño de Columnas no	
7.2 Factor z para la verificación del Control de		Esbeltas	78
Grietas en Vigas y Losas	54	11.15 Columnas Esbeltas o Largas	79
7.3 Control de Ancho de Grietas	55	11.16 Falla por tensión en Secciones de Columnas	
7.4 Ancho de Grietas Permisibles	55	Rectangulares	84
7.5 Vigas Peraltadas	55		
7.6 Aplicaciones	55	Capítulo 12	86
		PREDIMENSIONAMIENTO	
		DE VIGAS Y COLUMNAS	
		12.1 Vigas que soportan Losas Armadas en un	
		Sentido	86
		12.2 Aplicaciones	86
		12.3 Modificaciones de las dimensiones de las Vigas	87



12.14 Recomendaciones del ACI 318-02: Zonas de Alto Riesgo Sísmico.	87
12.15 Predimensionamiento de Vigas	87
12.16 Predimensionamiento de Columnas.	88
12.17 Predimensionamiento de Columnas usando el Criterio del Área Tributaria.	89
12.18 Proceso de Dimensionamiento.	89
12.19 Aplicación de Predimensionamiento de Vigas.	89
12.10 Influencia de una carga repartida directamente sobre un Viga	90
12.11 Aplicación de Predimensionamiento de Columnas.	91
12.12 Aplicación de Predimensionamiento de Vigas	92
Capítulo 13	95
CIMENTACIONES	
13.1 Zapatas Aisladas	95
13.2 Dimensionamiento de la Altura h_f de la Zapata	95
13.3 Distribución del Refuerzo por flexión (ACI 318-02) ..	95
13.4 Transferencia de la Fuerza en la Base de la Columna	96
13.5 Aplicación: Diseño de una Zapata aislada ilustrativa	96
13.6 Efecto de carga excéntrica sobre cimentaciones	97
13.7 Cimentación Combinada	99
13.8 Zapata Conectada	105
13.9 Cimentación Excéntrica	108
Capítulo 14	112
MUROS DE CONTENCIÓN	
14.1 Muros de Contención	112
14.2 Estabilidad de un Muro de Contención	114
14.3 Dimensionamiento de un Muro Básico	115
14.4 Muros de Gravedad	115
14.5 Muro en Voladizo	115
14.6 Cálculo de Presiones Laterales considerando Estratos o Rellenos de Materiales diferentes.	116
14.7 Diseño de un Muro de Contención en Voladizo	117
14.8 Diseño de un Muro de Contención con Contrafuertes	120
14.9 Diseño de un Muro de Contención con Contrafuertes	121
Capítulo 15	124
DISEÑO LIMITE	
15.1 Ductilidad	124
15.2 Resistencia y ductilidad de pórticos.	124
15.3 Redistribución de Momentos- formación de rótulas plásticas.	124
15.4 Redistribución de Momentos.	129
Capítulo 16	132
ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOSAS	
16.1 Losa en una Dirección	132
16.1 Líneas de Fluencia	133
16.3 Losa Reforzada en Dos Direcciones.	140

Capítulo 17	182
FUERZAS CORTANTES DE FLUENCIA EN SISTEMAS APORTICADOS DE CONCRETO ARMADO	
17.1 Secciones Críticas en Sistemas Aporticados	182
17.2 Modelo Elástico - Plástico y Modelo Elástico	182
17.3 Criterios para evaluar la Ductilidad del entrepiso	182
17.4 Expresiones para estimar la capacidad última en flexión de secciones de concreto armado	183
17.5 Mecanismo de Rótula Plástica en nudos.	184
17.6 Tipo de Mecanismo de Rótulas Plásticas	184
17.7 Momentos Nodales.	184
17.8 Esfuerzos en Columnas y Muros.	184
17.9 Método de Redistribución de Momentos para el Cálculo de la capacidad última de Sistemas aporticados	185
17.10 Método del trabajo virtual para el Cálculo de la capacidad última de Sistemas aporticados	186
17.11 Casos particulares de distribución de Fuerzas laterales	186
Aplicación 1	187
Aplicación 2	188
Aplicación 3	189
Aplicación 4	190
Aplicación 5	191
17.12 Requerimientos de ductilidad y desplazamiento de entre piso último.	195
17.13 Capacidad última de Pórticos con muros usando el Método de trabajos Virtuales	196
Capítulo 18	200
DISEÑO SÍSMICO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO ARMADO	
DISEÑO DE PORTICOS DUCTILES ESPECIALES	
18.1 Definiciones	200
18.2 Requisitos Generales	201
18.3 Elementos a Flexión en Pórticos Especiales.	204
18.4 Elementos a Flexo Compresión en Pórticos Especiales	206
18.5 Conexión Viga - Columna	209
Capítulo 19	213
MUROS ESTRUCTURALES	
19.1 Muros Estructurales de Concreto Armado.	213
19.2 Compresión y Flexo - Compresión en muros de Concreto Armado	213
19.3 Requisitos del código ACI para resistencia sísmica de muros estructurales	215
19.4 Aplicación del Diseño de un Muro Estructural.	216
Capítulo 20	219
CONFIGURACION ESTRUCTURAL SISMORRESISTENTE	
20.1 Requisitos Generales	219
20.2 Influencia del piso Blando en Edificaciones ..	225



CAPITULO 1

FUNDAMENTOS DE DISEÑO EN CONCRETO ARMADO

1.1 El diseño estructural

La estructura debe concebirse como un sistema o conjunto de partes y componentes que se combinan ordenadamente para cumplir una función dada. El proceso de diseño de un sistema, comienza con la formulación de los objetivos que se pretende alcanzar y de las restricciones que deben tenerse en cuenta. El proceso es cíclico; se parte de consideraciones generales, que se afinan en aproximaciones sucesivas, a medida que se acumula información sobre el problema.

Idealmente el objeto del diseño de un sistema es la optimización del sistema, es decir la obtención de todas las mejores soluciones posibles. El lograr una solución óptima absoluta es prácticamente imposible, sin embargo, puede ser útil optimizar de acuerdo con determinado criterio, tal como el de peso o costo mínimo; teniendo en cuenta siempre que no existen soluciones únicas sino razonables.

1.2 El diseño por estado límite

El diseño por estado límite trata de lograr que las características acción-respuesta de un elemento estructural o de una estructura estén dentro de límites aceptables. Según este método, una estructura o un elemento estructural deja de ser útil cuando alcanza un estado límite, en el que deja de realizar la función para el cual fue diseñada.

Se propone que la estructura se diseñe con referencia a varios estados límite. Los estados límite más importantes son: resistencia bajo carga máxima, deflexiones y ancho de grietas bajo carga de servicio. En consecuencia la teoría de la resistencia máxima se enfoca para el dimensionamiento de las secciones, utilizando la teoría elástica solamente para asegurar el comportamiento bajo cargas de servicio.

Para revisar la seguridad de una estructura, se debe verificar que la resistencia de cada elemento estructural y de la estructura en conjunto sea mayor que las acciones que actúan sobre los elementos o sobre la estructura. La resistencia para la seguridad estructural de acuerdo al ACI, la cual se divide en factores de carga y factores de reducción de capacidad.

1.2.1 - Los Factores de Carga

Los factores de carga tienen el propósito de dar seguridad adecuada contra un aumento en las cargas de servicio más allá de las especificaciones en el diseño, para que sea sumamente improbable la falla.

Los factores de carga también ayudan a asegurar que las deformaciones bajo cargas de servicio no sean excesivas. El código ACI 318-05 recomienda que la resistencia requerida U para resistir las cargas sean:

- a) Para combinaciones de carga muerta y carga viva.
 $U = 1.2 D + 1.6 L$

Donde D es valor de carga muerta y L el valor de carga viva

- b) Para combinaciones de carga muerta, carga viva y carga accidental.

$$U = 1.2 D + 1.0 L + 1.6 W \quad \text{ó} \\ U = 1.2 D + 1.0 L + 1.0 E$$

Donde W es el valor de la carga de viento y E el de la carga de sismo. Cuando la carga viva sea favorable, se deberá revisar las combinaciones de carga muerta y carga accidental con los siguientes factores de carga.

$$U = 0.9 D + 1.6 W \quad \text{ó} \\ U = 0.9 D + 1.0 E$$

1.2.2 - Los Factores de Reducción de Capacidad

Los factores de reducción de capacidad ϕ , toman en cuenta las inexactitudes en los cálculos y fluctuaciones en la resistencia del material, en la mano de obra y en las dimensiones. En las vigas se considera el más alto valor de ϕ debido a que están diseñadas para fallar por flexión de manera dúctil con fluencia del acero en tracción. En las columnas tienen el valor más bajo de ϕ , puesto que pueden fallar en modo frágil cuando la resistencia del concreto es el factor crítico; adicionalmente la falla de una columna puede significar el desplome de toda la estructura y es difícil realizar la reparación.

Para flexión	: $\phi = 0.90$
Para cortante	: $\phi = 0.75$
Para flexo-compresión	: $\phi = 0.70$ (columnas zunchadas)
	: $\phi = 0.65$ (columnas estribadas)

1.3 Consideraciones sobre el comportamiento para cargas de servicio y cargas factoradas

Se debe verificar que las deflexiones bajo cargas de servicio estén dentro de los límites aceptables. El control del agrietamiento también es muy importante para fines de apariencia y durabilidad. El código ACI proporciona recomendaciones para ambos.

Es importante asegurar en el caso de cargas extremas que una estructura se comporte en forma dúctil. Esto significa asegurar que la estructura no falle en forma frágil sin advertencia, sino que sea capaz de sufrir grandes deformaciones bajo cargas cercanas a la máxima. El comportamiento deseable para estructuras sometidas a cargas sísmicas solo se puede obtener si la estructura tiene suficiente ductilidad para absorber y disipar energía mediante deformaciones inelásticas. Para asegurar el comportamiento dúctil, los diseñadores deben dar especial atención a los detalles tales como cuantía de refuerzo longitudinal, anclaje del refuerzo y confinamiento del concreto comprimido, evitando así los tipos frágiles de falla.

CAPITULO 2

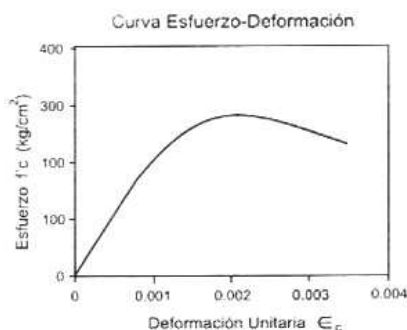
MATERIALES

2.1 El Concreto (Características)

2.1.1 - Esfuerzos de compresión

a. Esfuerzos de compresión uniaxial

Por lo general la resistencia a la compresión del concreto se obtiene del ensayo de probetas de 12" de altura por 6" de diámetro. Las probetas se cargan longitudinalmente en una tasa lenta de deformación para alcanzar la deformación máxima en 2 ó 3 minutos. La curva esfuerzo-deformación se obtienen de este ensayo, en el cual se relaciona la fuerza de compresión por unidad de área versus el acortamiento por unidad de longitud.



La curva que se presenta corresponde a un ensayo de corta duración del orden de unos cuantos minutos.

Se puede observar que el concreto no es un material elástico, sin embargo se puede considerar una porción recta hasta aproximadamente el 40% de la carga máxima. Además el colapso se produce comúnmente a una carga menor que la máxima.

En el ensayo de cilindros de concreto simple, la carga máxima se alcanza a una deformación unitaria del orden de 0.002. El colapso de la probeta que corresponde al extremo de la rama descendente se presenta en ensayos de corta duración a deformaciones que varían entre 0.003 y 0.007, según las condiciones del espécimen y de la máquina de ensayo.

A continuación se describe los efectos que tienen la edad, la relación agua/cemento, efectos de velocidad de carga, velocidad de deformación, esbeltez y tamaño del espécimen.

- **Efectos de la edad.** - Debido al proceso continuo de hidratación del cemento, el concreto aumenta su capacidad de carga con la edad, por tanto el aumento

de capacidad de carga del concreto depende de las condiciones de curado a través del tiempo.

- **Efecto de la relación agua/cemento.** - La resistencia del concreto depende de la relación agua/cemento; a mayor relación agua/cemento, menor es la resistencia.

- **Efecto de la velocidad de carga.** - Las resistencias de una probeta en el que la carga máxima se alcanza en centésimas de segundo es aproximadamente 50% mayor que la que alcanza su carga máxima en 66 seg. Por otra parte para una probeta en que la carga máxima se alcanza en 69 minutos, la resistencia disminuye en un 10%.

- **Efectos de la velocidad de deformación.** - Si la velocidad de deformación es grande, la rama descendente es brusca, en tanto que si la deformación se aplica lentamente, la rama descendente es bastante suave.

- **Efectos de la esbeltez y del tamaño del espécimen.** - Se ha tomado arbitrariamente como 100% la resistencia de una probeta con relación de esbeltez igual a dos. Para esbelteces mayores de 6 la resistencia baja hasta llegar a un 85%. En especímenes geoméricamente semejantes pero de distinto tamaño la resistencia disminuye para un espécimen mayor.

b. Comportamiento a Esfuerzos Combinados

En muchas estructuras el concreto está sujeto a esfuerzos directos y cortantes que actúan en varias direcciones. Considerando el equilibrio de las fuerzas que actúan en un elemento de concreto, se demuestra que se puede reducir cualquier combinación de esfuerzos combinados a tres esfuerzos normales que actúan en tres planos perpendiculares.

Investigadores han llegado a la conclusión de que la resistencia del concreto sujeto a compresión biaxial puede ser mayor hasta un 27% que la resistencia uniaxial. Para esfuerzos biaxiales iguales de compresión el aumento de resistencia es aproximadamente de un 16%.

Se han hecho ensayos de probetas de concreto sujeto a compresión triaxial. En estos ensayos el estado triaxial de esfuerzos se crea rodeando al espécimen de aceite a cierta presión (presión de confinamiento lateral) y aplicando una carga axial hasta la falla. Se encontró la siguiente relación:

$$f_1 = f_c + 4.1 f_2$$

Donde:

10

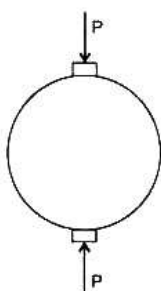
- f_1 = resistencia a la compresión axial del espécimen.
- f_c = resistencia a la compresión uniaxial del espécimen no confinado.
- f_2 = presión de confinamiento lateral.

Es evidente que un aumento en la presión lateral produce aumentos significativos en ductilidad al igual que en resistencia.

2.1.2 - Esfuerzos de tensión en el concreto

El someter al concreto a tensión axial directa, no ha sido muy utilizado para propósitos de investigación debido a dificultades experimentales. En lugar de ello se ha utilizado la prueba brasilera, que en esencia consiste en someter una probeta de concreto a compresión lineal diametral como se muestra en la figura.

El esfuerzo de ruptura de tensión a través del diámetro se encuentra de la relación $2P/(\pi d)$, en que P es la carga aplicada durante la ruptura, h la longitud del cilindro y d el diámetro.



Para pruebas realizadas se ha encontrado que el esfuerzo de tracción del concreto está dada por la siguiente relación.

$$f_t = 1.5 \sqrt{f_c} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

También es posible evaluar la resistencia a la tensión del concreto por medio de pruebas de flexión realizadas en vigas de concreto simple. Esto se determina con frecuencia ensayando un prisma de concreto simplemente apoyado,

sujeto a uno o dos cargas concentradas. La resistencia de tensión en flexión, conocida como módulo de rotura f_r , se calcula de la fórmula de flexión M/Z en que M es el momento flexionante y Z el módulo de la sección.

Un valor usual aproximado encontrado para el módulo de rotura es:

$$f_r = 2 \sqrt{f_c} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

2.1.3 - Módulo elástico del concreto

Del estudio de las curvas de esfuerzo deformación, resulta obvio que el concepto convencional del módulo de elasticidad no tiene sentido en el concreto, por lo que se recurre a definiciones arbitrarias, basadas en consideraciones empíricas. Así se puede definir el módulo tangente inicial, el módulo tangente en un punto determinado de la curva esfuerzo-deformación y el módulo secante entre dos puntos de la misma.

El módulo de elasticidad es función principalmente de la resistencia del concreto y de su peso volumétrico. El reglamento ACI ha propuesto la siguiente expresión para estimar el módulo de elasticidad.

$$E_c = w^{1.5} 4000 \sqrt{f_c}$$

Donde E_c es el módulo de elasticidad en kg/cm^2 , w es el peso volumétrico del concreto en t/m^3 y f_c resistencia del concreto en kg/cm^2 .

Si consideramos el peso volumétrico $w = 2.4 \text{ t/m}^3$ tenemos

$$E_c = 15000 \sqrt{f_c} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

En algunos análisis elásticos se suelen emplear G, el módulo de elasticidad al esfuerzo cortante, y μ , el coeficiente de Poisson. El primero se toma comúnmente como fracción del módulo de elasticidad que se usa en compresión, del orden de 0.4. Experimentalmente, se ha determinado que el segundo varía entre 0.12 y 0.20, con frecuencia se supone μ igual a 0.18.

2.2 El Acero de refuerzo

El acero de refuerzo en concreto armado son varillas de sección redonda, las cuales tienen corrugaciones cuyo fin es restringir el movimiento longitudinal de las varillas relativo al concreto que las rodea. A continuación damos una tabla con varillas de producción común en nuestro medio.

Barra núm.	Diámetro		Peso kg/m	Área cm^2	Perímetro cms.
	pulg.	cms.			
3	3/8	0.95	0.559	0.71	2.99
4	1/2	1.27	0.993	1.27	3.99
5	5/8	1.59	1.552	1.98	4.99
6	3/4	1.91	2.235	2.85	5.98
7	7/8	2.22	3.042	3.88	6.98
8	1	2.54	3.973	5.07	7.98
9	1 1/8	2.86	5.028	6.41	8.98
10	1 1/4	3.18	6.207	7.92	9.97
11	1 3/8	3.49	7.511	9.58	10.97
12	1 1/2	3.81	8.938	11.40	11.97

Generalmente el tipo de acero se caracteriza por el límite o esfuerzo de fluencia, entre estos tipos tenemos los de grado 40, 50 y 60, que corresponden a los límites de fluencia de 2800, 3500 y 4200 kg/cm^2 .

Las curvas esfuerzo-deformación del acero muestran una porción inicial elástica lineal, una plataforma de fluencia (es decir donde la deformación continua sin aumento del esfuerzo, a este valor del esfuerzo se le llama esfuerzo de fluencia), una región de endurecimiento por deformación, y finalmente una zona donde el esfuerzo decae hasta ocurrir la fractura.



2.2.1 - Módulo de elasticidad del acero

El módulo de elasticidad del acero está dado por la pendiente de la porción elástica lineal de la curva esfuerzo-deformación, el valor del módulo de elasticidad de los distintos tipos de acero cambia muy poco y generalmente se toma igual $2 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$.

2.3 Confinamiento del concreto por el refuerzo

En la práctica, se confina al concreto mediante refuerzo transversal por estribos (zunchos y/o aros de acero rectangular). El concreto queda confinado cuando a esfuerzos que se aproximan a la resistencia uniaxial f'_c , las deformaciones transversales se hacen muy elevadas debido al agrietamiento interno progresivo y el concreto se apoya contra el refuerzo transversal, el que entonces aplica una reacción de confinamiento al concreto. El refuerzo transversal proporciona confinamiento pasivo. Las pruebas realizadas por investigadores, han demostrado que el confinamiento por el refuerzo transversal puede mejorar considerablemente las características esfuerzo-deformación del concreto a deformaciones elevadas; además se ha demostrado que los zunchos confinan al concreto con mayor eficiencia que los estribos. El concreto no está confinado fuera del área del refuerzo

transversal, y se puede esperar que este concreto de recubrimiento tenga características esfuerzo deformación distintas a las del concreto dentro del núcleo. El recubrimiento generalmente comienza a desprenderse cuando se alcanza la resistencia no confinada, especialmente si la cuantía de acero transversal es elevada debido a la presencia de un gran número de varillas transversales crea un plano de debilidad entre el núcleo y el recubrimiento lo que precipita el desprendimiento.

2.4 Efectos del tiempo en el concreto endurecido

Cuando se aplica una carga a un espécimen de concreto, éste adquiere una deformación inicial. Si la carga permanece aplicada, la deformación aumenta con el tiempo, aún cuando no se incrementa la carga. Las deformaciones que ocurren con el tiempo en el concreto se deben esencialmente a dos causas: contracción y flujo plástico.

a. Contracción

Las deformaciones por contracción se deben esencialmente a cambios en el contenido de agua del concreto a lo largo del tiempo. La contracción tiende a producir esfuerzos debido a la restricción al libre desplazamiento del elemento. Se puede estimar que las deformaciones unitarias debidas a contracción varían entre 0.0002 y 0.0010.

b. Flujo Plástico

El flujo plástico es un fenómeno relacionado con la aplicación de la carga; se trata esencialmente de un fenómeno de deformación bajo carga continua, debido a un reajuste interno de las partículas que ocurre al mismo tiempo que la hidratación del cemento.

c. Efecto de la permanencia de la carga

Es importante conocer el porcentaje de la resistencia que puede soportar una pieza de concreto en compresión sin fallar, cuando la carga se mantiene indefinidamente. Se puede decir con cierto grado de seguridad, que el concreto puede tomar indefinidamente, sin fallar, cargas hasta el 60% de su capacidad. Cargas mayores del 70-80%, aplicadas de modo permanente, acaban siempre por provocar la falla del espécimen.



CAPITULO 3

ANALISIS Y DISEÑO POR FLEXION

3.1 Hipótesis para determinar la resistencia nominal a flexión

- El concreto no podrá desarrollar una fuerza de compresión mayor a la de su resistencia f'_c .
- El concreto tiene una resistencia a la tracción muy pequeña y que se agrieta aproximadamente cuando este alcanza un 10% de su resistencia f'_c , por lo que se omite en los cálculos de análisis y diseño y se asume que el acero toma toda la fuerza total en tracción.
- La relación esfuerzo-deformación del concreto se considera lineal solo hasta aproximadamente el 50% de su resistencia.
- Prevalece la hipótesis de Bernoulli en la que las secciones planas antes de la flexión permanecen planas y perpendiculares al eje neutro después de la flexión.
- La deformación unitaria del concreto en la rotura es: $\epsilon_{cu} = 0.003$

Según el método de factores de carga y resistencia, para el diseño nos interesa conocer como se encuentra la sección en el estado de falla, a continuación ilustramos esta condición para una sección simplemente reforzada.

La distribución real de los esfuerzos en la sección tiene una forma parabólica, Whitney propuso que esta forma real sea asumida como un bloque rectangular cuyas características se muestran en la figura.

El valor de β_1 es 0.85 si la resistencia del concreto es menor que 280 kg/cm². Si este no es el caso este disminuirá en 0.05 por cada incremento de 70 kg/cm² en la resistencia del concreto, no siendo su valor menor a 0.65.

$$\beta_1 = 0.85 - \frac{0.05(f'_c - 280)}{70}$$

El Código ACI ha adoptado como un valor límite de

seguridad una deformación unitaria máxima del concreto de 0.003, para el cual el concreto falla.

$$\epsilon_c = 0.003$$

3.2 Viga simplemente reforzada

Si hacemos el equilibrio en la sección tenemos lo siguiente: $C_c = T$

$$0.85 f'_c b a = A_s f_s \quad a = \frac{A_s f_s}{0.85 f'_c b}$$

Donde a es la profundidad del bloque equivalente en compresión del concreto, notaremos que el valor f_s depende de la deformación alcanzada por el acero siendo su mayor valor su esfuerzo de fluencia f_y .

Es de lo anterior que se concibe tres tipos de falla de una sección de viga simplemente reforzada.

1. Se conoce como falla dúctil cuando el acero en tracción ha llegado primero a su estado de fluencia antes que el concreto inicie su aplastamiento en el extremo comprimido; o sea cuando en la falla $\epsilon_s > \epsilon_y$, donde ϵ_y es el valor de la deformación para el cual se inicia la fluencia del acero.
2. Se conoce como falla balanceada si simultáneamente se inicia la fluencia del acero y el aplastamiento del concreto, es decir cuando en la falla ocurre que $\epsilon_s = \epsilon_y$.
3. Se conoce como falla frágil si primeramente se inicia el aplastamiento del concreto antes que el inicio de la fluencia del acero en tracción, es decir cuando en la falla $\epsilon_s < \epsilon_y$.

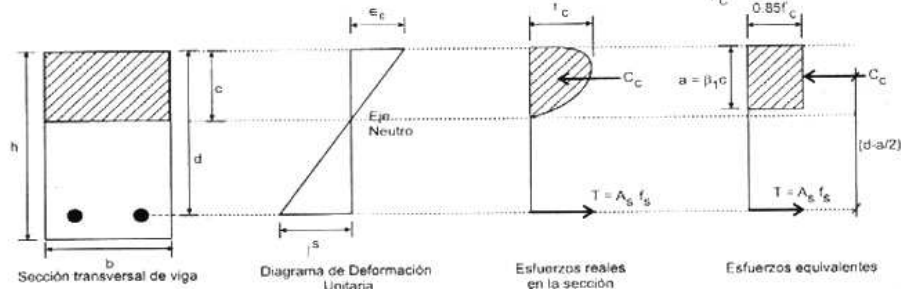
3.2.1 Cuantía del acero en tracción

Definimos como cuantía del acero en tracción (ρ):

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

Y, se define como cuantía mecánica o índice de refuerzo (ω):

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f'_c}$$



ROBERTO MORALES MORALES

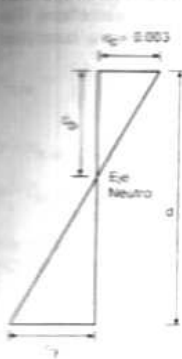
ICG, Instituto de la Construcción y Gerencia



3.2.2 Condición de falla balanceada

Determinaremos el valor de la cuantía para la cual la sección se encuentra en la falla balanceada, por lo que existirá un valor de A_s a, c, para el estado balanceado.

De la figura tenemos:



$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.003 + \epsilon_y} \Rightarrow c_b = \frac{0.003}{0.003 + \epsilon_y} (d)$$

Conocemos que el valor del módulo de elasticidad del acero es: $E_s = 2 \times 10^6$, entonces:

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{f_y}{2 \times 10^6}$$

Efectuando el reemplazo tenemos:

$$c_b = \frac{6000}{6000 + f_y} (d) \quad a_b = \beta_1 \cdot c_b$$

Donde c_b : Distancia del eje neutro a la fibra extrema en compresión en una sección con cuantía balanceada. Haciendo el equilibrio, $C_c = T$, y despejando A_s tenemos:

$$A_s = 0.85 \frac{f'_c b a_b}{f_y}$$

$$\text{Entonces: } A_s b = 0.85 \frac{f'_c b \beta_1 \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right) d}{f_y}$$

$$\rho_b = \frac{A_s b}{b d}$$

$$\text{Finalmente: } \rho_b = \beta_1 \cdot 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right)$$

Siendo esta última expresión el valor de la cuantía balanceada.

3.3 Análisis de secciones de viga con falla dúctil

Partiendo de nuestra expresión de equilibrio tenemos: $C_c = T$, donde $f_s = f_y$

$$0.85 f'_c b a = A_s f_y \quad a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

Tomando Momentos respecto a un eje que pasa por el centroide del acero tenemos:

$$M_n = A_s f_y (d - a/2)$$

$$M_u = \phi M_n = \phi A_s f_y (d - a/2)$$

Donde ϕ es el factor de resistencia que para vigas su valor es 0.9.

3.3.1 Diseño por flexión

Para el diseño por flexión debemos saber que el tipo de falla deseable es la falla dúctil con la cual la sección ha desarrollado grandes deformaciones.

El Código ACI da los límites de cuantía para el diseño:

- **Cuantía Máxima:**

$$\rho_{\max} = 0.75 \rho_b$$

Para zona sísmica se tomará como cuantía máxima el valor de $0.5 \rho_b$

- **Cuantía Mínima:**

Se tomará el valor mayor de las dos siguientes expresiones:

$$\rho_{\min} = \frac{14}{f_y} \quad \rho_{\min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y}$$

Donde f'_c y f_y están en kg/cm^2 .

- **Dimensionamiento de una Viga:**

Teniendo estas consideraciones, seleccionamos un valor para la cuantía con el cual dimensionaremos la sección:

Sabemos:

$$M_u = \phi \rho b d \left(\frac{f_y}{f'_c} \right) f'_c \left(d - \frac{1}{2} \cdot \frac{A_s f_y}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} \right)$$

$$\text{Luego: } M_u = \phi M_n = \phi A_s f_y (d - a/2)$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} \quad ; \quad \omega = \frac{\rho f_y}{f'_c}$$

$$\text{Finalmente: } M_u = \phi b d^2 f'_c \omega (1 - 0.59 \omega)$$

Esta última expresión es la expresión de dimensionamiento, donde los valores desconocidos son "b" y "d", los cuales el diseñador escogerá apropiadamente.

- **Cálculo del Acero:**

a. Proceso Iterativo:

Una vez dimensionada la sección, el cálculo del acero se efectuará simplemente haciendo una iteración entre las siguientes dos expresiones

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)}$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

Se sugiere como primera aproximación que "a" sea igual a "d/5".

14

b. Calculando la cuantía mecánica, usando la expresión:

$$M_u = \phi f'_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega)$$

Hallamos ω , luego:

$$\rho = \frac{\omega f'_c}{f_y}$$

$$\therefore A_s = \rho b d \quad ; \quad \phi = 0.9$$

3.3.2 Análisis de secciones sobre reforzadas $\epsilon_s < \epsilon_y$

Aunque no es de nuestro interés las secciones de viga sobre reforzadas, presentamos en esta sección el análisis para fines académicos.

De la figura tenemos:

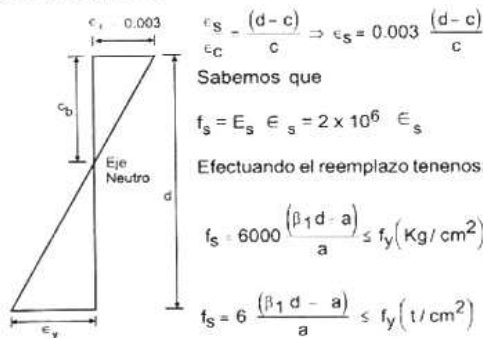


Diagrama de deformación unitaria

Haciendo el equilibrio $C_c = T$, tenemos:

$$0.85 f'_c b a = A_s f_s, \text{ reemplazando } f_s:$$

$$0.85 f'_c b a^2 = 6 A_s \beta_1 d - 6 A_s a$$

$$\text{Ordenando los terminos tenemos: } 0.85 f'_c b a^2 + 6 A_s a - 6 A_s \beta_1 d = 0$$

Donde f'_c esta en t/cm², si resolvemos la ecuación cuadrática obtenemos el valor de "a" con el cual obtenemos el valor del momento último resistente.

$$M_u = \phi A_s f_s (d - a/2)$$

3.3.3 Aplicaciones:

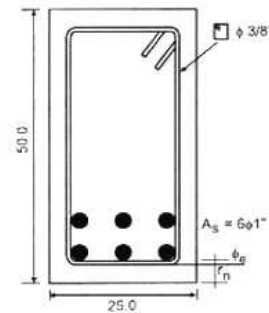
Análisis de flexión de una sección simplemente reforzada

Aplicación N° 01:

Se tiene una viga de sección rectangular, mostrada en figura, con $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ determine si la sección de viga está sobrerreforzada o subreforzada, y si satisface los requerimientos del código ACI 318-05 para cuantías máximas y mínimas para:

a) $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ y

b) $f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$.



Solución:

a) $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2, f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$$\rho_b = \beta_1 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right)$$

$$\rho_b = 0.85 \cdot 0.85 \cdot \frac{280}{4200} \cdot \left(\frac{6000}{6000 + 4200} \right) = 0.0283$$

$$A_s = 6 \phi 1" = 6 \cdot 5.07 = 30.42 \text{ cm}^2$$

$$\text{Donde: } d = h - \left(r_n + \phi_e + \frac{\phi_v}{2} \right)$$

r_n = Recubrimiento; para el problema: 4cm

ϕ_e = Diámetro del Estribo $3/8" \approx 0.95 \text{ cm}$.

ϕ_v = Diámetro de la varilla

$$d = 50 - (4 + 0.95 + 2.54 + 2.54/2) = 41.24 \text{ cm}$$

$$\rho = \frac{A_s}{b d} = \frac{30.42}{25 \cdot 41.24} = 0.0295$$

Se tiene que $\rho > \rho_b$ por tanto:

Sobrerreforzado (falla frágil)



Requisitos de Cuantía

$$\rho_{max} = 1.75 \rho_b = 0.0212$$

$$\rho_{min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.8 \frac{\sqrt{280}}{4200} = 0.0032$$

$$\rho_{min} = 0.0032$$

$$\rho_{min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4200} = 0.0033$$

$$\rho > \rho_{min} \Rightarrow \text{Conforme}$$

$$\rho > \rho_{max} \Rightarrow \text{No cumple}$$

No cumple con los requerimientos de cuantía del ACI ("Diseño No Conforme").

b) $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$

$$\rho_b = \beta_1 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right) = 0.0493 \quad \beta_1 = 0.85$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = 0.0295$$

Tenemos $\rho < \rho_b$ por tanto:

Sección Subreforzado (Falla Dúctil)

Requisitos de Cuantía

$$\rho_{max} = 0.75 \rho_b = 0.0369$$

$$\rho_{min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.8 \frac{\sqrt{280}}{2800} = 0.0048$$

$$\rho_{min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{2800} = 0.005$$

$$\rho < \rho_{max} \Rightarrow \text{Conforme}$$

$$\rho > \rho_{min} \Rightarrow \text{Conforme}$$

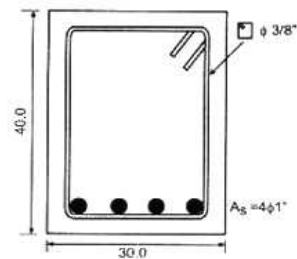
Aplicación N° 02:

Para la sección de la viga que se muestra, calcular el momento nominal con $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ y

- a) $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$;
- b) $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ y
- c) $f'_c = 630 \text{ kg/cm}^2$.

Solución:

Calculamos la cuantía de la sección,
 $d = 40 - (4 + 0.95 + 2.54/2) = 33.78 \text{ cm}$



$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{4 \cdot 5.07}{30 \cdot 33.78} = 0.020$$

además: $\rho_b = \beta_1 \cdot 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right)$

a) $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$$\rho_b = 0.85 \cdot 0.85 \cdot \frac{210}{4200} \cdot \left(\frac{6000}{6000 + 4200} \right) = 0.0213$$

Tenemos $\rho < \rho_b$ por tanto:

Sección SUB-REFORZADA

Luego: $M_n = A_s f_y (d - a/2)$;

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$a = \frac{20.28 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.21 \cdot 30} = 15.91 \text{ cm}$$

$$M_n = 20.28 \cdot 4.2 \cdot (0.338 - 0.159/2)$$

16

Requisitos de Cuantía

$$\rho_{\max} = 0.75 \rho_b = 0.0159$$

$$\rho_{\min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.8 \frac{\sqrt{210}}{4200} = 0.00276$$

$$\rho_{\min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4200} = 0.0033$$

$$\rho = 0.020 > \rho_{\min} \Rightarrow \text{Conforme}$$

$$\rho = 0.020 > \rho_{\max} \Rightarrow \text{No Conforme}$$

De acuerdo al ACI el Diseño No es Conforme.

b) $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$$\rho_b = 0.80 \cdot 0.85 \cdot \frac{350}{4200} \cdot \frac{6000}{6000 + 4200}$$

$$\rho_b = 0.0333$$

Tenemos $\rho = 0.020 < \rho_b$ por tanto: SUB-REFORZADA

Luego: $a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$

$$M_n = A_s f_y (d - a/2)$$

$$a = \frac{20.28 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.35 \cdot 30} = 9.54 \text{ cm}$$

$$M_n = 20.28 \cdot 4.2 \cdot (0.338 - 0.0954/2)$$

$$M_n = 24.73 \text{ t-m}$$

Requisitos de Cuantía

$$\rho_{\max} = 0.75 \rho_b = 0.0250$$

$$\rho_{\min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.8 \frac{\sqrt{350}}{4200} = 0.00356$$

$$\rho_{\min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4200} = 0.0033$$

$$\rho = 0.020 > \rho_{\min} \Rightarrow \text{Conforme}$$

$$\rho = 0.020 < \rho_{\max} \Rightarrow \text{Conforme}$$

De acuerdo al ACI el diseño es conforme



Puede usarse para la condición subreforzada la expresión:

$$M_n = b d^2 f'_c \omega (1 - 0.59\omega)$$

donde, $\omega = \rho \frac{f_y}{f'_c} = 0.020 \cdot \frac{4200}{350} = 0.24$

$$M_n = 0.30 \cdot 33.78^2 \cdot 0.35 \cdot 0.24 \cdot (1 - 0.59 \cdot 0.24) = 24.7 \text{ t-m}$$

c) $f'_c = 630 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$$\beta_1 = 0.60$$

$$\rho_b = 0.60 \cdot 0.85 \cdot \frac{630}{4200} \cdot \left(\frac{6000}{6000 + 4200} \right)$$

$$\rho_b = 0.045$$

Tenemos $\rho = 0.020 < \rho_b$ por tanto: SUB-REFORZADA

Luego:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}; M_n = A_s f_y (d - a/2)$$

$$a = \frac{20.28 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.63 \cdot 30} = 5.30 \text{ cm}$$

$$M_n = 20.28 \cdot 4.2 \cdot (0.338 - 0.053/2)$$

$$M_n = 26.53 \text{ t-m}$$

Requisitos de cuantía

$$\rho_{\max} = 0.75 \rho_b = 0.0338$$

$$\rho_{\min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.8 \frac{\sqrt{630}}{4200} = 0.00478$$

$$\rho_{\min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4200} = 0.0033$$

$$\rho = 0.020 > \rho_{\min} \Rightarrow \text{Conforme}$$

$$\rho = 0.020 < \rho_{\max} \Rightarrow \text{Conforme}$$

De acuerdo al ACI el Diseño es conforme

Discusión de Resultados

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2; M_n = 22.0 \text{ t-m} \quad M_n = M_{n0}$$

$$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2; M_n = 24.73 \text{ t-m} \quad M_n = 1.12 M_{n0}$$

$$f'_c = 630 \text{ kg/cm}^2; M_n = 26.53 \text{ t-m} \quad M_n = 1.21 M_{n0}$$

La calidad del concreto no influye en forma significativa en el valor del momento nominal.

Aplicación N° 03:

Para la sección de la viga que se muestra en la figura determine el momento nominal, indicando el tipo de falla.

$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Solución:

$$\rho_c = \beta_1 \cdot 0.85 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right)$$

$$\beta_1 = 0.85 \text{ para } f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\rho_c = 0.85 \cdot 0.85 \cdot \frac{280}{4200}$$

$$\left(\frac{6000}{6000 + 4200} \right) = 0.0283$$

$$A_s = 6\phi 1" = 6 \cdot 5.07 = 30.42 \text{ cm}^2$$

$$d = 50 - (4 + 0.95 + 2.54 + 2.54/2) = 41.24 \text{ cm}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{30.42}{25 \cdot 41.24} = 0.0295$$

Se tiene $\rho > \rho_b$ que por tanto:
Sección Sobre Reforzada (falla frágil).

Del diagrama de deformaciones unitarias:

$$\epsilon_s = \frac{(d-c)}{c} \Rightarrow \epsilon_s = 0.003 \frac{(d-c)}{c}$$

$$f_s = E_s \epsilon_s = 2 \times 10^3 \text{ t/cm}^2 \in s < f_y \text{ (t/cm}^2\text{)}$$

$$f_s = 6 \left(\frac{\beta_1 d - a}{a} \right) \leq f_y \text{ (t/cm}^2\text{)}$$

Haciendo el equilibrio $C_c = T$, tenemos:

$$0.85 f'_c b a = A_s f_s, \text{ reemplazando } f_s:$$

$$0.85 f'_c b a^2 = 6 A_s \beta_1 d - 6 A_s a$$

Ordenando los terminos tenemos:

$$0.85 f'_c b a^2 + 6 A_s a - 6 A_s \beta_1 d = 0$$

$$0.85 \cdot 0.28 \cdot 25 a^2 + 6 \cdot 30.42 a - 6 \cdot 30.42 \cdot 0.85 \cdot 41.24 = 0$$

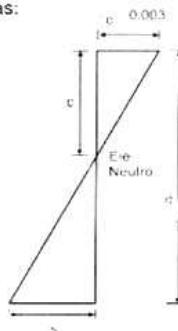
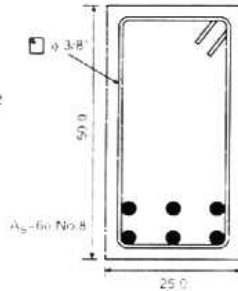
$$5.95 a^2 + 182.52 a - 6398.06 = 0$$

Resolviendo $a = 20.86 \text{ cm}$

$$f_s = 6 \left(\frac{0.85 \cdot 41.24 - 20.86}{20.86} \right) = 4.08 \text{ t/cm}^2 \leq f_y = 4.21 \text{ t/cm}^2$$

$$\text{Luego: } M_n = A_s f_s (d - a/2)$$

$$M_n = 30.42 \cdot 4.08 (0.4124 - 0.2086/2) = 38.24 \text{ t-m}$$



Aplicación N° 04:

Diseñar la viga en voladizo que se muestra en la figura. Para el dimensionamiento de la sección rectangular considere una cuantía no mayor de $0.5\rho_b$ se conoce $w_D = 1.84 \text{ t/m}$, $w_L = 0.75 \text{ t/m}$, $b = 0.40 \text{ m}$, $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$, estribos de $\phi 3/8$.

Solución:

a) Proceso Iterativo:

$$w_u = 1.2 \cdot 1.84 +$$

$$1.6 \cdot 0.75 = 3.41 \text{ t/m}$$

$$M_u = 3.41 \cdot \frac{3.5^2}{2} = 20.89 \text{ t-m}$$

$$\rho_b = \beta_1 \cdot 0.85 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right) = 0.0580$$

$$\rho \leq 0.5 \rho_b = 0.0290 \Rightarrow \omega = \rho \frac{f_y}{f'_c} = 0.2318$$

$$M_u = \phi f'_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$20.89 \cdot 10^5 = 0.9 \cdot 350 \cdot 40 d^2 \cdot 0.2318 (1 - 0.59 \cdot 0.2318)$$

$$d^2 = 828.56 \Rightarrow d = 28.78 \text{ cm}$$

$$h = 28.78 + 4 + 0.95 + 2.86/2 = 35.16 \text{ cm}$$

$$\text{Usar: } h = 40 \text{ cm} \Rightarrow d = 33.62 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)} = \frac{20.89 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 2800 (0.9 \cdot 33.62)} = 27.40 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{27.40 \cdot 2.8}{0.85 \cdot 0.35 \cdot 40} = 6.45 \text{ cm}$$

$$A_s = 27.27 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 6.42 \text{ cm} \quad \text{Es suficiente}$$

$$\text{Usar: } 5 \phi \text{ N}^\circ 9 (5 \cdot 6.42 \text{ cm}^2 = 32.10 \text{ cm}^2)$$

$$b_{\min} = 4 \cdot 2 + 2 \cdot 0.85 + 5 \cdot 2.86 + 4 \cdot 2.86 = 35.44 < b = 40 \text{ cm, CONFORME}$$

b) Usando la expresión de la cuantía mecánica:

$$M_u = \phi f'_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$20.89 = 0.9 \cdot 0.35 \cdot 0.4 \cdot 33.62^2 \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$0.15 = \omega - 0.59 \omega^2 \Rightarrow \omega = 0.17$$

$$\Rightarrow \rho = 0.021, \therefore A_s = 28.58 \text{ cm}^2$$

Usar $5 \phi \text{ No } 9 (32.10 \text{ cm}^2)$ ó $6 \phi \text{ No } 8 (30.42 \text{ cm}^2)$

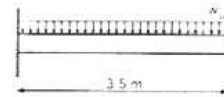
Luego:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{32.10}{40 \cdot 33.62} = 0.0239 < 0.0290$$

$$\rho_{\min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.8 \frac{\sqrt{350}}{2800} = 0.00535$$

$$\rho_{\min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{2800} = 0.005$$

$$\rho > \rho_{\min} \dots \dots \dots \text{CONFORME}$$

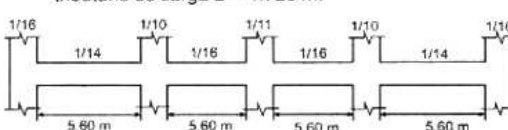


18

Aplicación N° 05:

Para la viga continua V-01 (0.25 * h) que se muestra en la figura, se pide:

- Dimensionar la viga considerando el momento positivo mayor, $\rho = 1\%$, $f_c = 350 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$.
- Diseñar por flexión la sección de momento negativo mayor.



$$a) (+) M_u = \frac{w_u L_n^2}{14} = \frac{1}{14} \cdot 6.13 \cdot 5.6^2 = 13.73 \text{ t-m}$$

$$M_u = \phi f_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega) \dots (1)$$

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f_c} = 0.01 \cdot \frac{4200}{350} = 0.12$$

$$\text{En (1): } 13.73 \cdot 10^5 = 0.9 \cdot 350 \cdot 25 \cdot d^2 \cdot 0.12 (1 - 0.59 \cdot 0.12)$$

$$d^2 = 1563.61 \rightarrow d = 39.54 \text{ cm}$$

$$h = 39.54 + 4 + 0.95 + 2.54 / 2 = 45.96 \text{ cm}$$

$$\text{Usar } h = 0.50 \text{ m}$$

$$d = 50 - (4 + 0.95 + 2.54 / 2) = 43.78 \text{ cm}$$

$$b) (-) M_u = \frac{w_u L_n^2}{10} = \frac{1}{10} \cdot 6.13 \cdot 5.6^2 = 19.22 \text{ t-m}$$

$$a = \frac{d}{5} = \frac{43.78}{5} = 8.76 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{19.22 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot (43.78 - 8.76 / 2)} = 12.91 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c b} = \frac{12.91 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.35 \cdot 25} = 7.29 \text{ cm}$$

$$\text{Usar } A_s = 3 \phi 1"$$

$$\rho = \frac{A_s}{b d} = \frac{3 \cdot 5.07}{25 \cdot 43.78} = 0.0139$$

$$\rho = 1.39\% \dots \dots \dots \text{CONFORME}$$

Aplicación N° 06:

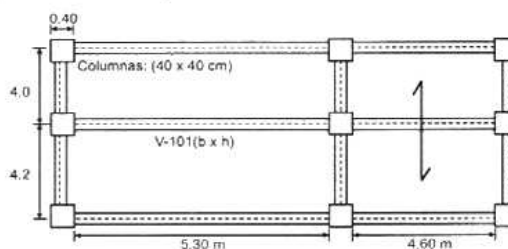
Para la planta que se muestra en la figura determine para la viga V-101 lo siguiente:

- Momentos de diseño.
- Dimensionamiento para $\omega = 0.18$
- Diseñar la sección de momento máximo.

Considere: Ancho de viga $b = 25 \text{ cm}$, aligerado de 0.17 cm , acabado = 100 kg/m^2 , tabiquería = 150 kg/m^2 , y $s/c = 300 \text{ kg/m}^2$ (Uso de oficinas).

Nota: Para el metrado del peso propio de la viga asuma sección de 25×50 .

$$f_c = 280 \text{ kg/cm}^2 \quad f_y = 3500 \text{ kg/cm}^2$$



Solución:

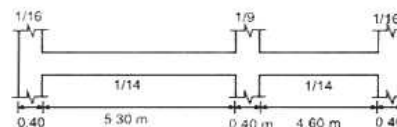
Metrado de cargas:

$$\begin{aligned} \text{Peso propio viga} &= 0.25 \cdot 0.50 \cdot 2.4 = 0.30 \text{ t/m} \\ \text{Aligerado} &= 0.28 \text{ t/m}^2 \cdot (4.10 - 0.25) = 1.08 \text{ t/m} \\ \text{Acabado} &= 0.10 \text{ t/m}^2 \cdot 4.10 = 0.41 \text{ t/m} \\ \text{Tabiquería} &= 0.15 \text{ t/m}^2 \cdot 4.10 = 0.62 \text{ t/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_D &= 2.41 \text{ t/m} \\ \text{Sobre carga (s/c)} &= 0.3 \text{ t/m}^2 \cdot 4.10 = w_L = 1.23 \text{ t/m} \end{aligned}$$

$$w_u = 1.2 w_D + 1.6 w_L = 4.86 \text{ t/m}$$

a. Momentos de Diseño



$$\frac{1}{16} \cdot 4.86 \cdot 5.30^2 = 8.53 \text{ t-m}$$

$$\frac{1}{9} \cdot 4.86 \cdot 4.95^2 = 13.23 \text{ t-m}$$

$$\frac{1}{16} \cdot 4.86 \cdot 4.60^2 = 6.43 \text{ t-m}$$

$$\frac{1}{14} \cdot 4.86 \cdot 5.30^2 = 9.75 \text{ t-m}$$

$$\frac{1}{14} \cdot 4.86 \cdot 4.60^2 = 7.35 \text{ t-m}$$



$$\omega = 0.18 = \rho \frac{f_y}{f_c} \Rightarrow \rho = \frac{0.18 \cdot 280}{3500} = 0.0144$$

$$\rho_b = 0.036505 ; \rho_{max} = 0.75 \rho_b = 0.0274$$

$$\rho < \rho_{max}$$

$$\rho > \rho_{min} = \begin{cases} \frac{14}{f_y} = 0.004 \\ \frac{0.8 \sqrt{f_c}}{f_y} = 0.0038 \end{cases} \dots\dots\dots \text{CONFORME}$$

$$M_u = \phi f_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$9.75 \cdot 10^5 = 0.9 \cdot 280 \cdot 25d^2 \cdot 0.18 (1 - 0.59 \cdot 0.18)$$

$$d^2 = 1083.3 \Rightarrow d = 31.02 \text{ cm}$$

$$h = 31.02 + 4 + 0.95 + 1.27 = 37.24 \text{ cm}$$

Usar: 0.25 x 0.40 m²

$$(-) M_u = 13.23 \text{ t-m}$$

$$d = 40 - (4 + 0.95 + 2.54 \cdot 1.5) = 31.24 \text{ cm}$$

(A_s en dos capas)

$$a = d/5$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (0.9d)} = \frac{13.23 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 3500 (0.9 \cdot 31.24)} = 14.94 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c b} = \frac{14.94 \cdot 35}{0.85 \cdot 0.28 \cdot 25} = 8.79 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A_s = 15.65 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 9.21 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 15.77 \text{ cm}^2$$

$\Rightarrow a = 9.28 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 15.79 \text{ cm}^2$ es suficiente

Usar 2 ϕ 1" + 2 ϕ 7/8" = 17.90 cm²

$$\rho_{max} = 0.0274$$

$$\Rightarrow A_{s_{max}} = 21.40 \text{ cm}^2 > 17.90 \text{ cm}^2 \quad \text{CONFORME}$$

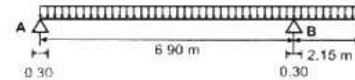
Aplicación N° 07:

En la viga que se muestra en la figura obtener:

- Momentos de diseño.
- Dimensionamiento con el momento máximo con $\rho = 1\%$
- Diseño para el $M_{u \max}$

$$f_c = 350 \text{ kg/cm}^2, f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

$$w_D = 4.1 \text{ t/m y } w_L = 1.6 \text{ t/m}$$



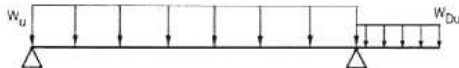
Solución:

$$a) \quad w_u = 1.2 \cdot 4.1 + 1.6 \cdot 1.6 = 7.48 \text{ t/m}$$

$$w_{Du} = 1.2 \cdot 4.1 = 4.92 \text{ t/m}$$

$$M_u = 5.74 \cdot 2.15^2 / 2 = 11.37 \text{ t-m}$$

$$R_A = \frac{w_u L}{2} - \frac{M_u}{L} = 7.48 \cdot \frac{6.9}{2} - \frac{11.37}{6.9} = 24.16 \text{ t}$$



$$V_x = R_A - w_u x_o = 0 \Rightarrow \frac{24.16}{7.48} = 3.23 \text{ m}$$

$$(+) M_{max} = R_A x_o - w_u \frac{x_o^2}{2} = 39.02 \text{ t-m}$$

Luego para los momentos de diseño negativos cargamos toda la viga con la carga uniforme w_u .



$$M_v = w_u \frac{L^2}{2} = 7.48 \cdot \frac{2.15^2}{2} = 17.29 \text{ t-m}$$

$$R_A = \frac{w_u L}{2} - \frac{M_v}{L} = 7.48 \cdot \frac{6.9}{2} - \frac{17.29}{6.9} = 23.30 \text{ t}$$

$$R_B = w_u L - R_A = 7.48 \cdot 9.05 - 23.30 = 44.39 \text{ t}$$

$$M'_u = R_A \cdot 6.75 - w_u \cdot \frac{(6.75)^2}{2}$$

$$M_u = -13.13 \text{ t-m}$$

$$(-) M_{CARAVOLADIZO} = 7.48 \cdot \frac{2^2}{2} = 14.96 \text{ t-m}$$

20

b) $M_U = 39.02 \text{ t} \cdot \text{m}$

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f_c} = 0.01 \cdot \frac{2800}{350} = 0.08$$

$$M_U = \phi f_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$39.02 \cdot 10^5 = 0.9 \cdot 350 \cdot 35 d^2 \cdot 0.08 (1 - 0.59 \cdot 0.08)$$

$$d^2 = 5226.3 \Rightarrow d = 68.14 \text{ cm}$$

$$h = 28.14 + 4 + 0.95 + 1.27 = 74.36 \text{ cm}$$

Usar: $0.35 \times 0.75 \text{ m}^2$

c) $d = 75 - (4 + 0.95 + 1.27) = 68.78 \text{ cm}$

$$({}^{+})M_U = 39.02 \text{ t} \cdot \text{m} \Rightarrow a = \frac{d}{5}$$

$$\Rightarrow a = 13.76 \Rightarrow A_s = 25.01 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 6.37 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 23.61 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 6.34 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 23.09 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 6.21 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 23.60 \text{ cm}^2$$

CONFORME

Usar: $A_s = 5 \phi 1"$

$$b_{\min} = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 0.95 + 9 \cdot 2.54 = 32.76 \text{ cm} < b$$

CONFORME

Aplicación N° 08:

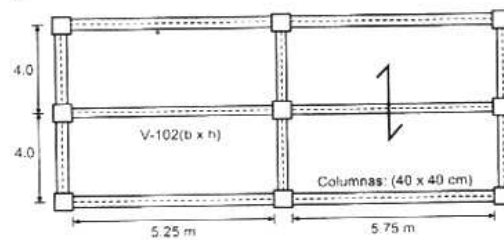
Para la planta que se muestra en la figura determine para la viga V-102 lo siguiente:

- Momentos de diseño.
- Dimensionamiento para una cuantía igual al 50% de la cuantía balanceada.
- Diseñar la sección de momento máximo. Considere: Ancho de viga $b = 25 \text{ cm}$, aligerado de 0.17 cm , acabado = 100 kg/m^2 , tabiquería = 120 kg/m^2 , y $s/c = 200 \text{ kg/m}^2$ (uso de vivienda).

Para el metrado del peso propio de la viga asuma sección de 25×55 .

$$f_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$



Solución:

Metrado de cargas:

$$\begin{aligned} \text{Peso propio viga} &= 0.25 \cdot 0.55 \cdot 2.4 \cdot 1.2 = 0.40 \text{ t/m} \\ \text{Aligerado} &= 0.28 \text{ t/m}^2 \cdot (4 - 0.25) \cdot 1.2 = 1.26 \text{ t/m} \\ \text{Acabado} &= 0.10 \text{ t/m}^2 \cdot 4 \cdot 1.2 = 0.48 \text{ t/m} \\ \text{Tabiquería} &= 0.12 \text{ t/m}^2 \cdot 4 \cdot 1.2 = 0.58 \text{ t/m} \\ \text{Sobre carga (s/c)} &= 0.2 \text{ t/m}^2 \cdot 4 \cdot 1.6 = 1.28 \text{ t/m} \end{aligned}$$

$$w_U = 4.00 \text{ t/m}$$

a) Momentos de Diseño

$$\frac{1}{16} \cdot 4.00 \cdot 5.25^2 = 6.89 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\frac{1}{9} \cdot 4.00 \cdot 5.50^2 = 13.44 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\frac{1}{16} \cdot 4.00 \cdot 5.75^2 = 8.27 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\frac{1}{14} \cdot 4.00 \cdot 5.25^2 = 7.87 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\frac{1}{14} \cdot 4.00 \cdot 5.75^2 = 9.45 \text{ t} \cdot \text{m}$$

b) $\rho = 0.5 \rho_b = 0.0142$

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f_c} = 0.0142 \cdot \frac{4200}{280} = 0.213$$



$$M_u = \phi f_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$9.45 \cdot 10^5 = 0.9 \cdot 280 \cdot 25 d^2 \cdot 0.213 (1 - 0.59 \cdot 0.213)$$

$$d = 28.38 \text{ cm}$$

$$h = 28.38 + 4 + 0.95 + 1.27 = 34.6 \text{ cm}$$

$$\text{Usar: } 0.25 \cdot 0.35 \text{ m}^2$$

$$c) \quad (-) M_u = 13.44 \text{ t-m}$$

$$d = 35 - (4 + 0.95 + 1.27) = 28.78 \text{ cm}$$

$$a = d/5 = 5.76 \Rightarrow A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (0.9 d)} = 13.73 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 9.69 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 14.86 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 10.49 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 15.11 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 10.67 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 15.17 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 10.71 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 15.18 \text{ cm}^2 \quad \text{es suficiente}$$

$$\Rightarrow \text{Usar } 2 \phi 1" + 2 \phi 7/8"$$

3.4 Viga doblemente reforzada

Las secciones doblemente reforzadas se vuelven necesarias cuando por limitaciones arquitectónicas, de predimensionamiento y otras, la sección no es capaz de resistir el momento aplicado aunque se le provee de la cuantía máxima permitida.

Una sección con refuerzo en compresión tiene una ductilidad mayor al de una sección simplemente reforzada, este comportamiento es conveniente en zonas sísmicas donde se busca una redistribución de esfuerzos.

El refuerzo en compresión sirve para controlar las deflexiones pues evita el acortamiento en el tiempo.

Ensayos de secciones con refuerzo en compresión muestran que se retrasa el aplastamiento del concreto, la viga no colapsará si el acero está sujeto a refuerzo transversal o estribos (confinamientos).

Para el análisis empezaremos asumiendo que el refuerzo en tracción está en fluencia, el acero en tracción compensa las fuerzas de compresión del concreto y el acero siendo estas fuerzas: $(A_{s1} f_y)$ y $(A_{s2} f_y)$ respectivamente, tal como se muestra en la figura.

Si hacemos el equilibrio tenemos:

$$C_c = A_{s1} f_y$$

$$0.85 f'_c a b = A_{s1} f_y$$

$$a = \frac{A_{s1} f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$A_{s1} = A_s - A_{s2}$$

$$A_{s1} f_y = A_s f_y - A_{s2} f_y$$

También por equilibrio tenemos:

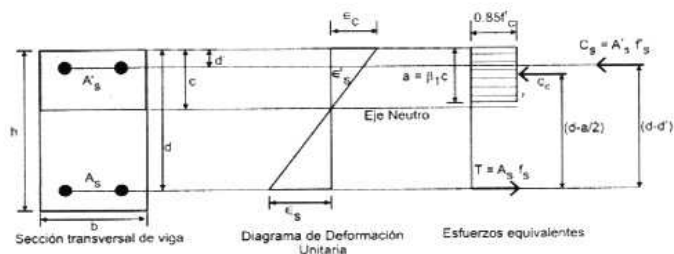
$$A'_s f'_s = A_{s2} f_y$$

$$\text{Luego: } A_{s1} f_y = A_s f_y - A'_s f'_s$$

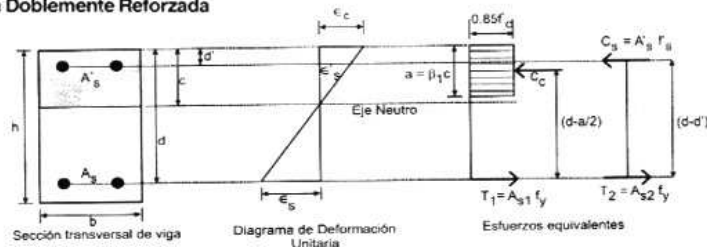
Reemplazando tenemos:

$$a = \frac{A_s f_y - A'_s f'_s}{0.85 f'_c b}$$

Para encontrar el momento nominal, bastará con sumar



3.4.1 Análisis de la sección de Viga Doblemente Reforzada



Para encontrar el momento nominal, bastará con sumar los momentos producidos por los pares de fuerza, entonces:

$$M_n = A_{s1} f_y (d - a/2) + A'_s f'_s (d - d')$$

$$M_n = (A_s f_y - A'_s f'_s) (d - a/2) + A'_s f'_s (d - d')$$

Empleando el diagrama de deformaciones unitarias y por semejanza de triángulos tenemos:

$$\frac{c}{c - d'} = \frac{0.003}{\epsilon'_s} \Rightarrow \epsilon'_s = 0.003 \frac{c - d'}{c}, \text{ además: } f'_s = E_s \epsilon'_s$$

$$f'_s = 6 \frac{(c - d')}{c} \Rightarrow f'_s = 6 \frac{(a - \beta_1 d')}{a} \text{ (t/cm}^2\text{)}$$

$$f'_s = 6000 \frac{(a - \beta_1 d')}{a} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

Si $f'_s > f_y \Rightarrow A'_s$ está en fluencia, por tanto $f'_s = f_y$.

3.4.2 Determinación de la cuantía balanceada

Recordemos que la cuantía balanceada se encuentra para el estado en que empieza la fluencia del acero en tracción. Haciendo el equilibrio tenemos:

$$T = C_c + C_s$$

$$A_s f_y = 0.85 f'_c b a_b + A'_s f'_s$$

$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.003 + \epsilon_y} \Rightarrow c_b = \frac{0.003}{0.003 + \epsilon_y} d$$

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{f_y}{2 \cdot 10^6}$$

$$c_b = \frac{6000}{6000 + f_y} \Rightarrow a_b = \beta_1 \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right) d$$

$$\frac{A_s}{bd} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right) d \cdot \frac{1}{bd} + \frac{A'_s f'_s}{bd f_y}$$

$$\rho_b = \bar{\rho}_b + \rho' \frac{f'_s}{f_y}$$

$$\text{Donde: } \bar{\rho}_b = \beta_1 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right) \text{ y } \rho' = \frac{A'_s}{bd}$$

- **Cuantía Máxima.** El código ACI limita la cuantía a una cuantía máxima permisible para el diseño de vigas doblemente reforzadas según la siguiente expresión:

$$\rho \leq \rho_{max} = 0.75 \bar{\rho}_b + \rho' \frac{f'_s}{f_y}$$

3.4.3 Diseño de Secciones Doblemente Reforzadas

Sea " M_u " el valor del momento último actuante en nuestra sección de viga, el diseño de secciones doblemente reforzadas se parte asumiendo un valor de cuantía para la parte de acero en tracción que equilibra el esfuerzo de compresión del concreto.

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{bd} \Rightarrow A_{s1} = \rho_1 bd$$

Con el cual podemos calcular el valor de " a " y el valor de M_{u1} .

$$a = \frac{A_{s1} f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$M_{u1} = \phi M_{n1} = \phi A_{s1} f_y (d - a/2)$$

Es posible que M_{u1} sea suficiente para soportar el momento último actuante, en todo caso se tendrá que:

Si $M_u \leq M_{u1}$ entonces no necesitamos acero en compresión.

Si $M_u > M_{u1}$ entonces si necesitamos acero en compresión.

Para el caso que necesitemos acero en compresión, procederemos a calcular la cantidad de acero en tracción adicional para compensar el momento último remanente, es decir:

$$M_{u2} = M_u - M_{u1}$$

$$M_{u2} = \phi M_{n2} = \phi A_{s2} f_y (d - d')$$

$$A_{s2} = \frac{M_{u2}}{\phi f_y (d - d')}$$

El acero en compresión será el que equilibra la fuerza de tracción que origina A_{s2} .

$$A'_s f'_s = A_{s2} f_y$$

$$M_{u2} = \phi M_{n2} = \phi A'_s f'_s (d - d')$$

$$A'_s = \frac{M_{u2}}{\phi f'_s (d - d')}$$

$$\text{donde: } f'_s = 6 \frac{(a - \beta_1 d')}{a} \leq f_y \text{ (t/cm}^2\text{)}$$

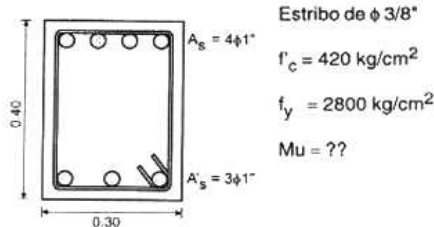
Luego el area total de acero en tracción estará por:

3.4.4 Aplicaciones:

Análisis de secciones de viga doblemente reforzadas:

Aplicación N° 01:

Para la sección de viga de momento negativo, que se muestra en la figura, determine el momento confiable:



Solución:

$$d = 40 - (0.4 + 0.95 + 2.54 / 2)$$

$$d = 40 - 6.22 = 33.78 \text{ cm}$$

$$d' = 6.22 \text{ cm}$$

a) Asumimos que A'_s está en fluencia, $f'_s = f_y$

$$a = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{(20.28 - 15.21) 2.8}{0.85 \cdot 0.42 \cdot 30} = 1.33 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{6(a - \beta_1 d')}{a} = \frac{6(1.33 - 0.75 \cdot 6.22)}{1.33} = -15.05 \text{ t/cm}^2$$

∴ f'_s no está en fluencia

Entonces:

$$0.85 f'_c b a + A'_s f'_s = A_s f_y$$

$$0.85 f'_c b a^2 + 6 A'_s a - A_s f_y a = 6 A'_s \beta_1 d'$$

$$0.85 f'_c b a^2 + (6 A'_s - A_s f_y) a - 6 A'_s \beta_1 d' = 0$$

$$0.85 \cdot 0.42 \cdot 30 a^2 + (6 \cdot 15.21 - 20.28 \cdot 2.8) a - 6 \cdot 15.21 \cdot 0.75 \cdot 6.22 = 0$$

$$10.71 a^2 + 34.48 a - 425.73 = 0$$

$$a^2 + 3.22 a - 39.75 = 0$$

$$a = 4.9 \text{ cm}$$

$$\therefore f'_s = \frac{6(4.90 - 0.75 \cdot 6.22)}{4.90} = 0.29 \text{ t/cm}^2 < f_y = 2.8 \text{ t/cm}^2$$

$$M_n = (A_s f_y - A'_s f'_s) (d - a/2) + A'_s f'_s (d - d')$$

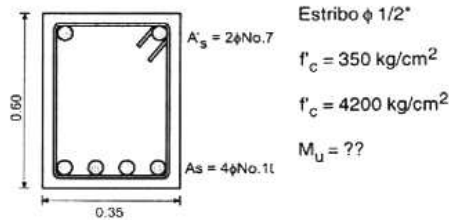
$$M_n = (20.28 \cdot 2.8 - 15.21 \cdot 0.29) \left(0.3378 - \frac{0.049}{2} \right) + 15.21 \cdot 0.29 (0.3378 - 0.0622)$$

$$M_n = 17.62 \text{ t-m}$$

$$M_u = \phi M_n = 15.86 \text{ t-m}$$

Aplicación N° 02:

Para la sección de viga que se muestra en la Figura, determine el momento confiable.



Solución:

$$\phi \text{ No. 7} = 2.22 \text{ cm} \quad \phi \text{ No. 10} = 3.18 \text{ cm}$$

$$A \phi = 3.88 \text{ cm}^2 \quad A \phi = 7.92 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = 7.76 \text{ cm}^2 \quad A_s = 31.68 \text{ cm}^2$$

$$d = 60 - \left(4 + 1.27 + \frac{3.18}{2} \right) = 53.14 \text{ cm}$$

$$d' = 4 + 1.27 + \frac{2.22}{2} = 6.38 \text{ cm}$$

$$M_u = \phi M_{n1} + \phi M_{n2}$$

$$M_n = A_{s1} f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_{s2} f_y (d - d')$$

a) Si A'_s está en fluencia: $A_{s1} f_y = (A_s - A'_s) f_y$

$$a = \frac{A_{s1} f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{(31.68 - 7.76) 4.2}{0.85 \cdot 0.35 \cdot 35} = 9.65 \text{ cm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{9.65}{0.80} = 12.06 \text{ cm}$$

$$\epsilon'_s = 0.003 \frac{(c - d')}{c} = \frac{0.003 (12.06 - 6.38)}{12.06} = 0.0014129$$

$$f'_s = E_s \epsilon'_s = 2 \cdot 10^6 \epsilon'_s = 2825.87 \text{ kg/cm}^2 < f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

∴ f'_s no está en fluencia

Luego:

$$a = \frac{A_s f_y - A'_s f'_s}{0.85 f'_c b} = \frac{31.68 \cdot 4.2 - 7.76 \cdot 2.83}{0.85 \cdot 0.35 \cdot 35} = 10.67 \text{ cm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{10.67}{0.80} = 13.34 \text{ cm}$$

$$f'_s = 6 \frac{(c - d')}{c} = 6 \frac{(13.34 - 6.38)}{13.34} = 3.13 \text{ t/cm}^2$$

24

con $a = 10.45 \text{ cm} \Rightarrow c = 13.06 \text{ cm} \Rightarrow f'_s = 3.07 \text{ t/m}^2$
conforme

$$M_n = (A_s f_y - A'_s f'_s) \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f'_s (d - d')$$

$$M_n = (31.68 \cdot 4.2 - 7.76 \cdot 3.07) \left(0.5314 - \frac{0.1045}{2} \right) + 7.76 \cdot 3.07 (0.5314 - 0.0638)$$

$$M_n = 63.48 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$M_u = \phi M_n = 57.13 \text{ t} \cdot \text{m}$$

b) Alternativamente si A'_s no está en fluencia:

Por equilibrio: $C = T$

$$0.85 f'_c b a + A'_s f'_s = A_s f_y \quad (1)$$

$$\epsilon'_s = 0.003 \frac{(c - d')}{c}$$

$$f'_s = E_s \epsilon'_s = 6 \frac{(c - d')}{c} = 6 \frac{(a - \beta_1 d')}{a} \quad (\alpha)$$

(α) en (1):

$$0.85 f'_c b a^2 + A'_s 6 a - A'_s 6 \beta_1 d' = A_s f_y a$$

$$(0.85 f'_c b) a^2 + (6 A'_s - A_s f_y) a - 6 \beta_1 d' A_s = 0$$

$$(0.85 \cdot 0.35 \cdot 35) a^2 + (6 \cdot 7.76 - 31.68 \cdot 4.2) a - 6 \cdot 0.8 \cdot 6.38 \cdot 7.76 = 0$$

$$10.41 a^2 - 86.50 a - 237.64 = 0$$

$$a^2 - 8.31 a - 22.83 = 0$$

$$a = 10.49 \text{ cm} \Rightarrow c = 13.11 \text{ cm}$$

$$f'_s = \frac{6 (13.11 - 6.38)}{13.11} = 3.08 \text{ t/cm}^2$$

$$M_n = (A_s f_y - A'_s f'_s) \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f'_s (d - d')$$

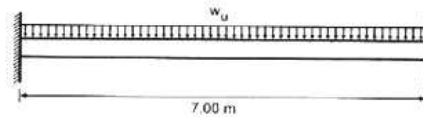
$$M_n = (31.68 \cdot 4.2 - 7.76 \cdot 3.08) \left(0.5314 - \frac{0.1049}{2} \right) + 7.76 \cdot 3.08 (0.5314 - 0.0638)$$

$$M_n = 63.46 \text{ t} \cdot \text{m}$$

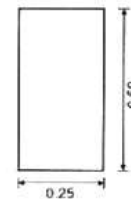
$$M_u = \phi M_n = 57.11 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Aplicación N° 03:

Para la viga que se muestra en la figura, diseñar la sección de momento máximo considerando que esta ubicada en zona de alto riesgo sísmico y la sección es rectangular: $b = 250 \text{ cm}$, $h = 50 \text{ cm}$; $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$, estribo $\phi 3/8$; $w_D = 2.6 \text{ t/m}$, $w_L = 1.4 \text{ t/m}$.



Solución:



$$w_u = 1.2 \cdot w_D + 1.6 \cdot w_L = 1.2 \cdot 2.6 + 1.6 \cdot 1.4 = 5.36 \text{ t/m}$$

$$(-) M_{u \max} = \frac{w_u \cdot L^2}{12} = \frac{5.36 \cdot 7^2}{12} = 21.89 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \cdot 0.9 \cdot d} = \frac{21.89 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot 0.9 \cdot 41.24}$$

$$A_s = 15.60 \text{ cm}^2$$

$$d = 50 - (4 + 0.95 + 2.54 + 1.27) = 41.24 \text{ cm}$$

$$b_{\min} = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2.54 + 1.91 + 3 \cdot 2.54 = 25.15 \text{ cm}$$

Usar: A_s en 2 capas

$$\rho_b = 0.02125$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{15.60}{25 \cdot 41.24} = 0.01513$$

$$\text{zona sísmica: } \rho_{\max} = 0.5 \cdot \rho_b = 0.0106 < \rho$$

$\therefore$ Se necesita A'_s

$$\rho_1 = 0.0106 \Rightarrow A_{s1} = \rho_1 bd = 10.93 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{A_s f_y}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} = 10.23 \text{ cm}$$

$$M_{u1} = \phi A_{s1} \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) = 14.91 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$M_{u2} = M_u - M_{u1} = 21.89 - 14.91 = 6.98 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$d' = \left(4 + 0.95 + \frac{2.54}{2} \right) = 6.22$$



$$A_{s2} = \frac{M_{u2}}{f_y (d - d')} = 5.27 \text{ cm}^2 \therefore A_s = A_{s1} + A_{s2} = 16.20 \text{ cm}^2$$

Usar $4 \phi 1" (20.28 \text{ cm}^2)$ ó $2 \phi 1" + 2 \phi 7/8" (17.90 \text{ cm}^2)$

$$r_s = 6 \cdot \frac{(c - d')}{c} = 6 \cdot \left(\frac{12.11 - 6.2}{12.11} \right) = 2.92 \text{ l / cm}^2$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{10.29}{0.85} = 12.11 \text{ cm}$$

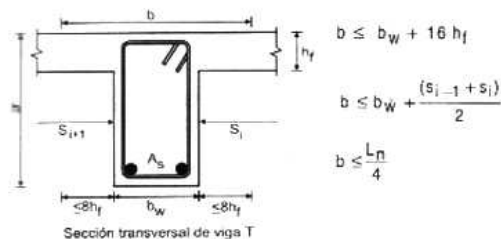
$$A_s = \frac{M_{u2}}{\phi f_y (d - d')} = 7.58 \text{ cm}^2$$

Usar $1 \phi 1" + 1 \phi 7/8" (8.95 \text{ cm}^2)$

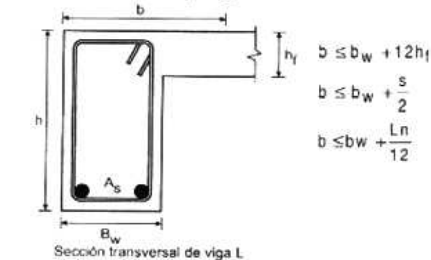
3.5 Vigas de sección T y L

Las recomendaciones dadas para la anchura eficaz "b" en el código ACI 318-05 son:

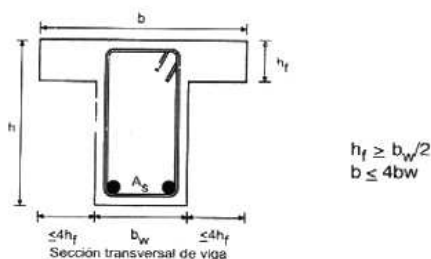
- Sección T: Losa y Viga Interior



- Sección L: Losa y Viga Perimetral



- Viga T aislada



Donde:

L_n = Luz libre de la viga.
 s = Separación libre entre vigas.
 b_w = Ancho del alma de la viga.
 b = Ancho del ala.
 h_f = Espesor del patín.

Además:

c = Profundidad del eje neutro.
 a = Profundidad del bloque rectangular en compresión.

3.5.1 Análisis de vigas de secciones T y L

Tenemos tres casos:

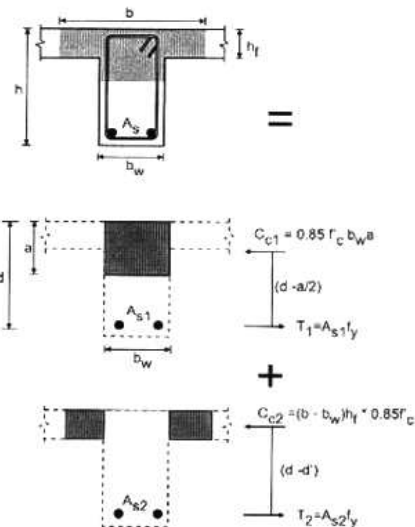
- 1.- Si $c \leq h_f$, entonces la viga se analizará como una sección rectangular de ancho "b", es decir:

$$M_u = \phi M_n = \phi A_s f_y (d - a/2)$$

donde, $a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$

- 2.- Si $a \leq h_f$, entonces la viga se analizará como una sección rectangular de ancho "b", igual que el caso 1.

- 3.- Si $a > h_f$, el análisis es como sigue:



De la figura tenemos:

$$M_n = A_{s1} f_y (d - a/2) + A_{s2} f_y (d - h_f / 2)$$

Además: $A_{s1} = A_s - A_{s2}$

Del primer estado tenemos:

$$C_{c1} = T_1$$

$$0.85 f'_c a b_w = A_{s1} f_y$$

$a = \frac{A_{s1} f_y}{0.85 f'_c b_w}$, reemplazando el valor de A_{s1} tenemos:

$$a = \frac{(A_s - A_{s2}) f_y}{0.85 f'_c b_w}$$

Del segundo estado tenemos:
 $C_{c2} = A_{s2} f_y$

$$0.85 f'_c h_f (b - b_w) = A_{s2} f_y$$

$$A_{s2} = \frac{0.85 f'_c h_f (b - b_w)}{f_y}$$

Finalmente el valor del momento nominal estará dado por:

$$M_n = (A_s - A_{s2}) f_y (d - a/2) + A_{s2} f_y (d - h_f/2)$$

3.5.2 Determinación de la cuantía balanceada

Recordemos que la cuantía balanceada se encuentra para el estado en que empieza la fluencia del acero en tracción. Haciendo el equilibrio tenemos:

$$T = C_{c1} + C_{c2}$$

$$A_s f_y = 0.85 f'_c b_w a_b + A_{s2} f_y$$

$$a_b = \beta_1 \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right) d$$

$$\frac{A_s}{b d} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} b_w \beta_1 \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right) d \cdot \frac{1}{b d} + \frac{A_{s2}}{b d}$$

Si definimos: $\rho_2 = \frac{A_{s2}}{b_w d}$, entonces:

$$\frac{A_s b}{b d} = (\bar{\rho}_b + \rho_2) \frac{b_w}{b}$$

Caso 1: Si la cuantía la definimos como $\rho = \frac{A_s}{b_w d}$, entonces:
 $\rho_b = \bar{\rho}_b + \rho_2$

Caso 2: Si la cuantía la definimos como $\rho = \frac{A_s}{b d}$, entonces:

$$\rho_b = (\bar{\rho}_b + \rho_2) \frac{b_w}{b}$$

$$\text{Donde: } \bar{\rho}_b = \beta_1 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right)$$

Cuantía Máxima. El código ACI 318-05 limita la cuantía de vigas T a lo siguiente:

$$\rho \leq \rho_{\max} = 0.75 \rho_b$$

A_s mínimo .- Para el caso que se encuentre el ala en compresión, se tomará el valor mayor de las dos siguientes expresiones:

$$A_{s \min} = \frac{14}{f_y} b d, \quad A_{s \min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b d$$

Donde f'_c y f_y están en kg/cm².

Para el caso que se encuentre el ala en tracción, se tomará el valor mayor de las dos siguientes expresiones:

$$A_{s \min} = \frac{14}{f_y} b d, \quad A_{s \min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b d$$

y no siendo mayor a:

$$A_{s \min} = 1.6 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d$$

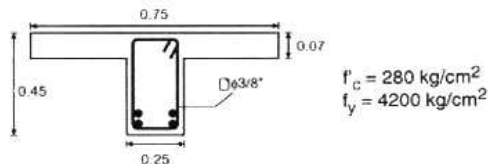
3.5.3 Aplicaciones:

Análisis de Secciones T y L

Aplicación N° 01:

(Análisis de una sección "T"). Calcular el momento confiable de diseño de la sección "T" que se muestra en la figura, considere:

- $A_s = 4\phi 1"$
- $A_s = 4\phi$ No. 10



Solución:

- $A_s = 4\phi 1"$

$$\rho = \frac{A_s}{b d} = \frac{4 \cdot 5.07}{75 \cdot 36.24} = 0.00746$$

$$d = 45 - (4 + 0.95 + 2.54 + 1.27) = 36.24 \text{ cm}$$

$$\rho_{\min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.00319$$



$$\rho_{\min} = \frac{14}{f_y} = 0.0033 \quad \therefore \rho = 0.00746 > \rho_{\min} \quad \text{conforme}$$

$$\rho_{\max} = 0.75 \frac{b_w}{b} (\bar{\rho}_b + \rho_f)$$

donde:

$$\bar{\rho}_b = 0.0283 \quad (f'_c = 280, \quad f_y = 4200)$$

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w d} = \frac{19.83}{25 \cdot 36.24} = 0.02189$$

$$A_{sf} = \frac{0.85 f'_c (b - b_w) h_f}{f_y}$$

$$A_{sf} = \frac{0.85 \cdot 0.28 (75 - 25) 7}{4.2} = 19.83 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\max} = 0.75 \cdot \frac{25}{75} (0.0283 + 0.02189) = 0.01255$$

$\rho = 0.00746 < \rho_{\max}$ $\therefore$ conforme
considerando que actúa como sección rectangular:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{20.28 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.28 \cdot 75} = 4.77 \text{ cm}$$

$a = 4.77 \text{ cm} < h_f = 7.0 \text{ cm}$ $\therefore$ usar sección rectangular

$$M_u = \phi A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$M_u = 0.9 \cdot 20.28 \cdot 4.2 \left(0.3624 - \frac{0.0477}{2} \right)$$

$$M_u = 25.95 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$b) \quad A_s = 4\phi \text{ No. } 10 = 4 \cdot 7.92 = 31.68 \text{ cm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{31.68}{75 \cdot 35.60} = 0.01187$$

$$d = 45 - (4 + 0.95 + 3.18 + 1.27) = 35.60 \text{ cm}$$

$$\rho = 0.01187 > \rho_{\min} = 0.0033$$

$$\rho = 0.01187 < \rho_{\max} = 0.01255 \quad \therefore \text{conforme}$$

Considerando que actúa como sección rectangular:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{31.68 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.28 \cdot 75} = 7.45 \text{ cm}$$

$a = 7.45 \text{ cm} > h_f = 7.0 \text{ cm}$ $\therefore$ sección "T"

$$M_u = M_{u1} + M_{u2}$$

$$M_u = \phi A_{sf} f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + \phi A_{s1} f_y \left(d - \frac{h_f}{2} \right)$$

$$\text{donde} \quad A_{sf} = \frac{0.85 f'_c (b - b_w) h_f}{f_y} = 19.83 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = A_s - A_{sf} = 31.68 - 19.83 = 11.85 \text{ cm}^2$$

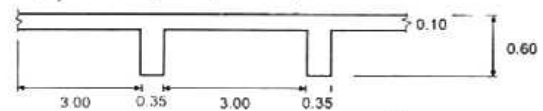
$$a = \frac{A_{s1} f_y}{0.85 f'_c b_w} = \frac{11.85 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.28 \cdot 0.25} = 8.36 \text{ cm}$$

$$M_u = 0.9 \cdot 11.85 (4.2) \left(0.356 - \frac{0.0836}{2} \right) + 0.9 \cdot 19.83 \cdot 4.2 \left(0.356 - \frac{0.07}{2} \right)$$

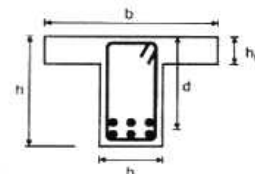
$$M_u = 38.14 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Aplicación N° 02:

Diseñar la sección T, que se muestra en la figura, para un momento actuante, (+) $M_u = 88.2 \text{ t} \cdot \text{m}$. La luz libre de la viga es de 4.60 m, el espaciamiento libre entre vigas es de 3.00 m. espesor de la losa maciza es de 10 cm, $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$, estribo $\phi 3/8"$.



Solución:



$$b \leq \frac{L_n}{4} = \frac{4.60}{4} = 1.15 \text{ m}$$

$$b \leq b_w + s_n = 0.35 + 3.0 = 3.35 \text{ m}$$

$$b \leq 16 \cdot h_f + b_w = 16 \cdot 0.10 + 0.35 = 1.95 \text{ m}$$

Usar: $b = 1.15 \text{ m}$

Considerando que actúa como sección rectangular:

$$d = 60 - (4 + 0.95 + 3.18 + 1.27) = 50.6 \text{ cm} \quad (2 \text{ capas})$$

$$\phi \text{ No. } 10: \phi = 3.18 \text{ cm}, A\phi = 7.92 \text{ cm}^2$$

con

$$a = \frac{d}{5} = 10.12 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)} = \frac{88.2 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \left(50.6 - \frac{a}{2} \right)}$$

$$A_s = 51.24 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 10.48 \text{ cm}$$

$\therefore a > 10 \text{ cm} \Rightarrow$ sección "T"

Diseño como sección "T": $A_s = A_{s1} + A_{sf}$

donde:

$$A_{sf} = \frac{0.85 \cdot f'_c \cdot (b - b_w) \cdot h_f}{f_y} = \frac{0.85 \cdot 0.21 \cdot (115 - 35) \cdot 10}{4.2}$$

$$\Rightarrow A_{sf} = 34.0 \text{ cm}^2$$

$$M_{u2} = \phi A_{sf} f_y \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = 0.9 \cdot 34.0 \cdot 4.2 \cdot \left(0.506 - \frac{0.10}{2} \right)$$

$$M_{u2} = 58.61 \text{ t-m}$$

$$M_{u1} = M_u - M_{u2} = 88.2 - 58.61 = 29.59 \text{ t-m}$$

$$a = \frac{d}{5} = 10.12 \text{ cm} \Rightarrow A_{s1} = 17.19 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 11.56 \text{ cm}$$

$$a = 12 \text{ cm} \Rightarrow A_{s1} = 17.56 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 11.80 \text{ cm} \text{ conforme}$$

$$\therefore A_s = A_{s1} + A_{s2} = 17.56 + 34.0 = 51.56 \text{ cm}^2$$

$$\text{Usar: } 4\phi \text{ No. } 10 + 4\phi \text{ 1"} = 31.68 + 20.28 = 51.96 \text{ cm}^2$$

Verificación de cuantías:

$$\rho_{max} = 0.75 \cdot \frac{b_w}{b} \cdot (\rho_b + \rho_f)$$

$$\text{donde, } \rho_b = 0.0213 \text{ (} f'_c = 210; f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2 \text{)}$$

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w d} = \frac{34}{35 \cdot 50.6} = 0.01919$$

$$\rho_{max} = 0.75 \cdot \frac{35}{115} \cdot (0.0213 + 0.01919)$$

$$\rho_{max} = 0.009242$$

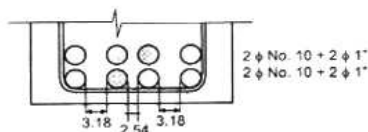
$$\rho = \frac{A_s}{b d} = \frac{51.96}{115 \cdot 50.6} = 0.008929$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho < \rho_{max} \\ \rho > \rho_{min} \end{array} \right\} \therefore \text{es conforme}$$

Verificación del ancho requerido:

$$b_{w \min} = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 0.95 + 2 \cdot 3.18 + 2 \cdot 2.54 + 2 \cdot 3.18 + 2.54$$

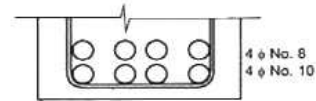
$$b_{w \min} = 30.24 \text{ cm} < b_w = 35 \text{ cm} \text{ conforme}$$



$$\text{ó}$$

$$b_{\min} = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 0.95 + 4 \cdot 3.18 + 3 \cdot 3.18$$

$$b_{\min} = 32.16 \text{ cm} < b_w = 35 \text{ cm} \text{ conforme}$$



3.6 Longitud de Desarrollo a Tensión

Aplicación:

La figura que se muestra, presenta una unión viga-columna en un pórtico continuo de un edificio con base en el análisis de pórtico, el acero negativo requerido en el extremo de la viga 18.71 cm^2 , se utilizan $2\phi \text{ 13/8}$ que proporcionan $A_s = 20.12 \text{ cm}^2$. Las dimensiones de la viga son $b = 25 \text{ cm}$, $d = 45 \text{ cm}$ y $h = 52 \text{ cm}$. El diseño incluirá estribos No. 3 espaciados de 10 cm a 7.5 cm , seguidos por un espaciamiento constante de 12.5 cm en la zona de apoyo, con un recubrimiento libre de 4 cm . Se utilizará concreto de densidad normal con $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ y refuerzo $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

Determine la distancia mínima l_d para la cual las barras negativas pueden interrumpirse, con base en el desarrollo del área de acero requerida en la cara de la columna:

La longitud de anclaje del acero en tensión está dada por:

$$l_d = \frac{d_b}{3.54} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot \frac{\alpha \beta \gamma \lambda}{\left(\frac{c + K_{tr}}{d_b} \right)} \quad (\text{ACI-Ec(12-1)})$$

donde:

- α : Factor de ubicación de la barra
- β : Factor de tratamiento superficial del acero
- γ : Factor de diámetro de la barra
- λ : Factor de agregado ligero
- c : Recubrimiento o espaciamiento d la barra entre ejes, el que sea menor
- K_{tr} : Índice d refuerzo transversal

En la Expresión (3-3), el término $(c + K_{tr}) / d_b$ no se tomara mayor que 2.5. En cualquier caso, la longitud de anclaje en tensión no será menor que 30 cm

Los valores de los diversos factores que intervienen en la ecuación (3-3) para diversas condiciones se presentan en la Tabla 3.1 (ACI – 12.2.4).

Es conveniente efectuar algunas aclaraciones en torno a la Tabla 3.1. En primer lugar, se denominan varillas superiores a aquellas que se ubican d modo que tienen por lo menos 30 cm . de concreto fresco debajo de ellas y que, por lo tanto, tienen más burbujas de aire redondeado la varilla. En estos casos, la adherencia acero-concreto, se ve reducida por lo que el factor de ubicación del refuerzo es mayor que la unidad. En segundo lugar, el producto de los primeros factores no debe exceder 1.7.

Factor	Descripción de las condiciones	Valor
Ubicación de la barra α	Varillas superiores	1.3
	Otras varillas	1.0
Tratamiento superficial del acero β	Varillas o alambres con recubrimiento epóxico y recubrimiento menor que $3d_b$ y espaciamiento libre menor que $6d_b$	1.5
	Otras varillas o alambres con recubrimiento epóxico	1.2
	Varillas sin recubrimiento epóxico	1.0
Diámetro de la barra γ	Alambres y varillas menores a la # 6	0.8
	Varillas iguales y mayores a la # 7	1.0
Agregado ligero λ	Concreto con agregado ligero	1.3
	Concreto con agregado ligero y f_{ca} especificado	$1.77 \sqrt{f_c} / f_{ct} \geq 1.0$
	Concreto con agregado convencional	1.0

TABLA 3.1 Factores que intervienen en la expresión (3-3)

El término c de la expresión (3.1) será igual a la distancia del centro de la varilla a la superficie de concreto más cercana o a la mitad de la distancia centro a centro de las varillas o alambres desarrollados, la que sea menor.

El índice d de refuerzo transversal será evaluado con la siguiente expresión

$$K_{tr} = \frac{A_{tr} f_{yt}}{105.6sn}$$

donde:

A_{tr} : Área de refuerzo transversal en una longitud igual a s .
 f_{yt} : Límite elástico del refuerzo transversal
 s : Espaciamiento máximo del refuerzo transversal a lo largo de l_d .

n : Número de barras ancladas o empalmadas a lo largo del plano d de deslizamiento.

Para simplificar el diseño, el código permite considerar nulo el índice de refuerzo transversal aunque los estribos estén presentes.

Para situaciones particulares que se presentan comúnmente en el diseño, el código ACI propone como alternativa, expresiones más sencillas para evaluar la longitud de anclaje en tensión (ACI-12.2.2) las cuales se presentan en Tabla 3.2

Si en las fórmulas anteriores reemplazamos los valores normales para $\alpha = 1$, $\beta = 1$ y $\lambda = 1$ obtendremos: para $f_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$

TABLA 3.3 Expresiones para evaluar la longitud de anclaje en situaciones específicas

	Alambres, varillas #6 y menores o alambre corrugado	Varillas #7 y mayores
Espaciamiento libre entre varillas desarrolladas o empalmadas no menor que d_b , recubrimiento mayor o igual que d_b y estribos superiores al mínimo a lo largo l_d o espaciamiento libre entre varilla desarrolladas o empalmadas no menor que $2d_b$ y recubrimiento mayor o igual que d_b .	$l_d = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{6.63 \sqrt{f_c}} d_b$	$l_d = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{5.31 \sqrt{f_c}} d_b$
Otros casos	$l_d = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{4.42 \sqrt{f_c}} d_b$	$l_d = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{3.54 \sqrt{f_c}} d_b$

TABLA N 1	f'c= 210		f'c= 280		f'c= 350	
	Alambres, varillas #6 y menores o alambre corrugado	Varillas #7 y mayores	Alambres, varillas #6 y menores o alambre corrugado	Varillas #7 y mayores	Alambres, varillas #6 y menores o alambre corrugado	Varillas #7 y mayores
Espaciamento libre entre varillas desarrolladas o empalmadas $\geq d_b$, recubrimiento libre $\geq d_b$ y estribos no menor que el especificado por el código a lo largo de l_d o espaciamento libre entre varilla desarrollada o empalmada $\geq 2 d_b$.	$l_d = 44 d_b$	$l_d = 55 d_b$	$l_d = 38 d_b$	$l_d = 47 d_b$	$l_d = 34 d_b$	$l_d = 42 d_b$
Otros casos	$l_d = 66 d_b$	$l_d = 82 d_b$	$l_d = 57 d_b$	$l_d = 71 d_b$	$l_d = 51 d_b$	$l_d = 63 d_b$

- (a) Utilizando las ecuaciones simplificadas de la tabla 3.1
 (b) Utilizando la tabla 3.2-A
 (c) Utilizando la ecuación básica 2.3

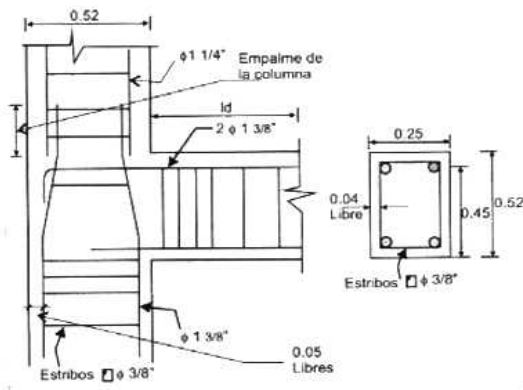


Figura: Despiece de las barras en una unión viga – columna, para los ejemplos de longitud de desarrollo de las barras.

Solución:

- a) Al revisar el espaciamento lateral de las barras $\phi 1 \frac{3}{8}$ se encuentra que la distancia libre entre barras es:

$$S_{\text{libre}} = 25 - 2(4 + 0.953 + 3.492) = 8.11 \text{ cm}$$

$$S_{\text{libre}} = 8.11 \text{ cm} \text{ ó } 2.32 d_b \text{ diámetros de barra}$$

El recubrimiento libre de las barras $\phi 1 \frac{3}{8}$ ", hasta la cara lateral de la viga es: $4.0 + 0.953 = 4.953 \text{ cm}$ o $1.42 d_b$ diámetros de barra y aquella hasta la parte superior de la viga es: $= (52 - 45) - 3.492/2 = 5.254 \text{ cm}$ o 1.5 diámetros de barra. Las ecuaciones cumplen las restricciones

establecidas en la segunda fila de la tabla 5.1. Entonces, para las barras superiores no recubiertas y utilizando concreto de dimensiones normal, se tienen los valores de:

$\alpha = 1.3$, $\beta = 1.0$ y $\lambda = 1.0$, a partir de la tabla 5.1:

$$\frac{l_d}{d_b} = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{20 \sqrt{f'_c}} \text{ o } \frac{l_d}{d_b} = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{5.31 \sqrt{f'_c}}$$

f'c en SI

f'c = Kg/cm²

Condición:

Espaciamento libre de barras que se desarrollan o empalman a $\geq 2 d_b$ y recubrimiento libre $\geq d_b$

$$\frac{l_d}{d_b} = \frac{4200 \cdot 1.3 \cdot 1.0 \cdot 1.0}{5.31 \sqrt{280}} = 61.45 = 62$$

Y la longitud de desarrollo es:

$$l_d = 62 \cdot 3.492/100 = 2.165$$

$$\Rightarrow l_d = 2.17 \text{ m}$$

Este valor puede reducirse por la relación del acero requerido a aquel suministrado, de manera que la longitud de desarrollo final es:

$$2.165 \cdot \frac{18.71}{20.12} = 2.01 \text{ m}$$

$$\therefore l_d = 2.0 \text{ m}$$

- b) Alternativamente, a partir de la parte inferior de la tabla 3.2-A, $l_d/d_b = 47$. La longitud requerida hasta el punto de corte es:

$$l_d = 47 \cdot \frac{3.492}{100} \cdot \frac{18.71}{20.12} = 1.53 \text{ m} \Rightarrow l_d = 1.5 \text{ m}$$

- c) Se utilizará ahora la ecuación más precisa (3.1). El



desplazamiento de centro a centro dentro de las barras $\phi 3/8"$ es: $= 25-2 (4 + 0.953+3.492/2) = 11.60$ cm la mitad de lo cual es 5.80 cm².

El recubrimiento lateral hasta el centro de la barra es $= 4+0.953 + 3.492/2 = 6.70$ cm y el recubrimiento superior es 7.0 cm. La más pequeña de estas tres controla y $c= 5.80$ cm. El fracturamiento potencial ocurriría en el plano horizontal de las barras, en el cálculo de A_{tr} se utilizara dos veces el área de la barra de los estribos. Con base en los estribos $\phi 3/8"$ espaciados a 12.5 cm:

$$K_{tr} = \frac{A_{tr} f_{yt}}{1500 s_n} \text{ o } K_{tr} = \frac{A_{tr} f_{yt}}{105.6 s_n}$$

$$K_{tr} = \frac{(0.71 \cdot 2) \cdot 4200}{105.6 \cdot 12.5 \cdot 2} = 2.26 \text{ cm y}$$

$$\frac{c + K_{tr}}{d_b} \leq 2.5 \rightarrow \frac{5.80 + 2.26}{3.492} = 2.31 \leq 2.5 \text{ CONFORME}$$

Este valor es menor que el valor límite de 2.5. Entonces, a partir de la ecuación (3.1)

$$\frac{l_d}{d_b} = \frac{3}{40} \frac{f_y}{n \sqrt{f'_c}} \left(\frac{\alpha \beta \gamma \lambda}{n \frac{c + K_{tr}}{d_b}} \right) \text{ o } \frac{l_d}{d_b} = \frac{1}{3.54} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \left(\frac{\alpha \beta \gamma \lambda}{n \frac{c + K_{tr}}{d_b}} \right)$$

$$\frac{l_d}{d_b} = \frac{1}{3.54} \cdot \frac{4200}{\sqrt{280}} \cdot \frac{1.3 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0}{2.31} = 39.9 \approx 40$$

y la longitud de desarrollo es:

$$l_d = 40 \cdot \frac{3.492}{100} \cdot \frac{18.71}{20.12} = 1.30 \text{ m}$$

En lugar de 2.0 m ya determinado claramente la utilización de la ecuación más precisa 3.1 permite una reducción considerable de la longitud de desarrollo. Aunque su uso exige mucho más tiempo y esfuerzo, esta queda justificada muchas veces en la estructura.

3.7 Desarrollo de Barras con Ganchos Sometidas a Tensión

Con referencia a la unión viga - columna ilustrada en la figura anterior, las barras negativas $\phi 1 3/8"$ deben extenderse dentro de la columna y terminan en un gancho estándar a 90°, manteniendo una distancia libre de 5 cm hasta la cara externa de la columna. El ancho de la viga es 40 cm. Determine la longitud mínima que debe empotrarse el gancho desde la cara de la columna y especifique los detalles del gancho.

Solución:

La longitud de desarrollo básica para las barras con gancho, medida a lo largo de la barra desde la sección crítica hasta la cara más alejada del gancho vertical, está determinada por la ecuación(5.5)

$$l_{dh} \geq \frac{0.0754 \beta \lambda f_y}{\sqrt{f'_c}} d_b$$

donde: $\beta = 1.2$ para barra con refuerzo y $\lambda = 1.3$ para agregados livianos. Para otros casos $\beta = 1$ y $\lambda = 1$

$$l_{dh} = 1200 \frac{d_b}{\sqrt{f'_c}} \text{ o } l_{dh} = 318 n \frac{d_b}{\sqrt{f'_c}}$$

TABLA 3.5 Factores que afectan la longitud de anclaje de ganchos estándar

Condición	Factor
a) Ganchos a 180° fabricados con varillas iguales o menores a la # 11 cuyo recubrimiento lateral es mayor que 6.5 y ganchos a 90° que satisfacen las condiciones anteriores y además tienen un recubrimiento detrás del extremo del gancho mayor que 5 cm.	0.7
b) Para ganchos de 90° en barras iguales o menores al # 11 encastadas con estribos perpendiculares a la barra con $s \leq 3 d_b$ a todo lo largo de l_{de} con el primer estribo ubicado a $\leq 2 d_b$ de la cara del gancho o con estribos paralelos a la barra con $s \leq 3 d_b$ a lo largo del gancho.	0.8
c) Para ganchos de 180° en barras # 11 o menores con estribos perpendiculares a la barra a todo lo largo de l_{de} y espaciados a $s \leq 3 d_b$ con el primer estribo a $2 d_b$ de la cara del gancho.	0.8
d) Ganchos ubicados en secciones donde el refuerzo provisto es mayor que el requerido.	$A_s \text{ provisto} / A_s \text{ requerido}$
e) Ganchos embutidos en concreto ligero.	1.3
f) Ganchos fabricados de acero con recubrimiento epóxico.	1.2

$$\rightarrow \lambda_{nb} = 318 \cdot 3.492 / \sqrt{280} = 66.36 \approx 66 \text{ cm.}$$

En este caso, el recubrimiento lateral para las barras $\phi 13/8"$ sobrepasa los 6.35 y el recubrimiento más allá de la barra doblada es adecuado, de manera que puede aplicarse un factor de modificación de 0.8. El único factor adicional aplicable es el correspondiente a refuerzo en exceso que resulta igual a 0.93. De acuerdo con esto la longitud de desarrollo mínima para las barras con gancho es:

$$\rightarrow l_{db} = 66 \cdot 0.8 \cdot 0.93 = 42.97 \approx 43 \text{ cm} \Rightarrow l_{db} = 43 \text{ cm}$$

Con una distancia disponible de: $52-5 = 47$ cm la longitud requerida está dentro de la columna. El gancho debe doblarse con un diámetro mínimo $8 d_b = 8 \cdot 3.492 = 27.94$ cm. Se especifica entonces un radio de doblamiento de 14 cm.

La barra continuará en la dirección vertical con una longitud de $12 d_b = 12 \cdot 3.492 = 41.90 \rightarrow 12 d_b = 42$ cm, o sea, 0.42 m más allá del final del doblez.

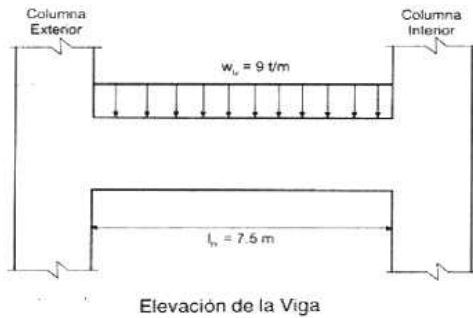
3.8 Longitud de Desarrollo a Flexión

Determine las longitudes de las barras superiores para el tramo exterior de la viga continua que se muestra debajo. El concreto es de poco peso normal y las barras son de Grado 60. La carga de gravedad factorizada total está uniformemente distribuida en la viga con $w_u = 9.0$ t/m (incluye el peso de la viga)

$$\begin{aligned} f'_c &= 280 \text{ kg/cm}^2 \\ f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 \\ b &= 40 \text{ cm} \\ h &= 55 \text{ cm} \end{aligned}$$

Recubrimiento del concreto = 4 cm

32



3.9 Cálculos y Discusiones

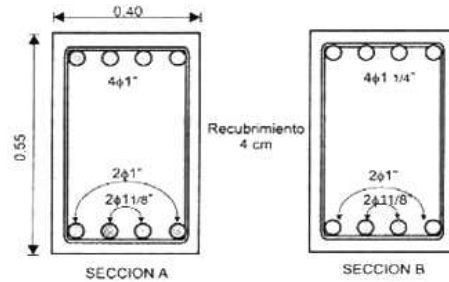
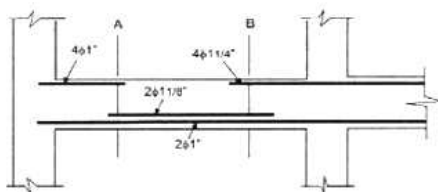
3.9.1 Diseño preliminar para el momento y refuerzo por corte.

- a. Se usa el análisis aproximado para el momento y corte..... (8.3.3 de ACI 38-05)

Ubicación	Momentos Factorizados y Cortantes
Cara interior del apoyo exterior	$-M_u = \frac{w_u l_n^2}{16} = \frac{9 \cdot 7.5^2}{16} = -31.64 \text{ t-m}$
Tramo exterior positivo	$+M_u = \frac{w_u l_n^2}{14} = \frac{9 \cdot 7.5^2}{14} = -36.16 \text{ t-m}$
Cara exterior del primer apoyo interior	$-M_u = \frac{w_u l_n^2}{10} = \frac{9 \cdot 7.5^2}{10} = -50.63 \text{ t-m}$
Cara exterior del primer apoyo interior	$V_u = 1.15 \frac{w_u l_n}{2} = 1.15 \cdot \frac{9 \cdot 7.5}{2} = 38.81 \text{ t}$

- b. Determine el refuerzo a flexión requerido usando el procedimiento de la parte 9 de esta publicación con 4 cm de recubrimiento, estribos $\phi 1/2"$ y barras a flexión de $\phi 1 1/8"$ o $\phi 1 1/4"$: $d = 55 - (4 + 1.27 + 3.226/2) = 48.21$ ó $d = 48.2 \text{ cm}$

M_u	A_s requerido	Barras	A_s proporcionado
- 31.64 t-m	19.02 cm ²	4 $\phi 1"$	20.24 cm ²
36.16 t-m	22.08 cm ²	2 $\phi 1"$ + 2 $\phi 1 1/8"$	23.02 cm ²
-50.63 t-m	32.67 cm ²	4 $\phi 1 1/4"$	32.76 cm ²



- c. Determinación del refuerzo de Corte Requerido:

$$V_u \text{ a una distancia "d" de la cara del apoyo.}$$

$$V_u = 38.81 - (9.0) \times 0.482 = 34.47 \text{ t}$$

$$\phi V_c = \phi (0.53 \sqrt{f'_c} b_w d) \quad \phi = 0.75$$

$$\phi V_c = 0.75 \left(0.53 \sqrt{280} \cdot 40 \cdot \frac{48.2}{1000} \right) = 12.82 \text{ t}$$

$$\text{Con: } S_{\max} = d/2 \rightarrow S_{\max} = 48.2/2 = 24.1 \text{ cm}$$

Probando con $\phi 1/2"$ @ 0.24 de espacamiento

$$\phi V_s = \frac{\phi A_v f_y d}{S}$$

$$\rightarrow \phi V_s = \frac{0.75 \cdot (2 \cdot 1.27) \cdot 4200 \cdot 48.2}{24 \cdot 10^3} = 16.07 \text{ t}$$

$$\phi V_n = \phi V_c + \phi V_s$$

$$\rightarrow \phi V_n = 12.82 + 16.07 = 28.89 \text{ t} < V_u = 34.47 \text{ t} \dots \text{NO!}$$

$$\text{Sea: } S = 0.20 \text{ m}$$

$$\phi V_s = \frac{0.75 \cdot (2 \cdot 1.27) \cdot 4200 \cdot 48.2}{20 \cdot 10^3} = 19.43 \text{ t}$$

$$\phi V_n = 12.82 + 19.13 = 32.25 \text{ t} < V_u = 34.47 \text{ t} \dots \text{NO!}$$

$$\text{Sea: } S = 0.15 \text{ m}$$

$$\phi V_s = \frac{0.75 \cdot (2 \cdot 1.27) \cdot 4200 \cdot 48.2}{15 \cdot 10^3} = 25.71 \text{ t}$$

$$\phi V_n = 12.82 + 25.71 = 38.53 \text{ t} > V_u 34.47 \text{ t} \dots \text{OK!}$$

Distancia del apoyo donde no se requieren estribos:

$$V_u < \frac{\phi V_c}{2}$$

$$\rightarrow V_u < \frac{12.82}{2} = 6.41 \text{ t} / V_u = 38.81 - 9x$$

$$38.81 - 9x = 6.41 \rightarrow x = 3.60 \text{ m}$$

∴ Usar estribos $\phi 1/2$ @ 0.20 (en todo el tramo)



3.9.2 Longitudes de barra para el refuerzo inferior:

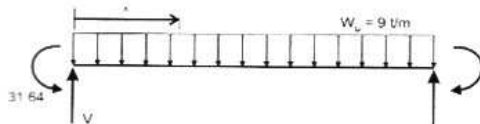
- a. Número de barras requeridas a ser extendidas en los apoyos

1/4 de $(+A_s)$ debe extenderse por lo menos 15 cm. Dentro de los apoyos. Con una barra longitudinal requerida en cada esquina de los estribos (12.130.3 ACI), por lo menos deben extenderse 2 barras de longitud continua:

Extender $2 \phi 1"$ en toda la longitud del tramo (más de 15 cm en los apoyos) y cortar las $2 \phi 1 \frac{1}{8}"$ del tramo.

- b. Determinación de la ubicación del corte para las $2 \phi 1 \frac{1}{8}"$ y verificación de los otros requisitos de desarrollo

El cortante y el diagrama de momento para la condición de carga que causa al máximo momento factorizado positivo se muestra debajo.



$$V(x) = V - 9x = 0 \rightarrow x = V/9 \dots (I)$$

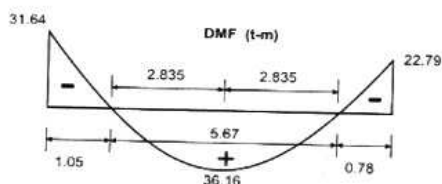
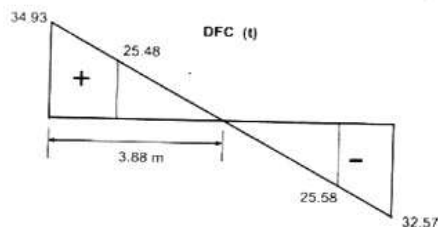
$$M(x) = V \cdot x - 31.64 - 4.5 x^2 \dots (II)$$

Dato:

$$\rightarrow M_{\max} = 36.16 \text{ t-m} \quad (I) \text{ en } (II)$$

$$V \left(\frac{V}{9} \right) - 31.64 - 4.5 \left(\frac{V^2}{81} \right) = 36.16 \rightarrow V = 34.93 \text{ t}$$

$$V = 34.93 \text{ t} \rightarrow x = 3.88 \text{ m}$$

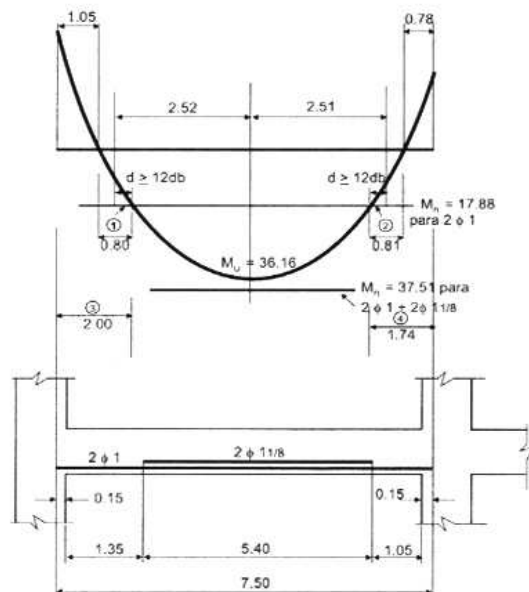


Como se muestra, las $2 \phi 1"$ se extienden en toda la longitud del tramo más de 15 cm dentro de los apoyos.

$$M(x) = 34.93 x - 31.64 - 4.5 x^2 = 0$$

$$\rightarrow X_1 = 1.05 \text{ m y } X_2 = 6.72 \text{ m}$$

La porción de momento positivo del diagrama M_u se muestra debajo a una escala más grande, incluso el momento resistente de diseño ϕM_n positivo para A_s total. ($2 \phi 1"$ y $2 \phi 1 \frac{1}{8}"$ y para $2 \phi 1"$ separadamente; y las dimensiones necesarias. Para $2 \phi 1"$ y $2 \phi 1 \frac{1}{8}"$, $\phi M_n = 37.51 \text{ t-m}$
Para $2 \phi 1"$, $\phi M_n = 17.58 \text{ t-m}$



Las $2 \phi 1 \frac{1}{8}"$ se cortarán tentativamente a 1.35 m y 1.05 m de los apoyos exterior e interiores respectivamente. La ubicación del corte tentativo son determinados como sigue:

Las dimensiones (1) y (2) debe ser el mayor de d o $12 d_b$.
 $d = 48.2 \text{ cm}$

$$12 d_b = 12 \cdot \left(\frac{2.865}{\phi 1 \frac{1}{8}} \right) = 34.38 \text{ cm}$$

$$\therefore d = 48.2 \text{ cm} \quad (\text{se elige el mayor})$$

Las dimensiones (3) y (4) deben ser iguales o mayores de l_d .

Dentro de la longitud de desarrollo l_d , solo se están desarrollando las $2 \phi 1"$

34

(Las 2 ϕ 1 1/8" se desarrollan en la longitud de 2.52 m)

El desarrollo de las barras de la esquina ϕ 1"

$$l_d = 47 d_b$$

$$\rightarrow l_d = 47 * (2.54) = 119.38 \text{ cm} = 1.19 \text{ m}$$

DIMENSION (3) 2.0 m > $l_d = 1.19 \text{ m}$ CONFORME

DIMENSION (4) 1.74 m > $l_d = 1.19 \text{ m}$ CONFORME

Verificación de la longitud de desarrollo requerida l_d para 2 ϕ 1 1/8".

NOTA: que las barras 2 ϕ 1" se desarrollan en la longitud de 1.22 m de la barra extrema.

ESPACIAMIENTO LIBRE ENTRE 2 ϕ 1 1/8":

$$[40-2(4) - 2(0.953) - 2(2.54) - 2(2.865)] / 3 = 6.428 \text{ cm} = 16.43 \text{ cm} = 2.24 d_b$$

Para barras ϕ 1 1/8", $l_d = 48 d_b$

$$\rightarrow l_d = 48 (2.865) / 100 = 1.38 \text{ m}$$

$$l_d = 1.38 \text{ m} < 2.52 \text{ m} \text{CONFORME}$$

Para barras ϕ 1", se verificará los requisitos de desarrollo de los puntos de inflexión (PI): (12.11.3 de ACI 318-02)

$$l_d \leq \frac{M_n}{V_u} + l_a$$

Para barras 2 ϕ 1":

$$M_n = \frac{17.58}{0.9} = 19.53 \text{ t-m}, \text{ a la izquierda del punto de}$$

inflexión PI:

$$V_u = 34.93 - 9 (1.05) = 25.48 \text{ t}$$

La = el mayor de 12 d_b o d
12 $d_b = 12 (2.54) = 30.48 \text{ cm}$
D = 48.2 cm (GOBIERNA)

$$l_d \leq \frac{19.53}{25.48} + 0.482 = 1.25 \text{ m}$$

Para barras ϕ 1", $l_d = 1.22 < 1.25 \text{ m}$ CONFORME

Á la derecha del punto de inflexión PI $V_u = 25.55 \text{ t}$; por inspección PI $V_u = 25.55 \text{ t}$ y por inspección las barras ϕ 1" también cumplen.

Con ambos puntos tentativos de corte ubicados en una zona de tensión por flexión, debe satisfacer una de las tres condiciones de (12.10.5 - ACI 318-05)

A la Izquierda del Punto de Corte (1.35m del apoyo):

$$V_u = 34.93 - 9 (1.35) = 22.78 \text{ t}$$

$$\phi V_n = 36.38 \text{ t (Estritos en U } \phi 1/2" @ 0.20)$$

$$2/3 (36.38) = 24.25 \text{ t} > 22.78 \text{ t} \text{12.10.5.1 (del código ACI)}$$

Para los propósitos ilustrativos, se determinaba si la condición de 12.10.5.3 del código ACI 318-05 es también satisfecho:

Sea $x = 1.35$ del apoyo

$$M_{(x=1.35)} = 34.93 (1.35) - 31.64 - 4.5 (1.35)^2 = 7.31 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow M_u = 7.31 \text{ t-m a } 1.35 \text{ del apoyo}$$

$$A_s \text{ requerido} = 4.09 \text{ cm}^2$$

$$\text{Para } 2 \phi 1", A_s \text{ proporcionado} = 10.12 \text{ cm}^2$$

$$10.12 \text{ cm}^2 > 2(4.09) = 8.18 \text{ cm}^2 \text{Ok!}$$

Por consiguiente, 12.10.5.3 ACI es también satisfecho para la ubicación del corte.

A la derecha del punto de Corte (1.05 m del Apoyo)

$$V_u = 32.57 - 9 (0.78) = 25.55 \text{ t}$$

$$\frac{2}{3} (\phi V_n) = 24.25 \text{ t} > 25.55 \text{ t} \text{ CONFORME}$$

RESUMEN:

Las ubicaciones en los cortes tentativos para las barras inferiores reúnen todos los requisitos de desarrollo del código.

Las 2 ϕ 1 1/8" * (2.52+2.51) = 5.03 = 5.0 m tendrían que ser opuestos antisimétricamente dentro del tramo. Para asegurar la colocación apropiada de las barras ϕ 1 1/8", sería prudente especificar una longitud de (2.835 + 2.835 = 5.67 m) para la colocación de la barra simétricamente dentro del tramo, es decir 1.05 de cada apoyo.

Los extremos de las barras cortadas serían entonces o cerca de los puntos de inflexión, así, eliminando la necesidad de satisfacer las condiciones de 12.10.5 ACI cuando las barras se terminan en una zona de tensión. La disposición de la barra recomendada se muestra al final del ejemplo.

3.9.3 Longitudes de la barra para el refuerzo superior:

El cortante y el diagrama de momento para la condición de carga que causa el máximo momento factorizado negativo se muestra debajo.

La porción del momento negativo del diagrama M_u se muestra debajo a una escala grande incluso del momento negativo del diagrama M_u se muestra debajo a una escala grande incluso el momento resistente de diseño ϕM_n para se muestra debajo.

se muestra debajo.

La proporción del momento negativo, del diagrama M_u se muestra debajo a una escala grande incluso del momento negativo del diagrama M_u se muestra debajo a una escala grande incluso el momento resistente de diseño ϕM_n para el A_s total negativo del apoyo ($4\phi 1$: del apoyo exterior y $4\phi 1\frac{1}{4}$ del apoyo interior) y $2\phi 1\frac{1}{4}$ para el apoyo interno; y las dimensiones necesarias.

PARA $4\phi 1$: $\phi M_n = 33.45 \text{ t-m}$

PARA $4\phi 1\frac{1}{4}$: $\phi M_n = 50.71 \text{ t-m}$

PARA $2\phi 1\frac{1}{4}$: $\phi M_n = 27.60 \text{ t-m}$

3.9.4 Requisitos de desarrollo para $4\phi 1$ para el apoyo exterior

NUMERO DE BARRAS REQUERIDAS A SER EXTENDIDAS

$1/3$ de $(-A_s)$ proporcionado en los apoyos debe extenderse más allá del punto de inflexión a una distancia igual al mayor de d , $12d_b$ o $l_n/16$

$$\begin{aligned} d &= 0.482 \text{ m (GOBIERNO)} \\ 12d_b &= 12(0.0254) = 0.3048 \text{ m} \\ l_n/16 &= 7.5/16 = 0.469 \text{ m} \end{aligned}$$

Puesto que el punto de inflexión se localiza a 1.23 m del apoyo. La longitud total de las barras $\phi 1$ será relativamente corta incluso con el requisito de 0.482 m de extensión más allá del punto de inflexión. Se verificará la longitud de desarrollo l_d para la ubicación del corte una distancia de 1.71 de la cara del apoyo.

La Dimensión (S) debe ser por lo menos igual a l_d .

Para barras $\phi 1$

$$l_d = 47 d_b$$

$$\rightarrow l_d = 47 d_b (2.54/100) = 1.19 \text{ m}$$

con $4\phi 1$ que se desarrollan en la misma dirección (cara del apoyo):
incluyendo el efecto de las barras superiores

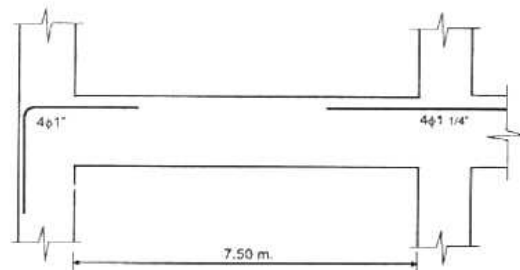
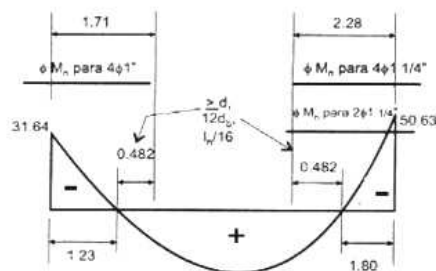
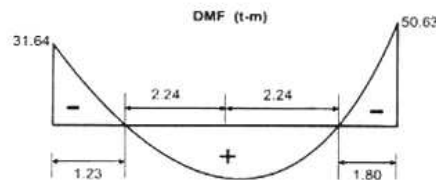
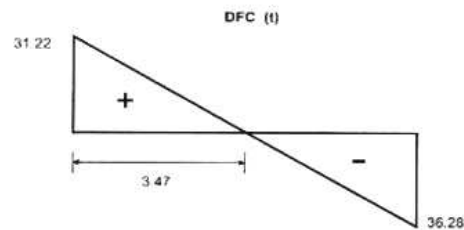
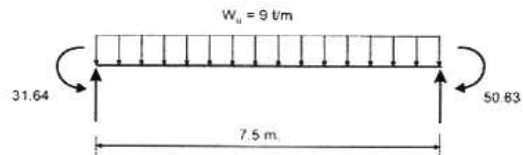
$$l_d = 1.3 (1.22) = 1.59 \text{ m} \approx 1.60 \text{ m}$$

para barras superiores $\phi 1$

$$l_d = 1.60 \text{ m} < 1.71 \text{ m} \dots \dots \dots \text{CONFORME}$$

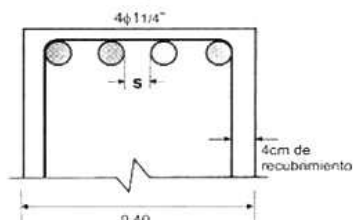
b. ANCLAJE DE LA COLUMNA EXTERIOR:

Las barras de $\phi 1$ pueden anclarse dentro de la columna con un gancho estándar en el extremo. Con $l_{nb} = 47.5 \text{ cm}$, para gancho de 90° con recubrimiento lateral $\geq 2 - 1/2$ (6.30 cm), recubrimiento en el extremo ≥ 2 (5 cm), un factor de modificación de 0.7 es aplicado (12.5.3.2 ACI). Si embargo la longitud de desarrollo total requerida embebida es $l_{dn} = 0.7(47.5) = 33.25 \text{ cm}$ para una barra de $\phi 1$ enganchada. La profundidad total de la columna requerida sería de



3.9.5 Requisitos de desarrollo para 4 ϕ 1 1/4" para el apoyo de interiores

a. LA EXTENSIÓN REQUIERE DE 1/3 (A_s)



$$d = 48.2 \text{ cm (GOBIERNA)}$$

$$12d_b = 12 \cdot \left(\frac{3.226}{\phi 1 1/4"} \right) = 38.71 \text{ cm}$$

$$l_d/16 = 750/16 = 46.88 \text{ cm}$$

Para barras ϕ 1 1/4", el espaciamiento libre es:
 $= [40 - 2(4) - 2(1.27) - 4(3.226)]/3 = 5.52 \text{ cm} = 1.71d_b > d_b$

ESPACIAMIENTO CENTRO A CENTRO = $2.71 d_b$
 RECUBRIMIENTO = $4 + 1.27 = 5.27 \text{ cm} = 1.63 d_b + 0.5 d_b = 2.13 d_b$

Con refuerzo de corte mínimo proporcionado (incluso el efecto de las barras superiores).

$$l_d = 1.3 (48 d_b)$$

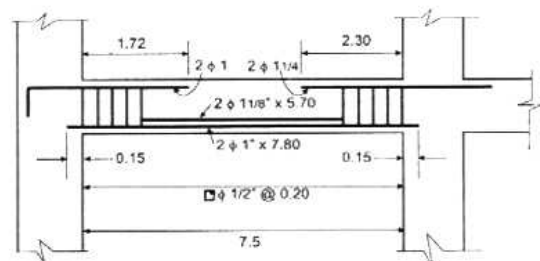
$$\rightarrow l_d = 1.3 \left(48 \cdot \frac{3.226}{100} \right) = 2.01 \text{ m} \rightarrow l_d \approx 2.0 \text{ m}$$

DIMENSION (6):

$$= 1.80 + 0.482 = 2.28 \text{ m} > l_d = 2.0 \text{ m} \dots \dots \dots \text{conforme}$$

3.9.6. Resumen:

Las longitudes de las barras seleccionadas superiores e inferiores son mostradas debajo
 Ejemplo para zonas de menor riesgos sísmico (Iquitos)



3.9.7 Requisitos Suplementarios: (12.11.2 de ACI)

Si la viga fuera parte de un sistema que resiste una carga lateral primaria, las barras 2 ϕ 1" inferiores que se extienden en los apoyos, tendrían que ser fijadas para desarrollar el esfuerzo de fluencia de la barra en la cara de los apoyos. En la columna exterior, el anclaje puede proporcionarse por un gancho estándar en el extremo. El ancho mínimo del apoyo (profundidad total de la columna) requerido para el anclaje de la barra ϕ 1" con un gancho estándar es función de la longitud de desarrollo básica l_{db} de la tabla 4-4, y de los factores de modificación apropiado (12.5.3.2 a 12.5.3.5)

$$0.7 \left(\frac{47.5}{19} \right) = 33.25 \text{ cm para ganchos de } 90^\circ \text{ con 5 cm de recubrimiento en el extremo del gancho (12.5.3.2)}$$

$$(0.7)(0.8)(47.5) = 26.6 \text{ cm para ganchos de } 90^\circ \text{ con 5 cm de recubrimiento en el extremo del gancho encerrados dentro de los lazos o estribo -lazo espaciados a no más de } 3d_b \text{ (12.5.3.3)}$$

En la columna interior las barras 2 ϕ 1" podrían extenderse una distancia l_d más allá de la cara de apoyo del tramo adyacente o trasape empalmado con las barras extendidas del tramo adyacente, considere un empalme clase A adecuado para satisfacer la intención de 12.11.2

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com
PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA
UJCM-ING.CIVIL

CAPITULO 4

RESISTENCIA A LA FLEXIÓN DE SECCIONES SIMÉTRICAS DE FORMA CUALQUIERA

Estas secciones tienen el plano de flexión en el plano de simetría. El procedimiento general para encontrar la resistencia de la sección consiste en obtener por un proceso iterativo un estado de deformaciones tal que la sección esté en equilibrio de fuerzas horizontales, es decir que la suma de las fuerzas de compresión que actúa en la sección transversal sea igual a la suma de las fuerzas de tracción.

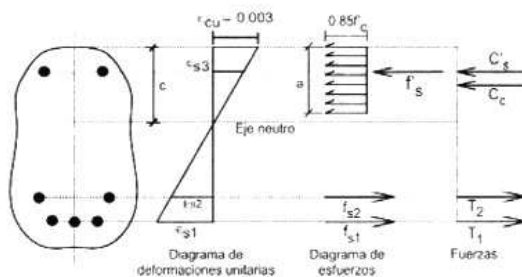
Cuando la forma de la zona de compresión no se presta a una determinación sencilla de sus características (área y centro de gravedad), conviene dividirla en franjas pequeñas paralelas al eje neutro.

Las fuerzas de compresión y de tracción en el acero se calculan mediante:

$$C'_s = A'_s f'_s \text{ donde } f'_s = E'_s \epsilon'_s \leq f_y$$

$$T_s = A_s f_s \text{ donde } f_s = E_s \epsilon_s \leq f_y$$

Una vez establecido el equilibrio se encuentra el momento de todas las fuerzas internas con respecto a un eje cualquiera perpendicular al plano de flexión; dicho momento es la resistencia de la sección.



Las hipótesis fundamentales son las mismas que hemos considerado anteriormente.

1. La deformación de la fibra extrema del concreto comprimido es $\epsilon_{cu} = 0.003$
2. Distribución lineal de las deformaciones para cualquier estado de esfuerzos.
3. Se puede utilizar la distribución rectangular equivalente de esfuerzos en lugar de la distribución real.

4.1 Procedimiento:

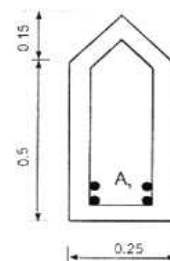
1. Se asume un valor "c" de la profundidad del eje neutro y se determina las deformaciones en las diversas capas de acero.

2. Se encuentra los esfuerzos en las diversas capas de acero.
3. Se encuentran todas las fuerzas de compresión tanto en el acero como en las áreas de concreto, y las fuerzas de tracción en los aceros respectivos.
4. Se establece un valor de $R=C-T$ para el valor asumido de la profundidad del eje neutro.
5. De acuerdo al valor del paso 4, se realiza otro proceso iterativo con un nuevo valor asumido de la profundidad del eje neutro. Se continúa el mismo proceso iterativo hasta obtener un valor de la profundidad del eje neutro tal que $R=C-T$ sea pequeño y despreciable ($R \approx 0$). Se consideran para el valor último asumido de "c" las fuerzas de compresión y tracción.
6. Se encuentra el momento de todas las fuerzas internas con respecto a un eje cualquiera perpendicular al plano de flexión; dicho momento es la resistencia nominal de la sección. La resistencia de diseño es $M_u = \phi M_n$

4.2 Aplicaciones:

Aplicación N°01:

Para la sección de viga que se muestra en la figura:



- a) ¿Cuál es el valor máximo del acero en tracción que permite el código ACI?
- b) Si el acero en tracción es de 4 varillas No. 9, ¿Cuál es el momento confiable?

Datos: $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

Solución:

- a) De acuerdo al ACI, $A_s \text{ máx} = 0.75 A_{sb}$

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{4200}{2 \times 10^6} = 0.0021$$

38

$$\frac{c_b}{0.003} = \frac{d}{0.003 + 0.0021}$$

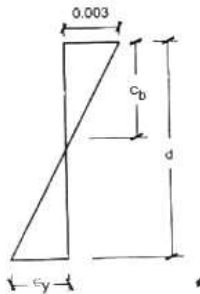
$$d = 65 - (4 + 0.95 + 1.5 \cdot 2.54) = 56.24 \text{ cm} \quad (2 \text{ capas con } \phi 1")$$

$$c_b = \frac{0.003}{0.0051} \cdot 56.24 = 33.08 \text{ cm}$$

$$a_b = 0.8c_b = 26.47 \text{ cm}$$

Por equilibrio: $T = C$

$$A_{sb}f_y = 0.85f'_c A_c$$



donde,

$$A_c = 15 \cdot \frac{25}{2} + (26.47 - 15) \cdot 25 = 474.25 \text{ cm}^2$$

$$A_{sb} = \frac{0.85 \cdot 0.35 \cdot 474.25}{4.2} = 33.59 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \text{ max}} = 0.75A_{sb} = 0.75 \cdot 33.59 = 25.19 \text{ cm}^2$$

Considerando A_s en una capa con ϕ No. 9:

$$\phi \text{ No. 9} = 2.86 \text{ cm}, A_s = 6.41 \text{ cm}^2, \\ b = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 0.95 + 4 \cdot 2.86 + 3 \cdot 2.86 = 29.92 \text{ cm}$$

4 cm índice recubrimiento; 0.95 el estribo, 4 x 2.86 el acero y 3 x 2.86 separación.

Entonces acero en 2 capas CONFORME. Porque es mayor que 25 cm

$$b) \text{ Con } A_s = 4 \phi \text{ No. 9} = 25.64 \text{ cm}^2 > A_{s \text{ max}} \\ = 25.19 \text{ cm}^2, \text{ NO ES CONFORME}$$

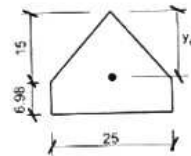
$$25.64 \text{ cm}^2 < A_{sb} = 33.59 \text{ cm}^2,$$

entonces falla por inicio de acero en tracción.

Por equilibrio: $T = C$

$$A_s f_y = 0.85 f'_c A_c \Rightarrow A_c = \frac{25.64 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.35} = 361.98 \text{ cm}^2$$

$$A_c = 15 \cdot \frac{25}{2} + (a - 15) \cdot 25 = 361.98 \text{ cm}^2 \\ \Rightarrow a = 21.98 \text{ cm}$$



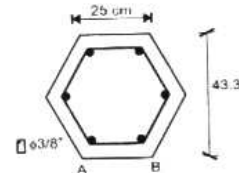
$$y_o = \frac{(25 \cdot 15 / 2) \cdot 2 / 3 + 25 \cdot 6.98 \cdot (15 + 3.49)}{361.98} = 14.09 \text{ cm}$$

$$M_u = \phi A_s f_y (d - y_o) = 0.9 \cdot 25.64 \cdot 4.2 \cdot (0.5624 - 0.1409) \\ = 40.85 \text{ t-m}$$

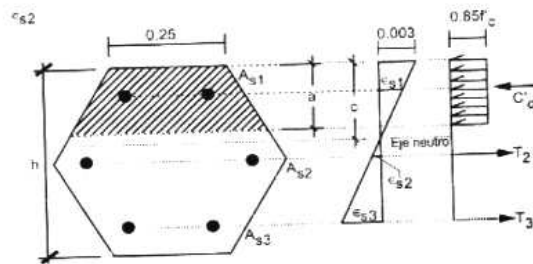
Aplicación N° 02:

Para la sección de columna que se muestra en la figura adjunta, determine la resistencia confiable a flexión, sabiendo que AB está en tracción y las cargas están aplicadas en el plano vertical de simetría.

Considere, $A_s = 6 \phi 1"$, $f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$. (HEXÁGONO REGULAR)



Solución:



$$A_{s1} = 2\phi 1" = 2 \cdot 5.07 = 10.14 \text{ cm}^2, \\ d_1 = 4 + 0.95 + 2.54/2 = 6.22 \text{ cm}$$

$$A_{s2} = 2\phi 1" = 10.14 \text{ cm}^2, \quad d_2 = h/2 = 21.65 \text{ cm}$$



$$A_{s3} = 2\phi 1" = 10.14 \text{ cm}^2, \quad d_3 = 43.3 - 6.22 = 37.08 \text{ cm}$$

Expresando el área en compresión del concreto en función de "a", tenemos:

$$A_c = 25a + 0.577a^2 \quad (\text{en cm}^2), \quad "a" \text{ en cm}$$

Luego, la fuerza en compresión del concreto (C_c) será:
 $C_c = 0.85f'_c A_c = 5.95a + 0.137a^2$ (en t)

Los esfuerzos en el acero estarán dados por la siguiente expresión:

$$f_{si} = 6 \frac{(c - d_i)}{c}; \text{ t/cm}^2, \quad "c" \text{ y } "d_i" \text{ en cm}$$

1era. iteración: $a = d/5 = 37.08/5 = 7.42 \text{ cm}$

$$\Rightarrow C_c = 5.95a + 0.137a^2 = 51.69 \text{ t}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{a}{0.85} = 8.73 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = 6 \frac{(8.73 - 6.22)}{8.73} = 1.725 \text{ t/cm}^2$$

$$\Rightarrow C_{s1} = 10.14 \cdot 1.725 = 17.49 \text{ t}$$

$$f_{s2} = -8.87 \Rightarrow f_{s2} = -f_y = -4.2 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T_{s2} = 42.59 \text{ t}$$

$$f_{s3} = -f_y = -4.2 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T_{s3} = 42.59 \text{ t}$$

$$\Sigma C = 69.18 \text{ t}; \quad \Sigma T = 85.18 \text{ t}$$

$$\Sigma C - \Sigma T = -16.00 \text{ t}$$

Por lo tanto, aumentar "a".

2da. iteración: $a = 8.6 \text{ cm}$

$$\Rightarrow C_c = 61.30 \text{ t} \quad c = \frac{a}{0.85} = 10.12 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = 6 \frac{(10.12 - 6.22)}{10.12} = 2.312 \text{ t/cm}^2$$

$$\Rightarrow C_{s1} = 10.14 \cdot 2.312 = 23.45 \text{ t}$$

$$f_{s2} = -6.84 \Rightarrow f_{s2} = -f_y = -4.2 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T_{s2} = 42.59 \text{ t}$$

$$f_{s3} = -f_y = -4.2 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T_{s3} = 42.59 \text{ t}$$

$$\Sigma C = 84.75 \text{ t}; \quad \Sigma T = 85.18 \text{ t}$$

$$\Sigma C - \Sigma T = -0.43 \text{ t} = 0, \text{ CONFORME}$$

$$\text{Luego, } M_n = C_c(d - Y_o) + C_{s1}(d - d_1) - T_{s2}(d - d_2)$$

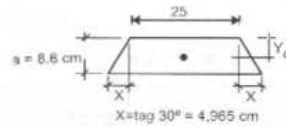
$$Y_o = \frac{8.6 \cdot (25 \cdot 8.6) + (\frac{2}{3} \cdot 8.6) \cdot (8.6 \cdot 4.965)}{(25 \cdot 8.6) + (8.6 \cdot 4.965)}$$

$$Y_o = 4.54 \text{ cm}$$

$$M_n = 61.30(0.3708 - 0.0454) + 23.45(0.3708 - 0.0622) - 42.59(0.3708 - 0.2165)$$

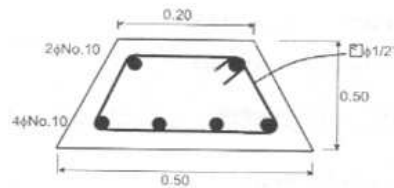
$$M_n = 20.61 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$M_u = \phi M_n = 18.55 \text{ t} \cdot \text{m}$$

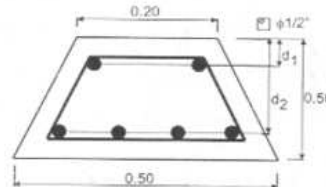


Aplicación N°03:

Para la sección de viga que se muestra en la figura, determine el momento confiable, considere, $f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 3500 \text{ Kg/cm}^2$.



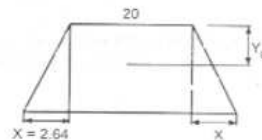
Solución:



$$A_{s1} = 2 \cdot 7.92 = 15.84 \text{ cm}^2, \quad d_1 = 4 + 1.27 + \frac{3.18}{2} = 6.86 \text{ cm}$$

$$A_{s2} = 4 \cdot 7.92 = 31.68 \text{ cm}^2, \quad d_2 = 43.14 \text{ cm}$$

$$A_c = 20 \cdot a + X \cdot a \Rightarrow A_c = 20 \cdot a + 0.3 \cdot a^2$$



$$\frac{x}{a} = \frac{15}{50} \Rightarrow X = 0.3 \cdot a$$

$$C_c = 0.85 \cdot f'_c A_c = 0.85 \cdot 0.42 \cdot (20 \cdot a + 0.3 \cdot a^2)$$

$$C_c = 7.14 \cdot a + 0.1071 \cdot a^2$$

$$f_{si} = 6 \cdot \frac{(c - d_i)}{c} \text{ t/cm}^2 \Rightarrow f_{si} = \frac{6 \cdot (a \cdot \beta_1 - d_i)}{a}$$

$$C_c = 69.59 \text{ t}$$

40

$$a = \frac{d}{5} = \frac{43.14}{5} = 8.63 \text{ cm} \Rightarrow c = \frac{a}{0.75} = 11.50 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = 2.42 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow c_{s1} = f_{s1} \cdot A_{s1} = 38.35 \text{ t}$$

$$f_{s2} = -16.50 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T_2 = 3.5 \cdot 31.68 = 110.88 \text{ t}$$

$$R = \Sigma C - \Sigma T = C_c + C_{s1} - T_2 = -2.94 \text{ t}$$

$$a = 8.8 \text{ cm} \Rightarrow C_c = 71.13 \text{ t}$$

$$c = 11.73 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = 2.49 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow C_{s1} = 39.45 \text{ t}$$

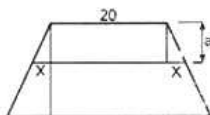
$$f_{s2} = -3.5 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T = 110.88 \text{ t}$$

$$R = -0.3 = 0 \quad \text{conforme}$$

$$M_u = \phi M_n$$

$$M_n = C_c \cdot (d - y_o) + C_{s1} \cdot (d - d_1)$$

pero:



$$y_o = \frac{20 \cdot 8.8 \cdot 4.4 + 2.64 \cdot 8.8 \cdot 2/3 \cdot 8.8}{176 + 23.23} = 4.57 \text{ cm}$$

$$M_n = 71.13 \cdot (0.4314 - 0.0457) + 39.45 \cdot (0.4314 - 0.0686)$$

$$M_n = 41.75 \text{ t-m}$$

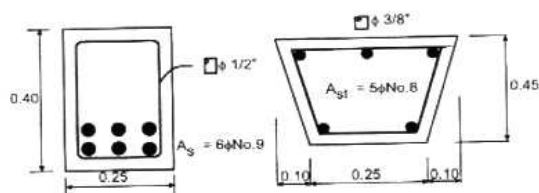
$$M_u = 37.57 \text{ t-m}$$

Aplicación N° 04:

Para las secciones de viga que se muestran en la figura, determine el momento nominal e indique el tipo de falla.

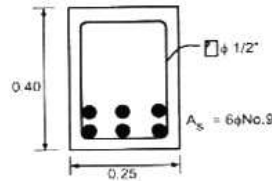
$$f'_c = 350 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 3500 \text{ Kg/cm}^2$$



Solución:

a)



$$A_\phi = 6.41 \text{ cm}^2$$

$$\phi = 2.86 \text{ cm}$$

$$A_s = 38.46 \text{ cm}^2$$

$$d = 40 - (4 + 1.27 + 2.86 + 1.27)$$

$$d = 30.6 \text{ cm}$$

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{38.46}{25 \cdot 30.6} = 0.05027$$

$$\rho_b = \beta_1 \cdot 0.85 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{6000}{6000 + f_y} = 0.80 \cdot 0.85 \cdot \frac{350}{3500} \cdot \frac{6000}{9500}$$

$$\rho_b = 0.04295$$

$$\rho > \rho_b \therefore \text{FALLA FRAGIL} \Rightarrow f_s < f_y$$

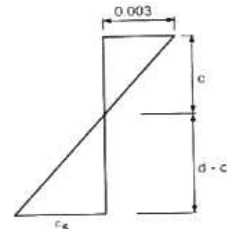
$$\text{Por EQUILIBRIO: } C_c = T \Rightarrow 0.85 \cdot f'_c \cdot b \cdot a = A_s \cdot f_s \dots (1)$$

$$\frac{\epsilon_s}{d - c} = \frac{0.003}{c}$$

$$f_s = \epsilon_s E_s = 6 \cdot \frac{(d - c)}{c} = 6 \cdot \frac{(\beta_1 d - a)}{a} \text{ t/cm}^2$$

$$\text{En (1): } 0.85 \cdot f'_c \cdot b \cdot a^2 = A_s \cdot 6 \cdot \beta_1 \cdot d - A_s \cdot 6 \cdot a$$

$$0.85 \cdot f'_c \cdot b \cdot a^2 + A_s \cdot 6 \cdot a - A_s \cdot 6 \cdot \beta_1 \cdot d = 0$$



$$0.85 \cdot 0.35 \cdot 2.5 \cdot a^2 + 38.46 \cdot 6 \cdot a - 38.46 \cdot 6 \cdot 0.8 \cdot 30.6 = 0$$

$$7.4375 \cdot a^2 + 230.76 \cdot a - 5649.00 = 0$$

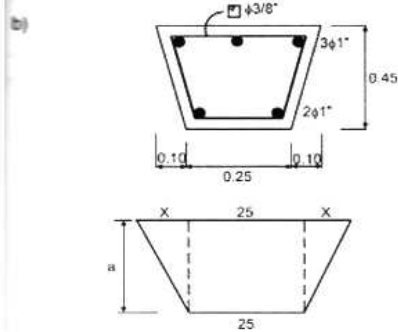
$$\Rightarrow a^2 + 31.03 \cdot a - 759.53 = 0$$

$$a = 16.11 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow f_s = 6 \cdot \frac{(0.80 \cdot 30.6 - 16.11)}{16.11} = 3.12 \text{ t/cm}^2$$

$$M_n = A_s \cdot f_s \left(d - \frac{a}{2} \right) = 38.46 \cdot 3.12 \cdot \left(0.306 - \frac{0.1611}{2} \right)$$

$$= 27.05 \text{ t-m}$$



Momento Negativo

$$A_s' = 15.21 \text{ cm}^2 \quad d_1 = 4 + 0.95 + 1.27 = 6.22 \text{ cm}$$

$$A_s = 10.14 \text{ cm}^2 \quad d_2 = 38.78 \text{ cm}$$

$$f_c' = 3500 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 3500 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Semejanza } \frac{x}{a} = \frac{10}{45} \Rightarrow x = \frac{2}{9} \cdot a \quad A_c = 25 \cdot a + \frac{2}{9} \cdot a^2$$

$$C_c = 0.85 \cdot f_c' \cdot A_c = 0.85 \cdot 0.35 \cdot A_c$$

$$C_c = 7.4375 \cdot a + 0.0661 \cdot a^2 \quad (1)$$

$$f_{s1} = \frac{6 \cdot (a - \beta_1 \cdot d_1)}{a} \text{ t/cm}^2 \quad (2)$$

$$a = \frac{d}{5} = \frac{38.78}{5} = 7.8 \text{ cm} \quad C_c = 62.03 \text{ t}$$

$$f_{s1} = \frac{6 \cdot (7.8 - 0.8 \cdot 6.22)}{7.8} = 2.17 \text{ t/cm}^2$$

$$\Rightarrow C_{s1} = A_{s1} \cdot f_{s1} = 33.01 \text{ t}$$

$$f_{s2} = \frac{6 \cdot (7.8 - 0.8 \cdot 38.78)}{7.8} = -17.80 \text{ t/cm}^2$$

$$\Rightarrow f_y = 3.5 \text{ t/cm}^2$$

$$\therefore T_2 = A_{s2} \cdot f_y = 35.49 \text{ t}$$

$$R = C_c + C_{s1} - T_2 = 62.03 + 33.01 - 35.49 = 59.55 \text{ t}$$

Por tanto reducir "a", "R" tiene que ser cero

$$\text{Con } a = 4.85 \text{ cm} \Rightarrow C_c = 37.63 \text{ t}$$

$$f_{s1} = -0.16 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T_1 = 2.37 \text{ t}$$

$$\Rightarrow T_2 = 35.49 \text{ t}$$

$$R = -0.23 \text{ t}$$

CONFORME

$$\text{Luego } y_c = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)(25a) + \left(\frac{2}{9}\right)an \cdot \frac{2}{9}a}{25a + \frac{2}{9}an}$$

$$a = 4.85 \Rightarrow y_o = 2.35 \text{ cm} = 0.0235$$

$$M_n = C_c(d - y_o) - T_1(d - d_1)$$

$$M_n = 37.63 \cdot (0.3878 - 0.0235) - 2.37(0.3878 - 0.062)$$

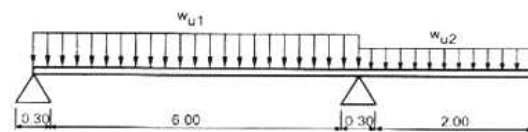
$$M_n = 12.94 \text{ t-m}$$

Aplicación N° 05:

Diseñar la vigueta que se muestra en la figura. Considere para el tramo de 6.0 m una sobrecarga de 250 kg/m² y para el voladizo una sobrecarga de 400 kg/m², tabiquería = 120 kg/m²; aligerado de 0.25 m; $f_c' = 210 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.



Solución:



$$f_c' = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Aligerado de 0.25m

$$W_{u1}: P \cdot P_{\text{alig}} = 350 \text{ Kg/m}^2 \quad (\text{peso propio})$$

$$\text{acabado} = 100 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{tabiquería} = 120 \text{ Kg/m}^2$$

$$W_D = 570 \text{ Kg/m}^2$$

$$s/c = 250 \text{ Kg/m}^2$$

$$w_{u2} = 1.2(0.57) + 1.6(0.4) = 1.324 \text{ t/m}$$

$$w_{u2v} = 0.4 w_{u2}$$

$$w_{u2v} = 0.5296 \text{ t/m}$$

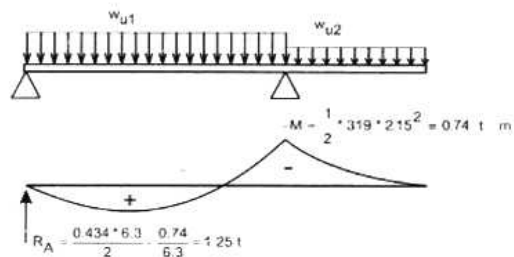
$$w_{Du2v} = 0.319 \text{ t/m}$$

$$w_{u1} = 1.084 \text{ t/m}$$

$$w_{u1y} = 0.4(w_{u1}) = 0.4(1.084) = 0.434$$

$$w_{Du1y} = 0.434 \text{ t/m}$$

$$(-)M_{u \text{ diseño}} = 0.5296 \cdot \frac{2^2}{2} = 1.06 \text{ t-m}$$



$$V_x = 1.42 - 0.434 \cdot X_o = 0 \Rightarrow X_o = 3.27 \text{ m}$$

42

$$+M_{u \max} = 1.42 \cdot 3.27 - 0.434 \cdot \frac{2.91^2}{2} = 2.81 \text{ t-m}$$

Diseño:

$$(-)M_u = 1.06 \text{ t-m} \Rightarrow a = \frac{d}{5} = 4.47 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 1.394 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 3.28 \text{ cm}$$

$$d = 25 - \left(2 + \frac{1.27}{2} \right) = 22.37 \text{ cm}$$

$$A_s = 1.52 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 3.58 \text{ cm} \quad \text{Usar } 1 \phi 1/2" + 1 \phi 3/8"$$

$$(+M_u) = 2.81 \text{ t-m} \Rightarrow a = 1.6 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 3.45 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 1.56 \text{ cm conforme}$$

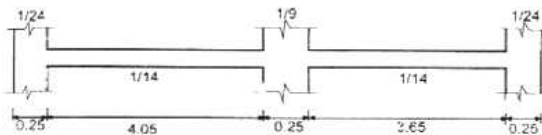
$$\text{Usar } 1 \phi 3/4" + 1 \phi 3/8" (2.85 + 0.71 = 3.56 \text{ cm}^2)$$

$$+A_s \Rightarrow \leq 2 \text{ varillas}$$

$$-A_s \Rightarrow \leq 3 \text{ varillas}$$

Aplicación N° 06:

Diseñar la losa aligerada de 0.17 m que se muestra en la figura.



$$\text{P.P. aligerado} = 0.280 \text{ t/m}^2$$

$$\text{acabado} = 0.10 \text{ t/m}^2$$

$$\text{tabiquería} = 0.12 \text{ t/m}^2$$

$$W_D = 0.50 \text{ t/m}^2$$

$$W_L = 0.20 \text{ t/m}^2$$

$$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Por viga: } w_{uv} = 0.4 \cdot (1.2 \cdot 0.5 + 1.6 \cdot 0.2) = 0.368 \text{ t/m}$$

$$\frac{1}{14} \cdot 0.368 \cdot 4.05^2 = 0.43 \text{ t/m}$$

$$\frac{1}{14} \cdot 0.368 \cdot 3.65^2 = 0.35 \text{ t/m}$$

$$\frac{1}{24} \cdot 0.368 \cdot 4.05^2 = 0.25 \text{ t/m} \quad \frac{1}{24} \cdot 0.368 \cdot 3.65^2 = 0.2 \text{ t/m}$$

$$\frac{1}{9} \cdot 0.368 \cdot 3.85^2 = 0.61 \text{ t/m}$$

Diseño:

$$(-)M_u = 0.61 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{d}{5} = 2.9 \text{ cm} \Rightarrow A_s = \frac{0.61 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot 0.9 \cdot 14.525}$$

$$d = 17 - \left(2 + \frac{0.95}{2} \right) = 14.525 \text{ cm}$$

$$A_s = 1.23 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = \frac{1.4 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.21 \cdot 10} = 2.89 \text{ cm}$$

$$d - \frac{a}{2} = 13.08 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 1.23 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 2.89 \text{ cm}$$

Conforme

$$\Rightarrow \text{Usar } 2 \phi 3/8" (1.42 \text{ cm}^2)$$

$$(-)M_u = 0.25 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{0.25}{0.61} \cdot 2.89 = 1.18 \text{ cm} \Rightarrow d - \frac{a}{2} = 13.933 \text{ cm}$$

$$A_s = 0.47 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 1.1 \text{ cm}$$

Conforme

$$\Rightarrow \text{Usar } 1 \phi 3/8" (0.71 \text{ cm}^2)$$

$$(-)M_u = 0.2 \text{ t-m} \Rightarrow \text{Usar } 1 \phi 3/8"$$

$$(+M_u) = 0.43 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{0.43}{0.61} \cdot \frac{2.89}{4} = 0.509 \text{ cm} \Rightarrow d - \frac{a}{2} = 11.27 \text{ cm}$$

$$A_s = 0.79 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 0.47 \text{ cm conforme Usar } 1 \phi 1/2"$$

$$(+M_u) = 0.35 \text{ t-m} \Rightarrow a = 0.42 \text{ cm} \Rightarrow d - \frac{a}{2} = 14.315 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A_s = 0.65 \text{ cm}^2$$

$$a = 0.38 \text{ cm conforme}$$

$$\Rightarrow \text{Usar } 1 \phi 3/8"$$

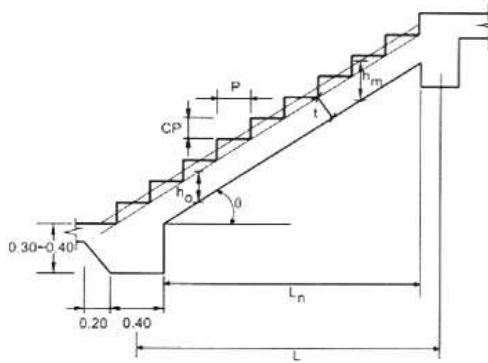
Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com

PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA

UJCM-ING.CIVIL

CAPITULO 5

DISEÑO DE ESCALERAS

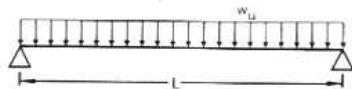


$$t = \frac{L_h}{25} = \frac{L_n}{20} ; \text{ donde } t : \text{ espesor de la escalera}$$

Ancho de Escalera: "b"

P = Paso

CP = Contrapaso



Modelo Estructural

Si los apoyos son vigas y/o zapatas.

$$(+M)_{\text{DISEÑO}} = \alpha (+M)_{u \max}$$

$$\alpha = 1.0, 0.9, 0.8$$

$$(-M)_{\text{DISEÑO}} = \frac{1}{3} (+M)_{\text{DISEÑO}} \rightarrow \text{Apoyos monolíticos poco rígidos.}$$

$$(-M)_{\text{DISEÑO}} = \frac{1}{2} (+M)_{\text{DISEÑO}} \rightarrow \text{Apoyos monolíticos rígidos.}$$

Metrado de Cargas

$$p.p. = h_m(b) \cdot 2.4 = \dots$$

$$\text{acabado} = 0.10 \text{ t/m}^2 \cdot b = \dots$$

$$w_D = p.p. + \text{acabado}$$

$$s/c = s/c \text{ t/m}^2 \cdot b = w_L$$

$$w_u = 1.2w_D + 1.6w_L$$

$$h_m = h_0 + \frac{CP}{2} = \frac{t}{\cos \theta} + \frac{CP}{2}$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{CP}{P} \right)$$

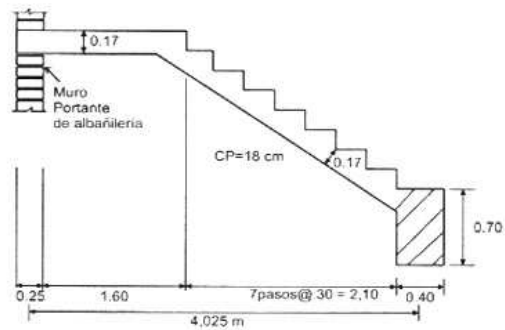
$$\cos \theta = \frac{P}{\sqrt{P^2 + CP^2}}$$

5.1 Aplicaciones:

Aplicación N° 01:

Diseñar por flexión el momento positivo de diseño. Considere ancho=1.60m, s/c=600 kg/m² f'_c=280 kg/cm², f_y = 4200 kg/cm².

Solución:



$$t = \frac{L_h}{25} = \frac{L_n}{20} = \frac{3.7}{25} = 0.15, \frac{3.7}{20} = 0.19 \Rightarrow \text{Usar } t = 17 \text{ cm}$$

$$\cos(\theta) = \frac{30}{\sqrt{18^2 + 30^2}} = 0.8575$$

$$h_m = \frac{17}{\cos(\theta)} + \frac{18}{2} = 28.83 \text{ cm}$$

$$P.P. = 0.2883 \cdot 1.60 \cdot 2.4 \cdot 1.2 = 1.33 \text{ t/m}$$

$$\text{acabado} = 0.10 \cdot 1.60 \cdot 1.2 = 0.19 \text{ t/m}$$

$$s/c = 0.6 \cdot 1.60 \cdot 1.6 = 1.54 \text{ t/m}$$

$$P.P. = 0.17 \cdot 1.60 \cdot 2.4 \cdot 1.2 = 0.78 \text{ t/m}$$

$$w_{u2} = 3.06 \text{ t/m}$$

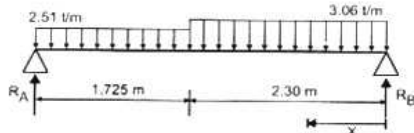
$$w_{u1} = 2.51 \text{ t/m}$$

$$4.025 \cdot R_B = \frac{2.51 \cdot 4.025^2}{2} + (3.06 - 2.51) \cdot 2.30 \cdot \left(1.725 + \frac{2.30}{2} \right)$$

$$R_B = 5.95 \text{ t}$$

$$L_1 = 1.60 + 0.25/2 = 1.725 \text{ m}$$

$$L_2 = 2.10 + 0.40/2 = 2.30 \text{ m}$$



$$V_x = R_B - w_{u2} X_0 = 0 \Rightarrow X_0 = 1.94 \text{ m}$$

44

$$M_{u \max} = 5.95 \cdot 1.94 - 3.06 \cdot \frac{1.94^2}{2} = 5.78 \text{ t-m}$$

$$M_{u \text{ dis}} = \alpha M_{u \max} = 0.8 \cdot 5.78 = 4.62 \text{ t-m}$$

$$\phi 1/2'' = 1.27 \text{ cm}$$

$$d = 17 - (2 + 1.27/2) = 14.37 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M}{\phi f_y (d - a/2)} ; a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$a = 2 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 9.14 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 1.01 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A_s = 8.82 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 0.97 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A_s = 8.80 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 0.97 \text{ cm conforme}$$

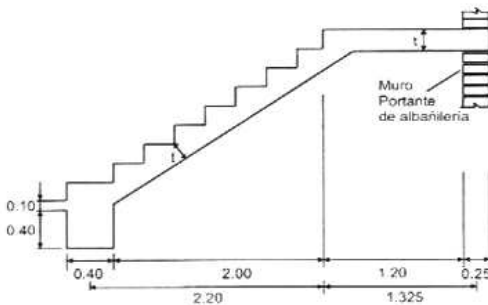
$$\text{Usar } 7 \phi 1/2'' @ \frac{160 - (4 \cdot 2 + 1.27)}{6} = 25.12 \text{ cm}$$

Respuesta: 7 $\phi 1/2'' @ 0.25$

Aplicación N°02:

Diseñar la escalera de un tramo que se muestra en la figura adjunta.

$f'_c = 175 \text{ Kg/cm}^2$
 $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$
 $s/c = 500 \text{ Kg/m}^2$
 Paso = 25 cm
 Contrapaso 18 cm



Solución:

Dimensionamiento:

$$t = \frac{L_n}{20} \rightarrow \frac{L_n}{25} = 0.176 \rightarrow 0.14 \text{ Usar } t = 15 \text{ cm}$$

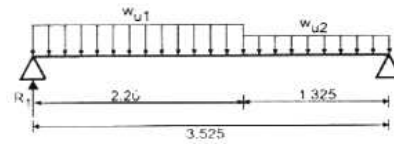
$$\cos \theta = \frac{F}{\sqrt{p^2 + c p^2}} = 0.812$$

$$h = \frac{t}{\cos \theta} = \frac{15}{0.812} = 18.45 \text{ cm} \Rightarrow h_m = 18.45 + \frac{18}{2} = 27.45 \text{ cm}$$

Consideremos $b = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} w_{u1}: P.P &= 0.2745 \cdot 1.00 \cdot 2400 \cdot 1.2 = 790.56 \text{ Kg/m} \\ \text{Acab} &= 100 \cdot 1.00 \cdot 1.2 = 120 \text{ Kg/m} \\ s/c &= 500 \cdot 1.6 \cdot 1.00 = 800 \text{ Kg/m} \\ w_{u1} &= 1711 \text{ kg/m} = 1.71 \text{ t/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{u2}: P.P &= 0.15 \cdot 1.00 \cdot 2400 \cdot 1.2 = 432 \text{ Kg/m} \\ \text{Acab} &= 100 \cdot 1.00 \cdot 1.2 = 120 \text{ Kg/m} \\ s/c &= 500 \cdot 1.6 \cdot 1.00 = 800 \text{ Kg/m} \\ w_{u2} &= 1352 \text{ kg/m} = 1.35 \text{ t/m} \end{aligned}$$



$$3.525 R_1 = \frac{1.35 (3.525)^2}{2} + (1.71 - 1.35) \cdot (2.20) \cdot \left(\frac{2.20}{2} + 1.325 \right)$$

$$R_1 = 2.92 \text{ t}$$

$$V_x = R_1 - w_{u1} X = 0 \Rightarrow X = \frac{2.92}{1.71} = 1.71 \text{ m}$$

$$M_{\max} = R_1 X - w_{u1} \cdot \frac{X^2}{2} = 2.92 \cdot 1.71 - 1.71 \cdot \frac{1.71^2}{2}$$

$$M_{\max} = 2.49 \text{ t-m}$$

$$M_{\text{diseño}} = 0.8 M_{\max} = 1.99 \text{ t-m}$$

Diseño:

$$A_s \text{ temperatura} = 0.0018 \cdot b \cdot t = 2.7 \text{ cm}^2$$

$$d = 15 - (2 + 1.27/2) = 12.37 \text{ cm}$$

$$a = 2 \text{ cm} \Rightarrow A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)} = \frac{1.99 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot 11.37} = 4.63 \text{ cm}^2$$

$$a = 1.30 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 4.49 \text{ cm}^2$$

$$a = 1.27 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 4.48 \text{ cm}^2 \quad \therefore \text{CONFORME}$$

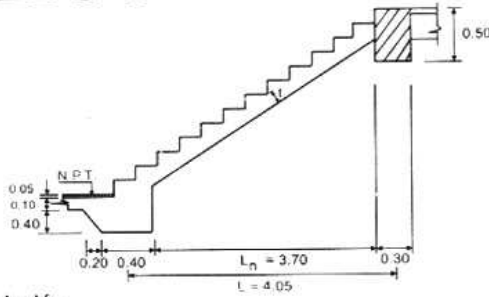
$$\Rightarrow \phi 1/2'' @ 0.28$$

$$(-) A_s = \frac{(+)}{2} A_s = 2.24 \text{ cm}^2 < A_s \text{ temperatura} \therefore A_s = 2.7 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \text{Usar } \phi 3/8'' @ 0.26$$

Aplicación N° 03:

Diseñar la escalera que se muestra en la figura adjunta considere el ancho de la escalera de 1.50 m y $f'_c = 175 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$, $s/c = 500 \text{ kg/m}^2$. Paso = 25 cm, Contrapaso = 17.5 cm.



Solución:

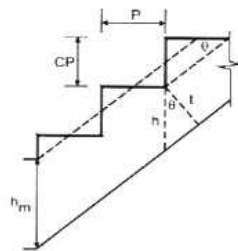
Dimensionamiento: $t = \frac{L_n}{20}, \frac{L_n}{25} = 0.185, 0.15$

Usar $t = 15 \text{ cm}$

$$h_m = h + \frac{CP}{2} = \frac{t}{\cos \theta} + \frac{CP}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{P}{\sqrt{P^2 + CP^2}} = \frac{25}{\sqrt{25^2 + 17.5^2}} = 0.819$$

$$h_m = \frac{15}{0.819} + \frac{17.5}{2} = 27.06 \text{ cm}$$



Medrado de carga:

$$\begin{aligned} P.P. &= 0.2706 \cdot 1.50 \cdot 2.4 = 0.97 \text{ t/m} \\ \text{Acabado} &= 0.10 \cdot 1.50 = 0.15 \text{ t/m} \\ w_D &= 1.12 \text{ t/m} \end{aligned}$$

$$s/c = 0.5 \cdot 1.50 = 0.75 \text{ t/m} = w_L$$

$$w_U = 1.2w_D + 1.6w_L = 2.54 \text{ t/m}$$

$$^+M_{U \max} = \frac{1}{8} w_U L^2 = \frac{1}{8} \cdot 2.54 \cdot 4.05^2 = 5.21 \text{ t-m}$$

$$(^+)M_{U \text{ diseño}} = 0.9M_{U \max} = 4.69 \text{ t-m}$$

$$\text{Diseño: } d = l - \left(r + \frac{\phi}{2} \right) = 15 - \left(2 + \frac{1.27}{2} \right) = 12.37 \text{ cm}$$

$$a = 2 \text{ cm} \Rightarrow A_s = \frac{4.69 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot (12.37 - 1)} = 10.91 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{10.91 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.175 \cdot 150} = 2.05 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 10.94 \text{ cm}^2$$

$$a = 2.06 \Rightarrow A_s = 10.94 \text{ cm}^2 \quad \text{CONFORME}$$

$$\text{Usar } A_s = 9 \phi 1/2" @ s = \frac{1.50 - 0.04 \cdot 2 - 0.0127}{8} = 0.18 \text{ m}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{9 \cdot 1.27}{150 \cdot 12.37} = 0.0062 < \rho_{\max} = 0.0133$$

$$> \rho_{\min} = 0.0018$$

Refuerzo de Momento Negativo:

$$(-)A_s = \frac{(^+)A_s}{3} = \frac{10.94}{3} = 3.65 \text{ cm}^2$$

Se toma la tercera parte del refuerzo de momento positivo debido a que los apoyos son poco rígidos.

$$A_{s \min} = 0.0018 \cdot b \cdot d = 0.0018 \cdot 150 \cdot 12.37 = 3.34 \text{ cm}^2$$

$$\text{Usar } 5 \phi 3/8" @ s = \frac{1.50 - 0.04 - 0.0095}{5} = 0.29$$

Refuerzo Transversal por Temperatura:

$$A_{st} = 0.0018 \cdot b \cdot l = 0.0018 \cdot 100 \cdot 15 = 2.7 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$\phi 3/8" @ \frac{A_{\phi}}{A_s} = \frac{0.71}{2.7} = 0.26 \therefore \text{Usar } \phi 3/8" @ 0.26 \text{ m}$$

Verificación por Cortante:

$$V_{ud} = w_U \frac{L_n}{2} - w_U d = 2.54 \cdot \frac{3.7}{2} - 2.54 \cdot 0.1237$$

$$V_{ud} = 4.70 - 0.31 = 4.39 \text{ t}$$

$$V_{ud} \cdot \cos \theta = 3.60 \text{ t} \Rightarrow V_n = \frac{3.60}{0.75} = 4.80 \text{ t}$$

$$V_c = 0.53 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d = 0.53 \cdot \sqrt{175} \cdot 10 \cdot 1.5 \cdot 0.1237 = 13.01 \text{ t}$$

$$V_n < V_c \therefore \text{CONFORME}$$

Carga de Servicio sobre el Apoyo:

$$w = w_D + w_L = 1.12 + 0.5$$

$$w = 1.62 \text{ t/m}$$

$$P = \frac{wL}{2} = \frac{1.62 \cdot 4.05}{2} = 3.28 \text{ t}$$

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} = \frac{3280}{150 \cdot 40} = 0.55 \text{ kg/cm}^2$$

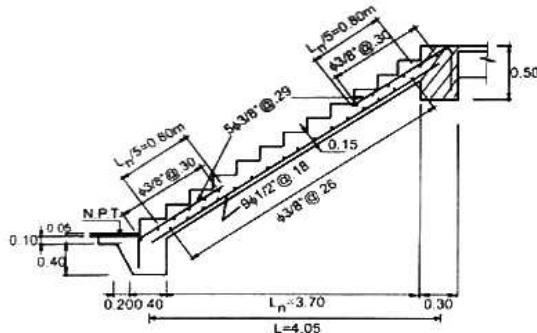
46



$$\sigma_1 < \sigma_t = 2 \text{ kg/cm}^2$$

CONFORME

Si σ_1 es pequeño, generalmente no se necesita una zapata ancha.



Aplicación N° 04:

Diseñar la escalera que se muestra en la figura considere: $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$; s/c = 600 kg/m², ancho b = 1.20 m, CP = 0.18m.

Solución:

Dimensionamiento:

$$l = \frac{4.44}{20} = 0.22 \rightarrow \frac{4.4}{25} = 0.176 \text{ Usar } l = 0.20 \text{ m}$$

Metrado de Cargas

$$w_{u1} \rightarrow P.P = 0.20 \cdot 1.2 \cdot 1 \cdot 2.4 \cdot 1.2 = 0.69 \text{ t/m}$$

$$\text{acabado} = 0.10 \cdot 1.2 \cdot 1.2 = 0.14 \text{ t/m}$$

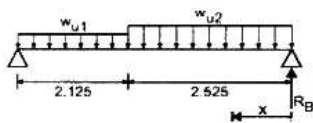
$$s/c = 0.6 \cdot 1.2 \cdot 1.6 = 1.15 \text{ t/m}$$

$$w_{u1} = 1.98 \text{ t/m}$$

$$h_m = h + \frac{CP}{2} = \frac{l}{\cos \theta} + \frac{CP}{2}$$

$$h = \frac{0.20}{\left(\frac{30}{\sqrt{30^2 + 18^2}} \right)} = \frac{0.20}{0.857} = 0.233$$

$$h_m = 0.233 + \frac{0.18}{2} = 0.323 \text{ m}$$



$$w_{u2} \rightarrow P.P = 0.323 \cdot 1.2 \cdot 2.4 \cdot 1.2 = 1.12 \text{ t/m}$$

$$\text{acabado} = 0.10 \cdot 1.2 \cdot 1.2 = 0.14 \text{ t/m}$$

$$s/c = 0.6 \cdot 1.2 \cdot 1.6 = 1.15 \text{ t/m}$$

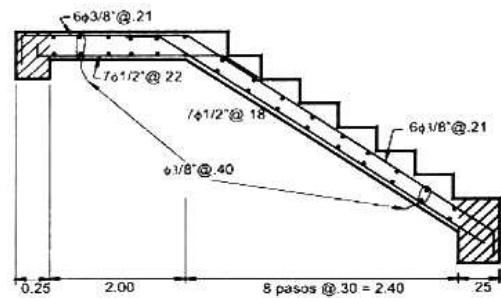
$$w_{u2} = 2.41 \text{ t/m}$$

$$R_B = 1.98 \cdot \frac{4.65}{2} + (2.41 - 1.98) \cdot 2.525 \cdot \frac{3.5875}{4.65} = 5.44 \text{ t}$$

$$V_x = 0 = R_B - w_{u2} \cdot x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{5.44}{2.41} = 2.26 \text{ m}$$

$$(+M)_{u \max} = R_B \cdot x_0 - w_{u2} \cdot \frac{x_0^2}{2} = 6.14 \text{ t-m}$$

$$(+M)_{\text{diseño}} = 0.8 M_{\max} = 4.91 \text{ t-m}$$



$$a = 2 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 8.01 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 1.57 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 7.91 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 1.55 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 7.90 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 1.55 \text{ cm}$$

CONFORME

$$d = 20 - \left(2 + \frac{1.59}{2} \right) = 17.21 \text{ cm} \text{ Usar } 7 \phi 1/2" @ 0.18$$

$$A_{s \min} = 0.0018bd = 0.0018 \cdot 120 \cdot 17.21 = 3.72 \text{ cm}^2$$

$$(-) A_s = \frac{A_s}{3} = \frac{7.90}{3} = 2.63 \text{ cm}^2 \text{ Usar } A_{s \min} = 3.72 \text{ cm}^2$$

$$s = \frac{1.2 - 0.15 - 0.0095}{5} = 0.21 \Rightarrow 6 \phi 3/8" @ 0.21$$

$$s_{\max} = 3 \text{ t, } 45 \text{ cm}$$

CONFORME

$$A_{\text{stemp}} = 0.0018bt = 0.0018 \cdot 100 \cdot 20 = 3.6 \text{ cm}^2$$

$$\phi 3/8" @ \frac{0.71}{3.6} = 0.20 \therefore \text{Usar } \phi 3/8" @ 0.40 \text{ en 2 CAPAS}$$

$$s_{\max} = 5 \text{ t, } 45 \text{ cm}$$

$$100, 45 \text{ cm}$$

CONFORME

ROBERTO MORALES MORALES

ICG, Instituto de la Construcción y Gerencia

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com

PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA

Patricia A.C.-ING.CIVIL

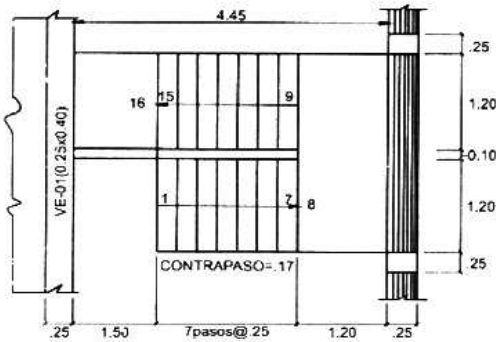
UJCM-ING.CIVIL

MOQUEGUA



Aplicación N° 05:

Diseñar la escalera E_1 que se muestra en la figura adjunta. Considere $f_c = 175 \text{ kg/cm}^2$; $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$, $s/c = 400 \text{ kg/m}^2$.



ESCALERA E1 DE CASA-HABITACION

Dimensionamiento:

Primer Tramo:

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{L_n}{20} = \frac{2.50}{20} = 0.125 \text{ m} \\ t &= \frac{L_n}{25} = 0.10 \text{ m} \end{aligned} \right\} \text{ Usar } t = 0.12 \text{ m}$$

Segundo Tramo:

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{4.45}{20} = 0.222 \text{ m} \\ t &= \frac{4.45}{25} = 0.178 \text{ m} \end{aligned} \right\} \text{ Usar } t = 0.20 \text{ m}$$

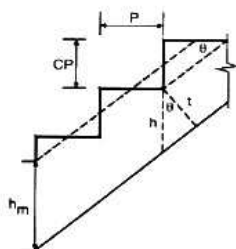
Diseño 1er. TRAMO:

P.P ----- Tramo Inclinado:

$$h_m = h + \frac{cp}{2}$$

$$h = \frac{t}{\cos \theta}$$

$$\cos \theta = \frac{P}{\sqrt{p^2 + cp^2}}$$

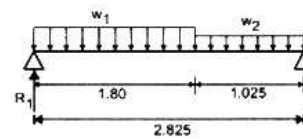


$$\cos \theta = \frac{25}{\sqrt{25^2 + 17^2}} = 0.827 \Rightarrow h = \frac{12}{0.827} = 14.51 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow h_m = 14.51 + \frac{17.2}{2} = 23.11 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Peso Propio} &= 0.23 \cdot 1.00 \cdot 2.4 \cdot 1.4 = 0.773 \text{ t/m} \\ \text{Acabado} &= 0.1 \cdot 1.00 \cdot 1.2 = 0.120 \text{ t/m} \\ \text{s/c} &= 0.4 \cdot 1.0 \cdot 1.6 = 0.640 \text{ t/m} \\ w_{u1} &= 1.53 \text{ t/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{u2} \Rightarrow & \text{P.P.} = 0.12 \cdot 2.4 \cdot 1.2 \cdot 1.00 = 0.35 \text{ t/m} \\ & \text{Acab} = 0.12 \text{ t/m} \\ & \text{s/c} = 0.64 \text{ t/m} \\ & w_{u2} = 1.11 \text{ t/m} \end{aligned}$$



$$R_1 = 1.11 \cdot \frac{2.825}{2} + (1.42 - 1.11) \cdot 1.80 \cdot \frac{1.925}{2.825} = 1.95 \text{ t}$$

$$V_x = R_1 - w_{u1} X_o = 0 \Rightarrow X_o = \frac{R_1}{w_{u1}} = \frac{1.95t}{1.53t/m} = 1.27m$$

$$\therefore M_{\max} = R_1 X_0 - w_{U1} \frac{X_0^2}{2} = 1.95 (1.37) - 1.42 \frac{(1.37)^2}{2}$$

$$= 1.24 \text{ t-m}$$

Considerando $\phi \ 3/8'' \Rightarrow d = 12 - 2 - \frac{0.95}{2} = 9.52 \text{ cm}$

$$M_{\text{diseño}} = 0.9 \cdot (+)M_{\text{max}} = 1.12 \text{ t-m}$$

$$a = 2 \text{ cm} \Rightarrow A_s = \frac{1.12 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot (9.52 - 1)} = 3.48 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = 0.98 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A_s = 3.28 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 0.93 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A_s = 3.27 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 0.92 \text{ cm} \quad \text{conforme}$$

$$\rho_{\min} = 0.0018 \Rightarrow A_{s \min} = \rho_{\min} \cdot b \cdot d$$

$$= 0.0018 \cdot 100 \cdot 9.52 = 1.71 \text{ cm}^2$$

$$\therefore A_s = 4.01 \text{ cm}^2 \rightarrow s = \frac{A\phi}{A_s} = \frac{0.71}{4.19} = 0.17 \therefore \phi 3/8" @ 0.20$$

Para $b = 1.20 \text{ m}$; $A_s = 1.20 \cdot 3.27 = 3.92 \text{ cm}^2$
 $\therefore$ Usar 6 ϕ 3/8" @ 0.18

48



Espaciamiento Máximo:

$$s_{\max} = 3l = 36 \text{ cm}$$

$$s_{\max} = 45 \text{ cm}$$

CONFORME

Refuerzo Negativo

$$(-)A_s = \frac{(+)}{2}A_s = \frac{3.92}{2} = 1.96 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_{s\min} = 1.71 \text{ cm}^2 \cdot 1.2 = 2.052 \text{ cm}^2$$

Se considera la mitad del refuerzo de momento positivo debido a que el apoyo de muro de albañilería portante continuo es un apoyo rígido

Usar $3 \phi 3/8 @ 0.35$

$$s = 0.56 \text{ m}$$

$$s_{\max} = 3l = 36 \text{ cm}$$

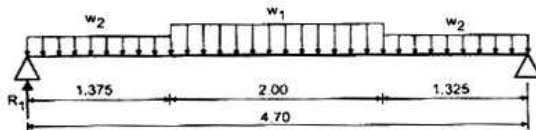
$$s_{\max} = 45 \text{ cm}$$

$$A_s \text{ transversal} = A_{st} = 0.0018 \cdot (100) \cdot 12 = 2.16 \text{ cm}^2$$

$$\therefore 3/8 @ 0.33$$

Usar $3/8 @ 0.30 \text{ m}$

DISEÑO DEL 2do. TRAMO



Tramo Inclinado:

$$\cos(\alpha) = 0.827$$

$$h = \frac{20}{0.827} = 24.18 \text{ cm}$$

$$h_m = 24.18 + \frac{17}{2} = 32.68 \text{ cm}$$

$$\text{Peso propio} : 0.327 \cdot 1.0 \cdot 2.4 \cdot 1.2 = 0.94 \text{ t/m}$$

$$\text{Acabado} : 0.10 \cdot 1.0 \cdot 1.2 = 0.12 \text{ t/m}$$

$$\text{s/c} : 0.4 \cdot 1.0 \cdot 1.6 = 0.64 \text{ t/m}$$

$$w_{u1} = 1.70 \text{ t/m}$$

$$w_{u2} = p.p = 0.20 \cdot 1.0 \cdot 2.4 \cdot 1.2 = 0.58 \text{ t/m}$$

$$\text{Acabado} = 0.12 \text{ t/m}$$

$$\text{s/c} = 0.54 \text{ t/m}$$

$$w_{u2} = 1.34 \text{ t/m}$$

$$x_1 = 1.34 \cdot \frac{4.70}{2} + (1.70 - 1.34) \cdot 2 \cdot \frac{2.325}{4.70} = 3.51 \text{ m}$$

$$V_x = R_1 - W_2 x_0 - (w_1 - w_2)(x_0 - 1.375) = 0$$

$$3.51 - 1.34 x_0 - (0.36) x_0 + 0.495 = 0 \Rightarrow x_0 = 2.36 \text{ m}$$

$$M_{\max} = 3.51 \cdot 2.36 - 1.34 \left(\frac{2.36^2}{2} \right) - 0.36 \left(\frac{(2.36 - 0.495)^2}{2} \right) = 4.31 \text{ t-m}$$

$$\therefore (+)M_{\text{diseño}} = 0.9 (+)M_{\max} = 3.88 \text{ t-m}$$

$$\text{Usando } \phi 1/2 \Rightarrow d = 20 - 2 - \frac{1.27}{2} = 17.36 \text{ cm}$$

$$\text{Para } a = 2 \text{ cm} \Rightarrow A_s = \frac{4.31 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot (17.36 - 1)} = 6.97 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{7.16 \cdot 4200}{0.85 \cdot 175 \cdot 100} = 1.97 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 6.96 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 1.97 \text{ cm} \quad \text{conforme}$$

$$A_{s\min} = 0.0018 bd = 0.0018 \cdot 100 \cdot 17.36 = 3.12 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \phi 1/2 @ 0.17 \text{ m}$$

$$\text{Para } b = 1.20 \Rightarrow A_s = 1.2 \cdot 6.96 = 8.35 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 7 \phi 1/2 @ 0.18 \text{ m}$$

$$A_s \text{ transversal} = A_s \text{ temp} = 0.0018 bl = 0.0018 (100)(20)$$

$$= 3.6 \text{ cm}^2 \quad \therefore \phi 3/8 @ 0.20 \text{ m}$$

Refuerzo para momento negativo en los apoyos:

$$(-)A_s = \frac{(+)}{2}A_s$$

$$\text{Para } b = 1.20 \text{ m} \rightarrow A_s = 4.18 \text{ cm}^2$$

$$\therefore 6 \phi 3/8 @ 0.22 \text{ m}$$

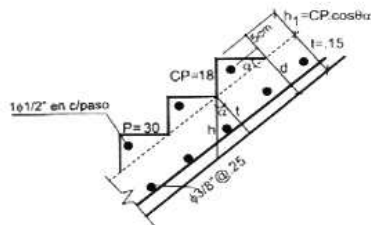
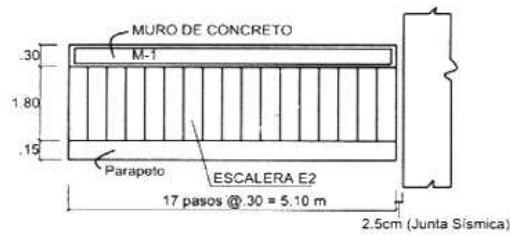
Los espaciamientos son menores que los máximos permisibles



Aplicación N° 06:

Diseñar la escalera E₂ que se muestra en la figura adjunta. Considere:

$$\begin{aligned} f'_c &= 210 \text{ kg/cm}^2 \\ f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 \\ s/c &= 500 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$



$$\cos(\alpha) = \frac{P}{\sqrt{p^2 + cp^2}} = \frac{30}{\sqrt{30^2 + 18^2}} = 0.858$$

$$h_1 = cp \cdot \cos(\alpha) = 0.18 \cdot 0.858 = 15.4 \text{ cm}$$

$$d = t + (h_1 - 5 \text{ cm}) = 15 + 10.4 = 25.4 \text{ cm}$$

Metrado de Cargas

$$P.P. \Rightarrow h_m = h + \frac{cp}{2} = \frac{t}{\cos(\alpha)} + \frac{cp}{2} = \frac{15}{0.858} + \frac{18}{2} = 26.5 \text{ cm}$$

Por Paso

$$\begin{aligned} P.P. &= 0.265 \cdot 0.3 \cdot 1.0 \cdot 2.4 \cdot 1.2 = 0.229 \\ \text{Acab} &= 0.1 \cdot 0.3 \cdot 1.0 \cdot 1.2 = 0.036 \\ s/c &= 0.5 \cdot 0.3 \cdot 1.0 \cdot 1.6 = 0.24 \\ w_{UV} &= 0.565 \text{ t/m (vertical)} \end{aligned}$$

$$w_{u \text{ efectivo}} = w_{UV} \cdot \cos(\alpha) = 0.48 \text{ t/m}$$

$$P.P. \text{ tabique (parapeto)} = 0.9 \cdot 0.30 \cdot 0.2 \cdot 1.2 = 0.0648 \text{ t} \downarrow$$

$$P.P. \text{ tabique efectivo} = P_{\text{tab vert}} \cdot \cos(\alpha) = 0.056 \text{ t}$$

Según normas de cargas:

$$M_u = \begin{cases} 0.5 \cdot 0.48 \cdot 1.80^2 = 0.778 \text{ t-m} \\ 0.056 \cdot 1.725 = 0.0966 \text{ t-m} \\ (0.018 \cdot 0.858) \cdot 1.725 = 0.0266 \text{ t-m} \\ (0.018 \cdot 0.515) \cdot 1.725 = 0.016 \text{ t-m} \end{cases}$$

$$M_u = 0.917 \text{ t-m}$$

$$P_{\text{efect}} = 0.018 \cdot \sin(\alpha) = 0.018 \cdot 0.515 = 0.0093 \text{ t}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{18}{\sqrt{18^2 + 30^2}} = 0.515$$

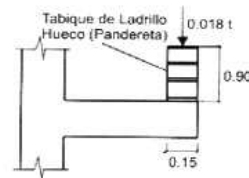
$$\therefore A_s = \frac{0.917 \cdot 10^5}{3780 \cdot 0.9 \cdot 25.4} = 1.06 \text{ cm}^2 \Rightarrow 1 \phi 1/2' \text{ en c/paso}$$

Refuerzo en Dirección Longitudinal

$$A_s \text{ temperatura} = 0.0018 (100)(15) = 2.7 \text{ cm}^2$$

$$\phi 3/8'' @ 0.26$$

Usar $\phi 3/8'' @ 0.25$



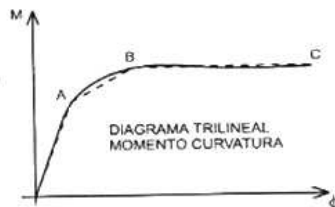
Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com
PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA
UJCM-ING.CIVIL

CAPITULO 6

COMPORTAMIENTO A LA FLEXIÓN DE SECCIONES DE VIGA

6.1 Diagrama momento curvatura

Comportamiento de una sección de viga.



- A. Condición de inicio del agrietamiento del concreto.
- B. Condición de inicio de fluencia del acero en tracción.
- C. Inicio del aplastamiento del concreto.

6.1.1 Punto A: Condición de inicio del agrietamiento del concreto (ϕ_{cr} , M_{cr})

ϕ_{cr} = Curvatura de agrietamiento.
 M_{cr} = Momento de agrietamiento.

Momento de Agrietamiento:

Para momentos actuantes no mayores que el M_{cr} , la sección de viga no está agrietada. Se considera que el comportamiento corresponde al estado elástico. Se tiene:

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \Rightarrow M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$$

donde,

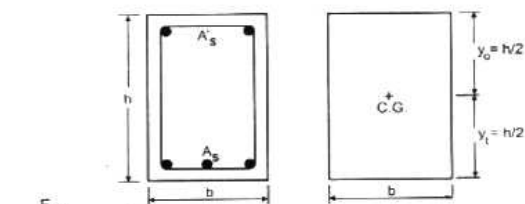
$f_r = 2\sqrt{f'_c}$ kg/cm² Módulo de rotura del concreto

I_g = Momento de inercia de la sección no agrietada.

y_t = Distancia del centroide de la sección a la fibra extrema en tracción.

Determinación de I_g .

a) Sección transformada



$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

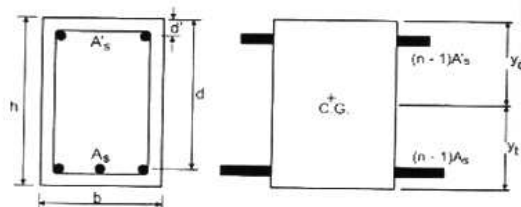
$$E_s = 2 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_c = 15000 \sqrt{f'_c} \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{Concreto Normal})$$

$$y_o = \frac{bh(h/2) + (n-1)A_s d + (n-1)A'_s d'}{bh + (n-1)A_s + (n-1)A'_s}$$

$$I_g = \frac{bh^3}{12} + bh \left(y_o - \frac{h}{2} \right)^2 + (n-1)A_s (d - y_o)^2 + (n-1)A'_s (y_o - d')^2$$

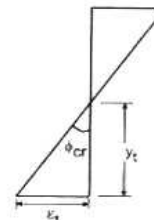
b) Sección "Bruta"



$$I_g = \frac{bh^3}{12}$$

Curvatura Agrietamiento

$$\phi_{cr} = \frac{f_t}{y_t} = \frac{f_r}{E_c y_t}$$



6.1.2 Punto B: Condición de inicio de Fluencia (f_y , M_y).

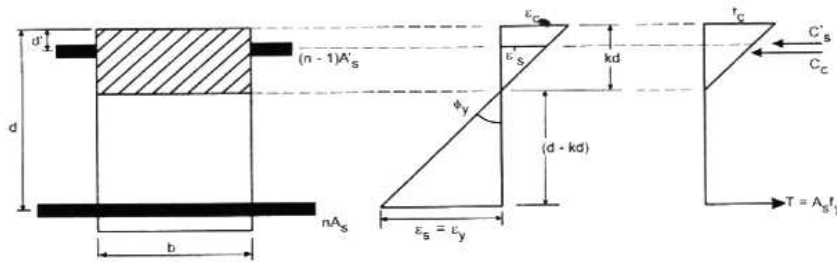
Determinación de la profundidad del eje neutro:

$$[b(kd) + nA_s + (n-1)A'_s]kd = bkd \left(\frac{kd}{2} \right) + nA_s d + (n-1)A'_s d'$$

Resolviendo calculamos kd.

Determinación de la curvatura de fluencia, ϕ_y :

$$\phi_y = \frac{\epsilon_y}{d - kd} = \frac{f_y / E_s}{d - kd}$$



Momento de Fluencia:

De la figura, $C_c = \frac{1}{2} f_c k d b$

$$C_c = A'_s f'_s$$

donde, $f'_s = E_s \epsilon'_s \leq f_y$

$$\epsilon'_s = \epsilon_c \frac{kd - d'}{kd}, \quad \epsilon_c = \epsilon_y \frac{kd}{d - kd}$$

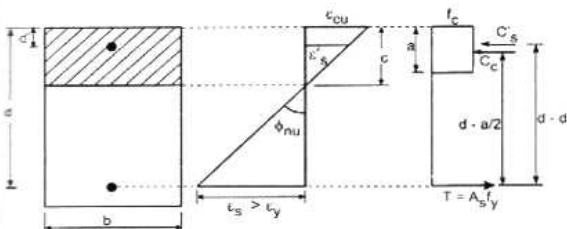
$$M_y = C_c \left(d - \frac{kd}{3} \right) + C'_s (d - d')$$

6.1.3 Punto C: Condición de inicio del Aplastamiento. (ϕ_{nu} , M_{nu})

Concreto "no confinado", $\epsilon_{cu} = 0.004$

Concreto "confinado", $\epsilon_{cu} > 0.004$

Código de Nueva Zelanda, $\epsilon_{cu} \geq 0.01$



$$a = b_1 \cdot c$$

$$C_c = 0.85 f'_c ab; \quad C'_s = A'_s f'_s$$

$$M_u = C_c (d - a/2) + C'_s (d - d')$$

M_{nu} sigue el análisis normal para la obtención de momento resistente de una sección.

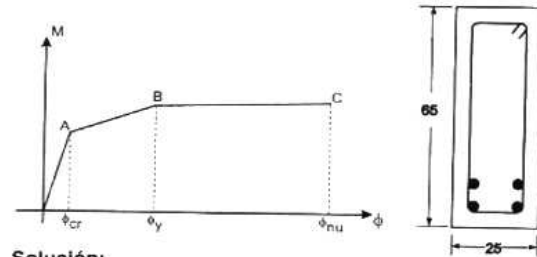
$$\phi_{nu} = \frac{\epsilon_{cu}}{c}$$

Capacidad de ductilidad por Curvatura, $\mu_c = \frac{\phi_{nu}}{\phi_y}$

6.2 Aplicaciones:

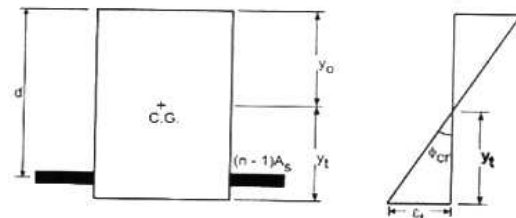
Aplicación N° 01

Para la sección de la viga que se muestra en la figura, determine el diagrama momento-curvatura $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ considere el efecto del refuerzo con el criterio del área transformada, y para el inicio del aplastamiento $\epsilon_{cu} = 0.004$, $A_s = 4\phi 1"$



Solución:

Punto A: Inicio del agrietamiento (f_{cr} , M_{cr})



$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$$

$$f_r = 2 \sqrt{f'_c} = 33.47 \text{ kg/cm}^2$$

$$d = 65 - (4 + 0.95 + 1.5 \cdot 2.54) = 56.24 \text{ cm}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \cdot 10^6}{15000 \cdot \sqrt{280}} = 7.97$$

52

$$A_s = 4 \cdot 5.07 = 20.28 \text{ cm}^2$$

$$(n-1) \cdot A_s = 141.25 \text{ cm}^2$$

$$y_o = \frac{25 \cdot 65 \cdot 32.5 + 141.25 \cdot 56.24}{25 \cdot 65 + 141.25} = 34.40 \text{ cm}$$

$$y_t = 65 - 34.40 = 30.60 \text{ cm}$$

$$I_g = \frac{bh^3}{12} + bh \left(y_o - \frac{h}{2} \right)^2 + (n-1)A_s(d - y_o)^2$$

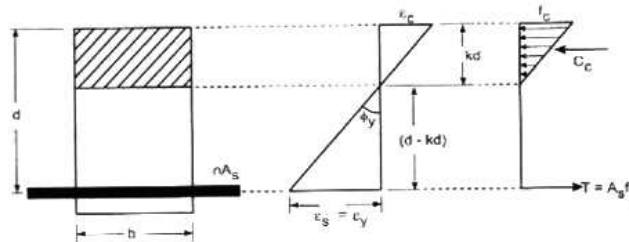
$$I_g = 645423.6 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = \frac{33.47 \cdot 645423.6}{30.6 \cdot 10^5} = 7.06 \text{ t-m}$$

$$\phi_{cr} = \frac{\varepsilon_t}{y_t} = \frac{I_r / E_c}{y_t} = \frac{2\sqrt{280} / 15000 \cdot \sqrt{280}}{30.6}$$

$$\phi_{cr} = 4.36 \cdot 10^{-6} \text{ rad/cm}$$

Punto B: Inicio de la fluencia del acero en tracción, (ϕ_y, M_y)



$$25 \frac{(kd)^2}{2} + 161.63 \cdot 56.24 = (25kd + 161.63)kd$$

$$12.5 (kd)^2 + 161.63 \cdot kd - 9090.07 = 0$$

$$(kd)^2 + 12.93 (kd) - 727.21 = 0$$

$$kd = -6.47 + 27.73 = 21.26 \text{ cm}$$

$$\phi_y = \frac{\varepsilon_y}{d - kd} = \frac{f_y / E_s}{d - kd}$$

$$\phi_y = \frac{0.0021}{56.24 - 21.26}$$

$$\phi_y = 60.03 \cdot 10^{-6} \text{ rad/cm}$$

$$f_c = E_c \cdot \varepsilon_c = 320 \text{ kg/cm}^2 > f_c$$

Entonces, la hipótesis no es confiable, por lo que el momento lo determinaremos mediante el bloque equivalente rectangular de esfuerzos.

$$a = \beta_1 \cdot kd = 0.85 \cdot 21.26 = 18.07 \text{ cm}$$

$$M_y = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = 20.28 \cdot 4.2 \left(0.5624 - \frac{0.1827}{2} \right)$$

$$M_y = 40.20 \text{ t-m}$$

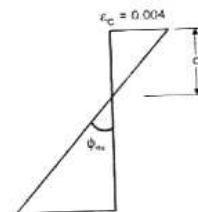
Punto C: Inicio del aplastamiento

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} = \frac{20.28 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.28 \cdot 25} = 14.32 \text{ cm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{a}{0.85} = 16.85 \text{ cm}$$

$$\phi_{nu} = \frac{\varepsilon_{cu}}{c} = \frac{0.004}{16.84} = 237.53 \cdot 10^{-6} \text{ rad/cm}$$

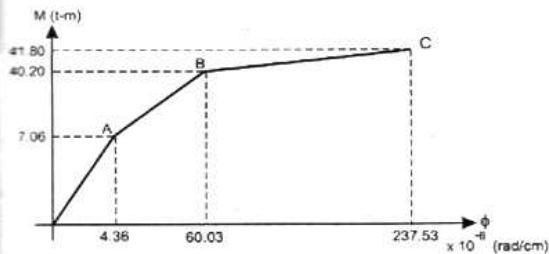
$$M_{nu} = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = 41.80 \text{ t-m}$$





Capacidad de ductilidad:

$$\mu = \frac{\phi_{nu}}{\phi_y} = \frac{237.53}{60.03} = 3.96$$



Aplicación N° 02:

Para la sección de viga que se muestra en la figura, considerando sección confinada, $\epsilon_{cu} = 0.006$ determine la capacidad de ductilidad μ_c .

$$A'_s = A_s = 2 \phi \text{ No. 8}$$

$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

Estribos $\phi 3/8$ "

Solución:

$$A'_s = A_s = 2 \cdot 5.07 = 10.14 \text{ cm}^2$$

$$d = 40 - (4 + 0.95 + 1.27) = 33.78 \text{ cm}$$

$$d' = 6.22 \text{ cm}$$

i) Curvatura Última ϕ_{nu} :

$$\epsilon_{cu} = 0.006$$

$$\frac{\epsilon'_s}{0.006} = \frac{c - d'}{c}$$

$$f'_c = 12 \cdot \frac{c - d'}{c} = 12 \cdot \frac{(a - 0.85 \cdot 6.22)}{a}$$

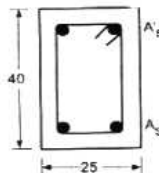
$$f'_s = \frac{12 \cdot a - 63.44}{a} \Rightarrow C'_s = f'_s \cdot A'_s$$

$$C_c + C'_s = T$$

$$0.85 \cdot f'_c \cdot a^2 \cdot b + 121.68 \cdot a - 643.28 = 29.39 \cdot a$$

$$5.95 \cdot a^2 + 93.29 \cdot a - 643.28 = 0$$

$$a^2 + 15.68 \cdot a - 108.11 = 0 \Rightarrow a = 5.18 \text{ cm}$$

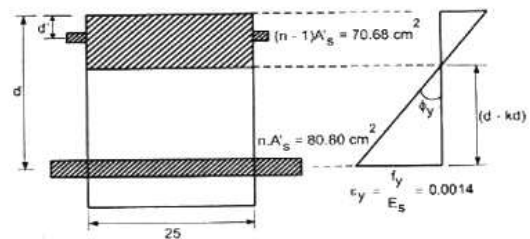


$$\therefore f'_s = -0.25 \text{ t/cm}^2 < f_y \text{ conforme}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{5.18}{0.85} = 6.09 \text{ cm}$$

$$\therefore \phi_{nu} = \frac{\epsilon_{cu}}{c} = 9.85 \cdot 10^{-4} \text{ rad/cm}$$

ii) Curvatura de Primera Fluencia ϕ_y :



$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \cdot 10^6}{15000 \cdot \sqrt{280}} = 7.97$$

$$(25 \cdot kd + 0.8 + 70.68) \cdot kd$$

$$= \frac{25}{2} (kd)^2 + 80.8 \cdot 3.78 + 70.68 \cdot 6.22$$

$$25 \cdot (kd)^2 + 151.48 \cdot kd = 12.5 \cdot (kd)^2 + 3169.05$$

$$(kd)^2 + 12.12 \cdot kd - 253.52 = 0 \Rightarrow kd = 10.98 \text{ cm}$$

$$\therefore \phi_y = \frac{0.0014}{33.78 - 10.98} = 0.614 \cdot 10^{-4} \text{ rad/cm}$$

iii) Capacidad de Ductilidad por curvatura:

$$\text{Luego: } \mu_c = \frac{\phi_{nu}}{\phi_y} = 16.04$$



CAPITULO 7

EVALUACION DEL ANCHO DE LAS GRIETAS

Las grietas se presentan en el concreto en forma inevitable cuando se excede su resistencia a la tensión, por lo tanto lo que se busca es tan solo limitar el ancho de éstas.

Para evaluar el ancho de las grietas se puede usar la expresión propuesta por Gergely-Lutz:

$$w_{\max} = 0.1086 \cdot 10^{-4} \beta f_s \sqrt[3]{d_c A'}$$

Donde:

$w_{\max}$ = ancho de la grieta en mm.

$\beta = (h-c)/(d-c)$ = valor promedio del factor de profundidad, puede tomarse igual a 1.2.

f_s = esfuerzo máximo en el acero al nivel de carga de servicio, en kg/cm². Puede usarse $0.6 f_y$, si no se dispone de resultado de análisis.

d_c = espesor, en cm, del recubrimiento medido hasta el centro de la primera línea de refuerzo.

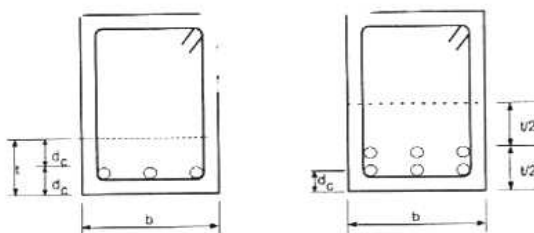
A = área de concreto en tensión entre el número de barras, en cm².

$$A = \frac{bt}{\gamma_{bc}} \quad \text{donde, } b = \text{ancho de la sección.}$$

t = profundidad del concreto en tensión. Se determina considerando el centro de gravedad de las barras en tensión como el centroide del área de concreto en tensión.

γ_{bc} = se define como el número de barras en el lado de tensión si todas las barras son del mismo diámetro; o el área total de acero entre el área de la barra mayor.

La fórmula anterior no es aplicable a losas armadas en dos direcciones.



Es de notar que el refuerzo permisible de $f_s = 0.6 f_y$ en lugar del valor real del esfuerzo en el acero sólo es aplicable a estructuras normales. Deben tomarse precauciones especiales para estructuras expuestas a climas muy agresivos, tales como en instalaciones químicas o en estructuras portuarias.

En el caso de usar paquetes de barras como refuerzo, el ancho de la grieta, $w_{\max}$ en mm, se estima con la siguiente expresión:

$$w_{\max} = 0.1086 \cdot 10^{-4} \beta f_s \sqrt[3]{d_c A'}$$

Donde:

d'_c = profundidad del recubrimiento al centro de gravedad del paquete.

$$A' = \frac{bt}{\gamma_{bc}}$$

Para paquetes de dos barras $\Rightarrow \gamma_{bc} = 0.815\gamma_{bc}$

Para paquetes de tres barras $\Rightarrow \gamma_{bc} = 0.650\gamma_{bc}$

Para paquetes de cuatro barras $\Rightarrow \gamma_{bc} = 0.570\gamma_{bc}$

7.1 Anchos de Grieta Permisibles

Condición de exposición	Ancho Permissible
Aire seco o con membrana de protección	0.41 mm
Aire húmedo o suelo	0.30 mm
Agentes químicos	0.18 mm
Agua de mar	0.15 mm
Estructuras de contención de agua	0.10 mm

7.2 Factor z para verificación de control de grietas en Vigas y Losas

La verificación de control de grietas sólo es necesario cuando se usa acero en tensión con resistencia de fluencia, f_y , que excede a 2800 kg/cm². El código ACI, en orden de reducir el tamaño de los cálculos, recomienda usar un factor z, donde:

$$z = f_s \sqrt[3]{d_c A'}, \text{ en kg/cm para barras aisladas.}$$

$$z = f_s \sqrt[3]{d'_c A'}, \text{ en kg/cm para paquetes de barras.}$$

El valor de z no debe ser mayor que los valores indicados:

$$z \leq 31\,000 \text{ kg/cm para vigas en interiores, corresponde a } w_{\max} = 0.40 \text{ mm}$$

$$z \leq 23\,200 \text{ kg/cm para vigas en exteriores, corresponde a } w_{\max} = 0.30 \text{ mm}$$

$$z \leq 27\,500 \text{ kg/cm para losas en interiores, corresponde a } w_{\max} = 0.40 \text{ mm}$$

$$z \leq 20\,600 \text{ kg/cm para losas en exteriores, corresponde a } w_{\max} = 0.30 \text{ mm}$$

Debe enfatizarse que barras pequeñas de refuerzo a espaciamiento menores dentro de la zona de tensión dan una mejor distribución del agrietamiento, por lo tanto son preferibles para conseguir el control del agrietamiento. El uso del factor z no es alentador, desde que no da indicación directa de la magnitud del ancho de la grieta.



7.3 Control del ancho de grietas

El código ACI-05 (sección 10.6), menciona que el control de fisuras estará de acuerdo a una adecuada distribución del refuerzo; para lo cual indica que el acero de refuerzo en tensión, cercano a una superficie no deberá exceder a:

$$s = \frac{96000}{f_s} - 2.5c_c$$

y no mayor a: $s \leq 30 \left(\frac{2520}{f_s} \right)$

Donde, c_c es el recubrimiento en (cm) y f_s (kg/cm²) es el esfuerzo calculado mediante:

$$f_s = \frac{M}{A_s j d}$$

M , es el momento bajo cargas de servicio (no factorizado).
 A_s , área de acero en tracción.

$j d$, es el brazo del momento interno, pudiendo ser: $d - \frac{a}{2}$

$$\text{ó } d - \frac{c}{3}$$

Se permite tomar un valor de f_s igual a $0.6 f_y$

Las fórmulas anteriores han sido evaluadas para un ancho de grieta de 0.041 cm, por lo que se pueden modificar estas fórmulas dadas por el ACI para otros anchos permisibles de grietas "w".

$$s = \left(\frac{96000}{f_s} - 2.5 c_c \right) \frac{w}{0.041}$$

y no mayor a:

$$s \leq 30 \left(\frac{2520}{f_s} \right) \frac{w}{0.041}$$

7.4 Anchos de Grieta Permisibles

Condición de exposición	Ancho Permissible "w"
Aire seco o con membrana de protección	0.041 cm
Aire húmedo o suelo	0.030 cm
Agentes químicos	0.018 cm
Agua de mar	0.015 cm
Estructuras de contención de agua	0.010 cm

7.5 Vigas Peraltadas

Para el caso en que el peralte efectivo de las vigas sea mayor que 90 cm, se tendrá que proveer refuerzo adicional en las caras para evitar fisuramiento. El código ACI recomienda que este refuerzo se reparta en la mitad inferior del elemento, el refuerzo adicional en cada lado deberá ser:

$$A_{sk} \geq 0.1 (d - 75) \text{ cm}^2 / \text{m}$$

donde,

A_{sk} = refuerzo adicional para cada lado del elemento dado en cm² por metro de alto.

d = peralte efectivo en cm.

El espaciamiento entre varillas deberá ser menor a 30 cm, ó $d/6$; el área total del refuerzo adicional en ambas caras ($2A_{sk}$), no necesita exceder la mitad del refuerzo longitudinal en tensión dada por el diseño por flexión.

7.6 Aplicaciones :

Aplicación N° 01:

Para una viga de sección rectangular simplemente apoyada, estimar el ancho máximo de grieta. La luz de la viga es de 9 m. y la viga soporta una carga de servicio de 1.55 t/m.

Considere:

$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ (concreto normal)

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

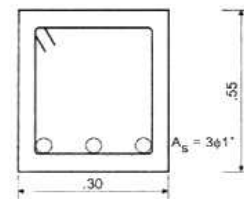
$E_s = 2 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$

$A_s = 3 \phi \text{ No. 8}$

$h = 0.55 \text{ m}$

$b = 0.30 \text{ m}$

Estribos de $\phi 3/8$



Solución:

El peralte efectivo d , será:

$$d = 55 - (4 + 0.95 + 1.27) = 48.78 \text{ cm}$$

Sin considerar la sección transformada, se tiene:

$$I_g = bh^3/12 = 30 \cdot 55^3 / 12 = 415 \, 937.5 \text{ cm}^4$$

$$f_r = 2 \sqrt{f'_c} = 2 \sqrt{350} = 37.42 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_{cr} = I_g f_r / y_t = 415 \, 937.5 \cdot 37.42 / (55/2) = 5.66 \cdot 10^{-5} \text{ kg/cm} = 5.66 \text{ t-m}$$

El momento actuante será el momento positivo máximo,

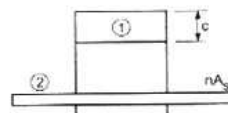
$$M_a = w L^2 / 8 = 1.55 \cdot 9^2 / 8 = 15.69 \text{ t-m} > M_{cr} = 5.66 \text{ t-m}$$

⇒ Sección agrietada.

Para la condición de sección agrietada, calculamos la profundidad del eje neutro, c , y el momento de la inercia de la sección agrietada, I_{cr} .

$$(1) \quad bc \Rightarrow b c^2 / 2$$

$$(2) \quad \begin{aligned} n A_s &\Rightarrow n A_s d \\ (bs + n A_s) c &= b c^2 / 2 + n A_s d \\ b c / 2 + n A_s c - A_s d &= 0 \end{aligned}$$



56



donde, $n = E_s/E_c = 218^6 / 150000 \sqrt{350} = 7.13$
 $A_s = 3 \phi \text{ No. 8} = 3 \cdot 5.07 = 15.21 \text{ cm}^2$
 $d = 48.78 \text{ cm}$
 $b = 30 \text{ cm}$

Reemplazando se tiene, $c^2 + 7.23 c - 352.67 = 0$
 $c = 15.51 \text{ cm}$

Luego
 $I_{cr} = b c^3 / 3 + n A_s (d - c)^2 = 157\,350.4 \text{ cm}^4$

El esfuerzo en el acero será:

$f_s = n M c / I = n M a (d - c) / I_{cr}$
 $f_s = 15.69 \cdot 10^{10} (48.78 - 15.51) 7.13 / 157350.4$
 $f_s = 2365 \text{ kg/cm}^2 < 0.6 f_y = 2520 \text{ kg/cm}^2$

Se tiene,
 $w_{max} = 0.1086 \cdot 10^{-4} b \sqrt[3]{d_c A} \dots\dots\dots(1)$

Donde:
 $\beta = (h - c) / (d - c) = (55 - 15.51) / (48.78 - 15.51) = 1.18$
 $d_c = 4 + 0.95 + 2.54/2 = 6.22 \text{ cm}$
 $A = b t / \gamma b_c = 30 \cdot 2 \cdot 6.22/3 = 124.4 \text{ cm}^2$
 $A = b t / b_c = 30 \cdot 2 \cdot 6.22/3 = 124.4 \text{ cm}^2$

En la expresión (1)

$w_{max} = 0.1086 \times 10^{-4} \cdot 1.18 \cdot 2365 \sqrt[3]{6.22 \cdot 124.4}$
 $= 0.28 \text{ mm.}$

b) Usando el criterio simplificado

$f_s = 0.6 f_y = 0.6 \cdot 4200 = 2520 \text{ kg/cm}^2$
 $\beta = 1.2$

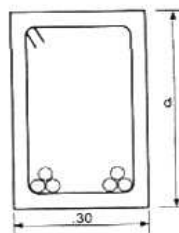
En la expresión (1):

$w_{max} = 0.1086 \cdot 10^{-4} \cdot 1.2 \cdot 2520 \sqrt[3]{6.22 \cdot 124.4}$
 $= 0.30 \text{ mm Rpta.}$

Aplicación N° 02:

Para una viga de concreto armado que tiene la sección mostrada en la figura adjunta hallar el ancho máximo de grieta.

Considere,
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 $f_s = 0.6 f_y$
 $A_s = 2 \text{ paquetes de 3 barras}$
 $\text{No. 8. Estribos de } \phi 1/2"$
 $b = 0.25 \text{ cm}$



Solución:

Se tiene, $w_{max} = 0.1086 \cdot 10^{-4} \beta f_s \sqrt[3]{d_c A}$

Donde, $\beta = 1.2$
 $f_s = 0.6 f_y = 2520 \text{ kg/cm}^2$
 $d_c = (4 + 1.27) + (2 \cdot 1.27 + 1 \cdot 1.5 \cdot 2.54) / 3$
 $= 5.27 + 2.12$
 $d_c = 7.39 \text{ cm}$

Luego, la profundidad del concreto en tensión, t será:

$t = 2 d_c = 2 \cdot 7.39 = 14.77 \text{ cm}$

Como son paquetes de 3 barras $= \gamma b_c = 0.65 \cdot 6$

Luego,
 $A' = b t / \gamma b_c = 25 \cdot 14.77 / 0.65 \cdot 6 = 94.70 \text{ cm}^2$

En (1) :

$w_{max} = 0.1086 \cdot 10^{-4} \cdot 1.2 \cdot 2520 \sqrt[3]{14.77 \cdot 94.7} = 0.367 \text{ mm.}$
 $w_{max} = 0.367 \text{ mm. Rpta.}$

Aplicación N° 03:

Verificar si la viga del ejemplo satisface el criterio en condiciones de cargas de servicios para control de agrietamiento para las tres condiciones ambientales siguientes usando $f_s = 0.6 f_y$:

- Exposición interior usando la expresión de Gergely-Lutz
- Exposición interior usando el procedimiento del factor Z .
- Exposición a agentes químicos

Solución:

- Del ejemplo 1, $w_{max} = 0.30 \text{ mm}$ para exposición interior se tiene $w_{permisibles} = 0.41 \text{ mm}$

Luego, $w_{max} < w_{permisibles} \Rightarrow$ conforme

- Calculamos el valor del factor Z ;

$Z = f_s \sqrt[3]{d_c A} = 2520 \sqrt[3]{6.22 \cdot 124.4} = 23135 \text{ kg/cm}$

Para exposición interior es necesario que,

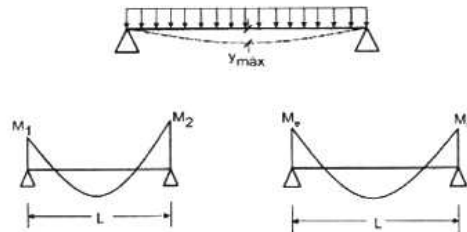
$Z < 31\,000 \text{ kg/cm}$

Luego, $Z = 23\,135 \text{ kg/cm} < 31\,000 \text{ kg/cm} \Rightarrow$ conforme

- Del Item 7.4, para exposición a agentes químicos:
 $w_{permisible} = 0.18 \text{ mm}$
 Se tiene, $w_{max} = 0.30 \text{ mm} > 0.18 \text{ mm}$
 $\Rightarrow$ No es conforme

CAPITULO 8

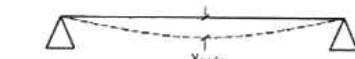
DEFLEXIONES EN ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO



$$y_{\max} = \frac{5n}{384} \cdot \frac{wL^4}{EI} - \frac{1}{8} \cdot \frac{M_e L^2}{EI}$$

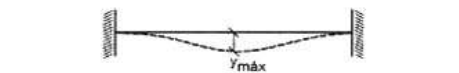
Casos particulares:

Elementos simplemente Apoyados



$$y_{\max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{wL^4}{EI} = 1.30 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{wL^4}{EI}$$

Elementos Empotrados en sus Extremos



$$y_{\max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{wL^4}{EI} - \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1}{12} wL^2 \right) L^2 = \frac{1}{384} \cdot \frac{wL^4}{EI}$$

$$= 0.26 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{wL^4}{EI}$$

Generalizando, la deflexión de un elementos por flexión con carga uniformemente distribuida está dada por la expresión:

$$y_{\max} = \delta \cdot \frac{wL^4}{EI}$$

8.1 Determinación de Parámetros: (ACI)

$$E_c = 15000 \sqrt{f'_c} \text{ kg/cm}^2$$

I_e = Momento de inercia efectivo.

El momento de inercia efectivo en elementos parcialmente fisurados están comprendidos entre el valor del momento de inercia de la sección agrietada, I_{cr} , y el momento de inercia de la sección total del concreto respecto al eje

centroidal despreciando el refuerzo del acero.

$$I_{cr} < I_e < I_g$$

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g$$

ó

$$I_e = I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 (I_g - I_{cr}) \leq I_g$$

siendo:

$$M_{cr} = \text{Momento de agrietamiento. } M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$$

$$f_r = \text{Módulo de rotura del concreto. } f_r = 2 \sqrt{f'_c} \left(\text{kg/cm}^2 \right)$$

I_g = Momento de inercia de la sección total del concreto

y_t = Distancia del eje centroidal a la fibra extrema en tracción.

M_a = Momento actuante máximo en un elemento al instante de calcular su deflexión.

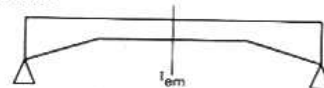
I_{cr} = Momento de inercia de la sección agrietada transformada a concreto.

Si $\frac{M_{cr}}{M_a} < \frac{1}{3}$, es aceptable utilizar $\Rightarrow I_e = I_{cr}$

Momentos de Inercia para elementos simplemente apoyados

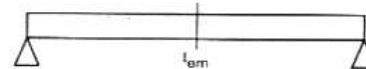
8.2 Miembro Prismático

$I_e = I_{em}$ = Momento de inercia efectivo para la sección central.



8.3 Miembros No Prismáticos

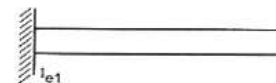
$I_e = I_{em}$



Elementos En Voladizo

a) Miembros Prismáticos.

$$I_{e1} = I_{em}$$

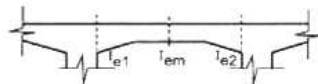
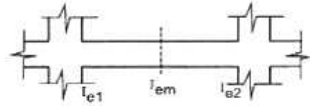


58

b) Miembros No Prismáticos

$$I_e = \frac{1}{2} (I_{e1} + I_{e2})$$

Elementos Continuos



- I_e puede tomarse como el promedio de valores obtenidos para las zonas críticas de momento positivo y negativo.
- I_e puede tomarse como I_{em} para miembros prismáticos.
- Para miembros no prismáticos.

$$I_e = \frac{I_{em}}{2} + \frac{1}{2} (I_{e1} + I_{e2})$$

- Se pueden mejorar los resultados para miembros prismáticos y no prismáticos usando las expresiones siguientes:

- Para ambos extremos continuos:
 $I_e = 0.75 I_{em} + 0.15 (I_{e1} + I_{e2})$
- Para un solo extremo continuo:
 $I_e = 0.85 I_{em} + 0.15 I_e \text{ Extremo Continuo}$

Notas:

- Deben usarse las envolventes de los momentos para determinar el valor positivo y negativo del I_e .
- Para el caso de tener una sola carga concentrada pesada debe considerarse solo el I_e en el tramo medio.

8.4 Deflexión adicional por cargas de Larga Duración

La retracción y la fluencia debido a cargas sostenidas causan deflexiones adicionales mayores que las que ocurren cuando se aplican inicialmente las cargas a la estructura. Estas deflexiones dependen de la temperatura, humedad, condiciones de curado, la edad al momento de la carga, cantidad de acero de compresión, magnitud de las cargas sostenidas y de otros factores.

Ningún procedimiento simple puede considerar esos factores sin embargo el ACI-05, da una expresión que da unos resultados satisfactorios.

La deflexión adicional de cargas sostenidas para miembros flexionantes se determina multiplicando la deflexión inmediata debida a cargas sostenidas por el factor λ :

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50 \rho'}$$

ρ' = cuantía del acero en compresión en la sección central para tramos simples y continuos, y en el apoyo para voladizos.

ξ = factor dependiente del tiempo.

- $\xi = 2.0$ si $t \geq 5$ años
- $\xi = 1.4$ si $t = 12$ meses
- $\xi = 1.2$ si $t = 6$ meses
- $\xi = 1.0$ si $t = 3$ meses

8.5 Cargas sostenidas o permanentes

Las que se deben considerar son la carga muerta y una parte de la carga viva, que depende de la utilidad o uso de la estructura.

$$W_p = W_D + \alpha W_L$$

$\alpha = 0.20$ a 0.25 para viviendas u oficinas.

$\alpha = 1.00$ para almacén o depósito.

Estas cargas permanentes dan lugar a deflexiones instantáneas y de larga duración.

8.6 Cargas No Permanentes

Constituida por la diferencia de las cargas vivas que no se consideran como cargas permanentes.

$$W_{NP} = (1 - \alpha) W_L$$

Estas dan lugar a deflexiones instantáneas o de corta duración.

8.7 Procedimiento Práctico para Cálculo de Deflexiones

Si no se dispone de los resultados del análisis estructural se puede estimar las deflexiones en forma práctica considerando para las cargas permanentes que el elemento está empotrado en sus extremos; y para las cargas no permanentes se considera un momento positivo máximo

$$\text{igual a: } +M = \frac{1}{14} wL^2$$

$$\therefore \text{Cargas Permanentes: } y = 0.26 \cdot 10^{-2} \frac{W_p (1 + \lambda) L^4}{EI}$$

y Cargas No Permanentes:

$$M_e = \frac{1}{8} wL^2 - \frac{1}{14} wL^2 = 0.0536 wL^2$$

$$y = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI} - \frac{1}{8} \left(\frac{M_e L^2}{EI} \right) = 0.6325 \cdot 10^{-2} \frac{W_{NP} L^4}{EI}$$

Finalmente la deflexión total será:

$$y = 0.26 \cdot 10^{-2} \frac{W_p (1 + \lambda) L^4}{E_c I_{e1}} + 0.6325 \cdot 10^{-2} \frac{W_{NP} L^4}{E_c I_{e2}}$$



8.8 Aplicaciones :

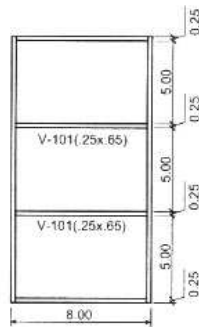
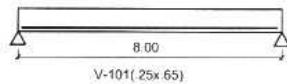
Aplicación N° 01:

Se tiene una viga simplemente apoyada, que se muestra en la figura, sometida a cargas uniformemente repartida. Considerando el efecto del área transformada del acero, se pide determinar:

- El momento de inercia efectivo de la sección de momentos máximos.
- La flecha máxima instantánea considerando la carga total de servicio.

La viga V-101 soporta una losa aligerada de

h = 0.20 m
Acabado = 80 kg/m²
Sobre carga = 150 kg/m²
f_c = 280 kg/cm²
f_y = 4200 kg/cm²



$$d = 65 - (4 + 0.95 + 2.54 \times 1.5)$$

$$d = 56.24 \text{ cm}$$

p.p. viga	:	0.25 * 0.65 * 2.4	=	0.39	t/m
aligerado	:	0.30 * 5	=	1.50	t/m
acabado	:	0.08 * 5.25	=	0.42	t/m
s/c	:	0.15 * 5.25	=	0.79	t/m
Σ			=	3.10	t/m

$$I_e = I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot (I_g - I_{cr}) \leq I_g$$

$$M_a = \frac{wL^2}{8} = 3.10 \cdot \frac{8^2}{8} = 24.8 \text{ t-m}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \cdot 10^6}{15000 \cdot \sqrt{280}} = 7.97$$

$$(n-1) A_s = 6.97 \cdot 20.28 = 141.35 \text{ cm}^2$$

$$y_o = \frac{25 + 65 \cdot 32.5 + 141.35 \cdot 56.24}{1625 + 141.35} = 34.40 \text{ cm}$$

$$y_t = h - y_o = 30.6 \text{ cm}$$

$$I_g = \frac{bh^3}{12} + bh \left(y_o - \frac{h}{2} \right)^2 + (n-1) A_s (d - y_o)^2$$

$$I_g = 572135.4 + 5866.3 + 67421.9 = 645423.6 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{2\sqrt{280} \cdot 645423.6}{30.6} = 7.06 \text{ t-m}$$

$$\frac{M_{cr}}{M_a} = \frac{7.06}{24.8} = 0.285 < \frac{1}{3} \Rightarrow I_e = I_{cr}$$

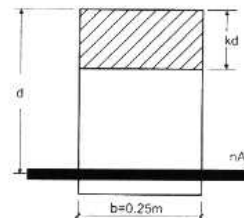
Entonces calculemos I_{cr}

$$25 \frac{(kd)^2}{2} + 161.63 \cdot 56.24 = (25kd + 161.63) kd$$

$$12.5 (kd)^2 + 12.93kd - 727.21 = 0 \Rightarrow kd = 21.26 \text{ cm}$$

$$I_{cr} = \frac{b(kd)^3}{3} + n A_s (d - kd)^2 = 277847.5 \text{ cm}^4$$

$$\therefore I_e = I_{cr} = 277847.5 \text{ cm}^2$$



Cálculo de la flecha máxima bajo la carga total de servicio

$$y_{max} = \frac{5}{384} \frac{w \cdot L^4}{E_c \cdot I_e} = \frac{5 \cdot 3.1 \cdot (800)^4}{384 \cdot 2 \cdot \sqrt{280} \cdot 277847.5}$$

$$y_{max} = 2.37 \text{ cm}$$

Aplicación N° 02:

Para la viga V-102 (0.25*0.45) doble empotrada que se muestra en la figura, determine la flecha máxima.

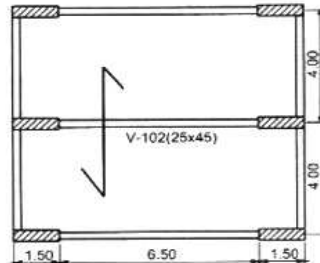
60

Aligerado de 17 cm

$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Uso de Vivienda

Tiempo de
construida es
5 años



Metrado de Carga

P.P.viga	=	$0.25 \cdot 0.45 \cdot 2.4$	=	0.27 t/m
Aligerado	=	$0.28 \text{ t/m}^2 \cdot 3.75 \text{ m}$	=	1.05 t/m
Acabado	=	$0.1 \text{ t/m}^2 \cdot 4 \text{ m}$	=	0.40 t/m
Tabiquería	=	$0.1 \text{ t/m}^2 \cdot 4 \text{ m}$	=	0.40 t/m
		w_D	=	2.12 t/m

$$S/C = .2 \text{ t/m}^2 \cdot 4 \text{ m} = 0.8 \text{ t/m} = W_L$$

$$\therefore w_u = 1.2 \cdot w_D + 1.6 \cdot w_L = 3.824 \text{ t/m}$$

Momentos de Diseño

$$M_u = \frac{1}{12} w_u L^2 = \frac{1}{12} \cdot 3.824 \cdot 6.5^2 = 13.46 \text{ t-m}$$

$$M_u = \frac{1}{24} w_u L^2 = 6.73 \text{ t-m}$$

Diseño por flexión

$$d = 45 - (4 + 0.95 + 1.27) = 38.78 \text{ cm}$$

$$M_u = 13.46 \text{ t-m} \Rightarrow a = \frac{d}{5} = 7.8 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A_s = 10.2 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 9.6 \text{ cm}$$

$$\text{para } a = 12 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 10.8 \text{ cm}^2$$

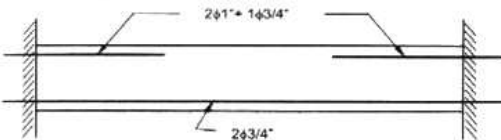
$$\Rightarrow a = 10.22 \text{ cm} \text{ conforme}$$

Usar $2 \phi 1 + 1 \phi 3/4$ (12.99 cm²)

$$M_u = 6.73 \text{ t-m} \Rightarrow a = 6 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 4.98 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = 4.68 \text{ cm} \text{ (conforme)}$$

Usar $2 \phi 3/4$ (5.7 cm²)



$$y = \frac{\delta w L^4}{E I} \text{ donde } \delta = \frac{1}{384}$$

$$y_{\max} = \frac{1}{384} w_p \frac{(1+\lambda)L^4}{E_c I_{e1}} + \frac{1}{504} \frac{w_N L^4}{E_c I_{e2}}$$

ROBERTO MORALES MORALES

$$w_p = w_D + 0.2 \cdot w_L ; 2.12 + 0.2 \cdot 0.8 = 2.28 \text{ t/m}$$

$$w_{NP} = (1.02) \cdot w_L = 0.82 \text{ t/m}$$

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50 \rho'} = \frac{2}{1 + 0} = 2$$

Cálculo de las inercias efectivas

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g \quad \text{ó}$$

$$I_e = I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot (I_g - I_{cr}) \leq I_g$$

Criterio de la sección bruta.

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{25 \cdot 45^3}{12} = 189843.75 \text{ cm}^4$$

$$y_t = \frac{h}{2} = \frac{45}{2} = 22.5 \text{ cm}$$

$$M_{cr} = \frac{I_r \cdot I_g}{y_t} = \frac{2 \cdot \sqrt{210} \cdot 189843.75}{22.6 \cdot 10^5} = 2.43 \text{ t-m}$$

Cálculo de la inercia de la sección agrietada

$$d = 45 - \left(4 + 0.95 + \frac{1.91}{2} \right) = 39.10 \text{ cm}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \cdot 10^6}{15000 \cdot \sqrt{210}} = 9.20$$

$$n \cdot A_s = 9.2 \cdot 5.7 = 52.44 \text{ cm}^2$$

$$(25 \cdot kd + 52.44) kd = \frac{25}{2} \cdot (kd)^2 + 52.44 \cdot 39.10$$

$$(kd)^2 + 4.20 \cdot kd - 164.03 = 0 \Rightarrow kd = 10.88 \text{ cm}$$

$$I_{cr} = 25 \cdot \frac{10.88^3}{3} + 52.44 \cdot (39.10 - 10.88)^2 = 52494.17 \text{ cm}^4$$

$$M_{a1} = \frac{w_p L^2}{24} = \frac{2.28 \cdot 6.5^2}{24} = 4.01 \text{ t-m}; \quad \frac{M_{cr}}{M_a} = 0.61$$

$$M_{a2} = \frac{w_p L^2}{24} = \frac{(2.28 + 0.64) \cdot 6.5^2}{24} = 5.14 \text{ t-m}; \quad \frac{M_{cr}}{M_a} =$$

$$\therefore I_{e1} = 83669.92 \text{ cm}^4; \quad I_{e2} = 67683.93 \text{ cm}^4$$

$$y_{\max} = \frac{1}{384} \cdot \frac{2.28 \cdot (1+2) \cdot 650^4}{15000 \cdot \sqrt{210} \cdot 83669.92} +$$

$$\frac{1}{384} \cdot \frac{6.4 \cdot 650^4}{15000 \cdot \sqrt{210} \cdot 67683.93}$$

$$y_{\max} = 1.75 + 0.20 = 1.95 \text{ cm} = \frac{L}{333} < \frac{L}{200} \text{ conforme}$$

ICG, Instituto de la Construcción y Gerencia

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com

PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA

UJCM-ING.CIVIL

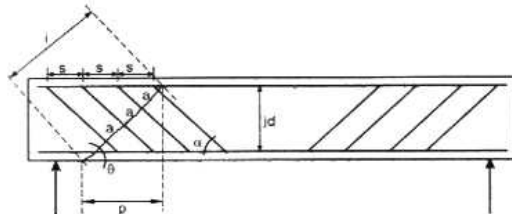
Patricia A.C.-ING.CIVIL

MOQUEGUA

CAPITULO 9

DISEÑO POR FUERZA CORTANTE

9.1 Diseño por Fuerza cortante con refuerzo en el alma



Donde:

- i = Longitud de la grieta
- p = Proyección horizontal de la grieta
- a = Espaciamiento en la dirección de la grieta del refuerzo transversal
- s = Espaciamiento en la dirección horizontal del refuerzo transversal

La fuerza cortante que resiste una viga será las que proporcionan el concreto y el acero transversal, es decir:

$$V_n = V_c + V_s$$

Las grietas diagonales se forman debido a la tensión diagonal, los cuales son esfuerzos principales de tensión perpendiculares a la grieta.

$$V = V_c + \sum A_v f_v \sin(\alpha)$$

A_v = Área de cada estribo

f_v = Esfuerzo del refuerzo transversal

Si existen n estribos inclinados dentro de la grieta entonces:

$$V = V_c + \sum n A_v f_v \sin(\alpha)$$

siendo: $n = \frac{i}{a}$

además: $i = \frac{p}{\cos \theta}$

Por trigonometría tenemos:

$$a = \frac{s \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \theta)}$$

$$a = \frac{s}{\sin(\theta)(\cot \alpha + \cot \theta)}$$

Reemplazando los valores de i y a tenemos:

$$n = \frac{p}{s} \lg(\theta)(\cot \alpha + \cot \theta)$$

Para el instante que se origina la grieta por tracción diagonal, se puede suponer que:

$$\theta = 45^\circ, p = jd \approx d$$

$$n = \frac{d}{s}(\cot \alpha + 1)$$

$$V_n = V_c + \frac{d}{s}(\cot \alpha + 1) A_v f_v \sin(\alpha)$$

$$V_n = V_c + \frac{A_v f_v d}{s}(\cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$V_n = \frac{V_u}{\phi}$$

V_n = Fuerza cortante nominal.

V_u = Fuerza cortante factorada.

ϕ = Factor de resistencia, para fuerza cortante es igual a 0.75.

9.2 Fuerza cortante que resiste el concreto (V_c)

El código ACI sugiere la siguiente expresión simplificada para la determinación de V_c .

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d \quad f'_c \text{ en kg/cm}^2 \quad b_w, d \text{ en cm}$$

El código ACI presenta diferentes expresiones de V_c para diferentes situaciones:

- Elementos sometidos a flexión y corte.

$$V_c = \left(0.5 \sqrt{f'_c} + 176 \rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) b_w d$$

donde: $\rho_w = \frac{A_s}{b_w d}$

además: $\frac{V_u d}{M_u} \leq 1$

La resistencia del concreto no será mayor que:

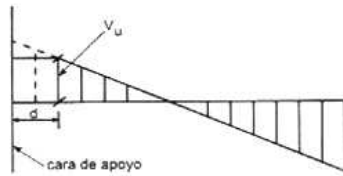
$$V_c \leq 0.93 \sqrt{f'_c} b_w d \quad f'_c \text{ en kg/cm}^2 \quad b_w, d \text{ en cm}$$

- Elementos sometidos a considerable esfuerzo de tracción se puede efectuar el diseño considerando despreciable la resistencia del concreto.

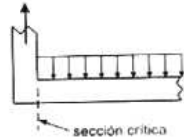
9.3 Consideraciones de Diseño:

- Si la reacción del apoyo induce compresión al elemento y no existe carga concentrada entre la cara del apoyo y una sección ubicada a "d" de ella, entonces este tramo se diseñará para un cortante último que corresponde a la sección ubicada a "d" de la cara de apoyo. Esta sección se denomina sección crítica y es la que se encuentra sometida al mayor cortante de diseño del elemento.

62



- Si la reacción del apoyo induce tracción al elemento, la sección crítica se encuentra en la cara de apoyo.



9.4 Cálculo del refuerzo transversal

El refuerzo que se necesitará tendrá que resistir:

$$V_s = V_n - V_c$$

entonces de la expresión: $V_s = \frac{A_v f_y d}{s} (\cos \alpha + \sin \alpha)$, despejamos "s".

$$s = \frac{A_v f_y d}{V_s} (\cos \alpha + \sin \alpha)$$

Que será el espaciamiento a que se encuentre los estribos que tienen un área A_v .

Si se usan estribos verticales es decir $\alpha = 90^\circ$. Se tendrá:

$$s = \frac{A_v f_y d}{V_s}$$

9.5 Requisitos Mínimos para el Diseño por Corte.

(Válido para vigas)
ACI-05

1. Si $V_n \leq \frac{V_c}{2}$, entonces no se necesita ningún tipo de refuerzo transversal.
2. Si $V_n \geq \frac{V_c}{2}$ $\wedge$ $V_n \leq V_c$, entonces un refuerzo transversal mínimo.

$$A_v \min = 3.5 b_w \frac{s}{f_y}$$

donde $s \leq \frac{d}{2}$ $\wedge$ $s \leq 60 \text{ cm}$

3. Si $V_n \geq V_c$, tenemos:

- Si $V_s \leq 1.06 \sqrt{f'_c} b_w d$, entonces: $s \leq \frac{d}{2}$ $\vee$ $s \leq 60 \text{ cm}$

- Si $V_s > 1.06 \sqrt{f'_c} b_w d$ $\wedge$ $V_s \leq 2.12 \sqrt{f'_c} b_w d$,

Entonces: $s \leq \frac{d}{4}$ $\vee$ $s \leq 30 \text{ cm}$



4. $V_s > 2.12 \sqrt{f'_c} b_w d$, entonces:

- Cambiar la sección.
- Mejorar la calidad del concreto.

9.6 Aplicaciones:

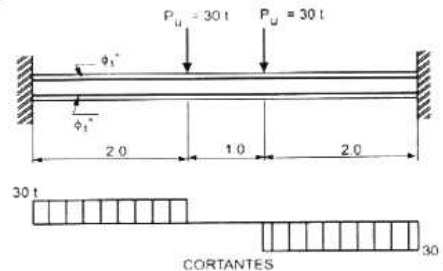
Aplicación N° 01:

Diseñar por corte la viga que se muestra en la figura. Considere estribos verticales de dos ramas de $\phi 3/8"$.

$$P_u = 30 \text{ t}$$

$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$



Solución:

$$d = 45 - (4 + 0.95 + 1.27) = 38.78 \text{ cm} \approx 39 \text{ cm}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{280} (10) (0.25) (0.39) = 8.65 \text{ t}$$

$$V_{ud} = 30 \text{ t}$$

$$V_n = \frac{V_u}{\phi} = \frac{30}{0.75} = 40 \text{ t}$$

$$V_s = V_n - V_c = 31.35 \text{ t}$$

$$V_s = 2.12 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$V_s \leq 2.12 \sqrt{280} (10) (0.25) (0.39) = 34.6 \text{ t}$$

$$V_s = 31.35 \leq V_{s \max}$$

CONFORME

$$s \leq \frac{d}{4} = \frac{38.78}{4} = 9.7 \text{ cm}$$

Diseño por corte usando estribos $\phi 3/8"$: $A_v = 2 \times 0.71 = 1.42 \text{ cm}^2$

$$s = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{2 \times 0.71 \times 4.2 \times 38.78}{31.35} = 7.4 \text{ cm} \approx 8 \text{ cm}$$

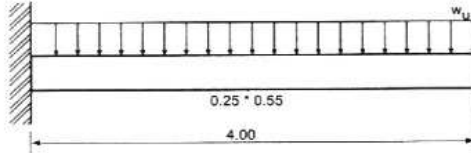
$$\text{Número de varillas: } \frac{2 - 0.05}{0.08} = 24.4$$

Usar estribos $\phi 3/8"$, 1 @ 0.05, 25 @ 0.08 en c/extremo.

Aplicación N° 02:

Diseñar por fuerza cortante la viga en voladizo que se muestra en la figura.

$w_u = 4.5 \text{ t/m}$; Refuerzo por flexión en dos capas = $6\phi 1"$
 $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$



$$V_{u \text{ cara}} = w_u L_v = 18 \text{ t}$$

$$V_{u d} = 18 - w_u d = 15.92 \text{ t}$$

$$d = 55 - (4 + 0.95 + 2.54 + 1.27) = 46.24 \text{ cm}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} \cdot 10 \cdot 0.25 \cdot 0.4624 = 8.88 \text{ t}$$

Diseño de la sección más crítica

$$V_s = V_n - V_c = \frac{15.92}{0.75} - 8.88 = 12.35 \text{ t}$$

$$s = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{1.42 \cdot 4.2 \cdot 46.24}{12.35} = 22.33 \text{ cm}$$

$$V_s < 1.06 \sqrt{f'_c} b_w d = 17.76 \text{ t} \quad \therefore s \leq \frac{d}{2} = 23 \text{ cm}; 60 \text{ cm}$$

$$s = 23 \text{ cm} = 0.23 \text{ m}$$

Usar estribos $\phi 3/8" @ 0.23 \text{ m}$

$$\text{Sección de refuerzo mínimo: } V_{no} = \frac{V_c}{2} = 4.44 \text{ t}$$

$$V_{uo} = V_{no} \cdot \phi = 4.44 \cdot 0.75 = 3.33 \text{ t}$$

$$V_{uo} = 3.33 \text{ t} = V_{u \text{ cara}} - w_u m_o$$

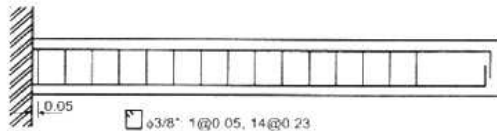
$$3.33 \text{ t} = 18 - 4.5 m_o \Rightarrow m_o = 3.26 \text{ m}$$

$$A_v \text{ min} = 3.5 \frac{b_w s}{f_y} \Rightarrow s = \frac{1.42 \cdot 4200}{3.5 \cdot 25} = 68.16 \text{ cm}$$

$$(3.26 - 0.05) / 0.23 = 14 \text{ estribos}$$

Usar estribos $\phi 3/8" 1 @ 0.05 \text{ m}, 14 @ 0.23 \text{ m}$

Longitud utilizada = $0.05 + 14 \cdot 0.23 = 3.27 \text{ m}$.



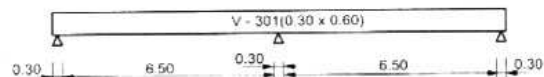
Aplicación N° 03:

Diseñar por corte la viga que se muestra en la figura adjunta. La viga está sometida a una carga uniformemente repartida. (Refuerzo de flexión son varillas de $1"$).

$w_D = 4.1 \text{ t/m}$
 $w_L = 1.6 \text{ t/m}$

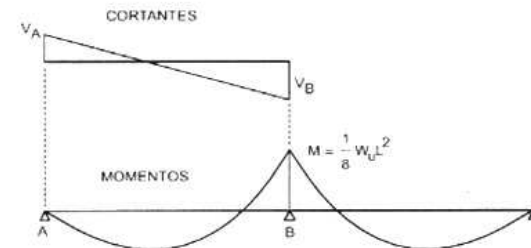
Utilice estribos de $\phi 3/8"$ de dos ramas verticales.

$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$



$$w_u = 1.2 \cdot 4.1 + 1.6 \cdot 1.6 = 7.48 \text{ t}$$

$$\frac{1}{8} w_u L^2 = \frac{1}{8} \cdot 7.48 \cdot 6.8^2 = 43.23 \text{ t-m}$$



$$V_{A u} = w_u \frac{L}{2} - \frac{M}{L} = 19.07 \text{ t}$$

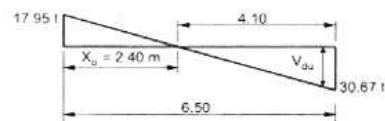
$$\Rightarrow V_{A \text{ cara}} = V_{A \text{ eje}} - w_u \cdot 0.15 = 17.95 \text{ t}$$

$$V_{B u} = w_u \frac{L}{2} + \frac{M}{L} = 31.79 \text{ t} \Rightarrow V_{B \text{ cara}} = V_{B \text{ eje}} - w_u \cdot 0.15$$

$$V_{B \text{ cara}} = 30.67 \text{ t}$$

$$\frac{x_o}{17.95} = \frac{6.5}{17.95 + 30.67} \Rightarrow x_o = 2.40$$

$$d = 60 - (4 + 0.95 + 1.27) = 53.78 \text{ cm}$$



Cortantes en el Apoyo B

$$V_{d u} = 30.67 - 7.48 \cdot 0.5378 = 26.65 \text{ t}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} (10) \cdot 0.3 \cdot 0.54 = 12.44 \text{ t}$$

64



$$V_s = V_n - V_c = \frac{26.65}{0.75} - 12.44 = 23.10 \text{ t}$$

$$V_s < 1.06 \sqrt{f'_c} b_w d = 24.88 \text{ t} \therefore s \leq \frac{d}{2} = 27 \text{ cm} ; 60 \text{ cm}$$

$$s = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{1.42 \cdot 4.2 \cdot 53.78}{23.10} = 13.88 \text{ cm}$$

Usar estribos $\phi 3/8" @ 0.14 \text{ m}$.

$$S_o = 20 \text{ cm} \Rightarrow V_s = 16.04 \text{ t} \Rightarrow V_n = 28.48 \text{ t} \Rightarrow V_u = 21.36 \text{ t}$$

$$21.36 = 30.67 - 8.46 \cdot m_o \Rightarrow m_o = 1.10 \text{ m}$$

$$A_{v_{\min}} = 3.5 b_w \frac{s}{f_y} \Rightarrow s = \frac{1.42 \cdot 4200}{3.5 \cdot 30} = 56.8 \text{ cm}$$

$$s \leq \frac{d}{2} = 27 \text{ cm}$$

$$V_n = \frac{V_c}{2} = 6.22 \text{ t} \Rightarrow V_u = 4.67 \text{ t}$$

$$4.67 = 30.67 - 8.46 m_o \Rightarrow m_o = 3.07 \text{ m}$$

$$\text{estribos } \phi 3/8": 1 @ 0.05, 9 @ 0.14$$

$$0.05 + 9 \cdot 0.14 = 1.31 \text{ m}$$

$$S_o = 27 \text{ cm} \Rightarrow V_s = 11.88 \text{ t} \Rightarrow V_n = 24.32 \text{ t} \Rightarrow V_u = 18.24 \text{ t}$$

$$18.24 = 30.67 - 8.46 \cdot m_o \Rightarrow m_o = 1.47 \text{ m}$$

$$L_{\text{disp}} = 1.66 - 1.31 = 0.35 \text{ m} \therefore \frac{0.35}{s_o} = \frac{0.35}{0.20} = 2 @ 0.20 \text{ m}$$

$$1.31 + 0.40 = 1.71 \text{ m}$$

$$3.48 - 1.71 = 1.77 \text{ m} \therefore \frac{1.77}{s_o} = \frac{1.77}{0.27} = 7 @ 0.27 \text{ m}$$

Estribos $\phi 3/8" 1 @ 0.05, 9 @ 0.14, 2 @ 0.20, 7 @ 0.27$

Cortantes en el apoyo A

$$V_{du} = 20.30 - 8.46 \cdot 0.5378 = 15.73 \text{ t} \Rightarrow V_n = 18.51 \text{ t}$$

$$V_s = 6.08 \text{ t} < 1.06 \sqrt{f'_c} b_w d = 24.88 \text{ t} \therefore s \leq \frac{d}{2} = 27 \text{ cm} ; 60$$

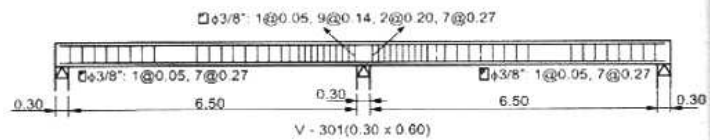
$$s = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{1.42 \cdot 4.2 \cdot 53.78}{6.08} = 52.75 \text{ cm}$$

Usar estribos $\phi 3/8" @ 0.27$

$$V_n = \frac{V_c}{2} = 6.22 \text{ t} \Rightarrow V_u = 5.29 \text{ t}$$

$$5.29 = 20.30 - 8.46 m_o \Rightarrow m_o = 1.77 \text{ m}$$

$$\text{estribos } \phi 3/8": 1 @ 0.05, 7 @ 0.27 \text{ m}$$



Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com
 PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA
 UJCM-ING.CIVIL

CAPITULO 10

DISEÑO POR TORSION

Los elementos de concreto armado están sometidos comúnmente a momentos flectores, a fuerzas cortantes transversales asociados con estos momentos flectores y, en el caso de columnas, a fuerzas axiales combinadas a menudo con flexión y cortante. Además, pueden actuar fuerzas de torsión que tienden a retorcer el elemento con respecto a su eje longitudinal. Estas fuerzas de torsión rara vez actúan solas y casi siempre están acompañadas por momentos flectores, por cortantes transversales y algunas veces por fuerzas axiales.

Desde 1960 se ha dado una evolución importante en las actividades de investigación relacionadas con la torsión en el concreto armado. Por primera vez se incorporaron procedimientos prácticos de diseño en el Código ACI de 1971, se hicieron revisiones menores en las siguientes tres ediciones, y se hizo una revisión sustancial en 1995. Los procedimientos actuales de diseño fueron propuestos inicialmente en Suiza y ahora forman parte de los códigos modelo en Europa y Canadá.

Al considerar los efectos de torsión en las estructuras de concreto reforzado, es importante diferenciar entre torsión primaria y torsión secundaria. La torsión primaria, algunas veces llamada torsión de equilibrio o torsión estáticamente determinada, se presenta cuando la carga externa no tiene otra alternativa que ser resistida por torsión. En estos casos, la torsión necesaria para mantener el equilibrio estático puede determinarse en forma única. Un ejemplo de esto es una losa en voladizo, las cargas que se aplican en la superficie de la losa producen unos momentos de torsión que actúan a lo largo de la longitud de la viga de soporte. Estos se equilibran mediante el momento torsor resistente que se genera en las columnas. Sin estos momentos la estructura colapsaría.

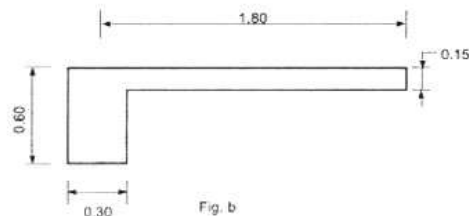
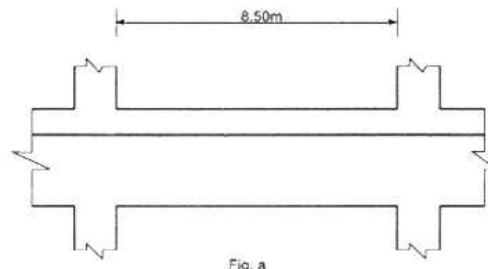
10.1 Aplicaciones:

Aplicación N° 01:

La viga con 8.50 m que se muestra en la figura adjunta sostiene una losa maciza con un voladizo de 1.80 m desde el centro de la viga como aparece en la sección.

La viga en L resultante sostiene una carga viva de 1.34 t/m a lo largo de la línea central de la viga más 250 kg/m² distribuida uniformemente sobre la superficie superior de la losa. La altura efectiva hasta el centroide del acero a flexión es de 54.61 cm y la distancia desde la superficie de la viga hasta el centroide del acero de los estribos 4.45 cm. Las resistencias de los materiales son:

$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$. Diseñe el refuerzo a torsión y a cortante de la viga.



Solución:

Si se aplican los coeficientes de carga del ACI a las cargas de la losa, se obtiene:

$$\gamma_c = 2400 \text{ kg/m}^3 \quad \text{y} \quad h = 0.15 \text{ m}$$

$$\text{Peso propio} = 2400 \times 0.15 = 360 \text{ kg/m}^2$$

Carga muerta:

$$w_D = (360 \times 1.65) = 594 \text{ kg/m}$$

Carga viva:

$$w_L = (250 \times 1.65) = 412.5 \text{ kg/m}$$

Carga (w_U):

$$\text{Luego: } w_U = 1.2w_D + 1.6w_L = 1.2 \times (594) + 1.6 \times (412.5) = 1372.8 \text{ kg/m}$$

$$\Rightarrow w_U = 1.37 \text{ t/m (a 0.975 m de excentricidad)}$$

Mientras que la viga soportará directamente:

Carga muerta:

$$w_D = (0.30 \times 0.60) \times 2400 = 432 \text{ kg/m}$$

Carga viva:

$$w_L = (1340 + 250 \times 0.30) = 1415 \text{ kg/m}$$

Carga factorizada (w_u):

$$\text{Luego: } w_u = 1.2 w_D + 1.6 w_L = 1.2 \cdot (432) + 1.6 \cdot (1415.0) = 2782.4 \text{ kg/m}$$

$$\Rightarrow w_u = 2.78 \text{ t/m}$$

Así la carga uniformemente distribuida sobre la viga es $1.37 + 2.78 = 4.15 \text{ t/m}$ y actúa de manera simultánea con un momento torsor distribuido uniformemente de $1.37 \cdot 0.975 = 1.336 \text{ t-m/m}$.

En la cara de la columna la fuerza cortante de diseño es:

$$V_u = 4.2 \cdot (8.50/2) = 17.85 \text{ t}$$

En el mismo sitio, el momento de torsión de diseño es:

$$T_u = 1.336 \cdot (8.50/2) = 5.68 \text{ t-m}$$

Figura C

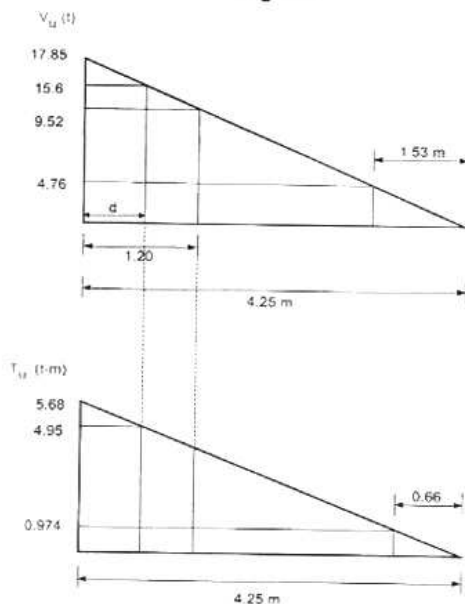


Figura D

RESISTENCIA AL CORTANTE DEL CONCRETO (ϕV_c):

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$\phi V_c = 0.75 \cdot 0.53 \sqrt{350} \cdot 30 \cdot 54.61 / 1000 = 9.52 \text{ t}$$

$$\Rightarrow \phi V_c = 9.52 \text{ t}$$

La variación de V_u y T_u con la distancia a la columna de apoyo la determinan las figuras (c) y (d), respectivamente.

Los valores de V_u y T_u en la sección crítica de diseño, a una distancia d de la cara de la columna son:

$$V_u = 15.61$$

$$T_u = 4.95 \text{ t-m}$$

A_{cp} :

$$A_{cp} = 30 \cdot 60 + 15 \cdot 45 = 2475 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_{cp} = 2475 \text{ cm}^2$$

P_{cp} :

$$P_{cp} = 60 + 75 + 2 \cdot 45 + 30 = 255 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P_{cp} = 255 \text{ cm}$$

Para la viga efectiva $A_{cp} = 2475 \text{ cm}^2$ y $P_{cp} = 255 \text{ cm}$. De acuerdo al Código ACI-318-05, la torsión puede despreciarse si:

$$T_u \leq \phi \cdot 0.27 \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) (\text{kg/cm}^2)$$

Luego:

$$T_u = 4.95 \text{ t-m}$$

$$T_u \leq 0.75 \times 0.27 \sqrt{350} \times \left(\frac{2475^2}{255} \right) \times \frac{1}{10^5} = 0.91 \text{ t-m}$$

$$\therefore T_u = 5.53 \text{ t-m} \leq 0.91 \text{ t-m} \dots \dots \dots \text{NO!}$$

En el presente caso es claro que la torsión debe considerarse. Debido a que la resistencia a torsión de la viga se requiere para el equilibrio, no debe realizarse ninguna reducción en el valor de T_u .

Antes de diseñar el refuerzo a torsión, debe verificarse que la sección cumpla con la ecuación (para secciones macizas o sólidas).

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d} \right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1.7 A_{oh}^2} \right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2.12 \sqrt{f'_c} \right)$$

Aunque para verificar si la torsión podía despreciarse, A_{cp} se calculó considerando las aletas (tal como lo exige la sección 11.6.1 del Código ACI); los cálculos subsecuentes para funcionalidad y resistencia desprecian las aletas y no se proporciona ningún refuerzo a torsión en las mismas. Como referencia $b_w d = 30 \cdot 54.61 = 1638 \text{ m}^2$

$$\Rightarrow b_w d = 1638 \text{ cm}^2$$

Considerando un recubrimiento de 4.45 cm hasta el centro de las barras de los estribos en todas las caras:

$$x_o = 30 - 2 \cdot 4.45 = 21.1 \text{ cm}$$

$$y_o = 60 - 2 \cdot 4.45 = 51.1 \text{ cm}$$

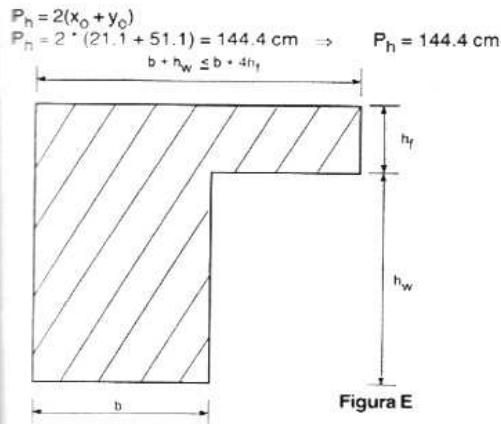
Así:

$$A_{oh} = x_o y_o$$

$$A_{oh} = 21.1 \cdot 51.1 = 1078 \text{ cm}^2 \Rightarrow b_w d = 1078 \text{ cm}^2$$

$$A_o = 0.85 A_{oh}$$

$$A_o = 0.85 \cdot 1078 = 916.5 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_o = 916.5 \text{ cm}^2$$



De la ecuación anterior:

$$\sqrt{\left(\frac{15600}{30 \cdot 54.61}\right)^2 + \left(\frac{4.95 \cdot 10^5 \cdot 144.4}{1.7 \cdot 1078.21^2}\right)^2} = 37.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$\leq 0.75 \cdot \left(\frac{9.52 \cdot 10^3}{30 \cdot 54.61} + 2.12 \cdot \sqrt{350}\right) = 34.1 \text{ kg/cm}^2$$

$\therefore 41.69 \text{ kg/cm}^2 \leq 42.14 \text{ kg/cm}^2$ Correcto!

Según esto, la sección transversal tiene un tamaño adecuado para la resistencia dada del concreto. Los valores de A_t y A_v se calculan ahora en la cara de la columna (únicamente como referencia). ACI - 11.6.3.6.

Utilizando la siguiente ecuación y $\theta = 45^\circ$

El refuerzo transversal por torsión debe diseñarse usando:

$$A_t = \frac{T_u s}{2 \phi A_o f_{yv} \cot \theta}$$

$$A_t = \frac{6.39 \cdot 10^5 s}{2 \cdot 0.85 \cdot 916.48 \cdot 4200 \cdot \cot 45^\circ} = 0.09689s$$

Para una rama de un estribo vertical cerrado o 0.1938s para dos ramas.

La capacidad a cortante del concreto solo, obtenida a partir de la ecuación es:

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$\phi V_c = 0.75 \cdot 0.53 \sqrt{350} \cdot 30 \cdot 54.61 / 1000 = 9.52 \text{ t}$$

$$\Rightarrow \phi V_c = 9.52 \text{ t}$$

A partir de la siguiente ecuación, el refuerzo en el alma para el cortante transversal, de nuevo calculado en la cara de la columna es:

$$A_v = \frac{(V_u - \phi V_c) s}{\phi f_{yv} d}$$

$$A_v = \frac{(19.30 - 9.52) \cdot 10^3 s}{0.75 \cdot 4200 \cdot 54.61} = 0.0569 s$$

Que debe proporcionarse con dos ramas verticales.

El valor calculado de A_t disminuye linealmente hasta cero en el centro de la luz y el valor calculado de A_v disminuye linealmente hasta cero a 1.20 m desde la cara del apoyo, el punto en el cual $V_u = \phi V_c$. Así el área total que debe suministrarse mediante las dos ramas verticales es:

Para: $0 \leq x \leq 1.20 \text{ m}$

$$2A_t + A_v = 0.1938s \left(1 - \frac{x}{4.25}\right) + 0.0282s \left(1 - \frac{x}{1.20}\right)$$

Donde x es la distancia a partir de la cara del apoyo.

Para: $1.20 \leq x \leq 4.25 \text{ m}$

$$2A_t + A_v + 0.1938s \left(1 - \frac{x}{4.25}\right)$$

Los estribos cerrados de $\phi 1/2"$ suministran un área total en las dos ramas de $2 \times 1.27 = 2.54 \text{ cm}^2$. Para $2A_t + A_v = 2.54 \text{ cm}^2$ el espaciamiento requerido a d y a intervalos de 0.60 m a lo largo de la luz puede determinarse utilizando las relaciones dadas entre área de estribos y área de espaciamiento.

s_d	=	13.8 cm
$s_{x=0.6}$	=	14.1 cm
$s_{x=1.2}$	=	18.05 cm
$s_{x=1.8}$	=	22.7 cm
$s_{x=2.4}$	=	30.11 cm
$s_{x=3.0}$	=	44.6 cm

Estos valores de "s" se dibujan en la siguiente figura. Ahora deben verificarse las disposiciones del Código ACI para espaciamiento máximo.

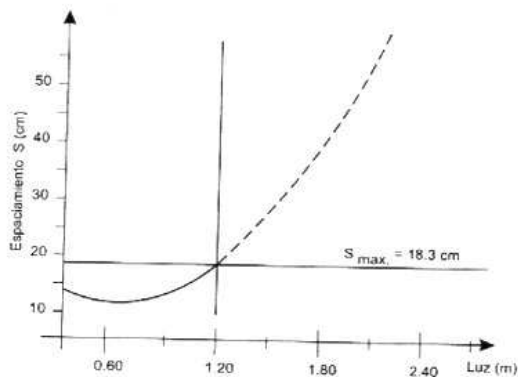


Figura F

Para refuerzo a torsión, el máximo espaciamiento es el menor de:

$$\frac{P_h}{8}$$

$144.4/8 = 18.05 \text{ cm}$ o 30 cm , mientras que en las disposiciones para cortante, el máximo espaciamiento es $d/2 = 54.61/2 = 27.31 \leq 60 \text{ cm}$.

La primera de las anteriores disposiciones es la más restrictiva y en la figura (f) se dibuja el máximo espaciamiento de 18.05 cm .

Los estribos entre la cara del apoyo y una distancia d pueden espaciarse s_d . Los espaciamientos requeridos resultantes se indican mediante la línea continua de la figura. Estos requisitos se cumplen de manera práctica utilizando estribos cerrados de $\phi 1/2"$, el primero localizado a 5 cm desde la cara de la columna, seguido de 6 estribos con un espaciamiento de 15 cm y 18 estribos con un espaciamiento de 18 cm .

De acuerdo con el Código ACI, los estribos pueden interrumpirse en el punto para el cual $V_u < \phi V_c/2$ (1.53 m desde el centro de la luz) o a una distancia $(b_t + d) = 0.66 \text{ m}$ más allá del punto en el cual:

$$T_u = \phi 0.27 \sqrt{f'_c} \left(\frac{A^2_{cp}}{P_{cp}} \right)$$

Este último punto está más allá del centro del elemento; por tanto se requieren estribos mínimos a lo largo de toda la luz.

El acero mínimo de 2.54 cm^2 en el alma que suministra, satisface el mínimo establecido por el Código ACI de:

$$(2 A_t + A_v) \geq \frac{3.5 b_w s}{f_{yv}}$$

$$A_{vmin} = 3.5 \times 30 \times 18/4200 = 0.45 \text{ cm}^2$$

$$\therefore A_v = 2.54 \text{ cm}^2 \geq A_{vmin} = 0.45 \text{ cm}^2 \dots\dots\dots \text{Conforme!}$$

Luego se calcula el acero longitudinal exigido para efectos de torsión a una distancia d desde la cara de la columna. En este sitio.

$$\frac{A_t}{s} = 0.09689 \cdot \left(1 - \frac{x}{4.25} \right)$$

$$\frac{A_t}{s} = 0.09689 \cdot \left(1 - \frac{0.5461}{4.25} \right) = 0.08444$$

y a partir de la siguiente ecuación:

$$A_t = \frac{A_t}{s} P_h \left(\frac{f_{yv}}{f_{yt}} \right) \cot^2 \theta$$

$$A_t = 0.0844 \cdot 144.4 \cdot \left(\frac{4200}{4200} \right) \cdot \cot^2 45^\circ = 12.19 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_t = 12.19 \text{ cm}^2$$

Con un total no menor que: (ACI-11.6.5)

$$A_{lmin} = \frac{1.33 \sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_{yt}} - \left(\frac{A_t}{s} \right) P_h \frac{f_{yv}}{f_{yt}}$$

$$A_{lmin} = \frac{1.33 \cdot \sqrt{350} \cdot 2475}{4200} - 0.073 \cdot 144.4 \cdot \frac{4200}{4200} = 4.11 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_{lmin} = 4.11 \text{ cm}^2$$

En la cual A_t/s no debe tomarse menor que:

$$\frac{A_t}{s} \geq \frac{1.76 b_w}{f_{yv}}$$

$$\frac{A_t}{s} \geq \frac{1.76 \cdot 30}{4200} = 0.0126 \Rightarrow A_t/s \geq 0.0126$$

De acuerdo con el Código ACI, el espaciamiento no debe ser mayor que 30 cm y las barras no deben ser menores que $\phi 3/8"$ en tamaño y no deben tener un diámetro menor que $s/24 = 14/24 = 0.583 \text{ cm}$.

El refuerzo se ubicará en la parte superior, en el centro y en la parte inferior del elemento, colocando en cada nivel un área mínima de $12.19/3 = 4.06 \text{ cm}^2$.

En el centro de la altura se utilizarán $2\phi 3/4"$ mientras que en las partes superior e inferior del elemento se aumentará el refuerzo a flexión en 4.06 cm^2 .

Aunque el área requerida A_t disminuye en proporción directa a A_t y por tanto disminuye linealmente desde una distancia d desde la cara de la columna hasta el centro de la luz, las barras se prolongarán en forma continua a lo largo del elemento para facilitar la construcción.

Aunque el Código ACI-11.6.3 establece que el valor de A_t puede disminuirse en las zonas de compresión por flexión en una cantidad igual a $M_u/(0.9df_y)$, aquí no se realizarán esta reducción. Se proporcionará el empotramiento adecuado más allá de la cara de la columna con el fin de desarrollar en las barras el valor completo de f_y en ese sitio.

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com
PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA
UJCM-ING.CIVIL

CAPITULO 11

COLUMNAS

11.1 Definición

Básicamente la columna es un elemento estructural que trabaja en compresión, pero debido a su ubicación en el sistema estructural deberá soportar también solicitaciones de flexión, corte y torsión.

11.2 La falla en columnas

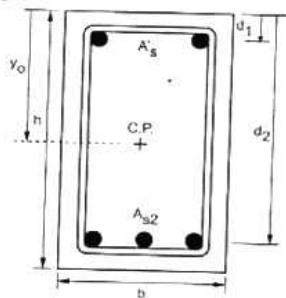
Las columnas llegan a la falla debido a tres casos: por fluencia inicial del acero en la cara de tensión, por aplastamiento del concreto en la cara en compresión o por pandeo.

11.3 Centroides Plástico

El punto en la sección de columna donde la fuerza axial actúa produciendo en toda la sección deformaciones iguales se denomina centroide plástico de la sección. Se determina de la siguiente manera:

$$y_o = \frac{A_g \cdot 0.85 f'_c \cdot h/2 + A_{s1} f_y \cdot d_1 + A_{s2} f_y \cdot d_2}{A_g \cdot 0.85 f'_c + A_{s1} f_y + A_{s2} f_y}$$

siendo A_g = área de la sección bruta (bh).



11.4 Columnas Cortas

Cuando el proceso de falla en la columna se debe a la falla inicial del material se clasifica a la columna como corta. Según el ACI si la relación de esbeltez kL_u/r es menor a 22, la columna se clasificará como corta.

11.4.1 Columnas Cortas con Carga Axial

Si la carga axial actúa en el centroide plástico, se obtendrá la capacidad máxima de la columna sumando la contribución del concreto y la del acero; recordemos que el concreto alcanza su máxima resistencia cuando la deformación unitaria es aproximadamente 0.003, para ésta deformación entonces todo el acero ya estará en fluencia. Luego expresaremos la resistencia nominal a la carga axial de la columna como sigue:

$$p_o = 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y$$

El factor 0.85 se ha afectado a la resistencia del concreto f'_c , debido a que se ha determinado experimentalmente que en estructuras reales, el concreto tiene una resistencia a la rotura aproximada del 85% del f'_c .

Lo anterior es un caso poco probable de tener excentricidad cero, en estructuras reales la excentricidad se da por varias causas. El ACI con el objeto de tomar en cuenta estas excentricidades reduce la resistencia a la carga axial y da las siguientes expresiones:

- Para columnas con estribos

$$P_n = 0.8 \left[0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y \right]$$

- Para columnas zunchadas o constituida por espirales

$$P_n = 0.85 \left[0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y \right]$$

Las dos expresiones anteriores nos dan la capacidad máxima de carga axial de las columnas.

11.4.2 Columnas Cortas sometidas a Carga Axial y Flexión

La flexión se produce por que hay un momento flector actuante, o si la carga axial actuante es excéntrica.

La excentricidad (e) es igual a: $e = M/P$; donde P es la carga axial actuante en el centroide plástico de la sección y M el momento actuante total.

En la figura siguiente se tiene un posible estado de esfuerzos del concreto y fuerzas del acero en el estado de falla.

Denominemos:

$$C_c = 0.85 f'_c b a$$

$$C_{s1} = A_{s1} f_{s1}$$

$$C_{s2} = A_{s2} f_{s2}$$

$$T_{s3} = A_{s3} f_{s3}$$

$$T_{s4} = A_{s4} f_{s4}$$

Luego la fuerza axial nominal será:

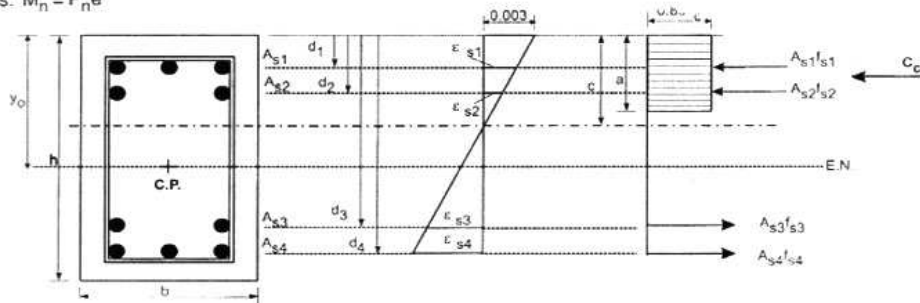
$$P_n = C_c + C_{s1} + C_{s2} - T_{s3} - T_{s4}$$

Y el momento nominal resistente será:

$$M_n = C_c (y_o - a/2) + C_{s1} (y_o - d_1) + C_{s2} (y_o - d_2) +$$

$$T_{s3} (d_3 - y_o) + T_{s4} (d_4 - y_o)$$

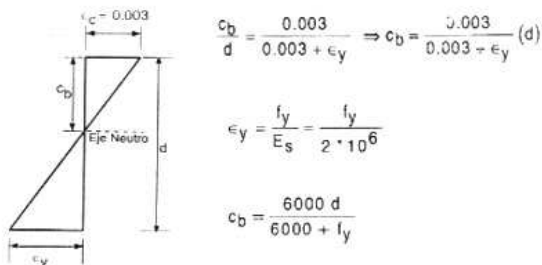
Además: $M_n = P_n e$



11.5 Condición de falla balanceada

Falla balanceada en columnas es la condición para el cual se produce simultáneamente la falla del concreto y la fluencia de la capa exterior en tensión del acero.

De la figura tenemos:



Donde "d" es la distancia de la fibra extrema al centroide de la capa de acero exterior.

Para esta condición tendremos también una excentricidad balanceada:

$$e_b = \frac{M_{nb}}{P_{nb}}$$

11.6 Condición de Falla Dúctil

Falla primero el acero, para esta condición tenemos:

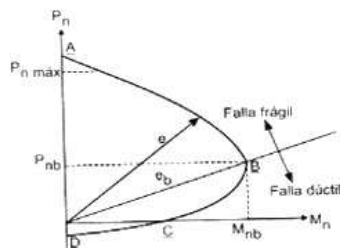
$$c < c_b$$

11.7 Condición de Falla Frágil

Falla primero el concreto para esta condición tenemos:

$$c > c_b$$

11.8 Diagrama de interacción de columna



El punto A representa la condición teórica de compresión pura o carga concéntrica, pero debemos recordar que el código ACI nos limita a un valor $P_n \text{ máx.}$ el punto B es la condición balanceada, el punto C la condición de flexión pura, el punto D de tracción pura y el tramo de CD de flexo-tracción.

11.9 Factor de Reducción de Resistencia en Columnas (ϕ)

Según el código ACI 318-05 el parámetro ϕ no es constante, y depende de la magnitud de carga axial, este parámetro afecta tanto al momento nominal como a la carga axial nominal de la columna. Así tenemos:

$$\text{Si } P_u > 0.1 f'_c A_g$$

$$\phi = 0.65 \text{ (Para columnas estribadas)}$$

$$\phi = 0.70 \text{ (Para columnas zunchadas, elementos armados en espiral)}$$

$$\text{Si } P_u \leq 0.1 f'_c A_g$$

$$\phi = 0.9 - \frac{2 P_u}{f'_c A_g} \geq 0.65 \text{ (Para columnas estribadas)}$$

$$\phi = 0.9 - \frac{1.5 P_u}{f'_c A_g} \geq 0.70 \text{ (Para columnas zunchadas)}$$

Donde P_u deberá tomar como máximo el menor valor entre $0.1 f'_c A_g$ y ϕP_{nb}

11.10 Refuerzo Máximo y Mínimo en Columnas

El código ACI recomienda lo siguiente:

Refuerzo máximo: $A_{st} = 0.08 A_g$, esto además deberá estar sujeto a la facilidad de armado del acero y vaciado del concreto.

$$\text{Refuerzo mínimo: } A_{st} = 0.01 A_g$$



11.11 Distribución del Acero Longitudinal y Transversal

11.11.1 Columnas Estribadas

Las columnas con estribos rectangulares o circulares requieren cuatro varillas longitudinales como mínimo. En cualquier tipo de sección de columna deberá proporcionarse una varilla longitudinal en cada esquina y además toda varilla longitudinal deberá estar apoyado sobre estribos. Si las varillas longitudinales son menores a la No.10 el diámetro del refuerzo transversal será por lo menos 3/8", en caso contrario el diámetro del refuerzo transversal será por lo menos 1/2".

Espaciamiento vertical de estribos "s".

$$s \leq 16 \phi_p \quad (\phi_p = \text{diámetro de la varilla longitudinal})$$

$$s \leq 48 \phi_{\text{estribo}}$$

$$s \leq \text{menor dimensión de la sección transversal de columna}$$

Las varillas longitudinales deberán contar con estribos que doble alrededor de ellas en forma alternada, la distancia libre entre varillas longitudinales contiguas deberá ser menor a 15 cm en caso contrario las varillas longitudinales deberán contar con estribos que doble alrededor de ellas.

11.11.2 Columnas Zunchadas

En columnas zunchadas se requiere como mínimo seis varillas longitudinales. El diámetro del zuncho será por lo menos 3/8".

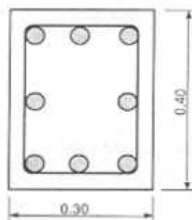
La distancia libre entre espirales estará entre 2.5 cm a 7.5 cm y mayor que 11/3 del tamaño máximo del agregado.

11.12 Aplicaciones en el Diseño de Columnas:

Aplicación N° 01:

Para la sección de la columna que se muestra en la figura, determine los siguientes puntos del diagrama nominal de interacción:

- Carga concéntrica
- Condición balanceada
- Un punto de falla en la zona de fluencia del acero en tracción



$$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2, f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2, \text{ estribos de } \phi 3/8"$$

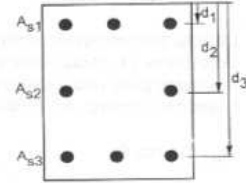
$$A_{st} = 8\phi 5/8"$$

Solución:

$$A_{s1} = 5.94 \text{ cm}^2 \quad d_1 = 5.75 \text{ cm}$$

$$A_{s2} = 3.96 \text{ cm}^2 \quad d_2 = 20.00 \text{ cm}$$

$$A_{s3} = 5.94 \text{ cm}^2 \quad d_3 = 34.26 \text{ cm}$$



a) Condición de carga concéntrica

$$A_g = 30 \times 40 = 1200 \text{ cm}^2; A_{s1} = 15.84 \text{ cm}^2$$

$$P_{no} = 0.85 f'_c A_g + A_{s1} f_y = 423.53 \text{ t}$$

b) Condición balanceada

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = 0.0021$$

$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.0051} \Rightarrow c_b = 20.15 \text{ cm}$$

$$\beta_1 = 0.80$$

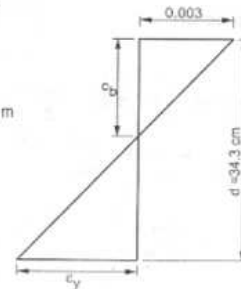
$$a_b = 0.8 \times c_b = 16.12 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = 6 \times \frac{(c - d_1)}{c}$$

$$f_{s1} = 6 \times \frac{(20.15 - 5.75)}{20.15} = 4.29 \Rightarrow f_{s1} = f_y = 4.2 \text{ t/cm}^2$$

$$f_{s2} = 0.045 \text{ t/cm}^2$$

$$f_{s3} = f_y = 4.2 \text{ t/cm}^2$$



Ahora podemos calcular las fuerzas en el acero y el concreto, y hacer el equilibrio:

$$C_{s1} = 24.95 \text{ t}$$

$$C_{s2} = 0.18 \text{ t}$$

$$T_{s3} = 24.95 \text{ t}$$

$$C_c = 0.85 \times f'_c \times b \times a = 143.87 \text{ t}$$

$$P_{nb} = C_c + C_{s1} + C_{s2} - T_{s3} = 144.05 \text{ t}$$

$$M_{nb} = C_c \times \left(0.20 - \frac{0.1612}{2} \right) + C_{s1} \times (0.20 - 0.0575) +$$

$$C_{s2} \times (0.20 - 0.20) + T_{s3} \times (0.3426 - 0.20) = 24.29 \text{ t-m}$$

$$\text{Luego: } e_b = \frac{M_{nb}}{P_{nb}} = 0.125 \text{ m}$$

c) Un punto de falla en la zona de fluencia del acero en tracción.

$$C < C_b$$

$$C = 15 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = 3.7 \text{ t/cm}^2$$

$$f_{s2} = -2 \text{ t/cm}^2$$

$$f_{s3} = f_y = 4.2 \text{ t/cm}^2$$

$$P_n = 96.21 \text{ t}$$

$$M_n = 21.68 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow a = 12 \text{ cm} \Rightarrow C_c = 107.1 \text{ t}$$

$$\Rightarrow C_{s1} = 21.98 \text{ t}$$

$$\Rightarrow T_{s2} = 7.92 \text{ t}$$

$$\Rightarrow T_{s3} = 24.95 \text{ t}$$

$$\Rightarrow \phi = 0.225 \text{ m}$$

Aplicación N° 02:

Para la sección de columna que se muestra en la figura, determine la capacidad nominal de carga axial y de momento para una excentricidad de $e = 1.5 e_b$. Consideraciones: AB en tracción;

$$A_{st} = 3 \phi \text{ No. 9}$$

$$f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 3500 \text{ kg/cm}^2$$

Estribos $\phi 3/8"$

Solución:

$$d_2 = 40 - \left(4 + 0.95 + \frac{2.86}{2} \right) = 33.62 \text{ cm}$$

$$\sin \theta = \frac{4 + 0.95 + \frac{2.86}{2}}{X}$$

$$\Rightarrow X = \frac{6.38}{\sin \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{17.5}{40} \Rightarrow \sin \theta = 0.40$$

$$d_1 = X = 15.95 \text{ cm}$$

$$\frac{a}{X_0} = \frac{40}{17.5} \Rightarrow X_0 = 0.4375 a$$

$$2X_0 = 0.875 a \Rightarrow A_c = 0.4375 a^2$$

$$C_c = 0.85 f'_c A_c = 0.85 \cdot 0.42 A_c$$

$$C_c = 0.156 a^2$$

Condición Balanceada:

$$\epsilon_y = \frac{3500}{2 \cdot 10^6} = 0.00175$$

$$C_b = 0.003 \left(\frac{33.62}{0.003 + 0.00175} \right) = 21.23 \text{ cm}$$

$$a_b = \beta_1 \cdot c_b = 0.75 c_b = 15.93 \text{ cm}$$

$$C_c = 39.59 \text{ t}$$

$$\frac{\epsilon_{si}}{0.003} = \frac{C - d_i}{C} \Rightarrow f_{si} = 6 \cdot \left(\frac{C - d_i}{C} \right) \text{ t/cm}^2$$

$$f_{si} = 6 \cdot \frac{(C - d_i)}{C} \text{ t/cm}^2 \leq f_y = 3.5 \text{ t/cm}^2$$

$$f_{s1} = 1.50 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow C_{s1} = f_{s1} \cdot A_{s1} = 9.60 \text{ t}$$

$$f_{s2} = 3.50 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T_{s2} = f_{s2} \cdot A_{s2} = 44.87 \text{ t}$$

$$P_{nb} = C_c + C_{s1} - T_{s2} = 4.32 \text{ t}$$

$$M_{nb} = C_c \left(0.2667 - \frac{2}{3} \cdot 0.1593 \right) + C_{s1} (0.2667 - 0.1595) + T_s (0.3362 - 0.2667)$$

$$M_{nb} = 10.50 \text{ t-m}$$

$$e_b = \frac{M_{nb}}{P_{nb}} = 2.43 \text{ m}$$

Para $e = 1.5 e_b = 3.65 \text{ m}$ (zona de fluencia del acero en tracción)

$$\text{Asumimos: } c = 18 \text{ cm} \Rightarrow C_c = 28.43 \text{ t}$$

$$a = 13.5 \text{ cm} \Rightarrow f_{s1} = 0.68 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow C_{s1} = 4.38 \text{ t}$$

$$T_{s2} = 44.87 \text{ t} \therefore P_n = -12.06 \text{ t}$$

$$c = 20 \text{ cm} \Rightarrow a = 15 \Rightarrow C_c = 35.1 \text{ t}$$

$$C_{s1} = 7.79 \text{ t}$$

$$P_n = -1.98 \text{ t}$$

$$c = 20.4 \text{ cm} \Rightarrow a = 15.6 \text{ cm} \Rightarrow C_c = 36.52 \text{ t}$$

$$C_{s1} = 8.39 \text{ t}$$

$$P_n = 0.04 \text{ t}$$

$$c = 20.8 \text{ cm} \Rightarrow a = 15.6 \text{ cm} \Rightarrow C_c = 37.96 \text{ t}$$

$$C_{s1} = 8.97 \text{ t}$$

$$P_n = 2.06 \text{ t}$$

$$M_n = 10.24 \text{ t-m} \Rightarrow e = \frac{10.24}{2.06} = 4.97 \text{ m}$$

$$c = 21 \text{ cm} \Rightarrow a = 15.75 \text{ cm} \Rightarrow C_s = 38.70 \text{ t}, C_{s1} = 9.25 \text{ t}$$

$$P_n = 3.08 \text{ t}$$

$$M_n = 10.35 \text{ t-m} \therefore e = 3.36 \text{ m conforme}$$

Aplicación N° 03:

Para la sección de columna que se muestra en la figura, determine la carga axial y el momento nominal (P_n , M_n) para una excentricidad $e = 0.8 e_b$

$$f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2, f_y = 3500 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\text{estribos de } \phi 1/2", A_{st} = 8 \phi 7/8"$$

Solución:

$$A_{s1} = 11.64 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = 7.76 \text{ cm}^2$$

$$A_{s3} = 11.64 \text{ cm}^2$$

$$d_1 = 6.38 \text{ cm}$$

$$d_2 = 30.00 \text{ cm}$$

$$d_3 = 53.62 \text{ cm}$$



La posición del centroide plástico se encuentra a la mitad de la sección: $y_o = 30 \text{ cm}$

$$\epsilon_s = \epsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{3500}{2 \cdot 10^6} = 0.00175$$

$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.003 + 0.00175} \Rightarrow c_b = 33.87 \text{ cm}$$

$$a_b = 0.75 c_b = 25.40 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = 6 \cdot \frac{(c - d_1)}{c}$$

$$f_{s1} = 6 \cdot \frac{(33.87 - 6.38)}{33.87} = 4.87 \Rightarrow f_{s1} = f_y = 3.5 \text{ t/cm}^2$$

$$f_{s2} = 0.69 \text{ t/cm}^2$$

$$f_{s3} = f_y = 3.5 \text{ t/cm}^2$$

$$C_{s1} = 11.64 \cdot 3.5 = 40.74 \text{ t}$$

$$C_{s2} = 7.76 \cdot 0.69 = 5.32 \text{ t}$$

$$T_{s3} = 11.64 \cdot 3.5 = 40.74 \text{ t}$$

$$C_c = 0.85 \cdot f'_c \cdot b \cdot a = 0.85 \cdot 0.42 \cdot 30 \cdot 25.40 = 272.03 \text{ t}$$

$$P_{nb} = C_c + C_{s1} + C_{s2} - T_{s3} = 277.35 \text{ t}$$

$$M_{nb} = C_c \cdot \left(0.30 - \frac{0.254}{2}\right) + C_{s1} \cdot (0.30 - 0.0638) +$$

$$T_{s3} \cdot (0.5362 - 0.30)$$

$$M_{nb} = 66.31 \text{ t-m}$$

Luego:

$$e_b = \frac{M_{nb}}{P_{nb}} = 0.239 \text{ m}$$

$$\text{Para: } e = 0.8, e_b = 0.191 \text{ m}$$

Asumiendo:

$$c = 38 \text{ cm} \Rightarrow a = \beta_1 c = 28.5 \text{ cm}$$

$$C_c = 0.85 f'_c b a = 305.24 \text{ t}$$

$$f_{s1} = 3.5 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow C_{s1} = 40.74 \text{ t}$$

$$f_{s2} = 1.26 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow C_{s2} = 9.8 \text{ t}$$

$$f_{s3} = -2.47 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T_{s3} = 28.71 \text{ t}$$

$$\therefore P_n = 327.07 \text{ t}; M_n = 64.48 \text{ t-m}; e = 0.197 \text{ m}$$

La excentricidad debe disminuir, entonces "c" debe ser algo mayor;

Asumiendo:

$$c = 39 \text{ cm} \Rightarrow a = \beta_1 c = 29.25 \text{ cm}$$

$$C_c = 0.85 f'_c b a = 313.27 \text{ t}$$

$$C_{s1} = 40.74 \text{ t}; C_{s2} = 10.74 \text{ t}; T_{s3} = 26.18 \text{ t}$$

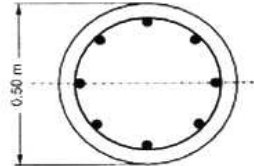
$$\therefore P_n = 338.57 \text{ t}; M_n = 63.97 \text{ t-m}$$

$$e = 0.189 \text{ m} = 0.19 \text{ m} \quad (\text{CONFORME})$$

Aplicación N° 04:

Para la sección de columna circular que se muestra, determinar su diagrama de interacción.

$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2, f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2, \text{zuncho de } \phi 1/2". A_{st} = 8 \phi N^\circ 8$$



Solución:

$$A_{s1} = A_{s5} = 5.07 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = A_{s3} = A_{s4} = 10.14 \text{ cm}^2$$

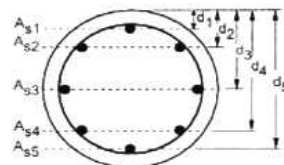
$$d_1 = 4 + 1.27 + (2.54/2) = 6.54 \text{ cm}$$

$$d_2 = 25 - (25 - 6.54) \cdot \cos 45^\circ = 11.95 \text{ cm}$$

$$d_3 = 25 \text{ cm}$$

$$d_4 = 25 + (25 - 6.54) \cdot \cos 45^\circ = 38.05 \text{ cm}$$

$$d_5 = 50 - 6.54 = 43.46 \text{ cm}$$



El centroide plástico se encuentra a la mitad de la sección: $y_o = 25 \text{ cm}$

El área en compresión del concreto será:

$$\theta = \arccos \left(\frac{25 - a}{25} \right)$$

$$A_c = 25^2 (\theta - \cos \theta \sin \theta)$$

Condición de carga concéntrica

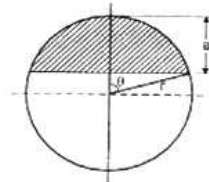
$$A_g = \pi \frac{D^2}{4} = \pi \frac{50^2}{4} = 1963 \text{ cm}^2; A_{st} = 40.56 \text{ cm}^2$$

$$P_n = 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y = 628 \text{ t}$$

Condición balanceada

$$\epsilon_s = \epsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{4200}{2 \cdot 10^6} = 0.0021$$

$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.003 + 0.0021} \Rightarrow c_b = 25.56 \text{ cm}$$



74

$$a_b = 0.85 c_b = 21.73 \text{ cm}$$

$$f_{s1} = 6 \cdot \frac{(c - d_i)}{c}$$

$$f_{s1} = 6 \cdot \frac{(25.56 - 6.54)}{25.56} = 4.46 \Rightarrow f_{s1} = f_y = 4.2 \text{ t/cm}^2$$

$$f_{s2} = 3.19 \text{ t/cm}^2$$

$$f_{s3} = 0.13 \text{ t/cm}^2$$

$$f_{s4} = 2.93 \text{ t/cm}^2$$

$$f_{s5} = 4.2 \text{ t/cm}^2$$

$$C_{s1} = 5.07 \cdot 4.2 = 21.30 \text{ t}$$

$$C_{s2} = 10.14 \cdot 3.19 = 32.35 \text{ t}$$

$$C_{s3} = 10.14 \cdot 0.13 = 1.32 \text{ t}$$

$$T_{s4} = 10.14 \cdot 2.93 = 21.71 \text{ t}$$

$$T_{s5} = 5.07 \cdot 4.02 = 21.29 \text{ t}$$

$$\theta = 1.439 \text{ rad} \Rightarrow A_c = 818.70 \text{ cm}^2$$

$$C_c = 0.85 \cdot f_c \cdot A_c = 0.85 \cdot 0.28 \cdot 818.70 = 194.85 \text{ t}$$

$$P_{nb} = C_c + C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} - T_{s4} - T_{s5} = 198.82 \text{ t}$$

$$\frac{2 R^3 (\sin \theta)^3}{3 A_c} = 0.124 \text{ m}$$

$$M_{nb} = C_c \cdot (0.124) + C_{s1} \cdot (0.25 - 0.0654) + C_{s2} \cdot (0.25 - 0.1195) + T_{s4} \cdot (0.3805 - 0.25) + T_{s5} \cdot (0.4346 - 0.25)$$

$$M_{nb} = 40.12 \text{ t-m}$$

Luego:

$$e_b = \frac{M_{nb}}{P_{nb}} = 0.2018 \text{ m}$$

Condición de Flexión Pura

$$\text{Asumiendo: } c = 13.5 \text{ cm} \Rightarrow a = \beta_1 c = 11.475 \text{ cm}$$

Un punto en la zona de falla frágil

$$c > c_b \Rightarrow \text{Asumimos: } c = 30 \text{ cm} \Rightarrow a = \beta_1 c = 25.5 \text{ cm}$$

$$\theta = 1.5908 \text{ rad} \Rightarrow A_c = 1006.75 \text{ cm}^2$$

$$C_c = 0.85 \cdot f_c \cdot A_c = 0.85 \cdot 0.28 \cdot 1006.75 = 239.6 \text{ t}$$

$$\frac{2 R^3 (\sin \theta)^3}{3 A_c} = 0.1034 \text{ m}$$

$$f_{s1} = 6 \cdot \frac{(c - d_i)}{c}$$

$$f_{s1} = 4.2 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow C_{s1} = 5.07 \cdot 4.2 = 21.29 \text{ t}$$

$$f_{s2} = 3.61 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow C_{s2} = 10.14 \cdot 3.61 = 36.61 \text{ t}$$

$$f_{s3} = 1.0 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow C_{s3} = 10.14 \cdot 1.0 = 10.14 \text{ t}$$

$$f_{s4} = 1.61 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T_{s4} = 10.14 \cdot 1.61 = 16.32 \text{ t}$$

$$f_{s5} = 2.69 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T_{s5} = 5.07 \cdot 2.69 = 13.64 \text{ t}$$

$$P_n = C_c + C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} - T_{s4} - T_{s5} = 277.7 \text{ t}$$

$$M_n = C_c \cdot (0.1034) + C_{s1} \cdot (0.25 - 0.0654) + C_{s2} \cdot (0.25 - 0.1195) + T_{s4} \cdot (0.3805 - 0.25) + T_{s5} \cdot (0.4346 - 0.25)$$

$$M_n = 38.13 \text{ t-m}$$

Un punto en la zona de falla dúctil.

$$c < c_b \Rightarrow \text{Asumimos: } c = 20 \text{ cm} \Rightarrow a = \beta_1 c = 17 \text{ cm}$$

$$\theta = 1.245 \text{ rad} \Rightarrow A_c = 588.68 \text{ cm}^2$$

$$\frac{2 R^3 (\sin \theta)^3}{3 A_c} = 0.1505 \text{ m}$$

$$C_c = 0.85 \cdot f_c \cdot A_c = 0.85 \cdot 0.28 \cdot 588.68 = 140.11 \text{ t}$$

$$f_{s1} = 6 \cdot \frac{(c - d_i)}{c}$$

$$f_{s1} = 4.04 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow C_{s1} = 5.07 \cdot 4.04 = 20.47 \text{ t}$$

$$f_{s2} = 2.42 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow C_{s2} = 10.14 \cdot 2.42 = 24.49 \text{ t}$$

$$f_{s3} = 1.5 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T_{s3} = 10.14 \cdot 1.5 = 15.21 \text{ t}$$

$$f_{s4} = 4.2 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T_{s4} = 10.14 \cdot 4.2 = 42.59 \text{ t}$$

$$f_{s5} = 4.2 \text{ t/cm}^2 \Rightarrow T_{s5} = 5.07 \cdot 4.2 = 21.29 \text{ t}$$

$$P_n = C_c + C_{s1} + C_{s2} - T_{s3} - T_{s4} - T_{s5} = 105.98 \text{ t}$$

$$M_n = C_c \cdot (0.1505) + C_{s1} \cdot (0.25 - 0.0654) + C_{s2} \cdot (0.25 - 0.1195) + T_{s4} \cdot (0.3805 - 0.25) + T_{s5} \cdot (0.4346 - 0.25)$$

$$M_n = 37.55 \text{ t-m}$$



Aplicación N° 05:

En una estructura de dos pisos debe diseñarse una columna exterior para una carga muerta de servicio de 70 t, una carga viva máxima de 100 t, un momento por cargas muertas de 11.5 t-m y un momento por cargas vivas de 17.5 t-m. La mínima carga viva compatible con el momento a causa de la carga viva total es 50 t, obtenida para la condición en la cual no hay carga viva en la cubierta, pero la totalidad de la carga viva se aplica en el segundo piso. Las consideraciones arquitectónicas exigen que se utilice una columna rectangular con $b = 0.40 \text{ m}$ y $h = 0.50 \text{ m}$.



- (a) Encuentre el refuerzo exigido para la columna con la condición de que actúe la totalidad de la carga viva.
- (b) Verifique si la columna es adecuada para la condición en la cual no se aplica la carga viva en la cubierta.

Las resistencias de los materiales son $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

Solución

- (a) La columna se diseña inicialmente para la carga completa y luego se verifica si es apropiada cuando se retira parte de la carga viva. De acuerdo con las disposiciones de seguridad del Código ACI, la columna debe diseñarse para una carga mayorada.

$$P_u = 1.2 \cdot 70 + 1.6 \cdot 100 = 244 \text{ t y un momento mayorado de:}$$

$$M_u = 1.2 \cdot 11.5 + 1.6 \cdot 17.5 = 41.80 \text{ t-m.}$$

En este caso se especifica una columna de $40 \times 50 \text{ cm}^2$ con refuerzo distribuido alrededor de su perímetro. El recubrimiento de las barras se estima en:

$$d' = r + \phi + \phi_p/2 \quad \text{Donde:}$$

$$r = 4 \text{ cm}, \phi = \phi_3/8" = 0.953 \text{ cm y}$$

$$\phi_p = \phi_1 1/4" = 3.175 \text{ cm}$$

$$d' = 4 + 0.953 + 3.175/2 = 6.54 \text{ cm}$$

Desde la cara de la columna hasta el centroide del

acero para cada barra.

Los parámetros de la columna (si se supone flexión con respecto al eje más fuerte) son:

$$\frac{P_u}{A_g} = \frac{244 \cdot 10^3}{40 \cdot 50} = 122 \text{ kg/cm}^2 = 1.74 \text{ klb/in}^2$$

$$\frac{M_u}{A_g h} = \frac{41.80 \cdot 10^3}{(40 \cdot 50 \cdot 50)} = 41.80 \text{ kg/cm}^2 = 0.59 \text{ klb/in}^2$$

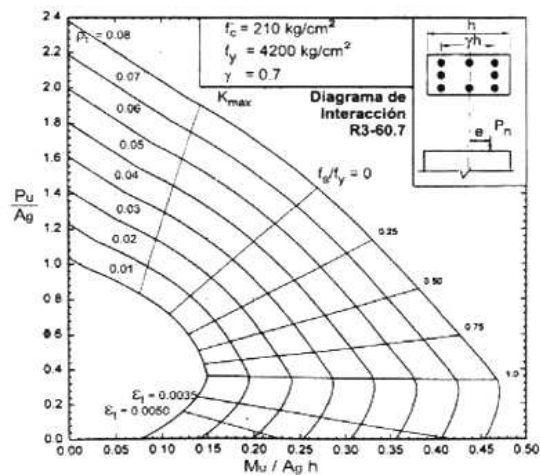
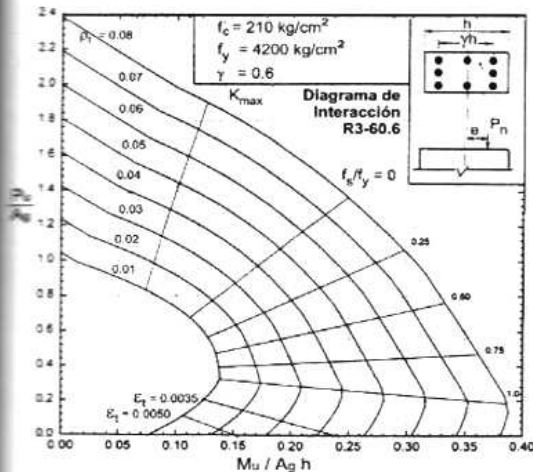
Con un recubrimiento de 6.54 cm, el parámetro γ es:

$$\gamma = \frac{50 - 2 \cdot 6.54}{50} = 0.7384 = 0.70 \Rightarrow \gamma = 0.70$$

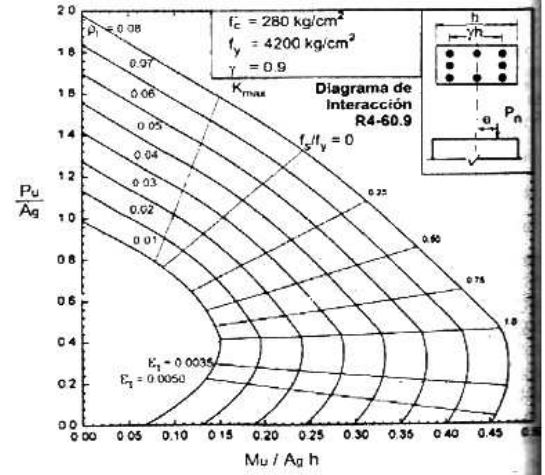
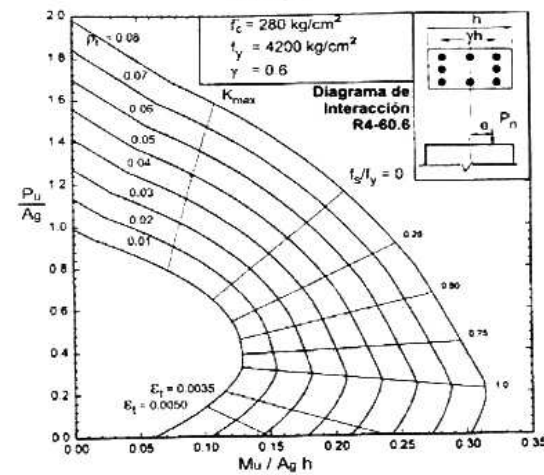
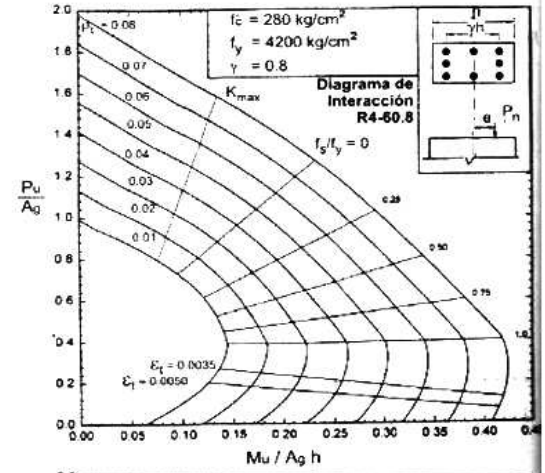
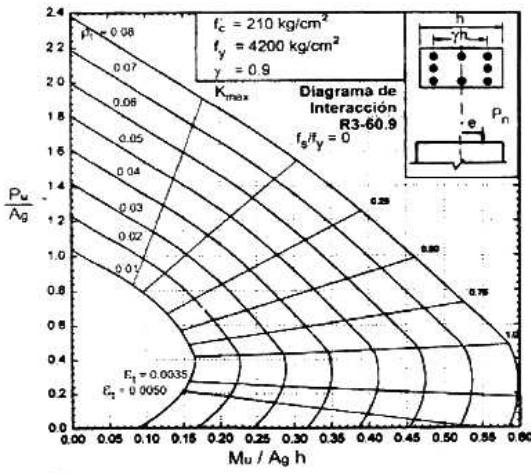
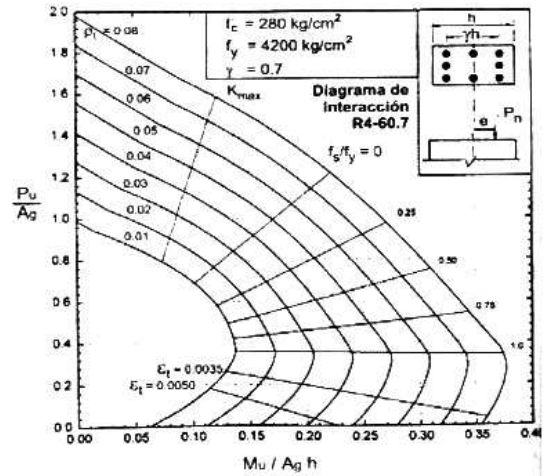
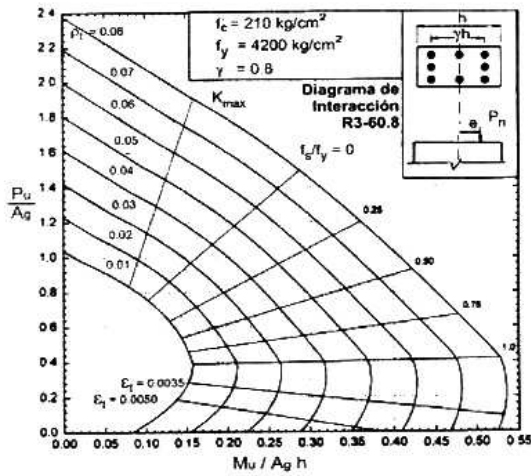
Para esta geometría de columna y para las resistencias determinadas de los materiales se puede aplicar los ábacos (Diagramas de Interacción). A partir de esta figura, con $\phi P_n/A_g = P_u/A_g = 1.74$ y $\phi M_n/A_g h = M_u/A_g h = 0.59$, se obtiene $p_u = 0.045$. Así que, el refuerzo necesario es $A_{st} = 0.045 \cdot 40 \cdot 50 = 90 \text{ cm}^2$.

Se utilizarán $12\phi 1 1/4"$, cuatro en cada cara larga, más dos barras intermedias en cada cara corta, que proveen un área total $A_{st} = 98.28 \text{ cm}^2$. La cuantía de acero está dentro del intervalo admisible de 0.01 a 0.08, según el Código ACI.

- (b) Para la condición en la cual la carga viva de la cubierta está ausente, la columna sostendrá una carga mayorada $P_u = 1.2 \cdot 70 + 1.6 \cdot 50 = 164 \text{ t}$ y un momento mayorado de:



76



ROBERTO MORALES MORALES

ICG, Instituto de la Construcción y Gerencia

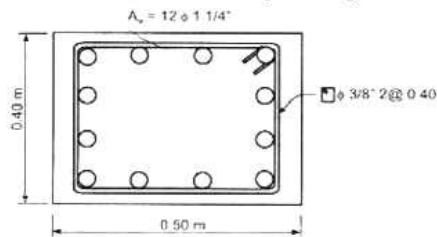
$M_u = 1.2 \cdot 11.5 + 1.6 \cdot 17.5 = 41.8 \text{ t-m}$, como antes.
Así que los parámetros de la columna para esta condición son:

$$\frac{P_u}{A_g} = \frac{164 \cdot 10^3}{40 \cdot 50} = 82.0 \text{ kg/cm}^2 = 1.17 \text{ klb/in}^2$$

$$\frac{M_u}{A_g h} = \frac{41.8 \cdot 10^3}{(40 \cdot 50) 50} = 41.8 \text{ kg/cm}^2 \approx 0.60 \text{ klb/in}^2$$

$\gamma = 0.70$, como antes. A partir de los ábacos, se encuentra que una cuantía de acero $\rho_g = 0.035$ es suficiente para esta condición y es menor que la exigida en la parte (a), por la cual no se requieren modificaciones.
Si se seleccionan tentativamente estribos de $\square \phi 3/8"$, el espaciamiento máximo de estos no debe exceder:
 $48d_b = 48 \times 0.953 = 45.74 \text{ cm}$
 $16d_{b\phi} = 16 \times 3.175 = 50.8 \text{ cm}$
 $b = 40 \text{ cm}$

El espaciamiento está controlado en este caso por la menor de las dimensiones de la columna y se utilizarán estribos de $\square \phi 3/8"$ espaciados a 0.40m, con la distribución expuesta en la siguiente figura.



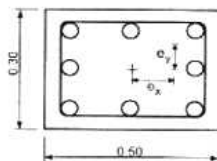
11.13 Aplicación : Columna Flexión Biaxial

La columna de $30 \times 50 \text{ cm}^2$ que aparece abajo está reforzada con $8\phi 1 \frac{1}{8}"$ distribuidas alrededor del perímetro de la columna que suministran un área total de $A_{st} = 51.6 \text{ cm}^2$.

Se va a aplicar una carga mayorada $P_u = 125 \text{ t}$ con excentricidades $e_y = 7.5 \text{ cm}$ y $e_x = 15 \text{ cm}$ como se ilustra. Los materiales son de $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

Verifique si el diseño tentativo es adecuado.

- Con el método de carga inversa y
- Con el método del contorno de carga



Cálculos y discusiones

a) Mediante el método de la Carga Inversa:

Se considera inicialmente la flexión con respecto al eje Y:

$$\gamma = \frac{50 - 2 \cdot 6.33}{50} = 0.7448 = 0.75 \Rightarrow \gamma = 0.75$$

$$\gamma = \frac{e}{h} = \frac{15}{50} = 0.30$$

Con una cuantía de refuerzo de:

$$\rho_g = \frac{A_{st}}{bh} = \frac{51.6}{30 \cdot 50} = 0.0344$$

De los Ábacos:

$$\frac{\phi P_{nyo}}{A_g} = 1.8 \text{ klb/in}^2 \approx 126 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi P_{nyo} = 126 \cdot (30 \cdot 50) / 1000 = 189 \text{ t}$$

$$\frac{\phi P_o}{A_g} = 3.7 \text{ klb/in}^2 = 259 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi P_o = 259 \cdot (30 \cdot 50) / 1000 = 388.5 \text{ t}$$

$$\phi P_o = 388.5 \text{ t}$$

Luego para la flexión con respecto al eje X:

$$\gamma = \frac{30 - 2 \cdot 6.38}{30} = 0.57 \approx 0.60 \Rightarrow \gamma = 0.60$$

$$\gamma = \frac{e}{h} = \frac{7.5}{30} = 0.25$$

$$\text{De los Ábacos: } \frac{\phi P_{nxo}}{A_g} = 1.85 \text{ klb/in}^2 \approx 129.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi P_{nxo} = 129.5 \cdot (30 \cdot 50) / 1000 = 194.25 \text{ t} \Rightarrow \phi P_{nxo} = 194.25 \text{ t}$$

$$\frac{\phi P_o}{A_g} = 3.7 \text{ klb/in}^2 = 259 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi P_o = 259 \cdot (30 \cdot 50) / 1000 = 388.5 \text{ t} \Rightarrow \phi P_o = 388.5 \text{ t}$$

Si se sustituyen estos valores en la ecuación siguiente, se obtiene:

$$\frac{1}{\phi P_n} = \frac{1}{\phi P_{nxo}} + \frac{1}{\phi P_{nyo}} - \frac{1}{\phi P_o}$$

$$\frac{1}{\phi P_n} = \frac{1}{194.25} + \frac{1}{189} - \frac{1}{388.5} \Rightarrow \phi P_n = 127.15 \text{ t}$$

Así que, según el Método de Bresler, la carga de diseño de $P_u = 125 \text{ t}$ puede aplicarse en forma segura sobre la columna.

(b) Mediante el método del Contorno de Carga:

Para flexión con respecto al eje Y:

$$P_u = \phi P_n = 125 \text{ t y}$$

$$\frac{\phi P_n}{A_g} = \frac{125 \cdot 10^3}{30 \cdot 50} = 83.33 \text{ kg/cm}^2 = 1.19 \text{ klb/in}^2$$

De los Ábacos, se indica que:

$$\frac{\phi M_{nyo}}{A_g h} = 0.65 \text{ klb/in}^2 = 45.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi M_{nyo} = 45.5 \cdot (30 \cdot 50) \cdot 50 / 10^5 = 34.13 \text{ t}$$

$$\Rightarrow \phi M_{nyo} = 34.13 \text{ t}$$

Para flexión con respecto al eje X:

$$P_u = \phi P_n = 125 \text{ t y}$$

$$\frac{\phi P_n}{A_g} = \frac{125 \cdot 10^3}{30 \cdot 50} = 83.33 \text{ kg/cm}^2 = 1.19 \text{ klb/in}^2$$

De los Ábacos:

$$\frac{\phi M_{nxo}}{A_g h} = 0.54 \text{ klb/in}^2 \approx 37.8 / \text{cm}^2$$

$$\phi M_{nxo} = 37.8 \cdot (30 \cdot 50) \cdot 50 / 10^5 = 37.8 \text{ t} \Rightarrow \phi M_{nxo} = 28.35 \text{ t}$$

Los momentos para cargas mayoradas con respecto a los ejes Y y X son respectivamente.

$$M_{ny} = 125 \cdot 0.15 = 18.75 \text{ t-m}$$

$$M_{nx} = 125 \cdot 0.075 = 9.38 \text{ t-m}$$

Para verificar si el diseño tentativo es adecuado se utiliza la ecuación siguiente con un exponente α tomado en forma conservadora igual a 1.15. Entonces con $\phi M_{nx} = M_{nx}$ y $\phi M_{ny} = M_{ny}$ esta ecuación indica:

$$\left(\frac{\phi M_{nx}}{\phi M_{nxo}} \right)^\alpha + \left(\frac{\phi M_{ny}}{\phi M_{nyo}} \right)^\alpha = 1$$

$$\left(\frac{9.38}{28.35} \right)^{1.15} + \left(\frac{18.75}{34.13} \right)^{1.15} = 0.8$$

Este valor está muy cerca de 1.0 y por consiguiente, puede considerarse que el diseño también es seguro utilizando el Método del Contorno de Carga.

En la práctica actual, el valor utilizado de α en la ecuación anterior debe revisarse para la columna específica, puesto que los resultados de esta ecuación son muy sensibles a los cambios en el valor de α . Se demuestra que $\alpha = \log 0.5 / \log \beta$, donde los valores de β pueden tabularse para diferentes geometrías de columna, resistencias de materiales e intervalos de carga específicos.

En este ejemplo, puede confirmarse a partir de que $\beta = 0.56$ y, por tanto $\alpha = 1.19$, valor muy próximo al seleccionado.

En la parte (a) de este ejemplo se puede observar que una excentricidad en la dirección Y, igual al 50% de aquella en la dirección X, generó una reducción del 33% de la capacidad es decir, de 189 t a 127.15 t. Para casos en los cuales la relación de excentricidades es menor, es justificable e ignorar los momentos flectores en dirección de la excentricidad menor para la práctica corriente en estructura aporticadas.

En general, la flexión biaxial debe tenerse en cuenta cuando la relación de excentricidades estimadas se aproxima o excede de 0.2.

11.14 Procedimientos del Diseño de Columnas no Esbeltas.

Evaluar P_u , M_u y calcular $e = M_u / P_u$

1) Asumir una sección de columna y un tipo de refuerzo lateral.

- 2) Asumir una cuantía de refuerzo ρ y calcular A_{st} .
- 3) Calcular ρ_{nb} para la sección asumida y determinar el tipo de falla, si es por fluencia inicial del acero o aplastamiento inicial del concreto.
- 4) Verificar la conveniencia de la sección asumida. Si la sección no puede soportar las cargas factoradas o si está sobredimensionada, por lo tanto antieconómica, revisar la sección y/o la cuantía de refuerzo y repetir los pasos 3 y 4. Diseñar el refuerzo lateral.

Aplicación: Diseño de una columna con excentricidad grande, falla inicial de tensión.

Diseñar la columna que se muestra en la figura adjunta, esfuerzo longitudinal y lateral. Considere,

$$P_D = 28.9 \text{ t}$$

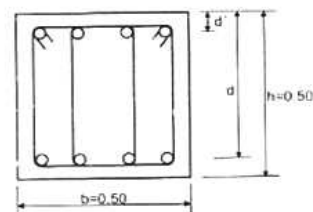
$$P_L = 55.6 \text{ t}$$

$$e = 40.6 \text{ cm (respecto al centroide plástico)}$$

$$f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$b h = 0.50 \times 0.50$$



Solución:

$$P_u = 1.2 P_D + 1.6 P_L = 1.2 \cdot 28.9 + 1.6 \cdot 55.6 = 123.64 \text{ t}$$

$$P_u e = 123.64 \cdot 0.406 = 50.20 \text{ t-m}$$

Asumimos $\rho_t = 3\%$ y $A_s = A'_s$

$$\rho = \rho' = \frac{A_s}{b d} = 0.015$$

$$d' = 6.38 \text{ cm (con } \phi \text{ N.9)}$$

$$A_s = A'_s = \rho b d = 0.015(50)(43.62) = 32.72 \text{ cm}^2$$

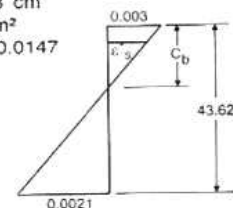
$$\text{Area de } \phi \text{ N.9} = A \phi = 6.41 \text{ cm}^2$$

$$\phi = 2.48 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{ Usar } 5 \phi \text{ N.9} = 32.05 \text{ cm}^2$$

$$\rho = 32.05 / (50 \cdot 43.62) = 0.0147$$

Verificar el tipo de falla



$$c_b = 0.003 \left(\frac{43.62}{0.0051} \right) = 25.66 \text{ cm}$$

$$a_b = 0.85 c_b = 21.81 \text{ cm}$$

$$f'_s = \epsilon'_s E_s = 4508 \text{ Kg/cm}^2 \leq f_y$$

$$\epsilon'_s = 0.003 \left(\frac{c - d'}{c} \right) = 0.002$$

$$f'_s = f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$$



$$\begin{aligned} P_n b &= 0.85 f'_c a_b b + A'_s f_y - A_s f_y = 0.85 f'_c a_b b \\ P_n b &= 0.85 \cdot 0.28 \cdot 21.81 \cdot 50 = 259.54 \text{ t} \\ \phi P_n b &= 0.65 P_n b = 168.70 \text{ t} > P_u = 123.64 \text{ t} \\ \therefore \text{FALLA POR TENSION} \end{aligned}$$

Verificación de la conveniencia de la sección

Usando :

$$P_n = 0.85 f'_c b d \left[1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d} \right)^2 + 2m\rho \left(1 - \frac{d'}{d} \right)} \right]$$

$$\rho = \rho' = \frac{A_s}{b d} = 0.0147$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{4200}{0.85 \cdot 280} = 17.65$$

$$e' = e + \left(d - \frac{h}{2} \right) = 40.6 + (43.62 - 25) = 59.22 \text{ cm}$$

$$1 - \frac{e'}{d} = 1 - \frac{59.22}{43.62} = -0.3576$$

$$1 - \frac{d'}{d} = 1 - \frac{6.38}{43.62} = -0.8537$$

$$P_n = 519.08 \left[(-0.3576) + \sqrt{(-0.3576)^2 + 2 \cdot 17.65 \cdot 0.0147 (0.8537)} \right]$$

$$P_n = 206.57 \text{ t}$$

$$\phi P_n = 134.27 \text{ t}$$

$$0.10 A_g f'_c = 0.1 \cdot 50 \cdot 50 \cdot 0.28 = 70 \text{ t}$$

$$\phi P_n > 0.10 A_g f'_c, \therefore \phi = 0.65$$

VERIFICACION si $f'_s = f_y$:

$$a = \frac{P_n}{0.85 f'_c b} = \frac{206.57}{0.85 \cdot 28 \cdot 50} = 17.36 \text{ cm}$$

$$\rightarrow c = \frac{a}{\beta_1} = 20.42 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} f'_s &= E_s 0.003 \left(\frac{c-d'}{c} \right) = 6000 \left(\frac{20.42 - 6.38}{20.42} \right) = 4126 \text{ kg/cm}^2 \\ &\approx 4.2 \text{ t/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \phi P_n = 134.27 \text{ t} > P_u = 123.64 \text{ t} \therefore \text{CONFORME}$$

Diseño del Refuerzo Lateral

$$\phi 3/8": 16 \phi_L = 16 \times 2.86 = 45.76 \text{ cm.}$$

$$48 \phi = 48 \times 0.95 = 45.6 \text{ cm.}$$

$$D_m = 50 \text{ cm.}$$

$$\phi 3/8" @ .45 (\text{ZONA NO SISMICA})$$

EJEMPLO DE DISEÑO DE REFUERZO LATERAL DE ZUNCHO

Columna Circular: D = 50 cm.

$$\rho_s = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y}$$

$$\phi \text{ zuncho} = 3/8", f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$r = 4 \text{ cm.}$$

$$A_g = \pi \cdot \frac{D^2}{4} = \pi \cdot \frac{50^2}{4} = 1963.50 \text{ cm}^2$$

$$A_c = \pi \cdot \frac{D^2}{4} = \pi \cdot \frac{42^2}{4} = 1385.44 \text{ cm}^2$$

$$\rho_s = 0.45 \left(\frac{1963.50}{1385.44} - 1 \right) \frac{280}{4200} = 0.0125$$

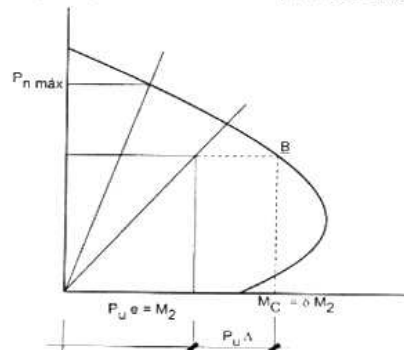
$$\text{Para zuncho } \phi 3/8": A_s = 0.71 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{4 A_s (D_c - d_b)}{D_c^2 \rho_s} = \frac{4 \cdot 0.71 (42 - 0.95)}{42^2 \cdot 0.0125} = 5.3 \text{ cm}$$

USAR ZUNCHO $\phi 3/8" @ 5 \text{ cm.}$

11.15 Columnas Esbeltas o Largas

Si la relación de esbeltez excede los límites para columnas cortas, el miembro a compresión puede pandearse antes que alcance el estado límite de "falla material". La deformación en el extremo a compresión del concreto en la carga de pandeo será menor que 0.003 cm/cm



$$P_u (e + \Delta) = M_c$$

$$\frac{M_c}{M_2} = \delta = \text{FACTOR DE MAGNIFICACIÓN}$$

$$\text{Además } \frac{k l_u}{r} = \text{relación de esbeltez}$$

No se considera efectos de esbeltez si:

$$\text{ACI: - Para pórticos arriostrados } \frac{k l_u}{r} < 34 - 12 \frac{M_1}{M_2} \dots (1)$$

$$\text{- Para pórticos no arriostrados: } \frac{k l_u}{r} < 22 \dots (2)$$

Donde:

k = factor de longitud de columna

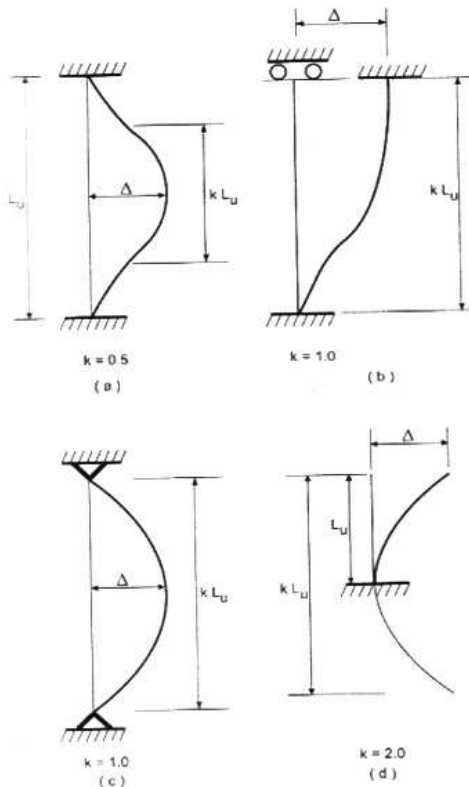
L_c = longitud de la columna

M_1, M_2 = momentos en los extremos de la columna

$(M_2 > M_1)$, y, $\frac{M_1}{M_2}$ es (+) para curvatura simple

$\frac{M_1}{M_2}$ es (-) para curvatura doble

$KL_u \rightarrow$ es la distancia entre los puntos de inflexión del miembro en su forma pandeada.



Para miembros en un sistema aporticado, las restricciones en los extremos varía entre el articulado y el empotrado. El valor real de k puede ser determinado de las cartas de alineamiento de Jackson y Moreland. Igualmente pueden usarse las siguientes ecuaciones sugeridas en los comentarios del ACI:

1) Miembros a compresión arriostrada:

$$k = 0.7 + 0.05 (\psi_A + \psi_B) \leq 1.0 \quad (3)$$

$$k = 0.85 + 0.05 \psi_{min} \leq 1.0 \quad (4)$$

se toma el valor menor

$$\text{donde } \psi = \frac{\sum (E_c I_c / L_{nc}) \text{ columnas}}{\sum (E_v I_v / L_{nv}) \text{ vigas}} \quad (5)$$

donde L_{nc} = es la luz entre apoyos

L_{nv} = luz libre de la viga

2) Miembros a compresión no arriostrada restringidos en cada extremo

$$\text{Para } \psi_m < 2 \rightarrow k = \frac{20 - \psi_m}{20} \sqrt{1 + \psi_m} \quad (6)$$

$$\psi_m = \frac{\psi_A + \psi_B}{2}$$

$$\text{para } \psi_m > 2 \rightarrow k = 0.9 \sqrt{1 + \psi_m} \quad (7)$$

3) Miembros a compresión no arriostrados articulados en un extremo

$$k = 2.0 + 0.3 \psi$$

donde ψ es el valor en el extremo restringido

$$\text{El radio de giro } r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}}$$

$r = 0.3 h$ para secciones rectangulares

$r = 0.25 h$ para secciones circulares

Si $\frac{kL_u}{r} \rightarrow$ mayor que el obtenido en las ecuaciones (1) y

(2) son recomendados dos métodos de análisis de estabilidad:

11.15.1 El método de Magnificación de Momento

$$M_c = \delta M_2 = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s} \quad (8)$$

Las cargas laterales tienden a aumentar o magnificar más los momentos que las cargas de gravedad.

Para tomar esto en cuenta, se tiene:

$\delta_b \rightarrow$ Factor de magnificación para el momento predominante de carga de gravedad M_{2b}

$M_{2b} \rightarrow$ Se define como el Momento factorado mayor en el extremo debido a cargas que no producen desplazamiento lateral apreciable, esto es, solo momentos de cargas de gravedad.

$\delta_s \rightarrow$ Factor de magnificación para el momento mayor M_{2s} en el extremo debido a las cargas que producen apreciable desplazamiento lateral, tales como el sismo o el viento.

En el caso de pórticos arriostrados contra desplazamientos laterales, como arriostrados con muros de corte, el momento total actuante en la columna es considerado M_{2b} y $\delta_s = 0$.

Normalmente si la deflexión lateral del edificio es menor que $l/1500$, el pórtico se considera como un pórtico arriostrado.

11.15.2 Análisis de Segundo Orden

Deberá usarse si $\frac{kL_u}{r} > 100$



Es de destacar que todas las columnas deben de ser diseñadas para una excentricidad mínima de $(1.5 + 0.03 h)$ en centímetros. Esto es, M_2 deberá estar basado sobre una excentricidad mínima de $(1.5 + 0.03 h)$

METODO DE MAGNIFICACIÓN DE MOMENTOS

$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\phi P_c}} \geq 1.0 \quad (9)$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum \phi P_c}} \geq 1.0 \quad (10)$$

donde:

$$P_c = \text{carga de pandeo de Euler} = \frac{\pi^2 EI}{(kL_u)^2}$$

$\sum P_u, \sum P_c$ = sumatoria para todas las columnas en un piso.
 C_m = factor relativo

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 \quad (11)$$

Donde $M_1 \leq M_2$

$\frac{M_1}{M_2} > 0$ para simple curvatura

Para otras condiciones, $C_m = 1.0$

Si los cálculos muestran que esencialmente no hay momentos en ambos extremos de la columna, puede

considerarse $\frac{M_1}{M_2} = 1$

$$\text{Además, } EI = \frac{(E_c I_g / 5) + E_s I_s}{1 + \beta_d} \quad (12)$$

Para miembros ligeramente reforzados ($\rho \leq 3\%$):

$$EI = \frac{E_c I_g / 2.5}{1 + \beta_d}$$

Donde:

$$\beta_d = \frac{\text{Momento factorado de carga muerta}}{\text{Momento factorado total}} = \frac{M_{Du}}{M_u} \leq 1$$

11.15.3 Procedimiento de Cálculo para el Diseño Columnas Esbeltas

1. Determinar si el pórtico tiene un desplazamiento lateral apreciable.

Si es apreciable usar δ_b y δ_s .

En caso contrario usar $\delta_s = 0$.

Asumir una sección y calcular la excentricidad usando el mayor de los momentos en los extremos y verificar si es mayor que el mínimo permisible de excentricidad, esto es:

$$\frac{M_e}{P_u} \geq (1.5 + 0.03h) \text{ en cm.}$$

Si la excentricidad dada es menor que el mínimo especificado, usar el valor mínimo.

2. Calcular ψ_A y ψ_B

Calcular $\frac{kL_u}{r}$ y determine si la columna es corta o larga.

Si es esbelta y $\frac{kL_u}{r} < 100$ usar el método de magnificación de momento.

Usando el valor calculado de M_c , calcular la excentricidad equivalente a ser usado en el diseño como una columna corta.

Si $\frac{kL_u}{r} > 100$ realizar un análisis de segundo orden.

3. Diseñar la columna equivalente no esbelta

Aplicación:

Se tiene una columna de $0.60 \times 0.60 \text{ m}^2$ estribada que es parte de un edificio aporticado de 5×3 paños sujeto a una flexión uniaxial. Su altura libre es de $l_u = 5.55 \text{ m}$, y no está arriostrada contra desplazamiento lateral. La condición de diseño considerando cargas de gravedad es:

$$(U = 1.2 D + 1.6 L)$$

$$P_u = 322.9 \text{ t}$$

$$M_{1u} = 8.6 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$M_{2u} = 18.2 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Para la condición de cargas laterales sísmicas, se tiene:

$$P_{Eu} = 60 \text{ t} \quad (U = 1.40 E)$$

$$M_{Eu} = 46 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Diseñar la sección de la columna y el refuerzo necesario para las siguientes dos condiciones:

1. Considerando sólo cargas de gravedad asumiendo que se deprecie el desplazamiento lateral.
2. Considerando el desplazamiento lateral producido por

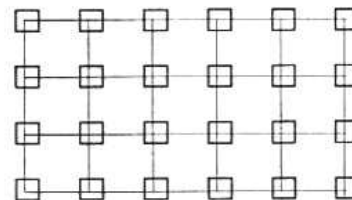
$$U = 0.75 (1.2 D + 1.6 L + 1.40 E).$$

Además, $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$; $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$; las cargas por piso de todas las columnas en ese nivel son:

$$\sum P_u = 6890.2 \text{ t}$$

$$\sum P_c = 16430.6 \text{ t}$$

$$\beta_d = 0.35; \psi_A = 2.04; \psi_B = 2.46$$



Solución

1. Considerando sólo cargas de gravedad.
Como el pórtico pasa esta condición no tiene desplazamiento lateral apreciable:

$$M_{2b} = M_2, \delta_s = 0$$

$$e = \frac{M_{2b}}{P_u} = \frac{18.2}{322.9} = 0.0564 \text{ m} = 5.64 \text{ cm}$$

$$e_{\min} = 1.5 + 0.03 h = 1.5 + 0.03 \cdot 60 = 3.3 \text{ cm} < e$$

CONFORME

$$\therefore \text{USAR } M_{2b} = 18.2 \text{ t} \cdot \text{m}$$

VERIFICACIÓN DE COLUMNA ESBELTA:

$$\frac{kL_u}{r} > 22 \quad \therefore \text{Columna Esbelta.}$$

$$K: \psi_m = \frac{\psi_A + \psi_B}{2} = \frac{2.04 + 2.46}{2} = 2.25$$

$$\text{Para } \psi_m > 2 \rightarrow 0.9 \sqrt{1 + \psi_m} = 0.9 \sqrt{1 + 2.25} = 1.62$$

$$\frac{kL_u}{r} = \frac{1.62 \cdot 555}{0.3 \cdot 60} = 50.03 > 22 \quad \therefore \text{Columna esbelta.}$$

$$\text{Carga de Pandeo de Euler, } P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kL_u)^2}$$

$$E_c = 15000 \sqrt{f'_c} = 15000 \sqrt{350} = 280624 \text{ kg/cm}^2$$

$$EI = \frac{E_c I_g / 2.5}{1 + \beta_d} = \frac{280624 \cdot 60^4 / 12}{2.5 (1 + 0.35)} = 8.98 \cdot 10^{10} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

$$P_c = \frac{\pi^2 \cdot 8.98 \cdot 10^{10}}{(1.62 \cdot 555)^2} = 1096.37 \cdot 10^3 \text{ kg} = 1096.37 \text{ t}$$

$$\text{Luego, } \delta_b = \frac{c_m}{1 - \frac{P_u}{\phi P_c}} = \frac{1.0}{1 - \frac{322.9}{0.65 \cdot 1096.37}} = 1.83$$

MOMENTO DE DISEÑO, 18.2

$$M_c = \delta_b M_{2b} = 1.83 \cdot 18.2 = 33.27 \text{ t} \cdot \text{m}$$

.. CARGAS REQUERIDAS NOMINALES

$$P_n = \frac{P_u}{\phi} = \frac{322.9}{0.65} = 496.77 \text{ t}$$

$$M_n = \frac{M_u}{\phi} = \frac{31.42}{0.65} = 48.34 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$e = \frac{M_n}{P_n} = 0.0973 \text{ m} = 9.73 \text{ cm}$$

2. Considerando las cargas laterales sísmicas que producen desplazamientos laterales apreciables.

$$U = 0.75 (1.2 D + 1.6 L + 1.40 E) \Rightarrow \text{CONDICIÓN CRÍTICA}$$

Por consiguiente,

$$P_u = 0.75 (322.9 + 60) = 287.18 \text{ T}$$

$$M_{2b} = 0.75 (1.2 M_D + 1.6 M_L) = 0.75 \cdot 18.2 = 13.65 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$M_{2s} = 0.75 (1.87 M_E) = 0.75 \cdot 46.0 = 34.50 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\delta_b = \frac{c_m}{1 - \frac{P_u}{\phi P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{287.18}{0.7 \cdot 1096.37}} = 1.60$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\phi \sum P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{6890.2}{0.7 \cdot 16430.6}} = 2.49$$

$$M_c = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s} = 1.60 \cdot 13.65 + 2.49 \cdot 34.50 = 107.89 \text{ t} \cdot \text{m}$$

.. CARGAS REQUERIDAS NOMINALES

$$P_n = 287.18 / 0.7 = 410.26 \text{ t}$$

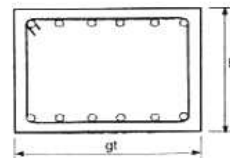
$$e = 0.3757 \text{ m}$$

$$M_n = \frac{107.89}{0.7} = 154.13 \text{ t} \quad ; \quad \frac{e}{t} = 0.626$$

DISEÑO:

$$g = \frac{60 - (2 \cdot 4 + 0.95 \cdot 2 + 2.54)}{60} = \frac{60 - 12.44}{60} = 0.793$$

$$\text{Usar } g = 0.80$$



$$\text{ABACO N 523 } f'_c = 5.0 \text{ k}_{si} = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 60 \text{ k}_{si} = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$g = 0.8$$

$$k = \frac{P_u}{f'_c b t} = \frac{287.8}{0.35 \cdot 60 \cdot 60} = 0.228$$

$$k \frac{e}{t} = 0.228 \cdot \frac{107.89}{287.18 \cdot 0.60} = 0.143$$

$$\rho_t = 0.032$$

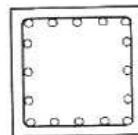
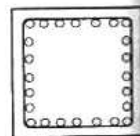
$$A_{st} = 115.2 \text{ cm}^2 ; 23 \phi 1"$$

USAR 24 $\phi 1"$

ABACO N97: en dos caras

$$\rho = 2.27\%$$

$$\rho_t m = 0.32 \rightarrow \rho_t = 0.0227$$



$$m = \frac{f_y}{.85 f'_c} = 14.12$$

$$A_{st} = 81.6 \text{ cm}^2$$

USAR 16 $\phi 1"$



Aplicación: Las cargas por piso de todas las columnas en ese nivel son:

$$\Sigma P_u = 6894.4 \text{ t}$$

$$\Sigma P_c = 14233.6 \text{ t}$$

Además, $\beta_d = 0.5$

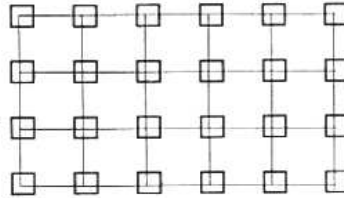
$$\psi_A = 2.0$$

$$\psi_B = 3.0$$

$$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$d' = 6$$



Solución

1. Considerando sólo cargas de gravedad

Verificación para desplazamiento lateral y excentricidad mínima.

Como el pórtico no tiene para esta condición apreciable desplazamiento lateral:

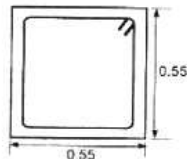
$$M_{2b} = M_2, \delta_s = 0$$

$$e_{\text{real}} = \frac{M_{2b}}{P_u} = \frac{19.2}{322.9} = 0.0595 \text{ m}$$

$$e_{\text{min}} = 1.5 + 0.03h = 1.5 + 0.03 \cdot 55 = 3.15 < 5.95 \text{ cm}$$

CONFORME

USAR $M_{2b} = 19.2 \text{ t} \cdot \text{m}$



Cálculo de la excentricidad para ser usada en la columna corta equivalente.

$$K \rightarrow \psi_m = \frac{\psi_A + \psi_B}{2} = \frac{2+3}{2} = 2.5 \rightarrow k = 0.9 \sqrt{1 + \psi_m}$$

$$k = 0.9 \sqrt{1 + 2.5} = 1.68$$

$$\frac{kL_u}{r} = \frac{1.68 \cdot 5.55}{0.3 \cdot 55} = 56.64 > 22 ; < 100$$

→ USAR EL MÉTODO DE MAGNIFICACIÓN

$$E_c = 15000 \sqrt{f'_c} = 15000 \sqrt{350} = 280624 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rightarrow EI = \frac{E_c I_g / 2.5}{1 + \beta_d} = \frac{280624 \cdot 55 \cdot 55^3 / 12}{2.5(1 + 0.5)}$$

$$= 5.71 \cdot 10^{10} \text{ kg/cm}^2$$

P_c = Carga de pandeo de Euler

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kL_u)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 5.71 \cdot 10^{10}}{(1.68 \cdot 555)^2} = 647.83 \cdot 10^3 \text{ kg} = 647.83 \text{ t}$$

$$\delta_b = \frac{c_m}{1 - \frac{P_u}{\phi P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{322.9}{0.7 \cdot 647.83}} = 3.47$$

MOMENTO DE DISEÑO

$$M_c = \delta_b M_{2b} = 3.47 \cdot 19.2 = 66.62 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\therefore P_n \text{ requerido} = \frac{P_u}{\phi} = \frac{322.9}{0.7} = 461.3 \text{ t}$$

$$M_n \text{ requerido} = \frac{66.62}{0.7} = 95.17 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Rpta:

$$e = \frac{M_n}{P_n} = 0.206 \text{ m}$$

2. Considerando desplazamientos laterales

De la parte 1:

$$P_c = 647.83 \text{ t}$$

$$U = 0.75 (1.2D + 1.6L + 1.87E) \rightarrow \text{CONDICIÓN CRÍTICA}$$

$$U = 0.90 + 1.43 E$$

Por consiguiente,

$$P_u = 0.75(322.9 + 40) = 272.2 \text{ t}$$

$$M_{2b} = 0.75 (1.2 M_D + 1.6 M_L) = 0.75 \cdot 19.2 = 14.40 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$M_{2s} = 0.75 (1.87 M_E) = 0.75 \cdot 13.8 = 10.35 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\delta_b = \frac{c_m}{1 - \frac{P_u}{\phi \Sigma P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{272.2}{0.7 \cdot 647.83}} = 2.50$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\Sigma P_u}{\phi \Sigma P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{6894.4}{0.7 \cdot 14233.60}} = 3.25$$

$$M_c = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s} = 2.50 \cdot 14.40 + 3.25 \cdot 10.35 = 69.64 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\rightarrow P_n \text{ requerido} = \frac{P_u}{\phi} = 388.9 \text{ t}$$

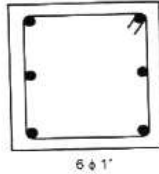
$$M_n \text{ requerido} = \frac{M_u}{\phi} = 99.49 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$e = \frac{99.49}{388.9} = 0.256 \text{ m}$$

Cálculo de Pc:

$$P_c = \frac{\pi E I}{(k L)^2}$$

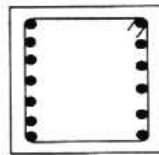
1) $P_u = 322.9 \text{ t}$
 $M_u = 31.42 \text{ t-m}$
 $\rho = 0.83 \%$



2)

$P_u = 287.18 \text{ t}$	$M_u = 107.89$	t - m
$P_u = 600 \text{ t}$	$M_u = 81.62$	t - m
$P_u = 400 \text{ t}$	$M_u = 103.51$	t - m
$P_u = 287.18 \text{ t}$	$M_u = 109.08$	t - m
$P_u = 200 \text{ t}$	$M_u = 99.25$	t - m
$P_u = 0 \text{ t}$	$M_u = 58.35$	t - m
$P_u = 800 \text{ t}$	$M_u = 46.32$	t - m
$P_u = 900 \text{ t}$	$M_u = 20.56$	t - m
$P_u = 950 \text{ t}$	$M_u = 5.44$	t - m
$P_u = 960 \text{ t}$	$M_u = 2.23$	t - m
$P_u = 965 \text{ t}$	$M_u = 0.61$	t - m
$P_u = 966 \text{ t}$	$M_u = 0.28$	t - m
$P_u = 966.5 \text{ t}$	$M_u = 0.11$	t - m

$P_u = 966.85 \text{ T} \rightarrow M_u = 0 \text{ T-m}$
 $d = 53.78 \text{ cm}$
 $16 \phi 1"$
 $\rho = 2.22$
 $e = 28.73 \text{ cm}$
 $a = 22.98 \text{ cm}$



3)

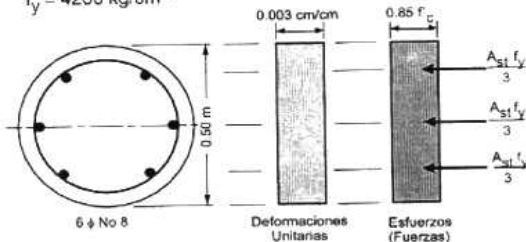
$$\left. \begin{array}{l} P_u = 322.9 \text{ t} \\ M_u = 18.2 \text{ t-m} \end{array} \right\} \begin{array}{l} f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2 \\ f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2 \end{array} \rightarrow A_{smin}$$

Aplicación:

Una columna circular zunchada corta de 50 cm. de diámetro está simétricamente reforzada con 6 # 8,

Como se muestra en la figura. Calcular la resistencia $P_{n(max)}$ si sólo está sujeta a carga axial.

$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$



Solución

a) $P_{n(max)} = 0.85 [0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y]$

$A_g = \pi r^2 = \pi (25)^2 = 1963.5 \text{ cm}^2$
 $A_{st} = 6 \times 5.07 = 30.42 \text{ cm}^2$

$P_{n(max)} = 0.85 [0.85 \times 0.28 (1963.5 - 30.42) + 30.42 \times 4.2]$
 $= 499.7 \text{ t}$

b) $P_{n(max)} = 0.85 [0.85 f'_c A_g + A_{st} f_y]$

$= 0.85 [0.85 \times 0.28 \times 1963.5 + 30.42 \times 4.2] = 505.8 \text{ t}$

Rpta.

$505.8/499.7 = 1.01 \approx 1.00$

11.16 Falla por Tensión en Secciones de Columnas Rectangulares

En el caso de excentricidades grandes el estado inicial límite de falla ocurre por fluencia del acero en el lado de tensión.

Si $e > e_n$ ó $P_n < P_{nb} \rightarrow$ falla por tensión.

Las ecuaciones (1') y (2') son aplicables para el análisis o diseño sustituyendo f_y por f_s en el refuerzo de tensión. El esfuerzo f_s puede o no puede estar en fluencia y el valor real de f_s debe ser calculado.

Usualmente es usado refuerzo simétrico:

$A_s = A'_s$, en orden de prevenir el posible intercambio del refuerzo de compresión con el refuerzo de tensión. A menudo también es necesario donde existe la posibilidad de incursión de esfuerzos debido a la acción de sismo ó de viento.

Si se asume que el acero en compresión está en fluencia, y que $A_s = A'_s$, de las ecuaciones (1') y (2') se tiene:

$P_n = 0.85 f'_c ab$ (1)

$M_n = P_n e = 0.85 f'_c ab \left(\bar{y} - \frac{a}{2} \right) + A'_s f_y (\bar{y} - d') + A_s f_y (d - \bar{y})$

$M_n = P_n e = 0.85 f'_c ab \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_s f_y (d - d')$ (2)

(1) en (2) $\rightarrow P_n e = P_n \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_s f_y (d - d')$ (3)

De (1): $a = \frac{P_n}{0.85 f'_c b}$

En (3):

$P_n e = P_n \left(\frac{h}{2} - \frac{P_n}{1.7 f'_c b} \right) + A_s f_y (d - d')$ (4)

$$\frac{P_n^2}{1.7 f'_c b} - P_n \left(\frac{h}{2} - e \right) - A_s f_y (d - d') = 0$$

$$P_n = 0.85 f'_c b \left[\left(\frac{h}{2} - e \right) + \sqrt{\left(\frac{h}{2} - e \right)^2 + \frac{2 A_s f_y (d - d')}{0.85 f'_c b}} \right] \quad (5)$$

$$\text{Haciendo } m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} \text{ y } \rho = \rho' = \frac{A_s}{bd}$$

$$P_n = 0.85 f'_c b d \left[\frac{h - 2e}{2d} + \sqrt{\left(\frac{h - 2e}{2d} \right)^2 + 2m\rho \left(1 - \frac{d'}{d} \right)} \right] \quad (6)$$

$$\text{Además } e = e' - \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

$$\frac{h - 2e}{2d} = \frac{h - 2e' + 2d - h}{2d} = 1 - \frac{e'}{d}$$

Se tiene,

$$P_n = 0.85 f'_c b d \left[\left(1 - \frac{e'}{d} \right) + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d} \right)^2 + 2m\rho \left(1 - \frac{d'}{d} \right)} \right] \quad (7)$$

Para casos no estandar donde el refuerzo no es simétrico ($A_s \neq A'_s$), ($\rho \neq \rho'$), y si se considera el concreto desplazado por el acero en compresión, se tiene:

$$C_c = 0.85 f'_c (ba - A'_s)$$

$$P_n = 0.85 f'_c b d \left[\rho' (m - 1) - \rho m + \left(1 - \frac{e'}{d} \right) + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d} \right)^2 + 2 \left[\frac{e'}{d} (m\rho - m\rho' + \rho') + \rho' (m - 1) \right] \left(1 - \frac{d'}{d} \right)} \right] \quad (8)$$

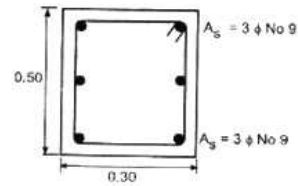
Las ecuaciones (7) y (8) solo son validas si el acero en compresión está en fluencia.

Aplicación:

Análisis de una columna controlada por falla de tensión; acero en compresión esta en fluencia.

Calcular la resistencia nominal de carga axial de la sección que se muestra en la figura adjunta si la carga actúa con una excentricidad de $e = 35.6$ cm.

$$\begin{aligned} f'_c &= 280 \text{ kg/cm}^2 \\ f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 \\ d &= 43.62 \text{ cm} \\ d' &= 6.38 \text{ cm} \\ A'_s &= A'_s = 3 \cdot 6.41 = 19.23 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Para la condición balanceada se ha obtenido del ejemplo anterior

$$e_b = 33.3 \text{ cm}$$

$e > e_b$ ∴ Falla por tensión

$$\rho = \rho' = \frac{A_s}{bd} = \frac{19.23}{30 \cdot 43.62} = 0.0147$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{4200}{0.85 \cdot 280} = 17.65$$

$$e' = e + \left(d - \frac{h}{2} \right) = 35.6 + \left(43.62 - \frac{50}{2} \right)$$

$$e' = 54.22 \text{ cm}$$

$$1 - \frac{e'}{d} = 1 - \frac{54.22}{43.62} = -0.2430$$

$$1 - \frac{d'}{d} = 1 - \frac{6.38}{43.62} = 0.8537$$

Usando la ecuación (7):

$$P_n = 0.85 f'_c b d \left[\left(1 - \frac{e'}{d} \right) + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d} \right)^2 + 2m\rho \left(1 - \frac{d'}{d} \right)} \right]$$

$$P_n = 0.85 \cdot 0.28 \cdot 30 \cdot 43.62$$

$$\left[(-0.243) + \sqrt{(-0.243)^2 + 2 \cdot 17.65 \cdot 0.0147 (0.8537)} \right]$$

$$P_n = 144.98 \text{ t}$$

$$a = \frac{P_n}{0.85 f'_c b} = \frac{144.98}{0.85 \cdot 28 \cdot 30} = 20.31 \text{ cm} \rightarrow c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{20.31}{0.85} = 23.89 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} f'_s &= 0.003 E_s \left(\frac{c - d'}{c} \right) = 0.003 \cdot 2 \cdot 10^6 \left(\frac{23.89 - 6.38}{23.89} \right) \\ &= 4397.5 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore f'_s \leq f_y \rightarrow f'_s = f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

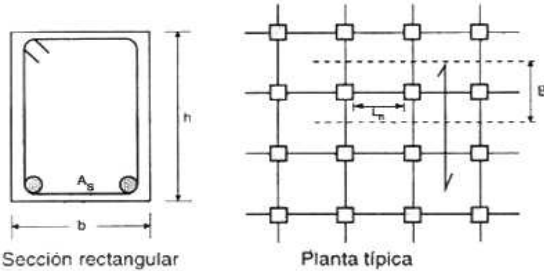
ACERO EN COMPRESION ESTA EN FLUENCIA
CONFORME

$$P_n = 144.98 \text{ t para } e = 35.6 \text{ cm}$$

CAPITULO 12

PREDIMENSIONAMIENTO DE VIGAS Y COLUMNAS

12.1 Vigas que Soportan Losas Armadas en un Sentido



El momento flector último de una sección cualquiera puede expresarse como sigue:

$$M_u = (W_u B) L_n^2 / \alpha \quad (1)$$

Donde:

W_u = Carga por unidad de área.

L_n = Longitud libre.

B = Dimensión transversal tributaria. (Ancho Tributario)

α = Coeficiente de Momento. (Depende de la ubicación de la sección y de las restricciones en el apoyo de acuerdo al Método de los coeficientes del ACI)

Para una sección rectangular con acero solo en tracción, de acuerdo al ACI 318-05 se tiene:

$$M_u / \phi = f_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega) \quad (2)$$

donde: $\omega = \rho f_y / f_c$

De las expresiones (1) y (2):

$$(W_u B) L_n^2 / \alpha \phi = f_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega)$$

de donde:

$$d = L_n \sqrt{\frac{W_u B}{\alpha \phi f_c b \omega (1 - 0.59 \omega)}} \quad (3)$$

Considerando la sección de momento positivo máximo, asumimos:

$\alpha = 16$

$b_{\min} = 25 \text{ cm (vigas)}$

$\phi = 0.9$

$b = B / 20$

$f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$\rho = 0.007 (0.7\%)$

$W_u \Rightarrow \text{en kg/cm}^2$, por consiguiente:

$\omega = \rho f_y / f_c = 0.007 \cdot 4200 / 210 = 0.14$

$d = h / 1.1$

$$\frac{h}{1.1} = L_n \sqrt{\frac{W_u B}{16 \cdot 0.9 \cdot 210 \cdot \frac{B}{20} \cdot 0.14 (1 - 0.59 \cdot 0.14)}}$$

de donde: $h = \left(\frac{L_n}{4.01 \sqrt{W_u}} \right)$

$\therefore$ redondeando valores

$$h = \left(\frac{L_n}{4 \sqrt{W_u}} \right) \quad (4)$$

12.2 Aplicaciones de las Vigas que soportan losas armadas en un sentido

1) Vivienda

s/c = 200 Kg/m²

Determinación de W_u :

P aligerado = 350 Kg/m²

P acabados = 100 Kg/m²

Tabiquería Movil = 150 kg/m²

$W_D = 600 \text{ kg/m}^2$

$W_L = 200 \text{ kg/m}^2$

$W_u = 1.2 W_D + 1.6 W_L = 1040 \text{ Kg/m}^2$

Usaremos $W_u = 0.1 \text{ Kg/cm}^2$

en (4): $h = \left(\frac{L_n}{4 \sqrt{0.1}} \right) \Rightarrow h = \frac{L_n}{12.65}$

2) Oficinas y Departamentos: s/c = 250 kg/m²

Determinación de $w_u \Rightarrow$ p. aligerado = 350 kg/m²

p. acabado = 100 kg/m²

tabiquería móvil = 150 Kg/m²

$W_D = 600 \text{ kg/m}^2$

$W_L = 250 \text{ kg/m}^2$

$w_u = 1.2 W_D + 1.6 W_L = 1120 \text{ Kg/m}^2$

usamos: $w_u = 0.11 \text{ kg/cm}^2$

en (4): $h = \left(\frac{L_n}{4 \sqrt{0.11}} \right) \Rightarrow h = \frac{L_n}{12.06}$

3) Garajes y tiendas: s/c = 500 kg/m²

Determinación de $w_u \Rightarrow$ p. aligerado = 350 kg/m²

p. acabado = 100 kg/m²

$w_D = 450 \text{ kg/m}^2$

$w_L = 500 \text{ kg/m}^2$

$w_u = 1.2 w_D + 1.6 w_L = 1340 \text{ kg/m}^2 = 0.13 \text{ kg/cm}^2$



$$\text{en (4): } h = \frac{L_n}{\left(\frac{4}{\sqrt{0.13}}\right)} \Rightarrow h = \frac{L_n}{11.09}$$

4) Depósitos A : s/c = 750 kg/m² (Almacenaje pesado en biblioteca)

Determinación de $w_u \Rightarrow w$, aligerado = 350 kg/m²
 p , acabado = 100 kg/m²
 $w_D = 450 \text{ kg/m}^2$
 $w_L = 750 \text{ kg/m}^2$
 $w_u = 1.2 w_D + 1.6 w_L = 1740 \text{ kg/m}^2 = 0.17 \text{ kg/cm}^2$

$$\text{en (4): } h = \frac{L_n}{\left(\frac{4}{\sqrt{0.17}}\right)} \Rightarrow h = \frac{L_n}{9.7}$$

5) Depósitos B : s/c = 1000 kg/m²

Determinación de $w_u \Rightarrow p$, aligerado = 350 kg/m²
 p , acabado = 100 kg/m²
 $w_D = 450 \text{ kg/m}^2$
 $w_L = 1000 \text{ kg/m}^2$

$w_u = 1.2 w_D + 1.6 w_L = 2140 \text{ kg/m}^2 = 0.21 \text{ kg/cm}^2$

$$\text{en (4): } h = \frac{L_n}{\left(\frac{4}{\sqrt{0.21}}\right)} \Rightarrow h = \frac{L_n}{8.73}$$

Finalmente tenemos:

S/C	α
200	13
250	12
500	11
750	10
1000	9

12.3 Modificaciones de las dimensiones de las Vigas

- a) Criterios de igualdad de cuantía: el momento actuante, M_u es el mismo para dos juegos diferentes de dimensiones de viga ("b h" y "b_o h_o")
 $M_u = M_{u0}$
 $M_u = \phi f_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega) = \phi f_c b_o d_o^2 \omega (1 - 0.59 \omega)$

de donde, $b d^2 = b_o d_o^2$

Para casos prácticos se puede intercambiar los peraltes efectivos "d" por su altura h.

$$b h^2 = b_o h_o^2$$

- b) Criterios de igualdad de rigideces: las rigideces de las dos secciones es la misma, por lo tanto,
 $b h^3 = b_o h_o^3$

Este criterio se recomienda para cambio de acciones por

control de desplazamientos laterales y para sistemas aporticados en zonas de alto riesgo sísmico. También es recomendable para el dimensionamiento de vigas "chatas".

Es recomendable que las vigas chatas no tengan luz libre mayor de 4m. Para vigas chatas menores que 4m se estima que su costo es igual al de una viga peraltada. Para vigas chatas mayores de 4m el costo es algo mayor.

12.4 Recomendaciones del ACI 318-05: Zonas de alto riesgo sísmico

Elementos de Flexión si $P_u \leq A_g f_c / 10$

$L_n \geq 4h$
 $b \geq 0.3h$
 $b \geq 0.25 \text{ m}$
 $\rho_{max} = 0.025$
 $b < b_c + 1.5 h$

12.5 Predimensionamiento de Vigas

1.- Predimensionamiento de vigas simplemente apoyadas

a) Igualdad de Cuantía:

En este caso : $\alpha = 8$ sustituyendo en ecuación (3)

$$d = L_n \sqrt{\frac{w_u B}{\alpha \phi f_c b \omega (1 - 0.59 \omega)}}$$

$$\therefore \frac{d_{\alpha=8}}{d_{\alpha=16}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{16}} = \sqrt{2} = 1.41$$

$d_{\alpha=8}$: Peralte para una viga simplemente apoyada

$d_{\alpha=16}$: Peralte para una viga continua con la misma luz y carga de la viga simplemente apoyada.

$$\therefore b = \frac{B}{20} ; h_s = 1.4 h$$

Considerando cierta restricción en los extremos de la viga de un tramo se usará: $\alpha = 10$

de la ecuación (3)

$$\therefore \frac{d_{\alpha=10}}{d_{\alpha=16}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{16}} = \sqrt{1.6} = 1.26$$

$$b = \frac{B}{20} ; h_s = 1.25 h$$

Este procedimiento se basa en el análisis de cargas de gravedad, sin embargo puede utilizarse en edificios de C.A. de mediana altura (unos ocho pisos aproximadamente si la edificación está en zona de alto riesgo sísmico)

2.- Predimensionamiento de vigas correspondiente a losas reforzadas en dos direcciones

Para vigas que corresponden a losas reforzadas en dos

sentidos:

$$b = \frac{A}{20} \quad h_A = \frac{A}{\alpha}; \quad h_B = \frac{B}{\beta}$$

donde:

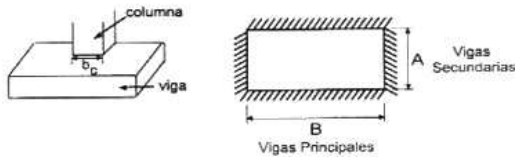
b = ancho de la viga

h = peralte de la viga

A = dimensión menor de la losa

B = dimensión mayor de la losa

α y β = coeficientes de la tabla B-1



Coeficientes para el predimensionamiento de vigas de una relación A/B y un valor específico de sobre carga

Tabla B - 1

A/B	Sobrecarga (kg/m ²)	α	β
A/B > 0.67 ó A/B = 1.0	250	13	13
	500	11	11
	750	10	10
	1000	9	9
A/B < 0.67	250	13	12
	500	11	11
	750	10	10
	1000	9	9

3.- Predimensionamiento de vigas secundarias

Criterio 1:

$$b = \frac{\text{luz menor del paño}}{20} = \frac{A}{20}$$

$$h = \frac{L_n}{\beta} \quad \text{igual que para vigas principales}$$

Criterio 2:

Dimensionar como una viga corta correspondiente a una losa reforzada en dos direcciones

$$b = \frac{A}{20} \quad ; \quad h = \frac{A}{\alpha}$$

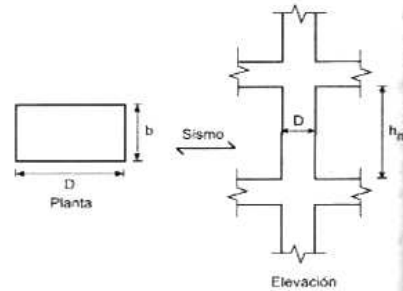
12.6 Predimensionamiento de columnas

1 Consideraciones para zonas de alto riesgo sísmico:

- a) Según la discusión de algunos resultados de investigación en Japón debido al sismo de TOKACHI 1968, donde colapsaron muchas columnas por:
- Fuerza cortante
 - Deficiencia en el anclaje del acero en las vigas
 - Deficiencia en los empalmes del acero en las

columnas.

- Por el aplastamiento
 - Refuerzo de viga hacia columna.
- De los resultados se tienen:



Si $\frac{h_n}{D} \leq 2 \Rightarrow$ Fallarán de manera frágil por fuerza cortante $\therefore$ columna extremadamente corta no se admiten en zonas de alto riesgo.

Si $2 < \frac{h_n}{D} \leq 4 \Rightarrow$ Falla frágil o falla dúctil

Si $\frac{h_n}{D} \geq 4 \Rightarrow$ Falla dúctil

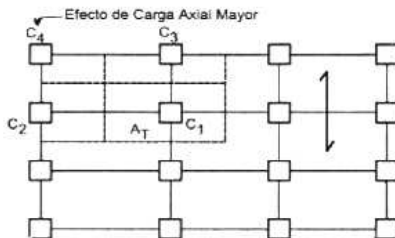
se recomienda que $\frac{h_n}{D} \geq 4$

b) Según ensayos experimentales en Japón:

$$n = \frac{P}{f'_c b D} \quad \text{donde } n = \text{Índice de Aplastamiento}$$

Si $n > \frac{1}{3} \Rightarrow$ Falla frágil por aplastamiento debido a cargas axiales excesivas

Si $n < \frac{1}{3} \Rightarrow$ Falla dúctil



AT : Area tributaria

C 1 : Columna central

C 2 : Columna extrema de un pórtico principal interior

C 3 : Columna extrema de un pórtico secundario interior

C 4 : Columna en esquina

Las columnas se predimensionan con: $bD = \frac{P}{n f'_c}$
donde:

D = dimensión de la sección en la dirección del análisis sísmico de la columna

b = la otra dimensión de la sección de la columna



P = carga total que soporta la columna (ver tabla B - 2)
 n = valor que depende del tipo de columna y se obtiene de la Tabla B - 2

f'_c = resistencia del concreto a la compresión simple

Tabla B - 2

Tipo C1 (para los primeros pisos)	Columna interior $N < 3$ pisos	$P = 1.10 P_G$ $n = 0.30$
Tipo C1 (para los 4 últimos pisos superiores)	Columna interior $N > 4$ pisos	$P = 1.10 P_G$ $n = 0.25$
Tipo C2, C3	Columnas Extremas de pórticos interiores	$P = 1.25 P_G$ $n = 0.25$
Tipo C4	Columna de esquina	$P = 1.50 P_G$ $n = 0.20$

P_G = Debido a carga de gravedad.

P = Debido a cargas de Sismo

Nota: se considera primeros pisos a los restantes de los 4 últimos pisos.

Tabla B - 2. Valores de P y n para el predimensionamiento de columnas. P_G es el peso total de cargas de gravedad que soporta la columna.

12.7 Predimensionamiento, de columnas usando el criterio del área tributaria

La siguiente Tabla, muestra los Coeficientes K para determinar el área de columnas cuadradas para diferentes luces entre ejes, $p_t = 0.02$.

$$A_g = K A_t \quad (1)$$

Donde:

A_g = Sección de la columna

A_t = Área tributaria acumulada

PISO	LUZ (m)	Área Trib. Por piso, (m ²)	TIPO DE COLUMNA			
			1	2	3	4
Antepenúltimo	4	16	0.0013	0.0025	0.0022	0.0040
Antepenúltimo	6	36	0.0011	0.0020	0.0016	0.0028
Antepenúltimo	8	64	0.0011	0.0017	0.0015	0.0023
Segundo	4	16	0.0011	0.0014	0.0014	0.0021
Segundo	6	36	0.0012	0.0014	0.0014	0.0015
Segundo	8	64	0.0012	0.0014	0.0014	0.0015

12.8 Procedimiento de dimensionamiento

- Determine las secciones A_g de las columnas del segundo y del antepenúltimo piso mediante la siguiente fórmula: $A_g = K A_t$, donde K se obtiene de la tabla y A_t es el área tributaria de la columna considerada.
- Determine los lados de las columnas de los pisos considerados suponiéndolas cuadradas.

- Calcule las dimensiones de las columnas de los pisos intermedios por interpolación lineal.

- Calcule las dimensiones de las columnas del primer piso de la siguiente manera:

a) Por extrapolación lineal, si la altura del primer piso es igual a la del segundo piso.

b) Sumando 7 cm a las dimensiones del segundo piso, si la altura del primer piso es 1.5 veces la del segundo.

c) Por interpolación o extrapolación lineal, entre los valores calculados según a y b para otras proporciones entre las alturas del primer y segundo piso.

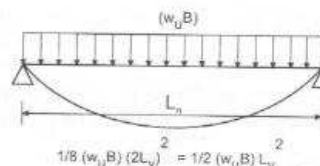
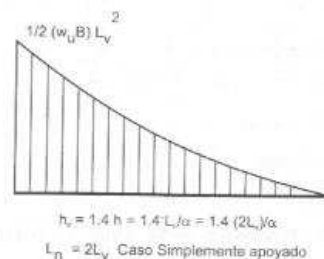
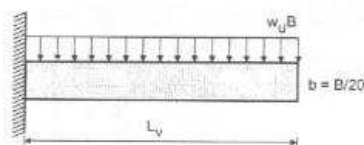
- Use las dimensiones de la columna del antepenúltimo piso para los pisos superiores.

Comentario:

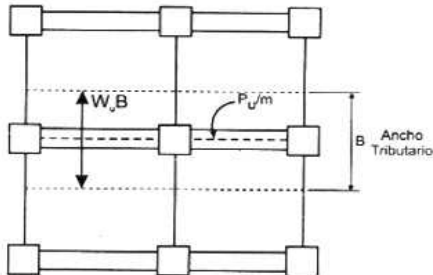
Este criterio de dimensionamiento puede utilizarse para sistemas aporticados con algunos muros estructurales en las dos direcciones principales.

12.9 Aplicación de predimensionamiento de Vigas

- Dimensionamiento de una viga en voladizo



12.10 Influencia de una carga repartida directamente sobre una viga



$\frac{P_u}{m}$ = Carga por metro (vigas perimetrales, parapetos, muros, etc.)

Se considera el ancho tributario añadiendo un ancho adicional de P/w ó P_u/w_u

$$B^* = B + \frac{P_u}{w_u}$$

Ejemplos ilustrativos de dimensionamiento de vigas

Ejemplo 1:

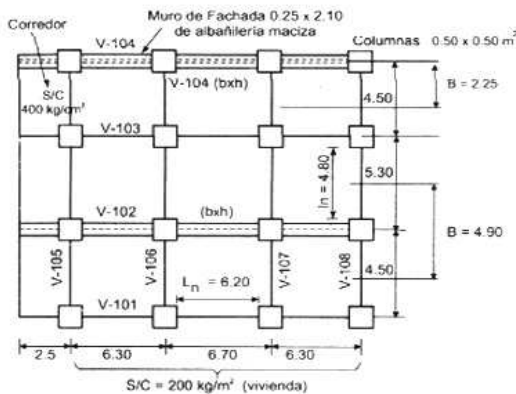


figura : 1era. Planta
Uso $\Rightarrow$ Viviendas

1. Dimensionamiento de la viga V - 102 (b * h)

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{B}{20} = \frac{4.9}{20} = 0.245 \text{ m} \\ h &= \frac{L_n}{\beta} = \frac{6.2}{13} = 0.48 \text{ m} \end{aligned} \right\} \text{ Usar } \left. \begin{aligned} h &= 0.50 \text{ m} \\ b &= 0.25 \text{ m} \end{aligned} \right\}$$

Si consideramos un ancho de $b_o = 0.40 \text{ m}$; por ser un sistema aporricado usamos el criterio de rigideces:

$$\begin{aligned} \text{zona alto riesgo sísmico} &\Rightarrow bh^3 = b_o h_o^3 \\ b &= 0.245, \quad h = 0.48, \quad b_o = 0.40 \\ 0.245 \cdot 0.48^3 &= 0.40 \cdot h_o^3 \Rightarrow h_o = 0.41 \text{ m} \\ \text{Usar} &= 0.40 \cdot 0.45 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Para una zona medianamente sísmica usamos el criterio de igualdad de cuantías

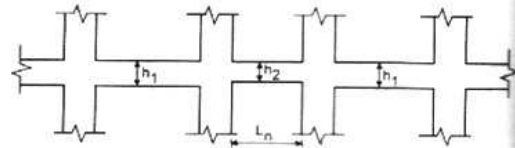
$$bh^2 = b_o h_o^2$$

$$0.245 \cdot 0.48 = 0.40 h_o^2 \Rightarrow h_o = 0.38 \text{ m}$$

$$\text{Usar } 0.40 \cdot 0.40 \text{ m}^2$$

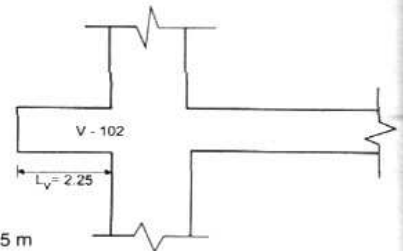
Comentario

Para un caso particular :



Cambio de sección en el tramo menor con rigidez grande que origina momentos mayores que en los tramos aledaños.

Para predimensionar el VOLADIZO de la viga V-102



$$b = B/20 = 0.245 \text{ m}$$

$$h = 1.4 h_s = 1.4 \left(\frac{L_n}{\beta} \right) = 1.4 \left(\frac{2 L_v}{\beta} \right) = 1.4 \left(\frac{2 \cdot 2.25}{13} \right) = 0.48 \text{ m}$$

$h_s = h$ de una viga simplemente apoyada
Usar $0.25 \cdot 0.50 \text{ m}^2$

2. Dimensionamiento V - 104 (b * h)

$$B = B^*/20$$

$$B^* = B + B_{ad}$$

$$h = \frac{L_n}{\beta} \quad B_{ad} = \frac{P_u}{w_u} = \frac{P}{w}$$

$$P = 0.25 \cdot 2.10 \cdot 1.8 = 0.95 \text{ t/m}$$

$$w = (p.p.alig.) + (p.acab.) + (p.tab.) + (S/C)$$

$$w = 300 + 100 + 50 + 200 = 650 \text{ kg/m}^2$$

$$\Rightarrow B = \frac{4.50}{2} + 0.125 = 2.25 + 0.125 = 2.375$$

$$B_{ad} = \frac{950 \text{ kg/m}^2}{650 \text{ kg/m}} = 1.46 \text{ m}$$



Luego $B^* = 2.375 + 1.46 = 3.835$

Por tanto:

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{3.84}{20} = 0.192 \text{ m} \\ h &= \frac{6.2}{13} = 0.48 \text{ m} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Zona de alto} \\ &\text{Riesgo sísmico} \\ &bh^3 = b_o h_o^3 \\ &\Rightarrow 0.192 \cdot 0.48^3 = 0.25 h_o^3 \\ &\Rightarrow h_o = 0.44 \text{ m} \end{aligned}$$

Usar $0.25 \cdot 0.45 \text{ m}^2$

3. Dimensionar: V-108 ($b \cdot h$)

- i) Se considerará el criterio de dimensionamiento de la viga de luz libre menor que corresponde a una losa aligerada reforzada en dos direcciones.

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{A}{20} = \frac{4.80}{20} = 0.24 \text{ m} \\ h &= \frac{A}{\alpha} = \frac{4.80}{13} = 0.37 \text{ m} \end{aligned} \right\} \text{Usar } 0.25 \cdot 0.40 \text{ m}^2$$

- ii) Tomando otro criterio, asumiendo un ancho tributario arbitrario de 2 m a 3 m.

Zona de alto riesgo sísmico: Sistema netamente Aporticado:

$$\begin{aligned} B &= 3 \text{ m} \Rightarrow b = \frac{B}{20} = \frac{3}{20} = 0.15 \text{ m} \\ h &= \frac{L_n}{\alpha} = \frac{4.80}{13} = 0.37 \text{ m} \end{aligned}$$

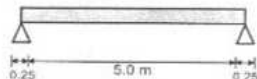
Cambiando el ancho de la viga: $b_o = 0.25 \text{ m}$

$$0.15 \cdot 0.37^3 = 0.25 \cdot h_o^3 \Rightarrow h_o = 0.31 \text{ m}$$

Usar: $0.25 \cdot 0.35 \text{ m}^2$

Ejemplo 2:

Dimensionar la viga simplemente apoyada que se muestra en la figura adjunta.



Considere:

$B = 4 \text{ m}$
 $S/C = 250 \text{ kg/m}^2$

Solución:

$$b = \frac{B}{20} = \frac{4}{20} = 0.20 \text{ m}$$

$$h_s = \frac{L}{\beta} = \frac{L}{12} \cdot 1.4 = \frac{5}{12} \cdot 1.4 = 0.6 \text{ m}$$

Utilizando el criterio de igualdad de rigideces

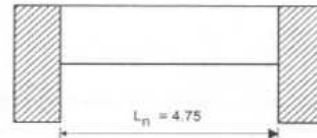
$$\text{Si } b_o = 0.25 \text{ m} \Rightarrow bh^3 = b_o h_o^3 \Rightarrow h_o = 0.56 \text{ m}$$

$\therefore$ Usar $0.25 \cdot 0.60 \text{ m}^2$

Ejemplo 3:

Dimensionar la viga de un tramo con apoyos monolíticos

Considere:
 $B = 4 \text{ m}$
 $S/C = 250 \text{ kg/m}^2$



Solución:

$$b = \frac{B}{20} = 0.20 \text{ m} \quad h = 1.25 \left(\frac{L_n}{\alpha} \right) = 1.25 \cdot \frac{4.75}{12} = 0.49 \text{ m}$$

Usando el criterio de igualdad de cuantías:

$$\Rightarrow bh^2 = b_o h_o^2$$

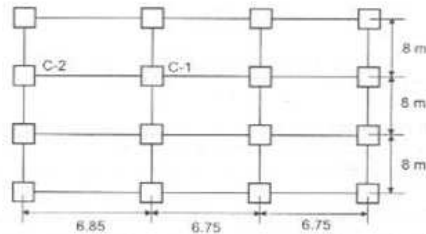
$$0.20 \cdot 0.49^2 = 0.25 \cdot h_o^2$$

$$h_o = 0.44$$

Usar $0.25 \cdot 0.45 \text{ m}^2$

12.11 Aplicación de Predimensionamiento de Columnas

Se tiene un edificio aporticado de 10 pisos cuya planta típica se muestra en la figura adjunta; el uso es de oficinas, considere los techos de aligerados de 0.25 m , tabiquería de 120 kg/m^2 , acabado de 100 kg/m^2 , $r_c = 420 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$. Se pide dimensionar las columnas señaladas en el gráfico.



Solución:

Realizamos como primer paso el metrado de las cargas de la estructura:

P. aligerado	: 350 kg/m^2
Tabiquería	: 120 kg/m^2
Acabado	: 100 kg/m^2
Peso de Vigas	: 100 kg/m^2
Peso de Columnas	: 60 kg/m^2

La sobrecarga para esta estructura se puede considerar: $S/C = 250 \text{ kg/m}^2$ (Norma E-020 de Cargas)

entonces: $P_G = P_{muerta} + P_{viva} = 730 + 250$
 $= 980 \text{ kg/m}^2$

(esta es la carga a considerarse por piso)

Columna C-2 : (exterior)

El área tributaria para esta columna se puede considerar:

$$A = \frac{(8 + 8) \cdot 6.85}{2} = 27.4 \text{ m}^2$$

Luego el valor de P sería igual a: $P = 980 \text{ (kg/m}^2) \cdot 27.4 \text{ (m}^2)$
 $= 26852 \text{ kg}$
 reemplazando los valores hallados en las fórmulas proporcionadas en la teoría:

$$b \cdot D = \frac{1.25 \cdot P}{n \cdot f'_c} \quad \text{donde } n = 0.25$$

$$\text{entonces } b \cdot D = \frac{1.25 \cdot 26852 \cdot 10}{0.25 \cdot 420} = 3197 \text{ cm}^2$$

considerando que $b = D = t$
 $t = 56.5 \text{ cm}$ por lo tanto usamos $t = 60 \text{ cm}$
 $b = 0.60 \cdot 0.60$

Columna C-1 : (interior)

El área tributaria para esta columna se puede considerar:

$$A = \frac{(8 + 8) \cdot (6.85 + 6.75)}{2} = 54.4 \text{ m}^2$$

Luego el valor de P sería igual a: $P = 980 \text{ (Kg/m}^2) \cdot 54.4 \text{ (m}^2)$
 $= 53312 \text{ Kg}$
 reemplazando los valores hallados en las fórmulas proporcionadas en la teoría:

$$b \cdot D = \frac{1.10 \cdot P}{n \cdot f'_c} \quad \text{donde } n = 0.30$$

$$\text{entonces: } b \cdot D = \frac{1.10 \cdot 53312 \cdot 10}{0.30 \cdot 420} = 4654 \text{ cm}^2$$

considerando que $b = D = t$
 $t = 68.2 \text{ cm}$ por lo tanto usamos $t = 70 \text{ cm}$
 $b = 0.70 \cdot 0.70$

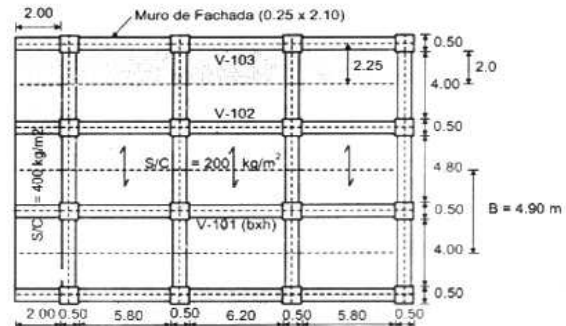
OBSERVACIONES: Las otras columnas de la estructura se pueden dimensionar de la misma manera que las mostradas anteriormente.

Como se puede observar, en ambos casos el factor que acompaña a la carga de gravedad varía según la posición de la columna en la estructura (ya sea esta una interna o externa e inclusive de esquina) así como el valor de n, estos coeficientes se encuentran en las tablas proporcionadas en la parte teórica, otro factor a considerar es el área tributaria de cada columna.

Otra observación que se debe hacer es que en la fórmula utilizada el valor de P representa el valor total del peso de la estructura que correspondería a cada nivel, por eso multiplicamos por 10 (que viene a ser el número de pisos)



12.12 Aplicación de Predimensionamiento de Vigas



Figura, planta típica de un edificio de 6 pisos destinado a vivienda. Consideramos que las dimensiones de las columnas no varían a medida que aumenta el número de pisos solo para facilitar el proceso constructivo.

Peso muro de fachada = $0.25 \cdot 2.10 \cdot 1.8 \text{ t/m}^3 = 0.95 \text{ t/m}$

1. Dimensionar la viga continua interior V-101 que se muestra en la figura anterior.

Se tiene:

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{B}{20} = \frac{4.90}{20} = 0.245 \text{ m} \\ h &= \frac{L}{13} = \frac{6.20}{13} = 0.48 \text{ m} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Usar:} \\ 0.25 \cdot 0.50 \text{ m} \end{array}$$

Si cambiamos el ancho de la viga: $b_0 = 0.40 \text{ m}$ usando el criterio de igualdad de cuantía:

$$\left. \begin{aligned} bh^2 &= b_0 h_0^2 \\ h_0 &= \sqrt{\frac{0.25 \cdot 0.50^2}{0.40}} = 0.395 \text{ m} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Usar:} \\ 0.40 \cdot 0.40 \text{ m} \end{array}$$

Usando el criterio de igualdad de rigideces:

$$\left. \begin{aligned} bh^3 &= b_0 h_0^3 \\ h_0 &= \sqrt[3]{\frac{0.245 \cdot 0.50^3}{0.40}} = 0.48 \text{ m} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Usar:} \\ 0.40 \cdot 0.50 \text{ m} \end{array}$$

2. Dimensionar la viga en voladizo de V-102, que se muestra en la figura.

Una viga en voladizo puede dimensionarse como una viga equivalente de luz igual al doble de luz del voladizo.

$$M_{uv} = w \frac{a^2}{2} = M_{us} = \frac{1}{8} w_u (2a)^2 = \frac{w_u a^2}{2}$$

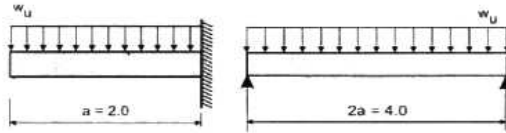


Figura: viga en voladizo:

$\alpha = 13$ s/c (200 kg/m²)
para vivienda
Usar $h = 0.50$

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{B}{20} = 0.245 \text{ m} \\ h &= 1.4h_1 = 1.4 \left(\frac{L_1}{11} \right) = 1.4 \cdot \frac{4}{11} = 0.51 \end{aligned} \right\} \text{ Usar: } 0.25 \cdot 0.5 \text{ m}$$

3. Dimensionar la viga perimétrica V-103 que se muestra en la figura.

Para dimensionar una viga perimétrica se considera una dimensión adicional tributaria debido al peso del muro de fachada.

$$W = P.P + P.acab + tab + S/C = 300 + 100 + 50 + 200 \text{ kg/m}^2$$

$$W = 650 \text{ kg/m}^2$$

$$B^* = B + B_{ud}$$

$$B_{adicional} = \frac{P \text{ (kg/m)}}{w \text{ (kg/m}^2\text{)}} = \frac{950 \text{ kg/m}}{650 \text{ kg/m}^2} = 1.46 \text{ m}$$

$$P = 0.25 \cdot 2.10 \cdot 1.0 \cdot 1.8 = 0.95 \text{ t/m}$$

$$\text{Luego: } b = \frac{B^*}{20} = \frac{2.50 + 1.46}{20} = \frac{3.96}{20} = 0.198 \text{ m} \quad \text{Usar } 0.20 \text{ m}$$

$$h = \frac{L_1}{13} = \frac{6.20}{11} = 0.48$$

$$\text{Si } b = 0.30 \text{ m} \rightarrow h = 0.43 \text{ m} \quad \text{Usar: } 30 \cdot 45 \text{ m}^2$$

4. Discusión de Dimensionamiento de Vigas:

$$\text{Si: } S/C = 750 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Si: } B = 4.90 \text{ m} \Rightarrow b = 0.245$$

$$h = \frac{L_1}{10} = \frac{6.20}{10} = 0.62 \quad \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} \text{ Usar } \begin{cases} h = 0.65 \text{ m} \\ b = 0.25 \text{ m} \end{cases}$$

$$\text{Si: } b_0 = 0.30 \text{ m} \Rightarrow 0.25 \cdot 0.65^3 = 0.30 h_0^3 \Rightarrow h_0 = 0.61 \text{ m}$$

$$\therefore \text{ Usar: } 0.30 \cdot 0.65 \text{ m}^2$$

$$\text{Para: } b_0 = 0.40 \text{ m} \Rightarrow 0.25 \cdot 0.625^3 = 0.40 h_0^3$$

$$\Rightarrow h_0 = 0.56 \text{ m}$$

$$\therefore \text{ Usar: } 0.40 \cdot 0.70 \text{ m}$$

$$\text{Si: } S/C = 1000 \text{ kg/m}^2 \Rightarrow b = 0.245$$

$$h = \frac{L_1}{9} = \frac{6.20}{9} = 0.69 \text{ m}$$

$$\therefore \text{ Usar: } 0.25 \cdot 0.70 \text{ m}^2$$

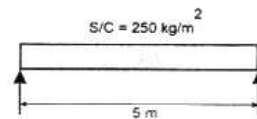
Usando el criterio de igualdad de rigideces

$$\text{Para: } b_0 = 0.40 \text{ m} \Rightarrow h_0 = 0.60 \text{ m}$$

$$\therefore \text{ Usar: } 0.40 \cdot 0.60 \text{ m}^2$$

Aplicación N° 2:

Dimensionar una viga simplemente apoyada de 5 m de luz, si la dimensión tributaria $B = 4 \text{ m}$ y la sobrecarga es de 250 kg/m^2



$$B = 4.00 \text{ m} \Rightarrow b = \frac{B}{20} = 0.20 \text{ m}$$

$$h = \frac{L_1}{13} \cdot 1.4 = \frac{5}{13} \cdot 1.4 = 0.54 \text{ m}$$

$$\text{Si } b_{\min} = 0.25 \Rightarrow bh^3 = b_0 h_0^3 \Rightarrow 0.20 \cdot 0.54^3 = 0.25 h_0^3$$

$$\Rightarrow h_0 = 0.50$$

$$\therefore \text{ Usar: } 0.25 \cdot 0.50 \text{ m}^2$$

Si la viga de un tramo es monolítica con sus apoyos:

$$b = 4/20 = 0.20$$

$$h = 1.25 \left(\frac{L_1}{13} \right) = 1.25 \left(\frac{5}{13} \right) = 0.48 \quad \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} 0.20 \cdot 0.48^3 = 0.25 h_0^3$$

$$\text{Si: } b_0 = 0.25; h_0 = 0.45 \quad \therefore \text{ Usar: } 0.25 \cdot 0.45 \text{ m}$$

Aplicación:

Discusión de dimensionamiento de Vigas Chatas:

Uso: vivienda

$$B = 5.0 \text{ m} \Rightarrow b = \frac{B}{20} = \frac{5}{20} = 0.25 \text{ m}$$

$$L_n = 4.0 \text{ m} \quad h = \frac{L_n}{12} = \frac{4}{12} = 0.33 \text{ m}$$

$$\text{Criterio de igualdad de rigideces } 0.25 \cdot 0.33^3 = b_0 \cdot t^3$$

$$\text{aligerado de } 0.17 \Rightarrow 0.25 \cdot 0.33^3 = b_0 \cdot 0.17^3 \Rightarrow b_0 = 1.85 \text{ m}$$

$$\text{aligerado de } 0.20 \Rightarrow b_0 = 1.45 \text{ m} \quad \therefore 1.15 \cdot 0.20 \text{ m}$$

$$\text{aligerado de } 0.25 \Rightarrow b_0 = 0.75 \text{ m} \quad \therefore 0.60 \cdot 0.25 \text{ m}$$

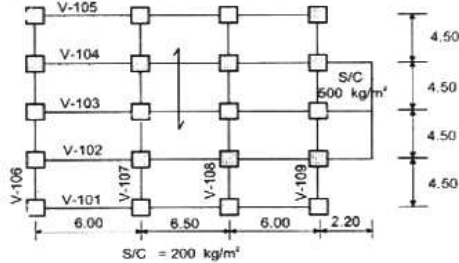
$$\text{criterio de igualdad de cuantía: } 0.25 \cdot 0.33^2 = b_0 \cdot t^2$$

$$\text{aligerado de } 0.17 \Rightarrow b_0 = 0.94 \text{ m} \quad \therefore 0.95 \cdot 0.17 \text{ m}$$

$$\text{aligerado de } 0.20 \Rightarrow b_0 = 0.68 \text{ m} \quad \therefore 0.70 \cdot 0.20 \text{ m}$$

$$\text{aligerado de } 0.25 \Rightarrow b_0 = 0.44 \text{ m} \quad \therefore 0.45 \cdot 0.25 \text{ m}$$

Ejemplo de Aplicación



Columnas: 6 pisos $\Rightarrow 0.50 \times 0.50$

Edificio de C.A. destinado a oficinas

1. Dimensionar la viga V - 103

$$L_n = 6.00 \text{ m} \Rightarrow h = \frac{L_n}{11} = 0.55 \text{ m}$$

$$b = \frac{B}{20} = \frac{4.50}{20} = 0.225 \text{ m}$$

Usando:

$$h_0 = 0.4 \Rightarrow bh^3 = b_0 h_0^3$$

$$0.225 \times 0.55^3 = b_0 \times 0.50^3 \Rightarrow b_0 = 0.25 \text{ m}$$

Usar: $0.25 \times 0.50 \text{ m}^2$

Voladizo:

$$L_n = 2.20 - 0.25 = 1.95 \text{ m}$$

$$h = \frac{2 \times 1.95 \times 1.4}{10.7} = 0.51 \quad S/C = 500 \text{ kg/m}^2$$

$$b = \frac{B}{20} = \frac{4.50}{20} = 0.225$$

$$0.225 \times 0.546^3 = b_0 \times 0.50^3$$

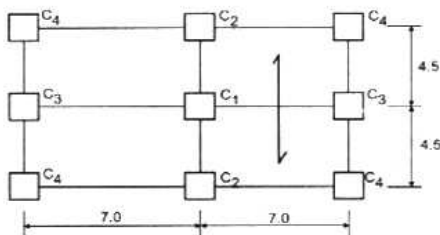
$$b_0 = 0.29$$

Usar: $0.15 \times 0.45 \text{ m}^2$

Dimensionamiento de Columnas

6 Pisos $f_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$

Aligerado	= 300 kg/m ²
Acabado	= 100 kg/m ²
P.P. vigas	= 100 kg/m ²
P.P. columnas	= 50 kg/m ²
Estacionamiento, Tiendas S/C	= 500 kg/m ²



$$W = 1.05 \text{ t/m}^2$$

$$P_G = W A_{Ta}$$

Para:

$$C_1 \Rightarrow bD = \frac{1.1 P_G}{0.30 f'_c} = \frac{1.1 \times (7 \times 4.5 \times 1.05) \times 6}{0.30 \times 0.28} = 2598.75 \text{ cm}^2$$

$$\therefore 0.50 \times 0.50 \text{ m}^2$$

$$C_2 \Rightarrow bD = \frac{1.25 P_G}{0.25 f'_c} = \frac{1.25 \times \left(\frac{7 \times 4.5 \times 1.05}{2} \right) \times 6}{0.25 \times 0.28} = 1771.88 \text{ cm}^2$$

$$C_3 \Rightarrow bD = \frac{1.25 P_G}{0.25 f'_c} = \frac{1.25 \times \left(\frac{7 \times 4.5 \times 1.05}{2} \right) \times 6}{0.25 \times 0.28} = 1771.88 \text{ cm}^2$$

$$C_2 = C_3$$

Usar $0.45 \times 0.45 \text{ m}^2$

$$C_4 \Rightarrow bD = \frac{1.5 P_G}{0.21 f'_c} = \frac{1.5 \times \frac{1.05 \times 4.5 \times 7}{4}}{0.20 \times 0.28} = 1328.91 \text{ cm}^2 \Rightarrow 36.5$$

Usar $0.40 \times 0.40 \text{ m}^2$

Vigas:

$$V-101: b = \frac{2.25 + 0.20}{20} = 0.1225 \text{ m}$$

$$V-103: h = \frac{L_n}{10.7} = \frac{7 - 0.20 - 0.225}{10.7} = 0.658 \text{ m}$$

$$b_0 = 25 \text{ cm} \Rightarrow 0.1225 \times 0.658^3 = 0.25 h_0$$

$$\therefore h_0 = \sqrt[3]{0.1396} = 0.48 \text{ m}$$

Usar $0.25 \times 0.50 \text{ m}^2$

$$V-102: b = \frac{4.50}{20} = 0.225 \text{ m}; h = \frac{7 - 0.225 - 0.25}{10.7} = 0.61 \text{ m}$$

$$0.225 \times 0.588^3 \text{ m}; 0.25 \times h_0^3 \Rightarrow h_0 = 0.59 \text{ m}$$

Usar $0.25 \times 0.6 \text{ m}^2$

$$V-104: b = \frac{2}{20} = 0.10; h = \frac{L_n}{11} = \frac{4.50 - 0.20 - 0.225}{11} = 0.37 \text{ m}$$

V-105 = V-106

$$V-105: 0.10 \times 0.4083 = 0.25 h_0^3 \Rightarrow h_0 = 0.28$$

Usar $0.25 \times 0.30 \text{ m}^2$ ó $0.25 \times 0.40 \text{ m}^2$

CAPITULO 13

CIMENTACIONES

13.1 Zapatas aisladas

σ_n = Esfuerzo Neto del terreno

$$\sigma_n = \sigma_t + h_f \gamma_m + S/C$$

S/C (sobrecarga sobre el NPT)

γ_m = Densidad Promedio del suelo

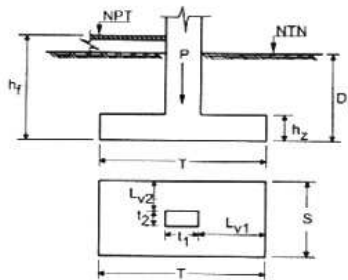
h_q = Altura del suelo sobre la zapata

Debemos trabajar con condiciones de carga de servicio, por tanto no se factoran las cargas.

$$A_{zap} = \frac{P}{\sigma_n}$$

En el caso que la carga P, actúe sin excentricidad, es recomendable buscar que:

$$L_{v1} = L_{v2}$$



Para la cual podemos demostrar que:

$$T = \sqrt{A_z + \frac{(t_1 - t_2)^2}{2}} \quad S = \sqrt{A_z - \frac{(t_1 - t_2)^2}{2}}$$

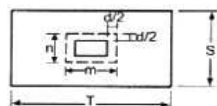
13.2 Dimensionamiento de la altura h_z de la zapata

La condición para determinar el peralte efectivo de zapatas, se basa en que la sección debe resistir el cortante por penetración (cortante por punzonamiento).

Se asume que ese punzonamiento es resistido por la superficie bajo la línea punteada.

(Debemos trabajar con cargas factoradas)

$$W_{nu} = \frac{P_u}{A_{zap}}$$



$$V_u = P_u - W_{nu} \cdot m \cdot n$$

V_u = Cortante por punzonamiento actuante

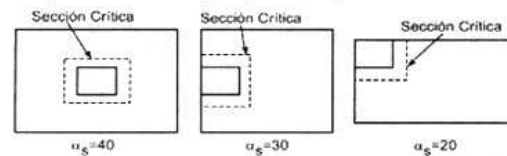
V_c = Resistencia al cortante por punzonamiento en el concreto

La resistencia del concreto de corte por punzonamiento es igual a la menor determinada a través de las siguientes expresiones:

$$a) V_c = 0.27 \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad b) V_c = 1.06 \sqrt{f'_c} b_o d \quad (\text{en Kg y cm})$$

$$c) V_c = 0.27 \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_o} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad b_o = \text{perímetro de la sección crítica}$$

α_s = Parámetro igual a 40 para aquellas columnas en que la sección crítica de punzonamiento tiene 4 lados, 30 para las que tiene 3 lados y 20 para las que tienen 2 lados.



$$\beta_c = \frac{D_{mayor}}{D_{menor}}, \beta_c \leq 2 \Rightarrow V_c = 1.06 \sqrt{f'_c} b_o d$$

$b_o = 2m + 2n$ (perímetro de los planos de falla)

Luego, se debe cumplir: $\frac{V_u}{\phi} \leq V_c; \phi = 0.75$

Esta última nos dará una expresión en función de "d", que debemos resolver.

Finalmente en la zapata se debe de verificar la capacidad cortante como viga a una distancia "d" de la cara de la columna de apoyo.

Peralte Mínimo: El peralte de la zapata (por encima del refuerzo de flexión), será mayor a 15 cm.

13.3 Distribución del refuerzo por flexión (ACI 318-05)

En zapatas en una dirección y zapatas cuadradas en dos direcciones, el refuerzo será distribuido uniformemente a través de todo el ancho de la zapata.

En zapatas rectangulares en dos direcciones, el refuerzo será distribuido de acuerdo a las siguientes recomendaciones:

- * El refuerzo en la dirección larga será distribuido uniformemente a través de todo el ancho de la zapata.
- * El refuerzo en la dirección corta, se deberá repartir en dos partes, una porción (la mayor) será distribuida uniformemente sobre una franja central igual al ancho de la zapata en la dirección corta, siendo este refuerzo el dado por:

$$\frac{A_s \text{ en la franja central}}{A_s \text{ total}} = \frac{2}{\beta + 1}$$

$$\beta = \frac{\text{longitud larga de la zapata}}{\text{longitud corta de la zapata}}$$

El refuerzo restante será distribuido uniformemente sobre las franjas laterales.

13.4 Transferencia de la fuerza en la base de la columna

Las fuerzas y los momentos en la base de la columna es transferido a la zapata por apoyo sobre el concreto, con refuerzo de acero y/o dowells.

El esfuerzo de contacto entre la columna y la zapata no deberá exceder la resistencia de aplastamiento del concreto. La resistencia de aplastamiento del concreto será:

Para la columna : $\phi (0.85 f'_c)$

Para la zapata : $\phi (0.85 f'_c) \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} A_1$, siendo: $\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2$

A_1 = Área cargada

A_2 = Área máxima en la zapata que es geométricamente igual al área de la columna

ϕ = 0.65 para columnas estribadas

ϕ = 0.70 para columnas zunchadas

En caso que se exceda la resistencia de aplastamiento del concreto, se usarán refuerzos o dowells. Pero sea este o no el caso, deberá tenerse un mínimo de refuerzos o dowells igual a 0.005 A_g y no menor a 4 varillas.

13.5 Aplicación ilustrativa: Diseño de una zapata aislada

Diseñar una zapata aislada para:

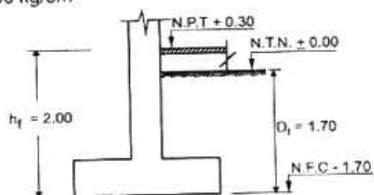
$$\begin{aligned} P_D &= 180 \text{ tn} & P_L &= 65 \text{ tn} & \sigma_1 &= 3.5 \text{ kg/cm}^2 \\ D_f &= 1.70 \text{ m} & f'_c &= 210 \text{ kg/cm}^2 & f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 \\ \gamma_m &= 2.1 \text{ t/m}^3 & S/C_{\text{piso}} &= 500 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

Dimensionar la columna con:

$$n = 0.25$$

$$P_s = 1.25P$$

$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$



Solución:

Dimensionamiento de la Columna

$$bD = \frac{P_s}{n f'_c} = \frac{(1.25)(245)}{(0.25)(0.28)} = 4375 \text{ cm}^2$$

Usar: $0.55 \times 0.80 \text{ m}^2$

Esfuerzo neto del Terreno

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \sigma_1 + \gamma_{\text{prom}} \cdot h_f - S/C = 35 - (2.1)(2) - 0.5 = 30.30 \text{ t/m}^2 \\ A_{\text{zap}} &= P / \sigma_n = 245 / 30.3 = 8.09 \text{ m}^2 \quad 2.85 \times 2.85 \text{ m}^2 \\ \text{Para cumplir } L_{v1} &= L_{v2} \rightarrow T = 2.85 + (0.80 - 0.55) / 2 = 2.975 \text{ m} \\ S &= 2.85 - (0.80 - 0.55) / 2 = 2.725 \text{ m} \end{aligned}$$

Usar $3.00 \times 2.75 \text{ m}^2$

$$L_{v1} = L_{v2} = (3.0 - 0.8) / 2 = 1.10$$

$$= (2.75 - 0.55) / 2 = 1.10$$

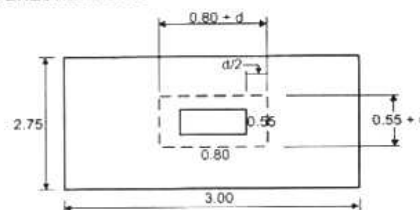
CONFORME

Reacción neta del Terreno

$$W_{nu} = P_u / A_{\text{zap}} = (180 \times 1.2 + 65 \times 1.6) / (3 \times 2.75)$$

$$W_{nu} = 38.79 \text{ t/m}^2$$

Dimensionamiento de la Altura h_z de la Zapata por punzonamiento



Condición de Diseño: $V_u / \phi = V_c$

$$V_u / \phi = 1 / \phi \{ P_u - W_u (0.80 + d) (0.55 + d) \} \dots \dots \dots (1)$$

$$\beta_c = D_{\text{mayor}} / D_{\text{menor}} = 0.80 / 0.55 = 1.46 < 2$$

$$V_c = 0.27 \left(2 + \frac{4}{\beta} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \leq 1.06 \cdot \sqrt{f'_c} b_o d$$

$$V_c \leq 0.27 \left(2 + \frac{\alpha_s}{\beta_o} \right) \sqrt{f'_c} b_o d$$

$$V_c = 1.06 \cdot \sqrt{f'_c} b_o d \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{donde: } b_o = 2 \cdot (0.80 + d) + 2 \cdot (0.55 + d) = 2.7 + 4d$$

$$(1) = (2):$$

$$320 - 38.79 \cdot (0.44 + 1.35 \cdot d + d^2) = 0.75 \cdot 1.06 \cdot \sqrt{210} \cdot 10 \cdot (2.7d + 4d^2)$$

$$\text{Resolviendo: } d = 0.496 \text{ m}$$

Usar:

$$h = 0.60 \text{ m} \rightarrow d_{\text{prom}} = 60 - (7.5 + \phi) = 60 - (7.5 + 1.91) \text{ Varillas}$$

$$\text{de } \phi = 3/4 \cdot d_{\text{prom}} = 50.59 \text{ cm, } r = 7.5 \text{ cm}$$

Verificación de Cortante

$$V_{du} = (w_{nu} \cdot S) (L_v - d) = (38.79 \cdot 2.75) (1.10 - 0.51)$$

$$V_{du} = 62.94 \text{ t}$$

$$V_n = V_{du} / \phi = 83.92 \text{ t}$$

$$V_c = 0.53 \cdot \sqrt{f'_c} b d = 0.53 \cdot \sqrt{210} \cdot 10 \cdot 2.75 \cdot 0.51$$

$$V_c = 107.72 \text{ t} > 83.92 \text{ t} = V_n \quad \text{CONFORME}$$



Diseño por Flexión

$$M_u = (w_{nu} \cdot S) \cdot L_v^2 / 2 = (38.79 \cdot 2.75) \cdot 1.1^2 / 2 = 64.54 \text{ t-m}$$

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)} = \frac{64.54 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot (0.9 \cdot 50.59)} = 37.5 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} = \frac{37.50 \cdot 4200}{0.85 \cdot 210 \cdot 275} = 3.21 \text{ cm}$$

$$A_s = 34.32 \text{ cm}^2 \rightarrow a = 2.94 \text{ cm}$$

$$A_s = 34.22 \text{ cm}^2 \rightarrow a = 2.92 \text{ cm} \quad \text{CONFORME}$$

Verificación de $A_s \text{ min}$:

$$A_{s \text{ min}} = \rho_{\text{TEMP}} \cdot b \cdot d = 0.0018 \cdot 275 \cdot 50.59 = 25.04 \text{ cm}^2$$

CONFORME

Usar: $A_s = 34.22 \rightarrow n = A_s / A_0 = 34.22 / 2.85 = 12.01 \approx 12$

$$s = \frac{2.75 - 2r - \phi}{n - 1} = \frac{2.75 - 0.15 \cdot 0.019}{11} = 0.23 \text{ m}$$

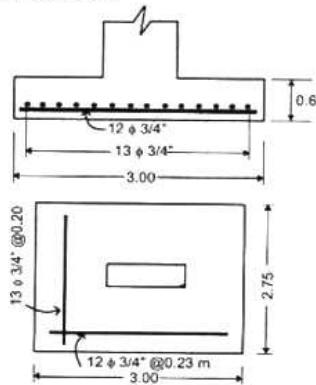
Usar: $12 \phi 3/4" @ 0.23 \text{ m}$

En Dirección Transversal

$$A_{sT} = A_s \cdot 3.00 / 2.75 = 37.33 \text{ cm}^2$$

$$\rightarrow n = 13.10 \approx 13, s = 0.20 \text{ m}$$

Usar: $13 \phi 3/4" @ 0.20 \text{ m}$



Transferencia de fuerza en la interfase de columna y cimentación

a. Resistencia al Aplastamiento sobre la Columna

Se tiene $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$

$$P_u = 320.0 \text{ t} \quad P_n = P_u / \phi = 320.0 / 0.65 = 492.31 \text{ t}$$

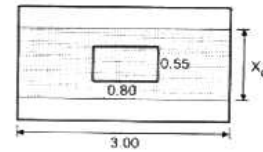
Resistencia al Aplastamiento en la Columna, P_{nb}

$$P_{nb} = 0.85 \cdot f'_c \cdot A_1 = 0.85 \cdot 280 \cdot (10) \cdot 0.55 \cdot 0.80 = 1047.20 \text{ t}$$

$$P_n < P_{nb} \quad \text{CONFORME}$$

b. Resistencia al Aplastamiento en el Concreto de la Cimentación

$$P_n = 492.31 \text{ t} \quad P_{nb} = 0.85 \cdot f'_c \cdot A_0$$



donde: $A_0 = \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \cdot A_1 \leq 2A_1$; donde $\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2$

A_2 Es el área máximo de la superficie de apoyo que es geoméricamente similar y concéntrica con el área cargada A_1 .

$$X_0 / 3.0 = 0.55 / 0.80 \rightarrow X_0 = 2.06 \quad A_2 = 3.0 \cdot X_0 = 6.19 \text{ m}^2$$

$$\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = \sqrt{\frac{6.19}{0.55 \cdot 0.8}} = 3.75 > 2$$

$\therefore$ Usar: $A_0 = 2A_1$, $P_{nb} = 0.85 \cdot f'_c \cdot A_0$

$$P_{nb} = 0.85 \cdot (210) \cdot 10 \cdot 2 \cdot 0.55 \cdot 0.80 = 1570.8 \text{ t} > P_n = 492.31 \text{ t} \quad \text{CONFORME}$$

$\Rightarrow$ Usar Dowells entre Columna y Cimentación

Si $P_n \leq P_{nb} \Rightarrow A_{s \text{ min}} = 0.005 A_0$ Con 4 ϕ como mínimo, para zonas no Sísmicas

13.6 Efecto de carga excéntrica sobre cimentaciones

13.6.1 Definición

Las cimentaciones de columna exterior pueden estar sujetas a carga excéntrica. Si la excentricidad es grande, puede resultar esfuerzo de tracción sobre un lado de la cimentación. Es recomendable dimensionar de manera que la carga está dentro del tercio central de manera de evitar esfuerzos de tracción en el suelo que teóricamente puede ocurrir antes de la redistribución de esfuerzos.

Caso 1: Excentricidad $e < T/6$

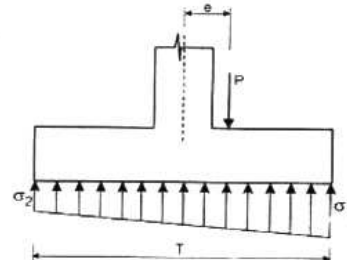
$$\sigma_1 \leq \sigma_n$$

En este caso, el esfuerzo directo de compresión es mayor que el esfuerzo de flexión

$$\sigma_{1,2} = \frac{P}{A_z} \pm \frac{M_c}{I} \quad A_z = T \times S$$

donde:

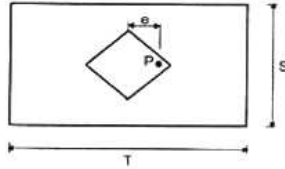
$$\frac{P}{A_z} > \frac{M_c}{I}$$



$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = \frac{P}{A_z} + \frac{Pe(T/2)}{ST^3/12}$$

$$\sigma_1 = \frac{P}{A_z} + \frac{6Pe}{ST^2}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{\min} = \frac{P}{A_z} - \frac{6Pe}{ST^2}$$

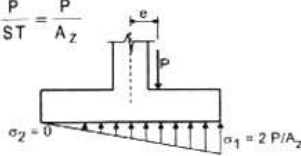


Caso 2: Excentricidad $e = T/6$

En este caso el esfuerzo directo es igual al esfuerzo de flexión.

$$\frac{Mc}{I} = \frac{Pec}{I} = \frac{P \left(\frac{T}{6} \right) \left(\frac{T}{2} \right)}{S \left(\frac{T^3}{12} \right)} = \frac{P}{ST} = \frac{P}{A_z}$$

$$\sigma_1 = 2 \frac{P}{A_z}, \sigma_2 = 0$$



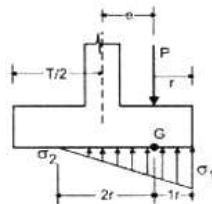
Caso 3: Excentricidad $e > T/6$

Si la carga actúa fuera del tercio central, resulta esfuerzos de tracción en el lado opuesto a la excentricidad. Si el esfuerzo máximo debido a la carga P no excede el esfuerzo admisible neto, no se espera que se levante ese lado de la cimentación y el centro de gravedad de la distribución triangular de esfuerzos portantes debe coincidir con el punto de acción de la carga P.

$$r = T/2 - e$$

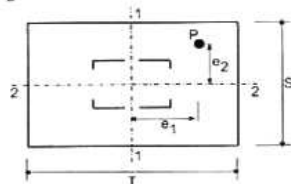
$$P = 1/2 (3r) \sigma_1 S$$

$$\sigma_1 = \frac{2P}{3rS} = \frac{2P}{3 \left(\frac{T}{2} - e \right) S}$$



Caso 4: Excentricidad al rededor de dos ejes (Carga Biaxial)

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A_z} + \frac{Pe_1c_1}{I_1} + \frac{Pe_2c_2}{I_2}$$



13.6.2 Aplicación Ilustrativa: Influencia de la Excentricidad de la carga actuante

Dimensionar en planta la cimentación de la zapata aislada que se muestra en la figura adjunta.

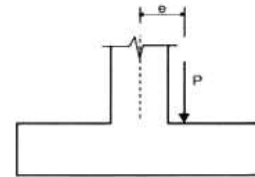
$$P_D = 180 \text{ t} \quad P_L = 65 \text{ t} \quad h_t = 2.00 \text{ m}$$

$$\sigma_t = 3.5 \text{ kg/cm}^2 \text{ para } D_t = 1.70 \text{ m}$$

$$\gamma_m = 2.1 \text{ t/m}^3 \quad S/C_{\text{piso}} = 500 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Columna: } 0.55 \times 0.80 \text{ m}^2$$

- a) $e = 0.00 \text{ m}$
- b) $e = 0.25 \text{ m}$
- c) $e = 0.70 \text{ m}$
- d) $e = 0.90 \text{ m}$



$$\text{Area} = T \times S$$

$$\text{Area} = 3.00 \times 2.75 (8.25 \text{ m}^2) = A_0$$

$$\text{Solución: } P = 180 + 65 = 295$$

$$\text{b) } e = 0.25 \text{ m} \quad (M = Pe = 61.25 \text{ t}\cdot\text{m}) \quad e < T/6$$

$$\text{Condición } 0.25 < 0.57$$

1er. Tanteo: ($T > S$)

$$\sigma_n = \sigma + \gamma \text{ prom } h_q \cdot s/c = 35 - (2.1) (2) - 0.5$$

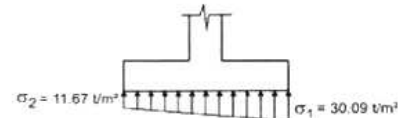
$$\sigma_n = 30.3 \text{ t/m}^2 \quad T = 3.40 \text{ m}$$

$$\sigma_1 S = q_1 = P/T + 6Pe/T^2$$

$$= 245/3.4 + 6 \cdot 245 \cdot 0.25 / (3.4)^2$$

$$\sigma_1 S = 72.06 + 31.79 = 103.85 \text{ t/m}$$

$$\sigma_1 = \sigma_n$$



$$\left(\frac{20.88 + 9.21}{20.88 - 9.21} \right) = \left(\frac{30.99}{11.67} \right) \text{ t/m}^2 < \sigma_n = 30.3 \text{ t/m}^2$$

$$S \times T$$

$$\text{Por tanto: } S = 103.85 / 30.3 = 3.43 \text{ m} \quad 3.45 \times 3.40 \text{ m}^2$$

2do. Tanteo: ($T > S$) $e < T/6 = 0.25 < 0.63$

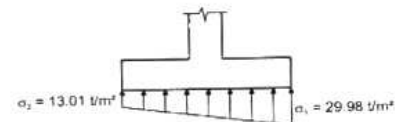
$$T = 3.80 \text{ m}$$

$$\sigma_1 S = 64.47 + 25.45 = 89.92 \text{ t/m} \Rightarrow S = 2.97 \text{ m}$$

$$\sigma_1 = \sigma_n$$

$$\text{Usar: } S \times T = 3.00 \times 3.80$$

$$\text{CONFORME } (11.4 \text{ m}^2) = 1.38 A_0 \text{ donde } A_0 = 8.25 \text{ m}^2$$



$$\sigma_{1,2} = \frac{P}{A_z} \pm \frac{6Pe}{ST^2} = \frac{245}{3 \times 3.80} \pm \frac{6 \cdot 245 \cdot 0.25}{3 \times 3.80^2}$$

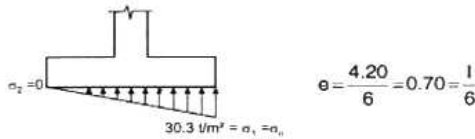
$$\sigma_{1,2} = \left(\frac{21.49 + 8.48}{21.49 - 8.48} \right) = \left(\frac{29.98}{13.01} \right) \text{ t/m}^2 < \sigma_n = 30.3 \text{ t/m}^2$$

$$\text{c) } e = 0.70 \text{ m} \quad M = 171.5 \text{ t}\cdot\text{m}$$

$$\Rightarrow T = 4.2 \text{ m}$$

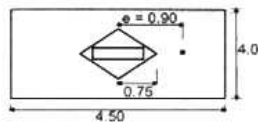
$$\sigma_1 S = q_1 = 2 \frac{P}{T} = 116.7 \text{ t/m}$$

$$S = 116.67 / 30.3 = 3.85 \text{ m}$$



Usar: $S \cdot T = 3.85 \text{ m} \cdot 4.20 \text{ m} = 16.17 \text{ m}^2 = 1.96 A_0$

$e = 0.90 \text{ m}$ ($M = 220.5 \text{ t-m}$)

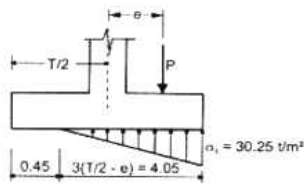


$T = 4.50 \text{ m}$ $T/6 = 0.75 < e = 0.90$

$\sigma_1 S = \frac{2P}{3(\frac{T}{2} - e)} = \frac{2 \cdot 245}{3(\frac{4.5}{2} - 0.9)} = 120.99 \text{ t/m}$

$S = \frac{\sigma_1 S}{\sigma_n} = 3.99 \text{ m}$

Usar: $S \cdot T = 4 \text{ m} \cdot 4.50 \text{ m} = (18.00 \text{ m}^2) = 2.18 A_0$



$\sigma_1 = \frac{120.99}{S} = 30.25 \text{ t/m}^2$; $\sigma_2 = 0$

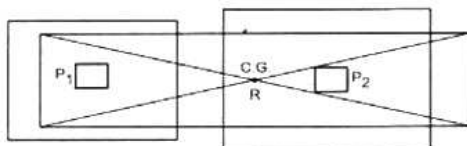
13.7 Cimentación combinada

13.7.1 Definiciones

Este tipo de cimentación puede ser conveniente principalmente en los siguientes casos:

a. Columnas muy Cercanas entre si

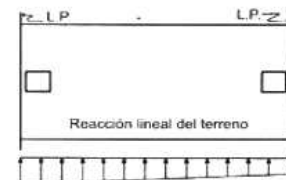
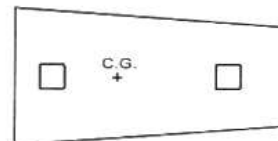
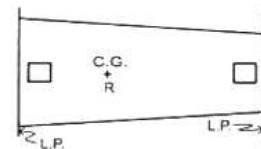
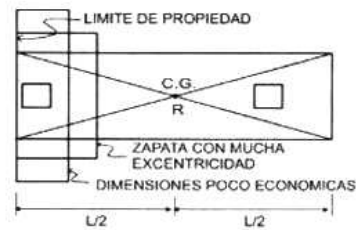
Para esta condición si se usarán zapatas aisladas, podrían traslaparse o bien podrían resultar de proporciones poco económicas.



Es conveniente que el punto de aplicación de la resultante de las cargas actuantes coincida con el centro de gravedad de la zapata combinada para poder considerar una reacción uniforme repartida del terreno.

b. Columna Exterior muy cercana del límite de propiedad

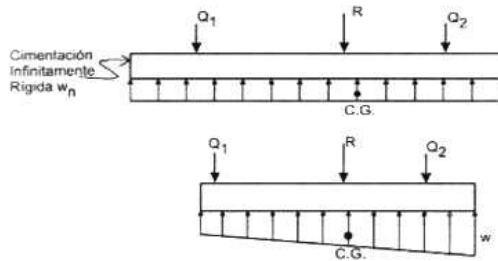
El punto G fija la longitud de la zapata para una reacción uniforme repartida del terreno.



Para el análisis de zapatas combinadas se usará el método convencional:

Método Rígido, de acuerdo a las siguientes hipótesis:

- La cimentación es infinitamente rígida, por lo tanto la deflexión de la cimentación no influye en la distribución de las presiones.
- La presión del terreno está distribuida en una línea recta o en una superficie plana.



13.7.2 Diseño de Cimentaciones combinadas por el método convencional

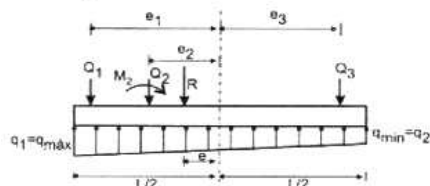
13.7.2.1 - Procedimiento:

- Determinación de las resultantes de las cargas actuantes (R) y la ubicación de la resultante.
 $R = \sum Q_x = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$
 Si cualquier columna está sujeta a momento flexionante, el efecto del momento deberá ser tomado en consideración.
- Determinación de la distribución de presiones.
- Determine el ancho de la cimentación.
- Determinar el diagrama de fuerza cortante.
- Determinar el diagrama de momentos flectores.
- Diseñar la cimentación como una viga continua.
- Diseñar la cimentación en dirección transversal en forma equivalente al de zapatas aisladas.

$$e = \frac{Q_1 e_1 + Q_2 e_2 - Q_3 e_3 - M_2}{R}$$

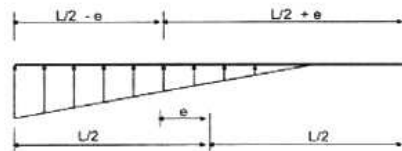
$$\text{Si } e \leq \frac{L}{6}$$

$$q_{1,2} = \frac{R}{L} (1 \pm 6 e / L)$$



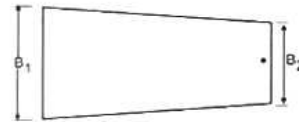
$$\text{Si } e \leq \frac{L}{6}$$

$$q_1 = \frac{2R}{3(1/2 - e)}$$

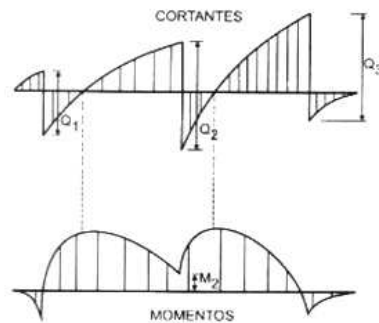
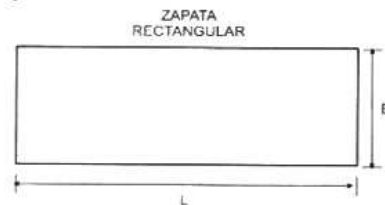


13.7.2.2 - Determinación del ancho de la cimentación

$$B_1 = q_1 / \sigma_n = \frac{t/m}{t/m^2} \rightarrow (m)$$



q está expresado en t/m / unidad de longitud de la cimentación
 Si $e = 0$

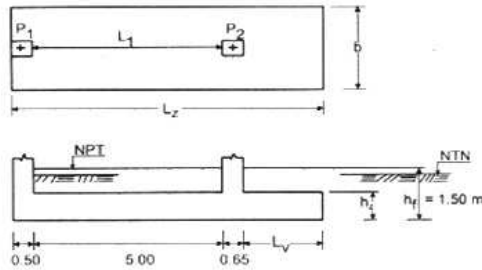


Aplicación de Diseño de una Zapata combinada

Diseñar la zapata combinada que se muestra en la figura. La columna exterior está sujeta a $P_D = 75 t$, $P_L = 35 t$ y la columna interior está sujeta a $P_D = 125 t$, $P_L = 50 t$. El esfuerzo permisible del terreno al nivel del fondo de cimentación es de 2.0 kg/cm^2 y $D_f = 1.20 \text{ m}$.
 $h_f = h_{NPT} = 1.50 \text{ m}$. Considere un peso promedio del suelo y la cimentación de $\gamma_{prom} = 2.0 \text{ t/m}^3$, $S/C = 400 \text{ kg/m}^2$ (sobre el piso); $f_c = 175 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

Columnas: $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

C1:	$0.50 \times 0.50 \text{ m}^2 \Rightarrow$	$P_D = 75 t$	$P_L = 35 t$
C2:	$0.65 \times 0.65 \text{ m}^2 \Rightarrow$	$P_D = 125 t$	$P_L = 50 t$



Solución:

$$A_{zap} = \frac{P_T}{\sigma_n}$$

$$P_T = P_1 + P_2 = 110 + 175 = 285 \text{ t}$$

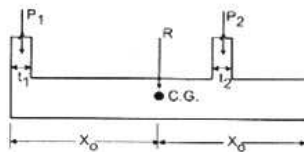
$$\sigma_n = \sigma_t - h_{NPT} \gamma_m - S/C$$

$$= 20 - 1.5 \cdot 2.0 \cdot 0.4 = 16.60 \text{ t/m}^2$$

$$A_{zap} = \frac{285}{16.60} = 17.17 \text{ m}^2$$

$$R X_0 = P_1 \frac{L_1}{2} + P_2 \left(L_1 + L_2 + \frac{L_2}{2} \right)$$

$$X_0 = \frac{110 \cdot 0.25 + 175(0.825 + 5.0)}{285} = 3.67 \text{ m}$$



$$L_z = 2 \cdot X_0 = 7.35 \text{ m} \Rightarrow L_v = 7.35 - (0.5 + 5.0 + 0.65)$$

$$\Rightarrow L_v = 1.2 \text{ m}$$

$$b = \frac{A_z}{L_z} = \frac{17.17}{7.35} = 2.34 \text{ m}$$

Usar: $b = 2.40 \text{ m}$

Reacción neta por unidad de Longitud será:

$$P_{1U} = 1.2 P_{D1} + 1.6 P_{L1}$$

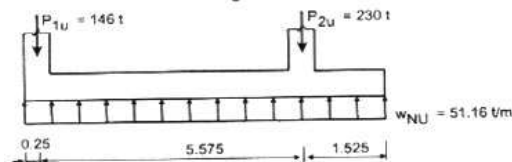
$$P_{2U} = 1.2 P_{D2} + 1.6 P_{L2}$$

$$w_{NU} = \frac{P_{1U} + P_{2U}}{L_z} = \frac{146 + 230}{7.35} = 51.16 \text{ t/m}$$

Reacción neta por unidad de área:

$$w_{nu} = \frac{w_{NU}}{b} = \frac{51.16}{2.40} = 21.32 \text{ t/m}^2 = 2.13 \text{ kg/cm}^2$$

Diseño en el sentido longitudinal



$$V_z = 0 = -P_{1U} + w_{nu} X_0 = 0 \Rightarrow X_0 = \frac{146}{51.16} = 2.85 \text{ m}$$

$$M_{\max} = w_{NU} \frac{X_0^2}{2} - P_{1U} \left(X_0 - \frac{L_1}{2} \right) = 51.16 \cdot \frac{2.85^2}{2} - 146 \cdot 2.60$$

$$M_{\max} = -171.83 \text{ t-m}$$

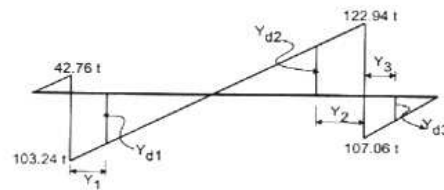
Dimensionamiento de la altura h_z de la zapata

$$M_U = \phi f_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$171.83 = 0.9 \cdot 0.175 \cdot 2.4 \cdot d^2 \cdot 0.09 (1 - 0.59 \cdot 0.09)$$

$$d = 73.03 \text{ cm}$$

$$h_z = 73.03 + 5 + 1.27 = 79.30 \text{ cm; Usar: } h_z = 80 \text{ cm}$$



Verificación por Cortante

$$d = 80 - \left(5 + \frac{\phi V}{2} \right) = 80 - (5 + 1.27) = 73.73 \text{ cm}$$

$$y_1 = \frac{L_1}{2} + d = 0.25 + 0.74 = 1.00 \text{ m}$$

$$V_{d1} = -103.21 + 57.76 \cdot 1.00 = -45.48 \text{ t}$$

$$y_2 = \frac{L_2}{2} + d = 0.325 + 0.74 = 1.07 \text{ m}$$

$$V_{d2} = 122.94 - 57.76 \cdot 1.12 = 58.29 \text{ t}$$

$$d = 80 - \left(7.50 + \frac{\phi}{2} \right) = 80 - (7.50 + 0.95) = 71.55 \text{ m}$$

$$y_3 = \frac{L_2}{2} + d = 0.325 + 0.7155 = 1.04 \text{ m}$$

$$V_{d3} = 57.76(1.525 - 1/3) = 25.10 \text{ t}$$

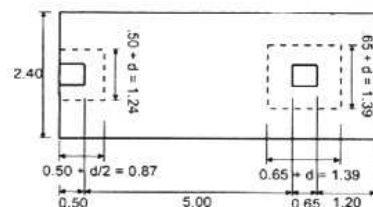
$$V_u = V_{d2} = 107.55 \text{ t} \rightarrow \frac{V_u}{\phi} = 126.53 \text{ t; } \phi = 0.75$$

$$V_c = 0.53 \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d = 0.53 \cdot \sqrt{175} (10) \cdot 2.40 \cdot 0.79$$

$$= 132.93 \text{ t}$$

$$\frac{V_u}{\phi} \leq V_c \quad \therefore \text{CONFORME}$$

Diseño por Punzonamiento



a) Columna Exterior

$$V_u = P_{u1} - w_{nu} (0.87) (1.24)$$

$$= 146 - 21.32 \cdot 0.87 \cdot 1.24 = 123 \text{ t}$$

$$\frac{V_u}{\phi} = 164 \text{ t} = V_n; \text{ donde } \phi = 0.75$$

$$V_c = 0.27 \left(2 + \frac{4}{\beta} \right) \sqrt{f_c} b_o d \leq 1.06 \sqrt{f_c} b_o d$$

$$\beta = \frac{D_{mayor}}{D_{menor}} = 1.0 \Rightarrow 0.27 \left(2 + \frac{4}{1} \right) = 1.62 \Rightarrow \text{Usar } 1.06 \sqrt{f_c} b_o d$$

$$b_o = 0.87 \cdot 2 + 1.24 = 3.00 \text{ m}$$

$$V_c = 1.06 \sqrt{175} (10) (3) 0.74 = 311.30 \text{ t} \geq V_n \quad \text{CONFORME}$$

b) Columna Interior

$$V_u = 230 - 21.32 \cdot 1.39 \cdot 1.39 = 188.81 \text{ t}$$

$$\Rightarrow V_n = \frac{188.81 \text{ t}}{0.75} = 251.75 \text{ t}$$

$$V_c = 1.06 \sqrt{175} (10) (4 \cdot 1.39) 0.74 = 576.94 \text{ t} > V_n = 251.75 \text{ t}$$

∴ CONFORME

Diseño por Flexión

a) Refuerzo Superior

$$M_u = 171.83 \text{ t-m}$$

$$a = \frac{74}{5} = 14.80 \text{ cm} \Rightarrow A_s = \frac{171.83 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot 74 \cdot 0.9} = 68.25 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{68.25 \cdot 4.200}{0.85 \cdot 175 \cdot 240} = 8.03 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 64.95 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 7.64 \text{ cm}$$

$$\text{Usar: } 13 \phi 1" (65.91 \text{ cm}^2) @ 0.19 \text{ m}$$

$$s = \frac{2.40 - 0.15 - 0.0254}{12} = 0.19 \text{ m}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{65.91}{240 \cdot 79} = 0.00371 > \rho_{min} = 0.0018$$

CONFORME

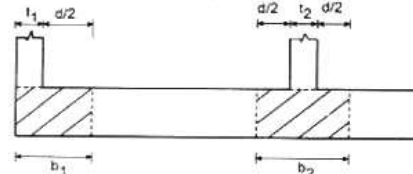
b) Refuerzo Inferior

$$M_u = 51.16 \cdot 1.20^2 / 2 = 36.84 \text{ t-m} \quad A_s = 15.13 \text{ cm}^2$$

$$A_{smin} = 0.0018 b d = 0.0018 \cdot 240 \cdot 71.55 = 30.91 \text{ cm}^2$$

$$\text{Usar: } 11 \phi 3/4" @ s = \frac{2.40 - 0.15 - 0.0191}{10} = 0.20 \text{ m}$$

Diseño en Dirección Transversal



$$b_1 = 50 + 74/2 = 87 \text{ cm}$$

$$b_2 = 65 + 74 = 139 \text{ cm}$$

$$\text{Usar: } b_1 = 0.90 \text{ m}$$

$$b_2 = 1.40 \text{ m}$$

Diseño de Viga Exterior

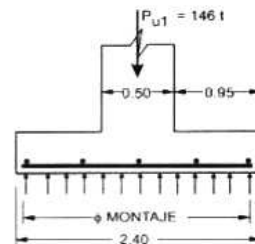
$$q_{NU} = \frac{P_{u1}}{b} = \frac{146}{2.40} = 60.83 \text{ t/m}$$

$$M_{u \text{ máx}} = \frac{60.83 \cdot 0.95^2}{2} = 27.45 \text{ t-m}$$

$$A_s = \frac{27.46 \cdot 10^5}{3780 \cdot 0.9 \cdot 71.55} = 11.28 \text{ cm}^2$$

$$A_{smin} = 0.0018 \cdot 90 \cdot 71.55 = 11.60 \text{ cm}^2$$

Usar: $4 \phi 3/4"$



Refuerzo por Montaje

$$s = 36 \phi = 36 \cdot 1.91 = 68.6 \text{ cm}$$

$$\phi_{montaje}: \phi 3/8" \text{ si } \phi_p \leq \phi 3/4"$$

$$\phi 1/2" \text{ si } \phi_p > \phi 3/4"$$

$$\text{Usar: } 5 \phi 3/8" @ s = \frac{2.40 - 0.20}{4} = 0.55 \text{ m}$$

Diseño de la Viga Interior

$$q_{NU} = \frac{P_{u2}}{b} = \frac{230}{2.4} = 95.83 \text{ t/m}$$

$$M_u = 95.83 \left(\frac{0.875^2}{2} \right) = 36.68 \text{ t-m}$$

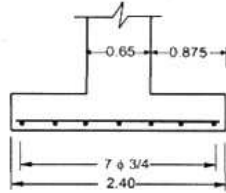
$$A_s = 15.41 \text{ cm}^2$$

$$d = 80 - (7.5 + 1.9 + 1.9/2) = 69.65 \text{ cm}$$

$$A_{smin} = 0.0018 \cdot 145 \cdot 69.65 = 18.18 \text{ cm}^2$$



Usar: $7 \phi 3/4$ (19.95 cm²)

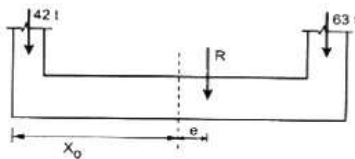
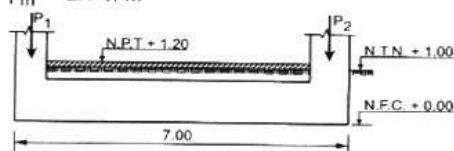


Aplicación N° 01:

Diseñar la zapata combinada sólo por flexión en sentido longitudinal para la sección de momento máximo. Considere una solución rectangular.

C1: 0.35×0.35 m² C2: 0.40×0.40 m²
 $P_D = 30$ t, $P_L = 12$ t $P_D = 45$ t, $P_L = 18$ t

$f'_c = 175$ kg/cm²
 $f_y = 4200$ kg/cm²
 $\sigma_t = 1.5$ kg/cm²
 $S/C_{\text{piso}} = 400$ kg/m²
 $\gamma_m = 2.1$ t/m³



Solución:

$$\sigma_n = \sigma_t - \gamma_m h_f - S/C$$

$$\sigma_n = 15 - 2.10 \times 1.20 - 0.40 = 12.08 \text{ t/m}^2$$

$$L_z = 7.00 \text{ m} \Rightarrow A_{\text{zap}} = B L_z = 7.0 B$$

$$R X_0 = 42 \times 0.175 + 63 \times 6.80$$

$$\Rightarrow X_0 = 435.75 / 105 = 4.15 \text{ m}$$

$$e = X_0 - L_z / 2 = 4.15 - 3.50 = 0.65 \text{ m} < L_z / 6$$

$$L_z / 6 = 1.17$$

$$\therefore q_{1,2} = \frac{P}{L_z} \pm \frac{6Pe}{L_z^2} = \frac{105}{7} \pm \frac{6(105)(0.65)}{7^2}$$

$$q_1 = 23.36 \text{ t/m}, q_2 = 6.64 \text{ t/m}$$

$$q_1 = \sigma_n B \Rightarrow B = 23.36 / 12.08 = 1.93 \text{ m}$$

Usar: $B = 2.00$ m

Diseño por Flexión en sentido longitudinal

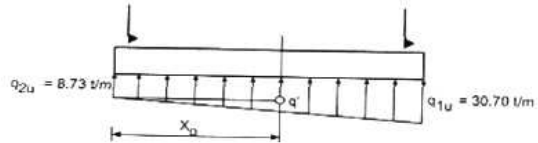
$$R X_0 = 55.2 \times 0.175 + 82.8 \times 6.80$$

$$X_0 = 4.15 \text{ m}$$

$$e = 0.65 \text{ m}$$

$$q_{u1} = 30.70 \text{ t/m}$$

$$q_{u2} = 8.73 \text{ t/m}$$



Secciones de momento máximo $V_x = 0$

$$V_x = -55.2 + 8.73 X_0 + q' \cdot \frac{X_0}{2} = 0$$

$$\frac{q'}{X_0} = \frac{q_{1u} - q_{u2}}{L_z} \Rightarrow q' = 3.14 X_0$$

$$-55.2 + 8.73 X_0 + 1.57 X_0^2 = 0$$

$$X_0^2 + 5.56 X_0 - 35.16 = 0$$

$$X_0 = 3.77 \text{ m}$$

$$M_{\text{máx}} = -55.2 (X_0 - 0.175) + 8.73 \frac{X_0^2}{2} + 3.14 \cdot \frac{X_0^2}{2} \cdot \left(\frac{X_0}{3}\right)$$

$$M_{\text{máx}} = -198.44 + 62.04 + 28.04 = -108.36 \text{ t-m}$$

$$\therefore 108.36 \times 10^5 = 0.9 \times 175 \times b \times d^2 \times \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$\text{Si: } \rho = 0.004 \Rightarrow w = \rho \frac{f_y}{f'_c} = 0.004 \frac{4200}{175} = 0.10$$

$$b = 200 \text{ cm}$$

$$108.36 \times 10^5 = 2964.15 d^2 \Rightarrow d = 60.46 \text{ cm}$$

Usar:

$$h = 70 \text{ cm} \Rightarrow d = 70 - 5 - 1.91 / 2 = 64.05 \text{ cm}$$

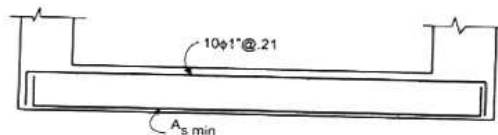
$$A_s = 49.73 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 7.02 \text{ cm}$$

$$A_s = 47.35 \text{ cm}^2 \Rightarrow 17 \phi 3/4 @ 0.12 \text{ m}$$

$$s = \frac{2 - 0.15 - 0.0019}{16} = 0.12$$

Alternativa:

$$\text{Usando } \phi 1" \Rightarrow 10 \phi 1" @ 0.21 \text{ m}$$

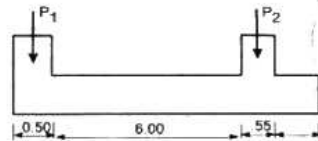


Aplicación N° 02:

Se tiene una zapata combinada de solución rectangular en planta. Dimensionar la altura de la zapata para el momento máximo y considerando:

$$\begin{aligned} \rho &= 0.6\% \\ f'_c &= 175 \text{ kg/cm}^2 \\ f_y &= 2800 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_t &= 1.3 \text{ kg/cm}^2 \\ h_f &= 1.00 \text{ m. } S/C_{\text{piso}} = 0.4 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_1: P_D &= 85 \text{ t } P_L = 15 \text{ t} & C_1: 0.45 \times 0.50 \text{ m}^2 \\ P_2: P_D &= 95 \text{ t } P_L = 25 \text{ t} & C_2: 0.50 \times 0.55 \text{ m}^2 \end{aligned}$$



Solución:

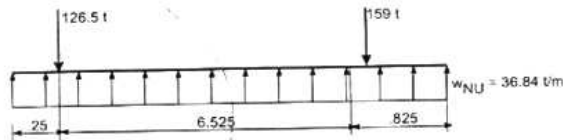
$$\begin{aligned} \sigma_n &= 13 \cdot 1 \cdot 2.1 \cdot 0.4 = 10.5 \text{ t/m}^2 \\ 100 \cdot 0.25 + 120 \cdot 6.775 &= 220 X_o \Rightarrow X_o = 3.80 \text{ m} \\ L_z &= 2 X_o = 7.60 \Rightarrow L_y = 0.55 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$b = \frac{A_z}{L_z} = \frac{220}{10.5 \cdot 7.60} = 2.75 \text{ m}$$

$$w_{NU} = \frac{P_{1u} + P_{2u}}{L_z} = \frac{126 + 154}{7.60} = 36.84 \text{ t/m}$$

$$V_u = -126 + 36.84 X_o = 0 \Rightarrow X_o = 3.42 \text{ m}$$

$$M_{umax} = 36.84 \cdot 3.42^2 / 2 - 126(3.17) = -183.97 \text{ t-m}$$



Dimensionamiento de la Altura (h_z)

$$M_u = \phi f_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$\rho = 0.006 \Rightarrow \omega = \rho \frac{f_y}{f'_c} = 0.006 \frac{2800}{175} = 0.096$$

$$183.47 \cdot 10^5 = 0.9 \cdot 175 \cdot 275 d^2 \cdot 0.096 (1 - 0.59 \cdot 0.096)$$

$$d = 68.48 \text{ cm} \Rightarrow h = d + 5 + 1.27 = 74.75 \text{ cm}$$

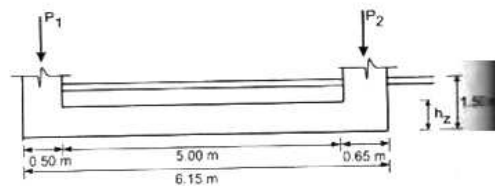
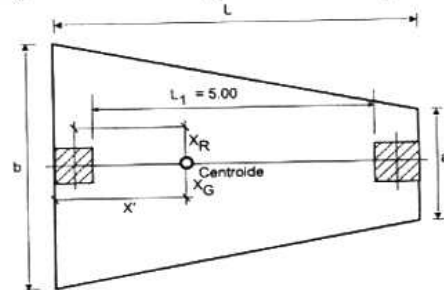
$$\text{Usar: } h_z = 0.75 \text{ m}$$

Zapata combinada trapezoidal

Dimensionar en planta la zapata combinada que se muestra en la figura. La columna exterior está sujeta a $P_D = 120 \text{ t}$, $P_L = 80 \text{ t}$ y la columna interior está sujeta a $P_D = 90 \text{ t}$, $P_L = 65 \text{ t}$. El esfuerzo permisible del terreno al nivel del fondo de cimentación es de 2 Kg/cm^2 y $D_f = 1.20 \text{ m}$. $h_f = h_{NPT} = 1.50 \text{ m}$. Considere un peso promedio del suelo y la cimentación de $\gamma_{prom} = 2.0 \text{ t/m}^3$, $S/C = 400 \text{ kg/m}^2$ (sobre el piso); $f'_c = 175 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

Columnas: $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$$\begin{aligned} C_1: 0.50 \times 0.50 \text{ m}^2 &\Rightarrow P_D = 120 \text{ t} & P_L = 80 \text{ t} \\ C_2: 0.65 \times 0.65 \text{ m}^2 &\Rightarrow P_D = 90 \text{ t} & P_L = 65 \text{ t} \end{aligned}$$



Solución:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \sigma_t \cdot h_{NPT} \cdot \gamma_m \cdot S/C \\ \sigma_n &= 20 \cdot 1.5 \cdot 2.0 \cdot 0.4 = 16.60 \text{ t/m}^2 \\ \text{Si: } P_1 &> P_2 \end{aligned}$$

Dimensionamiento:

Para llegar a conseguir que la excentricidad (e) sea igual a cero se debe tomar en consideración que el centro de gravedad del trapecio (X_G) coincide con el punto de aplicación de la resultante de las fuerzas actuantes (X_R).

$$A_{zapata} = \frac{R}{\sigma_n}$$

$$R = P_1 + P_2 = (120 + 80) + (90 + 65) = 200 \text{ t} + 155 \text{ t} = 355 \text{ t}$$

$$\sigma_n = 16.60 \text{ t/m}^2$$

$$\Rightarrow A_{zapata} = \frac{355 \text{ t}}{16.60 \text{ t/m}^2} = 21.39 \text{ m}^2$$

$$\Sigma M_{pi} = 0$$

$$\begin{aligned} R_x(X_R) &= P_1 \cdot t_1/2 + P_2(t_1 + L_1 + t_2/2) \\ 355 \cdot (X_R) &= 200 \cdot (0.50/2) + 155(0.5 + 5.0 + 0.65/2) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow X_R = \frac{50 + 902.875}{355} = 2.68 \text{ m}$$

(distancia horizontal desde el extremo izquierdo de la zapata)

Se debe cumplir que: $L/3 < X_R < L/2$

$$\frac{L}{3} = \frac{6.15}{3} = 2.05 \text{ m}$$

$$\frac{L}{2} = \frac{6.15}{2} = 3.07 \text{ m}$$

$$X_R = 2.68 \text{ m} \quad \text{CONFORME}$$

$$e = 0; \quad A_{zapata} = \frac{R}{\sigma_n}$$

Como $A_{zapata} = 21.39 \text{ m}^2$

$$A_{zapata} = \left(\frac{a+b}{2} \right) \cdot L = 21.39 \text{ m}^2$$

$$\left(\frac{a+b}{2} \right) (6.15 \text{ m}) = 21.39 \text{ m}^2 \Rightarrow a+b = 6.96 \text{ m} \dots\dots\dots (1)$$

Como $x' = x_R = \left(\frac{L}{3} \right) \left(\frac{2a+b}{a+b} \right) = 2.68 \text{ m}$

$$\left(\frac{6.15}{3} \right) \left(\frac{2a+b}{6.96} \right) = 2.68$$

$$\Rightarrow 2a+b = 9.10 \text{ m} \dots\dots\dots (2)$$

de (1) y (2):

$$a = 2.14 \text{ m}$$

$$b = 4.82 \text{ m}$$

Usar: $a = 2.15 \text{ m}$ $b = 4.85 \text{ m}$

13.8 Zapata conectada

13.8.1 Definición

La zapata conectada está constituida por una zapata excéntrica y una zapata interior unida por una viga de conexión rígida, que permite controlar la rotación de la zapata excéntrica correspondiente a la columna perimetral. Se considera una solución económica, especialmente para distancias entre ejes de columnas mayores de 6 m. Usualmente es más económico que la zapata combinada. Estructuralmente se tienen dos zapatas aisladas, siendo una de ellas excéntrica, la que está en el límite de propiedad y diseñada bajo la condición de presión uniforme del terreno; el momento de flexión debido a que la carga de la columna y la resultante de las presiones del terreno no coinciden, es resistido por una viga de conexión rígida que une las dos columnas que forman la zapata conectada.

La viga de conexión debe ser muy rígida para que sea compatible con el modelo estructural supuesto. La única complicación es la interacción entre el suelo y el fondo de la viga. Algunos autores recomiendan que la viga no se apoye en el terreno, o que se apoye debajo de ella de manera que solo resista su peso propio. Si se usa un ancho pequeño de 30 a 40 cm, este problema es de poca importancia para el análisis.

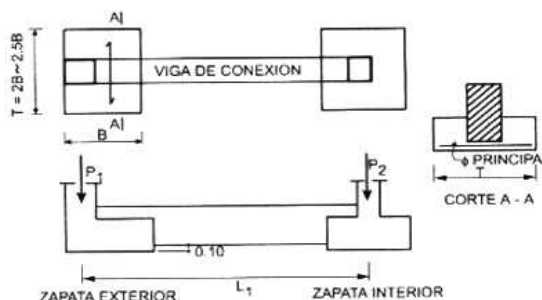
13.8.2 Dimensionamiento de la viga de conexión

donde: $h = \frac{L_1}{7}$ $b = \frac{P_1}{31 L_1} \geq \frac{h}{2}$

L_1 : espaciamento entre la columna exterior y la columna interior.

P_1 : carga total de servicio de la columna exterior.

13.8.3 Dimensionamiento de la Zapata Exterior



La zapata exterior transfiere su carga a la viga de conexión, actuando la zapata como una losa en voladizo a ambos lados de la viga de conexión. Se recomienda dimensionarla en planta considerando una dimensión transversal igual a 2 ó 2.5 veces la dimensión en la dirección de la excentricidad.

13.8.4 Viga de Conexión

Debe analizarse como una viga articulada a las columnas exterior e interior, que soporta la reacción neta del terreno en la zapata exterior y su peso propio.

13.8.5 Zapata Interior

Se diseña como una zapata aislada. Puede considerarse la reacción de la viga de conexión. En el diseño de cortante por punzonamiento se considera la influencia de la viga de conexión en la determinación de la zona crítica.

13.8.6 Aplicación ilustrativa: Diseño de una Zapata Conectada

Diseñar la zapata conectada que se muestra en la figura adjunta.

La columna exterior P_1 está sujeta a $P_D = 70 \text{ t}$, $P_L = 26 \text{ t}$
La columna interior P_2 está sujeta a $P_D = 120 \text{ t}$, $P_L = 45 \text{ t}$

La capacidad permisible del terreno al nivel del fondo de cimentación es de:

$$\sigma_1 = 3.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$h_f = 1.50 \text{ m}$$

$$\gamma_m = 2.0 \text{ t/m}^3$$

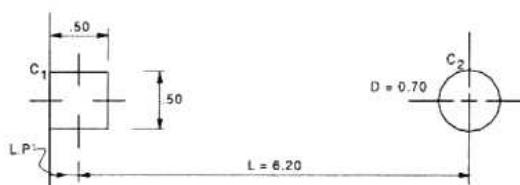
$$S/C_{\text{pliso}} = 0.4 \text{ t/m}^2$$

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$C_1: 0.50 \times 0.50 \text{ m}^2$$

$$C_2: D = 0.70 \text{ m} \text{ (Columna Circular)}$$

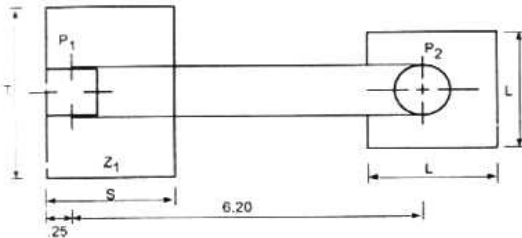


Solución:

Dimensionamiento

Zapata Exterior:

Estimamos: $A_z = \frac{1.20 P_1}{\sigma_n}$



Donde:
 $P_1 = 70 + 26 = 96 \text{ t}$ Usar $T \times S = 2.55 \times 1.35 \text{ m}^2$
 $\sigma_n = 35 - 1.50 \cdot 2 - 0.4 = 31.6 \text{ t/m}^2$

luego: $A_z = \frac{1.20 \cdot 96}{31.6} = 3.65 \text{ m}^2$

Dimensionamiento en planta:

$T = 2 S \Rightarrow 2 S^2 = 3.65$
 $S = 1.35 \text{ m} \Rightarrow$ Usar: $S = 1.35 \text{ m}$

Viga de Conexión

$h = \frac{L_1}{7} = \frac{6.2}{7} = 0.89 \text{ m}$

$b = \frac{P_1}{31 \cdot L_1} = \frac{96}{31 \cdot 6.2} = 0.50 \text{ m} > \frac{h}{2}$

Usar: $0.50 \cdot 0.90 \text{ m}^2$

Dimensionamiento de Zapata Exterior

$w_v = 0.50 \cdot 0.90 \cdot 2.4 = 1.08 \text{ t/m}$

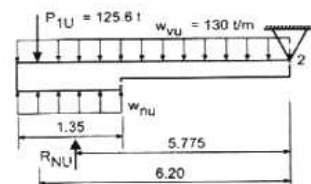
$\Sigma M_2 = 0$

$R_N (5.775) = P_1 \cdot 6.20 + 1.08 \cdot 6.45^2 / 2$

$R_N = 106.96 \text{ t}$

$A_z = \frac{R_N}{\sigma_n} = \frac{106.96}{31.6} = 3.39 \text{ m}^2$

$3.39 = T \cdot S = T \cdot 1.35 \Rightarrow T = 2.51 \text{ m}$ Usar $T \times S = 2.55 \times 1.35 \text{ m}^2$



R_N = reacción neta de la zapata exterior

Diseño de la Viga de Conexión

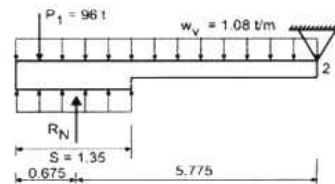
$P_{1U} = 125.6 \text{ t}$
 $w_{vu} = 1.30 \text{ t/m}$

$\Sigma M_2 = 0$

$R_{NU} (5.775) = P_{1U} \cdot 6.2 + 1.30 \cdot 6.45^2 / 2$

$R_{NU} = 139.53 \text{ t}$

$w_{nu} = \frac{R_{NU}}{S} = \frac{139.53}{1.35} = 103.36 \text{ t/m}$



Sección de momento máximo, $X_0 \leq S$

$V_x = (w_{nu} - w_{vu}) X_0 - P_{1U} = 0$

$X_0 = \frac{125.6}{103.35 - 1.30} = 1.23 \text{ m} < S = 1.35 \text{ m}$ CONFORME

$M_{u \text{ máx}} = (w_{nu} - w_{vu}) \frac{X_0^2}{2} - P_{1U} \left(X_0 - \frac{L_1}{2} \right)$

$M_{u \text{ máx}} = 115.6 \cdot 1.23^2 / 2 - 125.6 (1.23 - 0.25)$
 $M_{u \text{ máx}} = -45.89 \text{ t-m}$

$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)} = \frac{45.89 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot 0.9 \cdot 82.78}$

$A_s = 16.30 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 7.7 \text{ cm}$

$A_s = 15.38 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 7.2 \text{ cm}$

$d = 90 - (5 + 0.95 + 2.54/2) = 82.94 \text{ cm}$

CONFORME

Usar: $4 \phi 7/8" (4 \cdot 3.83 = 15.52 \text{ cm}^2)$

$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{20.28}{50 \cdot 82.78} = 0.0049 > \rho_{\text{mín}} = \frac{14}{f_y} = 0.0033$

CONFORME

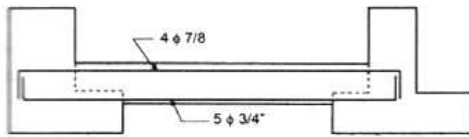
Refuerzo en la carga inferior

$A_s^+ = \left(\frac{A_s^-}{3}, \frac{A_s^-}{2} \right) \geq A_{s \text{ mín}}$

$A_s = 20.28 / 2 = 10.14 \text{ cm}^2$

$A_{s \text{ mín}} = 0.0033 \cdot 50 \cdot 82.78 = 13.8 \text{ cm}^2$

Como $A_s < A_{s \text{ mín}} \Rightarrow$ Usar $5 \phi 3/4"$



Diseño por corte

$$V_{1u} = (w_{NU} - w_{vu})(l_1 + d) - P_{1u}$$

$$V_{1u} = 102.1(0.50 + 0.83) - 125.6 = 10.19 \text{ t}$$

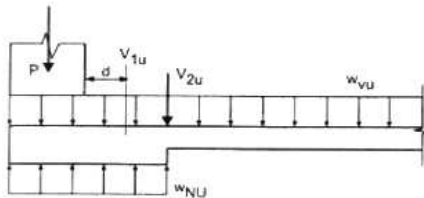
$$V_{2u} = (w_{NU} - w_{vu})S - P_{1u}$$

$$V_{2u} = 102.1(1.35) - 125.6 = 12.24 \text{ t}$$

$$\frac{V_u}{\phi} = \frac{12.24}{0.75} = 16.32 \text{ t}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{210} (10)(0.50)(0.83) = 31.88 \text{ t} > V_n$$

CONFORME



Usar: Estribo de Montaje $\Rightarrow S \leq 36\phi = 36 \cdot 1.91 = 68.6 \text{ cm}$

Estribo $\phi 3/8" @ 0.65 \text{ m}$

$\phi 3/8"$ para $\phi \leq \phi 3/4"$

$\phi 1/2"$ para $\phi > \phi 3/4"$

Nota: En zonas muy sísmicas deben confinarse los extremos de la viga de conexión (viga dúctil).

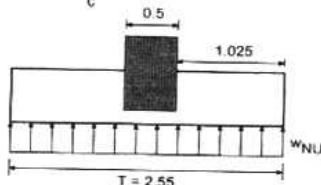
Diseño de la Zapata Exterior

$$w_{NU} = \frac{R_{NU}}{T} = \frac{139.53}{2.55} = 54.72 \text{ t/m}$$

$$M_{umax} = 62.0 \left(\frac{1.025^2}{54.72} \right) = 28.75 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$M_u = \phi \cdot f'_c \cdot b \cdot d^2 \cdot \omega \cdot (1 - 0.59 \omega)$$

$$\rho = 0.004 \rightarrow w = \rho \frac{f_y}{f'_c}$$



$$\text{Si: } w = 0.004 \left(\frac{4200}{210} \right) = 0.08$$

$$28.75 \cdot 10^5 = 0.9 \cdot 210 \cdot b \cdot d^2 \cdot 0.08 (1 - 0.59 \cdot 0.08)$$

$$b = 135 \text{ cm} \Rightarrow d = 38.45 \text{ cm}$$

$$\text{Usar } h = 50 \text{ cm} \Rightarrow d = 50 - (7.5 + 1.91/2) = 41.6 \text{ cm}$$

Diseño por Corte

$$V_{ud} = w_{NU} (L_v - d)$$

$$V_{ud} = 54.72 (1.025 - 0.416) = 33.32 \text{ t}$$

$$V_n = \frac{V_{ud}}{\phi} = 44.43 \text{ t}; V_c = 0.53 \sqrt{210} (10) 1.35 \times 0.416$$

$$V_c = 43.13 \text{ t}$$

$$V_n > V_c \therefore \text{CONFORME}$$

Diseño por Flexión

$$A_s = \frac{28.75 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot 0.9 \cdot 41.6} = 20.31 \text{ cm}^2$$

$$a = 3.54 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 19.1 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 3.32 \text{ cm}$$

CONFORME

$$\text{Usar: } 6 \phi 3/4" @ s = \frac{1.35 - 0.15 - 0.019}{7} = 0.17 \text{ m}$$

Refuerzo Transversal

$$A_{s \text{ Temp}} = 0.0018 b t = 0.0018 \cdot 255 \cdot 50 = 22.95 \text{ cm}^2$$

$$\text{Usar: } 12 \phi 5/8" @ 0.22 \text{ m}$$

Diseño de la Zapata Interior

$$P_2 \text{ efectivo} = -P_2 - P_1 - w_v L_v + R_{NU}$$

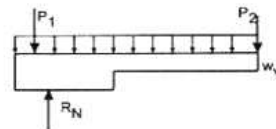
$$P_2 \text{ efectivo} = -165 - 96 - 1.08 \cdot 6.45 + 106.96 = -161.0 \text{ t}$$

$$P_{2u} \text{ efectivo} = -P_{2u} - P_{1u} - w_{vu} L_{vu} + R_{NU}$$

$$P_{2u} \text{ efectivo} = -216.0 - 125.6 - 1.30 \cdot 6.45 + 139.53$$

$$= -210.46 \text{ t}$$

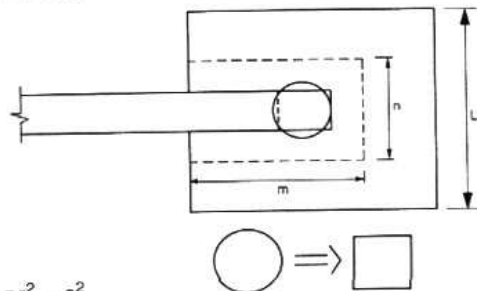
$$A_z = \frac{P_2 \text{ efectivo}}{\sigma_n} = \frac{161.0}{31.6} = 5.10 \text{ m}^2 \quad (2.26 \cdot 2.26 \text{ m}^2)$$



$$\text{Usar: } 2.30 \cdot 2.30 \text{ m} \quad (5.29 \text{ m}^2)$$

$$w_{nu} = \frac{P_2 \text{ efectivo}}{A_z} = \frac{210.46}{5.29} = 39.78 \text{ t/m}^2$$

108



$$\pi r^2 = a^2$$

$$a^2 = \pi 35^2 \Rightarrow a = 62.04 \text{ cm}$$

$$L_v = \frac{2.30 - 0.62}{2} = 0.84 \text{ m}$$

$$M_{u \text{ máx}} = w_{un} L_v^2 / 2 = (39.78 \cdot 2.30) 0.84^2 / 2 = 32.28 \text{ t-m}$$

Usar:

$$h_{\min} = 0.50 \text{ m} \Rightarrow d_{pr} = 50 - (7.5 + 1.91) = 40.59 \text{ cm}$$

Verificación por Punzonamiento

$$V_u = P_{u2 \text{ efect.}} - W_{nu} (m) (n)$$

$$m = 0.84 + 0.62 + 0.41 / 2 = 1.66 \text{ m}$$

$$n = 0.50 + 0.41 = 0.91 \text{ m}$$

$$V_u = 210.46 - 39.78 \cdot 1.66 \cdot 0.91 = 150.37 \text{ t}$$

$$V_n = \frac{V_u}{\phi} = 200.49 \text{ t}$$

$$b_o = 2m + n = 2 \cdot 1.66 + 0.91 = 4.23 \text{ m}$$

$$V_c = 1.06 \sqrt{f_c} b_o d = 1.06 \cdot \sqrt{210} (10) (4.23) (0.41) = 266.40 \text{ t}$$

$$V_c = 266.40 \text{ t} > V_n$$

CONFORME

Verificación por corte

$$V_{ud} = (W_{nu} L) (L_v - d) = (39.78 \cdot 2.30) (0.84 - 0.41) = 39.34 \text{ t}$$

$$V_n = \frac{V_u}{\phi} = 52.45 \text{ t}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{210} (10) (2.30 \cdot 0.41) = 72.43 \text{ t} > V_n$$

CONFORME

Diseño por Flexión

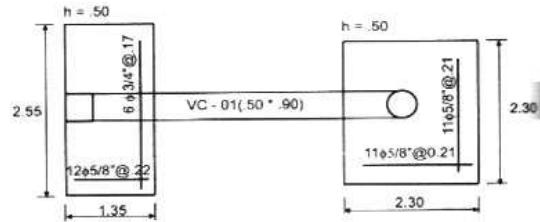
$$A_s = \frac{32.28 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot 0.9 \cdot 40.59} = 23.38 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 2.39 \text{ cm}$$

$$A_s = 21.68 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 2.21 \text{ cm}$$

CONFORME

$$\text{Usar: } 11 \phi 5/8" @ s = \frac{2.30 - 0.15 - 0.016}{10} = 0.21 \text{ m}$$

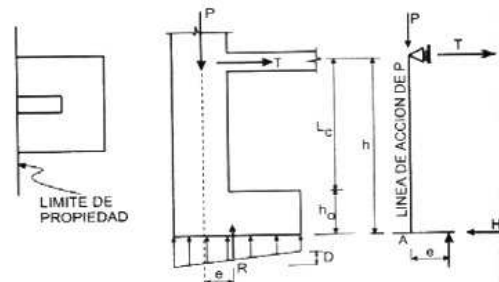
ICG



13.9 Cimentación excéntrica

La cimentación excéntrica es una solución cuando la columna está en un límite de propiedad o cerca de dicho límite.

Puede ser una solución económica si la excentricidad es moderada y la columna puede agrandarse lo suficiente para que tenga la rigidez necesaria para que controle la rotación de la zapata.



$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow R_e - Th = 0 \Rightarrow T = \frac{R_e}{h} = \frac{P_e}{h}$$

La viga del primer nivel debe diseñarse considerando adicionalmente la fuerza de tracción resultante, T. Para el diseño de la columna debe considerarse una combinación adicional: P

$$M_{1-1} = R_e - Hh_o = P_e - Th_o \dots\dots\dots (2)$$

$$M_{1-1} = P_e - \frac{P_e}{h} h_o = P_e \frac{(h - h_o)}{h}$$

$$M_{1-1} = P_e \frac{L_c}{L_c + h_o} = \frac{P_e}{L + s}$$

$$\text{donde: } s = \frac{h_o}{L_c} \quad L_c = \text{Longitud de la columna}$$

Si la zapata tiene una rigidez apropiada, y si además la rigidez de la columna es la suficiente para mantener la diferencia de las presiones del terreno máxima y mínima a un valor máximo de 1 kg/cm², entonces para el diseño de la zapata en la dirección de la excentricidad puede considerarse como aproximación aceptable una presión uniforme del terreno.

Del estudio realizado por el Dr. Ricardo Yamashiro y desarrollado en el trabajo de tesis del Ing. Manuel Acevedo "ALGUNOS PROBLEMAS ESTRUCTURALES EN EL

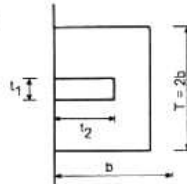
DISEÑO DE CIMENTACIONES* - UNI - 1971, se tiene, criterios para dimensionamiento de zapata excéntricas y de columnas para cumplir con las condiciones expuestas en el párrafo anterior.

13.9.1 Zapata Excéntrica

$$h_0 \geq 2.1 b \sqrt{\frac{k_0 b}{E}} \geq 60 \text{ cm}$$

Donde:

h_0 = altura de la zapata
 b = ancho de la zapata
 k_0 = Coeficiente de balasto del terreno
 E = Módulo de elasticidad del concreto



13.9.2 Columna del Primer Nivel

$$\text{Condición: } D = \sigma_1 - \sigma_2 \leq 1 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{donde: } D = -12 \phi \in \frac{P}{A_z} = -12 \phi \in \frac{P}{A_z}$$

El valor de ϕ se obtiene usando la gráfica de la figura 1, de la tesis de Acevedo. Para la determinación de presiones bajo la cimentación.

Se entra con los valores:

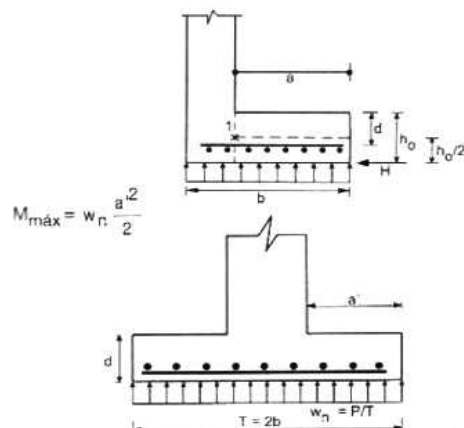
$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{h_0}{L_c} \\ \phi &= \frac{E k_c}{k_0 t_z} \end{aligned} \right\} \rightarrow \phi$$

$$\text{donde: } E = 15000 \sqrt{f'_c} \text{ kg/cm}^2 \quad k_c = \frac{I_c}{L_c} = \frac{t_1 t_2^3}{12 \cdot L_c}$$

$$i_z = \frac{(T)(b)^3}{12} \quad \epsilon = \frac{e}{b} \quad P = \text{carga axial de servicio} \quad A_z = (T) b = \text{área de la zapata}$$

13.9.3 Diseño de la Zapata

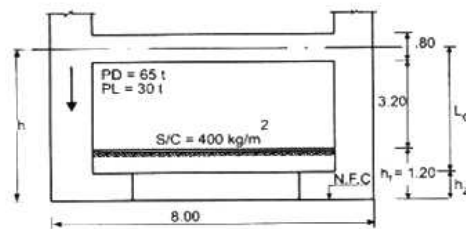
$$M_{\max} = w_n \frac{a^2}{2} - H \frac{h_0}{2}$$



$$M_{\max} = w_n \frac{a^2}{2}$$

13.9.4 Aplicaciones del Diseño de una Cimentación Excéntrica

$$\begin{aligned} f'_c &= 210 \text{ kg/cm}^2 & \gamma_m &= 2.1 \text{ t/m}^3 \\ f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 & k_0 &= 12 \text{ kg/cm}^3 \\ \sigma_1 &= 4 \text{ kg/cm}^2 & S/C &= 0.4 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$



Solución:

$$\sigma_n = \sigma_1 - h_1 \gamma_m - S/C = 40 - 1.20 \cdot 2.1 - 0.4 = 37.08 \text{ t/m}^2$$

$$A_z = \frac{P}{\sigma_n} = \frac{95}{37.08} = 2.56 \text{ m}^2$$

$$A_z = (2b) b = 2.56 \text{ m}^2 \Rightarrow b = 1.13 \text{ m}$$

$$\text{Usar: } b = 1.10 \text{ m} \quad T = A_z / b = 2.35 \text{ m}$$

Altura de la zapata para considerarla rígida:

$$h_z = 2.3 b \sqrt{\frac{k_0 b}{E}}$$

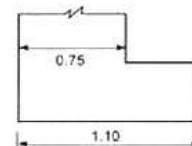
$$h_z > 2.3 \cdot 1.10 \sqrt{\frac{12 \cdot 110}{15000 \cdot \sqrt{210}}} = 0.46 \text{ m}$$

$$\text{Usar: } h_{z \min} = 0.60 \text{ m} \quad L_c = 4.80 - 0.60 \text{ m}$$

Dimensionamiento de la Columna del 1er. Nivel

$$\text{Tipo C2: } bD = \frac{1.25 P}{f'_c n} = \frac{1.25 \cdot 95}{0.21 \cdot 0.25} = 2262 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \text{C2 puede ser: } 50 \cdot 50 \text{ cm}^2 \vee 30 \cdot 75 \text{ cm}^2 \vee 40 \cdot 60 \text{ cm}^2$$



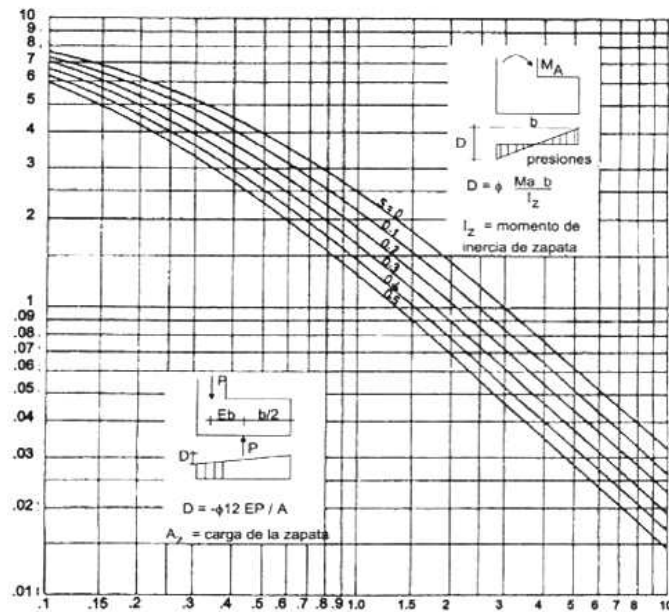


Fig. 1: Gráfico para la determinación de presiones bajo la cimentación

Tanteo: 30 * 75

$$h_z = 0.60 \text{ m} \Rightarrow L_c = 4.20 \text{ m}$$

$$\rho = \frac{E k_c}{k_o I_z} = \frac{15000 \cdot \sqrt{210} \cdot 30 \cdot 75^3}{12 \cdot 420} = 1.75$$

$$s = \frac{h_z}{L_c} = \frac{0.60}{4.20} = 0.143 \quad \therefore \phi = 0.13 \quad (\text{de la Figura 1})$$

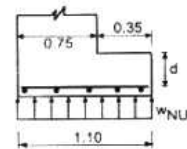
$$D = -12 \phi \frac{P}{A_z} = -12 \cdot 0.13 \cdot \frac{0.175}{1.10} = \frac{95}{2.35 \cdot 110}$$

$$= 9.12 \text{ t/m}^2 < 10 \text{ t/m}^2 \quad \text{CONFORME}$$

$$e = \frac{1.10 - 0.75}{2} = 0.175 \text{ m}$$

Diseño por Flexión

a) Dirección de la excentricidad:



$$d = h - (1.5 \phi + 7.5)$$

$$d = 60 - (1.5 \cdot 1.9 + 7.5) = 49.65 \text{ cm}$$

$$w_{NU} = P_u / b = (6.55 \cdot 1.2 + 30 \cdot 1.6) / 1.10$$

$$w_{NU} = 126 / b = 114.55 \text{ t/m}$$

$$M_{u \text{ máx}} = 114.55 \cdot 0.35^2 / 2 = 7.02$$

$$a = d / 5 \Rightarrow A_s = 4.16 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \text{ min}} = 0.0018 b d = 0.0018 \cdot 235 \cdot 49.65 = 21.00 \text{ cm}^2$$

Usar: 11 ϕ 5/8" @ 0.22 m.

$$s = (2.35 - 0.15 - 0.016) / 10 = 0.22 \text{ m}$$

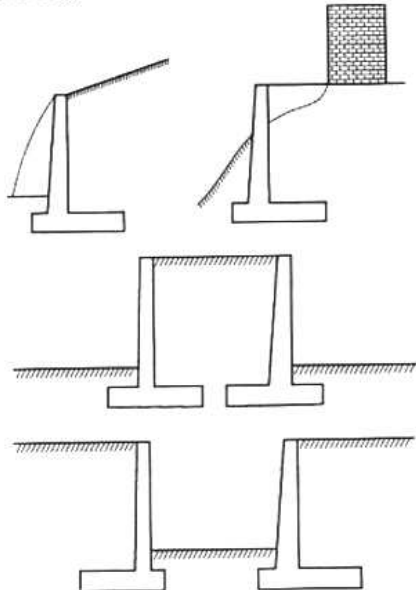
b) Dirección Transversal:

CAPITULO 14

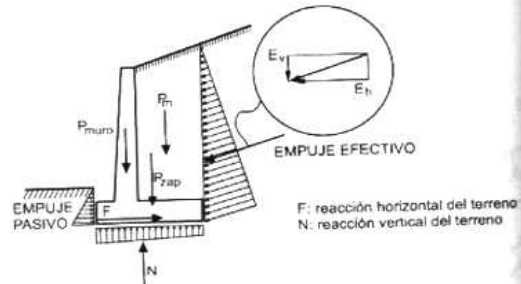
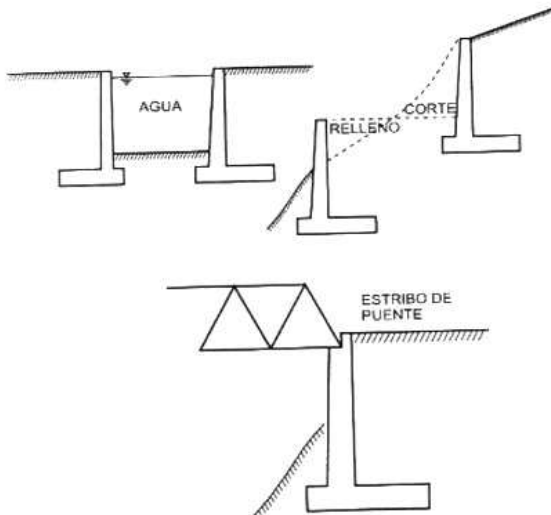
MUROS DE CONTENCION

14.1 Muros de Contención

Un muro de contención es una estructura que proporciona soporte lateral a una masa de material, y en algunos casos soporta cargas verticales adicionales.



La estabilidad se debe principalmente a su peso propio y al material que se encuentra directamente sobre su base.



14.1.1 Tipos de falla en Muros de Contención

14.1.1.1 - Deslizamiento horizontal del muro, en el plano de contacto sobre la base del muro y el suelo

$$E_H \geq E_P + F \therefore \text{falla por deslizamiento}$$

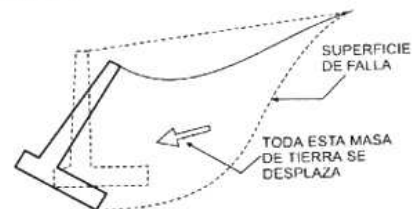
En suelos no cohesivos: $F \rightarrow$ resistencia al corte por fricción
En suelos cohesivos: $F \rightarrow$ resistencia al corte por cohesión

14.1.1.2 - Por volteo alrededor de la arista delantera de la base

$$\Sigma M_{\text{actuantes}} \geq \Sigma M_{\text{resistentes}}$$

14.1.1.3 - Por presiones excesivas en el terreno (área de contacto), las presiones son máximas en la parte delantera del muro.

14.1.1.4 - Por falla generalizada del suelo, debe hacerse esta verificación cuando el talud es importante.

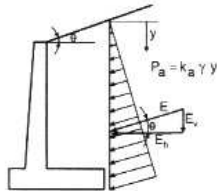


14.1.2 Determinación de las fuerzas de empuje debido al suelo: Teoría de Rankine

Empuje Activo

- P_a = presión debida al empuje activo
- k_a = coeficiente de empuje activo
- γ = peso específico del material
- y = profundidad a partir del extremo superior

- ϕ = ángulo de fricción interna
 θ = ángulo sobre la horizontal del talud del material



De la figura:

$$P_{ay} = k_a \gamma y$$

E_{ay} = empuje activo hasta una profundidad "y"

$$E_{ay} = \frac{1}{2} P_{ay} y = \frac{1}{2} k_a \gamma y^2$$

$$\text{Donde: } k_a = \cos \theta \frac{\cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \phi}}{\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \phi}}$$

$$\text{Si: } \theta = 0 \text{ (talud horizontal)} \quad K_a = \tan^2 (45^\circ - \phi / 2)$$

Si existe una sobrecarga uniforme repartida,
 $P_{S/C} = k_a S/C$

Empuje Pasivo

$$P_p = k_p \gamma y$$

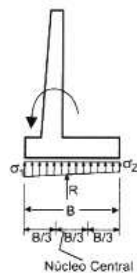
$$E_{py} = \frac{1}{2} k_p \gamma y^2$$

$$k_p = \cos \theta \frac{\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \phi}}{\cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \phi}}$$

Donde:

$$\text{Si } \theta = 0: k_p = \tan^2 (45^\circ + \phi / 2)$$

14.1.3 Presiones del Suelo



- No se permite esfuerzos de tracción en la superficie de contacto.
- La presión máxima no puede exceder el valor admisible determinado mediante un estudio de suelos.

- Para evitar la inclinación del muro por asentamientos diferenciales de la cimentación, es deseable que la resultante de las presiones en el suelo actúe en el núcleo central de la superficie resistente. Si se cimenta en suelo muy duro o roca se puede permitir salir del núcleo central, aunque se considera prudente que la excentricidad no exceda 0.25 veces la dimensión de la zapata (0.25B).

Recomendaciones

- W = peso muerto
 ϕ = $\tan \delta$ = coeficiente de fricción
 δ = ϕ para concreto vaciado in situ
 δ = $2/3 \phi$ para otros casos
 $\tan \delta \leq 0.6$ si el terreno de cimentación es un estrato de suelo.

$C = cB$, cohesión entre el terreno de cimentación y la losa inferior (t/m), pero deberá usarse $C = 0$ y el coeficiente de fricción $\tan \delta$ se obtiene de la tabla 1.

Procedimiento simplificado

$H_r = fN$, considerando la cohesión $C = 0$ y el coeficiente de fricción f , se obtiene de la tabla 1

B = ancho de la losa de fondo del muro de contención

H_r = fuerza resistente a deslizamiento

$$H_r = (W + P_v) \tan \delta + c \cdot B$$

H_a = fuerza de deslizamiento = P_H

$$\frac{H_r}{H_a} \geq 1.5$$

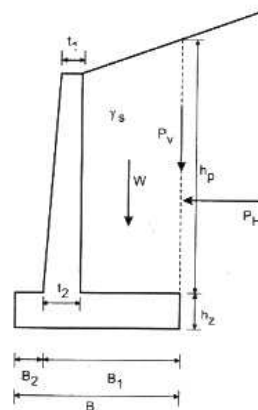


Tabla 1
Clases de terreno de cimentación y constantes de diseño

Clases de terreno de cimentación		Esfuerzo Permisible del Terreno σ_1 (t/m ²)	Coefficiente de Fricción para Deslizamiento, μ
ROCOSO	Roca dura uniforme con pocas grietas	100	0.7
	Roca dura con muchas fisuras	60	0.7
	Roca blanda	30	0.7
ESTRATO DE GRAVA	Densa	60	0.6
	No densa	30	0.6
TERRENO ARENOSO	Densa	30	0.6
	Media	20	0.5
TERRENO COHESIVO	Muy dura	20	0.50
	Dura	10	0.45
	Media	5	0.45

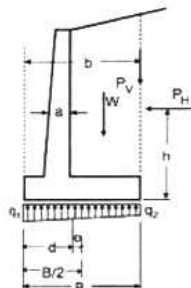
Nota: Para ser usado en el cálculo de estabilidad contra deslizamiento abajo del muro de contención, basado en concreto in situ, y considerar $c = 0$.

14.2 Estabilidad de un muro de contención

14.2.1 Estabilidad contra el volteo

$$d = \frac{W \cdot a + P_v \cdot b - P_H \cdot h}{W + P_v}$$

$$e = \frac{B}{2} - d \leq \frac{B}{6}$$



14.2.2 Estabilidad para capacidad portante del terreno de cimentación

$$q_1 = \frac{W + P_v}{B} \left(1 + \frac{6e}{B} \right)$$

$$q_2 = \frac{W + P_v}{B} \left(1 - \frac{6e}{B} \right)$$

$$q_1, q_2 \leq q_a = \frac{q_u}{F_s}$$

donde:

q_a = capacidad portante admisible del terreno
 q_u = capacidad portante última del terreno
 F_s = factor de seguridad para capacidad portante del terreno = 3

Nota: Para muros menores de 8 m puede usarse la Tabla 1

14.2.3 Estabilidad durante el sismo

Consideremos para su evaluación:

- Presión de tierra durante sismo
- Fuerza sísmica de inercia

Usando fórmula de Mononobe-Okabe (concepto de fuerza de inercia durante el sismo)

$$FSD \geq 1.2$$

$$FSD \geq 1.5 \text{ (si se considera la presión de tierra pasiva)}$$

$$e \leq \frac{B}{3}$$

$$\text{Con } e \leq \frac{B}{6} \rightarrow q_1 = \frac{P_{vg} + W}{B} \left(1 + \frac{6e}{B} \right)$$

$$\text{Con } \frac{B}{6} < e < \frac{B}{3} \rightarrow q_1 = \frac{2(P_{vg} + W)}{3(B/2 - e)}$$

Donde:

P_{vg} = Componente vertical de la resultante de la presión de tierra durante el sismo.

e = Excentricidad.

14.2.4 Consideraciones para dimensionar muros

14.2.4.1 - Muros de gravedad

La resultante de la presión de tierra y el peso muerto no producirá esfuerzos de tensión en la sección horizontal del cuerpo del muro.

$$B = 0.5 \text{ a } 0.7H$$

$$t_1 > 35 \text{ cm (para considerar la trabajabilidad)}$$

14.2.4.2 - Muros en voladizo

$$B = 0.5H \text{ a } 0.8H$$

$$t_1 \geq 30 \text{ cm}$$

14.2.4.3 - Muros con contrafuertes

$$B = 0.5H \text{ a } 0.7H$$

$$t_1 = t_2 \geq 30 \text{ cm}$$

$$s = \frac{h}{3} \text{ a } \frac{2h}{3}$$

Peso Muerto	
Concreto armado	2.40 t/m ³
Concreto	2.35 t/m ³
Grava, suelo gravoso, arena	2.00 t/m ³
Suelo arenoso	1.90 t/m ³
Suelo cohesivo	1.80 t/m ³

$$\text{Sobrecarga} \quad 1.00 \text{ t/m}^2$$

14.3 Dimensionamiento de un muro básico

14.3.1 Dimensionamiento por estabilidad al deslizamiento

El muro básico es un paralelepípedo rectangular, el que soporta un relleno horizontal sin sobrecarga. Se considerará una longitud de un metro.

$$P_m = \text{peso muerto} = \gamma_m B_1 h$$

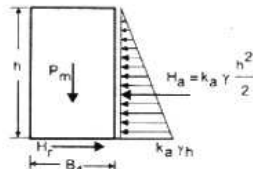
$$H_a = \frac{1}{2} k_a \gamma h^2$$

$$H_r = f P_m = f \gamma_m B_1 h \times f$$

$$\frac{H_r}{H_a} \geq \text{FSD} \dots\dots\dots (1)$$

En (1):

$$\frac{f B_1 h \gamma_m}{\frac{1}{2} k_a \gamma h^2}$$



$$\frac{B_1}{h} \geq \text{FSD} \frac{k_a \gamma}{2 f \gamma_m} \dots\dots\dots (I)$$

14.3.2 Dimensionamiento por estabilidad al volteo

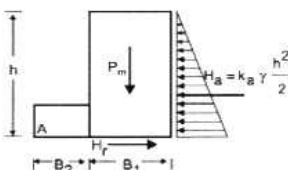
$$\frac{M_r}{M_a} \geq \text{FSV} \dots\dots\dots (2)$$

$$M_a = H_a \left(\frac{h}{3} \right) = \frac{k_a \gamma h^2}{2} \left(\frac{h}{3} \right) = \frac{k_a \gamma h^3}{6}$$

$$M_r = P_m \left(B_2 + \frac{B_1}{2} \right) = \gamma_m B_1 h \left(B_2 + \frac{B_1}{2} \right)$$

En (2):

$$\frac{\gamma_m B_1 h \left(B_2 + \frac{B_1}{2} \right)}{\frac{k_a \gamma h^3}{6}} \geq \text{FSV}$$



$$\frac{B_2 + \frac{B_1}{2} \left(\frac{6 \gamma_m \text{FSD}}{k_a} \right)}{h} \geq \text{FSV}$$

$$\frac{B_2}{h} \geq \frac{1}{3} \text{FSD} - \frac{B_1}{2h} \dots\dots\dots (II)$$

A partir de las expresiones (I) y (II) pueden derivarse expresiones para los distintos tipos de muros de contención.

14.4 Muros de gravedad

Debe dimensionarse de manera que no se produzcan esfuerzos de tracción en el muro, o si se permiten, que no excedan de un valor admisible.

La estabilidad de los muros de gravedad se asegura con dimensiones de la base prácticamente iguales a las del modelo básico.

Para el dimensionamiento pueden usarse las expresiones (I) y (II) con un valor ponderado para el peso específico γ_m ; si el muro es de concreto puede usarse $\gamma_m = 2.1 \text{ t/m}^3$.

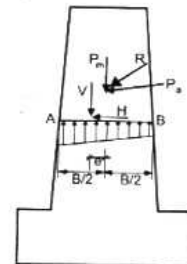
El muro de gravedad es económico para alturas pequeñas, hasta aproximadamente 3 m.

P_a = empuje activo total
 P_m = peso del muro sobre la sección AB
 R = resultante de P_a y P_m
 B = ancho de la sección horizontal del muro en estudio
 H = componente horizontal de la fuerza R
 V = componente vertical de fuerza R

$$a) P_{\max} = \frac{V}{B} \left(1 + \frac{6e}{B} \right) \leq \sigma_{\text{compresión admisible}}$$

$$b) P_{\min} = \frac{V}{B} \left(1 - \frac{6e}{B} \right) \geq 0$$

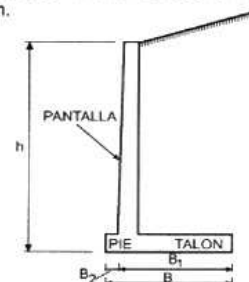
$$c) v = \frac{H}{B} \leq v_{\text{permisible (corte)}}$$



14.5 Muro en voladizo

Para el dimensionamiento de la base de la zapata se pueden usar las expresiones (I) y (II) con un valor ponderado $\gamma_m = 2 \text{ t/m}^3$.

Si el muro es vaciado "in situ" es económico para alturas menores de 6m.



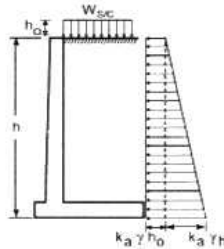
14.5.1 Muros con sobrecarga

$$W_{S/C} \text{ (t/m}^2\text{)} = (1) (1) (h_a) \gamma$$

$$h_0 = \frac{W_{S/C}}{\gamma}$$

Para el dimensionamiento se usará una altura efectiva h_e , en lugar de h :

$$h_e = h + h_0 = h + \frac{W_{S/C}}{\gamma}$$



Donde:

γ = peso específico del terreno sin agua
 γ_a = peso específico del agua = 1 t/m³.

$$P_a = \gamma_a h = h \text{ t/m}^2 \text{ (h en metros).}$$

m = coeficiente que se obtiene de un estudio de mecánica de suelos depende principalmente del índice de vacíos del terreno.

∴ Si no hay la posibilidad de realizar ensayos, considerar:

$m = 0.8$ Terrenos Compactos
 $m = 0.6$ Terrenos Arenosos

Si el nivel del agua al otro lado del muro de contención es el mismo, el empuje del agua se elimina. Si hay una diferencia h de nivel de agua en la parte interna externa del muro se considera el empuje del agua debido a la diferencia h de niveles.

Si se usan drenes en los muros de contención se puede reducir el valor del empuje de agua, anulando ese empuje si los drenes son “perfectos”.

14.5.2 Muros con Talud

$$h_e = h + B_1 S$$

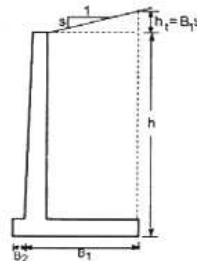
En (1): (1)

$$\frac{B_1}{h + B_1 S} = FSD \frac{k_a \gamma}{2 \gamma_m} = \beta$$

$$B_1 = \beta h + B_1 S \beta$$

$$B_1 (1 - S \beta) = \beta h$$

$$\frac{B_1}{h} = \frac{\beta}{1 - S \beta}$$



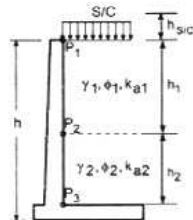
14.6 Cálculo de presiones laterales considerando estratos o rellenos de materiales diferentes

$$P_1 = k_{a1} \gamma_1 h_{S/C} = k_{a1} \gamma_1 \frac{S/C}{\gamma_1} = k_{a1} S/C$$

$$P_2 = k_{a1} \gamma_1 (h_1 + h_{S/C})$$

$$h_e = \frac{S/C_{total}}{\gamma_2} = \frac{\gamma_1 h_1 + S/C}{\gamma_2}$$

$$P_3 = k_{a2} \gamma_2 (h_2 + h_e)$$



Considera una altura equivalente de relleno de estrato 2.

14.6.1 Influencia del nivel freático

El peso específico del terreno con agua γ' , se puede estimar con la expresión:

$$\gamma' = \gamma - m \gamma_a \quad (1)$$

14.6.2 Ejemplo de Aplicación de muros con Sobrecarga

$$m = 0.7$$

$$k_{a1} = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi_1}{2} \right) = 0.307$$

$$k_{a2} = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi_2}{2} \right) = 0.271$$

$$\gamma'_2 = \gamma_2 - m \gamma_a = 2.0 - 0.7$$

$$\gamma'_2 = 1.3 \text{ t/m}^3$$

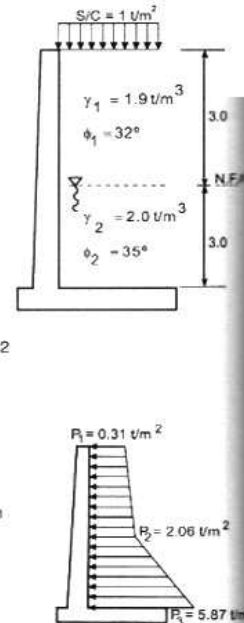
$$P_1 = k_{a1} S/C = 0.307 * 1 = 0.31 \text{ t/m}^2$$

$$P_2 = k_{a1} \gamma_1 \left(3 + \frac{1}{1.9} \right) = 2.06 \text{ t/m}^2$$

$$h_{e2} = \frac{W_{total}}{\gamma'_2} = \frac{1 + 1.9 * 3}{1.3} = 5.15 \text{ m}$$

$$P_3 = K_{a2} \gamma'_2 (h_{e2} + h_2) + 1.0 * h_2$$

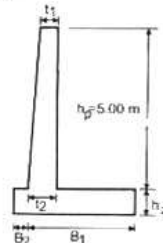
$$P_3 = 0.271 * 1.3 * (5.15 + 3.0) + 3.0 = 5.87 \text{ t/m}^2$$



14.7 Diseño de un muro de contención en voladizo

$\gamma_s = 1.9 \text{ t/m}^3$ (S. Arenoso denso)
 $\phi = 32^\circ$
 $\gamma_s = 175 \text{ kg/cm}^2$
 $\gamma_c = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 $\gamma_s = 3.0 \text{ kg/cm}^2$

$FSD = 1.5$
 $\mu = 1.75$



14.7.1 Solución

De $\phi = 32^\circ \Rightarrow$ VACIADO IN SITU $\mu = t_g \phi = 0.625 \leq 0.60$

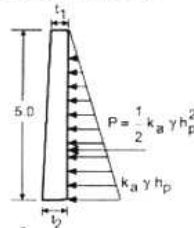
Usar $\mu = 0.6$ para cálculo de la estabilidad contra deslizamiento

$$k_a = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) = 0.554^2 = 0.307$$

14.7.2 Dimensionamiento de la Pantalla

$$t_2 = 0.20 \text{ m}$$

$$M_u = 1.6 M = 1.6 k_a \gamma \frac{h_p^3}{6}$$



$$M_u = 1.6 \cdot 0.584 \cdot \frac{h_p^3}{6} = 0.15573 h^3 = 19.47 \text{ t-m}$$

Dimensionamiento de t_2

$$M_u = \phi b d^2 f_c \omega (1 - 0.59 \omega) \dots \dots \dots (1)$$

Considerando para la ecuación (1):

$\phi = 0.9$
 $b = 100 \text{ cm}$
 $f_c = 175 \text{ kg/cm}^2$

$$\rho = 0.004 \rightarrow w = \rho \frac{f_y}{f_c} = 0.004 \frac{4200}{175} = 0.096$$

$$M_u = 0.9 \cdot 100 \cdot d^2 \cdot 175 \cdot 0.096 \cdot (1 - 0.59 \cdot 0.096)$$

$$d = 36.95 \text{ cm} \quad t_2 = d + r + \frac{\phi_{\text{acero}}}{2}$$

$$t_2 = 36.95 + 4 + 1.59/2 = 41.75 \text{ cm}$$

$$\text{Usar } t_2 = 0.45 \text{ m} \quad d = 40.21 \text{ cm}$$

14.7.3 Verificación por corte

$$V_{du} = 1.6 V_d = 1.6 (1/2) \gamma_s k_a (h_p - d)^2$$

$$V_{du} = 1.6 \cdot (1/2) \cdot 0.584 \cdot (5 - 0.40)^2 = 9.89 \text{ t}$$

$$\frac{V_{du}}{\phi} = 13.18 \text{ t}$$

$$\frac{x}{4.6} = 25/5$$

$$d = 23 + 15 = 38 \text{ cm}$$

$$V_c = 0.53 \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d = 0.53 \cdot \sqrt{f_c} \cdot 10 \cdot 1 \cdot 0.38 = 26.64 \text{ t}$$

Si A_s se traslapa en la base:

$$V_{ce} = \frac{2}{3} V_c = 17.76 \text{ T} > \frac{V_u}{\phi} \therefore \text{conforme}$$

14.7.4 Dimensionamiento de la zapata

$$h_z = t_2 + 5 \text{ cm} = 45 + 5 = 50 \text{ cm}$$

$$\therefore h = h_p + h_z = 5.50 \text{ m}$$

usando las expresiones I y II:

$$\frac{B_1}{h} \geq FSD \frac{k_a \gamma_s}{2 \mu \gamma_m} = \frac{1.5 \cdot 0.584}{2 \cdot 2 \cdot 0.6} = 0.365$$

$$B_1 \geq 2.01 \text{ m} \Rightarrow B_1 = 2.01 + \frac{t_2 - t_1}{2} = 2.01 + 0.125 = 2.13 \text{ m}$$

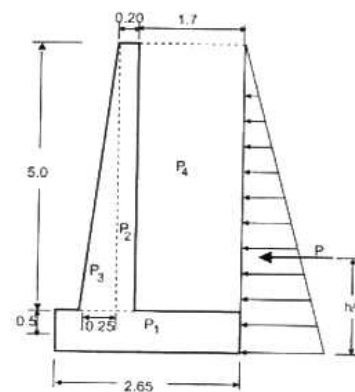
$$\text{Usar } B_1 = 2.15 \text{ m}$$

$$\frac{B_2}{h} > \frac{\mu}{3} \cdot \frac{FSV}{FSD} \cdot \frac{B_1}{2h} = \frac{0.6}{3} \cdot \frac{1.75}{1.5} \cdot \frac{2.15}{2 \cdot 5.5} = 0.038$$

$$B_2 \geq 0.21 \text{ m}$$

$$\text{Usar } B_2(\text{min}) = h_z = 0.50 \text{ m} \text{ ó } B_2(\text{min}) = h/10$$

14.7.5 Verificación de Estabilidad



P _i	Pesos P (t)	Brazo de giro X (m.)	P*X (T-m.)
P ₁	0.50*2.65*2.4 = 3.18	1.325	4.21
P ₂	0.20*5.00*2.4 = 2.40	0.850	2.04
P ₃	0.50*0.25*5*2.4 = 1.50	0.670	1.00
P ₄	1.70*5.00*1.9 = 16.15	1.800	29.07
TOTAL	N = 23.23		M = 36.32

$$FSD = \frac{H_r}{H_a} = \frac{\mu N}{H_a} = \frac{0.6 \cdot 23.23}{8.83} = 1.58 > 1.5 \quad \text{conforme}$$

$$FSV = \frac{M_r}{M_a} = \frac{36.32}{8.83 \cdot 1.83} = 2.25 > 1.75 \quad \text{conforme}$$

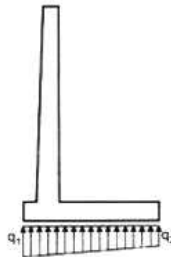
14.7.6 Presiones sobre el terreno

$$x_0 = \frac{M_r - M_a}{P} = \frac{36.32 - 16.16}{23.23}$$

$$x_0 = 0.87 \text{ m}$$

$$\frac{B}{6} = \frac{2.65}{6} = 0.44 < e \quad \therefore \text{cae fuera del tercio central}$$

$\therefore$ No es conforme



Aumentar B:

Usar B = 2.70 m

P _i	Pesos P (t)	Brazo de giro X (m.)	P*X (t-m)
P ₁	0.50*2.70*2.4 = 3.24	1.350	4.37
P ₂	0.20*5.00*2.4 = 2.40	0.850	2.04
P ₃	0.50*0.25*5*2.4 = 1.50	0.670	1.00
P ₄	1.75*5.00*1.9 = 16.63	1.825	30.35
TOTAL	N = 23.77		M = 37.76

$$FSD = 1.62 > 1.50 \quad \text{conforme}$$

$$FSV = 2.34 > 1.75 \quad \text{conforme}$$

$$x_0 = 0.91 \text{ m} \quad e = 1.35 - 0.91 = 0.44 \text{ m} < \frac{B}{6} = \frac{2.7}{6} = 0.45 \text{ m}$$

CONFORME

Luego:

$$q_1 = \frac{P}{B} \left(1 + \frac{6e}{B} \right) = \frac{23.77}{2.7} \left(1 + \frac{6 \cdot 0.44}{2.70} \right) = 17.41 \text{ t/m}^2$$

$$q_2 = \frac{P}{B} \left(1 - \frac{6e}{B} \right) = 0.20 \text{ t/m}^2 \quad \therefore q_1 < \sigma_1 \quad \text{conforme}$$

14.7.7 Diseño de la Pantalla

En la base:

$$M_u = 19.47 \text{ t-m}$$

$$t_2 = 0.45 \text{ m} \rightarrow d = 0.40 \text{ m}$$

$$A_s = \frac{19.47 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot 0.9 \cdot 40.21} = 14.23 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 4.02 \text{ cm}$$

$$A_s = 13.48 \text{ cm}^2 \quad a = 3.81 \text{ cm} \quad \text{conforme}$$

$$7 \phi 5/8 @ 0.15 \text{ m}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{13.86}{100 \cdot 40.21} = 0.0039 > \rho_{\min}$$

Refuerzo mínimo:

$$0.0018 \cdot 100 \cdot 40.21 = 7.24 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$0.0018 \cdot 100 \cdot 15.21 = 2.74 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Como la pantalla es de sección variable, se tiene:

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)} \quad a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

Asumiendo $a = d/5$
a = Profundidad del bloque equivalente

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y 0.9d} \quad \text{suficiente} \dots \dots \dots (1)$$

De (1):

$$\frac{A_{s1}}{A_{s2}} = \frac{M_{u1} d_2}{M_{u2} d_1} \Rightarrow M_{u2} = \left(\frac{A_{s2}}{A_{s1}} \right) \left(\frac{d_2}{d_1} \right) M_{u1} \dots \dots \dots (2)$$

Si $A_{s1} = A_{s2}$, entonces:

$$M_{u2} = \left(\frac{d_2}{d_1} \right) M_{u1} \dots \dots \dots (3)$$

Si el peralte de la pantalla varía linealmente, el momento resistente varía también linealmente. Por lo tanto se puede trazar líneas de resistencia para determinar los puntos de corte.

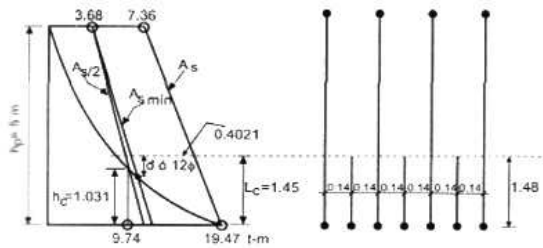
$$M_{\text{MAX}} / 2 = 9.74 = 0.15573 (5 - h_c)^3 \Rightarrow h_c = 1.031 \text{ m}$$

$$L_c = 1.031 + 0.4021 = 1.43 \text{ m}$$

$$\text{Usar } L_c = 1.45 \text{ m}$$



Determinación de punto de corte



Refuerzo Horizontal:

$$A_{st} = \rho_t b_t$$

ρ_t :

- 1) 0.0020; $\phi \leq 5/8"$ y $f_y \geq 4200 \text{ kg/cm}^2$
- 2) 0.0025; otros casos zonas de alto R.S

Si $t_2 \geq 25 \text{ cm}$: usar refuerzo horizontal en 2 capas

Arriba: $0.0020 \cdot 100 \cdot 20 = 4 \text{ cm}^2/\text{m}$

$$\frac{2}{3} A_{st} = 2.67 \text{ cm}^2 \phi 3/8" @ 0.27 \text{ m}$$

$$\frac{1}{3} A_{st} = 1.33 \text{ cm}^2 \phi 3/8" @ 0.53 \text{ m}$$

$s_{\text{máx}} = 45 \text{ cm}$

Intermedio: $0.0020 \cdot 100 \cdot 32.5 = 6.5 \text{ cm}^2/\text{m}$

$$\frac{2}{3} A_{st} = 4.3 \text{ cm}^2 \phi 3/8" @ 0.16 \text{ m} \text{ ó } 1/2" @ 0.16 \text{ m}$$

$$\frac{1}{3} A_{st} = 2.17 \text{ cm}^2 \phi 3/8" @ 0.33 \text{ m}$$

Abajo: $0.0020 \cdot 100 \cdot 45 = 9 \text{ cm}^2/\text{m}$

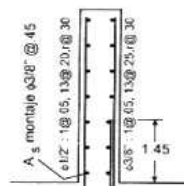
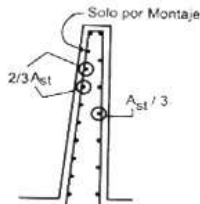
$$\frac{2}{3} A_{st} = 6.00 \text{ cm}^2 \phi 1/2" @ 0.21 \text{ m}$$

$$\frac{1}{3} A_{st} = 3.00 \text{ cm}^2 \phi 3/8" @ 0.24 \text{ m}$$

$A_{s \text{ montaje}} = \phi 1/2"$

$$s = 36 \phi = 36 \cdot 1.27 = 45.7 \text{ cm}$$

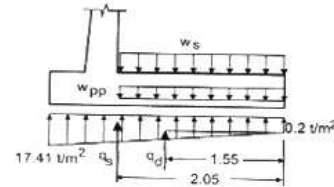
usar $\phi 1/2" @ 0.46 \text{ m}$



14.7.8 Diseño de la Zapata

$$w_s = 1.9 \cdot 5 = 9.5 \text{ t/m}$$

$$w_{pp} = 0.5 \cdot 1 \cdot 2.4 = 1.2 \text{ t/m}$$



14.7.8.1 - Zapata anterior

$$W_{u \text{ max}} = q_1 \cdot 1.6 - W_z \cdot 0.9 = 17.41 \cdot 1.6 - 1.2 \cdot 0.9 = 26.78 \text{ t/m}$$

conservadoramente.

$$M_u = 26.78 \cdot \frac{0.50^2}{2} = 3.45 \text{ t-m} \Rightarrow A_s = 2.43 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \text{ min}} = 0.0018 \cdot b \cdot d = 0.0018 \cdot 100 \cdot 41.7 = 7.5 \text{ cm}^2$$

$$d = 50 - \left(7.5 + \frac{1.6}{2} \right) = 41.7 \text{ cm } \phi 5/8" @ 0.26 \text{ m}$$

pasar la mitad del refuerzo vertical de la pantalla

Verificación por cortante: Por inspección, conforme

14.7.8.2 - Zapata posterior

$$(B_1 - t_2) = 1.75 \text{ m.}$$

$$q'_B = \frac{(q_1 - q_2)(B_1 - t_2)}{B_1 + B_2}$$

$$q'_B = \frac{(17.41 - 0.2) \cdot 1.75}{2.70} = 11.15 \text{ t/m}$$

$$q_B = q_2 + q'_B = 11.35 \text{ t/m}$$

$$W_u = (9.5 + 1.2) \cdot 1.4 = 12.84 \text{ t/m}$$

$$M_u = (w_u - 1.2q_2) \frac{(B_1 - t_2)^2}{2} - 1.2q'_B \frac{(B_1 - t_2)^2}{6}$$

$$M_u = (12.84 - 0.2 \cdot 1.2) \cdot \frac{1.75^2}{2} - 11.15 \cdot 1.2 \cdot \frac{1.75^2}{6} = 12.46 \text{ t-m}$$

$$A_s = 8.79 \text{ cm}^2 \text{ Usar: } \phi 5/8" @ 0.22 \text{ m}$$

$$V_{du} = (12.84 - 0.2 \cdot 1.2) \cdot (1.75 - 0.42) - 0.5 \cdot 8.48 \cdot 1.33 = 11.12 \text{ t}$$

$$q'_d = \frac{(q_1 - q_2)(B_1 - t_2 - d)}{(B_1 + B_2)}$$

$$q'_d = 8.31 \text{ t/m}$$

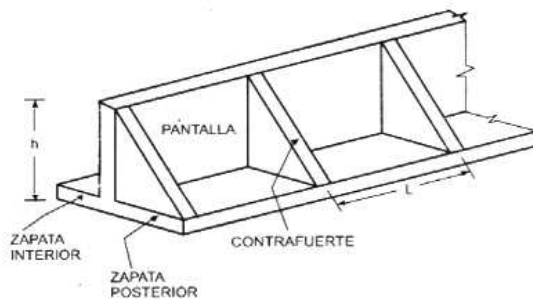
$$V_n = 14.97 \text{ t}$$

$$V_c = 0.53 \cdot \sqrt{175} \cdot 10 \cdot 1 \cdot 0.44 = 29.44 \text{ t} \quad \text{CONFORME}$$

Refuerzo transversal:

- a) $A_{s \text{ temp}} = 0.0018 \cdot b \cdot t = 0.0018 \cdot 100 \cdot 50 = 9 \text{ cm}^2$
 $\phi 5/8" @ 0.22 \text{ m}$
- b) $A_{s \text{ montaje}} = 36 \phi = 36 \cdot 1.59 = 57.2 \text{ cm}^2$
 $\phi 5/8" @ 0.50 \text{ m}$

14.8 Diseño de un muro de contención con contrafuertes



14.8.1 Criterios de dimensionamiento

Recomendaciones:

- a. Contrafuertes:
 espaciamiento : $h/3$ a $2h/3$
 espesor $\geq 20 \text{ cm}$
 según Yamashiro : $L = 2.5 \text{ m}$ relleno de suelo
 $L = 3 \text{ m}$ silo de granos
- b. Pantalla: espesor $\geq 20 \text{ cm}$ (código peruano)
 $\geq 30 \text{ cm}$ (código japonés)
- c. Zapata: espesor $\geq 40 \text{ cm}$; la base de la zapata B_1 y B_2 , se dimensionan en forma igual que el muro en voladizo.

14.8.2 Diseño de la pantalla

La pantalla es una losa apoyada en los contrafuertes y en la zapata; generalmente el borde superior no tiene apoyo. Sin embargo la pantalla puede ser diseñada como una losa continua apoyada en los contrafuertes sin considerar la influencia de la zapata como apoyo.

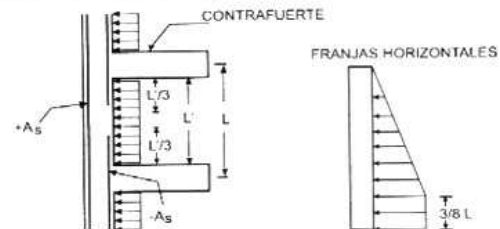
Es razonable considerar los siguientes valores aproximados de los momentos:

$$+M = pL^2 / 16 \quad -M = pL^2 / 12$$

donde: p = presión del relleno al nivel considerado
 L = distancia entre ejes de los contrafuertes

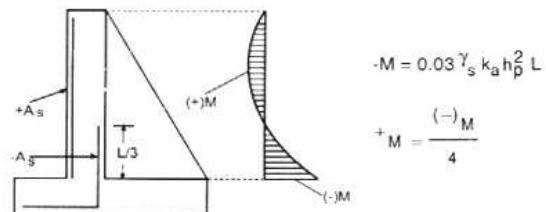
Como las presiones varían a lo alto de la pantalla, el diseño se realiza por franjas horizontales con el valor mayor de p

en cada franja como carga uniformemente repartida. Para las franjas inferiores el apoyo proporcionado por la losa de la zapata contribuye a una disminución de los momentos actuantes, esto puede tomarse en cuenta considerando como presión máxima la que corresponde a un nivel situado a $3/8$ de la distancia entre ejes de los contrafuertes contados a partir de la base de la pantalla.



Refuerzo vertical equivalente o tabla estocada

- a. Considerando la influencia de la zapata como apoyo

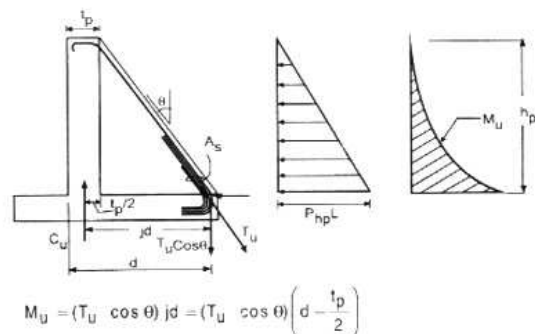


- b. Debe verificarse el refuerzo mínimo (ref. temperatura)

14.8.3 Diseño de los contrafuertes

a. Por flexión

Los contrafuertes son vigas en voladizo empotradas en la losa de la cimentación, sirven de apoyo a la pantalla, por consiguiente resisten toda la presión del relleno en un ancho igual a la distancia entre ejes de los contrafuertes.





$$T_u = \frac{M_u}{\cos \theta (d - t_p / 2)}$$

$$A_s = \frac{T_u}{\phi f_y}, \quad \phi = 0.9 \text{ diseño por flexión}$$

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - t_p / 2) \cos \theta}$$

b. Por fuerza cortante (refuerzo horizontal)

La fuerza cortante de diseño para la sección en estudio será:

$$V_{u1} = V_{ui} - T_{ui} \sin \theta \quad (\text{sección variable})$$

$$V_{ui} = V_{ui} - \left(d - \frac{t_p}{2} \right) \tan \theta$$

$$V_u = \phi V_c + \phi V_s$$

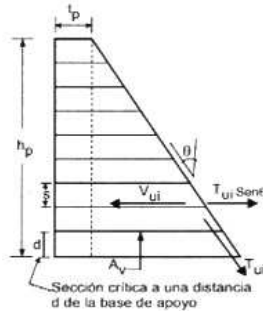
$$V_n = V_c + V_s$$

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c$$

$$s = \frac{A_v d f_y}{V_s}$$

donde: $\phi = 0.75$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b d$$



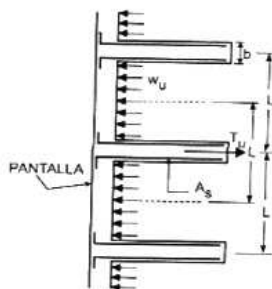
c. Por tracción de la pantalla al contrafuertes (refuerzo horizontal)

$$T_u = 1.6 PL$$

$$A_s = T_u / \phi f_y$$

$$\phi = 0.9$$

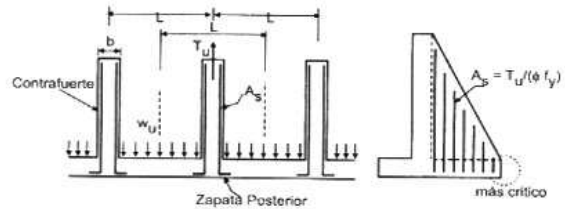
Como refuerzo horizontal se considera el mayor de (b) y (c)



d. Por tracción de la zapata al contrafuerte (refuerzo vertical)

$$T_u = w_u L$$

donde: w_u = carga última en la zapata posterior



14.8.4 Diseño de las zapatas

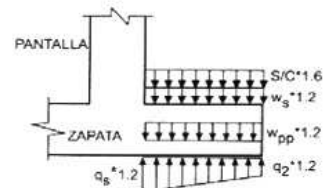
14.8.4.1 - Zapata anterior

Igual que la correspondiente a un muro en voladizo

14.8.4.2 - Zapata posterior

Se analiza y diseña en forma similar a la pantalla, es una losa que se apoya en los contrafuertes.

Pueden usarse los mismos coeficientes indicados para la pantalla para la determinación de los momentos positivos y negativos.



14.9 Diseño de un muro de contención con contrafuertes

$$\gamma_s = 1.9 \text{ t/m}^3$$

(S. Arenoso denso)

$$\phi = 32^\circ$$

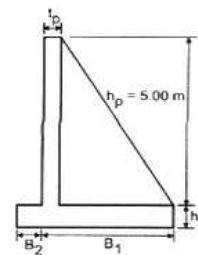
$$f'_c = 175 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma = 3.0 \text{ kg/cm}^2$$

$$FSD = 1.5$$

$$FSV = 1.75$$



Solución:

$$\text{De } \phi = 32^\circ \Rightarrow \text{VACIADO IN SITU} \quad \phi = \phi_g \phi = 0.625 \leq 0.60$$

Usar $\phi = 0.6$ para cálculo de la estabilidad contra deslizamiento

$$k_a = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) = 0.554^2 = 0.307$$

122

$$k_a \gamma_s = 0.584 \text{ t/m}^3$$

Diseño de la pantalla:

$$t_p = 0.20 \text{ m}$$

$$L = 2.5 \text{ m}$$

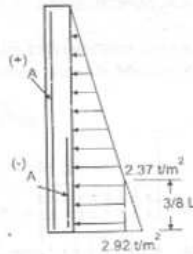
$$k_a \gamma h_p = 2.92 \text{ t/m}^2$$

Refuerzo Horizontal

$$p = 2.37 \text{ t/m}^2, L = 2.5 \text{ m}$$

Consideraciones:

- Se tomará una sola franja para el refuerzo horizontal
- Se tomarán los siguientes valores aproximados de momentos:



$$+M = \frac{pL^2}{12} = \frac{2.37 \cdot 2.5^2}{12} = 0.93 \text{ t-m}$$

$$-M = \frac{pL^2}{12} = \frac{2.37 \cdot 2.5^2}{12} = 1.23 \text{ t-m}$$

$$M_u = \phi A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_{cb}} \text{ (cm)}$$

$$(-M) = 1.23 \text{ t-m}$$

$$A_s = 2.18 \text{ cm}^2$$

$$\phi 3/8" @ 0.30 \text{ m}$$

$$(+M) = 0.93 \text{ t-m}$$

$$A_s = 1.64 \text{ cm}^2$$

$$\phi 3/8" @ 0.40 \text{ m}$$

$$d = t_p - r - \frac{\phi_{acero}}{2}$$

$$d = 20 - 4 - \frac{1.59}{2} = 15.2$$

Dimensionamiento de la zapata

$$h_z = 50 \text{ cm}$$

$$\therefore h = h_p + h_z = 5.50 \text{ m}$$

usando las expresiones I y II:

$$\frac{B_1}{h} \geq \text{FSD} \frac{k_a \gamma_s}{2 f_{ym}} = \frac{1.5 \cdot 0.307 \cdot 1.9}{2 \cdot 0.6 \cdot 2} = 0.365$$

$$B_1 \geq 1.97 \text{ m}$$

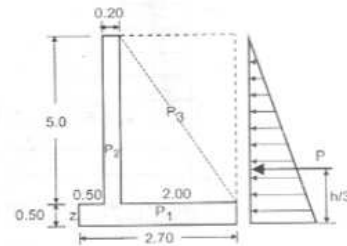
$$\text{Usar } B_1 = 2.20 \text{ m}$$

$$\frac{B_2}{h} \geq \frac{f}{3} \cdot \frac{\text{FSV}}{\text{FSD}} \frac{B_1}{2h} = \frac{0.6}{3} \cdot \frac{1.75}{1.5} \cdot \frac{2.20}{2 \cdot 5.5} = 0.048$$

$$B_2 \geq 0.27 \text{ m}$$

$$\text{Usar: } B_2 (\text{min}) = h_z = 0.50 \text{ m}$$

Verificación de estabilidad



P_i	Pesos (P) t	Brazo de giro (X) mt.	$P \cdot X$ (T·mt.)
P_1	$0.50 \cdot 2.70 \cdot 2.4 = 3.24$	1.35	4.37
P_2	$0.20 \cdot 5.00 \cdot 2.4 = 2.40$	0.60	1.44
P_3	$2.90 \cdot 5.00 \cdot 1.9 = 19.00$	2.03	38.57
TOTAL:	$N = 24.64$		$M = 44.38$

$$\text{FS} = \frac{H_r}{H_a} = \frac{fN}{H_a} = \frac{0.6 \cdot 24.64}{8.51} = 1.74 > 1.5 \quad \text{conforme}$$

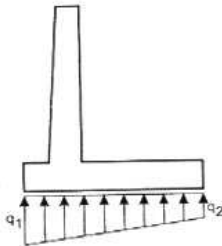
$$\text{FSV} = \frac{M_r}{M_a} = \frac{44.38}{8.51 \cdot 1.80} = 2.90 > 1.75 \quad \text{conforme}$$



Presiones sobre el terreno

$$d = \frac{M_r - M_a}{P} = \frac{44.38 - 15.32}{24.95}$$

$$d = 1.18 \text{ m}$$



$$e = \frac{B}{2} - d = 0.17 \text{ m}$$

$$\frac{B}{6} = \frac{2.70}{6} = 0.45 \text{ m}$$

$$e = 0.17 \text{ m} < 0.45 \text{ m}$$

conforme

$$q_1 = \frac{P}{B} \left(1 + \frac{6e}{B} \right) = 12.57 \text{ t/m}^2$$

$$q_2 = \frac{P}{B} \left(1 - \frac{6e}{B} \right) = 5.67 \text{ V/m}^2$$

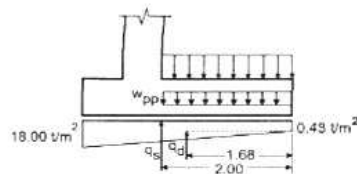
$$\sigma_1, \sigma_2 < \sigma_1$$

conforme

Diseño de la zapata

$$w_s = 1.9 \cdot 5 = 9.5 \text{ t/m}$$

$$w_{pp} = 0,4 \cdot 1 \cdot 2,4$$
$$= 0,96 \text{ t/m}$$



Zapata Anterior

$$w_{U\max} = q_1 \cdot 1.6 - W_2 \cdot 0.9 = 18.00 \cdot 1.6 - 0.96 \cdot 0.9 = 27.74 \text{ t/m}$$

conservadoramente

$$M_u = 27.94 \cdot \frac{0.50^2}{2} = 3.49 \text{ 1-m} \Rightarrow A_s = 3.20 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \min} = 0.0018 \cdot b \cdot d = 0.0018 \cdot 100 \cdot 32.0 = 5.76 \text{ cm}^2$$

$$d = 40 - \left(7.5 + \frac{1.6}{2} \right) = 32.0 \text{ cm } \phi 5 / \text{C}^* @ 0.35 \text{ m}$$

Pasar la mitad del refuerzo vertical de la pantalla.

Verificación por cortante: Por inspección, conforme

Zapata Posterior

Se analiza y diseña en forma similar a la pantalla, es una losa que se apoya en los contrafuertes.

Pueden usarse los mismos coeficientes indicados para la pantalla para la determinación de los momentos positivos y negativos.

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com

PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA

UJCM-ING.CIVIL

CAPITULO 15

DISEÑO LIMITE

Métodos de Análisis

- a) Elástico
- b) Elastoplástico
- c) Inelástico
- d) Elástico Corregido

Métodos de Diseño:

- a) Elástico
- b) Rotura
- c) Inelástico
- d) Plástico

15.1 Ductilidad

Capacidad de soportar grandes deformaciones sin pérdida significativa de su resistencia.

15.2 Resistencia y Ductilidad de Pórticos

15.2.1 Introducción

Consideraciones del comportamiento de sistemas aporticados de concreto armado para cargas últimas o cercanas es necesario para determinar la distribución posible de momentos flectores, fuerza cortante y fuerza axiales que podrían ser usadas en el diseño estructural.

Es posible usar una distribución de momentos y fuerzas diferentes que las obtenidas por un análisis estructural elástico lineal si las secciones críticas tienen suficiente ductilidad para permitir la redistribución de acciones a ocurrir cuando la carga última es alcanzada.

En países ubicados dentro de zonas sísmicas, un aspecto importante del diseño estructural es la ductilidad de la estructura cuando esta sometida a movimientos sísmicos. Actualmente la filosofía del diseño sísmico para sismos severos, se basa en la disipación de energía por deformación inelástica

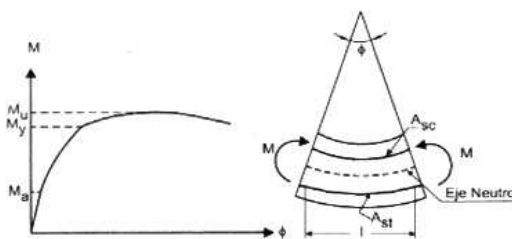


Figura: Diagrama Típico de Momento-Curvatura para secciones de Concreto Armado

15.3 Redistribución de Momentos- Formación de Rótulas Plásticas

La redistribución de momentos puede tener una influencia acentuada sobre la carga última en una estructura estáticamente indeterminada.

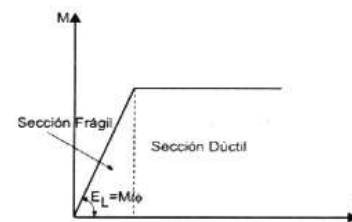
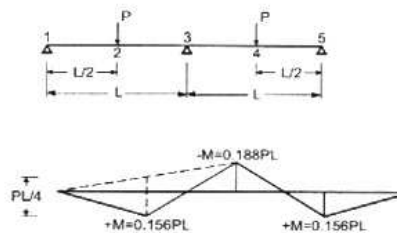
Consideremos como ejemplo, una viga continua de 2 tramos de sección constante.

Asumimos que la viga ha sido diseñada adecuadamente para fuerzas cortantes $\Rightarrow$ permite que alcancen los momentos últimos sin que ocurra falla por corte.

$\left. \begin{matrix} -M_u \\ +M_u \end{matrix} \right\}$ Momentos últimos de resistencia para momentos

Por equilibrio: $\frac{-M}{+M} = 1.2$

$$\frac{PL}{4} = \frac{-M}{2} + +M \Rightarrow P = \frac{4}{L} \left(+M + \frac{-M}{2} \right)$$



$$Ci: \frac{-M_u}{+M_u} = \frac{-M}{+M} = 1.2$$

(se formarán simultáneamente rótulas plásticas en las secciones 2, 3 y 4)

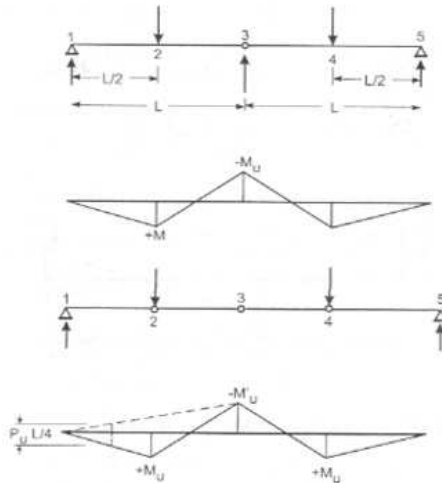
$$Ci: \frac{-M_u}{+M_u} < 1.2$$

(se formará la primera rótula plástica en 3)



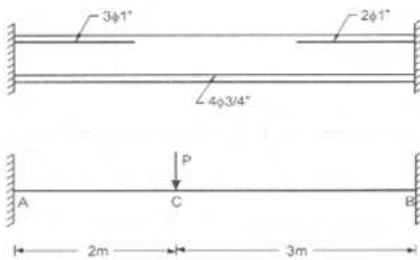
Si $\frac{-M_U}{+M_U} > 1,2$ (se formarán las primeras rótulas plásticas en 2 y 4)
Suponiendo que la primera rótula plástica se forme en 3 (sección de momento negativo).

$$P_{\text{limite}} = P_U = \frac{4}{L} \left(+M_U + \frac{-M_U}{2} \right)$$



Aplicación N° 01:

La viga que se muestra en la figura adjunta es de sección constante de $b \times h = 30 \times 55 \text{ cm}^2$, $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$; el refuerzo negativo en A es de $3 \phi 1"$, el refuerzo negativo en B es de $2 \phi 1"$ y el refuerzo positivo en C es de $4 \phi 3/4"$. Considerando que la viga falla de manera dúctil, por flexión, determine la carga máxima (P_{limite}) que puede soportar. Se desprecia el peso propio de la viga.



Solución:

Sección A:

$$A_s = 3 \phi 1" = 3 \times 5.07 = 15.21 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{15.21 \times 4.2}{0.85 \times 0.28 \times 30} = 8.95 \text{ cm}$$

$$M_y = A_s n f_y n \left(d - \frac{a}{2} \right) = 15.21 n \times 4.2 n \left(0.49 - \frac{0.0895}{2} \right) = 28.44 \text{ t-m}$$

Sección B:

$$A_s = 2 \phi 1" = 2 \times 5.07 = 10.14 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 5.96 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow M_y = 19.60 \text{ t-m}$$

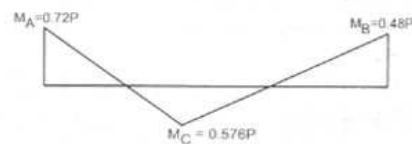
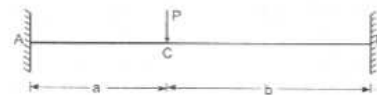
Sección C:

$$A_s = 4 \phi 3/4" = 4 \times 2.85 = 11.40 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 6.71 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow M_y = 21.86 \text{ t-m}$$

a) Secuencia de formación de rótulas plásticas

$$M_A = -\frac{Pab^2}{L^2} ; M_B = -\frac{Pba^2}{L^2} ; M_C = 2\frac{Pab^2}{L^3}$$



$$r_i = \frac{M_{\text{actuante}}}{M_{\text{resistente}}}$$

En la sección de mayor valor de r_i se formará la primera rótula plástica para $r_i = 1$

$$r_A = \frac{0.72 P}{28.44} = 0.0253 P$$

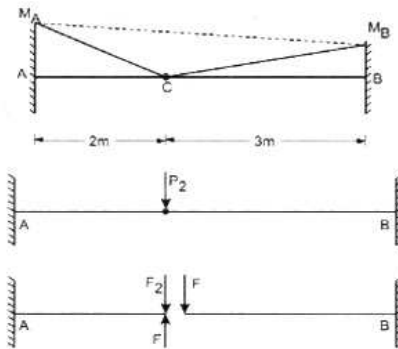
$$r_B = \frac{0.48 P}{19.6} = 0.0245 P$$

$$r_C = \frac{0.576 P}{21.86} = 0.0263 P = |r_i|_{\text{max}}$$

126



Primera rótula plástica en la sección C, para un valor de $P_1 = 37.95 \text{ t}$



$$\Delta = (P - F) \frac{2^3}{3EI} = \frac{F}{3EI} \frac{3^3}{3EI} \Rightarrow 8P - 8F = 27F$$

$$F = \frac{8}{35} P \Rightarrow P - F = \frac{27}{35} P \quad M_A = \frac{54}{35} P ; \quad M_B = \frac{24}{35} P$$

$$M_A = 1.54 P_2$$

$$M_B = 0.69 P_2$$

$$M_{rA} = M_y - M_{1A} = 28.44 - 0.72 P_1 = 1.12 \text{ t-m}$$

$$M_{rB} = 19.6 - 0.48 P_1 = 1.38 \text{ t-m}$$

$$r_A = \frac{M_A}{M_{rA}} = \frac{1.54 P_2}{1.12} = 1.38 P_2 \Rightarrow 1.38 P_2 = 1 \quad \therefore P_2 = 0.72 \text{ t}$$

$$r_B = \frac{0.69 P_2}{1.38} = 0.50 P_2$$

$$P_1 + P_2 = 37.95 + 0.72 = 38.67 \text{ t} \Rightarrow \text{Segunda rótula en A}$$

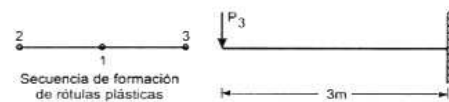
Formación de la tercera rótula:

$$M_{AB} = 3 P_3$$

$$M_{rB} = 1.38 - 0.69 P_2 = 0.88 \text{ t}$$

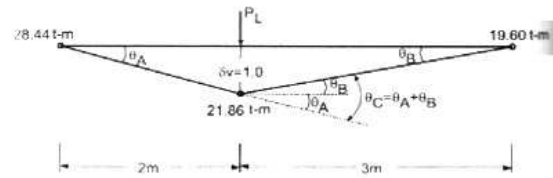
$$3 P_3 = 0.88 \Rightarrow P_3 = 0.29 \text{ t}$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 38.96 \text{ t} \Rightarrow \text{Tercera rótula en B}$$



b) Por trabajos virtuales:

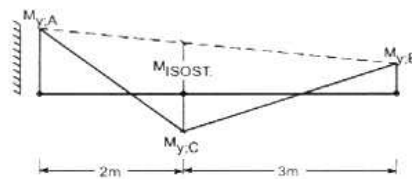
$$W_{\text{exterior}} = W_{\text{interior}} \Rightarrow W_E = \sum P_i \delta_i$$



$$W_i = \sum M_y \alpha \theta \alpha$$

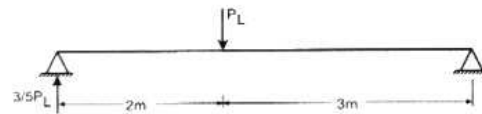
$$\theta_A = \frac{1}{2} \quad \theta_B = \frac{1}{3}$$

$$\theta_C = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$



$$P_L = 28.44 \cdot \frac{1}{2} + 19.6 \cdot \frac{1}{3} + 21.86 \cdot \frac{5}{6} = 38.97$$

c) Por momento isostático:

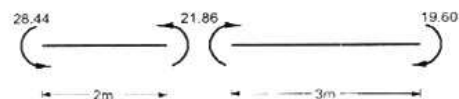


$$M_{\text{ISOST}} = \left(\frac{3}{5} P_L \right) 2 = \frac{6}{5} P_L$$

$$\frac{6}{5} P_L = 19.6 + (28.44 - 19.6) \cdot \frac{3}{5} + 21.86 = 46.76 \text{ t}$$

$$\Rightarrow P_L = 38.97 \text{ t}$$

d) Por Equilibrio



$$R_A = \frac{28.44 + 21.86}{2} = 25.15 \text{ t}$$

$$R_B = \frac{21.86 + 19.6}{3} = 13.82 \text{ t}$$

$$\Rightarrow P_L = 38.97 \text{ t}$$



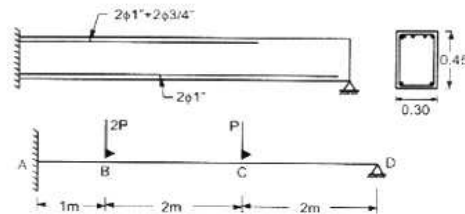
Aplicación N° 02:

Para el sistema que se muestra en la figura adjunta, determine la capacidad límite

Considere:

$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

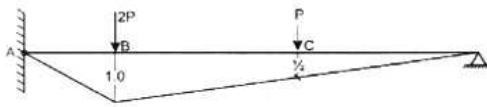
$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$



Solución:

a) Usando el método de trabajos virtuales:

1) Asumiendo rótulas en A y C



$$A_s = 2\phi 1" + 2\phi 3/4" = 2 \cdot 5.07 + 2 \cdot 2.85 = 15.84 \text{ cm}^2$$

$$d = 45 - (4 + 0.95 + 1.27) = 38.78 \text{ cm}$$

$$a = \frac{15.84 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.28 \cdot 0.30} = 9.32 \text{ cm}$$

$$M_y = 15.84 \cdot 4.2 \left(0.388 - \frac{0.093}{2} \right) = 22.72 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow M_y = 22.72 \text{ t-m}$$

$$A_s = 2\phi 1" = 10.14 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 5.96 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow M_y = 15.25 \text{ t-m}$$

$$\left. \begin{aligned} W_E &= 2P \left(\frac{1}{3} \right) + P \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{5}{3} P \\ W_i &= 22.72 \left(\frac{1}{3} \right) + 15.25 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) = 20.29 \end{aligned} \right\} P = 12.17 \text{ t}$$

2) Asumiendo rótulas en A y B

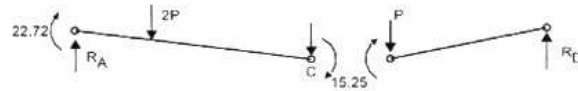


$$W_E = 2P + 0.5P = 2.5P$$

$$W_i = 22.72 (1) + 15.25 \left(1 + \frac{1}{4} \right) = 41.78 \text{ t-m} \quad P = 16.71 \text{ t}$$

$$P_{\text{limite}} = P_{\text{menor}} = 12.17 \text{ t}$$

b) Usando el método de equilibrio:



$$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow 22.72 + 15.25 - 2P(2) + R_A(3) = 0$$

$$\Rightarrow R_A = 12.66 + 1.33P$$

$$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow 15.25 - R_D(2) = 0 \Rightarrow R_D = 7.63 \text{ t}$$

$$\Sigma F_V = 0 \Rightarrow 3P = R_A + R_D$$

$$3P = 12.66 + 1.33P + 7.63$$

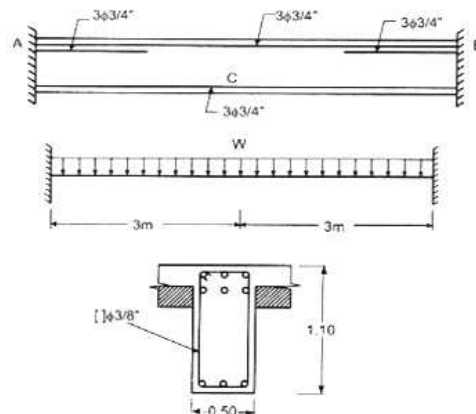
$$P_L = \frac{20.29}{1.67} = 12.15 \text{ t}$$

Aplicación N° 03:

Para el sistema que se muestra en la figura, determine la carga uniforme límite de la viga.

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$



128

Solución:

$$c = 55 - (4 + 0.95 + 1.91 + 1.27) = 55 - 8.13 = 46.87 \text{ cm}$$

Momentos de Inercia:

$$I_y = A_s \cdot t_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad a = \frac{A_s \cdot t_y}{0.85 f'_c b}$$

Sección A:

$$A_s = 6 \phi 3/4" = 17.10 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 16.09 \text{ cm} \quad d = 46.87 \text{ cm}$$

$$M_y = 17.10 \cdot 4.2 \left(0.469 - \frac{0.161}{2} \right) = 27.88 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Sección C:

$$A_s = 3 \phi 3/4" = 8.55 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 8.047 \text{ cm}$$

$$d = 55 - (4 + 0.95 + 1.91/2) = 55 - 5.91 = 49.10 \text{ cm}$$

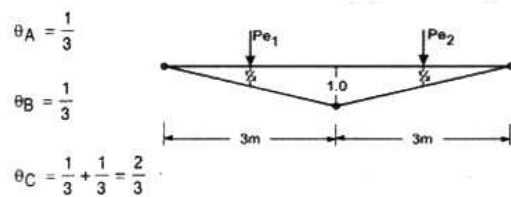
$$\Rightarrow M_y = 16.19 \text{ t} \cdot \text{m}$$

a) **Usando el método de equilibrio:**



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 27.88 + 16.19 - W(3)^2/2 = 0 \Rightarrow W = 9.79 \text{ t/m}$$

b) **Usando el método de trabajos virtuales:**



$$W_{\text{exterior}} = W_{\text{interior}}$$

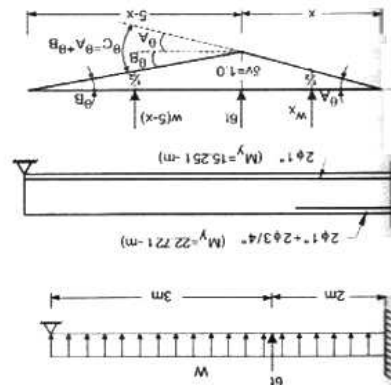
$$\Rightarrow P e_1 \left(\frac{1}{2} \right) + P e_2 \left(\frac{1}{2} \right) = 27.88 \left(\frac{1}{3} \right) + 27.88 \left(\frac{1}{3} \right) + 16.19 \left(\frac{2}{3} \right)$$

$$\left(3W \frac{1}{2} \right) 2 = 29.38 \Rightarrow W = 9.79 \text{ t/m}$$

Aplicación N° 04:

Para la Viga que se muestra en la figura, determine la carga uniformemente repartida límite, W_L :

Considere:
 $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$



a) **Usando el método de trabajos virtuales:**

$$\delta_1 = \frac{2}{x}$$

$$W_E = wx \left(\frac{1}{2} \right) + w(5-x) \frac{1}{2} + 6 \left(\frac{2}{x} \right)$$

$$W_I = 22.72 \left(\frac{1}{x} \right) + 15.25 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{5-x} \right)$$

$$5w \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{12}{x} = \frac{37.97}{x} + \frac{15.25}{5-x}$$

$$w = \frac{10.39}{x} + \frac{6.1}{5-x} \quad \dots \dots \dots (1)$$

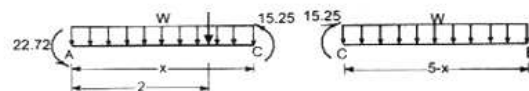
$$\frac{dw}{dx} = 0 \Rightarrow -\frac{10.39}{x^2} + \frac{6.1}{(5-x)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2.47}{5-x} = \frac{3.22}{x} \Rightarrow x = 2.83 \text{ cm}$$

En (1):

$$w = 3.67 + \frac{6.1}{2.17} = 6.48 \Rightarrow w = 6.48 \text{ t/m}$$

b) **Usando el método de equilibrio:**



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 22.72 + 15.25 - 6 \cdot 2 - w x^2 / 2 = 0$$

$$\Rightarrow w = \frac{51.94}{x^2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow w = 15.25 - w \frac{(5-x)^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow w = \frac{30.5}{(5-x)^2} \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) = (2)$$

$$\frac{51.94}{x^2} = \frac{30.5}{(5-x)^2} \Rightarrow 7.2(5-x) = 5.52x$$

$$\Rightarrow w = \frac{36.05}{12.73} = 2.83 \text{ m}$$

$$\therefore w_L = \frac{51.94}{2.83^2} = 6.48 \text{ t/m}$$

15.4 Redistribución de Momentos

El requerimiento de ductilidad en las rótulas plásticas puede ser excesivo, especialmente en las primeras en formarse, para permitir el desarrollo de todas las rótulas hasta alcanzar la carga última de colapso plástico, sin que ninguna de las anteriores haya empezado a perder resistencia.

Por otro lado, es obvio que ciertas combinaciones de momento de diseño pueden producir diseños con esfuerzos de servicio en el acero muy elevados (incluso en algunos casos se llega a la fluencia), lo que puede dar origen a un agrietamiento del elemento fuera del límite tolerable.

Para fines de diseño puede tomarse como base la distribución elástica de los momentos flectores. Cualquier variación respecto de esta distribución es una REDISTRIBUCION DE MOMENTOS y requiere ductilidad en las secciones de rótulas plásticas que se forman primero. El grado de ductilidad requerido es función directa de la magnitud de la redistribución efectuada.

15.4.1 Redistribución de momentos negativos en elementos continuos en flexión no preesforzados

DE ACUERDO AL ACI-05 (Sección 8.4):

Excepto en los casos en los cuales se usan valores aproximados para los momentos flectores, los momentos negativos calculados con la teoría elástica, para cualquier configuración de carga asumida, en los apoyos de elementos continuos en flexión, pueden ser cada uno aumentados o disminuidos en no más de:

$$20 \left(1 - \frac{\rho - \rho'}{\rho_b} \right) \%$$

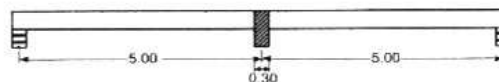
Estos momentos negativos modificados se usarán para el cálculo de los momentos en secciones de los tramos. Tal variación solo se hará en secciones dúctiles, con $\rho, \rho - \rho' \leq 0.50 \rho_b$ donde:

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right)$$

Los elementos así diseñados deberán ser verificados por agrietamiento

Aplicación N° 04:

Diseñar el refuerzo para la losa aligerada que se muestra en la figura adjunta, redistribuyendo los momentos para reducir el acero total requerido.



$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

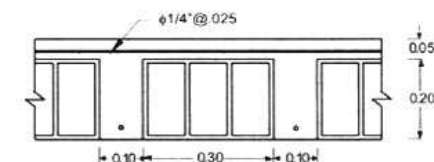
$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$PP_{\text{aligerado}} = 350 \text{ kg/m}^2$$

$$S/C = 300 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Acabados} = 100 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Tabiquería} = 100 \text{ Kg/m}^2$$



Solución:

a) Cuantía Balanceada:

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right)$$

$$\rho_b = 0.85 \cdot 0.85 \cdot \frac{210}{4200} \cdot \left(\frac{6000}{6000 + 4200} \right) = 0.0213$$

$$0.5 \rho_b = 0.0106 \quad (\text{cuantía máxima para la redistribución de momentos})$$

b) Cargas de Diseño por Vigueta:

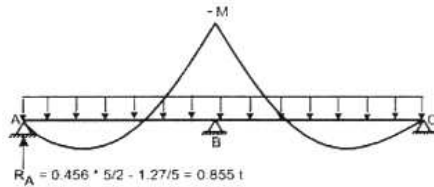
$$w_{DU} = 1.2 \cdot 550 \cdot 0.4 = 264 \text{ kg/m}$$

$$w_{LU} = 1.6 \cdot 300 \cdot 0.4 = 192 \text{ kg/m}$$

$$\Rightarrow w_u = 456 \text{ kg/m} = 0.456 \text{ t/m}$$

c) Momentos Elásticos:

Momento Negativo Máximo:

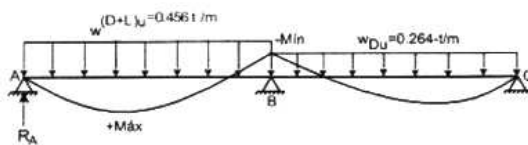


$$w_u = 0.456 \text{ t/m}$$

$$M_{\text{máx}} = w_u L^2 / 8 = 0.456 \cdot 5^2 / 8 = 1.43 \text{ t-m}$$

$$M_{\text{cara}} = 0.855 \cdot (5.00 - 0.15) - 0.456 \cdot 4.85^2 / 2 = -1.22 \text{ t-m}$$

Momento Positivo Máximo:



$$M_{BA} = w_u L^2 / 8 = 0.456 \cdot 5^2 / 8 = 1.43 \text{ t-m}$$

$$M_{BC} = w_{DU} L^2 / 8 = 0.264 \cdot 5^2 / 8 = 0.83 \text{ t-m}$$

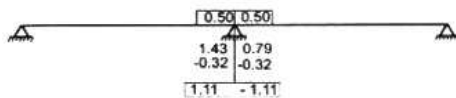
$$R_A = w_{DU} L / 2 - M_B / L = 0.456 \cdot 5 / 2 - 1.11 / 5 = 0.918 \text{ t}$$

$$M_B = 1.11 \text{ t-m}$$

$$V = 0.918 - 0.456 X_0 = 0 \Rightarrow X_0 = 2.013 \text{ m}$$

$$+M_{\text{máx}} = 0.918 \cdot 2.013 - 0.456 \cdot 2.013^2 / 2 = 0.92 \text{ t-m}$$

d) Refuerzo para Momentos Elásticos:



$$\phi 1/2'' \Rightarrow d = 25 - (2 + \phi / 2) = 25 - (2 + 1.27/2) = 22.36 \text{ cm}$$

$$a = 0.72 \text{ cm} \Rightarrow d - a / 2 = 22 \text{ cm}$$

$$+A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)} = \frac{0.92 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \cdot 22} = 1.11 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = 0.59 \quad \text{conforme} \quad \text{usar: } 1 \phi 1/2''$$

$$M_u = 1.09 \text{ t-m}$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = 0.65 \Rightarrow a = \frac{1.58 \cdot 4200}{0.85 \cdot 210 \cdot 10} = 3.72 \text{ cm}$$

$$A_s = 1.46 \text{ cm}^2 \quad (\text{conforme})$$

$$a = 4 \text{ cm} \quad \therefore \text{Usar } 1 \phi 1/2'' + 1 \phi 3/8'' \Rightarrow A_s = 1.98 \text{ cm}^2$$

g) Redistribución de Momentos

- Momento Negativo Máximo:

$$\text{Probar } 2 \phi 3/8'' (1.42 \text{ cm}^2)$$

$$d = 25 - (2 + 0.95/2) = 22.52 \text{ cm}$$

$$\rho = \frac{1.42}{10 \cdot 22.52} = \frac{A_s}{bd} = 0.0063 < 0.5 \rho_b = 0.0107 \quad (\text{conforme})$$

Ignorando ρ' , el porcentaje de redistribución permisible es:

$$20 \left(1 - \frac{\rho - \rho'}{\rho_b} \right) \% = 20 \left(1 - \frac{0.0063}{0.0214} \right) = 14.1 \%$$

- Momento Negativo Redistribuido

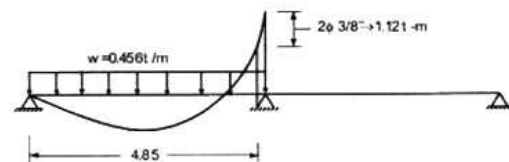
$$2 \phi 3/8'' \Rightarrow a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{1.42 \cdot 4200}{0.85 \cdot 210 \cdot 10} = 3.34 \text{ cm}$$

$$M_u = \phi A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = 0.9 \cdot 1.42 \cdot 4.2 \left(0.2252 - \frac{0.0334}{2} \right) = 1.12 \text{ t-m}$$

$$\% \text{ Redistribuido} = \frac{M - M_R}{M} \cdot 100 = \frac{1.24 - 1.12}{1.24} \cdot 100 = 9.68 \%$$

$$\Rightarrow 9.68 \% < 14.1 \% \quad (\text{conforme})$$

Momento Positivo Máximo, considerando la redistribución del M_u :



$$R_A = 0.456 \cdot 4.85 / 2 - 1.12 / 4.85 = 0.88 \text{ t}$$

$$V = 0.88 - 0.46 X_0 = 0 \Rightarrow X_0 = 1.91 \text{ m}$$

$$+M_{\text{máx}} = 0.88 \cdot 1.91 - 0.46 \cdot 1.91^2 / 2 = 0.84 \text{ t-m} < 0.92 \text{ t-m} \quad (\text{conforme})$$

- Redistribución de Momento Positivo Máximo:

$$\text{Probar } +A_s \Rightarrow 1 \phi 3/8'' + 1 \phi 1/4'' (0.71 + 0.31 = 1.02 \text{ cm}^2)$$

$$\rho = \frac{1.02}{40 \cdot 22.52} = 0.0013 < 0.5 \rho_b = 0.0107 \quad (\text{conforme})$$



$$20 \left(1 - \frac{p - p'}{p_b} \right) \% = 20 \left(1 - \frac{0.00113}{0.0214} \right) = 18.9 \%$$

Momento Positivo Redistribuido:

$$1 \phi 3/8" + 1 \phi 1/4" \Rightarrow a = \frac{1.02 \cdot 4200}{0.85 \cdot 210 \cdot 40} = 0.6 \text{ cm}$$

$$^+M_R = 0.9 \cdot 1.02 \cdot 4.2 \left(0.2252 - \frac{0.006}{2} \right) = 0.86 \text{ t-m}$$

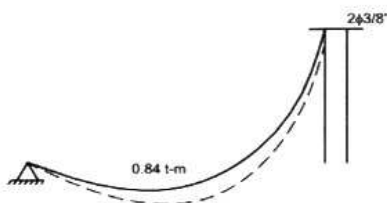
$$\Rightarrow ^+M_R = 0.86 \text{ t-m} > 0.84 \text{ t-m} \quad (\text{conforme})$$

Por Inspección el momento negativo considerando la redistribución del momento positivo será algo menor que el que corresponda al de $2 \phi 3/8"$

$$\% \text{ Redistribuido} = \frac{^+M - ^+M_R}{^+M} \cdot 100 = \frac{0.92 - 0.86}{0.92} \cdot 100$$

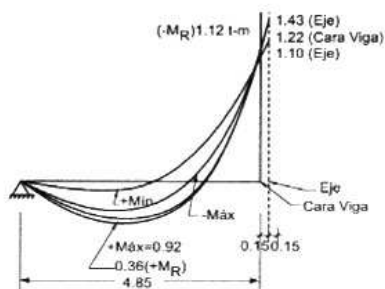
$$\Rightarrow 6.5 \% < 18.9 \% \quad (\text{conforme})$$

Por Inspección:



Va ser algo menor que 1.12 t-m, que corresponde al refuerzo de $2 \phi 3/8"$.

∴ Conforme para la distribución de momento positivo



Puntos de corte de la armadura:

Si bien es correcto diseñar las secciones críticas para los momentos redistribuidos, debe tenerse en cuenta que la redistribución ocurre para cargas elevadas. En condiciones de servicio es probable que los momentos se distribuyan cercanamente a las condiciones elásticas. Por consiguiente, para evitar secciones sin reforzar es conveniente usar las envolventes elásticas para la determinación de los puntos de terminación de las barras.

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com
PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA
UJCM-ING.CIVIL



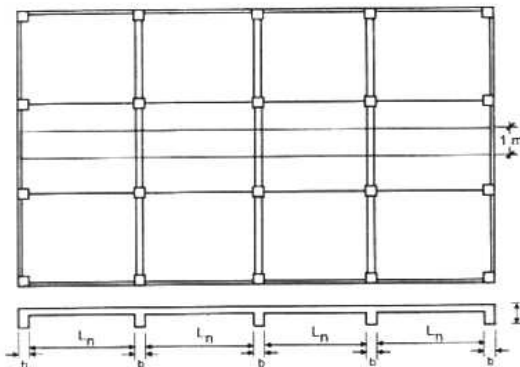
CAPITULO 16

ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOSAS

16.1 Losas en una Dirección

Las losas armadas en una dirección son paneles de piso de concreto para los cuales la relación de luz mayor a la luz menor es igual o mayor que 2.0. Cuando esta relación es menor que 2 el panel de piso llega a ser una losa en dos direcciones.

Una losa en una dirección es diseñada como un paño de viga de ancho de 1m usando el mismo procedimiento de análisis y diseño que el de vigas con refuerzo simple.



En el diseño de losas, normalmente se asume un espesor. Las losas normalmente para cargas típicas no requieren de refuerzo por corte.

Refuerzo transversal

$$A_{stemp} = 0.0020 \text{ bt} \quad \text{para } f_y = 2800, 3500 \text{ kg/cm}^2$$

$$= 0.0018 \text{ bt} \quad \text{para } f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_{st} = 0.0018 \text{ bt} \left(\frac{4200}{f_y} \right) \geq 0.0014 \text{ bt}$$

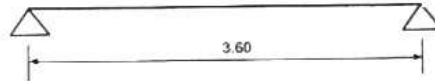
$$s \leq 5t, 45 \text{ cm} \quad \text{con } \epsilon_y = 0.35\%$$

Aplicación:

Diseñar la losa simplemente apoyada reforzada en una dirección, que se muestra en la figura.

Considere:
 $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 $w_D = 0.56 \text{ t/m}^2$
 $w_L = 0.50 \text{ t/m}^2$

Dimensionar la losa para una cuantía de 0.004



Solución:

Considerando un ancho de 1m

$$w_u = 1.2 w_D + 1.6 w_L = 1.2 \cdot 0.56 + 1.6 \cdot 0.5 = 1.472 \text{ t/m}^2$$

$$M_u = w_u \frac{L^2}{8} = 1.47 \cdot \frac{3.60^2}{8} = 2.38 \text{ t-m}$$

$$M_u = \phi f'_c b d^2 \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f'_c} = 0.004 \cdot \frac{4200}{280} = 0.060$$

$$2.38 \cdot 10^5 = 0.9 \cdot 280 \cdot 100 \cdot d^2 \cdot 0.060 (1 - 0.59 \cdot 0.060)$$

$$d = 12.77 \text{ cm} \Rightarrow h = d + r + \frac{\phi}{2} = 12.77 + 2 + \frac{1.27}{2} = 15.4 \text{ cm}$$

$$\text{Usar: } h = 16 \text{ cm} \Rightarrow d = 16 - (2 + 0.635) = 13.36 \text{ cm}$$

$$\rho_{max} = 0.75 \rho_b = 0.0213 > 0.004 \dots \text{Conforme}$$

$$\rho_{min} = \rho_{temp} = 0.0018 < 0.004 \dots \text{Conforme}$$

Diseño:

$$a = 2 \text{ cm} \quad d = 13.36 \text{ cm}$$

$$d - \frac{a}{2} = 12.36 \text{ cm} \Rightarrow A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)} = \frac{2.38 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 (12.36)}$$

$$A_s = 5.09 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{5.09 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.28 \cdot 100} = 0.90 \text{ cm}$$

$$d - \frac{a}{2} = 12.91 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 4.88 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 0.86 \text{ cm}$$

∴ CONFORME

$$\rho = A_s / b d = \frac{4.88}{100 \cdot 13.36} = 0.00365$$

$$\text{Usar: } A_s = n A \phi \Rightarrow s = \frac{b}{n} = \frac{1}{n} = \frac{A \phi}{A_s / m} = \frac{1.27}{4.88} = 0.26 \text{ m}$$

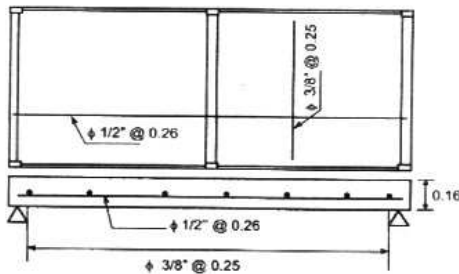
$$\phi 1/2" @ 0.26 \text{ Respuesta}$$



Refuerzo transversal

$$A_{st} = 0.0018 bt = 0.0018 \cdot 100 \cdot 16 = 2.88 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Usar: $\phi 3/8" @ s = \frac{0.71}{2.88} = 0.25 \text{ m}$



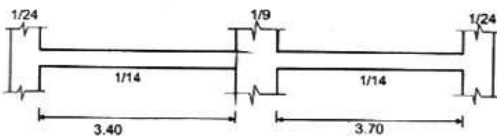
Diseño de una losa maciza

Diseñar la losa maciza por flexión reforzada en una dirección.
Considere: espesor = 14 cm, s/c = 600 kg/m², $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

Solución:

$$\begin{aligned} \text{P.P.} &= 0.14 \cdot 1 \cdot 2.4 \cdot 1.2 = 0.40 \\ \text{acab} &= 0.10 \cdot 1.2 = 0.12 \\ \text{S/C} &= 0.60 \cdot 1.6 = 0.96 \\ w_u &= 1.48 \text{ t/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{S/C} &= 600 \text{ kg/m}^2 \\ f_c &= 210 \text{ kg/cm}^2 \\ f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$



$$\frac{1}{24} \Rightarrow 0.71 \text{ t-m} \Rightarrow a = 0.40 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 1.68 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \phi 3/8" @ 0.42$$

$$\frac{1}{9} \Rightarrow 2.07 \text{ t-m}$$

$$\frac{1}{24} \Rightarrow 0.84 \text{ t-m} \Rightarrow a = 0.47 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 2.00 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \phi 3/8" @ 0.36 \text{ m}$$

$$\frac{1}{14} \Rightarrow 1.22 \text{ t-m} \Rightarrow a = 0.69 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 2.93 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \phi 3/8" @ 0.24 \text{ m}$$

$$\frac{1}{14} \Rightarrow 1.45 \text{ t-m} \Rightarrow a = 0.83 \text{ cm} \Rightarrow A_s = 3.51 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \phi 3/8" @ 0.20 \text{ m}$$

Diseño:

$$M_u = 2.07 \text{ t-m} \Rightarrow a = 2 \text{ cm}$$

$$d = 14 - \left(2 + \frac{1.27}{2} \right) = 11.37 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{2.07 \cdot 10^5}{0.9 \cdot 4200 \left(11.37 - \frac{a}{2} \right)} = 5.28 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c 100} = 1.24 \text{ cm}$$

$$A_s = 5.09 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = 1.20 \text{ cm} \text{ CONFORME}$$

Usar $\phi 1/2" @ \frac{1.27}{5.10} = 0.25 \text{ m}$

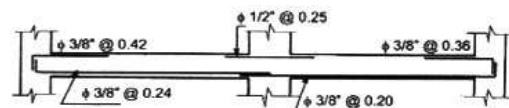
$$2.07 \text{ t-m} \dots\dots\dots 1.20 \text{ cm}$$

$$M_u \dots\dots\dots x$$

$$A_{s \text{ min}} = 0.0018 bd = 0.0018 \cdot 100 \cdot 11.37 = 2.05 \text{ cm}^2$$

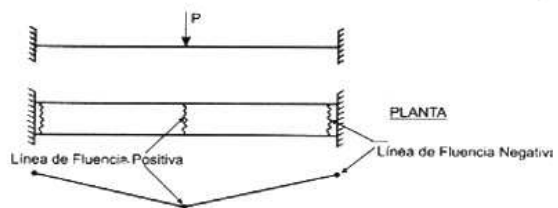
$$\phi 3/8" @ 0.35$$

$$s \leq 3t, 45 \text{ cm} = 42, 45 \text{ cm} \text{ CONFORME}$$



16.2 Líneas de fluencia

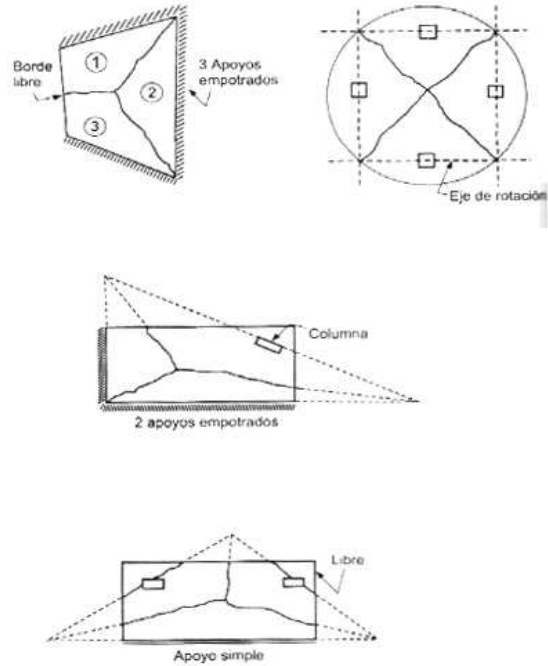
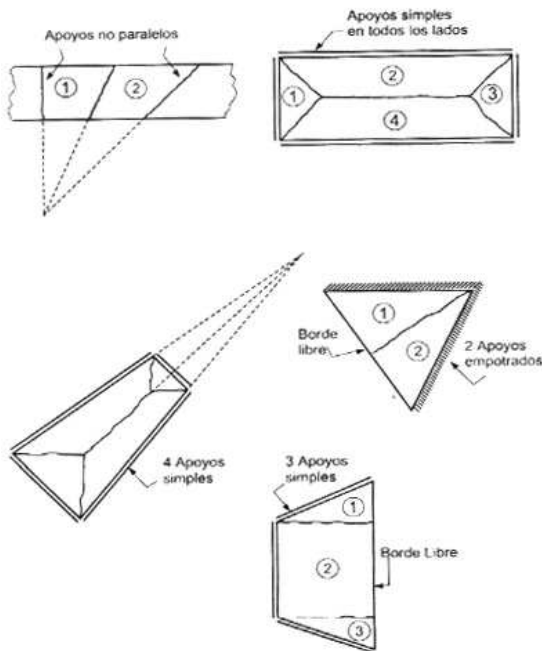
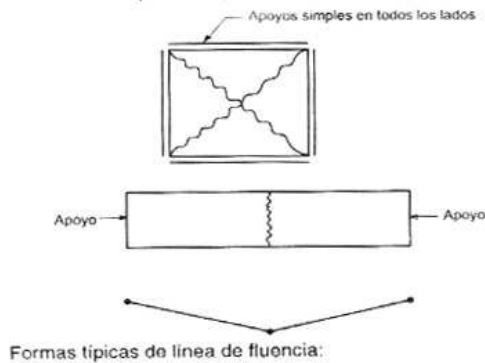
Los terminos "Líneas de Fluencia Positiva" y "Líneas de Fluencia Negativa" son usados para distinguir los asociados a tracción en la parte inferior de la losa y tracción en la parte superior de la losa respectivamente.



Las orientaciones para establecer los ejes de rotación y líneas de fluencia son:

1. Las líneas de fluencia son generalmente rectas.
2. Los ejes de rotación generalmente se encuentran a

- lo largo de las líneas de apoyo, las cuales pueden ser rótulas reales o líneas de fluencia que actúan como rótulas plásticas.
- Los ejes de rotación pasan por los puntos de apoyo (como las columnas).
 - La línea de fluencia común a dos porciones de losa pasa por el punto de intersección de los ejes de rotación de dichas porciones.
 - Las deformaciones en la estructura plastificada se producen alrededor de un eje de rotación y se hallan concentradas en las líneas de fluencia. Las porciones limitadas por ellas permanecen planas.



Métodos de análisis

a) Análisis por el método de equilibrio

A partir de una configuración aproximada de las líneas de fluencia puede encontrarse la verdadera, considerando el equilibrio de las porciones de la losa.

Cada porción considerada como cuerpo libre, debe estar en equilibrio bajo la acción de las cargas aplicadas, momentos flectores a lo largo de las líneas de fluencia y reacciones o fuerzas cortantes a lo largo de las líneas de apoyo.

Debe notarse que los momentos de fluencia son momentos principales, por lo tanto los momentos de torsión son nulos a lo largo de las líneas de fluencia y generalmente las fuerzas cortantes son también nulas.

b) Análisis por el método de los trabajos virtuales

En base a una configuración de líneas de fluencia se le da al sistema un conjunto de desplazamientos virtuales compatibles con la configuración supuesta, siendo posible calcular las rotaciones correspondientes. Igualando el trabajo exterior con el trabajo interior, se encuentra la relación entre las cargas aplicadas y los momentos últimos de la losa.



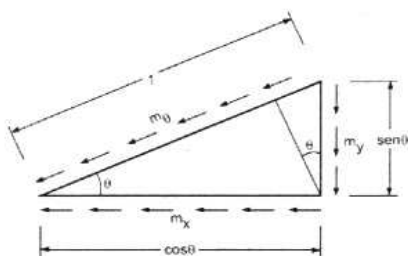
Losas isotrópicas y ortotrópicas

Si una losa es reforzada idénticamente en direcciones ortogonales, los momentos resistentes últimos son los mismos en esas dos direcciones y a lo largo de cualquier otra dirección. Estas losas son llamadas Isotrópicamente reforzadas.

Si una losa es reforzada diferentemente en dos direcciones ortogonales, la losa es llamada anisotrópica u ortotrópica.

Momentos últimos en ejes no perpendiculares a las armaduras

El problema es calcular el momento último en una dirección cualquiera si se conocen los momentos últimos resistentes en dos direcciones perpendiculares.



m_θ, m_x, m_y : momentos últimos por unidad de longitud.

Tenemos:

$$m_\theta = (m_x \cos \theta) \cos \theta + (m_y \sin \theta) \sin \theta$$

$$m_\theta = m_x \cos^2 \theta + m_y \sin^2 \theta$$

En caso de losas isotrópicas

$$\Rightarrow m_x = m_y$$

$$\therefore m_\theta = m_x \cos^2 \theta + m_x \sin^2 \theta$$

$$m_\theta = m_x = m_y$$

(Los momentos últimos son iguales en cualquier dirección)

Ejemplos de Aplicación

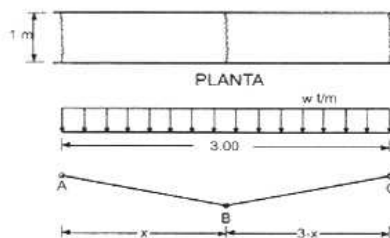
a) Métodos de Equilibrio

Aplicación N°01:

Se tiene una losa continua uniformemente cargada como se muestra en la figura adjunta. La losa tiene una luz de 3 m y está reforzada para proveer una resistencia a flexión positiva de 0.70 t-m/m. A flexión negativa tiene una resistencia de 0.70 t-m/m en la sección A y de 1.05 t-m/m en C. Hallar la capacidad de carga límite de la losa.

Solución:

Considerando un metro de ancho tendremos:

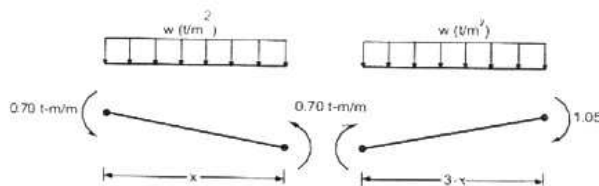


Analizando cada parte de la losa como cuerpo rígido:

$$\Sigma M_A = \frac{wx^2}{2} - 0.70 - 0.70 = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma M_C = \frac{w(3-x)^2}{2} - 0.70 - 1.05 = 0 \quad (2)$$

$$\text{De (1)} \quad w = \frac{2.8}{x^2} \quad (3)$$



$$(3) \text{ En (2)} \quad \frac{2.8(3-x)^2}{x^2(2)} = 1.75 \quad (4)$$

De aquí:

$$0.7x^2 + 16.8x - 25.2 = 0 \Rightarrow x = 1.42 \text{ m}$$

En (3):

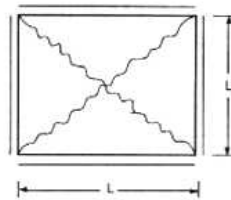
$$w = \frac{2.8}{(1.42)^2} = 1.39 \text{ t/m}^2$$

Aplicación N° 02:

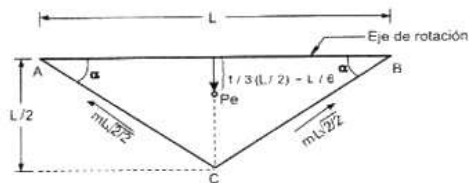
Se tiene una losa cuadrada simplemente apoyada en sus cuatro lados e isotrópicamente reforzada. Determinar el momento resistente límite por metro lineal requerido para sostener una carga uniformemente distribuida de $W \text{ t/m}^2$.

Solución:

Tenemos la configuración de falla



Considerando una de las cuatro partes iguales y su equilibrio alrededor de su eje de rotación.



La carga distribuida concentrada en el centro de gravedad será:

$$P_e = \frac{wL^2}{4}$$

La proyección de los momentos sobre el eje de rotación será:

$$M_p = M_{BC} \cos \alpha = mL \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{mL}{2}$$

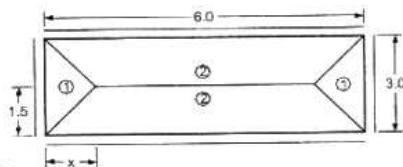
Luego:

$$M_{EJE} = \left(\frac{wL^2}{4} \right) \frac{1}{3} \left(\frac{L}{2} \right) - \frac{mL}{2} - \frac{mL}{2} = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{wL^2}{24} \quad 1 - m/m$$

Aplicación N° 03:

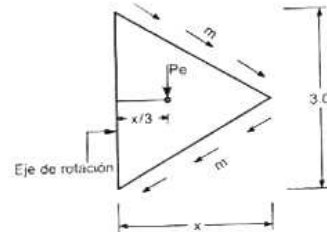
Para la losa que se muestra simplemente apoyada, determinar el momento resistente último para una carga límite uniformemente distribuida w (t/m^2). La losa es isotrópicamente reforzada.



Solución:

Zona 1:

La carga concentrada será: $P_e = w \frac{3x}{2}$



Considerando el equilibrio en el eje tendremos

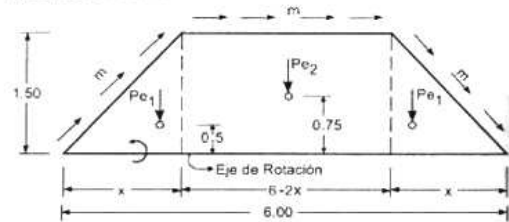
$$M_{EJE} = \frac{3wx}{2} \left(\frac{x}{3} \right) - 3m = 0$$

De aquí:

$$m = \frac{wx^2}{6} \quad \dots \dots \dots (1)$$

Zona 2:

Las cargas concentradas considerando las secciones mostradas serán:



$$P_{e1} = wx \frac{1.5}{2}$$

$$P_{e2} = w(6 - 2x) 1.5$$

Tomando momentos respecto al eje de rotación:

$$\Sigma M_{EJE} = 0$$

$$6m - 2 \left[wx \left(\frac{1.5}{2} \right) (0.5) \right] - w(6 - 2x) 1.5 (0.75) = 0$$

$$6m + 1.5wx - 6.75w = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

(1) en (2)

$$6 \left(\frac{wx^2}{6} \right) + 1.5wx - 6.75w = 0 \rightarrow x = 1.95 \text{ m}$$

$$m = \frac{wx^2}{6} \Rightarrow m = 0.634 w \text{ t-m/m}$$

b) Método de Trabajos Virtuales



Aplicación N° 04:

Se tiene una losa continua uniformemente cargada. La losa tiene una luz de 3 m y está reforzada para proveer una resistencia a flexión positiva de 0.70 t-m/m y a flexión negativa de 0.70 t-m/m en A y 1.05 t-m/m en C. Determinar la capacidad de carga última de la losa.

Solución:

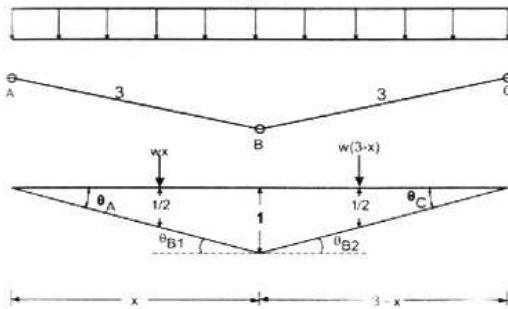
Tenemos las rotaciones:

$$\theta_A = \frac{1}{x}$$

$$\theta_B = \theta_{B1} + \theta_{B2} = \theta_A + \theta_C$$

$$\theta_C = \frac{1}{3-x}$$

$$\Rightarrow \theta_B = \frac{1}{x} + \frac{1}{3-x}$$



Cuando tenemos una deflexión unitaria en B, se desarrolla un trabajo externo de:

$$W_E = wx \left(\frac{1}{2} \right) + w(3-x) \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{3w}{2}$$

Y un trabajo interno de:

$$W_I = \sum M_{\alpha} \theta_{\alpha} = 0.70 \left(\frac{1}{x} \right) + 0.70 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3-x} \right) + 1.05 \left(\frac{1}{3-x} \right)$$

$$= \left(\frac{1.4}{x} + \frac{1.75}{3-x} \right)$$

Igualando:

Si: $W_I = W_E$

$$\therefore \frac{1.4}{x} + \frac{1.75}{3-x} = \frac{3w}{2}$$

$$w = \frac{0.933}{x} + \frac{1.167}{3-x} \quad (1)$$

Para determinar el valor mínimo de w diferenciamos (1) con respecto a x, e igualamos a cero:

$$\frac{dw}{dx} = 0 \Rightarrow -\frac{0.933}{x^2} + \frac{1.167}{(3-x)^2} = 0$$

Resolviendo:

$$\frac{0.966}{x} = \frac{1.08}{3-x}$$

$$2.046x = 2.898$$

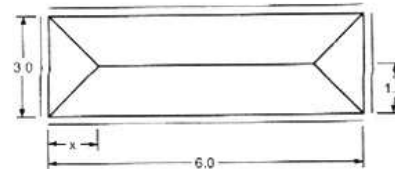
$$x = 1.42 \text{ m}$$

En (1)

$$\rightarrow w = 1.39 \text{ t/m}^2$$

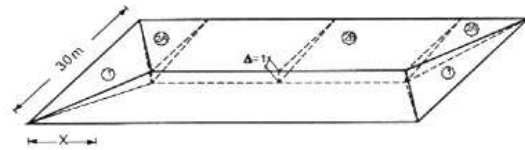
Aplicación N° 05:

Para la losa que se muestra en la figura adjunta determinar el momento último resistente para una carga límite uniforme w t/m². La losa es isotrópicamente reforzada.

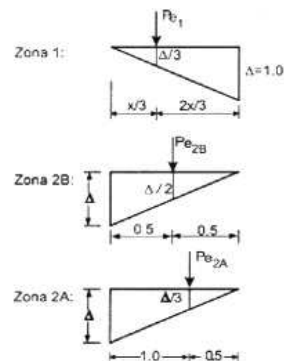


Solución:

Considerando un desplazamiento virtual de $\Delta = 1$ de la línea de fluencia paralela a los lados mayores.



Tendremos:



$$W_{e1} = P_{e1} \frac{\Delta}{3} = \left(w \frac{3x}{2} \right) \frac{1}{3} = \frac{wx}{2}$$

$$W_{e2A} = P_{e2A} \frac{\Delta}{3} = x \left(\frac{1.5w}{2} \right) \frac{1}{3} = \frac{wx}{4}$$

$$W_{e2B} = P_{e2B} \frac{\Delta}{2} = (6 - 2x) 1.5w \left(\frac{1}{2} \right) = 4.5w - 1.5wx$$

$$W_i = \sum M \theta$$

$$W_i = 3m \left(\frac{L}{x} \right) + 6m \left(\frac{L}{1.5} \right)$$

Igualemos el trabajo exterior al trabajo interior para el total de la losa:

$$2 \left(\frac{wx}{2} \right) + 4 \left(\frac{wx}{4} \right) + 2 (4.5w - 1.5wx) = 2 \left(\frac{3m}{x} + \frac{6m}{1.5} \right)$$

$$-wx + 9w = m \left(\frac{6}{x} + 8 \right)$$

$$m = \frac{w(9-x)}{\frac{6}{x} + 8} \dots\dots\dots (1)$$

Para hallar el momento último tenemos que diferenciar con respecto a x e igualar a cero.

$$\frac{dm}{dx} = (9-x)(-1) \left(\frac{6}{x} + 8 \right)^{-2} (-6x^{-2}) + (-1) \left(\frac{6}{x} + 8 \right)^{-1} = 0$$

simplificando:

$$x^2 + 1.5x - 6.75 = 0$$

Que viene a ser la misma ecuación que se obtuvo usando el método de equilibrio. En (1)

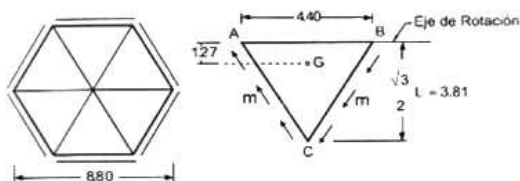
$$\Rightarrow x = 1.95m \rightarrow m = 0.634w \text{ t-m/m}$$

Aplicación N° 06:

Para la losa exagonal inscrita en un círculo de diámetro 8.80 m determine el valor de la carga uniforme última t/m². La losa tiene 20 cm de espesor y está reforzada con $\phi 1/2"$ @ 0.15 en cada sentido (inferior). Está simplemente apoyada en sus bordes. Considere $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

Solución:

Por simetría la hipótesis de falla corresponde a las líneas de fluencia que pasan por las bisectrices. Las zonas delimitadas son iguales.



Por metro de Losa:

$$A_s = \frac{1}{0.15} \cdot 1.27 = 8.45 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$a = \frac{8.45 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.21 \cdot 100} \Rightarrow a = 1.99 \text{ cm}$$

$$m = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$m = 8.45 \cdot 4.2 (0.167 - 0.001) = 5.58 \text{ t-m}$$

$$m = 5.58 \text{ t-m/m}$$

a) Método de Equilibrio

$$\sum M_{AB} = 0$$

$$5.58 \cdot 4.40 - 0.5 \cdot 4.40 \cdot 3.81w \cdot 1.27 = 0$$

$$w = 2.31 \text{ t/m}^2$$

b) Método de Trabajo Virtual

$$\Delta_M = 1.0$$

$$W_E: 6 \cdot 4.40 \cdot 3.81 \cdot 0.5w \cdot \frac{1}{3} = 16.76w$$

$$W_i: 6 \cdot 5.58 \cdot 4.40 \cdot \left(\frac{1}{3.81} \right) = 38.66$$

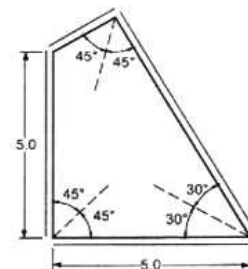
$$W_E = W_i \Rightarrow w = 2.31 \text{ t/m}^2$$

Aplicación N° 07:

La losa de la figura adjunta tiene sus cuatro bordes simplemente apoyados. Ignorando los efectos de esquina complete la configuración de las líneas de fluencia y determine el valor de la carga uniformemente repartida que corresponde a esta hipótesis de falla. El espesor de la losa es 15 cm y tiene refuerzo de $\phi 3/8"$ @ 0.20 en cada sentido (malla inferior) considere.

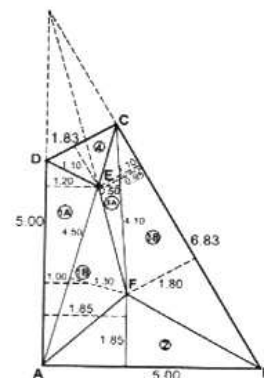
$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$



Solución:

Por metro de losa:





$$A_s = 5 \cdot 0.71 = 3.55 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$s = \frac{3.55 \cdot 4200}{0.85 \cdot 210 \cdot 100} = 0.84 \text{ cm}$$

$$m = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = 3.55 \cdot 4.2 (0.1205 - 0.0042) = 1.73 \text{ t-m/m}$$



$$d_p = h - (r + \phi)$$

$$d_p = 15 - (2 + 0.95) = 12.05 \text{ cm}$$

Si damos al punto F un desplazamiento virtual encontramos los desplazamientos de los otros puntos por relaciones geométricas.

$$\Delta_F = 1$$

$$\Delta_E = \frac{1.10}{1.80} = 0.61$$

$$\Delta_{IB} = \frac{1.00}{1.85} = 0.54$$

$$\Delta_{3A} = \frac{0.95}{1.80} = 0.53$$

$$\Delta_{IA} = \Delta_4 = \frac{\Delta_E}{3} = 0.203$$

$$\Delta_2 = \Delta_{3B} = \frac{1}{3} \Delta_F = \frac{1}{3}$$

Luego:

W_E :

$$(1) (IA): \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1.20 \cdot w \cdot 0.203 = 0.61 w$$

$$(IB): \frac{1}{2} \cdot 4.5 \cdot 1.30 \cdot w \cdot 0.54 = 1.58 w$$

$$(2) \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1.85 \cdot \frac{1}{3} = 1.54 w$$

$$(3) (3A): \frac{1}{2} \cdot 4.10 \cdot 0.50 \cdot w \cdot 0.53 = 0.54 w$$

$$(3B): \frac{1}{2} \cdot 6.83 \cdot 1.80 \cdot w \cdot \frac{1}{3} = 2.05 w$$

$$(4) \frac{1}{2} \cdot 1.83 \cdot 1.10 \cdot w \cdot 0.203 = 0.20 w$$

$$\Sigma = 6.52 w$$

W_F :

$$(1) 5 \cdot 1.73 \cdot \frac{1}{1.85} = 4.68 \text{ t-m}$$

$$(2) 5 \cdot 1.73 \cdot \frac{1}{1.85} = 4.68 \text{ t-m}$$

$$(3) 6.83 \cdot 1.73 \cdot \frac{1}{1.80} = 6.56 \text{ t-m}$$

$$(4) 1.83 \cdot 1.73 \cdot \frac{0.61}{1.10} = 1.76 \text{ t-m}$$

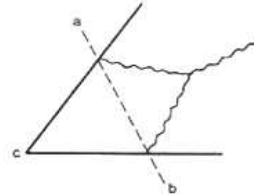
$$\Sigma = 17.68 \text{ t-m}$$

$$W_E = W_L$$

$$6.52 w = 17.68 \Rightarrow w = 2.71 \text{ t/m}^2$$

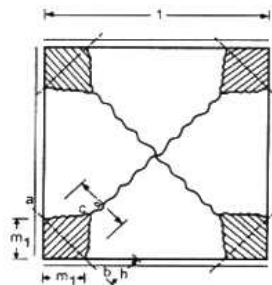
Efectos de esquina en líneas de fluencia

En el estudio anterior se ha considerado que las líneas de fluencia llegan hasta los ángulos entre dos lados que se cortan. Otra posibilidad es que las líneas de fluencia se bifurquen antes de llegar al ángulo, como se muestra en la figura adjunta.

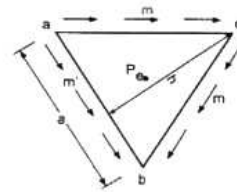


Si el ángulo de la losa está anclado ocurre que el eje de rotación es a-b y la línea ab se convierte en una línea de fluencia. Lo que quiere decir que la zona abc no se deforma.

Las distribuciones de las líneas de fluencia con líneas bifurcadas en los ángulos conducen a una menor capacidad de la losa, que aquellas que no presentan estas características. Sin embargo frecuentemente se ignora en el análisis correspondiente, debido a que el error que se comete ignorando el efecto de esquina usualmente es pequeño y el incluirlo conduce a un análisis complicado.



Análisis del ejemplo de losa cuadrada con carga uniforme repartida.



Por equilibrio:

$$\Sigma M_{ab} = 0$$

$$(m + m') a - \frac{1}{2} a h w \left(\frac{1}{3} h \right) = 0$$

$$h = \sqrt{\frac{6(m + m')}{w}} \quad (1)$$

Se tiene:

Si: $h < 1/2 \text{ diagonal} \rightarrow$ Hay efecto de esquina

Si: $h > 1/2 \text{ diagonal} \rightarrow$ No hay efecto de esquina

140

Si la esquina no está anclada el elemento triangular abc giraría alrededor del eje ab levantándose de los apoyos.

$$m' = 0 \Rightarrow \text{En (1): } h = \sqrt{\frac{6m}{w}}$$

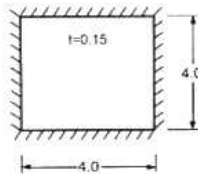
Donde:
m = Momento Unitario positivo

Aplicación N° 08:

Calcular la carga uniformemente repartida que produce la falla de una losa cuadrada de 4 m de lado, continua en sus cuatro bordes y reforzada en dos sentidos con ϕ 3/8" @ 0.25 m en la cara inferior y ϕ 3/8" @ 0.20 m en la cara superior.

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$



Solución:

Calculamos los momentos positivos y negativos por unidad de longitud.

$$m: A_s = 1/0.25 \cdot 0.71 = 2.84 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{2.84 \cdot 4200}{0.85 \cdot 210 \cdot 100} = 0.67 \text{ cm}$$

$$d_{prom} = 15 - \left(2 + \frac{2\phi}{2}\right) = 15 - (2 + 0.95) = 12.05 \text{ cm}$$

$$m = 2.84 \cdot 4.2 \left(0.1205 - \frac{0.0067}{2}\right) = 1.40 \text{ t-m/m}$$

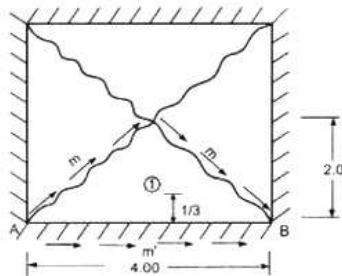
$$m': A_s = 1/0.20 \cdot 0.71 = 3.55 \text{ cm}^2$$

$$a = 0.84 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow m' = 1.73 \text{ t-m/m}$$

a) Sin considerar efectos de esquina

$$4(1.4 + 1.73) - \frac{1}{2}(4)2w \frac{1}{3}2 = 0$$



$$w = 4.70 \text{ t/m}^2$$

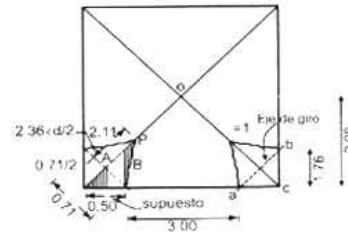
b) Considerando efectos de esquina:

Tomando un valor de: $W_E = 0.9w = 0.9 \cdot 4.70 = 4.23 \text{ t/m}^2$. En (1):

$$h = \sqrt{\frac{6(m+m')}{W_E}} = \sqrt{\frac{6(1.40+1.73)}{4.23}} = 2.11 \text{ m} < \frac{\text{diag}}{2}$$

$$\frac{\text{diag}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} L$$

Luego es posible que se bifurquen las líneas de fluencia



$$\Delta_0 = 1$$

$$\Delta_p = \frac{1.76}{2.00} \cdot 1.0 = 0.88$$

El triángulo abc trabaja como un apoyo más, ya que no se deforma, por eso no se considera para efectos de energía.

W_E :

$$(A) \quad \frac{1}{2} \cdot 0.71 \cdot 2.11 \cdot w \cdot \frac{1}{3}(0.88) = 0.220 w$$

$$(B) \quad \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot w \cdot \frac{1}{3}(1.00) = 1.333 w$$

$$A(\text{achurado}) = -w \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}(0.5) \cdot 1.76 = -0.258 w$$

$$W_E = 1.295 w$$

W_i :

$$(A) \quad (1.40 + 1.73) \cdot 0.71 \cdot \frac{0.88}{2.11} = 0.927 \text{ t-m}$$

$$(B) \quad (1.40 + 1.73) \cdot 3.0 \cdot \frac{1}{2.0} = 4.695 \text{ t-m}$$

$$W_i = 5.622 \text{ t-m}$$

$$\therefore W_E = W_i \Rightarrow w_e = 4.34 \text{ t/m}^2$$

Con respecto al valor sin considerar efectos de esquina da:

$$W_E = 0.92 w \text{ t/m}^2$$

Verificando:

$$w_A = 4.21 \text{ t/m}^2$$

$$w_B = 4.37 \text{ t/m}^2 \text{ (Conforme)}$$

Para fines prácticos se podrá diseñar sin considerar efectos de esquina tomando una seguridad disminuyendo el valor de W en un 10% a 15%.

16.3 Losas Armadas en dos Direcciones.

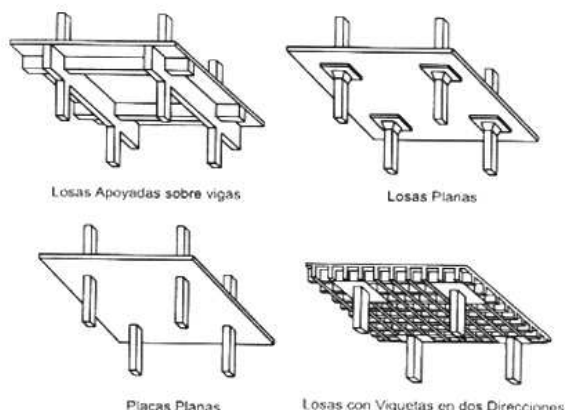
Consideraciones sobre los Procedimientos de Diseño:

El capítulo 13 del Código ACI 318-05 trata de manera especial los sistemas de losas en dos direcciones. Sus disposiciones son aplicables a: Losas apoyadas sobre vigas, losas planas, placas planas y losas con viguetas en dos direcciones (losas reticulares).



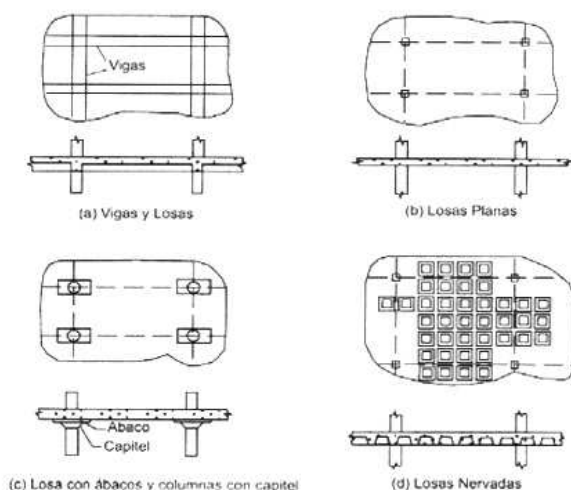
Se hace referencia específica a dos métodos: Uno semiempírico, el Método de Diseño Directo y un análisis elástico aproximado, conocido como el Método del Pórtico Equivalente.

Las disposiciones específicas de ambos métodos están limitadas en su aplicación a pórticos ortogonales sometidos a cargas debidas sólo a la gravedad. En el caso de fuerzas sísmicas lo recomendable es combinar los resultados del análisis sísmico con el análisis bajo cargas de gravedad.



Tipos de Losas Armadas en Dos Sentidos:

Vista Planta - Vista Frontal:



Criterio para el Dimensionamiento de Losas Armadas en dos Sentidos

1. Espesor mínimo de losa

El código ACI propone espesores mínimos de losa que garanticen que sus deflexiones no sean excesivas. Si los esfuerzos de corte son elevados, dicho espesor debe ser incrementado. Esta situación suele presentarse en sistemas de losas con vigas.

El espesor mínimo de losas con vigas entre apoyos, es función de α_m el cual es igual al promedio de los valores de α correspondientes a las vigas que limitan el paño. El parámetro α se determina a través de la expresión (ACI-13.0):

$$\alpha = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s}$$

Donde:

E_{cb} : Módulo de elasticidad del concreto de las vigas.

E_{cs} : Módulo de elasticidad del concreto de la losa.

I_b : Momento de inercia de la sección bruta de la viga respecto a su eje centroidal.

I_s : Momento de inercia de la sección bruta de la losa respecto a su eje centroidal cc

Si vigas y losa constituyen un sistema monolítico, se considerará que las vigas incluyen una porción de losa a cada lado, la cual será igual a la proyección de la viga sobre o por debajo de la losa, la que sea mayor y no deberá superar cuatro veces el espesor de la losa (figura 1). En la figura 2 se muestra las secciones de vigas y losas a ser consideradas en la expresión 1.

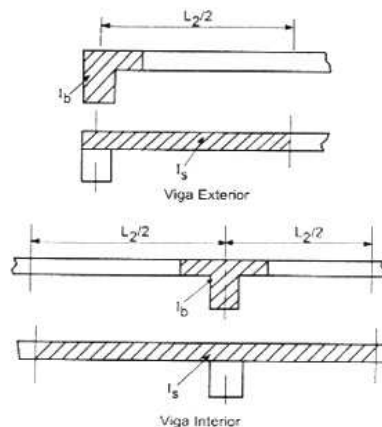


Figura 2. Secciones de losas y vigas consideradas para el cálculo de la expresión 1.

Si $a_m < 0.2$, la rigidez de las vigas es prácticamente nula y por lo tanto su presencia no se considera. En este caso, los espesores de losa se determinan haciendo uso de la tabla. Para losas con abacos $h > 10\text{cm}$. Para losas sin abacos $h > 12.5\text{cm}$.

Esfuerzo de fluencia del acero f_y (kg/cm ²)	Sin abacos		Con abacos			
	Paño exterior		Paño interior		Paño exterior	
	Sin vigas de borde	Con vigas de borde	Sin vigas de borde	Con vigas de borde	Sin vigas de borde	Con vigas de borde
2800	$L_n/33$	$L_n/36$	$L_n/36$	$L_n/36$	$L_n/40$	$L_n/40$
4200	$L_n/30$	$L_n/33$	$L_n/33$	$L_n/33$	$L_n/36$	$L_n/36$
5250	$L_n/28$	$L_n/31$	$L_n/31$	$L_n/31$	$L_n/34$	$L_n/34$

Si: $2.0 > a_m > 0.2$, el espesor de losa estará dado por la expresión:

$$h = \frac{L_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 5\beta(\alpha_m - 0.2)} > 12.5 \text{ cm.}$$

Si: $a_m > 2.0$, el espesor mínimo estará dado por la expresión:

$$h = \frac{L_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta} > 9.0 \text{ cm.}$$

El parámetro β es igual a la relación entre la mayor y menor luz libre de la losa.

En los extremos discontinuos, la losa deberá proveerse una viga de borde con un valor de a no menor que 0.8 o si no la hay, el peralte será igual al espesor determinado con las dos expresiones anteriores incrementado en un 10%.

2. Ábacos o paneles

Las dimensiones de los ábacos deberán satisfacer las condiciones presentadas en la figura 3. (ACI-13.3.7)

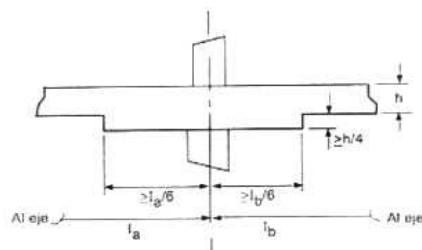


Figura 3. Provisiones para el dimensionamiento de ábacos

Para el cálculo del refuerzo negativo sobre la columna, el espesor del ábaco por debajo de la losa no se considerará mayor que un cuarto de la distancia entre la cara de la columna o capitel y el borde del ábaco. Si el espesor del ábaco es mayor, no se tomará en cuenta.

3. Capiteles

Los capiteles reducen la luz libre de los paños de la losa, sin embargo, para el diseño, esta reducción es limitada a un mínimo de 65% de la luz entre ejes de apoyos. Para el cálculo de los momentos de la losa, las dimensiones de las columnas no se considerarán mayores que las definidas por la intersección del mayor cono circular o pirámide recta que se pueda inscribir entre el capitel y la superficie interior de la losa del ábaco si es que existe y cuyos lados están inclinados 45° respecto al eje de la columna. La figura 4 muestra esta consideración más claramente.

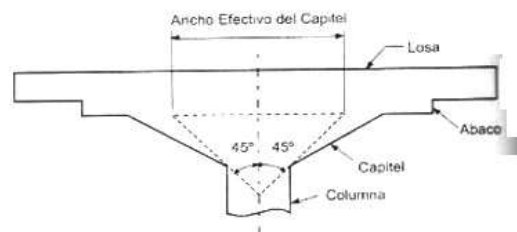


Figura 4. Ancho Efectivo de una columna provista de capitel

Los capiteles también incrementan la resistencia al punzonamiento de la unión losa-columna pues aumentan el perímetro de la columna.

Diseño de losas Armadas en dos Direcciones según el Joint Committee ASCE-ACI 1940:

Este método solo es aplicable a losas armadas en dos sentidos apoyadas en vigas o muros. Se definen los siguientes parámetros:

- L_s : luz menor del paño analizado medida centro a centro de los apoyos o luz libre mas dos veces el espesor de la losa, el que sea menor.
- L_l : luz mayor del paño analizado medida centro a centro de los apoyos o luz libre mas dos veces el espesor de la losa, el que sea menor.
- w_u : carga amplificada uniforme por unidad de área.
- m : cociente de la luz menor del paño entre la luz mayor, $m = L_s/L_l$.

La losa se considera dividida en franjas medias y franjas de columna como se muestra en la fig. La sección crítica para el máximo momento negativo se ubica en la cara de las vigas y para el máximo positivo, en el centro de los paños. Los momentos, en la dirección mayor y menor, se calculan a través de la siguiente expresión:

$$M = Cw_uL_s^2$$

El parámetro C depende de las condiciones de apoyo de la losa y se indica en la tabla 2.

El momento por unidad de ancho obtenido a través de la expresión anterior corresponde a la franja media. El momento de la franja de la columna será 2/3 del calculado para la franja media. Si el momento negativo a un lado de la viga es menor que el 80% del momento en su otro lado, los 2/3 de la diferencia se reparten a ambos lados proporcio-



nalmente a las rigideces de las losas.

El cálculo de los momentos en las vigas se efectúa haciendo uso de las siguientes cargas uniformes, equivalentes a las cargas triangulares o trapezoidales:

El cálculo de los momentos en las vigas se efectúa haciendo uso de las siguientes cargas uniformes, equivalentes a las cargas triangulares o trapezoidales:

Viga paralela a la luz L_s : $w_{equiv} = wL_s/3$
 Viga paralela a la luz L_l : $w_{equiv} = wL_s/3 \cdot (3-m^2)/2$

El cálculo de las fuerzas cortantes se efectúa empleando la distribución real de la carga sobre la viga.

Por su simplicidad este método resulta muy útil para el diseño de losas apoyadas en muros y vigas.

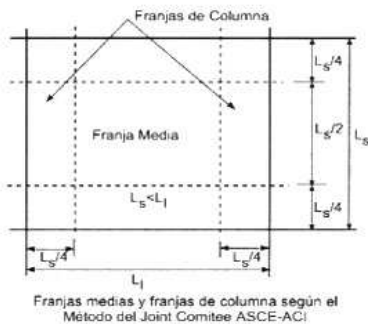


Tabla 2. Coeficientes para el Cálculo de los Momentos de diseño de losas apoyadas en vigas

Momentos	Luz Corta						Luz larga para todo m
	Valor de m						
	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	<0.5	
Panel Interior							
Momento Negativo en:							
Extremo Continuo	0.033	0.040	0.048	0.055	0.063	0.083	0.033
Extremo Discontinuo	-	-	-	-	-	-	-
Momento Positivo	0.025	0.030	0.036	0.041	0.047	0.062	0.025
Un Momento discontinuo							
Momento Negativo en:							
Extremo Continuo	0.041	0.048	0.055	0.062	0.069	0.085	0.041
Extremo Discontinuo	0.021	0.024	0.027	0.031	0.035	0.042	0.021
Momento Positivo	0.037	0.043	0.048	0.054	0.059	0.068	0.037
Tres Extremos Discontinuos							
Momento negativo en							
Extremo Continuo	0.058	0.066	0.074	0.082	0.090	0.098	0.058
Extremo Discontinuo	0.029	0.033	0.037	0.041	0.045	0.049	0.029
Momento Positivo	0.044	0.050	0.056	0.062	0.068	0.074	0.044
Cuatro Extremos Discontinuos							
Momento Negativo en:							
Extremo Continuo	-	-	-	-	-	-	-
Extremo Discontinuo	0.033	0.038	0.043	0.047	0.053	0.065	0.033

A) Método de Diseño Directo

Es un procedimiento simplificado que permite determinar los momentos de diseño de losas armadas en dos direcciones. Los elementos diseñados haciendo uso de este procedimiento satisfacen los requerimientos de resistencia de la estructura y también la mayor parte de las condiciones necesarias para un adecuado comportamiento bajo cargas de servicio.

El Método de Diseño Directo consta de tres pasos fundamentales como se muestra a continuación:

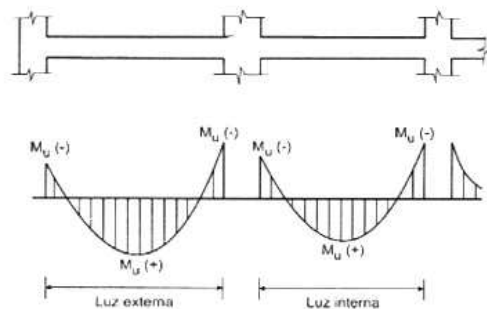
1. Determinación del momento estático factorizado total (ACI-13.6.2) igual a la suma del momento positivo al centro de la luz entre apoyos y la semisuma de los momentos negativos en ellos.

$$M_o = \frac{w_u L_2 L_n^2}{8}$$

Donde:

w_u : carga última factorizada total por unidad de área
 L_n : luz libre en la dirección de análisis de los momentos
 L_2 : luz perpendicular a la dirección de análisis

2. Distribución del momento estático total M_o a las secciones críticas para flexión positiva y negativa (ACI-13.6.3).



DISTRIBUCION DEL MOMENTO ESTATICO TOTAL PARA UN TRAMO EXTREMO

	Borde exterior sin restricción	Losas sin vigas entre los apoyos interiores		Borde exterior totalmente restringido
		Sin viga de borde	Con viga de borde	
Momento negativo interior	0.75	0.70	0.70	0.65
Momento positivo	0.63	0.57	0.50	0.35
Momento negativo exterior	0	0.16	0.26	0.65

3. Distribución de los momentos factorizados negativos y positivos en las franjas de columna e intermedias y en las vigas, si las hay (sección 13.6.4 a la 13.6.6).

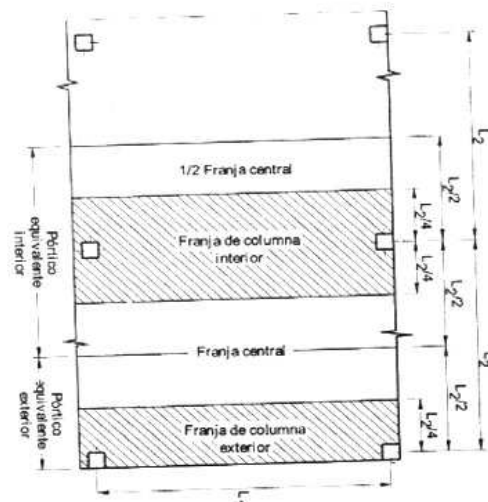
PORCENTAJE DE MOMENTO POSITIVO Y NEGATIVO QUE CORRESPONDEN A LA FRANJA DE COLUMNA

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
Momento negativo interior			
$\alpha_1 l_2/l_1 = 0$	75	75	75
$\alpha_1 l_2/l_1 \geq 1.0$	90	75	45
Momento negativo exterior			
$\alpha_1 l_2/l_1 = 0$	$\beta_1 = 0$	100	100
	$\beta_1 \geq 2.5$	75	75
$\alpha_1 l_2/l_1 \geq 1.0$	$\beta_1 = 0$	100	100
	$\beta_1 \geq 2.5$	90	45
Momento positivo			
$\alpha_1 l_2/l_1 = 0$	60	60	60
$\alpha_1 l_2/l_1 \geq 1.0$	90	75	45

Requisitos para la aplicación del método:

1. Debe haber un mínimo de tres luces continuas en cada dirección.
2. Los paneles deben ser rectangulares con una relación de las luces largas a las cortas dentro de un panel no mayor que 2.
3. Las longitudes de las luces sucesivas en cada dirección no deben diferir en más de un tercio de la luz más larga.
4. Las columnas pueden correrse con respecto a cualquier eje de columnas sucesivas un máximo del 10% de la luz respectiva en la dirección del desplazamiento.
5. Las cargas las genera únicamente la gravedad, y la carga viva no debe exceder 2 veces la carga muerta.
6. Si se utilizan vigas en los ejes de columnas, la rigidez relativa de las vigas en las dos direcciones perpendiculares, determinada por la relación $a_1 L_1^2 / a_2 L_2^2$, debe estar entre 0.2 y 5.0.

Franja de columna para $L_2 \leq L_1$:

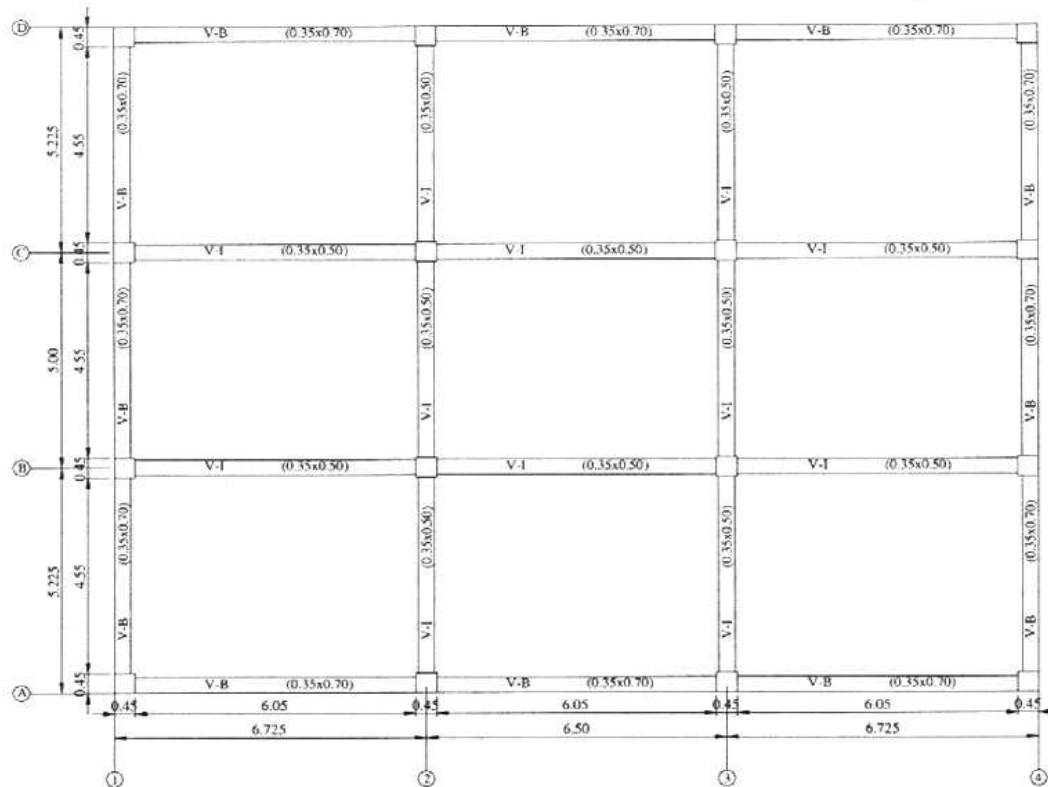
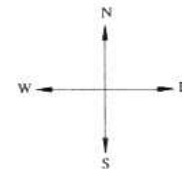


Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com
PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA
UJCM-ING.CIVIL

Aplicación N° 01:

Análisis y Diseño de una Losa Armada en dos direcciones apoyada sobre Vigas

Usando el Método de Diseño Directo, se determinará los momentos de diseño en las dos direcciones, además de diseñar los paneles de losa, para un piso intermedio de un edificio de concreto armado.



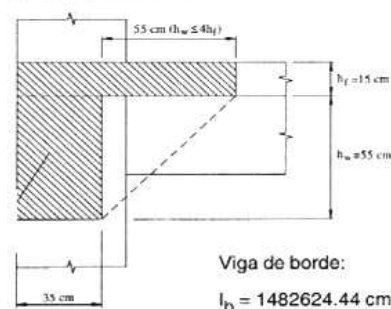
Altura de piso = 3.7 m
 Dimensiones de las vigas de borde = 35*70 cm²
 Dimensiones de las vigas interiores = 35*50 cm²
 Dimensiones de las columnas = 45*45 cm²

Espesor de la losa = 15 cm
 Carga viva de servicio = 500 kg/m²
 $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ (Para todos los elementos, concreto de peso normal)
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Cálculos y Discusiones

1. Diseño preliminar para el espesor de la losa h:

a) Control de la deflexión:



Viga de borde:

$$I_b = 1482624.44 \text{ cm}^4$$

Figura 5.1a Porción de losa que debe incluirse con la viga de borde

146

Viga interior:

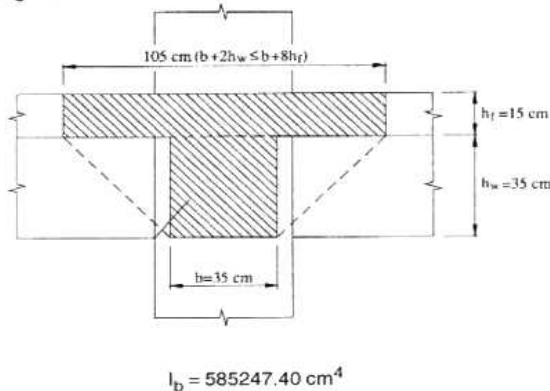


Figura 5.1b Porción de losa que debe incluirse con la viga interior

Franja de columna:

El Código del ACI divide los paños en franjas para facilitar la distribución de los momentos en ellos. La franja de columna es una franja con un ancho a cada lado del eje de las columnas igual al menor valor entre $L_1/4$ y $L_2/4$, donde L_1 y L_2 son las longitudes centro a centro del paño de la losa.

$$\frac{L_1}{4} = \frac{5}{4} = 1.25 \text{ m}$$

$$\frac{L_2}{4} = \frac{6.5}{4} = 1.63 \text{ m}$$

∴ Ancho de franja = 1.25 m

Para las franjas de losa:

En este caso es el ancho entre las líneas centrales de los paneles a cada lado de la viga.

- Para un ancho de 3.475 m (Viga de borde exterior NS):

$$\frac{6.50}{2} + \frac{0.45}{2} = 3.475$$

$$I_s = \frac{347.5 \cdot 15^3}{12} = 97734.38 \text{ cm}^4$$

- Para un ancho de 6.5 m (Viga interior NS):

$$I_s = \frac{650 \cdot 15^3}{12} = 182812.50 \text{ cm}^4$$

- Para un ancho de 2.725 m (Viga de borde exterior EW):

$$\frac{5}{2} + \frac{0.45}{2} = 2.725 \text{ m}$$

$$I_s = \frac{272.5 \cdot 15^3}{12} = 76640.63 \text{ cm}^4$$

- Para un ancho de 5 m (Viga interior EW):

$$I_s = \frac{500 \cdot 15^3}{12} = 140625 \text{ cm}^4$$

Rigidez Relativa de la Viga y de la Losa (α)

$$\alpha = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s}$$

Vigas de borde (NS):

$$\alpha = \frac{1482624.44}{97734.38} = 15.17$$

Vigas de borde (EW):

$$\alpha = \frac{1482624.44}{76640.6} = 19.35$$

Vigas interiores (NS):

$$\alpha = \frac{585247.4}{182812.5} = 3.20$$

Vigas interiores (EW):

$$\alpha = \frac{585247.4}{140625} = 4.16$$

Puesto que $\alpha > 2.0$ para todas las vigas utilizamos la expresión para este caso:

$$h = \frac{L_n \left(0.8 + \frac{f' y}{14000} \right)}{36 + 9 \beta}$$

Donde:

$$h = 13.87 \text{ cm}$$

L_n : longitud de la luz libre en la dirección larga medida cara a cara de las columnas

$$L_n = 6.5 - 0.45 = 6.05 \text{ m}$$

∴ Usando 15 cm de espesor de la losa

2. Momento factorizado en la losa:

Dirección N-S, ejes 1 y 4, considerando la franja de diseño en el borde del edificio.

- Carga muerta factorizada:

$$w_D = 1.2 \cdot (360 + 132.95) = 591.54 \text{ kg/m}^2$$

$$0.35 \cdot 0.55 \cdot \frac{2400}{\left(\frac{6.5}{2} + \frac{0.45}{2} \right)} = 132.95 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{Es el peso del alma de la viga por metro, dividido por } l_2)$$

- Carga viva factorizada:

$$w_L = 1.6 \cdot (500) = 800 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Luego: } w_U = w_D + w_L = 591.54 + 800.0 = 1391.54 \text{ kg/m}^2$$

$$\Rightarrow w_U = 1.39 \text{ t/m}^2$$

- a) Momento factorizado total por tramo:

$$M_0 = \frac{w_U L_2 L_n^2}{8}$$

$$M_0 = \frac{1.39 \cdot 3.475 \cdot 4.55^2}{8} = 12.50 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow M_0 = 12.50 \text{ t-m}$$



Se verificará las limitaciones de la sección 13.6.1.6 para la rigidez relativa de las vigas en dos direcciones perpendiculares.

Para el panel interior:

$$\alpha_1 \frac{L_2^2}{L_1^2} = \frac{15.17 \cdot 3.475^2}{4.16 \cdot 5.0^2} = 1.76$$

$0.2 < 1.76 < 5.0$ OK!

Para el panel exterior:

$$\alpha_1 \frac{L_2^2}{L_1^2} = \frac{15.17 \cdot 3.475^2}{19.35 \cdot 5.0^2} = 0.38$$

$0.2 < 0.38 < 5.0$ OK!

b) Momento factorizado negativo y positivo:

De la tabla 4-1.7, las relaciones de momento que deben aplicarse para obtener los momentos exteriores negativo, positivo y el momento negativo interior son respectivamente: 0.16, 0.57 y 0.70.

Luz interior:

Momento negativo = $0.65M_o = 8.13$ t-m

Momento positivo = $0.35M_o = 4.38$ t-m

Luz extrema:

Momento negativo exterior = $0.16M_o = 2.00$ t-m

Momento positivo = $0.57M_o = 7.13$ t-m

Momento negativo interior = $0.70M_o = 8.75$ t-m

3. Distribución de momentos factorizados en las franjas de columnas centrales:

Porcentaje del momento total negativo y positivo en la franja de columna.

La franja de columna tiene un ancho de $(5/4 + 0.45/2) = 1.475$ m

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{6.5}{5} = 1.30 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = 1.30$$

$$\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} = 15.17 \cdot \frac{6.5}{5} = 19.72 \Rightarrow \alpha_1 \frac{L_2}{L_1} = 19.72$$

De la tabla 4-1.1 (Momentos en la franja de columna como porcentaje del momento total en la sección crítica), interpolando linealmente tenemos:

Momento negativo:

La franja de columna toma el 66% del momento negativo, o sea 5.37 t-m, de los cuales las vigas toman el 85%, o sea 4.56 t-m y la losa toma el resto o sea 0.81 t-m. Los 2.76 t-m restantes se asignan a la franja central de la losa.

Momento positivo:

La franja de columna toma el 66% del momento positivo, o sea 2.89 t-m, de los cuales las vigas toman el 85%, o sea 2.46 t-m y la losa toma el resto o sea 0.43 t-m. Los 1.49 t-m restantes se asignan a la franja central de la losa.

La constante torsional para la viga de borde se encuentra a partir de la siguiente ecuación para una forma rectangular de 35×70 cm² con un ala sobresaliente de 15×55 cm². De la figura 5.1a tenemos:

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \left(\frac{x^3 y}{3} \right)$$

Donde:

x: dimensión menor

y: dimensión mayor

La restricción relativa proporcionada por la resistencia torsional de la viga de borde transversal efectiva se refleja mediante el parámetro β_t .

$$\beta_t = \frac{E_{cb} C}{2 E_{cs} I_s}$$

Donde:

$$I_s = \frac{L_2 h^3}{12}$$

$$I_s = \frac{650 \cdot 15^3}{12} = 182812.5 \text{ cm}^4 \Rightarrow I_s = 182812.5 \text{ cm}^4$$

$$\beta_t = \frac{736529.17}{2 \cdot 182812.5} = 2.01 \Rightarrow \beta_t = 2.01$$

Momento negativo exterior:

La franja de columna toma el 73% del momento negativo exterior, o sea $(2.00) \cdot 0.73 = 1.46$ t-m, de los cuales las vigas toman el 85%, o sea 1.24 t-m y la losa toma el resto o sea 0.22 t-m. Los $(2.00) \cdot 0.27 = 0.54$ t-m restantes se asignan a la franja central de la losa.

Momento positivo:

La franja de columna toma el 66% del momento positivo, o sea $(7.13) \cdot 0.66 = 4.71$ t-m, de los cuales las vigas toman el 85%, o sea 4.00 t-m y la losa toma el resto o sea 0.71 t-m. Los $(7.13) \cdot 0.34 = 2.42$ t-m restantes se asignan a la franja central de la losa.

X1 = 35 cm	X2 = 15 cm	X1 = 35 cm	X2 = 15 cm
Y1 = 55 cm	Y2 = 90 cm	Y1 = 70 cm	Y2 = 55 cm
C1 = 470910.42 cm ⁴	C2 = 90618.75 cm ⁴	C1 = 685285.42 cm ⁴	C2 = 51243.75 cm ⁴
$\Sigma C = 470910.42 + 90618.75 = 561529.17 \text{ cm}^4$		$\Sigma C = 685285.42 + 51243.75 = 736529.17 \text{ cm}^4$	

Tabla 4-1.7

Momento negativo interior:

La franja de columna toma el 66% del momento negativo interior, o sea $(8.75) \cdot 0.66 = 5.78$ t-m, de los cuales las vigas toman el 85%, o sea 4.91 t-m y la losa toma el resto o sea 0.87 t-m. Los $(8.75) \cdot 0.34 = 2.98$ t-m restantes se asignan a la franja central de la losa.

Dirección N-S, ejes 2 y 3, considerando la franja de diseño en el eje interior de las columnas.

Carga muerta factorizada:

$$w_D = 1.2 \cdot (360 + 45.23) = 486.28 \text{ kg/m}^2$$

$$0.35 \cdot 0.35 \cdot \frac{2400}{6.5} = 45.23 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Es el peso del alma de la viga por metro, dividido por } L_2)$$

Carga viva factorizada:

$$w_L = 1.6 \cdot (500) = 800 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Luego: } w_u = w_D + w_L = 486.28 + 800 = 1286.28 \text{ kg/m}^2 \\ \Rightarrow w_u = 1.29 \text{ t/m}^2$$

a) Momento factorizado total por tramo:

$$M_0 = \frac{w_u L_2 L_n^2}{8}$$

$$M_0 = \frac{1.29 \cdot 6.5 \cdot 4.55^2}{8} = 21.70 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow M_0 = 21.70 \text{ t-m}$$

Se verificará las limitaciones de la sección 13.6.1.6 para la rigidez relativa de las vigas en dos direcciones perpendiculares.

Panel interior:

$$\alpha_1 = 3.20 \quad L_2 = 6.5 \text{ m} \\ \alpha_2 = 4.16 \quad L_1 = 5.0 \text{ m}$$

$$\frac{\alpha_1 L_2^2}{\alpha_2 L_1^2} = \frac{3.20 \cdot 6.5^2}{4.16 \cdot 5.0^2} = 1.30$$

Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

$$0.2 < 1.30 < 5.0 \quad \dots\dots\dots \text{CONFORME}$$

Panel exterior:

$$\alpha_1 = 3.20 \quad L_2 = 6.5 \text{ m} \\ \alpha_2 = 19.35 \quad L_1 = 5.0 \text{ m}$$

$$\frac{\alpha_1 L_2^2}{\alpha_2 L_1^2} = \frac{3.20 \cdot 6.5^2}{19.35 \cdot 5.0^2} = 0.28$$

$$0.2 < 0.28 < 5.0 \quad \dots\dots\dots \text{CONFORME}$$

Con $L_2/L_1 = 6.5/5 = 1.30$, $\alpha_1 L_2/L_1 = 3.20 \cdot 6.5/5 = 4.16$ y $\beta_1 = 736529.17/(2 \cdot 182812.5) = 2.01$, el momento factorizado total se repartirá a las secciones de momento negativo y positivo de acuerdo con la tabla 4-1.7 y se distribuirá lateralmente a través del ancho de las secciones críticas a momento con la ayuda de la tabla 4-1.1.

Dirección E-W, ejes A y D, considerando la franja de diseño en el borde del edificio.

Carga muerta factorizada:

$$w_D = 1.2 \cdot (360 + 169.54) = 635.45 \text{ kg/m}^2$$

$$0.35 \cdot 0.55 \cdot \frac{2400}{\left(\frac{5}{2} + \frac{0.45}{2}\right)} = 169.54 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Es el peso de alma de la viga por metro, dividido por } L_2)$$

Carga viva factorizada:

$$w_L = 1.6 \cdot (500) = 800 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Luego: } w_u = w_D + w_L = 635.45 + 800.0 = 1435.45 \text{ kg/m}^2$$

$$\Rightarrow w_u = 1.44 \text{ t/m}^2$$

a) Momento factorizado total por tramo:

$$M_0 = \frac{w_u L_2 L_n^2}{8}$$

$$M_0 = \frac{1.44 \cdot 2.725 \cdot 6.05^2}{8} = 17.95 \text{ t-m}$$

	Momento factorizado (t-m)	Franja de columna				Momento en las dos medias franjas centrales (t-m) ²
		%	Momento (t-m) ¹	Momento en la viga (t-m)	Momento en la losa (t-m)	
Luz extrema:						
Negativo exterior	$0.16M_0 = 2.00$	73	1.46	1.24	0.22	0.54
Positivo	$0.57M_0 = 7.13$	66	4.71	4.00	0.71	2.42
Negativo interior	$0.70M_0 = 8.75$	66	5.78	4.91	0.87	2.98
Luz interior:						
Negativo	$0.65M_0 = 8.13$	66	5.37	4.56	0.81	2.76
Positivo	$0.35M_0 = 4.38$	66	2.89	2.46	0.43	1.49

ROBERTO MORALES MORALES

ICG, Instituto de la Construcción y Gerencia

Los momentos factorizados en las franjas de columnas y franjas centrales se resueltan como sigue:

	Momento factorizado (t-m)	Franja de columna				Momento en las dos medias franjas centrales (t-m) ²
		%	Momento (t-m) ¹	Momento en la viga (t-m)	Momento en la losa (t-m)	
Luz extrema:						
Negativo exterior	0.16M ₀ = 3.47	73	2.53	2.15	0.38	0.94
Positivo	0.57M ₀ = 12.37	66	8.16	6.94	1.22	4.21
Negativo interior	0.70M ₀ = 15.19	66	10.03	8.53	1.50	5.16
Luz interior:						
Negativo	0.65M ₀ = 14.11	66	9.31	7.91	1.40	4.3
Positivo	0.35M ₀ = 7.60	66	5.02	4.27	0.75	2.58

$$\Rightarrow M_0 = 17.95 \text{ t-m}$$

b) Momento factorizado negativo y positivo:
De la tabla 4-1.7, las relaciones de momento que deben aplicarse para obtener los momentos exteriores negativo y positivo y el momento negativo interior son respectivamente: 0.16, 0.57 y 0.70.

Luz interior:

$$\text{Momento negativo} = 0.65M_0 = 11.67 \text{ t-m}$$

$$\text{Momento positivo} = 0.35M_0 = 6.28 \text{ t-m}$$

Luz extrema:

$$\text{Momento negativo exterior} = 0.16M_0 = 2.87 \text{ t-m}$$

$$\text{Momento positivo} = 0.57M_0 = 10.23 \text{ t-m}$$

$$\text{Momento negativo interior} = 0.70M_0 = 12.57 \text{ t-m}$$

Distribución de momentos factorizados en las franjas de columnas y centrales:

Porcentaje del momento total negativo y positivo en la franja de columna.

La franja de columna tiene un ancho de $(5/4 + 0.45/2) = 1.475 \text{ m}$

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{5}{6.5} = 0.77$$

$$\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} = 19.35 \cdot \frac{5}{6.5} = 14.88$$

De la tabla 4-1.1 (Momentos en la franja de columna como porcentaje del momento total en la sección crítica), interpolando linealmente tenemos:

Momento negativo:

Que la franja de columna toma el 82% del momento negativo, o sea 9.57 t-m , de los cuales las vigas toman el 85%, o sea 8.13 t-m y la losa toma el resto o sea 1.44 t-m . Los 2.1 t-m restantes se asignan a la franja central de la losa.

Momento positivo:

Que la franja de columna toma el 82% del momento positivo, o sea 5.15 t-m , de los cuales las vigas toman el 85%, o sea 4.38 t-m y la losa toma el resto o sea 0.77 t-m . Los 1.13 t-m restantes se asignan a la franja central de la losa.

De la franja de columna en la dirección N-S, tenemos: $C = 736529.17 \text{ cm}^4$

La restricción relativa proporcionada por la resistencia torsional de la viga de borde transversal efectiva se refleja mediante el parámetro β_t .

$$\beta_t = \frac{E_{cb} C}{2E_{cs} I_s}$$

Donde:

$$I_s = \frac{L_2 h^3}{12}$$

$$I_s = \frac{500 \cdot 15^3}{12} = 140625 \text{ cm}^4$$

$$\beta_t = \frac{736529.17}{2 \cdot 140625} = 2.62$$

Momento negativo exterior:

Que la franja de columna toma el 82% del momento negativo exterior, o sea $(2.87) \cdot 0.82 = 2.35 \text{ t-m}$, de los cuales las vigas toman el 85%, o sea 2.00 t-m y la losa toma el resto o sea 0.35 t-m . Los $(2.87) \cdot 0.18 = 0.52 \text{ t-m}$ restantes se asignan a la franja central de la losa.

Momento positivo:

Que la franja de columna toma el 82% del momento positivo, o sea $(10.23) \cdot 0.82 = 8.39 \text{ t-m}$, de los cuales las vigas toman el 85%, o sea 7.13 t-m y la losa toma el resto o sea 1.26 t-m . Los $(10.23) \cdot 0.18 = 1.84 \text{ t-m}$ restantes se asignan a la franja central de la losa.

Momento negativo interior:

Que la franja de columna toma el 82% del momento negativo interior, o sea $(12.57) \cdot 0.82 = 10.31 \text{ t-m}$, de los

cuales las vigas toman el 85%, o sea 8.76 t-m y la losa toma el resto o sea 1.55 t-m. Los $(12.57) \cdot 0.18 = 2.26$ t-m restantes se asignan a la franja central de la losa.

Dirección E-W, ejes B y C, considerando la franja de diseño en el eje interior de las columnas.

Carga muerta factorizada:
 $w_D = 1.2 \cdot (360 + 58.8) = 502.56 \text{ kg/m}^2$

$0.35 \cdot 0.35 \cdot \frac{2400}{5} = 58.8 \text{ kg/m}^2$ (Es el peso del alma de la viga por metro, dividido por L_2)

Carga viva factorizada:

$w_L = 1.6 \cdot (500) = 800 \text{ kg/m}^2$

Luego: $w_u = w_D + w_L = 502.56 + 800 = 1302.56 \text{ kg/m}^2$

$\Rightarrow w_u = 1.30 \text{ t/m}^2$

a) Momento factorizado total por tramo:

$$M_o = \frac{w_u L_2 L_n^2}{8}$$

$$M_o = \frac{1.30 \cdot 5 \cdot 6.05^2}{8} = 29.74 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow M_o = 29.74 \text{ t-m}$$

Con $L_2/L_1 = 5/6.5 = 0.77$, $\alpha_1 L_2/L_1 = 4.16 \cdot 5/6.5 = 3.20$ y $\beta_1 = 736529.17/(2 \cdot 140625) = 2.62$, el momento factorizado total se repartirá a las secciones de momento negativo y positivo de acuerdo con la tabla 4-1.7 y se distribuirá lateralmente a través del ancho de las secciones críticas a momento con la ayuda de la tabla 4-1.1.

1 Puesto que $\alpha_1 L_2/L_1 > 1.0$, las vigas deben proporcionarse una resistencia del 85 % del momento en la franja de columna de acuerdo con la sección 13.6.5.1 del Código ACI.

2 La porción del momento factorizado no resistida por la franja de columna, se asignará a las dos medias franjas centrales.

Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

	Momento Factorizado (t-m)	Fanja de columna				Momentos en las dos medidas franjas centradas (t-m) ²
		%	Momento (t-m) ¹	Momento en la Viga (t-m)	Momento en la losa (t-m)	
Luz extrema:						
Negativo Exterior	$0.16 M_o = 2.87$	82	2.35	2.00	0.35	0.52
Positivo	$0.57 M_o = 10.23$	82	8.39	7.13	1.26	1.84
Negativo Interior	$0.70 M_o = 12.57$	82	10.31	8.76	1.55	2.26
Luz interior						
Negativo	$0.65 M_o = 11.67$	82	9.57	8.13	1.44	2.1
Positivo	$0.35 M_o = 6.28$	82	5.15	4.38	0.77	1.13

Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

	Momento Factorizado (t-m)	Fanja de columna				Momentos en las dos medidas franjas centradas (t-m) ²
		%	Momento (t-m) ¹	Momento en la Viga (t-m)	Momento en la losa (t-m)	
Luz extrema:						
Negativo Exterior	$0.16 M_o = 4.76$	82	3.90	3.32	0.58	0.86
Positivo	$0.57 M_o = 16.95$	82	13.9	11.82	2.08	3.05
Negativo Interior	$0.70 M_o = 20.82$	82	17.07	14.51	2.56	3.75
Luz interior						
Negativo	$0.65 M_o = 19.33$	82	15.85	13.47	2.38	3.48
Positivo	$0.35 M_o = 10.41$	82	8.54	7.26	1.28	1.87



4. Momento factorizado en las columnas:

Analizando para la dirección N-S, ejes 2 y 3, tenemos:

a) Columnas interiores

Con luces iguales en la dirección de análisis y luces iguales en la dirección transversal.

$$M_u = 0.07 \left(0.5 w_L L_2 L_n^2 \right)$$

$$M_u = 0.07 [0.5 (1.7 \cdot 0.50) \cdot 6.5 \cdot 4.55^2] = 4.0 \text{ t-m}$$

Con el mismo tamaño de la columna y longitud sobre y debajo de la losa.

$$M_t = \frac{4.0}{2} = 2.0 \text{ t-m}$$

Este momento se combina con la carga axial factorizada (para cada piso) para el diseño de las columnas interiores.

b) Columnas exteriores:

El momento negativo exterior total de la losa-viga es transferido a las columnas exteriores; con el mismo tamaño de la columna y longitud sobre y debajo del sistema de losa:

$$M_c = \frac{3.82}{2} = 1.91 \text{ t-m} \Rightarrow M_c = 1.91 \text{ t-m}$$

5. Resistencia al corte:

a) Vigas:

Puesto que $\alpha_1 L_2 / L_1 > 1.0$ para todas las vigas, deben resistir el cortante total ($b_w = 35 \text{ cm}$, $d = 44 \text{ cm}$).

Se verificará sólo las vigas interiores, porque ellos transportan fuerzas cortantes mucho más altas que las vigas de borde.

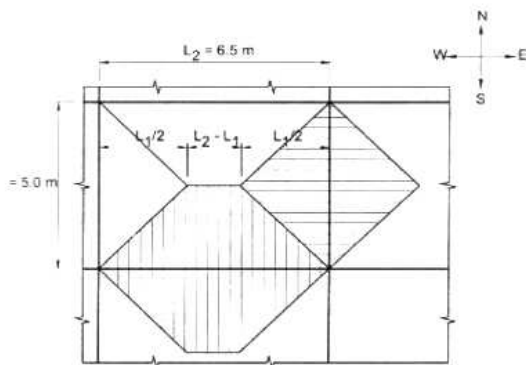


Figura 5.1c Áreas tributarias para cálculos de cortante
Vigas NS:

$$V_u = \frac{1}{2} w_u L_1 \frac{L_1}{2} = \frac{w_u L_1^2}{4}$$

Vigas EW:

$$V_u = \frac{1}{2} w_u \frac{L_1 L_1}{2} 2 + w_u (L_2 - L_1) \frac{L_1}{2}$$

$$V_u = \frac{w_u L_1}{4} (L_1 + 2L_2 - 2L_1) = \frac{w_u L_1}{4} (2L_2 - L_1)$$

Vigas NS:

$$V_u = \frac{w_u L_1^2}{4}$$

$$V_u = \frac{1.42 \cdot 5.0^2}{4} = 8.88 \text{ t}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$\phi V_c = 0.75 \cdot 0.53 \cdot \sqrt{280} \cdot 35 \cdot 44 / 1000 = 10.24 \text{ t}$$

$$\phi V_c = 10.24 \text{ t} > V_u = 8.88 \text{ t} \dots\dots\dots \text{CONFORME}$$

Sólo se requiere refuerzo mínimo de corte

Vigas EW:

$$V_u = \frac{w_u L_1 (2L_2 - L_1)}{4}$$

$$V_u = \frac{1.42 \cdot 5 (2 \cdot 6.5 - 5)}{4} = 14.2 \text{ t}$$

$$\phi V_c = 10.24 \text{ t} < V_u = 14.2 \text{ t} \dots\dots\dots \text{CONFORME}$$

La resistencia requerida al corte, será proporcionada por el refuerzo de corte

$$V_s = \frac{(V_u - \phi V_c)}{\phi}$$

$$V_s = \frac{(14.20 - 11.61)}{0.75} = 3.45 \text{ t}$$

b) Losas: ($b_w = 100 \text{ cm}$, $d = 12 \text{ cm}$)

$$V_u = 5 \frac{w_u L_1}{2}$$

$$V_u = \frac{1.42 \cdot 5}{2} = 3.55 \text{ t}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$\phi V_c = 0.75 \cdot 0.53 \cdot \sqrt{280} \cdot 100 \cdot 12 / 1000 = 7.99 \text{ t}$$

$$\phi V_c = 7.99 \text{ t} > V_u = 3.55 \text{ t} \dots\dots\dots \text{CONFORME}$$

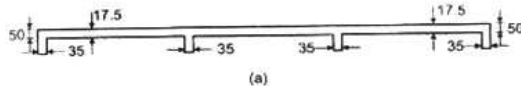
La resistencia al cortante de la losa es adecuada sin el refuerzo por corte

7. Las vigas de borde deben diseñarse para resistir el momento no transferido a las columnas exteriores por las vigas interiores, de acuerdo con la sección 11.6 del Código ACI.

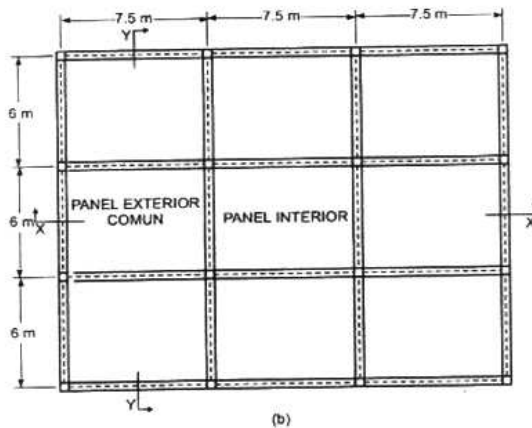
Diseño de una Losa Armada en dos direcciones y con vigas de borde

Aplicación:

Un sistema de piso armado en dos direcciones para un edificio de concreto armado está compuesto por paneles de losa con dimensiones $6 \times 7.5 \text{ m}^2$ en planta, apoyados en vigas peraltadas en los ejes de columnas y vaciadas monolíticamente con la losa, como aparece en la figura. Utilizando concreto con $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ y acero con $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$, diseñe un panel exterior común para soportar una carga viva de servicio de 600 kg/m^2 , además del propio peso del piso.



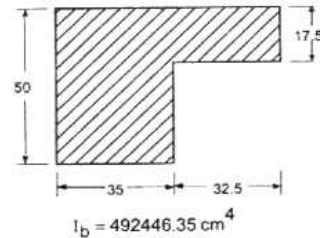
Figura, losa de piso armada en dos direcciones con vigas en los ejes de columnas; (a) Sección X-X (la sección Y-Y es similar); (b) Planta parcial del piso.



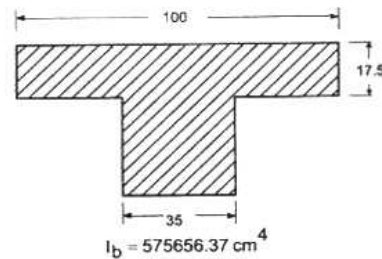
Solución:

El sistema de piso satisface todos los límites establecidos en el Método de Diseño Directo del código ACI. Con propósitos ilustrativos, se diseñará únicamente un panel exterior común como se ilustra en la figura. Los límites de espesor que indica el código ACI, se utilizarán como guía para obtener el espesor deseado de la losa. Para utilizar las ecuaciones que indica el código (referidas al espesor) se introducirá un valor tentativo de $h = 17.5 \text{ cm}$ y se supondrán las dimensiones de las vigas en $35 \times 50 \text{ cm}^2$ como en la figura. La proyección efectiva del ala más allá de la cara de las almas de las vigas es la menor de $4h_f$ o $h - h_f$, que en este caso es igual a 32.5 cm . Los momentos de inercia de las vigas T, se determinarán con respecto a su centro de gravedad.

Viga de Borde (Exterior)



Viga Interior



Franja de Columna

El código del ACI divide los paños en franjas para facilitar la distribución de los momentos en ellos. La franja de columna es una franja con un ancho a cada lado del eje de las columnas igual al menor valor entre $L_1/4$ y $L_2/4$, donde L_1 y L_2 son las longitudes centro a centro del paño de la losa.

$$\frac{L_1}{4} = \frac{7.5}{4} = 1.875 \text{ m}$$

$$\frac{L_2}{4} = \frac{6}{4} = 1.5 \text{ m}$$

∴ Ancho de franja = 1.5 m

Para las Franjas de Losa

En este caso es el ancho entre las líneas centrales de los paneles a cada lado de la viga.

- Para un ancho de 3.93 m (Viga de borde exterior):

$$I_s = \frac{393 \cdot 17.5^3}{12} = 175519.53 \text{ cm}^4$$

- Para un ancho de 6 m:

$$I_s = \frac{600 \cdot 17.5^3}{12} = 267968.75 \text{ cm}^4$$

- Para un ancho de 7.5 m:

$$I_s = \frac{750 \cdot 17.5^3}{12} = 334960.94 \text{ cm}^4$$

Rígidez relativa de la Viga y de la Losa (α)

$$\alpha = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s}$$



Para la viga de borde:

$$\alpha_m = \frac{492446.35}{175519.53} = 2.8$$

Para las dos vigas de 7.5 m de largo:

$$\alpha_m = \frac{575656.37}{267968.75} = 2.1$$

Para la viga de 6 m de largo:

$$\alpha_m = \frac{575656.37}{334960.94} = 1.7$$

Rigidez Promedio (α_m)

$$\alpha_m = \frac{2.8 + 2.1 + 1.7}{3} = 2.2 \Rightarrow \alpha_m = 2.2$$

Relación entre la luz libre en dirección larga y la luz libre en la corta (β)

Luz larga = 750 - 35 = 715 cm
Luz corta = 600 - 35 = 565 cm

$$\beta = \frac{715}{565} = 1.27 \Rightarrow \beta = 1.27$$

Espesor mínimo de la losa

$$h = \frac{L_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta}$$

$0.2 < \alpha_m < 2$
 $h > 12.5$ cm

Donde:
 L_n : Luz libre en dirección larga en cm
 $L_n = 750 - 35 = 715$ cm

El espesor mínimo no debe ser menor que el determinado por la ecuación.

$$h = \frac{L_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta}$$

$$h = \frac{715 \left(0.8 + \frac{4200}{14000} \right)}{36 + 9 \cdot 1.27} = 16.58 \text{ cm}$$

$\Rightarrow h = 16.58$ cm

y el límite necesita no ser mayor que el valor de la ecuación:

$$h = \frac{L_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36}$$

$$h = \frac{715 \left(0.8 + \frac{4200}{14000} \right)}{36} = 21.85 \text{ cm}$$

$\Rightarrow h = 21.85$ cm

* Para losas con vigas de borde rígidas relativamente altas, con valores de $\alpha_m \geq 2$, la ecuación que controla es:

$$h = \frac{L_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta}$$

De donde:

$h = 16.58$ cm (mínimo)

El límite de 9 cm de la ecuación si $\alpha_m \geq 2 \Rightarrow 9$ cm (mínimo).

Evidentemente no controla en este caso y el espesor tentativo adoptado de 17.5 cm será la base para los demás cálculos.

Sea:

$w_c = 2400$ kg/m³ (peso específico del concreto)

Para una losa de 17.5 cm la carga muerta es:

$$w_D = \left(\frac{17.5}{100} \right) \cdot 2400 = 420 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Carga viva:

$$w_L = 600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Si se aplican los coeficientes de carga usuales para obtener las cargas de diseño, se obtiene:

$$w_U = 1.2w_D + 1.6w_L$$

$$w_U = 1.2 \cdot 420 + 1.6 \cdot 600 = 1464 \text{ kg/m}^2$$

$\Rightarrow w_U = 1.464$ t/m²

Momento estático total para cargas mayoradas

$$M_o = \frac{w_U L_2 L_n^2}{8}$$

Donde:

L_n : Se define como la luz en la dirección del análisis de los momentos

L_2 : Se define como la luz en la dirección transversal

Para la dirección de la luz corta considerando la franja de losa y viga centrada en el eje interior de columnas, el momento estático total de diseño es:

$$M_o = \frac{1.464 \cdot 7.5 \cdot 5.65^2}{8} = 43.81 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$\Rightarrow M_o = 43.81$ t-m

Esto se distribuye de la siguiente manera:

Momento Negativo de Diseño = $43.81 \cdot 0.65 = 28.48$ t-m

Momento Positivo de Diseño = $43.81 \cdot 0.35 = 15.33 \text{ t-m}$

La franja de columna tiene un ancho de $2 \cdot 6/4 = 3 \text{ m}$

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{7.5}{6} = 1.25$$

$$\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} = 1.7 \cdot \frac{7.5}{6} = 2.13$$

Tabla, factores de distribución aplicados al momento estático M_0 para calcular momentos positivos y negativos en la luz extrema.

	Borde exterior sin restricción	Losa con vigas entre todos los apoyos	Losas sin vigas entre los apoyos interiores		Borde exterior totalmente restringido
			Sin viga de borde	Con viga de borde	
Momento negativo interior	0.75	0.7	0.7	0.7	0.65
Momento positivo	0.63	0.57	0.52	0.5	0.35
Momento negativo exterior	0	0.16	0.26	0.3	0.65

Tabla, momentos en la franja de columna como porcentaje del momento total en la sección crítica.

	L_2/L_1		
	0.5	1.0	2.0
Momento negativo interior			
$\alpha_1 L_2/L_1 = 0$	75	75	75
$\alpha_1 L_2/L_1 \geq 1.0$	90	75	45
Momento negativo exterior			
$\alpha_1 L_2/L_1 = 0$ $\beta_1 = 0$	100	100	100
$\beta_1 \geq 2.5$	75	75	75
$\alpha_1 L_2/L_1 \geq 1.0$ $\beta_1 = 0$	100	100	100
$\beta_1 \geq 2.5$	90	75	45
Momento positivo			
$\alpha_1 L_2/L_1 = 0$	60	60	60
$\alpha_1 L_2/L_1 \geq 1.0$	90	75	45

Los factores de distribución para el momento de la franja de columna, se obtendrá a partir de la tabla.

Interpolando linealmente tenemos:

Momento Negativo

Que la franja de columna toma el $67.5 \approx 68\%$ del momento negativo, o sea 19.37 t-m , de los cuales las vigas toman el 85% , o sea 16.46 t-m y la losa toma el resto o sea 2.91 t-m . Los 9.11 t-m restantes se asignan a la franja central de la losa.

Momento Positivo

Que la franja de columna toma el $67.5 \approx 68\%$ del momento positivo, o sea 10.42 t-m , de los cuales las vigas toman el 85% , o sea 8.86 t-m y la losa toma el resto o sea 1.56 t-m . Los 4.91 t-m restantes se asignan a la franja central de la losa.

Un análisis similar se realiza para la dirección de luz corta, teniendo en cuenta la franja de losa y viga en el borde del edificio, con base en un momento estático total de diseño igual a:

$$M_0 = \frac{1.464 \cdot 3.93 \cdot 5.65^2}{8} = 22.96 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow M_0 = 22.96 \text{ t-m}$$

Del cual el 65% se asigna a la sección de flexión negativa y el 35% a la sección de flexión positiva, como antes:

Momento Negativo de Diseño = $22.96 \cdot 0.65 = 14.24 \text{ t-m}$
Momento Positivo de Diseño = $22.96 \cdot 0.35 = 8.72 \text{ t-m}$

En este caso:

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{7.5}{6} = 1.25$$

$$\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} = 2.8 \cdot \frac{7.5}{6} = 3.5$$

Momento Negativo

Que la franja de columna toma el $67.5 \approx 68\%$ del momento negativo, o sea 9.68 t-m , de los cuales las vigas toman el 85% , o sea 8.23 t-m y la losa toma el resto o sea 1.45 t-m . Los 4.56 t-m restantes se asignan a la franja central de la losa.

Momento Positivo

Que la franja de columna toma el $67.5 \approx 68\%$ del momento positivo, o sea 5.93 t-m , de los cuales las vigas toman el 85% , o sea 5.04 t-m y la losa toma el resto o sea 0.89 t-m . Los 2.79 t-m restantes se asignan a la franja central de la losa.

Momento estático total de diseño en la dirección larga del panel exterior, es:

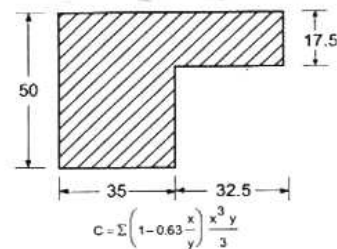
$$M_0 = \frac{1.464 \cdot 6 \cdot 7.5^2}{8} = 61.76 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow M_0 = 61.65 \text{ t-m}$$

Este se repartirá a las secciones de momento negativo y positivo de acuerdo con la tabla y se distribuirá lateralmente a través del ancho de las secciones críticas de momento con la ayuda de la tabla.

De la tabla, las relaciones de momento que deben aplicarse para obtener los momentos exteriores negativo y positivo y el momento negativo interior son respectivamente: 0.16 , 0.57 y 0.70 .

La constante torsional para la viga de borde se encuentra a partir de la siguiente ecuación para una forma rectangular de $35 \cdot 50 \text{ cm}$ con un ala sobresaliente de $17.5 \cdot 32.5 \text{ cm}$.





Donde:

x: dimensión menor

y: dimensión mayor

$$C = \left(1 - 0.63 \cdot \frac{35}{50}\right) \frac{35^3 \cdot 50}{3}$$

$$+ \left(1 - 0.63 \cdot \frac{17.5}{32.5}\right) \frac{17.5^3 \cdot 32.5}{3} = 437816.28 \text{ cm}^4$$

$$\Rightarrow C = 437816.28 \text{ cm}^4$$

En este caso:

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{6}{7.5} = 0.8 \quad \Rightarrow \quad \frac{L_2}{L_1} = 0.8$$

$$\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} = 2.1 \cdot \frac{6}{7.5} = 1.7 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 \frac{L_2}{L_1} = 1.7$$

La restricción relativa proporcionada por la resistencia torsional de la viga de borde transversal efectiva se refleja mediante el parámetro β_t .

$$\beta_t = \frac{E_{cb} C}{2 E_{cs} I_s}$$

En el problema:

$$\beta_t = \frac{437816.28}{2 \cdot 267968.75} = 0.82$$

Momento Negativo Exterior

El factor de distribución para el momento de la franja de columna, se obtendrá a partir de la tabla.

Que la franja de columna toma el 93% del momento negativo exterior, o sea $(61.76 \cdot 0.16) \cdot 0.93 = 9.19 \text{ t-m}$, de los cuales las vigas toman el 85%, o sea 7.81 t-m y la losa toma el resto o sea 1.38 t-m . Los $(61.76 \cdot 0.16) \cdot 0.07 = 0.69 \text{ t-m}$ restantes se asignan a la franja central de la losa.

Momento Positivo

Que la franja de columna toma el 81% del momento positivo, o sea $(61.76 \cdot 0.57) \cdot 0.81 = 28.51 \text{ t-m}$, de los cuales las vigas toman el 85%, o sea 24.23 t-m y la losa toma el resto o sea 4.28 t-m . Los $(61.76 \cdot 0.57) \cdot 0.19 = 6.69 \text{ t-m}$ restantes se asignan a la franja central de la losa.

Momento Negativo Interior

Que la franja de columna toma el 81% del momento negativo interior, o sea $(61.76 \cdot 0.70) \cdot 0.81 = 35.02 \text{ t-m}$, de los cuales las vigas toman el 85%, o sea 29.77 t-m y la losa toma el resto o sea 5.25 t-m . Los $(61.76 \cdot 0.70) \cdot 0.19 = 8.25 \text{ t-m}$ restantes se asignan a la franja central de la losa.

Refuerzo de la losa

Es conveniente tabular el refuerzo de diseño de la losa.

- En la dirección de 7.5 m, las dos medias franjas de columna pueden combinarse con el propósito de realizar los cálculos en una sola franja de 265 cm de ancho.
- En la dirección de 6 m, la media franja de columna exterior y la media franja de columna interior generalmente son diferentes y se tratan en forma independiente.

Los momentos de diseño determinados con base en las distribuciones anteriores se resumen en la columna 3 de la tabla.

Primero se colocará el acero positivo en la dirección corta, seguido de las barras positivas en la dirección larga. Si se deja una distancia libre de 2 cm por debajo del acero y se utilizan barras de $\phi 1/2"$, el espesor efectivo en la dirección corta será de 15 cm mientras que en la larga será de 14 cm; una situación similar se obtiene para el acero superior.

Después de calcular los momentos de diseño por metro de franja de losa (columna 6); debe encontrarse el espesor efectivo mínimo de losa que se requiere por razones de flexión.

Para las resistencias de los materiales utilizados, la máxima cuantía determinada de acero es:

$$0.75 \rho_b = 0.02125$$

Donde:

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{6000}{6000 + f_y}$$

$$\rho_b = 0.85 \cdot 0.85 \cdot \frac{280}{4200} \cdot \frac{6000}{6000 + 4200} = 0.02833$$

$$\rho_b = 0.02833 \quad \Rightarrow \quad 0.75 \rho_b = 0.02125$$

- Luz de 7.5 m:

$$b = \left(\frac{600}{4} - \frac{35}{2} \right) \cdot 2 = 265 \text{ cm}$$

- Luz de 6 m:

$$b = \left(\frac{600}{4} - \frac{35}{2} \right) = 132.5 \text{ cm}$$

Observese que debe proveerse una área mínima de acero igual a 0.0018 veces el área bruta de concreto para control del agrietamiento por temperatura y retracción de fraguado. Para una franja de losa de 100 cm el área correspondiente es:

$$0.0018 \cdot 17.5 \cdot 100 = 3.15 \text{ cm}^2$$

Expresado en términos de la cuantía de acero mínima para los espesores efectivos reales, se obtiene:

- En dirección de 7.5 m:

$$\rho_{min} = \frac{3.15}{14 \cdot 100} = 0.0023$$

- En dirección de 6 m:

$$\rho_{min} = \frac{3.15}{15 \cdot 100} = 0.0021$$

Estos requisitos controlan en los sitios indicados en la tabla el área total de acero en cada franja. Se obtiene fácilmente a partir de la cuantía de acero y está determinada en la columna 8.

Finalmente se obtiene la cantidad necesaria de barras. Obsérvese que en dos sitios, la cantidad exigida de barras la controlan los requisitos de espaciamiento máximo de 2 * 17.5 = 35 cm.

La capacidad a cortante de la losa se verifica con base en las áreas tributarias. A una distancia d de la cara de la viga larga.

$$V_u = 1.464 \left(3 - \frac{0.35}{2} - 0.15 \right) = 3.92 \text{ t}$$

La resistencia a cortante de diseño de la losa es

$$\phi V_c = 0.75 \cdot 0.53 \sqrt{f_c} b_w d$$

Donde:

$$b_w = 100 \text{ cm} \quad d = 15 \text{ cm}$$

$$\phi V_c = 0.85 \cdot 0.53 \sqrt{280} \cdot 100 \cdot 15 / 1000 = 9.98 \text{ t}$$

$$V_u = 3.92 \text{ t} < \phi V_c = 9.98 \text{ t} \quad \text{CONFORME}$$

Tabla, diseño del refuerzo de la losa.

(1)	(2) Ubicación	(3) M_u (t-m)	(4) b (cm)	(5) d (cm)	(6) M_u/b (t-m/m)	(7) ρ	(8) A_s (cm ²)	(9) Cantidad de barras $\phi 1/2"$
Luz de 7.5 m las dos medias franjas de columna	Exterior Negativa	1.38	265	14	0.5208	0.0023*	8.53	7
	Positiva	4.28	265	14	1.6151	0.0023*	8.53	7
	Interior Negativa	5.25	265	14	1.9811	0.0027	10.17	9
Franja central	Exterior Negativa	0.69	300	14	0.2300	0.0023*	9.66	8**
	Positiva	6.69	300	14	2.2300	0.0031	12.98	11
	Interior Negativa	8.21	300	14	2.7367	0.0038	16.04	13
Luz de 6 m media franja de columna exterior	Negativa	1.45	132.5	15	1.0943	0.0021*	4.17	4
	Positiva	0.89	132.5	15	0.6717	0.0021*	4.17	4
Franja central	Negativa	9.11	450	15	2.0244	0.0027	18.08	15
	Positiva	4.91	450	15	1.0911	0.0021*	14.18	12**
Media franja de columna exterior	Negativa	1.60	132.5	15	1.2075	0.0021*	4.17	4
	Positiva	0.86	132.5	15	0.6491	0.0021*	4.17	4

(*) corresponde a: cuantía de acero controlada por los requisitos de retracción de fraguado y temperatura.

(**) corresponde a: cantidad de barras controlada por los requisitos de espaciamiento máximo.

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com

PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA

UJCM-ING.CIVIL

Método del Pórtico Equivalente

Descripción del Método:

Es un procedimiento para el análisis de sistemas de losas armadas en dos direcciones más elaborado que el método directo, el cual considera un análisis elástico para la determinación de momentos. En este método la estructura se divide, para efectos analíticos, en pórticos continuos centrados en los ejes de columnas y extendiéndose, tanto longitudinal como transversalmente.

Este método se basa en la transformación de la estructura bidimensional en una serie de sistemas bidimensionales denominados pórticos equivalentes (ver figura 3.1), centrados en los ejes de las columnas o de los apoyos, con cada pórtico extendiéndose hasta la altura total de la estructura. El ancho de cada pórtico equivalente está limitado por los ejes centrales de los paneles adyacentes, además de que estos son capaces de reproducir el comportamiento del conjunto si se toman algunas provisiones en la determinación de sus propiedades.

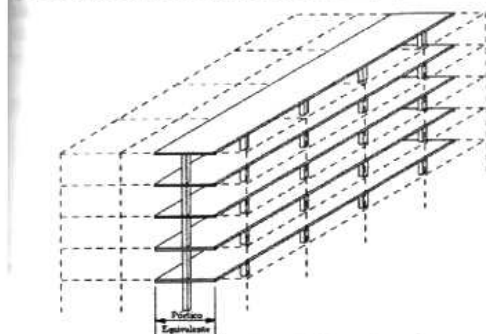


Figura 3.1 Sistema de pórticos bidimensionales

El pórtico equivalente, está constituido por tres elementos básicos los cuales se presentan en la figura 3.2 y son:

1. Las franjas de losa limitadas por las líneas centrales de los paños adyacentes al eje en estudio. Las vigas dirigidas en la dirección del pórtico se consideran parte de ellas al igual que los ábacos que pudieran existir sobre las columnas.
2. Las columnas u otros soportes verticales alineados a lo largo del eje analizado. En caso de que la losa sea sostenida por capiteles, se considera que éstos forman parte de la columna. La longitud de la columna es evaluada al eje de las losas de niveles consecutivos.
3. Los elementos de la estructura que transmiten los momentos de la losa a la columna, son transversales a la dirección de análisis y se extienden a todo lo ancho de la franja de losa. Son denominados también elementos de rigidez torsional.

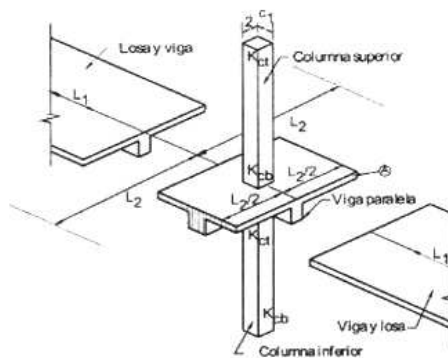


Figura 3.2 Elementos que constituyen el pórtico equivalente

Consideraciones para la Aplicación del Método:

1. Debe considerarse que la estructura está constituida por pórticos equivalentes a lo largo de ejes de columnas tomadas longitudinal y transversalmente a través de la estructura.
2. Cada pórtico debe consistir en una hilera de columnas o apoyos y franjas de viga-losa limitadas lateralmente por el eje central de la losa a cada lado del eje de las columnas o los apoyos.
3. Debe suponerse que las columnas o apoyos están unidos a las franjas de viga-losa mediante elementos torsionales (ACI-13.7.5) transversales a la dirección del tramo para el cual se están determinando los momentos, extendiéndose hasta los ejes centrales de las losas laterales a cada lado de la columna.
4. Los pórticos adyacentes y paralelos a un borde deben estar limitados por dicho borde y el eje central de la losa adyacente.
5. Se permite el análisis de cada pórtico equivalente en su totalidad. Alternativamente, para cargas gravitacionales, se permite un análisis de cada piso o techo con sus extremos lejanos considerados como empotrados.
6. Cuando las vigas-losa son analizadas separadamente, se permite determinar el momento en un apoyo dado suponiendo que la viga losa está empotrada en cualquier apoyo distante dos vanos del considerado, siempre que la losa continúe más allá de dicho punto.

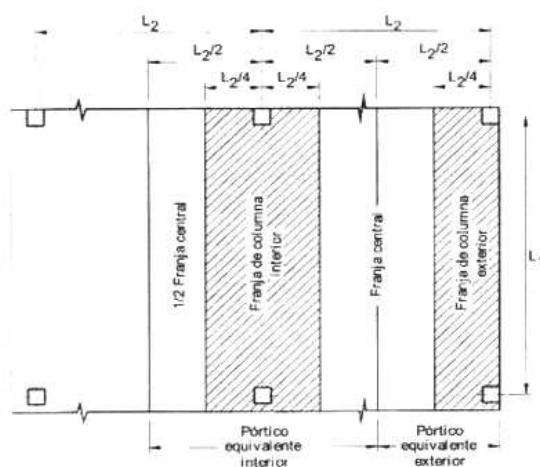


Figura 3.3 Franjas de diseño del pórtico equivalente

Cálculo del Momento Total en ambos sentidos de la Losa:

Definida la geometría y las rigideces efectivas de la franja de la viga losa y de los apoyos, el análisis del pórtico equivalente puede llevarse a cabo mediante el método de distribución de momentos. En general el pórtico se analiza en su totalidad, sin embargo, si sólo se consideran cargas de gravedad, es posible analizar cada nivel por separado. En este caso, se asume que los extremos de las columnas del nivel correspondiente se encuentran empotrados en los extremos opuestos a la losa.

Una vez determinados los momentos de diseño positivos y negativos, falta distribuirlos a lo ancho de las secciones críticas. Para fines de diseño, el ancho total de la franja se divide en franjas de columna y medias franjas centrales adyacentes, definidas previamente y los momentos se suponen constantes dentro de los límites de cada una de ellas. La distribución de momentos a las franjas de columna y a las franjas centrales se realiza utilizando los mismos porcentajes determinados con relación al Método de Diseño Directo. Estos se resumen en la tabla 4-1.1 del capítulo IV.

La distribución de momentos y cortantes a vigas en los ejes de columnas, si éstas existen, se realiza también según los procedimientos del Método de Diseño Directo. La restricción N° 6 para la aplicación del Método de Diseño Directo, relacionada con la rigidez relativa de vigas en los ejes de columnas en las dos direcciones, también es aplicable en este caso si se utilizan estas relaciones de distribución. En apoyos interiores, la sección crítica para el momento negativo factorizado (tanto en la franja de columna como en las franjas intermedias) se debe tomar en el borde de los apoyos rectilíneos, pero a no más de $0.175L_1$ del centro de la columna. En los apoyos exteriores provistos de ménsulas o capiteles, la sección crítica para el momento negativo factorizado en el tramo perpendicular

a un borde, debe considerarse situada a una distancia del borde del elemento de soporte no mayor de $1/2$ de la proyección de la ménsula o capitel más allá de la cara del elemento de apoyo (ver figura 3.4).

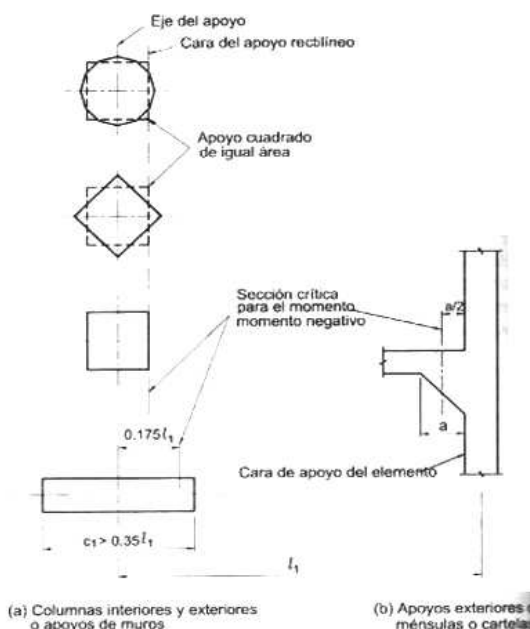


Figura 3.4 Sección crítica para la determinación del momento negativo de diseño

A través de las tablas 4-2.1 hasta la 4-2.6 del capítulo 4 se obtienen los coeficientes de rigidez, factores de transporte y los coeficientes de momento de empotramiento para las diferentes geometrías y configuraciones de carga. Una amplia gama de proporciones de tamaño-luces de columna en ambas direcciones longitudinales y transversales es abarcado en las tablas.

La tabla 4-2.1 puede usarse para placas planas y losas en dos direcciones con vigas. Las tablas 4-2.2 hasta la 4-2.5 se proponen que sean usados para losas planas y losas reticulares con varios paneles deprimidos (cabeza sólida). La tabla 4-2.6 cubre el caso excepcional de una placa plana combinado con una losa plana. Los coeficientes de momento de empotramiento se proveen para cargas uniformes y parcialmente uniformes. Los coeficientes parciales de carga han sido desarrollados para cargas distribuidas sobre la longitud del tramo igual a $0.2L_1$. Sin embargo, las cargas que actúan sobre las porciones más largas del tramo pueden ser consideradas sumando los efectos de las cargas que actúan sobre cada intervalo de $0.2L_1$. Por ejemplo, si la carga parcial se extiende sobre

entonces los coeficientes que corresponden a los tres intervalos consecutivos de $0.2L_1$ serán agregados. Esto proporciona flexibilidad en la colocación de la carga. Para cargas concentradas, una carga parcial de alta intensidad puede ser considerada para una situación apropiada, y se asume que será distribuido sobre $0.2L_1$. Para valores del parámetro entre aquellos listados, la interpolación puede hacerse. Se muestran los diagramas de rigidez en cada tabla. Con un criterio adecuado por parte del diseñador, las condiciones de tramos diferentes pueden ser consideradas con la ayuda de la información dada en las tablas.

Columnas:

Los tipos comunes de columna y condiciones de apoyo en los extremos para los sistemas de losas se muestran en la figura 3.5. La rigidez de las columnas está basada en la longitud de éstas (L_c) desde la mitad del espesor de la losa superior hasta la mitad del espesor de la losa inferior.

Los diagramas de rigidez de las columnas pueden usarse para determinar la rigidez a flexión de la columna, K_c . Los diagramas de rigidez están basados en las consideraciones siguientes:

- El momento de inercia de la columna, exterior al nudo losa-viga se basa en la sección transversal bruta del concreto. La variación del momento de inercia a lo largo de los ejes de la columna entre los nudos de viga-losa se tiene en cuenta. Para columnas con capiteles se asume que el momento de inercia varía linealmente desde la base del capitel al fondo de la losa-viga, (13.7.4.1 y 13.7.4.2).
- El momento de inercia es asumido infinito ($I = \infty$) desde la parte superior de la losa hasta la parte inferior de la conexión losa-viga. Como en los elementos de la losa-viga, el factor de rigidez K_c para las columnas no pueden basarse en la suposición de miembros prismáticos uniformes (13.7.4.3).

La tabla 4-2.7 del capítulo IV puede usarse para determinar la rigidez de la columna real y factores de transporte.

Elementos Torsionales

El cálculo de la rigidez de los elementos torsionales requiere varias suposiciones simplificadoras. Si no existen vigas que formen pórticos con la columna, se supone como viga efectiva una porción de la losa igual al ancho de la columna o capitel. Si existen vigas que lleguen a la columna, se asume un comportamiento de viga T o viga L, con alas que se prolongan a cada lado de la viga una distancia igual a la proyección de la viga hacia arriba o hacia debajo de la losa, pero no mayor de cuatro veces el espesor de la losa. Además se supone que no ocurre ninguna rotación por torsión en la viga sobre el ancho del apoyo.

Estos elementos transmiten los momentos de la losa hacia los apoyos lo cual genera torsión en ellos. La sección de

los elementos torsionales se asumirá constante a lo largo de su luz. El Código recomienda considerar, para el análisis, la mayor de las tres secciones propuestas a continuación (ACI-13.7.5):

- La porción de losa con un ancho igual al de la columna, consola o capitel en la dirección en la cual se están determinando los momentos.
- En construcciones monolíticas, la porción de losa anteriormente definida incluyendo, además, la sección de la viga perpendicular a la dirección de análisis sobre y por debajo de la losa.
- La sección de la viga perpendicular a la dirección de análisis considera el aporte de la losa.

Los elementos torsionales para las conexiones comunes de losa-viga se muestran en la figura 3.6. El primer criterio se aplica a losas sin vigas entre apoyos mientras que el segundo y el tercero se utilizan cuando existen vigas en la dirección perpendicular al eje en estudio.

La rigidez K_t de los elementos torsionales es calculado por la siguiente expresión:

$$K_t = \sum \frac{9 E_{cs} C}{L_2 \left(1 - \frac{c_2}{L_2} \right)^3}$$

Donde la sumatoria es aplicable al caso común cuando hay vigas de borde a ambos lados de la columna.

El término C es una sección transversal constante que define las propiedades torsionales de cada elemento torsional que conforma la conexión:

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \left(\frac{x^3 y}{3} \right)$$

Donde x es la dimensión menor e y es la dimensión mayor de una parte rectangular.

El valor de C es calculado dividiendo la sección transversal de un elemento torsional en partes rectangulares separadas y sumando los valores de C para las componentes de los rectángulos.

Es apropiado subdividir la sección transversal de una manera que en lo posible resulte valores grandes de C.

Cuando las vigas forman pórticos con las columnas en la dirección del tramo para el cual se determinan los momentos, la rigidez torsional K_t debe multiplicarse por la relación entre el momento de inercia de la losa con esta viga y el momento de inercia de la losa sin ella.

$$K_{ta} = \frac{K_t I_{sb}}{I_s}$$

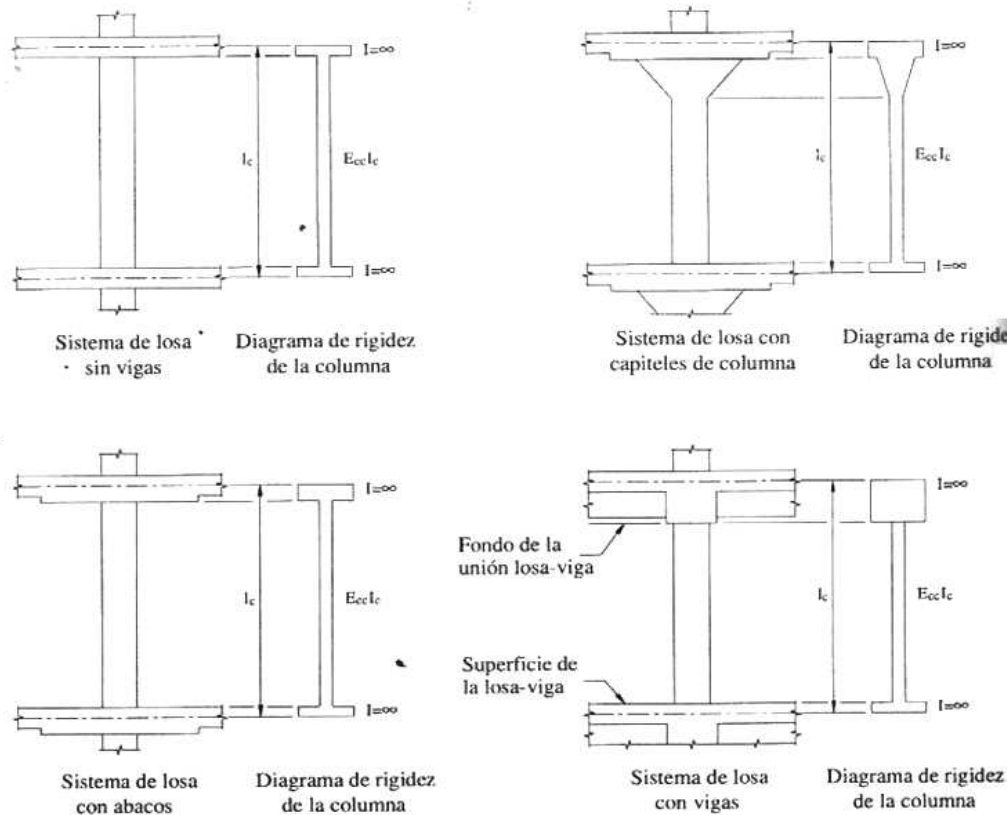


Figura 3.5 Secciones para calcular la rigidez de la columna K_c .

Donde:

K_{ta} : Incremento de la rigidez torsional debido a la viga paralela (note que la viga paralela se muestra en la figura 3.2).

I_s : Momento de inercia del ancho de losa igual al ancho total entre las líneas centrales del panel, I_2 , excluyendo esa porción del alma de la viga que se extiende sobre y debajo de la losa (note la parte A de la figura 3.2).

$$I_s = \frac{I_2 h^3}{12}$$

I_{sb} : Momento de inercia de la sección de la losa especificada por I_{sb} que incluye esa porción del alma de la viga que se extiende sobre y debajo de la losa (para la viga paralela mostrada en la figura 3.2, I_{sb} es para la sección total T que se muestra).

La Columna equivalentes (R13.7.4)

Con la publicación del ACI 318-05, el concepto de la columna equivalente de definir un elemento de una sola rigidez consistiendo de columnas reales sobre y debajo de la losa-viga más un elemento torsional transversal agregado se eliminó del Código. Con el uso creciente de las computadoras para el análisis de losas en dos direcciones por el Método del Pórtico Equivalente, el concepto de combinar rigideces de columnas reales y elementos torsionales en una sola rigidez ha perdido mucho de continuidad. La columna equivalente, sin embargo, se retuvo en el comentario hasta la edición del Código de 1989, como una ayuda de análisis donde la losa-viga para diferentes niveles de pisos son analizados separadamente para cargas de gravedad, especialmente cuando se usa la distribución de momentos u otros procedimientos de cálculo manual para el análisis.

Mientras el concepto de la columna equivalente todavía

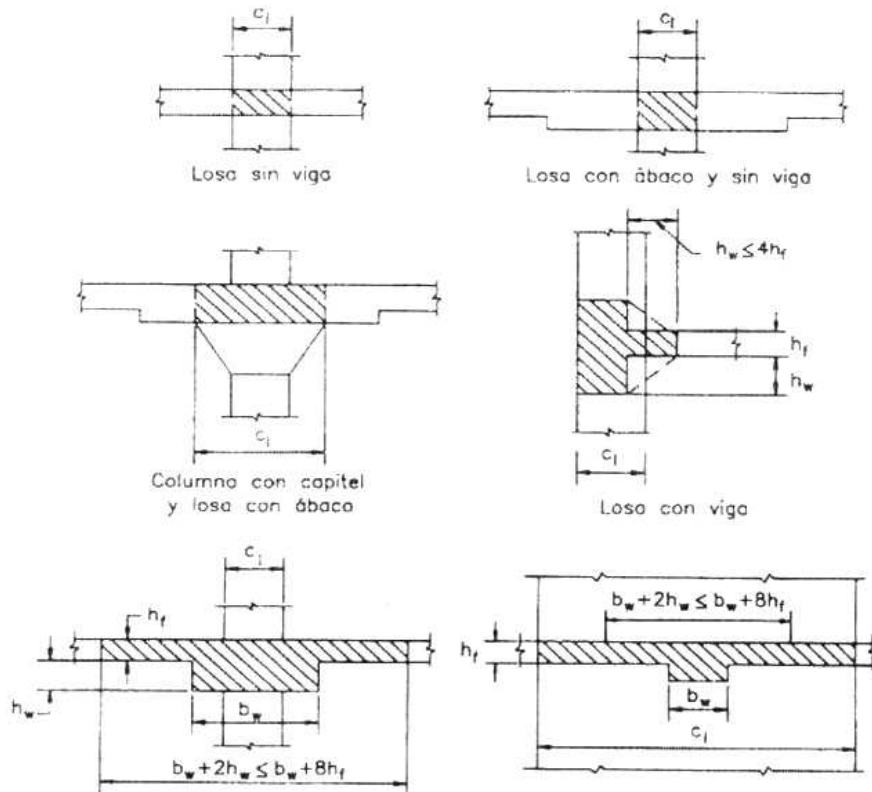


Figura 3.6 Criterios para la determinación de la sección transversal de los elementos torsionales.

se reconoce por R13.7.5, los detalles del procedimiento contenidos en el comentario desde la edición '83 para calcular la rigidez de la columna equivalente, K_{ec} , se eliminó de R13.7.5 del Código '95.

Los ejemplos 5.2.1 y 5.2.2 utilizan el concepto de la columna equivalente con la distribución del momento para el análisis por carga de gravedad.

El concepto de la columna equivalente modifica la rigidez de la columna para tomar en cuenta la flexibilidad torsional de la conexión losa-columna lo cual reduce su eficiencia para la transmisión de momentos.

La columna equivalente consiste de columnas reales sobre y debajo de la losa-viga, más elementos torsionales "agregados" a cada lado de la columna y que se extiende hasta los ejes de los paneles adyacentes y como se muestra en la figura 3.2.

Note que para un pórtico exterior, el elemento torsional agregado está en un sólo lado. La presencia de vigas paralelas también influirá en la rigidez de la columna equivalente.

La rigidez a flexión de la columna equivalente K_{ec} es dado en términos de su inversa, o flexibilidad, como sigue:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{\sum K_t}$$

Para propósitos de cálculo, el diseñador puede preferir que la expresión anterior se dé directamente en términos de las rigideces como sigue:

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \times \sum K_t}{\sum K_c + \sum K_t}$$

Las rigideces de las columnas reales, K_c y elementos torsionales, K_t deben cumplir con la sección 13.7.4 y 13.7.5 del Código ACI.

Después de que los valores de K_c y K_t son determinados, se calcula la rigidez de la columna equivalente K_{ec} . Usando la figura 3.2 para la ilustración del procedimiento, se tiene:

$$K_{ec} = \frac{(K_{ct} + K_{cb})(K_{ta} + K_{tb})}{K_{ct} + K_{cb} + K_{ta} + K_{tb}}$$

Donde:

- K_{ct} : Rigidez a flexión en la superficie de la columna inferior que conforma la conexión.
- K_{cb} : Rigidez a flexión en la base de la columna superior que conforma la conexión.
- K_{ta} : Rigidez torsional de cada elemento torsional, uno en cada lado de la columna, incrementado debido a la viga paralela (si la hubiera).

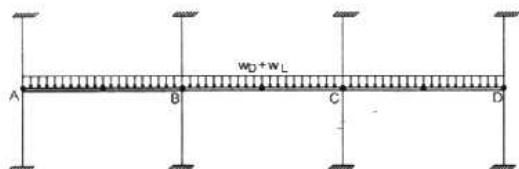
Disposición de la carga viva (R13.7.6)

En el caso usual donde el patrón exacto de la carga no es conocido, los máximos momentos factorizados se desarrollan con las condiciones de carga mostrados en la figura 3.7 para los tres tramos del pórtico parcial y se describe como sigue:

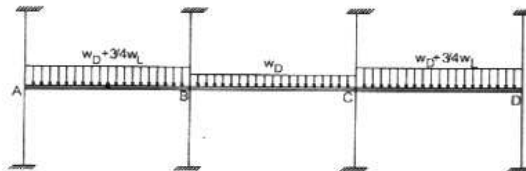
- a) Cuando la carga viva de servicio no excede tres cuartos de la carga muerta de servicio, sólo el patrón de carga (1) con la carga viva factorizada total en todos los tramos necesita ser analizado para los momentos factorizados negativos y positivos.
- b) Cuando la relación de la carga viva de servicio y la carga muerta excede los tres cuartos, los cinco patrones de carga mostrados necesitan ser analizados para determinar todos los momentos factorizados en los elementos de la losa-viga. Los patrones de carga (2) hasta la (5) consideran la carga viva factorizada parcial para determinar los momentos factorizados. Sin embargo, con la carga viva parcial, los momentos factorizados no pueden tomarse menores de aquellos que ocurren con la carga viva factorizada total en todos los tramos; por lo tanto el patrón de carga (1) necesita ser incluido en el análisis.

Para los sistemas de losas con vigas, las cargas apoyadas directamente por las vigas (como el peso del alma de la viga o un muro apoyado directamente por las vigas) puede ser inconveniente incluir en el análisis del pórtico para la carga de la losa, $w_d + w_l$. Un análisis adicional del pórtico puede requerirse con la sección de la viga diseñada para llevar estas cargas además de la porción de los momentos de la losa asignada a las vigas.

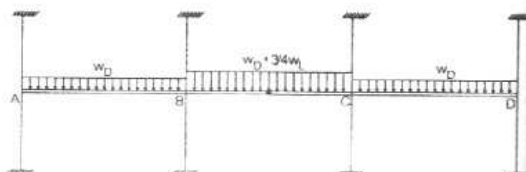
- (1) Patrón de carga para el momento de diseño en todos los tramos con $L \leq 3/4D$



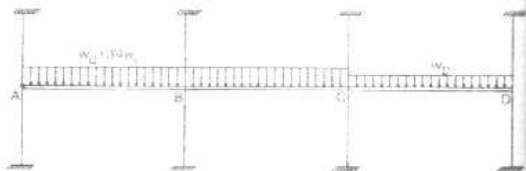
- (2) Patrón de carga para el momento de diseño positivo en el tramo AB*



- (3) Patrón de carga para el momento de diseño positivo en el tramo BC*



- (4) Patrón de carga para el momento de diseño negativo en el apoyo A*



- (5) Patrón de carga para el momento de diseño negativo en el apoyo B*

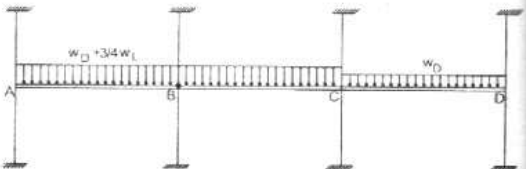


Figura 3.7 Análisis del pórtico parcial para la carga vertical

Momentos factorizados (R13.7.7)

La distribución de momentos probablemente es el método de cálculo manual más conveniente para analizar pórticos parciales que involucran varios tramos continuos con los extremos lejanos de las columnas superiores e inferiores fijos. Los mecanismos del método no se describirán aquí, salvo una discusión breve de los siguientes dos puntos: (1) el uso del concepto de la columna equivalente para determinar los factores de distribución en la conexión y (2) el procedimiento apropiado para distribuir el momento de la columna equivalente obtenido en el análisis del pórtico de las columnas reales sobre y debajo de la conexión losa-viga.



Uniendo del pórtico con los factores de rigidez K mostrados para cada elemento que conforma la conexión se muestra en la figura 3.8.

Las expresiones que se dan debajo para los factores de distribución del momento DF en la conexión, usan la rigidez de la columna equivalente, K_{ec} . Estos factores de distribución son usados directamente en el procedimiento de distribución de momentos.

Rigidez de la columna equivalente,

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \cdot \sum K_t}{\sum K_c + \sum K_t}$$

$$K_{ec} = \frac{(K_{ct} + K_{cb}) (K_1 + K_2)}{K_{ct} + K_{cb} + K_1 + K_2}$$

Factor de distribución de la losa-viga,

$$DF \text{ tramo } 2-1) = \frac{K_{b1}}{K_{b1} + K_{b2} + K_{ec}}$$

$$DF \text{ tramo } 2-3) = \frac{K_{b2}}{K_{b1} + K_{b2} + K_{ec}}$$

Factor de distribución de la columna equivalente (momento desbalanceado de la losa-viga),

$$DF = \frac{K_{ec}}{K_{b1} + K_{b2} + K_{ec}}$$

El momento desbalanceado determinado para la columna equivalente mediante las iteraciones de distribución de momento se distribuyen a las columnas reales sobre y debajo de la losa-viga en proporción a las rigideces de las columnas reales en la conexión. Refiriéndose a la figura 3.8:

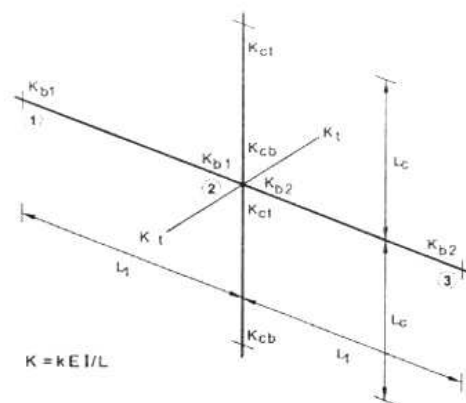


Figura 3.8 Factores de distribución de momentos DF

Porción del momento desbalanceado en la columna

$$\text{superior} = \frac{K_{cb}}{K_{cb} + K_{ct}}$$

Porción del momento desbalanceado en la columna inferior

$$= \frac{K_{ct}}{K_{cb} + K_{ct}}$$

Las columnas "reales" se diseñan entonces para estos momentos.

• Momentos factorizados negativos (R13.7.7.1 - R13.7.7.3)

Los momentos negativos factorizados para el diseño deben tomarse en la cara de los apoyos rectilíneos, pero no a una distancia mayor que 0.175l, del centro de un apoyo. Este valor absoluto es un límite en los apoyos estrechos largos para prevenir la reducción indebida en el momento de diseño. El elemento de apoyo se define como una columna, capitel, ménsula o muro. Los apoyos no rectangulares deben tratarse como apoyos cuadrados que tienen la misma área de sección transversal. Note que para los sistemas de losas con vigas, las caras de las vigas no son consideradas en las localizaciones de la cara de los apoyos. Las localizaciones de la sección crítica para el momento negativo factorizado para las distintas posiciones de apoyo se muestra en la figura 3.4. Note los requisitos especiales mostrados para los apoyos exteriores.

• Redistribución de momentos (R13.7.7.4)

Si un diseñador debe escoger usar el Método del Pórtico Equivalente para analizar un sistema de losas que cumple con las limitaciones del Método de Diseño Directo, los momentos factorizados pueden reducirse para que el momento estático total factorizado (suma de los momentos positivos y promedio de los momentos negativos) no necesita exceder M_0 calculado por la ecuación (13-3) del Código ACI. Esta reducción permisible se muestra en la figura 3.9.

$$M_0 = \left(\frac{M_{u1} + M_{u2}}{2} \right) + M_{u3} \quad \text{no necesitan ser mayores que}$$

$$w_u L_2 L_n^2 / 8$$

Reducción permisible para los momentos M_{u1} , M_{u2} y

$$M_{u3} = \left(\frac{w_u L_2 L_n^2}{8} \right) \left(\frac{M_{u1} + \frac{M_{u2}}{2} + M_{u3}}{M_{u1} + \frac{M_{u2}}{2} + M_{u3}} \right)$$

Puesto que el Método del Pórtico Equivalente para el análisis

no es un método aproximado, la redistribución del momento permitida en la sección 8.4 del ACI puede usarse. El agrietamiento excesivo puede producirse si estas provisiones son imprudentemente aplicados. Se deja a decisión del diseñador el cuidado acerca de eso, si la hubiera, y si es garantizada la redistribución.

Momentos factorizados en las franjas de columna y las franjas centrales (R13.7.5)

Los momentos factorizados negativos y positivos pueden distribuirse en franjas de columnas y en las dos medias franjas centrales de la losa-viga de acuerdo con 13.6.4, 13.6.5 y 13.6.6, con tal de que el requisito de 13.6.1.6 esté satisfecho.

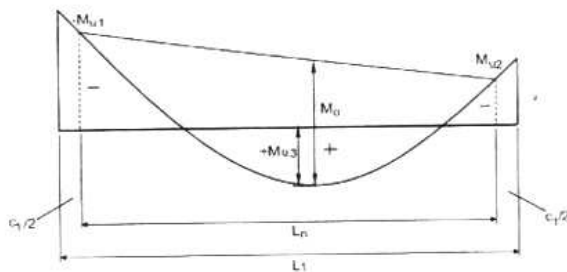
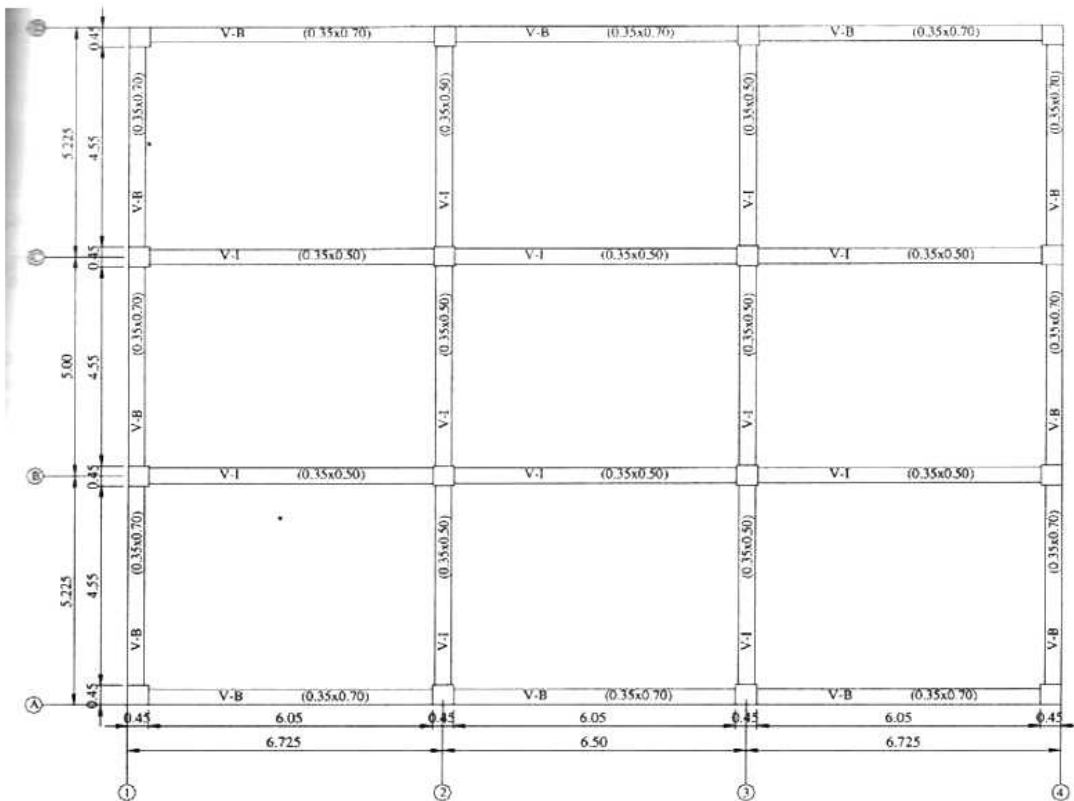
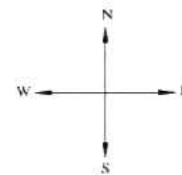


Figura 3.9 Momento estático total de diseño para un tramo



Análisis y Diseño de una Losa Armada en dos Direcciones apoyada sobre Vigas

Usando el Método del Pórtico Equivalente, se determinará los momentos de diseño en las dos direcciones para el sistema de losa mostrado, para un piso intermedio de un edificio de concreto armado.



Altura de piso = 3.7 m
 Dimensiones de las vigas de borde = 35*70 cm²
 Dimensiones de las vigas interiores = 35*50 cm²
 Dimensiones de las columnas = 45*45 cm²
 Carga viva de servicio = 500 kg/m²

$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ (Para todos los elementos), el concreto de peso normal
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

CALCULOS Y DISCUSIONES

1. Diseño preliminar para el espesor de la losa h :
 - a) Control de la deflexión:

Los términos para a son determinados en el ejemplo 5.1.1
 Relación de la rigidez a flexión de la viga y de la

losa.

$\alpha = 15.17$ (viga de borde NS)
 $\alpha = 19.35$ (viga de borde EW)
 $\alpha = 3.20$ (viga interior NS)
 $\alpha = 4.16$ (viga interior EW)

Puesto que todos poseen $\alpha > 2$, la ecuación (9-12) de la sección 9.5.3.3 del Código ACI controlará el espesor mínimo.

$$\text{Por lo tanto: } h = \frac{L_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta}$$

Donde:

$$\beta = \frac{\text{Luz libre en la dirección larga}}{\text{Luz libre en la dirección corta}}$$

$$\beta = \frac{6.05}{4.55} = 1.33 \Rightarrow \beta = 1.33$$

L_n : longitud de la luz libre en la dirección larga medida cara a cara de las columnas

$$L_n = 6.5 - 0.45 = 6.05 \text{ m}$$

$$h = \frac{605 \left(0.8 + \frac{4200}{14000} \right)}{36 + 9 \cdot 1.33} = 13.87 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow h = 13.87 \text{ cm}$$

Usando 15 cm de espesor de la losa

Pórtico Equivalente Exterior, dirección N-S, ejes 1 y 4.

2. Elementos del pórtico equivalente:

Se determina las constantes de distribución de momentos y los coeficientes de los momentos de empotramiento para los elementos del pórtico equivalente. El procedimiento de distribución de momentos será usado para el análisis del pórtico parcial para cargas verticales. El factor de rigidez K , factor de transporte COF y factores de momento de empotramiento FEM para la losa-viga y los elementos de columna son determinados usando las tablas disponibles o usando un método de análisis.

a) Unión losa-viga, rigidez a flexión en ambos extremos K_{sb} :

$$\frac{cN1}{L_1} = \frac{0.45}{5} = 0.09 = 0.1 \quad \frac{cN2}{L_2} = \frac{0.45}{3.475} = 0.13$$

Por interpolación de la tabla 1 tenemos:

$$K_{NF} = K_{FN} = 4.23$$

$$\text{Así, } K_{sb} = 4.23 \frac{E_c I_{sb}}{L_1}$$

Donde:

I_{sb} : es el momento de inercia de la sección losa-viga, mostrada en la figura 5.2a
 $I_{sb} = 2305128.11 \text{ cm}^4$

$$E_{cs} = 15000 \sqrt{280} = 25099801 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_{sb} = \frac{4.23 \cdot 2305128.11 \cdot 25099801}{500 \cdot 10^5} = 4894809 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{sb} = 48948 \text{ t-m}$$

Factor de transporte COF = 0.513, por interpolación de la tabla 1.

Momento de empotramiento FEM = $0.0851 W_u L_2 L_1^2$, por interpolación de la tabla 1.

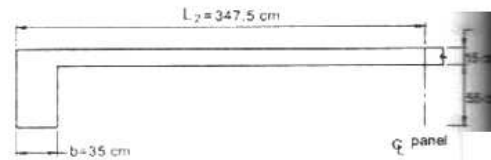


Figura 5.2a Sección transversal de la losa-viga

b) Elementos de columna, rigidez a flexión K_c :

Para columnas interiores:

Refiriéndose a la tabla 2, $t_a = 50 - 7.5 = 42.5 \text{ cm}$, $t_b = 15/2 = 7.5 \text{ cm}$, $H = 3.7 \text{ m} = 370 \text{ cm}$, $H_c = 370 - 42.5 - 7.5 = 320 \text{ cm}$, $t_a/t_b = 5.67$, $H/H_c = 1.16$

Así:

$$K_{AB} = 6.80, K_{BA} = 4.98 \text{ por interpolación.}$$

$$\text{Donde: } I_c = \frac{c^4}{12} = \frac{45^4}{12} = 34171875 \text{ cm}^4$$

$$K_{ct} = 6.80 \frac{E_c I_c}{L_c}$$

$$K_{ct} = \frac{6.80 \cdot 25099801 \cdot 34171875}{370 \cdot 10^5} = 15763.27 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{ct} = 15763 \text{ t-m}$$

$$K_{cb} = 4.98 \frac{E_c I_c}{L_c}$$

$$K_{cb} = \frac{4.98 \cdot 25099801 \cdot 34171875}{370 \cdot 10^5} = 11544.28 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{cb} = 11544 \text{ t-m}$$

Para columnas exteriores:

Refiriéndose a la tabla 2, $t_a = 70 - 7.5 = 62.5 \text{ cm}$, $t_b = 15/2 = 7.5 \text{ cm}$, $H = 3.7 \text{ m} = 370 \text{ cm}$, $H_c = 370 - 62.5 - 7.5 = 300 \text{ cm}$, $t_a/t_b = 8.33$, $H/H_c = 1.23$

Así:

$$K_{AB} = 8.68, K_{BA} = 5.27 \text{ por interpolación.}$$

$$K_{ct} = 8.68 \frac{E_c I_c}{L_c}$$

$$K_{ct} = \frac{8.68 \cdot 25099801 \cdot 34171875}{370 \cdot 10^5} = 20121.35 \text{ t-m}$$

$$K_{ct} = 20121 \text{ t-m}$$

$$K_{cb} = 5.27 \frac{E_c I_c}{L_c}$$

$$K_{cb} = \frac{5.27 \cdot 250998.01 \cdot 341718.75}{370 \cdot 10^5} = 12216.53 \text{ t-m}$$

$$K_{cb} = 12217 \text{ t-m}$$

Elementos torsionales, rigidez torsional K_t :

$$K_t = \frac{9 E_c C}{L_2 \left(1 - \frac{c_2}{L_2} \right)^3}$$

Donde: $C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \left(\frac{x^3 y}{3} \right)$

$c_2 = 45 \text{ cm}$ y $L_2 = 3.475 \text{ m} = 347.5 \text{ cm}$

Para columnas interiores

Donde C es tomado como el mayor valor calculado con la ayuda de la ecuación anterior, para el elemento torsional mostrado en la figura 5.2b

X1 = 35 cm	X2 = 15 cm	X1 = 35 cm	X2 = 15 cm
Y1 = 35 cm	Y2 = 105 cm	Y1 = 50 cm	Y2 = 35 cm
C1 = 185077.08 cm ⁴	C2 = 107493.75 cm ⁴	C1 = 399452.08 cm ⁴	C2 = 28743.75 cm ⁴
$\Sigma C = 185077.08 + 107493.75 = 292570.83 \text{ cm}^4$		$\Sigma C = 399452.08 + 2 \times 28743.75 = 456939.58 \text{ cm}^4$	

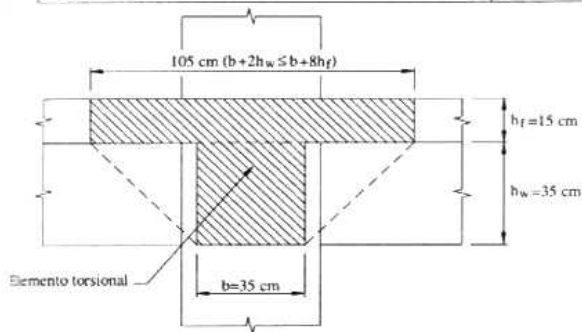


Figura 5.2b Elemento torsional unido a la columna interior

$$K_t = \frac{9 \cdot 250998.01 \cdot 456939.58}{347.5 \cdot \left(1 - \frac{45}{347.5} \right)^3 \cdot 10^5}$$

$$\Rightarrow K_t = 45030 \text{ t-m}$$

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com
PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA
UJCM-ING.CIVIL

Para columnas exteriores:

Donde C es tomado como el mayor valor calculado con la ayuda de la ecuación anterior, para el elemento torsional mostrado en la figura 5.2c.

X1 = 35 cm	X2 = 15 cm	X1 = 35 cm	X2 = 15 cm
Y1 = 55 cm	Y2 = 90 cm	Y1 = 70 cm	Y2 = 55 cm
C1 = 470910.42 cm ⁴	C2 = 90618.75 cm ⁴	C1 = 685285.42 cm ⁴	C2 = 51243.75 cm ⁴
$\Sigma C = 470910.42 + 90618.75 = 561529.17 \text{ cm}^4$		$\Sigma C = 685285.42 + 51243.75 = 736529.17 \text{ cm}^4$	

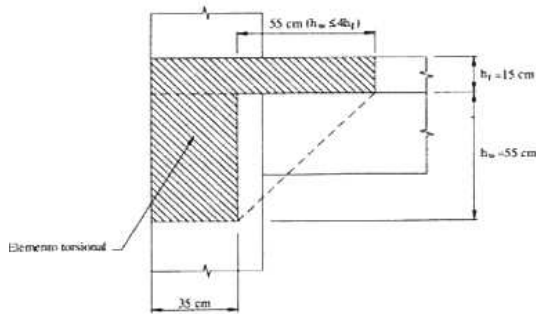


Figura 5.2c Elemento torsional unido a la columna exterior

$$K_t = \frac{9 \cdot 250998.01 \cdot 736529.17}{347.5 \cdot \left(1 - \frac{45}{347.5}\right)^3 \cdot 10^5} = 72583.22 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_t = 72583 \text{ t-m}$$

- d) Incremento de la rigidez torsional K_{ta} debido a las vigas paralelas:

$$K_{ta} = \frac{K_t I_{sb}}{I_s}$$

Donde:

I_s = Momento de inercia de la sección de la losa mostrada en la figura 5.2d

$$I_s = \frac{I_2 h_f^3}{12} = \frac{347.5 \cdot 15^3}{12} = 97734.38 \text{ cm}^4$$

I_{sb} = Momento de inercia de la sección total L mostrada en la figura 5.2d

$$I_{sb} = 2305128.11 \text{ cm}^4$$

Para columnas interiores:

$$K_{ta} = \frac{45030 \cdot 2305128.11}{97734.38} = 1062061.46 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{ta} = 1062061 \text{ t-m}$$

Para columnas exteriores:

$$K_{ta} = \frac{72583 \cdot 2305128.11}{97734.38} = 1711916.66 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{ta} = 1711917 \text{ t-m}$$

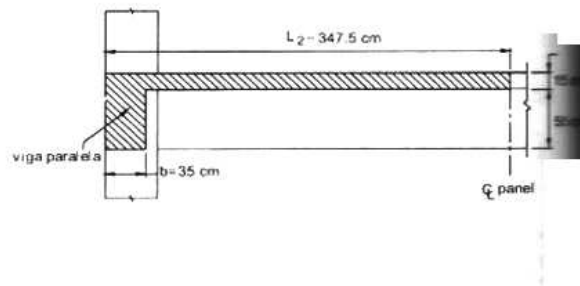


Figura 5.2d Losa-viga en la dirección de análisis

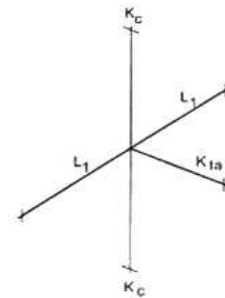
- e) Rigidez de la columna equivalente (K_{ec}):

$$K_{ec} = \frac{\Sigma K_c \cdot \Sigma K_{ta}}{\Sigma K_c + \Sigma K_{ta}}$$

Donde:

ΣK_{ta} es para los elementos torsionales que se encuentran a cada lado de la columna y ΣK_c es para la columna superior e inferior de la unión losa-viga de un piso intermedio.

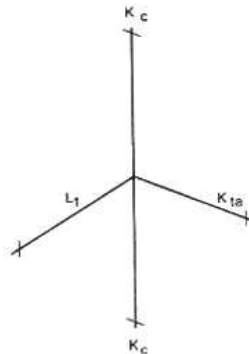
Para columnas interiores:



$$K_{ec} = \frac{(15763 + 11544) \cdot (1062061)}{(15763 + 11544) + (1062061)} = 26622.50 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{ec} = 26623 \text{ t-m}$$

Para columnas exteriores:



$$K_{ec} = \frac{(20121+12217) \cdot (1711917)}{(20121+12217) + (1711917)} = 31738.46 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{ec} = 31738 \text{ t-m}$$

f) Factor de distribución en la unión losa-viga DF:

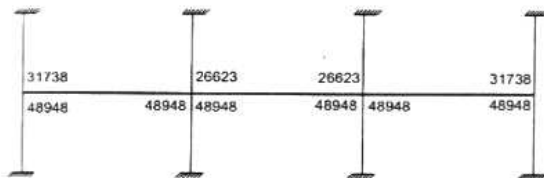
Nudo exterior:

$$DF = \frac{48948}{48948 + 31738} = 0.607$$

Nudo interior:

$$DF = \frac{48948}{48948 + 48948 + 26623} = 0.393$$

COF para la losa-viga = 0.513



3. Análisis del pórtico parcial del pórtico equivalente:

Se determina los máximos momentos positivos y negativos de la losa-viga usando el método de distribución de momentos.

Con una relación de la carga viva de servicio y la carga muerta.

$$\frac{L}{D} = \frac{500}{360} = 1.39 > \frac{3}{4} = 0.75$$

El pórtico se analizará para cinco condiciones de carga con patrones de carga y carga viva parcial como lo permite la sección 13.7.6.3 del Código ACI (en página 161 ver la ilustración de los cinco patrones de carga considerada)

a) Cargas factorizadas y momentos de empotramiento Sea:

$$0.35 \cdot 0.55 \cdot \frac{2400}{\left(\frac{6.5}{2} + \frac{0.45}{2}\right)} = 132.95 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{Es el peso del}$$

alma de la viga por metro, dividido por L_2)

Carga muerta factorizada:

$$w_D = 1.2 \cdot (360 + 132.95) = 591.54 \text{ kg/m}^2$$

Carga viva factorizada:

$$w_L = 1.6 \cdot (500) = 800 \text{ kg/m}^2$$

Luego: $w_U = w_D + w_L = 591.54 + 800.0 = 1391.54 \text{ kg/m}^2$

$$\Rightarrow w_U = 1.39 \text{ t/m}^2$$

FEM debido a $w_D + w_L$:

$$FEM = 0.0851 \cdot (1.39 \cdot 3.475) \cdot 5^2 = 10.27 \text{ t-m}$$

FEM debido a $w_D + 3/4 w_L$:

$$FEM = 0.0851 \cdot (0.591 + 0.75 \cdot 0.8) \cdot 3.475 \cdot 5^2 = 8.80 \text{ t-m}$$

FEM debido sólo a w_D :

$$FEM = 0.0851 \cdot (0.591 \cdot 3.475) \cdot 5^2 = 4.37 \text{ t-m}$$

b) La distribución del momento para las cinco condiciones de carga se muestra en la tabla 5.2.1. Los momentos de rotación en sentido antihorario que actúan en los extremos del elemento se consideran como positivo. Los momentos positivos en las luces se determinan mediante la siguiente ecuación:

$$M_U (\text{Centro del tramo}) = M_O - (M_{uL} + M_{uR})/2$$

Donde:

M_O : es el momento en el centro para una viga simple. Cuando los momentos en los extremos no son iguales, el máximo momento en el tramo no ocurre en el centro, pero su valor es cerca del centro del tramo.

• **Momento positivo en el tramo 1-2 para la carga (I):**

$$+M_u = (1.54 \cdot 3.475) \cdot 5^2 / 8 - (4.86 + 13.34) / 2 = 7.62 \text{ t-m}$$

Los siguientes valores del momento para las losas-vigas se obtienen de la tabla 5.2.1. Note que según la sección 13.7.6.3 del Código ACI los momentos de diseño no se tomarán menores que los producidos con la carga viva factorizada total en todos los tramos.

• Máximo momento positivo en la luz extrema

$$= \text{El mayor de } 7.62 \text{ o } 7.40 = 7.62 \text{ t-m}$$

• Máximo momento positivo en la luz interior*

$$= \text{El mayor de } 4.41 \text{ o } 5.43 = 5.43 \text{ t-m}$$

• Máximo momento negativo en el apoyo del extremo

$$= \text{El mayor de } 4.86 \text{ o } 4.70 = 4.86 \text{ t-m}$$

• Máximo momento negativo en el apoyo interior de la luz exterior

$$= \text{El mayor de } 13.34 \text{ o } 12.01 = 13.34 \text{ t-m}$$

170

- Máximo momento negativo en el apoyo interior de la luz interior
= El mayor de 12.31 o 11.44 = 12.31 t-m

4. Momentos de diseño:

Los momentos factorizados positivos y negativos para el sistema de losas en la dirección N-S ejes 1 y 4 son mostrados en la figura 5.2e. Los momentos negativos factorizados son tomados en las caras de los apoyos rectilíneos pero a una distancia no mayor de $0.175l_1$ del centro de apoyos.

$0.45/2 = 0.225 < 0.175 \cdot 5 = 0.875$ (se localiza en la cara de los apoyos).

* Este es el único momento gobernado por el patrón de carga con la carga viva parcial, todos los otros momentos máximos ocurren con la carga viva factorizada total en todos los tramos.

5. Momento factorizado total por tramo:

Los sistemas de losas dentro de las limitaciones de la sección 13.6.1 pueden tener los momentos resultantes reducidos en una proporción tal que la suma numérica de los momentos positivos y el promedio de los momentos negativos no necesitan exceder el valor del momento estático total M_o dado por la ecuación (13-3) del Código ACI.

Se verificará las limitaciones de la sección 13.6.1.6 para la rigidez relativa de las vigas en dos direcciones perpendiculares.

- Para el panel interior:

$$\frac{\alpha_1 L_2^2}{\alpha_2 L_1^2} = \frac{15.17 \cdot 3.475^2}{4.16 \cdot 5.0^2} = 1.76$$

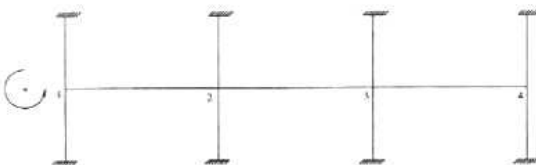
$$0.2 < 1.76 < 5.0 \dots\dots\dots \text{OK!}$$

- Para el panel exterior:

$$\frac{\alpha_1 L_2^2}{\alpha_2 L_1^2} = \frac{15.17 \cdot 3.475^2}{19.35 \cdot 5.0^2} = 0.38$$

$$0.2 < 0.38 < 5.0 \dots\dots\dots \text{OK!}$$

Tabla 5.2.1 Distribución de momentos para el pórtico parcial (Dirección N-S ejes 1 y 4)



Nudo	1	2		3		4
Tramo	1-2	2-1	2-3	3-2	3-4	4-3
DF	0.607	0.393	0.393	0.393	0.393	0.607
COF	0.513	0.513	0.513	0.513	0.513	0.513

- (1) Todos los tramos cargados con la carga viva factorizada total:

FEM	11.39	-11.39	11.39	-11.39	11.39	-11.39
COM	0	-3.55	0	0	3.55	0.00
	0.72	0	-0.72	0.72	0	-0.72
	0.14	-0.22	-0.14	0.14	0.22	-0.14
	0.07	-0.04	-0.07	0.07	0.04	-0.07
	0.02	-0.02	-0.02	0.02	0.02	-0.02
	0.01	-0.01	-0.01	0.01	0.01	-0.01
Σ	12.36	-15.24	10.42	-10.42	15.24	-12.36
DM	-7.50	1.89	1.89	-1.89	-1.89	7.50
M neg.	4.86	-13.34	12.31	-12.31	13.34	-4.86
M central	7.62		4.41		7.62	

- (2) Primer y tercer tramo cargado con 3/4 de la carga viva factorizada:

FEM	9.83	-9.83	5.10	-5.10	9.83	-9.83
COM	0.95	-3.06	-0.95	0.95	3.06	-0.95
	0.81	-0.30	-0.81	0.81	0.30	-0.81
	0.22	-0.25	-0.22	0.22	0.25	-0.22
	0.10	-0.07	-0.10	0.10	0.07	-0.10
	0.03	-0.03	-0.03	0.03	0.03	-0.03
	0.01	-0.01	-0.01	0.01	0.01	-0.01
Σ	11.96	-13.55	2.97	-2.97	13.55	-11.96
DM	-7.26	4.16	4.16	-4.16	-4.16	7.26
M neg.	4.70	-9.39	7.13	-7.13	9.39	-4.70
M central	7.40		0.37		7.40	

- (3) Tramo central cargado con 3/4 de la carga viva factorizada:

FEM	5.10	-5.10	9.83	-9.83	5.10	-5.10
COM	0.95	-1.59	0.95	-0.95	1.59	0.95
	0.13	0.30	-0.13	0.13	-0.30	-0.13
	-0.03	-0.04	0.03	-0.03	0.04	0.03
Σ	4.24	-6.42	10.69	-10.69	6.42	-4.24
DM	-2.57	-1.68	-1.68	1.68	1.68	-2.57
M neg.	1.67	-8.10	9.01	-9.01	8.10	-1.67
M central	2.61		5.43		2.61	

- (4) Primer tramo cargado con 3/4 de la carga viva factorizada y la unión losa-viga asumido fijo en los apoyos lejanos del tramo:

FEM	5.10	-5.10	9.83	-9.83	5.10	-5.10
COM	-0.95	-1.59	0.95	-0.95	1.59	0.95
	0.13	0.30	-0.13	0.13	-0.30	-0.13
	-0.03	-0.04	0.03	-0.03	0.04	0.03
Σ	4.24	-6.42	10.69	-10.69	6.42	-4.24
DM	-2.57	-1.68	-1.68	1.68	1.68	-2.57
M neg.	1.67	-8.10	9.01	-9.01	8.10	-1.67
M central	2.61		5.43		2.61	

(5) Primer y segundo tramo cargado con 3/4 de la carga viva factorizada:

FEM	9.83	-9.83	9.83	-9.83	5.10	-5.10
COM	0.00	-3.06	0.95	0.00	1.59	0.95
	0.42	0.00	-0.32	0.42	-0.30	-0.32
	0.06	-0.13	-0.03	0.06	0.10	-0.03
	0.03	-0.02	-0.03	0.03	0.01	-0.03
	0.01	-0.01	-0.01	0.01	0.01	-0.01
Σ	10.37	-13.06	10.39	-9.29	6.51	-4.54
DM	-6.29	1.05	1.05	1.09	1.09	2.75
M neg.	4.07	-12.01	11.44	-8.20	7.61	-1.78
M central	6.40		4.62		2.80	

* **Momento de transporte COM**

Es el producto negativo del factor de distribución, factor de transporte y el momento desbalanceado en el nudo, llevado del extremo opuesto del tramo.

** **Momento distribuido DM**

Es el producto negativo del factor de distribución y el momento desbalanceado en el nudo.

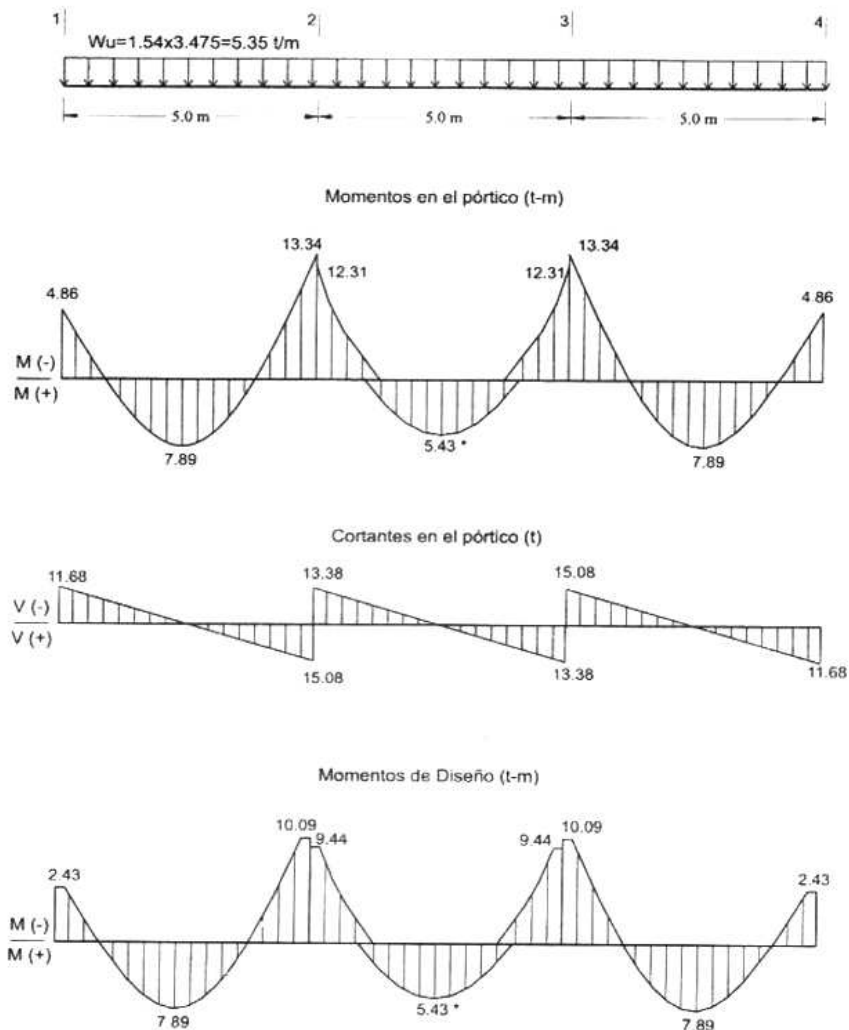


Figura 5.2e Momentos de diseño positivos y negativos para la losa-viga
(Todos los tramos cargados con la carga viva factorizada total, excepto para el tramo central)

Todas las limitaciones de la sección 13.6.1 están satisfechas y pueden aplicarse las provisiones de la sección 13.7.7.4

$$M_0 = \frac{w_u L_2 L_n^2}{8}$$

$$M_0 = \frac{1.54 \cdot 3.475 \cdot 4.55^2}{8} = 13.85 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow M_0 = 13.85 \text{ t-m}$$

Luz extrema:

$$7.62 + \frac{(2.43 + 10.09)}{2} = 13.88 \text{ t-m}$$

Luz interior:

$$5.43 + \frac{(9.44 + 9.44)}{2} = 14.87 \text{ t-m}$$

Para ilustrar el procedimiento apropiado, los momentos factorizados en la luz interior pueden reducirse como sigue:

$$\text{Reducción permisible} = \frac{13.88}{14.87} = 0.93$$

Momento negativo de diseño ajustado = $9.44 \cdot 0.93 = 8.78 \text{ t-m}$
 Momento positivo de diseño ajustado = $5.43 \cdot 0.93 = 5.05 \text{ t-m}$
 $M_0 = 13.85 \text{ t-m}$

6. Distribución de los momentos de diseño a través de la franja losa-viga.

Los momentos factorizados positivos y negativos en las secciones críticas pueden distribuirse a la franja de columna, viga y a las dos medias franjas centrales de la losa-viga según las proporciones especificadas en 13.6.4, 13.6.5 y 13.6.6, si los requerimientos de la sección 13.6.1.6 es satisfecho.

- Puesto que las rigideces relativas de las vigas están entre 0.2 y 5.0 (ver paso N° 5), los momentos pueden distribuirse a través de la losa-viga como se especifica en la sección 13.6.4, 13.6.5 y 13.6.6.
- Distribución de los momentos factorizados en la sección crítica:

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{6.5}{5} = 1.30 \quad \Rightarrow \quad \frac{L_2}{L_1} = 1.30$$

$$\alpha_1 = \frac{L_1}{L_2} = 15.17 \cdot \frac{6.5}{5} = 19.72 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = \frac{L_2}{L_1} = 19.72$$

$$\beta_1 = \frac{C}{2 I_s}$$

$$\beta_1 = \frac{736529.17}{2 \cdot 182812.5} = 2.01 \quad \Rightarrow \quad \beta_1 = 2.01$$

Donde:

$$I_s = \frac{650 \cdot 15^3}{12} = 182812.5 \text{ cm}^4$$

$C = 736529.17 \text{ cm}^4$ (Ver la figura 5.2c)

De la tabla 4-1.1 (Momentos en la franja de columna como porcentaje del momento total en la sección crítica).

Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

	Momento factorizado (t-m)	Franja de columna			Momento en las dos medias franjas centrales (t-m)
		%	Momento (t-m)	Momento en la viga (t-m)	Momento en la losa (t-m)
Luz extrema:					
Negativo exterior	2.43	73	1.77	1.50	0.27
Positivo	7.89	66	5.21	4.43	0.78
Negativo interior	10.09	66	6.66	5.66	1.00
Luz interior:					
Negativo	9.44	66	6.23	5.30	0.93
Positivo	5.43	66	3.58	3.04	0.54

Pórtico Equivalente Interior, dirección N-S, ejes 2 y 3. Elementos del pórtico equivalente:

- Unión losa-viga, rigidez a flexión en ambos extremos K_{sb} :

$$\frac{C_{N1}}{L_1} = \frac{0.45}{5} = 0.09 = 0.1 \quad \frac{C_{N2}}{L_2} = \frac{0.45}{6.5} = 0.07$$

Por interpolación de la tabla 1, tenemos:

$$K_{NF} = K_{FN} = 4.13$$

$$\text{Así, } K_{sb} = \frac{E_c I_{sb}}{L_1}$$

Donde:

I_{sb} : es el momento de inercia de la sección losa-viga, mostrada en la figura 5.2f

$$I_{sb} = 988032.58 \text{ cm}^4$$

$$E_{cs} = 15000 \sqrt{280} = 25099801 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_{sb} = \frac{4.13 \cdot 988032.58 \cdot 25099801}{500 \cdot 10^5} = 2084.32 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{sb} = 20484 \text{ t-m}$$

Factor de transporte COF = 0.507, por interpolación de la tabla 4-2.1.

Momento de empotramiento FEM = $0.0843 W_u L_2 L_1^2$, por interpolación de la tabla 1.

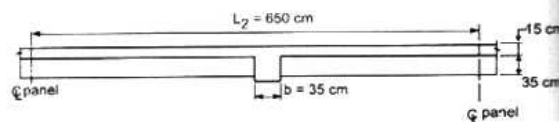


Figura 5.2f Sección transversal de la losa-viga

b) Elementos de columna, rigidez a flexión K_c :
Del análisis anterior tenemos:

· Para columnas interiores:
 $K_{ci} = 15763 \text{ t-m}$ y $K_{cb} = 11544 \text{ t-m}$

· Para columnas exteriores:
 $K_{ci} = 20121 \text{ t-m}$ y $K_{cb} = 12217 \text{ t-m}$

c) Elementos torsionales, rigidez torsional K_t :

$$K_t = \frac{9 E_c C}{L_2 \left(1 - \frac{c_2}{L_2} \right)^3}$$

· Para columnas interiores:
 $c_2 = 45 \text{ cm}$, $L_2 = 6.5 \text{ m} = 650 \text{ cm}$ y $C = 456939.58 \text{ cm}^4$

$$K_t = \frac{9 \cdot 250998.01 \cdot 456939.58}{650 \cdot \left(1 - \frac{45}{650} \right)^3 \cdot 10^5} = 19693.92 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_t = 19694 \text{ t-m}$$

Para columnas exteriores:

$$c_2 = 45 \text{ cm}, L_2 = 6.5 \text{ m} = 650 \text{ cm} \text{ y } C = 736529.17 \text{ cm}^4$$

$$K_t = \frac{9 \cdot 250998.01 \cdot 736529.17}{650 \cdot \left(1 - \frac{45}{650} \right)^3 \cdot 10^5} = 31744.12 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_t = 31744 \text{ t-m}$$

d) Incremento de la rigidez torsional K_{ta} debido a las vigas paralelas:

$$K_{ta} = \frac{K_t I_{sb}}{I_s}$$

Donde:

I_s = Momento de inercia de la sección de la losa mostrada en la figura 5.2g

$$I_s = \frac{L_2 h_f^3}{12} = \frac{650 \cdot 15^3}{12} = 182812.5 \text{ cm}^4$$

I_{sb} = Momento de inercia de la sección total T mostrada en la figura 5.2g

$$I_{sb} = 988032.58 \text{ cm}^4$$

Para columnas interiores:

$$K_{ta} = \frac{19694 \cdot 988032.58}{182812.5} = 106438.64 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{ta} = 106439 \text{ t-m}$$

Para columnas exteriores:

$$K_{ta} = \frac{37744 \cdot 988032.58}{182812.5} = 171564.34 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{ta} = 171564 \text{ t-m}$$

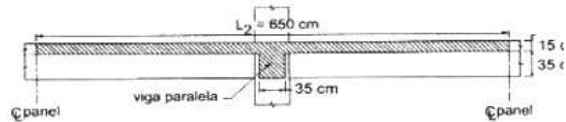


Figura 5.2g Losa-viga en la dirección de análisis

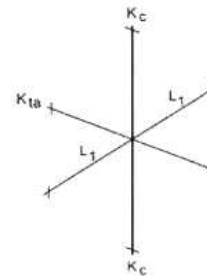
e) Rigidez de la columna equivalente (K_{ec}):

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \cdot \sum K_{ta}}{\sum K_c + \sum K_{ta}}$$

Donde:

$\sum K_{ta}$ es para dos elementos torsionales uno en cada lado de la columna y $\sum K_c$ es para la columna superior e inferior de la unión losa-viga de un piso intermedio.

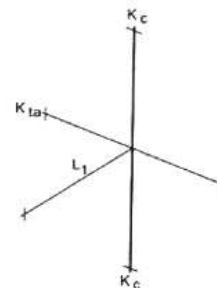
Para columnas interiores:



$$K_{ec} = \frac{(11544 + 15763) \cdot (2 \cdot 106439)}{(11544 + 15763) + (2 \cdot 106439)} = 24202.43 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{ec} = 24202 \text{ t-m}$$

Para columnas exteriores:



$$K_{ec} = \frac{(12217 + 20121) \cdot (2 \cdot 171564)}{(12217 + 20121) + (2 \cdot 171564)} = 29552.80 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{ec} = 29553 \text{ t-m}$$

f) Factor de distribución en la unión losa-viga DF:

- Nudo exterior:

$$DF = \frac{20484}{20484 + 29553} = 0.409$$

- Nudo interior:

$$DF = \frac{20484}{20484 + 20484 + 24202} = 0.314$$

COF para la losa-viga = 0.507



Análisis del pórtico parcial del pórtico equivalente:

Se determina los máximos momentos positivos y negativos de la losa-viga usando el método de distribución de momentos.

Con una relación de la carga viva de servicio y la carga muerta.

$$\frac{L}{D} = \frac{500}{360} = 1.39 > \frac{3}{4} = 0.75$$

El pórtico se analizará para cinco condiciones de carga con patrones de carga y carga viva parcial como lo permite la sección 13.7.6.3 del Código ACI (ver la figura 3.4 del capítulo IV para una ilustración de los cinco patrones de carga considerada).

a) Cargas factorizadas y momentos de empotramiento Sea:

$$0.35 \cdot 0.35 \cdot \frac{2400}{6.5} = 45.23 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{Es el peso del alma de la viga por metro, dividido por } L_2)$$

- Carga muerta factorizada:

$$w_D = 1.2 \cdot (360 + 45.23) = 486.27 \text{ kg/m}^2$$

- Carga viva factorizada:

$$w_L = 1.6 \cdot (500) = 800 \text{ kg/m}^2$$

Luego: $w_U = w_D + w_L = 486.27 + 800 = 1286.27 \text{ kg/m}^2$

$$\Rightarrow w_U = 1.28 \text{ t/m}^2$$

- FEM debido a $w_D + w_L$:

$$FEM = 0.0843 \cdot (1.28 \cdot 6.5) \cdot 5^2 = 17.534 \text{ t-m}$$

- FEM debido a $w_D + 3/4 w_L$:

$$FEM = 0.0843 \cdot (0.486 + 0.75 \cdot 0.8) \cdot 6.5 \cdot 5^2 = 14.87 \text{ t-m}$$

FEM debido sólo a w_D :

$$FEM = 0.0843 \cdot (0.567 \cdot 6.5) \cdot 5^2 = 6.66 \text{ t-m}$$

b) La distribución del momento para las cinco condiciones de carga se muestra en la tabla 5.2.1. Los momentos de rotación en sentido antihorario que actúan en los extremos del elemento se consideran como positivo. Los momentos positivos en las luces se determinan mediante la siguiente ecuación:

$$M_U (\text{Centro del tramo}) = M_O - (M_{UL} + M_{UR})/2$$

Donde:

M_O : es el momento en el centro para una viga simple.

Cuando los momentos en los extremos no son iguales, el máximo momento en el tramo no ocurre en el centro, pero su valor es cerca del centro del tramo.

- Momento positivo en el tramo 1-2 para la carga (1):

$$+M_U = (1.28 \cdot 6.5)^2 / 8 \cdot (11.96 + 22.08) / 2 = 11.82 \text{ t-m}$$

Los siguientes valores del momento para las losas-vigas se obtienen de la tabla 5.2.2. Note que según la sección 13.7.6.3 los momentos de diseño no se tomaran menores que los producidos con la carga viva factorizada total en todos los tramos.

- Máximo momento positivo en la luz extrema

$$= \text{El mayor de } 11.82 \text{ o } 10.99 = 11.82 \text{ t-m}$$

- Máximo momento positivo en la luz interior*

$$= \text{El mayor de } 8.62 \text{ o } 9.28 = 9.28 \text{ t-m}$$

- Máximo momento negativo en el apoyo del extremo

$$= \text{El mayor de } 11.96 \text{ o } 11.12 = 11.96 \text{ t-m}$$

- Máximo momento negativo en el apoyo interior de la luz exterior

$$= \text{El mayor de } 22.08 \text{ o } 19.18 = 22.08 \text{ t-m}$$

- Máximo momento negativo en el apoyo interior de la luz interior

$$= \text{El mayor de } 20.22 \text{ o } 18.28 = 20.22 \text{ t-m}$$

Momentos de diseño:

Los momentos factorizados positivos y negativos para el sistema de losas en la dirección N-S ejes 2 y 3 son mostrados en la figura 5.2h. Los momentos negativos factorizados son tomados en las caras de los apoyos rectilíneos pero a una distancia no mayor de $0.175 L_1$ del centro de apoyos.

$0.45/2 = 0.225 < 0.175 \cdot 5 = 0.875$ (se localiza en la cara de los apoyos).

* Este es el único momento gobernado por el patrón de carga con la carga viva parcial, todos los otros momentos máximos ocurren con la carga viva factorizada total en todos los tramos.



Momento factorizado total por tramo:

Los sistemas de losas dentro de las limitaciones de la sección 13.6.1 pueden tener los momentos resultantes reducidos en una proporción tal que la suma numérica de los momentos positivos y el promedio de los momentos negativos no necesitan exceder el valor del momento estático total M_o dado por la ecuación (13-3) del Código ACI.

Se verificará las limitaciones de la sección 13.6.1.6 para la rigidez relativa de las vigas en dos direcciones perpendiculares.

Para el panel interior:

$$\frac{\alpha_1 L_2^2}{\alpha_2 L_1^2} = \frac{3.20 \cdot 6.5^2}{4.16 \cdot 5.0^2} = 1.30$$

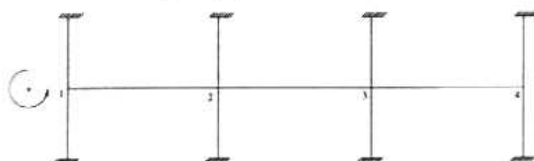
$0.2 < 1.30 < 5.0$ OK!

Para el panel exterior:

$$\frac{\alpha_1 L_2^2}{\alpha_2 L_1^2} = \frac{3.20 \cdot 6.5^2}{19.35 \cdot 5.0^2} = 0.28$$

$0.2 < 0.28 < 5.0$ OK!

Tabla 5.2.2 Distribución de momentos para el pórtico parcial (Dirección N-S ejes 2 y 3)



Nudo	1	2	3	4
Tramo	1-2	2-1 2-3	3-2 3-4	4-3
DF	0.409	0.314 0.314	0.314 0.314	0.409
COF	0.507	0.507 0.507	0.507 0.507	0.507

- (1) Todos los tramos cargados con la carga viva factorizada total:

FEM	19.45	-19.45	19.45	-19.45	19.45	-19.45
COM	0	-4.03	0	0	4.03	0
	0.64	0	-0.84	0.64	0	-0.64
	0.10	-0.13	-0.10	0.10	0.13	-0.10
	0.04	-0.02	-0.04	0.04	0.02	-0.04
	0.01	-0.01	-0.01	0.01	0.01	-0.01
Σ	20.24	-23.65	18.66	-18.66	23.65	-20.24
DM	-8.28	1.57	1.57	-1.57	-1.57	8.28
M neg.	11.96	-22.08	20.22	-20.22	22.08	-11.96
M central		11.82	8.62		11.82	

- (2) Primer y tercer tramo cargado con 3/4 de la carga viva factorizada:

FEM	16.44	-16.44	7.81	-7.81	16.44	-16.44
COM	1.37	-3.41	-1.37	1.37	3.41	-1.37
	0.76	-0.28	-0.76	0.76	0.28	-0.76
	0.17	-0.16	-0.17	0.17	0.16	-0.17
	0.05	-0.03	-0.05	0.05	0.03	-0.05
	0.01	-0.01	-0.01	0.01	0.01	-0.01
Σ	18.81	-20.34	5.44	-5.44	20.34	-18.81
DM	-7.69	4.68	4.68	-4.68	-4.68	7.69
M neg.	11.12	-15.66	10.12	-10.12	15.66	-11.12
M central		10.99		1.46		10.99

- (3) Tramo central cargado con 3/4 de la carga viva factorizada:

FEM	7.81	-7.81	16.44	-16.44	7.81	-7.81
COM	-1.37	-1.62	1.37	-1.37	1.62	1.37
	0.04	0.28	-0.04	0.04	-0.28	-0.04
	-0.04	-0.01	0.04	-0.04	0.01	0.04
Σ	6.43	-9.14	17.82	-17.82	9.14	-6.43
DM	-2.63	-2.72	-2.72	2.72	2.72	2.63
M neg.	3.80	-11.87	15.10	-15.10	11.87	-3.80
M central		3.74		9.28		3.74

- (4) Primer tramo cargado con 3/4 de la carga viva factorizada y la unión losa-viga asumido fijo en los apoyos lejanos del tramo:

FEM	16.44	-16.44	7.81	-7.81
COM	1.37	-3.41		1.37
	0.54	-0.28		0.54
	0.05	-0.11		0.05
	0.02	-0.01		0.02
Σ	18.42	-20.26	7.81	
DM	-7.53	3.91	3.91	
M neg.	10.89	-16.35	11.72	-5.83
M central		10.76		2.80

- (5) Primer y segundo tramo cargado con 3/4 de la carga viva factorizada:

FEM	16.44	-16.44	16.44	-16.44	7.81	-7.81
COM	0.00	-3.41	1.37	0.00	1.62	1.37
	0.32	0.00	-0.26	0.32	-0.28	-0.26
	0.04	-0.07	-0.01	0.04	0.05	-0.01
	0.01	-0.01	-0.02	0.01	0.00	-0.02
Σ	16.82	-19.93	17.53	-16.06	9.20	-6.72
DM	-6.88	0.75	0.75	2.15	2.15	2.75
M neg.	9.94	-19.18	18.28	-13.91	11.36	-3.97
M central		9.82		8.28		3.92

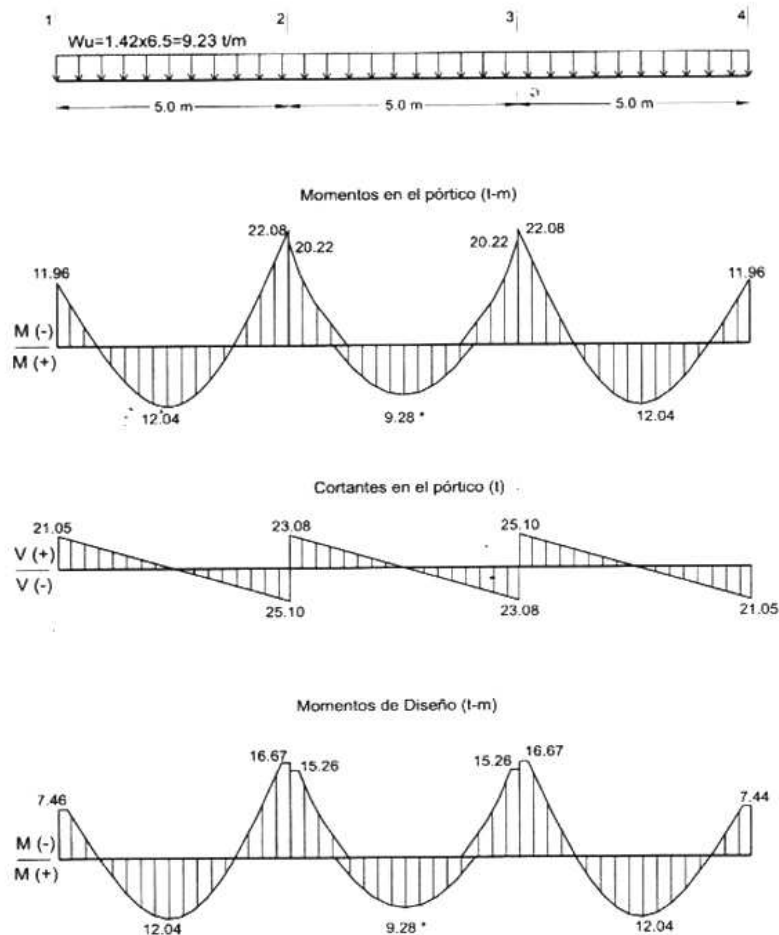
Momento de transporte COM

Es el producto negativo del factor de distribución, factor de transporte y el momento desbalanceado en el nudo, llevado del extremo opuesto del tramo.

** Momento distribuido DM:

Es el producto negativo del factor de distribución y el momento desbalanceado en el nudo.

Figura 5.2h Momentos de diseño positivos y negativos para la losa-viga
(Todos los tramos cargados con la carga viva factorizada total, excepto para el tramo central)



Todas las limitaciones de la sección 13.6.1 están satisfechas y pueden aplicarse las provisiones de la sección 13.7.7.4

$$M_o = \frac{w_u L_2 L_n^2}{8}$$

$$M_o = \frac{1.42 \cdot 6.5 \cdot 4.55^2}{8} = 23.89 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow M_o = 23.89 \text{ t-m}$$

Luz extrema:

$$11.82 + \frac{(7.46 + 16.67)}{2} = 23.89 \text{ t-m}$$

Luz interior:

$$9.28 + \frac{(15.26 + 15.26)}{2} = 24.54 \text{ t-m}$$

Para ilustrar el procedimiento apropiado, los momentos factorizados en la luz interior pueden reducirse como sigue:

$$\text{Reducción permisible} = \frac{23.89}{24.54} = 0.97$$

Momento negativo de diseño ajustado = $15.26 \cdot 0.97 = 14.80 \text{ t-m}$

Momento positivo de diseño ajustado = $9.28 \cdot 0.97 = 9.00 \text{ t-m}$

$M_o = 23.89 \text{ t-m}$



Distribución de los momentos de diseño a través de la franja losa-viga:

Los momentos factorizados positivos y negativos en las secciones críticas pueden distribuirse a la franja de columna, viga y a las dos medias franjas centrales de la losa-viga según las proporciones especificadas en 13.6.4, 13.6.5 y 13.6.6, si los requerimientos de la sección 13.6.1.6 es satisfecho.

- Puesto que las rigideces relativas de las vigas están entre 0.2 y 5.0 (ver paso N° 5), los momentos pueden distribuirse a través de la losa-viga como se especifica en la sección 13.6.4, 13.6.5 y 13.6.6.
- Distribución de los momentos factorizados en la sección crítica:

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{6.5}{5} = 1.30 \quad \Rightarrow \quad \frac{L_2}{L_1} = 1.30$$

$$\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} = 3.20 \cdot \frac{6.5}{5} = 4.16 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 \frac{L_2}{L_1} = 4.16$$

$$\beta_1 = \frac{C}{2 I_s}$$

$$\Rightarrow \beta_1 = \frac{736529.17}{2 \cdot 182812.5} = 2.01 \quad \beta_1 = 2.01$$

Donde:

$$I_s = \frac{650 \cdot 15^3}{12} = 182812.5 \text{ cm}^4$$

C = 736529.17 cm⁴ (Ver la figura 5.2c)

De la tabla 4-1.1 (Momentos en la franja de columna como porcentaje del momento total en la sección crítica).

Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

	Momento factorizado (t-m)	Franja de columna			Momento en las dos medias franjas centrales (t-m)
		%	Momento (t-m)	Momento en la viga (t-m)	
Luz extrema:					
Negativo exterior	7.46	73	5.45	4.63	0.82
Positivo	12.04	66	7.95	6.76	1.19
Negativo interior	16.67	66	11.00	9.35	1.65
Luz interior					
Negativo	15.26	66	10.07	8.56	1.51
Positivo	9.28	66	6.12	5.20	0.92

Pórtico Equivalente Exterior, dirección E-W, ejes A y D.

- Unión losa-viga, rigidez a flexión en ambos extremos

K_{sb} :

$$\frac{C_{N1}}{L_1} = \frac{0.45}{6.5} = 0.069 = 0.07 \quad \frac{C_{N2}}{L_2} = \frac{0.45}{2.725} = 0.17$$

Por interpolación de la tabla 4-2.1 del capítulo IV, tenemos:

$$K_{NF} = K_{FN} = 4.22$$

$$\text{Así, } K_{sb} = 4.22 \frac{E_c I_{sb}}{L_1}$$

Donde:

I_{sb} : es el momento de inercia de la sección losa-viga
 $I_{sb} = 2165033.84 \text{ cm}^4$ y

$$E_{cs} = 15000 \sqrt{280} = 250998.01 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_{sb} = \frac{4.22 \cdot 2165033.84 \cdot 250998.01}{650 \cdot 10^5} = 35280.45 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{sb} = 35280 \text{ t-m}$$

Factor de transporte COF = 0.512, por interpolación de la tabla 4-2.1.

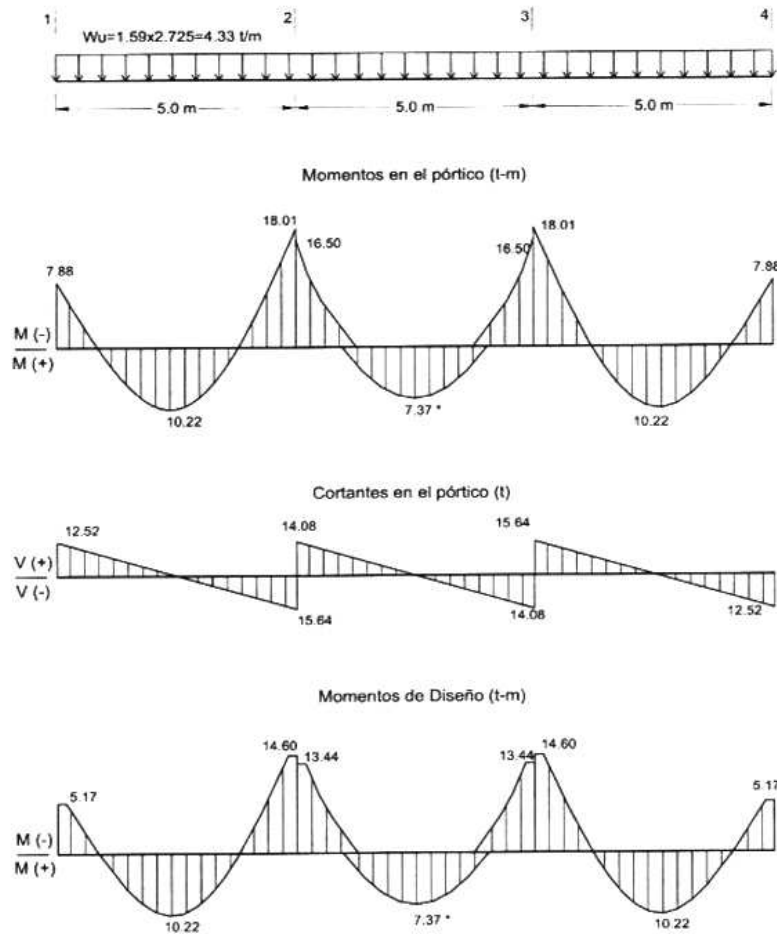
Momento de empotramiento FEM = 0.0849 $w_u L_2 L_1^2$ por interpolación de la tabla 4-2.1.

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com

PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA

UJCM-ING.CIVIL

Analizando de manera similar a los pasos anteriores tenemos:



Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

	Momento factorizado (t-m)	%	Franja de columna			Momento en las dos medias franjas centrales (t-m)
			Momento (t-m)	Momento en la viga (t-m)	Momento en la losa (t-m)	
Luz extrema:						
Negativo exterior	5.17	82	4.24	3.60	0.64	0.93
Positivo	10.22	82	8.38	7.12	1.26	1.84
Negativo interior	14.60	82	11.97	10.17	1.80	2.63
Luz interior:						
Negativo	13.44	82	11.02	9.37	1.65	2.42
Positivo	7.37	82	6.04	5.13	0.91	1.33

Pórtico Equivalente Interior, dirección E-W, ejes B y C.

a) Unión losa-viga, rigidez a flexión en ambos extremos K_{sb} :

$$\frac{CN1}{L1} = \frac{0.45}{6.5} = 0.069 \approx 0.07 \quad \frac{CN2}{L2} = \frac{0.45}{5} = 0.09$$

Por interpolación de la tabla 4-2.1 del capítulo IV, tenemos:

$$K_{NF} = K_{NF} = 4.11$$

$$\text{Así, } K_{sb} = 4.11 \frac{E_c I_{sb}}{L_1}$$

Donde:

I_{sb} : es el momento de inercia de la sección losa-viga

$$I_{sb} = 923807.46 \text{ cm}^4 \text{ y } E_{cs} = 15000 \sqrt{280} = 250998.01 \text{ kg/cm}^2$$

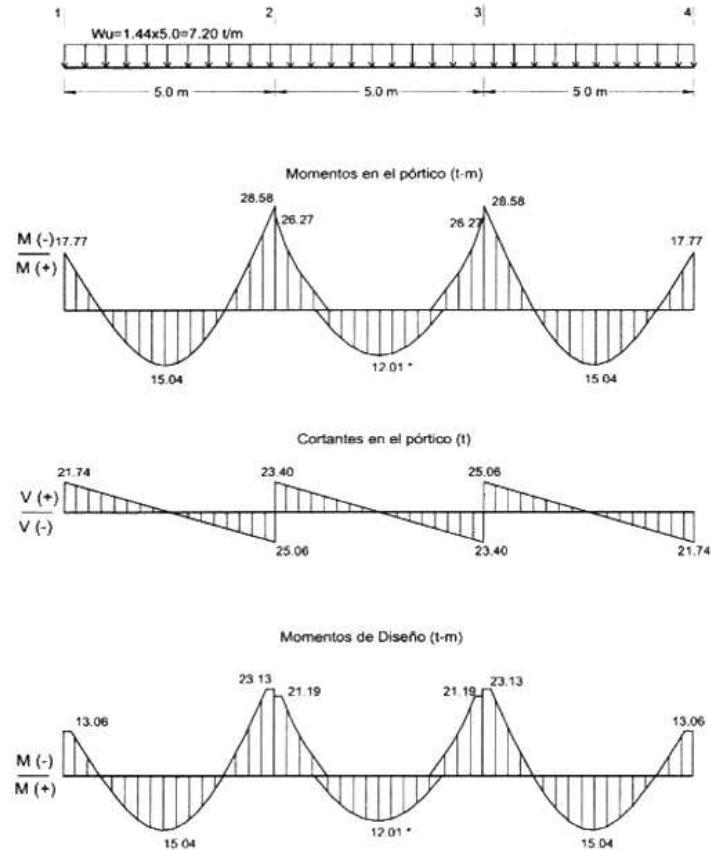
$$K_{sb} = \frac{4.11 \cdot 923807.46 \cdot 250998.01}{650 \cdot 10^5} = 14661.56 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow K_{sb} = 14662 \text{ t-m}$$

Factor de transporte COF = 0.506, por interpolación de la tabla 4-2.1.

Momento de empotramiento FEM = $0.0842 w_u L_2 L_1^2$, por interpolación de la tabla 4-2.1.

Analizando de manera similar a los pasos anteriores tenemos:

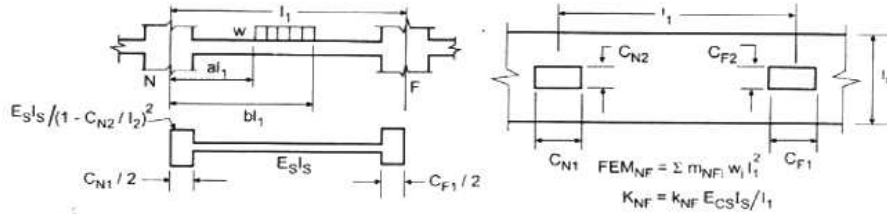


Los momentos factorizados en las franjas de columna y franjas centrales se resumen como sigue:

	Momento factorizado (t-m)	%	Franja de columna			Momento en las dos medias franjas centrales (t-m)
			Momento (t-m)	Momento en la viga (t-m)	Momento en la losa (t-m)	
Luz extrema						
Negativo exterior	13.06	82	10.71	9.10	1.61	2.35
Positivo	15.04	82	12.33	10.48	1.85	2.71
Negativo interior	23.13	82	18.97	16.12	2.85	4.16
Luz interior						
Negativo	21.19	82	17.38	14.77	2.61	3.81
Positivo	12.01	82	9.85	8.37	1.48	2.16

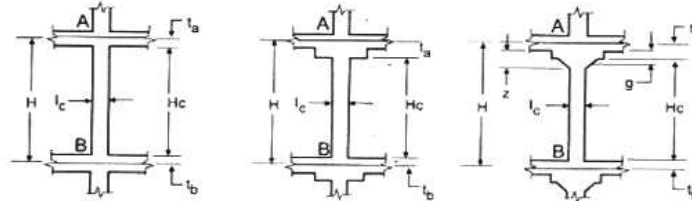
- 1 Puesto que $\alpha_1 L_2/L_1 > 1.0$ las vigas deben proporcionar una resistencia del 85% del momento en la franja de columna de acuerdo con la sección 13.6.5.1 del Código ACI.
- 2 La porción del momento factorizado no resistida por la franja de columna, se asignará a las dos medias franjas centrales.

Tabla 4-2-1 Constantes de redistribución de momentos de la losa



C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	K_{NF}	C_{NF}	M_{NF}	MOMENTO DE EMPOTRAMIENTO PARA $(b-a) = 0.2$					
					$a = 0.0$	$a = 0.2$	$a = 0.4$	$a = 0.6$	$a = 0.8$	
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$										
0.00	-	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00226	
	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00226	
	0.10	4.18	0.51	0.0847	0.0154	0.0293	0.0251	0.0126	0.00214	
	0.20	4.36	0.52	0.0860	0.0158	0.0300	0.0255	0.0126	0.00201	
	0.30	4.53	0.54	0.0872	0.0161	0.0301	0.0259	0.0125	0.00188	
0.10	0.40	4.70	0.55	0.0882	0.0165	0.0314	0.0262	0.0124	0.00174	
	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00226	
	0.10	4.35	0.52	0.0857	0.0155	0.0299	0.0254	0.0127	0.00213	
	0.20	4.72	0.54	0.0880	0.0161	0.0311	0.0262	0.0126	0.00197	
	0.30	5.11	0.56	0.0901	0.0166	0.0324	0.0269	0.0125	0.00178	
0.20	0.40	5.51	0.58	0.0921	0.0171	0.0336	0.0276	0.0123	0.00156	
	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00226	
	0.10	4.49	0.53	0.0883	0.0155	0.0301	0.0257	0.0128	0.00219	
	0.20	5.05	0.56	0.0923	0.0160	0.0317	0.0267	0.0128	0.00207	
	0.30	5.69	0.59	0.0951	0.0165	0.0334	0.0276	0.0127	0.00190	
0.30	0.40	6.41	0.61	0.0971	0.0171	0.0352	0.0287	0.0124	0.00167	
	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.00226	
	0.10	4.61	0.53	0.0866	0.0154	0.0302	0.0259	0.0129	0.00225	
	0.20	5.35	0.56	0.0901	0.0158	0.0318	0.0271	0.0131	0.00221	
	0.30	6.25	0.60	0.0936	0.0162	0.0337	0.0284	0.0131	0.00211	
0.40	0.40	7.37	0.64	0.0971	0.0168	0.0359	0.0297	0.0128	0.00195	
	$C_{F1} = 0.5C_{N1}; C_{F2} = 0.5C_{N2}$									
	0.00	-	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.0023
	0.10	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.0023
		0.10	4.18	0.51	0.0857	0.0155	0.0296	0.0254	0.0130	0.0023
0.20		4.31	0.52	0.0879	0.0158	0.0304	0.0261	0.0133	0.0023	
0.30		4.45	0.54	0.0900	0.0162	0.0312	0.0267	0.0135	0.0023	
0.40		4.58	0.54	0.0918	0.0165	0.0319	0.0273	0.0138	0.0023	
0.20	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.0023	
	0.10	4.30	0.52	0.0872	0.0156	0.0301	0.0259	0.0132	0.0023	
	0.20	4.61	0.55	0.0912	0.0161	0.0317	0.0272	0.0136	0.0023	
	0.30	4.92	0.57	0.0951	0.0167	0.0332	0.0285	0.0143	0.0024	
	0.40	5.23	0.58	0.0989	0.0172	0.0347	0.0298	0.0148	0.0024	
0.30	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.0023	
	0.10	4.43	0.53	0.0881	0.0156	0.0305	0.0263	0.0134	0.0023	
	0.20	4.89	0.56	0.0932	0.0161	0.0324	0.0281	0.0142	0.0024	
	0.30	5.40	0.59	0.0986	0.0167	0.0345	0.0300	0.0150	0.0024	
	0.40	5.93	0.62	0.1042	0.0173	0.0367	0.0320	0.0158	0.0025	
0.40	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.0023	
	0.10	4.54	0.54	0.0884	0.0155	0.0305	0.0265	0.0135	0.0024	
	0.20	5.16	0.57	0.0941	0.0159	0.0326	0.0286	0.0145	0.0025	
	0.30	5.87	0.61	0.1005	0.0165	0.0350	0.0310	0.0155	0.0025	
	0.40	6.67	0.64	0.1079	0.0170	0.0377	0.0336	0.0166	0.0026	
$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$										
0.00	-	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.0023	
0.10	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0150	0.0287	0.0247	0.0127	0.0023	
	0.10	4.27	0.51	0.0817	0.0153	0.0289	0.0241	0.0116	0.0018	
	0.20	4.56	0.52	0.0798	0.0156	0.0290	0.0234	0.0103	0.0013	
0.20	0.00	4.00	0.50	0.0833	0.0151	0.0287	0.0247	0.0127	0.0023	
	0.10	4.49	0.51	0.0819	0.0154	0.0291	0.0240	0.0114	0.0019	
	0.20	5.11	0.53	0.0789	0.0158	0.0293	0.0228	0.0096	0.0014	

Tabla 4-2-7 Constantes de redistribución de momentos de las columnas. Para calcular k_{ba} y c_{ba} considerar t_a/t_b en lugar de t_b/t_a . Se sugiere tomar g a $z/2$

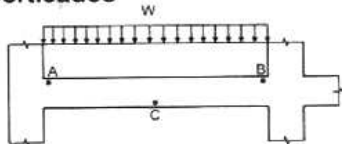


H/H_c		1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50
t_b/t_a	0.00	k_{AB} 4.20 C_{AB} 0.57	4.40 0.69	4.60 0.73	4.80 0.80	5.00 0.87	5.20 0.95	5.40 1.03	5.60 1.10	5.80 1.17	6.00 1.25
	0.20	k_{AB} 4.31 C_{AB} 0.56	4.62 0.62	4.95 0.68	5.30 0.74	5.65 0.80	6.02 0.85	6.40 0.91	6.79 0.96	7.20 1.01	7.62 1.07
	0.40	k_{AB} 4.38 C_{AB} 0.55	4.79 0.60	5.22 0.65	5.67 0.70	6.15 0.74	6.65 0.79	7.18 0.83	7.74 0.87	8.32 0.91	8.94 0.94
	0.60	k_{AB} 4.44 C_{AB} 0.55	4.91 0.59	5.42 0.63	5.96 0.67	6.54 0.70	7.15 0.74	7.81 0.77	8.50 0.80	9.23 0.83	10.01 0.85
	0.80	k_{AB} 4.49 C_{AB} 0.54	5.01 0.58	5.58 0.61	6.19 0.64	6.85 0.67	7.56 0.70	8.31 0.72	9.12 0.75	9.98 0.77	10.89 0.79
	1.00	k_{AB} 4.52 C_{AB} 0.54	5.09 0.57	5.71 0.60	6.38 0.62	7.11 0.65	7.89 0.67	8.73 0.69	9.63 0.71	10.60 0.73	11.62 0.74
	1.20	k_{AB} 4.55 C_{AB} 0.53	5.16 0.56	5.82 0.59	6.54 0.61	7.32 0.63	8.17 0.65	9.08 0.66	10.07 0.68	11.12 0.69	12.25 0.69
	1.40	k_{AB} 4.58 C_{AB} 0.53	5.21 0.55	5.91 0.58	6.68 0.60	7.51 0.61	8.41 0.63	9.38 0.64	10.43 0.65	11.57 0.66	12.78 0.67
	1.60	k_{AB} 4.60 C_{AB} 0.53	5.26 0.55	5.99 0.57	6.79 0.59	7.66 0.60	8.61 0.61	9.64 0.62	10.75 0.63	11.95 0.64	13.24 0.65
	1.80	k_{AB} 4.62 C_{AB} 0.52	5.30 0.55	6.06 0.56	6.89 0.58	7.80 0.59	8.79 0.60	9.87 0.61	11.03 0.61	12.29 0.62	13.65 0.63
	2.00	k_{AB} 4.63 C_{AB} 0.52	5.34 0.54	6.12 0.56	6.98 0.57	7.92 0.58	8.94 0.59	10.06 0.59	11.27 0.60	12.59 0.60	14.00 0.61
	2.20	k_{AB} 4.65 C_{AB} 0.52	5.37 0.54	6.17 0.55	7.05 0.56	8.02 0.57	9.08 0.58	10.24 0.58	11.49 0.59	12.85 0.59	14.31 0.59
	2.40	k_{AB} 4.66 C_{AB} 0.52	5.40 0.53	6.22 0.55	7.12 0.56	8.11 0.56	9.20 0.57	10.39 0.57	11.68 0.58	13.08 0.58	14.60 0.58
	2.60	k_{AB} 4.67 C_{AB} 0.52	5.42 0.53	6.26 0.54	7.18 0.55	8.20 0.56	9.31 0.56	10.53 0.56	11.86 0.57	13.29 0.57	14.85 0.57
	2.80	k_{AB} 4.68 C_{AB} 0.52	5.44 0.53	6.29 0.54	7.23 0.55	8.27 0.55	9.41 0.55	10.66 0.56	12.01 0.56	13.48 0.56	15.07 0.56
	3.00	k_{AB} 4.69 C_{AB} 0.52	5.46 0.53	6.33 0.54	7.28 0.54	8.34 0.55	9.50 0.55	10.77 0.55	12.15 0.55	13.65 0.55	15.28 0.55
	3.20	k_{AB} 4.70 C_{AB} 0.52	5.48 0.53	6.36 0.53	7.33 0.54	8.40 0.54	9.58 0.54	10.87 0.54	12.28 0.54	13.81 0.54	15.47 0.54
	3.40	k_{AB} 4.71 C_{AB} 0.51	5.50 0.52	6.38 0.53	7.37 0.53	8.46 0.54	9.65 0.54	10.97 0.54	12.40 0.53	13.95 0.53	15.64 0.53
	3.60	k_{AB} 4.71 C_{AB} 0.51	5.51 0.52	6.41 0.53	7.41 0.53	8.51 0.53	9.72 0.53	11.05 0.53	12.51 0.53	14.09 0.53	15.80 0.52
	3.80	k_{AB} 4.72 C_{AB} 0.51	5.53 0.52	6.43 0.53	7.44 0.53	8.56 0.53	9.78 0.53	11.13 0.53	12.60 0.52	14.21 0.52	15.95 0.52
	4.00	k_{AB} 4.72 C_{AB} 0.51	5.54 0.52	6.45 0.52	7.47 0.53	8.60 0.53	9.84 0.52	11.21 0.52	12.70 0.52	14.32 0.52	16.08 0.51
	4.20	k_{AB} 4.73 C_{AB} 0.51	5.55 0.52	6.47 0.52	7.50 0.52	8.64 0.52	9.90 0.52	11.27 0.52	12.78 0.51	14.42 0.51	16.20 0.51
	4.40	k_{AB} 4.73 C_{AB} 0.51	5.56 0.52	6.49 0.52	7.53 0.52	8.68 0.52	9.95 0.52	11.34 0.51	12.86 0.51	14.52 0.51	16.32 0.50
	4.60	k_{AB} 4.74 C_{AB} 0.51	5.57 0.52	6.51 0.52	7.55 0.52	8.71 0.52	9.99 0.51	11.40 0.51	12.93 0.51	14.61 0.50	16.43 0.50
	4.80	k_{AB} 4.74 C_{AB} 0.51	5.58 0.52	6.53 0.52	7.56 0.52	8.75 0.52	10.03 0.51	11.45 0.51	13.00 0.50	14.69 0.50	16.53 0.49
	5.00	k_{AB} 4.75 C_{AB} 0.51	5.59 0.51	6.54 0.52	7.60 0.52	8.78 0.51	10.07 0.51	11.50 0.51	13.07 0.50	14.77 0.49	16.62 0.49
	6.00	k_{AB} 4.76 C_{AB} 0.51	5.63 0.51	6.60 0.51	7.69 0.51	8.90 0.50	10.24 0.49	11.72 0.49	13.33 0.48	15.10 0.48	17.02 0.47

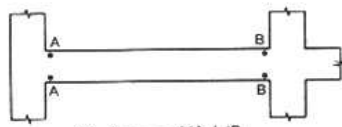
CAPÍTULO 17

FUERZAS CORTANTES DE FLUENCIA EN SISTEMAS APORTICADOS DE CONCRETO ARMADO

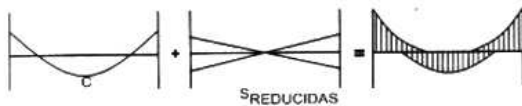
17.1 Secciones críticas en sistemas aporticados



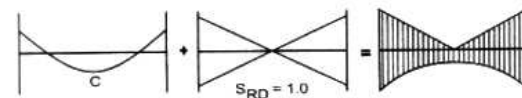
SECCIONES CRÍTICAS PARA CARGAS DE GRAVEDAD



SECCIONES CRÍTICAS PARA CARGAS SÍSMICAS



Envolvente usando fuerzas sísmicas reducidas (código)



Envolvente usando fuerzas sísmicas sin reducir

17.2 Modelo Elástico - Plástico y Modelo Elástico

Se define:

Requerimiento de ductilidad = $\mu_r = \frac{\delta_u}{\delta_y}$

Factor de reducción por ductilidad = $R_D = \frac{R_{rD}}{R_u}$

Coefficiente Sísmico último de piso

$$C_{ru} = \frac{Q_{ru}}{\sum_{j=1}^n W_j}$$

donde:

Q_{ru} = Fuerza cortante última de entrepiso

W_j = Peso concentrado del piso j

Existen dos criterios simples para evaluar la ductilidad de entrepiso

17.3 Criterios para evaluar la ductilidad de entrepiso

a) IGUALDAD DE DESPLAZAMIENTOS ($\delta_u = \delta_e$)

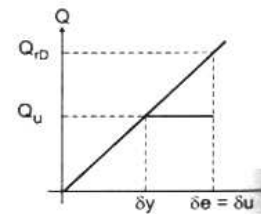
Se considera que el desplazamiento máximo considerando comportamiento elástico es igual al desplazamiento máximo bajo comportamiento inelástico.

De la figura :

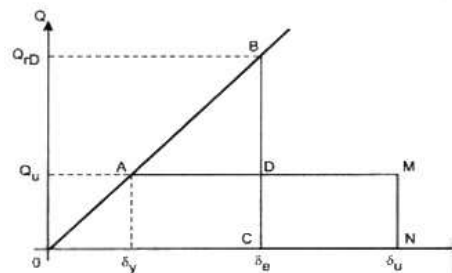
$$\frac{Q_{rD}}{Q_u} = \frac{\delta_u}{\delta_y}$$

$$\therefore R_D = \mu_r \quad (3)$$

$$\mu_r = \frac{Q_{rD}}{Q_u} \quad (3')$$



b) IGUALDAD DE ENERGÍA



De la figura :

$$A_{OBC} = A_{OAMN}$$

$$A_{ABD} = A_{DMNC}$$

$$1/2 (\delta_e - \delta_y) (Q_{rD} - Q_u) = Q_u (\delta_u - \delta_e)$$

de donde se obtiene :

$$R_D = \frac{Q_{rD}}{Q_u} = \sqrt{2\mu_r - 1} \quad (4)$$

$$\text{De (4) : } \mu_r = \frac{\left(\frac{Q_{rD}}{Q_u}\right)^2 + 1}{2} \quad (5)$$

$$\text{Si } Q_{rD} \leq Q_u: \quad \mu_r = \frac{Q_{rD}}{Q_u} \quad (6)$$

y los desplazamientos inelásticos máximos son:

$$\delta_u = \mu_r \delta_y \quad (7)$$



donde: $\delta_y = \frac{Q_u}{k}$ (8)

k = Rigidez lateral del entrepiso

Los cortantes de entrepiso, Q_{rD} , son fuerzas cortantes elásticas, que pueden ser obtenidas de un análisis espectral considerando espectros de respuesta representativos de ondas sísmicas severas compatibles con la sismicidad y condiciones locales de suelo. Dichos espectros pueden ser de ondas sísmicas reales; o artificiales, igualmente pueden ser espectros empíricos de diseño.

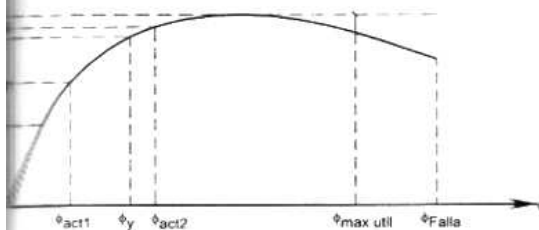


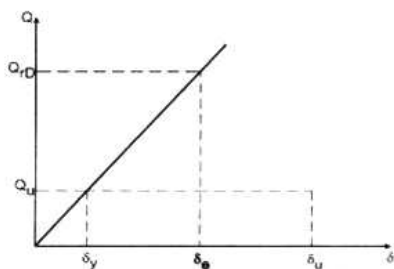
Diagrama Momento - Curvatura de una sección crítica

M_a : Momento de agrietamiento
 M_y : Momento de fluencia
 M_u : Momento último

$M_u = M_y$

U_r = Requerimiento de ductilidad = $\frac{\Phi_{ACTUANTE}}{\Phi_{FLUENCIA}} = \frac{\phi_u}{\phi_y}$

Para cada sección crítica: $U_r \leq U_c$



Q_{rD} : Fuerza cortante elástica de piso.
 Q_u : Fuerza cortante última (de fluencia de piso).
 δ_e : Desplazamiento de entrepiso elástico (desplazamiento elástico máximo).
 δ_y : Desplazamiento de entrepiso de fluencia.
 δ_u : Desplazamiento de entrepiso último máximo (desplazamiento inelástico máximo).

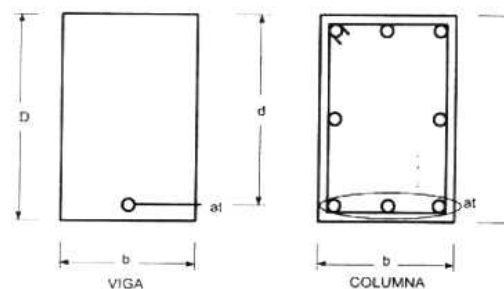
DEFINICIÓN DEL COEFICIENTE SISMICO ULTIMO DE PISO, C_{ru} .

$$C_{ru} = \frac{Q_{ru}}{\sum_{j=r} w_j} \quad (9)$$

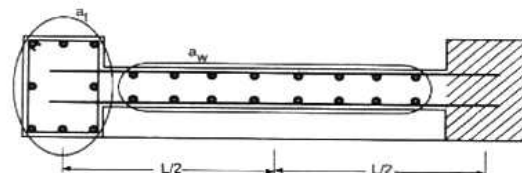
Donde:

Q_{ru} = Fuerza cortante última del entrepiso.
 W_j = Peso concentrado del piso j .

17.4 Expresiones para estimar la capacidad última en flexión de secciones de concreto armado



f_y = Esfuerzo de fluencia del acero
 f'_c = Resistencia del concreto
 M_y = Momento último en t-m



Si: $a_t = \text{cm}^2$
 $f_y = \text{t/cm}^2$
 $D, d = \text{metros}$
 $N \text{ en t}$

$\frac{N}{b D f'_c}$ Adimensional

a_t = Área de acero en tracción por flexión
 a_w = Área total de acero vertical del muro

Viga: $M_y = 0.9 a_t f_y d$

Columna: $M_y = 0.8 a_t f_y D + 0.5 N D \left(1 - \frac{N}{b D f'_c} \right)$

184

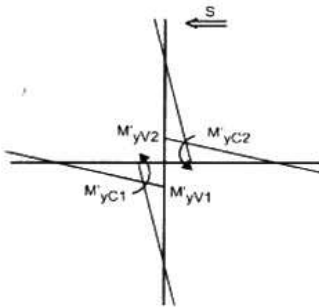
$$N \leq 0.4bDf'_c$$

$$M_y = 0.8a_t f_y D + 0.12 b D^2 f'_c \quad \text{Si: } N > 0.4b D f'_c$$

$$\text{Muros: } M_y = a_t f_y L + 0.5a_w f_y L + 0.5 NL$$

No considera el efecto de los pórticos transversales.

17.5 Mecanismos de rótulas plásticas en nudos



Momentos Nodales

Momentos Nodales de columna:

$$M'_{yC1} + M'_{yC2} = \Sigma M'_{yC}$$

Momentos Nodales de viga:

$$M'_{yV1} + M'_{yV2} = \Sigma M'_{yV}$$

$$\text{Si: } \Sigma M'_{yC} > \Sigma M'_{yV}$$

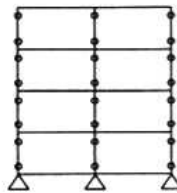
Las rótulas plásticas se forman en las secciones críticas de vigas

$$\text{Si: } \Sigma M'_{yC} < \Sigma M'_{yV}$$

17.6 Tipos de mecanismo de rótulas plásticas

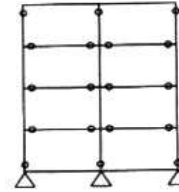


a) Viga Débil -Columna Fuerte



b) Viga Fuerte -Columna Débil

ROBERTO MORALES MORALES



c) Mixto

Reglamento del ACI-83

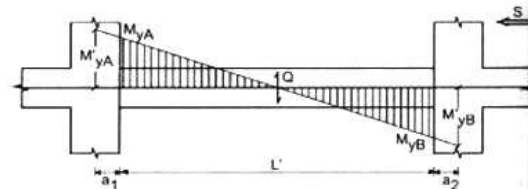
$$\Sigma M'_{yC} \geq 1.2 \Sigma M'_{yV}$$

Reglamento Peruano E.060 - Concreto Armado, ACI-89

$$\Sigma M'_{yC} \geq 1.4 \Sigma M'_{yV}$$

$$\text{ACI-02: } \Sigma M_{yC} \geq 1.2 \Sigma M_{yV}$$

17.7 Momentos nodales



$$Q = \frac{(-)M_{yA} + (+)M_{yB}}{L'}$$

$$(-)M'_{yA} = (-)M_{yA} + Q_x a_1$$

$$(-)M'_{yB} = (+)M_{yB} + Q_x a_2$$

17.8 Esfuerzo en columnas y muros

Una fórmula aproximada para hallar el momento último de una columna es dada en la Norma AIJ.

$$M_u = 0.8a_t f_y + 0.5 ND \left(1 - \frac{N}{bDf'_c} \right)$$

Donde:

M_u : Momento último

N : Carga axial

a_t : Área de refuerzo axial en el lado de tensión (la cantidad asumida es igual en ambos lados)

f_y : Esfuerzo de fluencia del refuerzo

D : Profundidad total de la sección

b : Ancho de la sección

f'_c : Resistencia del concreto

Esto es asumido en todas las columnas del primer piso, los cuales colapsaran en su parte superior e inferior. El

ICG, Instituto de la Construcción y Gerencia



esfuerzo de flexión es calculado como sigue:

$$Q_f = \frac{2M_u}{h_o}$$

Donde:

Q_f : Esfuerzo de flexión en la columna
 M_u : Momento último
 h_o : Altura libre

Una fórmula para hallar el esfuerzo de corte en una columna es dada en la Norma AIJ

$$Q_u = \left[\frac{0.053 P_t^{0.23} (180 + f'_c)}{\frac{M}{QD} + 0.12} + 2.7 \sqrt{P_w \sigma_{wy}} + 0.1 \sigma_o \right] b j$$

Donde, Si $M/(QD)$ es menor que 1, esto es igual a 1 y si $M/(QD)$ es mayor que 3, esto es igual a 3.

Q_u : Esfuerzo último de corte
 D : Profundidad de la columna
 b : Ancho de la columna
 j : 0.8D
 P_t : Proporción del refuerzo a tensión
 P_w : Proporción del refuerzo de corte
 σ_{wy} : Esfuerzo de fluencia del refuerzo por corte
 σ_o : Esfuerzo axial en la columna
 $M/(QD)$: Proporción de la luz de corte

Una fórmula aproximada para hallar los máximos momentos de flexión en muros es dada en la Norma AIJ.

$$M_w = a_t f_y L_w + 0.5 a_w s_{wy} L_w + 0.5 N L_w$$

Donde:

M_w : Máximo momento de flexión del muro
 a_t : Área total del refuerzo axial en el lado de tensión de la columna
 f_y : Esfuerzo de fluencia del refuerzo axial en el lado de tensión de la columna
 a_w : Área de refuerzo del muro
 s_{wy} : Esfuerzo de fluencia del refuerzo vertical en el muro
 L_w : Distancia entre los centroides del lado de tensión y compresión de la columna
 N : Carga axial del muro

Esfuerzo lateral debido a la fluencia por flexión en la parte inferior del muro, el cual se calcula como sigue;

$$Q_{fw} = \frac{M_w}{h_o}$$

Donde:

h_o : Altura al punto de inflexión del momento flector del muro

Una fórmula para hallar el esfuerzo de corte en los muros es dada en la Norma AIJ.

$$Q_w = \left[\frac{0.053 P_{te}^{0.23} (180 + f'_c)}{\frac{M}{QD} + 12} + 2.7 \sqrt{P_{wh} \sigma_{wh}} + 0.1 \sigma_o \right] b e j$$

Donde, si $M/(QD)$ es menor que 1, esto es igual a 1 y si $M/(QD)$ es mayor que 3, esto es igual a 3

Q_w : Esfuerzo ultimo de corte
 D : Longitud del muro
 $b e$: Ancho de la sección que es el resultado de dividir el área de la sección tipo L por D
 D_c : Profundidad de la columna
 d : $D - D_c/2$
 j : $7/8d$
 P_{te} : Proporción del refuerzo tensor equivalente (%)
 P_{wh} : Proporción del refuerzo lateral de corte en caso de que se considere el espesor del muro
 σ_{wh} : Esfuerzo de fluencia del refuerzo lateral del muro (kg/cm^2)
 σ_o : Esfuerzo axial promedio basado en el área total (kg/cm^2)
 f'_c : Resistencia del concreto
 M : Momento de la sección crítica

17.9 Método de redistribución de momentos para el cálculo de la capacidad última de sistemas aportados

- 1) Momento último en secciones críticas de vigas y columnas
- 2) Momentos nodales
- 3) Mecanismo de rótulas plásticas



Si: $\Sigma M'_{YC} > \Sigma M'_{YV} \therefore$

Rótulas en vigas

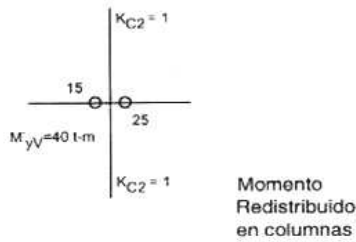
$$\frac{M'_{YV1} | M'_{YC2}}{M'_{YV1} | M'_{YC2}}$$

Si: $\Sigma M'_{YC} < \Sigma M'_{YV} \therefore$

Rótulas en columnas

- 4) Redistribución de momentos nodales

$$\frac{M'_{YV1} = 15 \text{ t} \cdot \text{m} \quad | \quad M'_{YC2} = 30 \text{ t} \cdot \text{m}}{M'_{YC1} = 40 \text{ t} \cdot \text{m} \quad | \quad M'_{YV2} = 25 \text{ t} \cdot \text{m}}$$



- 5) Fuerza cortante última de columnas
- 6) Fuerza cortante última de entrepiso y coeficiente sísmico último de piso

$$Q_u = \sum_{Piso} Q_{COLU}$$

$$C_{ru} = \frac{Q_{ru}}{\sum_{j=1}^n W_j}$$

- 7) Evaluación de requerimientos de ductilidad y desplazamiento de entrepiso últimos

17.10 Método del trabajo virtual para el cálculo de la capacidad última de sistemas aporricados

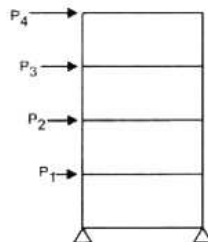
- 1), 2) y 3) igual al método de redistribución de momentos
- 4) Asumir distribución de fuerzas sísmicas laterales

$$P_1 = \alpha_1 P$$

$$P_2 = \alpha_2 P$$

$$P_3 = \alpha_3 P$$

$$P_4 = \alpha_4 P$$



Los valores de α_i son asumidos, por lo tanto son conocidos

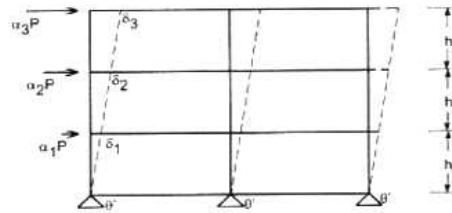
- 5) Capacidad última considerando igualdad de trabajo exterior e interior del sistema

$$W_E = P_1 \delta_1 + P_2 \delta_2 + P_3 \delta_3$$

$$W_E = P_1 h_1 \theta' + P_2 (h_1 + h_2) \theta' + P_3 (h_1 + h_2 + h_3) \theta'$$

$$= \theta' (\alpha_1 P h_1 + \alpha_2 P (h_1 + h_2) + \alpha_3 P (h_1 + h_2 + h_3))$$

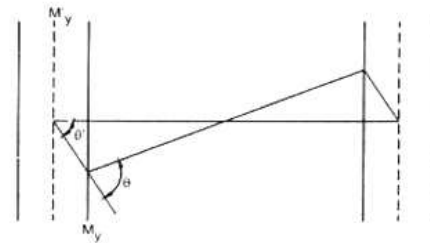
$$W_E = \theta' M_{BASE}$$



$$W_i = \sum M_y \theta = \sum M'_y \theta' = \theta' \sum M'_y$$

De (1) y (2):

$$M_{BASE} = \sum_{\alpha=1}^m (M'_y)_{\alpha}$$



- 6) Fuerzas laterales ultimas, fuerzas cortantes ultimas y coeficiente sísmico último de piso

$$P_i = \alpha_i P$$

$$Q_{iu} = \sum_{j=1}^n P_j$$

$$C_{iu} = \frac{Q_{iu}}{\sum_{j=1}^n W_j}$$

- 7) Evaluación de requerimientos de ductilidad y desplazamientos últimos

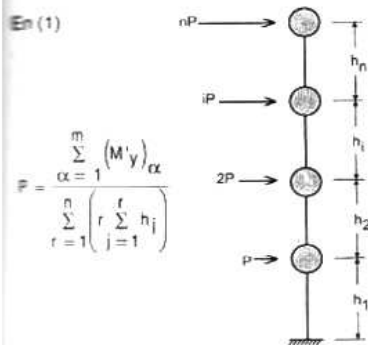
17.11 Casos particulares de distribución de fuerzas laterales

- i) Distribución "Triangular Inversa" ($P_i = iP$)

$$M_{BASE} = \sum M_y$$

$$M_{BASE} = \frac{P h_1 + 2P(h_1 + h_2) + iP(h_1 + \dots + h_n)}{nP(h_1 + \dots + h_n)}$$

$$M_{BASE} = P \sum_{r=1}^n \left(r \sum_{j=1}^r h_j \right)$$



a) Distribución "Uniforme" ($P_i = P$)

$$M_{BASE} = Ph_1 + P(h_1 + h_2) + P(h_1 + \dots + h_i) + P(h_1 + \dots + h_n)$$

$$M_{BASE} = P \sum_{r=1}^n \left(r \sum_{j=1}^r h_j \right)$$

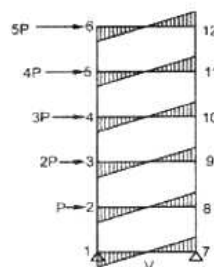
$$P = \frac{\sum_{\alpha=1}^m (M'_{y\alpha})}{\sum_{r=1}^n \left(r \sum_{j=1}^r h_j \right)}$$

Aplicación N° 01:

Usando el método de trabajos virtuales, considerando un pórtico de 5 pisos y las columnas del primer nivel unidas en la parte inferior con una viga de conexión determine las fuerzas cortantes últimas.

Vigas

V - 101 $\rightarrow$ V - 301: 0.25×0.50
 $A_s = 2 \phi 3/4'' \Rightarrow M_y = 0.9 a_1 f_y d$
 $M_y = 0.9 \times 5.70 \times 4.2 \times 0.44 = 9.48 \text{ t-m}$
 $A_s = 4 \phi 3/4'' \Rightarrow M_y = 18.96 \text{ t-m}$
 V - 401 $\rightarrow$ V - 501: 0.25×0.45
 $A_s = 2 \phi 3/4'' \Rightarrow M_y = 8.40 \text{ t-m}$
 $A_s = 4 \phi 3/4'' \Rightarrow M_y = 16.81 \text{ t-m}$



Momentos Nodales

$$V - 101: Q = \frac{9.48 + 18.96}{5.60} = 5.08 \text{ t}$$

$$\Rightarrow M'_{y1} = 9.48 + 5.08 \times 0.20 = 10.50 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow M'_{y7} = 18.96 + 5.08 \times 0.20 = 19.98 \text{ t-m}$$

$$V - 401: Q = 4.50 \text{ t}$$

$$\Rightarrow M'_{y5} = 9.30 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow M'_{y11} = 17.71 \text{ t-m}$$

Columnas

$$0.4 B_b D f_c = 0.4 \times 40 \times 40 \times 0.28 = 179.2 \text{ t}$$

$$\therefore N < 0.4 b D f_c \Rightarrow M_y = 0.8 a_1 f_y D + 0.5 N D \left(1 - \frac{N}{b D f_c} \right)$$

$$M_y = 0.8 (10.14) 4.2 \times 0.40 + 0.2 N \left(1 - \frac{N}{448} \right)$$

$$M_y = 13.63 + 0.2 N \left(1 - \frac{N}{448} \right)$$

$$C_5 \rightarrow N = 10.8 \text{ t} \Rightarrow M_y = 13.63 + 2.11 = 15.74 \text{ t-m}$$

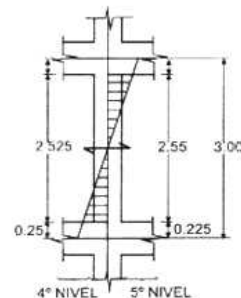
$$C_4 \rightarrow N = 21.6 \text{ t} \Rightarrow M_y = 13.63 + 4.11 = 17.74 \text{ t-m}$$

$$C_3 \rightarrow N = 32.4 \text{ t} \Rightarrow M_y = 13.63 + 6.01 = 19.64 \text{ t-m}$$

$$C_2 \rightarrow N = 43.2 \text{ t} \Rightarrow M_y = 13.63 + 7.81 = 21.44 \text{ t-m}$$

$$C_1 \rightarrow N = 54.0 \text{ t} \Rightarrow M_y = 13.63 + 9.50 = 23.13 \text{ t-m}$$

Momentos Nodales



$$\text{Nivel } 5^\circ \Rightarrow Q = \frac{15.7 \times 2}{2.55} = 12.31 \text{ t}$$

$$M'_y = 18.52 \text{ t-m}$$

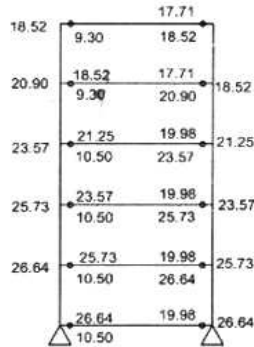
$$\text{Nivel } 4^\circ \Rightarrow Q = 14.05 \text{ t} \Rightarrow \begin{cases} M'_{y5} = 20.90 \text{ t-m} \\ M'_{y1} = 21.25 \text{ t-m} \end{cases}$$

$$\text{Nivel } 3^\circ \Rightarrow Q = 15.71 \text{ t} \Rightarrow \begin{cases} M'_{y5} = 23.57 \text{ t-m} \\ M'_{y1} = 23.57 \text{ t-m} \end{cases}$$

$$\text{Nivel } 2^\circ \Rightarrow Q = 17.15 \text{ t} \Rightarrow \begin{cases} M'_{y5} = 25.73 \text{ t-m} \\ M'_{y1} = 25.73 \text{ t-m} \end{cases}$$

$$\text{Nivel } 1^{\circ} \Rightarrow Q = \frac{23.13 \cdot 2}{3.30} = 14.02 \text{ t}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M'_{ys} = 26.64 \text{ t-m} \\ M'_{yi} = 26.64 \text{ t-m} \end{cases}$$



$$\sum M'_{yi} = (9.30 + 17.71)2 + (10.50 + 19.98)4 = 175.94 \text{ t-m}$$

$$M_{\text{BASE}} = P \cdot 3.8 + 2P \cdot 6.8 + 3P(9.8) + 4P(12.8) + 5P(15.8) = 177 P$$

$$P = \frac{\sum M'_{yi}}{177} = \frac{175.94}{177} = 0.99 \text{ t}$$

$$\begin{aligned} Q_{y5} &= 5P = 4.97 \text{ t} \\ Q_{y4} &= 9P = 8.95 \text{ t} \\ Q_{y3} &= 12P = 11.93 \text{ t} \\ Q_{y2} &= 14P = 13.92 \text{ t} \\ Q_{y1} &= 15P = 14.91 \text{ t} \end{aligned}$$

Aplicación N° 02:

Usando el método de trabajos virtuales, considerando dos pórticos iguales de 5 pisos, determine las fuerzas cortantes últimas.

a) Momentos de Fluencia en secciones críticas de vigas

$$V - 101 \rightarrow V - 301: 0.25 \cdot 0.50 \text{ m}^2$$

$$A_s = 2 \phi 3/4" = 5.70 \text{ cm}^2 \Rightarrow M_y = 0.9 a_t f_y d$$

$$M_y = 0.9 \cdot 5.70 \cdot 4.2 \cdot 0.44 = 9.48 \text{ t-m}$$

$$A_s = 4 \phi 3/4" = 11.40 \text{ cm}^2 \Rightarrow M_y = 18.96 \text{ t-m}$$

$$V - 401 \rightarrow V - 501: 0.25 \cdot 0.45$$

$$A_s = 2 \phi 3/4" \Rightarrow M_y = 8.40 \text{ t-m}$$

$$A_s = 4 \phi 3/4" \Rightarrow M_y = 16.81 \text{ t-m}$$

Momentos Nodales de Vigas:

$$M'_y = M_y + Q_a$$

$$V - 101: Q = \frac{9.48 + 18.96}{5.65} = 5.03 \text{ t}$$

$$\Rightarrow M'_{yi} = 10.36 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow M'_{yd} = 19.84 \text{ t-m}$$

$$V - 401: Q = \frac{8.40 + 16.81}{5.65} = 4.46 \text{ t}$$

$$\Rightarrow M'_{yi} = 9.18 \text{ t-m}$$

$$\Rightarrow M'_{yd} = 17.59 \text{ t-m}$$

b) Momentos en secciones de columnas

$$0.4 B b D f'_c = 0.4 \cdot 35 \cdot 35 \cdot 0.28 = 137.2 \text{ t}$$

$$\therefore N < 137.2 \text{ t} \Rightarrow M_y = 0.8 a_t f_y D + 0.5 N D \left(1 - \frac{N}{b D f'_c} \right)$$

$$M_y = 0.8 (3 \cdot 1.98) 4.2 \cdot 0.35 +$$

$$0.5 \cdot N \cdot 0.35 \left(1 - \frac{N}{35 \cdot 35 \cdot 0.28} \right)$$

$$M_y = 6.99 + 0.175 N \left(1 - \frac{N}{343} \right)$$

$$C_5 \rightarrow N = 10.8 \text{ t} \Rightarrow M_y = 6.99 + 1.83 = 8.82 \text{ t-m}$$

$$C_4 \rightarrow N = 21.6 \text{ t} \Rightarrow M_y = 6.99 + 3.54 = 10.53 \text{ t-m}$$

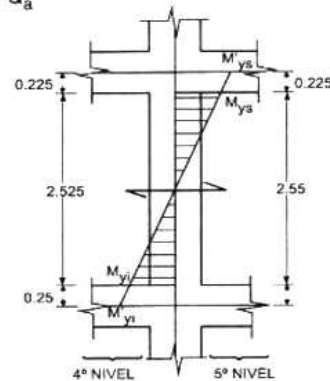
$$C_3 \rightarrow N = 32.4 \text{ t} \Rightarrow M_y = 6.99 + 5.13 = 12.12 \text{ t-m}$$

$$C_2 \rightarrow N = 43.2 \text{ t} \Rightarrow M_y = 6.99 + 6.60 = 13.60 \text{ t-m}$$

$$C_1 \rightarrow N = 54.0 \text{ t} \Rightarrow M_y = 6.99 + 7.96 = 14.95 \text{ t-m}$$

Momentos Nodales

$$M'_y = M_y + Q_a$$



$$\text{Nivel } 5^{\circ} \Rightarrow$$

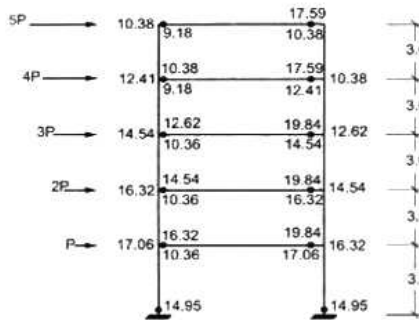
$$Q = \frac{8.82 + 8.82}{2.55} = 6.92 \text{ t} \Rightarrow \begin{cases} M'_{ys} = 12.41 \text{ t-m} \\ M'_{yi} = 10.38 \text{ t-m} \end{cases}$$

$$\text{Nivel } 4^{\circ} \Rightarrow Q = 8.34 \text{ t} \Rightarrow \begin{cases} M'_{ys} = 12.41 \text{ t-m} \\ M'_{yi} = 12.62 \text{ t-m} \end{cases}$$

$$\text{Nivel } 3^{\circ} \Rightarrow Q = 9.70 \text{ t} \Rightarrow \begin{cases} M'_{ys} = 14.54 \text{ t-m} \\ M'_{yi} = 14.54 \text{ t-m} \end{cases}$$

$$\text{Nivel } 2^{\circ} \Rightarrow Q = 10.88 \text{ t} \Rightarrow \begin{cases} M'_{ys} = 16.36 \text{ t-m} \\ M'_{yi} = 16.36 \text{ t-m} \end{cases}$$

$$\text{Nivel } 1^{\circ} \Rightarrow Q = \frac{14.95 \cdot 2}{3.55} = 8.42 \text{ t} \Rightarrow \begin{cases} M'_{ys} = 17.06 \text{ t-m} \\ M'_{yi} = 14.95 \text{ t-m} \end{cases}$$



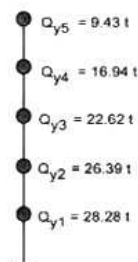
$$\sum (M'_y) = 9.18 + 10.38 + 9.18 + 17.59 + (10.36 + 9.84) \cdot 3 + 14.95 \cdot 2 = 166.83 \text{ t-m}$$

$$M_{\text{BASE}} = 5P(15.8) + 4P(12.8) + 3P(9.8) + 2P(6.8) = 177 \text{ P}$$

$$P = \frac{\sum (M'_y)}{177} = \frac{166.83}{177} = 0.94 \text{ t}$$

$$\text{Como se tiene dos pórticos iguales: } P_T = 2P = 1.89 \text{ t}$$

$$\begin{aligned} Q_{y5} &= 5P_T = 9.43 \text{ t} \\ Q_{y4} &= 9P_T = 16.97 \text{ t} \\ Q_{y3} &= 12P_T = 22.62 \text{ t} \\ Q_{y2} &= 14P_T = 26.39 \text{ t} \\ Q_{y1} &= 15P_T = 28.28 \text{ t} \end{aligned}$$

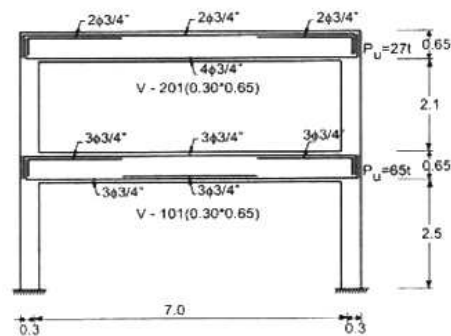


Cortantes Ultimos

Aplicación N° 03:

Para el pórtico que se muestra en la figura determine:

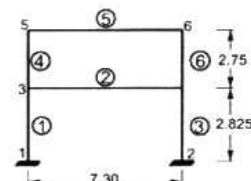
- Los momentos últimos de vigas y columnas en las caras de los elementos usando las expresiones empíricas japonesas.
- Los momentos nodales y la distribución probable de las rótulas plásticas (mecanismo de rótulas plásticas).
- Usando el método de redistribución de momentos las fuerzas cortantes ultimas (de fluencia) de cada entrepiso.



Columna C1

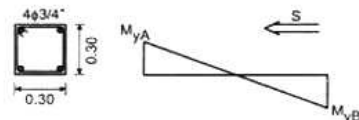
$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$



Solución:

- V - 101:



$$M_{yA} \Rightarrow 6 \phi 3/4" = 17.10 \text{ cm}^2$$

$$d = 65 - (4 + 0.95 + 1.91 + 1.27) = 65 - 8.13 = 56.87 \text{ cm}$$

$$M_y = 0.9a_t f_y d = 0.9 \cdot 17.1 \cdot 4.2 \cdot 0.57 = 36.84 \text{ t-m}$$

$$M_{yB} \Rightarrow 3 \phi 3/4" = 8.55 \text{ cm}^2$$

$$d = 65 - (4 + 0.95 + 0.95) = 65 - 5.9 = 59.10 \text{ cm}$$

$$M_y = 19.10 \text{ t-m}$$

V - 201:

$$M_{yA} = 4 \phi 3/4" \Rightarrow d = 59.1 \text{ cm} \Rightarrow M_y = 25.47 \text{ t-m}$$

$$M_{yB} = 4 \phi 3/4" \Rightarrow M_y = 25.47 \text{ t-m}$$

Columnas:

$$2^{\text{do. Nivel:}} P_u = 27 \text{ t}$$

$$0.4b D f_c = 0.4 \cdot 30 \cdot 30 \cdot 0.21 = 75.60 \text{ t}$$

190

$$N < 0.4b D f'_c \Rightarrow M_y = 0.8a_t f_y D + 0.5 ND \left(1 - \frac{N}{bD f'_c}\right)$$

$$M_y = 0.8 (2 \cdot 2.85) 4.2 \cdot 0.30 + 0.5 \cdot 27 \cdot 0.30 \left(1 - \frac{27}{30 \cdot 30 \cdot 0.21}\right)$$

$$\therefore M_y = 5.75 + 3.47 = 9.22 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\text{1er. Nivel: } P_u = 65 \text{ t}$$

$$\therefore M_y = 5.75 + 6.40 = 12.15 \text{ t} \cdot \text{m}$$

b) Puntos Nodales

$$V - 101: Q = \frac{36.84 + 19.10}{7.00} = 7.99 \text{ t}$$

$$\Rightarrow M'_{yA} = 36.84 + 0.15 \cdot 7.99 = 38.04 \text{ t} \cdot \text{m}$$

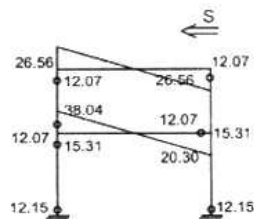
$$\Rightarrow M'_{yB} = 20.30 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\text{Columna Superior} \Rightarrow Q = \frac{9.22 \cdot 2}{2.10} = 8.78 \text{ t}$$

$$\Rightarrow M'_{yC} = 12.07 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\text{Columna Inferior} \Rightarrow Q = \frac{12.15 \cdot 2}{2.50} = 9.72 \text{ t}$$

$$\Rightarrow M'_{yC} = 15.31 \text{ t} \cdot \text{m}$$

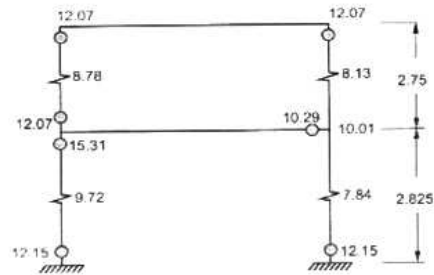


Momentos nodales y mecanismos de rótulas plásticas

$$\frac{1}{2.75} = 0.36 \Rightarrow M_{CS} = 10.29 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\frac{1}{2.825} = 0.35 \Rightarrow M_{CI} = 10.01 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\frac{0.71}{0.71}$$



Fuerzas Cortantes en Columnas en t

$$V_{y2} = 8.78 + 8.13 = 16.91 \text{ t}$$

$$V_{y1} = 9.72 + 7.84 = 17.56 \text{ t}$$

Aplicación N° 04:

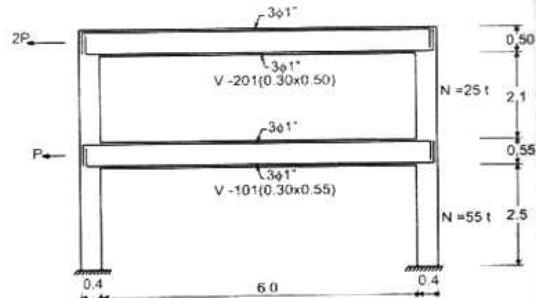
$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Columnas:

$$0.40 \cdot 0.40 \text{ m}^2$$

$$A_{st} = 4 \phi 1"$$



a) Momentos ultimos de vigas y columnas



$$V - 101: 0.30 \cdot 0.55$$

$$M_{yA} \Rightarrow 3 \phi 1" = 15.21 \text{ cm}^2$$

$$d = 55 - (4 + 0.95 + 1.27) = 55 - 6.22 = 48.78 \text{ cm}$$

$$M_y = 0.9a_t f_y d = 0.9 \cdot 15.21 \cdot 4.2 \cdot 0.49 = 28.18 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\Rightarrow M_{yB} = 28.18 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$V - 201: 0.30 \cdot 0.50$$

$$d = 43.78 \text{ cm} \Rightarrow M_{yA} = M_{yB} = 25.30 \text{ t} \cdot \text{m}$$



Columnas del 2do. Nivel $N = 25 \text{ t}$
 $0.4b D f'_c = 0.4 \cdot 40 \cdot 40 \cdot 0.28 = 179.2 \text{ t}$

$$N < 0.4b D f'_c \Rightarrow M_y = 0.8a_t f_y D + 0.5ND \left(1 - \frac{N}{bD f'_c} \right)$$

$$M_y = 0.8 (2 \cdot 5.07) 4.2 \cdot 0.40 +$$

$$0.5 \cdot 25 \cdot 0.40 \left(1 - \frac{25}{40 \cdot 40 \cdot 0.28} \right)$$

$$\therefore M_y = 13.63 + 4.72 = 18.35 \text{ t-m}$$

Columnas del 1er. Nivel

$$\therefore M_y = 13.63 + 9.65 = 23.28 \text{ t-m}$$

b) Momentos Nodales

$$V - 101 \Rightarrow Q = \frac{28.18 + 28.18}{6} = 9.39 \text{ t}$$

$$\Rightarrow M'_{yA} = 28.18 + 9.39 \cdot 0.20 = 30.06 \text{ t-m}$$

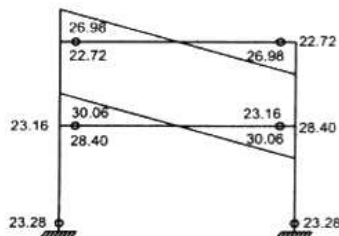
$$V - 201 \Rightarrow Q = \frac{25.30 \cdot 2}{6} = 8.4 \text{ t} \Rightarrow M'_{yA} = 26.98 \text{ t-m}$$

Columna Superior

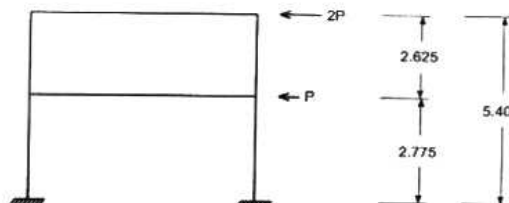
$$\Rightarrow Q = \frac{18.35 \cdot 2}{2.10} = 17.48 \text{ t} \Rightarrow \begin{cases} M'_{yCS} = 22.72 \text{ t-m} \\ M'_{yCI} = 23.16 \text{ t-m} \end{cases}$$

Columna Inferior

$$\Rightarrow Q = 18.62 \text{ t} \Rightarrow \begin{cases} M'_{yCS} = 23.28 + 5.12 = 28.40 \text{ t-m} \\ M'_{yCI} = 23.28 \text{ t-m} \end{cases}$$



Momentos nodales y mecanismos de rotulas plasticas



$$W_E = P(h_1)\theta + 2P(h_2)\theta = P(2.775)\theta + 2P(5.40)\theta$$

$$= 13.575 P\theta \dots\dots\dots (1)$$

$$W_i = \Sigma(M_{yNUDO}) \theta \dots\dots\dots (2)$$

$$W_E = W_i$$

$$W_i = (22.72 \cdot 2 + 30.06 \cdot 2 + 23.28 \cdot 2)\theta = 152.12\theta$$

$$P = 11.21 \text{ t}$$

$$V_{2y} = 2P = 22.41 \text{ t}$$

$$V_{1y} = 3P = 33.63 \text{ t}$$

Variante

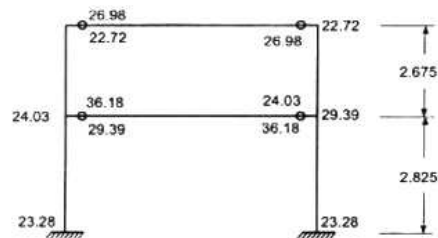
$$h = 0.65 \text{ m} \Rightarrow d = 58.78 \text{ cm} \Rightarrow M'_{yA} = M'_{yB} = 33.92 \text{ t-m}$$

$$M'_{yA} \Rightarrow Q = 11.31 \text{ t} \Rightarrow M'_{yA} = 36.18 \text{ t-m}$$

Columnas

$$1\text{er. Nivel} \Rightarrow Q = 18.62 \text{ t} \Rightarrow \begin{cases} M'_{yCS} = 29.39 \text{ t-m} \\ M'_{yCI} = 23.28 \text{ t-m} \end{cases}$$

$$2\text{do. Nivel} \Rightarrow Q = 17.48 \text{ t} \Rightarrow \begin{cases} M'_{yCS} = 22.72 \text{ t-m} \\ M'_{yCI} = 24.03 \text{ t-m} \end{cases}$$



$$W_E = \theta(P \cdot 2.825 + 2P \cdot 5.50) = 13.825\theta P$$

$$W_i = 2(22.72 + 36.18 + 23.28)\theta = 164.36\theta \dots\dots\dots (2)$$

$$\therefore P = 11.89 \text{ t}$$

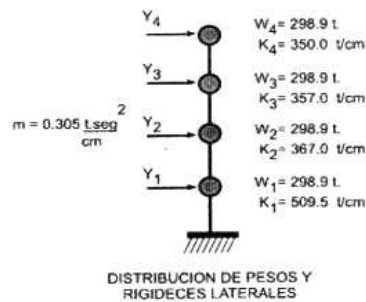
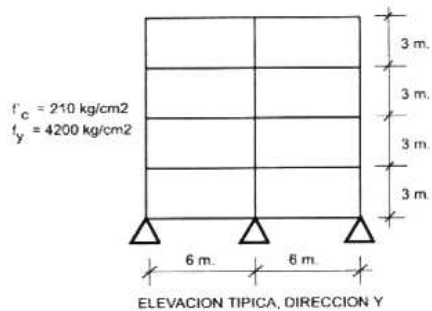
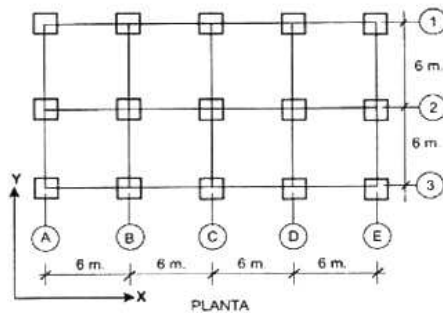
$$V_{2y} = 23.78 \text{ t}$$

$$V_{1y} = 35.67 \text{ t}$$

Aplicación N° 05:

Determinar la capacidad última de la estructura aporticada que se muestra en las figuras adjuntas. Considere a Y como dirección de análisis.

192

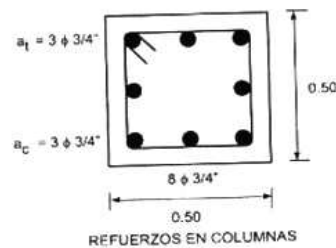
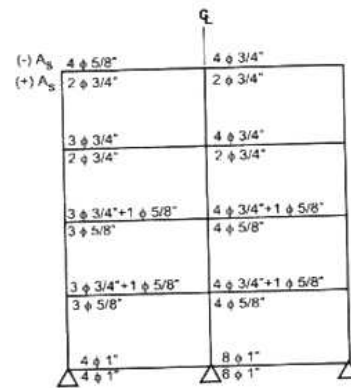


FORMAS DE MODO DE VIBRACION Y FACTORES DE PARTICIPACION

$$[f] = \begin{bmatrix} 0.269 & -0.843 & 1.636 & -3.086 \\ 0.602 & -1.099 & -0.117 & 3.618 \\ 0.859 & -0.137 & -1.578 & -2.735 \\ 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \end{bmatrix}$$

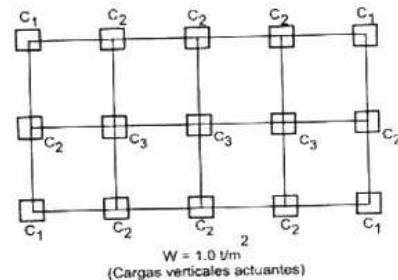
$$FPM_i = (1.257, -0.367, 0.152)$$

Diseño Estructural de los Pórticos en la dirección
El resumen del diseño estructural se muestra en la figura adjunta.



ELEMENTO	b x h
VIGAS	0.30x0.75
VIGAS DE CIMENTACION	0.50x1.00
COLUMNAS	0.50x0.50

FRECUENCIAS Y PERIODOS DE VIBRACION	
Wi (rad / seg)	Ti (seg)
W ₁ = 12.72	T ₁ = 0.494
W ₂ = 36.12	T ₂ = 0.174
W ₃ = 54.39	T ₃ = 0.116
W ₄ = 65.47	T ₄ = 0.096



ROBERTO MORALES MORALES

ICG, Instituto de la Construcción y Gerencia



TABLA 1: CARGAS ACTUANTES EN COLUMNAS

NIVEL	Ps (T) C ₁	Ps (T) C ₂	Ps (T) C ₃	a _t (cm ²)
4	9.9	18.9	36.0	8.55
3	19.8	37.8	72.0	8.55
2	29.8	56.7	108.0	8.55
1	39.7	75.6	144.0	8.55

TABLA 2: VALORES DE M_{YC} (t - m) DE SECCIONES CRÍTICAS DE COLUMNAS

NIVEL	C ₁		C ₂		C ₃	
	n	M _{YC}	n	M _{YC}	n	M _{YC}
4	0.019	16.8	0.036	18.9	0.069	22.8
3	0.038	19.2	0.072	23.1	0.137	29.9
2	0.057	21.4	0.108	27.0	0.206	35.8
1	0.075	23.5	0.144	30.5	0.274	40.5

TABLA 3 MOMENTOS ULTIMOS, M_y EN t - m, DE LAS SECCIONES CRÍTICAS

S →

16.8	14.9	18.9	14.9	16.8
19.2	16.8	29.7	18.9	22.3
21.4	14.9	23.1	14.9	19.2
23.5	19.2	34.9	23.1	27.5
	15.5	27.0	20.7	21.4
	21.4	34.9	27.0	27.5
	15.5	30.5	20.7	23.5
	23.5	105.8	30.5	52.9
	52.9	105.8	30.5	52.9

A) Pórticos A y E

18.9	14.9	22.8	14.9	18.9
23.1	18.9	29.7	22.8	22.3
27.0	14.9	29.9	14.9	23.1
30.5	23.1	34.9	29.9	27.5
	15.5	35.8	20.7	27.0
	27.0	34.9	35.8	27.5
	15.5	40.5	20.7	30.5
	30.5	105.8	40.5	52.9
	52.9	105.8	40.5	52.9

B) Pórticos B, C y D

TABLA 4 MOMENTOS NODALES, EN t - m, Y MECANISMO DE ROTULAS

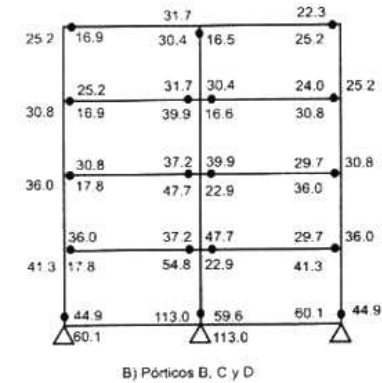
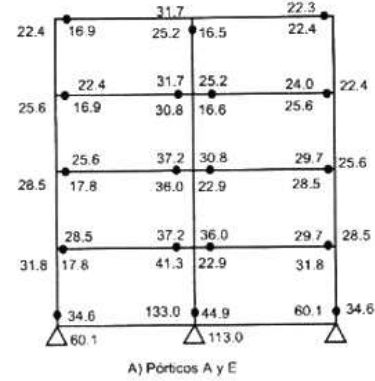
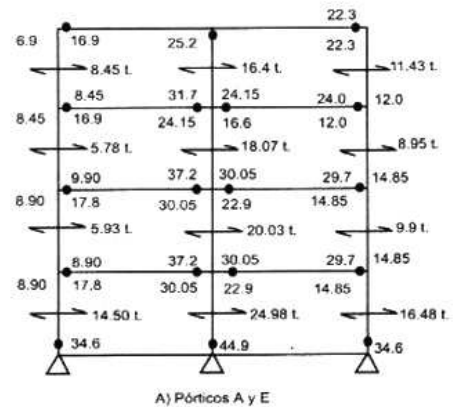


TABLA 5: MOMENTOS REDISTRIBUIDOS Y CORTANTES ULTIMOS



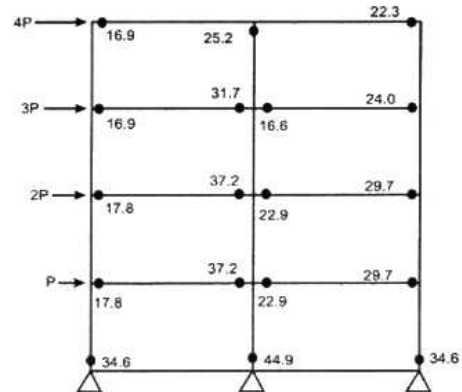
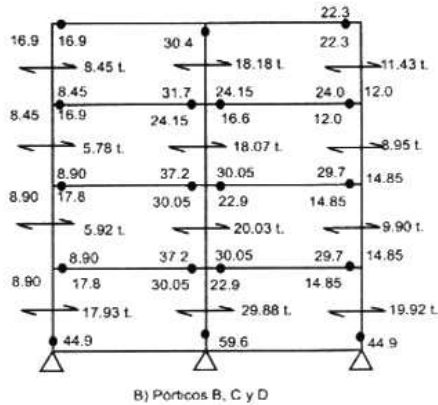
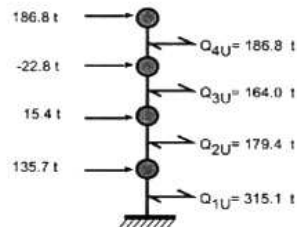


TABLA 6: CORTANTES ULTIMOS Y COEFICIENTES SISMICOS ULTIMOS

NIVEL	PORTICOS A y E	PORTICOS B,C,D	Q _{ru} (T)	C _{ru}
4	36.33 * 2	38.06 * 3	186.8	0.625
3	32.80 * 2	32.80 * 3	164.0	0.274
2	35.87 * 2	35.87 * 3	179.4	0.200
1	55.97 * 2	67.73 * 3	315.1	0.264

Nota: Se observa que la distribución de las fuerzas sísmicas laterales no es satisfactoria.



Nota: Se observa que la distribución de las fuerzas sísmicas laterales no es satisfactoria

Aplicación del Método de Trabajos Virtuales

Consideraremos una distribución “triangular inversa” para las fuerzas sísmicas laterales y se utilizarán los momentos nodales obtenidos en el mecanismo de rótulas plásticas.

TABLA 7: MOMENTOS NODALES PARA EL MECANISMO DE ROTULAS PLASTICAS

NIVEL	PORTICOS A y E	PORTICOS B,C,D
4	16.9 + 25.2 + 22.3 = 64.4	69.6 T - m
3	16.9 + 31.7 + 16.6 + 24.0 = 89.2	89.2 T - m
2	17.8 + 37.2 + 22.9 + 29.7 = 107.6	107.6 T - m
1	34.6 + 44.9 + 34.6 = 114.1	149.4 T - m
$\Sigma M'_y$	= 482.9 T - m	523.4 T - m
$P = \frac{\Sigma M'_y}{\sum_{i=1}^n \left(r \sum_{j=1}^r h_j \right)} = \frac{482.9}{90} = 5.37 \text{ T}$		$P = \frac{523.4}{90} = 5.82 \text{ T}$

TABLA 8: VALORES DE CORTANTE ULTIMO Y COEFICIENTE SISMICO ULTIMO DE PISO.

NIVEL	Q PORTICOS A y E	Q PORTICOS B,C,D	Qru (T)	Cru
4	4P = 21.46 T	23.26 T	112.7	0.377
3	7P = 37.56 T	40.71 T	197.25	0.330
2	9P = 48.29 T	52.34 T	253.60	0.283
1	10P = 53.66 T	58.16 T	281.80	0.236

Si se considera una distribución “uniforme” de cargas laterales sismicas se obtiene:

TABLA 9: VALORES DE CORTANTE ULTIMO Y COEFICIENTE SISMICO ULTIMO DE PISO

NIVEL	Q PORTICOS A y E	Q PORTICOS B,C,D	Qru (T)	Cru
4	P = 16.10 T	17.45 T	84.55	0.283
3	2P = 32.20 T	34.90 T	169.10	0.283
2	3P = 48.30 T	52.35 T	253.65	0.283
1	4P = 64.40 T	69.80 T	338.20	0.283

17.12 Requerimiento de Ductilidad y Desplazamientos de Entrepiso Ultimo

Análisis Espectral Elástico

Se considerará los espectros de diseño correspondientes a suelos firmes, propuesto por SHIBATA y SOZEN (4); estos espectros consideran el efecto de amortiguamiento. Ver figuras 21,22 y 23.

Los espectros de diseño los modificamos, considerando:
 Para $b = 2\%$ Si $T < 0.4 \text{ seg} \Rightarrow Sa = 3.75 Xg_{\text{máx}}$
 Si $T > 0.4 \text{ seg} \Rightarrow Sa = \frac{1.5 Xg_{\text{máx}}}{T}$

HIPOTESIS $Xg_{\text{máx}} = 320 \text{ gals}$; $b = 10\%$

Para $T_1 = 0.494 \text{ seg}$ $Sa_1 = 971.66 \text{ gals}$
 $b = 10\%$; $Sa_1 = 0.5 Sa_{(2\%)}$
 $= 485.83 \text{ gals}$

Para $T_2 = 0.174 \text{ seg}$ $Sa_2 = 1200 \text{ gals}$
 $b = 10\%$; $Sa_2 = 600 \text{ gals}$

Para $T_3 = 0.116 \text{ seg}$ $Sa_3 = 1200 \text{ gals}$
 $b = 10\%$; $Sa_3 = 600 \text{ gals}$

además: $Sv_1 = \frac{Sa_1}{W_1} = \frac{485.83}{12.72} = 38.19 \text{ cm / seg}$

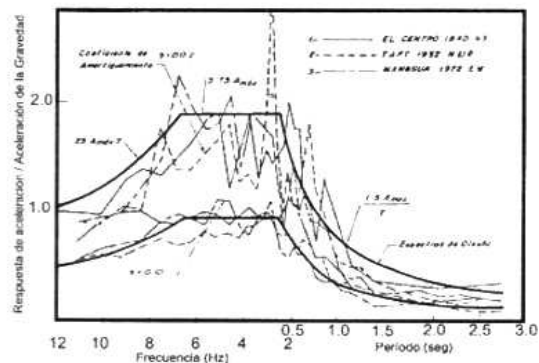
$Sv_2 = \frac{600}{36.12} = 16.61 \text{ cm / seg}$

$Sv_3 = \frac{600}{54.39} = 11.03 \text{ cm / seg}$

En la tabla adjunta se muestra los resultados del análisis nodal considerando los criterios de la suma absoluta, la media cuadrática.

	Or (T)					
	MODO 1		MODO 2		MODO 3	
	Sv1	Qr1	Sv2	Qr2	Sv3	Qr3
4		186.2		67.2		27.3
3		348.1		59.5		-16.4
2	38.18		16.61		11.03	
1		458.0		-15.4		-20.1
		506.8		-72.7		25.3
						Σabs
						$\sqrt{\Sigma^2}$
						Prom
4						281.2
3						424.0
2						493.5
1						604.8
						199.9
						353.5
						458.7
						512.6
						240.6
						388.8
						476.1
						558.7

$$Q_{\alpha}^i = FPM_i W_i S_{vi} \sum_{\beta=\alpha}^n m \beta \theta_{\beta}^i$$



Respuesta de aceleración a movimientos sísmicos del terreno (Normalizados a 0.5g) y espectros de diseño

Evaluación Final

Se consideran los resultados del análisis modal con el criterio de la media cuadrática.

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com
 PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA
 UJCM-ING.CIVIL

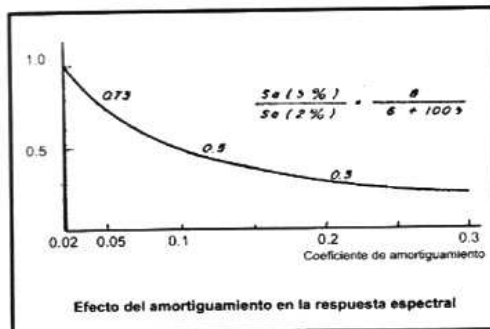
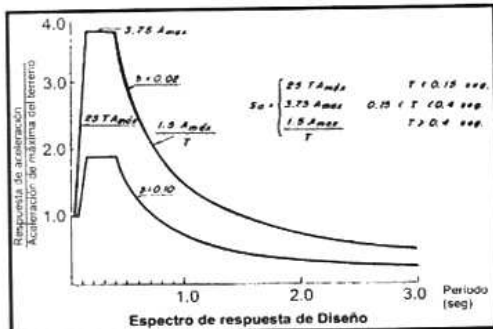
a) Usando los resultados de Método de Redistribución de Momentos.

NIVEL	K (t/cm)	Q _U (t)	Q _{RD} (t)	δ _y (cm)	u _r		δ _u = u δ _y (cm)		δ _u / h	
					u _{r1}	u _{r2}	δ _{u1}	δ _{u2}	δ _{u1} /h	δ _{u2} /h
4	350.0	186.8	199.9	0.53	1.07	0.57	0.57	0.57	1/526	1/526
3	357.0	164.0	353.5	0.46	2.16	2.82	0.99	1.30	1/303	1/233
2	367.0	179.4	458.7	0.49	2.56	3.77	1.25	1.85	1/238	1/263
1	509.5	315.1	512.6	0.62	1.63	1.82	1.01	1.13	1/294	1/263
					Prom: 1.86		2.37		0.96	

b) Usando los Resultados de Método de Trabajos Virtuales con Distribución “Triangular Inversa”

NIVEL	K (t/cm)	Q _U (t)	Q _{RD} (t)	δ _y (cm)	u _r		δ _u = u δ _y (cm)		δ _u / h	
					u _{r1}	u _{r2}	δ _{u1}	δ _{u2}	δ _{u1} /h	δ _{u2} /h
4	350.0	112.7	199.9	0.32	1.77	2.07	0.57	0.66	1/526	1/455
3	357.0	197.3	353.5	0.55	1.79	2.11	0.99	1.16	1/303	1/259
2	367.0	253.6	458.7	0.69	1.81	2.14	1.25	1.47	1/290	1/204
1	509.5	281.8	512.6	0.55	1.82	2.15	1.00	1.18	1/300	1/254
					Prom: 1.80		2.12		0.95	

NOTA.- u_{r1} es el requerimiento de ductilidad usando el criterio de igualdad de desplazamiento.
u_{r2} es el requerimiento de ductilidad usando el criterio de igualdad de energía.



17.13 Capacidad Última de Pórticos con Muros Usando el Método de Trabajos Virtuales

Se calculan los momentos nodales para todos los nodos, incluyendo los momentos nodales de las vigas que llegan al muro.
Para la evaluación de la capacidad última de un pórtico con muro de corte se considera dos tipos probables de falla:

1. El muro de corte alcanza la fluencia debido a las fuerzas de tracción desarrolladas por el resfuerzo en su extremo inferior (sin levantamiento del nivel inferior del muro).
2. Volteo del muro de corte con respecto al extremo de su cimentación (levantamiento del muro).

CASO 1.- El Muro de Corte Alcanza la Fluencia.

Se considera que el nivel inferior no se levanta, sino que el refuerzo de las columnas de confinamiento llegan a la fluencia. Por consiguiente la rotación virtual q no produce rotaciones en las vigas de cimentación que llegan al muro. Para determinar el trabajo exterior debe considerarse además del trabajo desarrollado por las fuerzas laterales, el trabajo desarrollado por los pesos de la edificación (cargas axiales en las columnas de confinamiento incluyendo peso de los muros) debido a los desplazamientos verticales virtuales.

Si se asume una variación “triangular inversa”, se tiene:

$$W_E = P \theta \sum_{i=1}^n \left(\sum_{r=1}^i h_r \right) - \sum N_{\alpha} \delta_{V\alpha}$$

Para el trabajo interior hay que considerar:

- 1) Además del trabajo realizado en los nodos por las rótulas plásticas, el trabajo debido a las rotaciones adicionales en las vigas debido al desplazamiento vertical virtual del muro de corte

$$\left(\theta_{adic} = \frac{\delta_v}{l_v} \right)$$

- 2) El trabajo debido a las rotaciones adicionales que se originan en los pórticos transversales debido a los desplazamientos verticales virtuales del muro de corte.

$$\left(\theta_{adic} = \frac{\delta_v}{l_v} \right)$$

- 3) El trabajo hecho por el refuerzo en tracción (que alcanza la fluencia) de las columnas de confinamiento del muro en el extremo inferior del muro.

$$\sum T \delta_v = \sum A_s f_y \delta_v$$

CASO 2.- Volteo del Muro De Corte.

Se considera que el nivel inferior del muro se levanta (gira) respecto al extremo inferior del muro.

Por consiguiente en el cálculo del trabajo exterior debe considerarse el trabajo negativo hecho por los pesos de la edificación, los pesos adicionales de la zapata, peso del suelo sobre la zapata y el peso correspondiente de las vigas de cimentación.

$$W = P \theta \sum_{i=1}^n \left(\sum_{r=1}^i h_r \right) - \sum W_{\alpha} \delta_{V\alpha}$$

Donde :

$$W_{\alpha} = N_{\alpha} + P_{zap.} + P_{suelo} + P_{viga ciment.}$$

En el cálculo del trabajo interior debe considerarse el trabajo debido a las rótulas de la viga de cimentación, y el debido al desplazamiento vertical virtual.

$$W_i = W_{i \text{ pórtico}} + W_{i \text{ pórticos transversales}}$$

Como el nivel inferior se levanta no se considera la fluencia del refuerzo de las columnas de confinamiento.

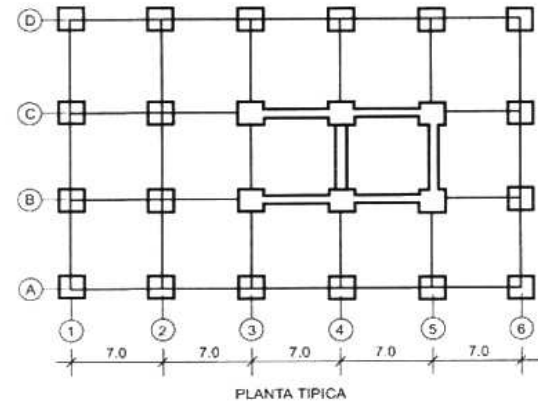
De los dos casos analizados se escoge el menor valor de P. Y las fuerzas cortantes últimas del pórtico con muro de corte serán:

$$Q_{ru} = \left(\sum_{i=1}^n \right) P \quad (\text{Distribución "Triangular Inversa"})$$

Ejemplo Ilustrativo.-

Se tiene una edificación de tres tipos de C.A., cuyas plantas y elevación se muestran en las figuras adjuntas.

Determinar las fuerzas cortantes últimas del pórtico B con muro de corte.



$$f'_c = 180 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 3 \text{ t/cm}^2$$

$$\text{Zapata } C_{3B} : 2.7 \times 2.7 \text{ m}$$

$$\text{Zapata } C_{4B} : 3.0 \times 3.0 \text{ m}$$

$$D_f = 1.3 \text{ m}$$

$$N_{3B} = 107.2 \text{ t}$$

$$N_{4B} = 149.2 \text{ t}$$

Figura 1: a) Momentos Nodales: Pórticos B y C
(Valores de M_y en t-m)

	33.3	30.9	23.6	23.6	
25.1	16.0	27.9	16.3		25.1
	22.7	36.6	25.9	35.3	
30.5	18.3	37.1	18.6		30.5
	27.5	37.8	33.5	46.6	
39.5	20.0	49.8	20.3		39.5
	38.5	31.9	48.5	52.4	
	31.9	31.9			38.5

Figura 1: b) Momentos Nodales: Pórticos (4) y (5)

	21.6	16.9	
h ₃ =3.38	23.6	11.5	21.9
	29.1	22.0	23.3
h ₂ =3.43		12.4	23.7
	39.5	27.1	33.8
h ₁ =3.75		21.4	27.6
	38.9	53.5	33.8
	33.8		53.5

Figura 2: PORTICO: 1er Caso.- Muro de corte alcanza la fluencia

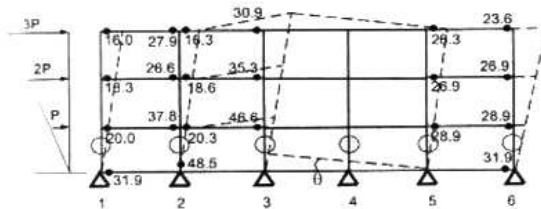
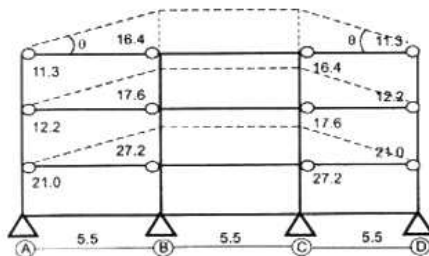
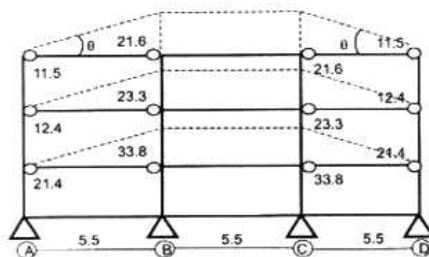


Figura 3: Pórticos perpendiculares bajo la condición que la base de los muros de corte en los pórticos (B) y (C) alcanzan la fluencia (Valores de M'_y en t-m)



a) Pórtico 3



b) Pórtico 4

Figura 4: PORTICO B: 2do Caso.- Volteo de Muro de corte (Valores de M'_y en t-m)

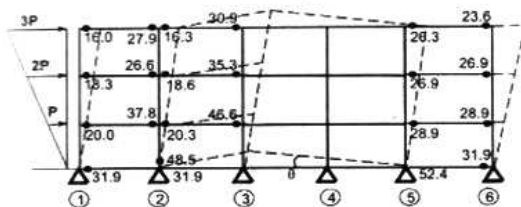
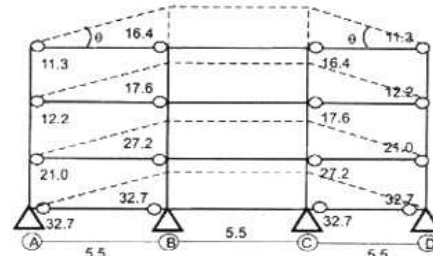
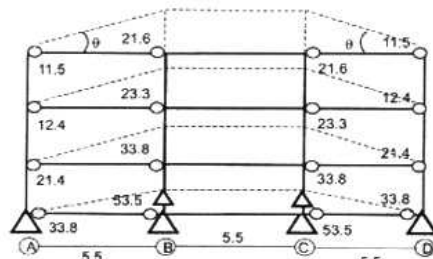


Figura 5: Pórticos perpendiculares bajo la condición que los muros de corte B y C se voltean corte (Valores de M'_y en t-m)



a) Pórtico 3



b) Pórtico 4

1er CASO .- El Muro de corte Alcanza la Fluencia

El Trabajo realizado por las fuerzas laterales:

$$W_{E1} = P\theta (3.75) + 2(3.75 + 3.43) + 3(3.75 + 3.43 + 3.38)$$

$$W_{E1} = 49.79 P\theta$$

$$W_{E2} = -\Sigma N_{\alpha} \delta_{V\alpha} = -107.2 \cdot 140 - 149.2 \cdot 70$$

$$= 456.4 \theta$$

En la figura se muestran la formación de rótulas plásticas

$$\theta_{ad} = \frac{\delta_V}{l_V} = \frac{140}{7} = 2\theta$$

$$\Sigma M'_y \theta = (16.0 + 18.3 + 20.0 + 31.9 + 27.9 + 26.9 + 37.8 + 48.5)\theta$$

$$+ 16.8(2\theta) + (30.9 + 18.6 + 35.3 + 20.3 + 46.6)3\theta$$

$$+ (23.6 + 26.9 + 28.9 + 23.6 + 26.9 + 28.9 + 31.9)\theta$$

$$\Sigma M'_y \theta = 417.7\theta + 16.3(2\theta) + 151.7(3\theta) = 905.0\theta$$

El trabajo interno hecho por los Pórticos Perpendiculares (3) y (4) es:

$$\Sigma M'_y \theta_a = (11.3 + 12.2 + 21.0 + 16.4 + 17.6 + 27.2) 2.55\theta +$$

$$(11.5 + 12.4 + 21.4 + 21.6 + 23.3 + 33.8) 1.27\theta$$

$$= 686.35$$



$$\text{portico 3} \rightarrow \theta_a = \frac{\delta_v}{l_{vt}} = \frac{14\theta}{5.5} = 2.55\theta$$

$$\text{portico 4} \rightarrow \theta_a = \frac{\delta_v}{l_{vt}} = \frac{7\theta}{5.5} = 1.27\theta$$

El trabajo hecho por la fluencia del acero en tracción

$$\Sigma T \delta_v = 30.96 \text{ cm}^2 \cdot 3.0 \text{ t/cm}^2 \cdot 14\theta + 46.77 \cdot 3.0 \cdot 7\theta = 2276\theta$$

$$\therefore W_E = W_i$$

$$49.79 P\theta - 25.45\theta = 905\theta + 427\theta + 2276\theta$$

$$P = 123.6 \text{ t}$$

2do CASO.- Volteo del muro de Corte

$$W_{E1} = 49.79 P\theta$$

$$W_{E2} = - \Sigma W_{\alpha} \delta_{v\alpha} = - 133.3 \cdot 14\theta - 179.7 \cdot 7\theta = - 3124\theta$$

Donde:

$$W_1 = 107.2 + 7.1 + (2.7 \cdot 2.7) 2 \text{ t/m}^3 \cdot 1.3 = 133.3 \text{ t}$$

$$W_1 = N_{\alpha} + P_{\text{viga c.}} + (P_{\text{zap}} + P_{\text{suelo}})$$

$$W_2 = 149.2 + 7.1 + (3 \cdot 3) 2 \text{ t/m}^3 \cdot 1.3 = 179.7 \text{ t}$$

$$W_{11} = 905\theta + (31.9)2\theta + 52.4(3\theta) + 52.4\theta = 1179\theta$$

$$W_{13,4} = 427\theta + (32.7 + 32.7)2.55\theta + (33.8 + 53.5)1.27\theta = 705\theta$$

$$\therefore W_E = W_i$$

$$49.79 P\theta - 3124\theta = 1179\theta + 705\theta$$

$$\therefore P = 1003.6 \text{ t}$$

Considerando el valor menor de P

$$\therefore Q_{3u} = 3P = 301.8 \text{ t}$$

$$Q_{2u} = 5P = 503.0 \text{ t}$$

$$Q_{1u} = 6P = 603.6 \text{ t}$$

Para calcular los requerimientos de ductilidad de entrepiso y los desplazamientos de entre piso últimos se sigue el mismo procedimiento que se muestra en el ejemplo ilustrativo de capacidad última de una edificación aportada.

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com
PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA
UJCM-ING.CIVIL

CAPITULO 18

DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO

18.1 Definiciones

Algunas definiciones de especial importancia:

1. Elementos de borde (Boundary elements) – Partes de los muros estructurales y los diafragmas, localizadas en los bordes y alrededor de las aberturas, a las cuales se les da resistencia adicional por medio de armaduras longitudinales y transversales.

2. Elementos colectores (Collector elements) – Elementos, localizados dentro de los diafragmas, que transmiten las fuerzas inerciales al sistema de resistencia ante fuerzas horizontales.

3. Estribo suplementario (Crosstie) – Barra de refuerzo que tiene un gancho sísmico en un extremo y en el otro extremo un gancho de no menos de 90° con una extensión de $6d_b$. Los ganchos deben abrazar el refuerzo longitudinal. Los ganchos de 90° se deben alternar en la altura.

4. Desplazamiento de diseño (Design displacement) – Desplazamiento horizontal total esperado para el sismo de diseño, tal como lo prescribe el Código general.

5. Estribo de confinamiento (Hoop) – Un estribo cerrado o enrollado continuo. Puede estar compuesto por uno o varios elementos, cada uno de los cuales debe tener ganchos sísmicos en sus extremos.

6. Sistema de resistencia sísmica (Lateral-force resisting system) – Aquella parte de la estructura compuesta por elementos diseñados para resistir las fuerzas provenientes de los efectos sísmicos.

7. Pórtico de Momento (Moment frame) – Pórtico espacial en el cual los elementos y nudos (o conexiones) resisten las solicitaciones por medio de flexión, fuerzas cortantes y fuerzas axiales. Existen las siguientes clases de pórticos.

8. Pórtico de momento intermedio (Intermediate moment frame) – Un pórtico que cumple con los requisitos de 21.2.2.3 y 21.12 adicionalmente a los de pórticos comunes.

9. Pórtico de momento ordinario (Ordinary moment frames) – Un pórtico que cumple con los requisitos de los Capítulos 1 a 18.

10. Pórtico de momento especial (Special moment frame) – Un pórtico que cumple con los requisitos de las Secciones 21.2 a 21.6 adicionalmente a los de pórticos comunes.

11. Muros estructurales (Structural walls) – Muros dispuestos para que resistan combinaciones de fuerzas cortantes, momentos y fuerzas axiales inducidas por los movimientos sísmicos. Un muro de corte (shear wall) es un muro estructural. Existen las siguientes clases de muros estructurales:

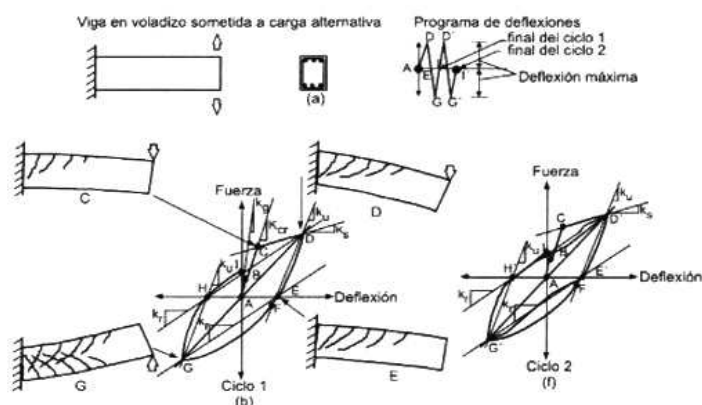
12. Muro estructural común de concreto armado (Ordinary reinforced concrete structural wall) – Un muro que cumple con los requisitos de los Capítulos 1 al 18.

13. Muro estructural común de concreto simple (Ordinary structural plain concrete wall) – Un muro que cumple con los requisitos del Capítulo 22.

14. Muro estructural especial de concreto armado (Special reinforced concrete structural wall) – Un muro que cumple con los requisitos de 21.2 y 21.7 adicionalmente a los requisitos de muros estructurales comunes.

15. Gancho sísmico (Seismic hook) – Gancho en un estribo, estribo de confinamiento o estribo suplementario que tiene un doblez de no menos de 135° y una extensión de $6d_b$, pero no menos de 75 mm, que abraza el refuerzo longitudinal y se proyecta hacia el interior de la sección.

16. Elementos de borde especiales (Special boundary



elements) – Elementos de borde requeridos por 21.7.6.2 y 21.7.6.3.

18.2 Requisitos generales

1. Alcance

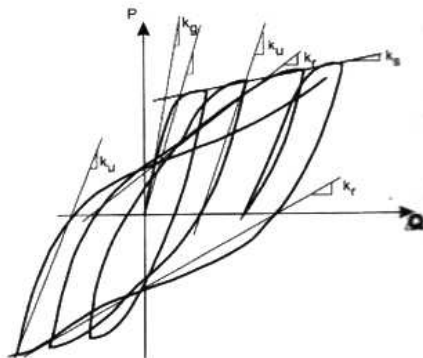
El Capítulo 21 contiene lo que se considera deben ser los requisitos mínimos que se deben emplear en las estructuras de concreto armado para que sean capaces de resistir una serie de oscilaciones en el rango inelástico de respuesta sin que se presente un deterioro crítico de su resistencia.

Por lo tanto el objetivo es dar capacidad de disipación de energía en el rango inelástico de respuesta.

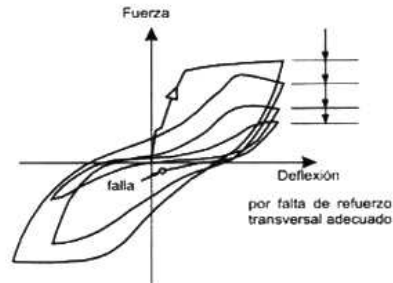
2. Capacidad de Disipación de Energía

- Común (Ordinary)
- Intermedia (Intermediate)
- Especial (Special)

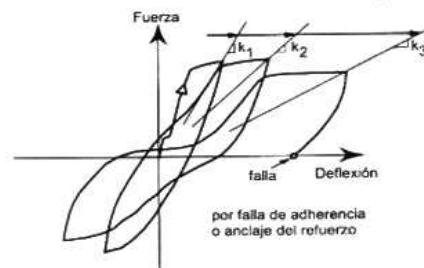
Comportamiento Histerético



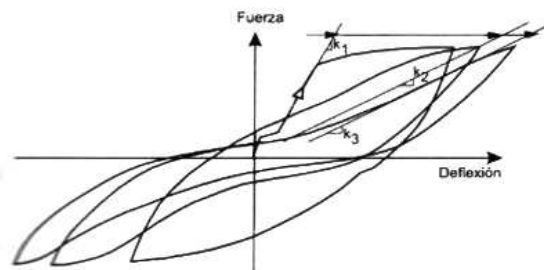
Degradación de la Resistencia



Degradación de Rigidez y de Resistencia



Degradación de la Rigidez sin falla



Respuesta Inelástica



En los Códigos de diseño sísmico resistente se describe por medio del coeficiente de reducción de resistencia R

$$R = \frac{F_e}{F_y} = \frac{u_e}{u_y}$$

3. Estrategia Actual de Diseño Sísmico

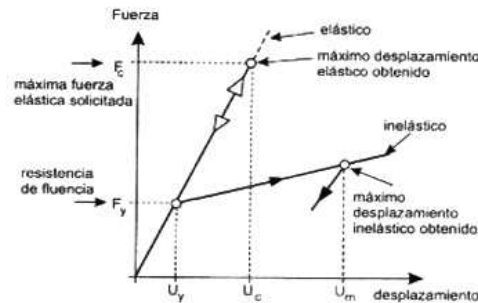
Dada una capacidad de disipación de energía para el material y el sistema estructural, definida por medio de R y dependiente de la manera como se detalle (despiece) el material estructural, se obtiene la fuerza sísmica de diseño por medio de:

$$F_y = \frac{F_e}{R}$$

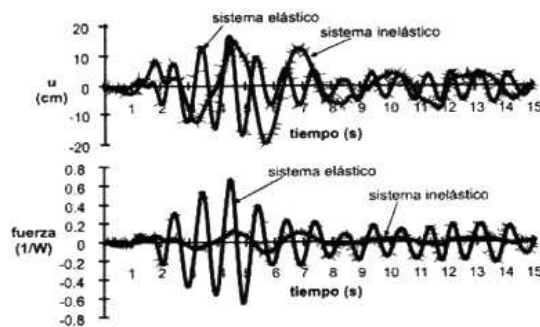
y la fuerza elástica máxima solicitada es a su vez:

$F_e = \text{masa} \times S_a(T, \xi)$ espectro de aceleraciones del Código general

Capacidad Global de Disipación de Energía



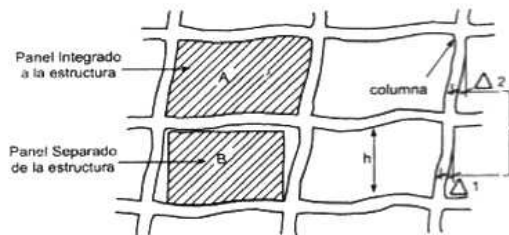
Respuesta Elástica vs. Inelástica



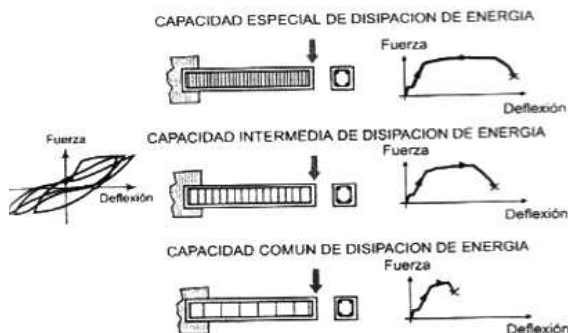
Limitaciones al empleo de la Capacidad de Disipación de Energía

CAPACIDAD DE DISIPACION DE ENERGIA	ZONA DE AMENAZA SISMICA		
	BAJA	INTERMEDIA	ALTA
COMUN	✓	no	no
INTERMEDIA	✓	✓	no
ESPECIAL	✓	✓	✓

Esto es lo que indica directamente el ACI 318-05. Los diferentes Códigos generales realizan variaciones a estas limitaciones en función de otros parámetros tales como la importancia de la edificación en la recuperación con posterioridad a un temblor, su localización en sitios con suelos blandos que amplifican las ondas sísmicas, y otros.

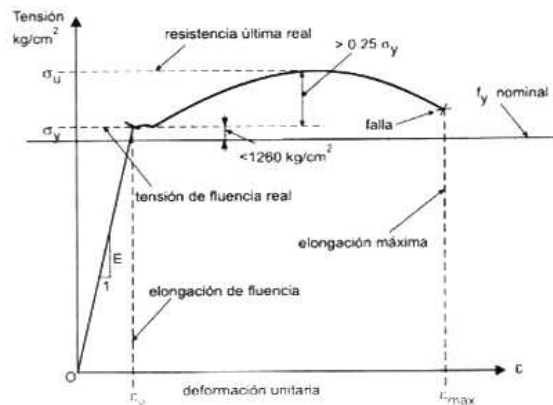


4.Capacidad de Disipación de Energía en el Rango Inelástico



El ACI 318-05 exige (21.2.2) que se tenga en cuenta la interacción entre elementos estructurales y no estructurales que puedan afectar la respuesta elástica e inelástica de la estructura durante el sismo. Los elementos rígidos que no se consideren parte del sistema de resistencia sísmica se permiten, siempre y cuando se estudie su efecto en la respuesta de la estructura y el diseño se acomode a estos efectos. Los elementos estructurales que se suponga que no hace parte del sistema de resistencia sísmica deben cumplir los requisitos de 21.11.

5. Acero de Refuerzo



Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com
PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA
UJCM-ING.CIVIL

6. Requisitos Generales

Resistencia mínima del concreto: 210 kg/cm²

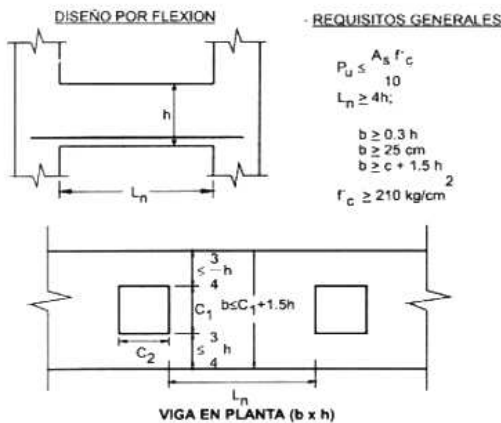
La resistencia empleada en el diseño de hormigón con agregados ligeros no debe exceder: 280 kg/cm²

El acero de refuerzo debe cumplir la norma ASTM A 706, en su defecto para los aceros Grado 40 y 60 se deberá cumplir:

- La resistencia a la fluencia real medida por medio de ensayos no debe exceder la resistencia a la fluencia nominal en más de 1260 kg/cm².
- La relación entre la resistencia a la tensión real y la resistencia a la fluencia real no debe ser menor de 1.25.

7. Pórticos Dúctiles Especiales

Diseño de Vigas Dúctiles Especiales



Cuantías de Refuerzo:

$$\rho_{min} = \frac{14}{f_y}; \rho_{min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y}$$

$$\rho_{max} = 0.025$$

El refuerzo de momento positivo en la cara del nudo debe

$$\text{cumplir: } +M_n \geq \frac{-M_n}{2}$$

que es equivalente a considerar:

$$+A_s \geq \frac{-A_s}{2}$$

En cualquier sección a lo largo del elemento:

$$+M_n (\text{sección}) \geq \frac{-M_n \text{ max de la cara del nudo}}{4} \quad y$$

$$-M_n (\text{sección}) \geq \frac{M_n \text{ max de la cara del nudo}}{4}$$

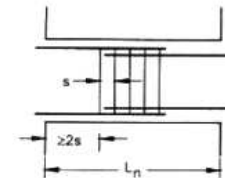
que es equivalente a:

$$+A_s \geq \frac{-A_s \text{ max de la cara del nudo}}{4} \quad y$$

$$-A_s \geq \frac{A_s \text{ max de la cara del nudo}}{4}$$

Los empalmes por traslape sólo serán permitidos si existen estribos o espirales de refuerzo sobre la longitud de traslape:

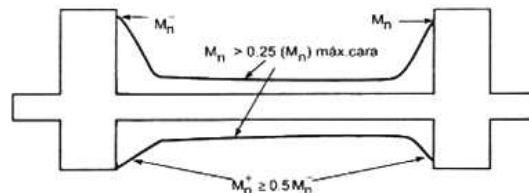
$$s \leq \frac{d}{4} \quad o \quad s \leq 10 \text{ cm}$$



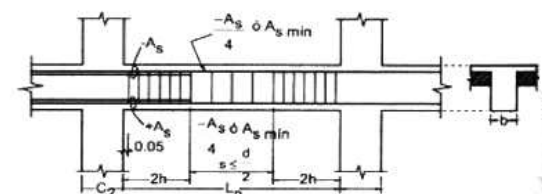
18.3 Elementos a flexión en pórticos especiales

Refuerzo longitudinal

Las resistencias a momento en cualquier sección deben cumplir:



Refuerzo Transversal



$$A_s \min = \frac{14}{f_y} bd; \quad 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} bd$$

Espaciamiento del refuerzo transversal en la zona de confinamiento:



$$s \leq d/4, \quad 8\phi_L \text{ menor}, \quad 24\phi_{\text{estribo}}, \quad 30 \text{ cm}$$

Donde no se requiera estribos de confinamiento $\Rightarrow s \leq \frac{d}{2}$

Todos estos requisitos aseguran una capacidad de ductilidad alta para todas las secciones críticas de vigas.

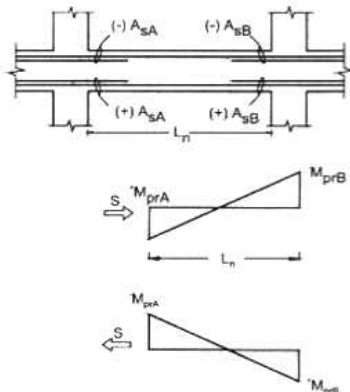
Fuerzas Cortantes de Diseño

Las fuerzas de diseño se calcularán en base a las cargas por gravedad factorizadas y los momentos resistentes de las secciones en el elemento.

Considerando la dirección del sismo: $\Leftrightarrow s$

$$V_A = \frac{W_u \ell_n}{2} + \frac{(-)M_{prA} + (+)M_{prB}}{\ell_n}$$

$$V_B = \frac{W_u \ell_n}{2} + \frac{(+M_{prA} + (-)M_{prB})}{\ell_n}$$

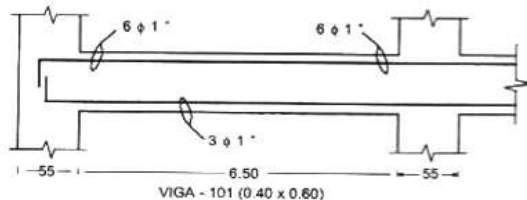


Los M_{Du} se encuentran considerando que el esfuerzo en el acero es $f_s = \alpha f_y$; ($\alpha = 1.25$) y el factor de reducción de capacidad $\phi = 1$.

Aplicación:

$$f'_c = 210 \text{ Kg/cm}^2, \quad f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2, \quad W_u = 6.2 \text{ t/m}$$

a) Diseño de la Viga V-101 (0.40 * 0.60) por cortante



$$d = 60 - \left(4 + 0.95 + \frac{2.54}{2} \right) \quad d = 53.78 \text{ cm}$$

$$6\phi 1" \rightarrow A_s = 6 \cdot 5.07 = 30.42 \text{ cm}^2$$

$$\rightarrow a = \frac{\alpha A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{1.25 \cdot 30.42 \cdot 4.2}{0.85 \cdot 0.21 \cdot 40}$$

$$a = 22.37 \text{ cm} \rightarrow M_y = \alpha A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = 68.03 \text{ t-m}$$

$$3\phi 1" \rightarrow A_s = 15.21 \text{ cm}^2 \rightarrow a = 1.18 \text{ cm} \rightarrow M_y = 38.48 \text{ t-m}$$

$$V_{uA} = 6.2 \cdot \frac{6.50}{2} + \frac{68.03 + 38.48}{6.50} = 20.15 + 16.39 = 36.54 \text{ t}$$

$$V_{nA} = \frac{V_{uA}}{\phi} = 48.72 \text{ t}$$

$$\text{usando: estribos } \phi 3/8" \text{ de dos ramas: } s = \frac{A_v f_y d}{V_n} = 6.6 \text{ cm}$$

usando: estribos $\phi 3/8"$ de tres ramas:

$$s = \frac{3 \cdot 0.71 \cdot 4.2 \cdot 53.78}{48.72} = 9.88 \text{ cm}$$

además:

$$s_{\max} = \frac{d}{4} = 13.5 \text{ cm} \quad = 8\phi/\ell_n = 8 \cdot 2.54 = 20.32 \text{ cm}$$

$$= 24\phi_{\text{estribo}} = 22.8 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

usar: estribo $\phi 3/8"$ de dos ramas:
2h $\rightarrow 1 @ 0.05, 15 @ 0.066$

o estribos $\phi 3/8"$ de tres ramas:
120 cm $\rightarrow 1 @ 0.05, 11 @ 0.10$

Zona > 2h: Considerando la contribución del concreto

$$V_{2h} = 36.54 - 6.2 \cdot 1.20 = 29.10 \text{ t} \rightarrow V_n = 38.8 \text{ T}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b d = 16.52 \text{ t} \rightarrow s = \frac{A_v f_y d}{V_n - V_c} = 14.40 \text{ cm}$$

$$s_{\max} = \frac{d}{2} = 26.89 \text{ cm}; \quad 60 \text{ cm};$$

$$\therefore s = \frac{1.42 \cdot 4.2 \cdot 53.78}{34.2 - 16.52} = 0.14 \text{ m}$$

Usar estribos $\phi 3/8"$ de dos ramas: 1 @ 0.05, 16 @ 0.066 R @ 0.14 Rpta.

Columnas Ductiles Especiales

Consideraciones de Análisis

Análisis Dirección X

Flexión por cargas de gravedad en dirección Y

Flexión por cargas laterales sísmicas en dirección X

∴ Flexión Biaxial

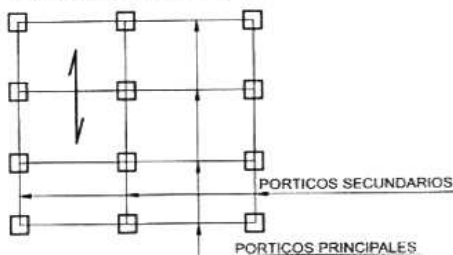
Análisis Dirección Y

Flexión por cargas de gravedad en dirección Y

Flexión por cargas laterales sísmicas en dirección Y

∴ Flexión Uniaxial

LOSA ARMADA EN UNA DIRECCION



Debe considerarse el efecto de esbeltez

Losa de Techo Armado en dos sentidos en las dos de análisis sísmico las columnas están sometidas a flexión biaxial

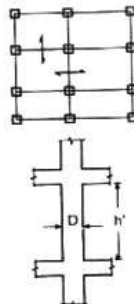
Criterios de dimensionamiento

$$a) D \leq \frac{h'}{4}$$

$$b) n = \frac{P_s}{f'_c b D} \leq \frac{1}{3} \quad \therefore n \leq 0.25$$

$$c) D \geq 30 \text{ cm}$$

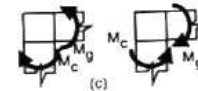
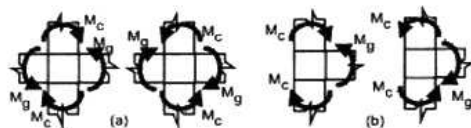
$$d) \frac{D_{\min}}{D_{\max}} \geq 0.4$$



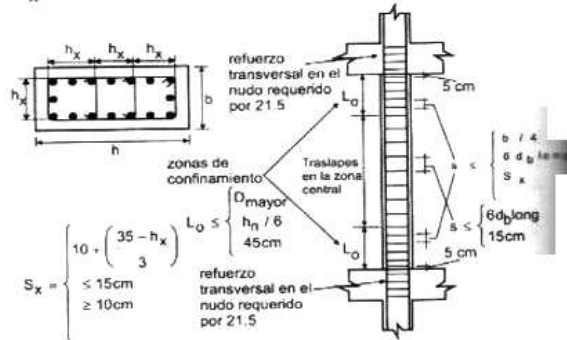
18.4 Elementos especiales a flexo-compresión en pórticos

La resistencia a flexión de las columnas debe cumplir:

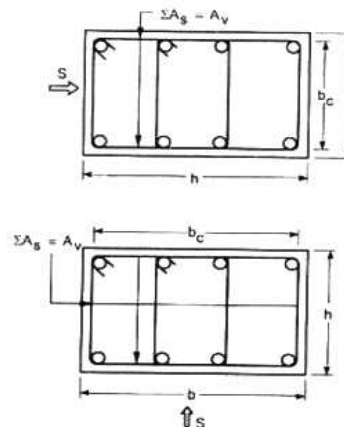
$$\Sigma M_c \geq \frac{6}{5} \Sigma M_g$$



$$h_x \leq 35 \text{ cm}$$



Definición de parámetros de confinamiento



Diseño a cortante

$$V_e = \frac{(M_{pr})_{\text{arriba}} + (M_{pr})_{\text{abajo}}}{h_n}$$

M_{pr} corresponde a la máxima resistencia a momento para el rango de cargas axiales "en el elemento ($1.25 f_y$ y $\phi = 1$). No puede ser "mayor del obtenido del análisis.

Para el diseño se debe tomar $V_c = 0$ si V_e es más del 50% del cortante solicitado, o la fuerza axial es menor de $0.05 f'_c A_g$.

Consideraciones de Columnas Dúctiles



Consideraciones de Diseño

Cuantía $\rho_{min} = 0.01$
 $\rho_{max} = 0.06$

Los traslapes sólo son permitidos dentro de la mitad central de la columna. Sino satisface lo anterior, se tendrá que considerar refuerzo por confinamiento.

Usando expresiones empíricas se calculan los momentos últimos para todas las secciones críticas de posible formación de rótulas plásticas (secciones positivas y negativas en las caras de los apoyos de las vigas y columnas, que son los MOMENTOS M_{pr}).

El Reglamento ACI - 05 considera para zonas muy sísmicas que en cada nudo, la suma de las capacidades límites en flexión de las columnas sean por lo menos igual a 1.2 la suma de las capacidades límites de las vigas que concurren a las caras del nudo.

$$\sum M_{nc} \geq 1.2 \sum M_{nb} \quad \text{ACI 318 - 05}$$

Refuerzo Transversal (Columnas Confinadas)

- La cuantía volumétrica en espiral ó estribos circulares será:

$$\rho_{s min} = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \geq 0.12 \frac{f'_c}{f_y}$$

- Refuerzo por confinamiento:

$$A_{sh} = 0.30 \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) s_b \frac{f'_c}{f_y}$$

$$A_{sh} = 0.09 s_b \frac{f'_c}{f_y}$$

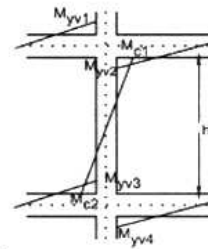
A_{sh} = Área total del refuerzo transversal en la dirección de análisis.
 b_c = Dimensión centro a centro de las ramas extremas del refuerzo de confinamiento.
 A_{ch} = Área dentro de la sección transversal medida de afuera a afuera del refuerzo transversal.
 A_g = Área total de la sección transversal de la columna.
 s = Espaciamiento del refuerzo transversal.

Diseño por Fuerza Cortante

Mecanismo de rótulas plásticas en vigas:

(ACI 318 - 05)

Las columnas se diseñarán para fuerzas cortantes obtenidas con la hipótesis de la formación de rótulas plásticas en las secciones críticas de vigas y considerando un esfuerzo de $1.25 f_y$ del refuerzo de acero.



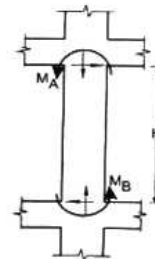
$$V_u = \frac{M_{c1} + M_{c2}}{h}$$

$$M_{c1} = (M_{yv1} + M_{yv2}) \frac{k_c}{k_c + k_{cs}}$$

$$M_{c2} = (M_{yv3} + M_{yv4}) \frac{k_c}{k_c + k_{ci}}$$

$$V = \frac{M_A + M_B}{H}$$

Observaciones:



- V depende de cargas por gravedad y el corte generado por los momentos.
- M_{pr} : está calculado en base al esfuerzo del acero: $1.25 f_y$.
- En la unión viga - columna, el momento M_y de la columna no necesita ser mayor que el momento M_{pr} generado por la viga. El cortante nunca será menor al obtenido por el análisis estructural.

M_{pr} → Momentos últimos en la cara del apoyo

$$M_{pr} \rightarrow a = \frac{\alpha A_s f_y}{0.85 f'_c b} \rightarrow M_{pr} = \alpha A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$\alpha = 1.25$$

$$s = \frac{A_v f_y d}{V_n} \quad \text{(Despreciando la Contribución del Concreto)}$$

Para la zona de contribución del concreto:

$$V_c = 0.53 \left(1 + 0.0071 \frac{P_u}{A_g} \right) \sqrt{f'_c} b d; \text{ kg, cm}^2, \text{ cm}$$

$$s = \frac{A_v f_y d}{V_n - V_c}$$

Aplicación de Diseño de Columna Ductil Especial

Se tiene una columna interior de un pórtico de C A, cuya condición de diseño es $P_u = 254 \text{ t}$, $M_u = 71 \text{ t-m}$.

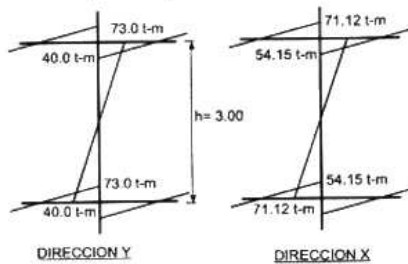
La sección es de $0.60 \times 0.60 \text{ m}^2$; $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$; $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$. $P_{us} = 201 \text{ t}$; $P_{ui} = 300.0 \text{ t}$;

$\Sigma M_{yv} = 125.27 \text{ t-m}$ (Suma de momentos de la viga que concurren en las caras del nudo).

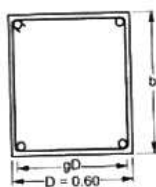
Considere que las rigideces de elemento de la columna del nivel superior y del nivel inferior son iguales a la columna en estudio.

Los valores indicados corresponden a los momentos probables últimos de las secciones de vigas en la cara de la conexión. Han sido obtenidos considerando:

$$\phi = 1.00 \quad f_s = 1.25 f_y$$



1. Diseño usando los Abacos del SP-7



$$g_t = 60 - 12 = 48 \text{ cm}$$

$$g = \frac{48}{60} = 0.80$$

$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$K = \frac{P_u}{f'_c b t} = \frac{254}{0.28 \cdot 60 \cdot 60} = 0.25$$

$$\rho_t m = 0.30$$

$$K_e / t = 0.25 \cdot \frac{71}{254 \cdot 0.60} = 0.12$$

$$A_s = 61.2 \text{ cm}^2 \quad m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = 17.65$$

$$\text{Usar: } 12 \phi 1" (60.84 \text{ cm}^2) \quad \rho_t = 0.017 < \rho_{t\max} = 0.06 > \rho_{t\min} = 0.01$$

2. Revisión de la condición de: $\Sigma M_{yc} \geq 1.2 \Sigma M_{yu}$ rótulas en secciones críticas de vigas

Dirección más favorable: Dirección x
Del dato tenemos $\Sigma M_{yv} = 125.27 \text{ t-m}$
Cálculo de ΣM_{yc} :

$$M_{yc} \rightarrow 0.4 b D f'_c = 0.4 (60) (60) 0.28 = 403.20 \text{ t}$$

$$P_u = 254 \text{ t} \rightarrow P_u < 0.4 b D f'_c$$

$$M_{pr} = 0.8 a f_y D + 0.5 P_u D \left(1 - \frac{P_u}{b D f'_c} \right)$$

$$M_{pr} = 0.8 \cdot 20.28 \cdot 4.2 \cdot 0.60 + 0.5 \cdot 254 \cdot 0.6 \left(1 - \frac{254}{60 \cdot 60 \cdot 0.28} \right) = 40.88 + 57.00 = 97.88 \text{ t-m}$$

Para el nivel superior: $P_{us} = 201.0 \text{ t}$.

$$M_{pr} = 0.8 \cdot 20.28 \cdot 4.2 \cdot 0.60 + 0.5 \cdot 254 \cdot 0.6 \left(1 - \frac{201.0}{60 \cdot 60 \cdot 0.28} \right)$$

$$M_{pr} = 40.88 + 48.28 = 89.16 \text{ t-m}$$

$$\therefore \text{Nudo Superior: } \Sigma M_{nc} = 97.88 + 89.16 = 187.04 \text{ t-m}$$

$$\Sigma M_{nc} = 187.04 > 1.2 \Sigma M_{bc} = 150.32 \text{ t-m} \quad \text{Conforme}$$

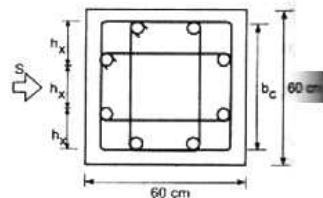
Por simple inspección cumple para el nudo inferior
Conforme

Diseño del Refuerzo Transversal

$$b_c = 60 - 2 \left(4 + \frac{1.27}{2} \right)$$

$$b_c = 50.73 \text{ cm}$$

$$h_x = \frac{b_c}{3} = 16.91 \text{ cm}$$



a) Diseño por confinamiento

- Cálculo de la longitud de confinamiento

$$L_0 \geq \begin{cases} D = 0.6 \text{ m} \\ h/6 = 3/6 = 0.5 \text{ m} \\ 0.45 \text{ m} \end{cases}$$

$$\therefore L_0 = 0.60 \text{ m}$$

- Cálculo del espaciamiento



$$s \leq \begin{cases} D_{\text{mayor}} / 4 = 0.15 \text{ m} \\ 6\phi_p = 6 \cdot 0.0254 = 0.1524 \text{ m} \\ s_x \end{cases}$$

$$s_x = \begin{cases} \leq 10 + \frac{(35 - h_x)}{3} = 0.16 \text{ m} \\ \leq 0.15 \text{ m} \\ \geq 0.10 \text{ m} \end{cases}$$

$$\therefore 10 \text{ cm} \leq s \leq 15 \text{ cm}$$

$$s = 15 \text{ cm}$$

- Cálculo del acero de refuerzo

$$A_g = (0.6)^2 = 0.36 \text{ m}^2$$

$$A_{ch} = (0.6 - 0.04)^2 = 0.2704 \text{ m}^2$$

$$A_{sh} \geq \begin{cases} 0.3 \cdot s \cdot b_c \cdot \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) = 3.78 \text{ cm}^2 \\ 0.09 \cdot s \cdot b_c \cdot \frac{f'_c}{f_y} = 3.42 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$\text{Usar: } A_{sh} = 2 \phi 1/2" + 2 \phi 3/8" \\ A_{sh} = 3.96 \text{ cm}^2$$

b) Diseño por Cortante

- Cálculo de las fuerzas cortantes de diseño

$$M_{pr} = \left(M_{pr1} + M_{pr2} \right) \frac{K_c}{K_c + K_{cs}}$$

$$M_{pr} = \sum M_{nb} \cdot \frac{1}{1+1} = 125.27 \cdot \frac{1}{2}$$

$$M_{prcs} = M_{prcl} = 62.635 \text{ t-m}$$

$$\therefore V_e = \frac{62.635 \cdot 2}{h = 3} = 41.76 \text{ t}$$

$$V_e = 41.76 \text{ t}$$

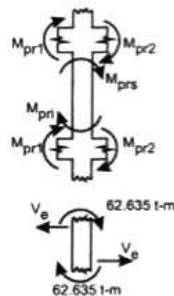
- Verificación de la resistencia al corte

$$\phi V_n = \phi (V_c + V_s)$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b \cdot d = 0.53 \cdot 14.5 \cdot 60 \cdot 53.365 = 24.6 \text{ t}$$

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{s} = \frac{3.96 \cdot 1.2 \cdot 53.365}{12} = 74.85 \text{ t}$$

$$V_s \leq 2.1 \sqrt{f'_c} b \cdot d = 97.5 \text{ t} \quad \text{CONFORME}$$



$$\therefore \phi V_n = 0.75 (24.6 + 74.85) = 74.59 \text{ t}$$

$$\therefore \phi V_n > V_e$$

$$74.59 \text{ t} > 41.76 \text{ t}$$

CONFORME

c) Zona intermedia

- Cálculo del espaciamiento

ϕ_p = diámetro de la barra principal de refuerzo

$$s \leq \begin{cases} b / 2 = 0.3 \text{ m} \\ 6\phi_p = 6 \cdot 0.0254 = 0.1524 \text{ m} \\ 0.15 \text{ m} \end{cases}$$

$$\therefore s = 15 \text{ cm}$$

- Verificación de la resistencia al corte

$$V_c = 24.6066 \text{ t}$$

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{s} = \frac{3.96 \cdot 4.2 \cdot 53.365}{15} = 53.17 \text{ t}$$

$$\phi V_n = 0.75 (24.6066 + 53.17) = 71.21 \text{ t}$$

$$\phi V_n > V_e$$

$$62.83 \text{ t} > 41.76 \text{ t}$$

CONFORME

d) Zona de Empalmes

Longitud de empalme

$$L_s = (0.013 f_y - 24) \phi_p$$

$$L_s = (0.013 \cdot 4200 - 24) 2.54$$

$$L_s = 77.724 = 80 \text{ cm}$$

ϕ_p = diámetro de la barra de refuerzo principal

- Espaciamiento

$$s \leq \begin{cases} d / 4 = \frac{60}{4} = 15 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s = 10 \text{ cm}$$



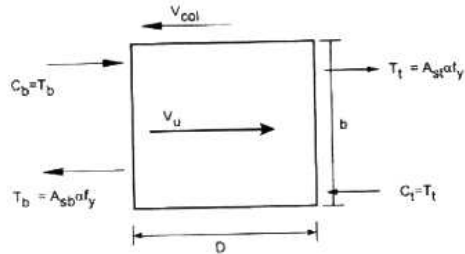
18.5 Conexión viga - columna

1. Por Confinamiento

Se deberá proporcionar el mismo refuerzo que en los extremos de la columna. Si existen vigas en los cuatro lados de la conexión con anchos $b_l \geq 3/4 c_l$, la separación de estribos puede aumentar al doble. Sin embargo no puede ser mayor que 15 cm.

2. Por Cortante

a) Fuerza cortante de diseño en la conexión

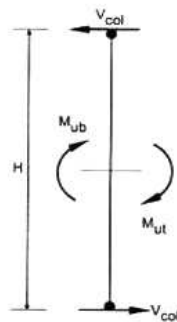


$$V_u = C_b + T_t - V_{col}$$

$$V_u = \alpha f_y (A_{sb} + A_{st}) - V_{col}$$

$$V_u = 1.25 f_y (A_{st} + A_{sb}) - V_{col}$$

b) Fuerza cortante de columna



$$V_{col} = \frac{M_{ub} + M_{ut}}{H}$$

Para una conexión extrema:

$$V_u = T_t - V_{col} = \alpha A_{st} f_y - V_{col}$$

Diseño por cortante: $V_n = \frac{V_u}{\phi}$

$$V_n \leq 5.3 \sqrt{f'_c} A_j \quad \text{Unión confinada}$$

$$V_n \leq 4 \sqrt{f'_c} A_j \quad \text{Para otras uniones}$$

donde:

A_j = Área mínima de la sección transversal de la unión en un plano paralelo al eje del refuerzo que genera la fuerza cortante.

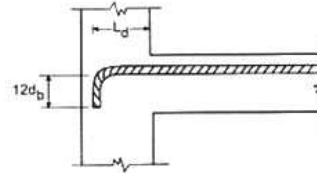
Puede considerarse como área resistente al corte igual a "bd" de la conexión.

3. Longitudes de Anclaje

a) Si se usan gancho estándar.

$$L_{dh} \geq \frac{f_y d_b}{17.25 \sqrt{f'_c}} ; (\phi \text{ No. 3 al No. 11})$$

$$L_{dh} > 8d_b, 15 \text{ cm}$$



- b) Para barras del No. 3 al No. 11, la longitud de desarrollo, L_d , para una barra recta no debe ser menor de 2.5 veces la longitud requerida con gancho estándar si el espesor del concreto debajo de la barra no excede de 30 cm; y no debe ser menor de 3.5 L_{dh} si el espesor del concreto debajo es mayor de 30 cm.

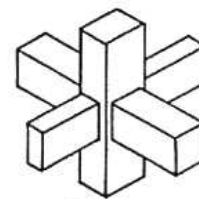
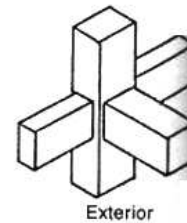
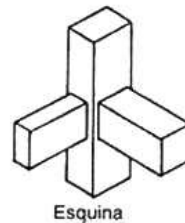
- c) Cualquier porción de la longitud recta de empotramiento fuera del núcleo confinado, debe incrementarse en un factor de 1.6.

$$L_{dm} = 1.6 (L_d - L_{dc}) + L_{dc}$$

L_{dm} = longitud de desarrollo requerida cuando la barra no está completamente empotrada en concreto confinado.

L_d = longitud de desarrollo requerida en concreto confinado.

L_{dc} = longitud de la barra en concreto confinado.



Geometría de las Conexiones

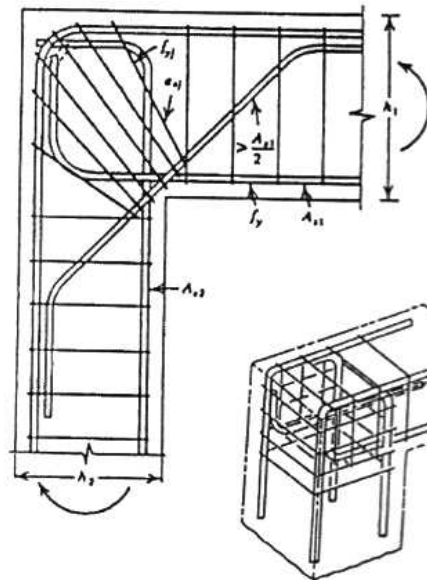


Fig. 1: Conexiones Viga Columna

Conexión exterior Viga Columna

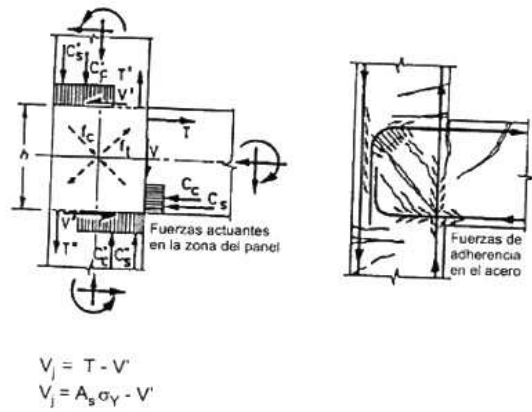


Fig. 1 : Conexión Viga - Columna Exterior

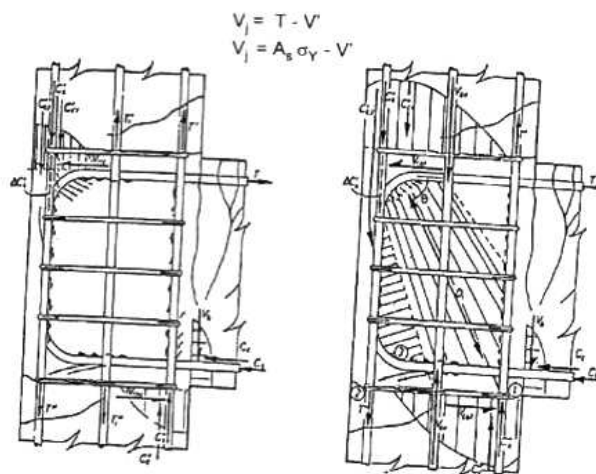


Fig. 2 : Conexión Viga - Columna Exterior

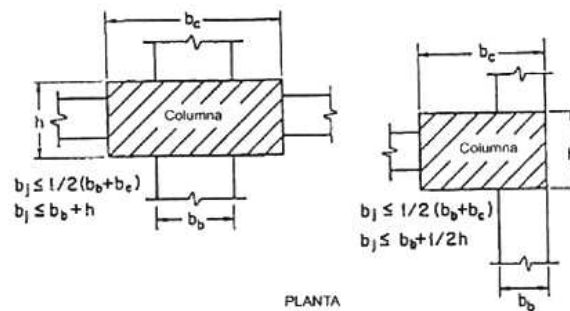


Fig.: Area efectiva de cortante de una conexión viga-columna (ACI -ASCE352)

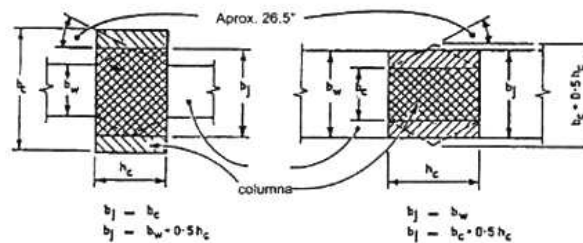


Fig. 4: Area efectiva de cortante de una conexión viga-columna (NZS 3101)

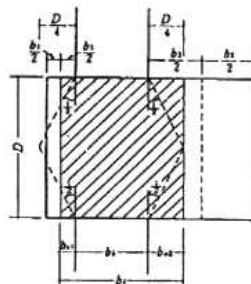


Fig.: Area efectiva de cortante de una conexión viga-columna (AIJ).

CAPITULO 19

MUROS ESTRUCTURALES

19.1 Muros estructurales de concreto armado

a) Refuerzo Mínimo en Muros

El código define un refuerzo mínimo para controlar el agrietamiento de la estructura.

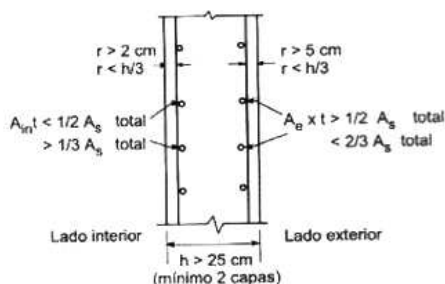
b) Refuerzo Mínimo Vertical

- Para varillas menores o igual que No.5.
 $f_y \geq 4200 \text{ kg/cm}^2$
 $A_{v \text{ min}} = 0.0012 bh$
- Para cualquier otro tipo de varilla
 $A_{v \text{ min}} = 0.0015 bh$
- Para mallas electrosoldadas, de alambre liso o corrugado no mayor que W31 y D31
 $A_{v \text{ min}} = 0.0012 bh$

c) Refuerzo Mínimo Horizontal

- Para varillas menores o igual que No.5.
 $f_y \geq 4200 \text{ kg/cm}^2$
 $A_{h \text{ min}} = 0.0020 bh$
- Para cualquier otro tipo de varilla
 $A_{h \text{ min}} = 0.0025 bh$
- Para mallas electrosoldadas, de alambre liso o corrugado no mayor que W31 y D31
 $A_{h \text{ min}} = 0.0020 bh$

Distancia entre juntas	Refuerzo mínimo
7 - 9 m	0.0025 bh
9 - 12 m	0.0030 bh
12 - 15 m	0.0035 bh
15 - 20 m	0.0040 bh



Consideraciones:

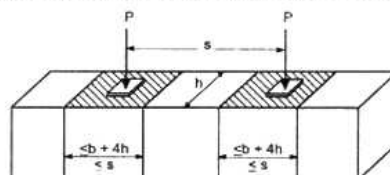
- Espaciamiento del refuerzo horizontal y vertical no será mayor que tres veces el espesor del muro ni mayor que 45 cm.
- El acero vertical no necesita estribos laterales si la

cuantía verticales < 0.01 o si este refuerzo no trabaja a compresión.

- Si $h \geq 25 \text{ cm} \Rightarrow$ Refuerzo horizontal y vertical debe distribuirse en dos capas.

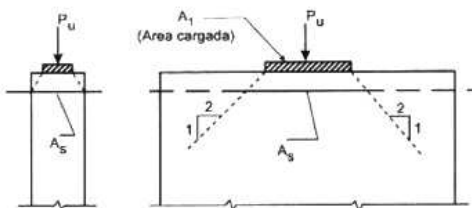
d) Cargas concentradas en Muros

Si una carga concentrada es aplicada, se considera que ésta es resistida sólo por una porción del muro:



Se debe verificar que las cargas concentradas no ocasionen el aplastamiento del concreto debajo de ellas.

$$\frac{P_u}{\phi} \leq 0.85 f'_c A_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 1.7 f'_c A_1$$



19.2 Compresión y flexo-compresión en muros de Concreto Armado

19.2.1 Método Empírico

Se emplea si satisface las siguientes condiciones:

1. La sección del muro es rectangular y la excentricidad de la carga axial es menor que un sexto de la dimensión del muro, es decir el muro está sometido integralmente a compresión.
2. El espesor del muro es:

$$h \geq \frac{\text{menor dimension del muro}}{25} \quad \text{y} \quad h \geq 10 \text{ cm}$$

Para muros de sótano el espesor mínimo es 20 cm.

Se estima la resistencia a la compresión del muro a través de la siguiente fórmula:

$$\phi P_{nw} = 0.55 \phi f'_c A_g \left(1 - \left(\frac{k L_c}{32 h} \right)^2 \right)$$

214

$\phi = 0.70$ (La sollicitación es de flexocompresión)
 L_c = Altura libre del muro.
 A_g = Área de la sección transversal del muro
 k = factor de altura efectiva

Tipo de Muro	Condiciones de Apoyo	k
Muro apoyado arriba y abajo	Si uno de los apoyos tiene el giro restringido	0.8
	Si ambos apoyos tienen el giro restringido	1.0
Muro con apoyos que admite desplazamiento relativo	Si ambos apoyos tienen desplazamiento relativo	2.0

19.2.2 Método General de Diseño

Si la carga axial se ubica fuera del tercio central, parte de su sección central estará sometido a tracción y por la tanto, se diseñará siguiendo los criterios para columnas sometido a flexocompresión. Será necesario tomar en cuenta el efecto de la esbeltez para el análisis y por lo tanto se emplea el método de amplificación de momentos siempre que:

$$\frac{kL}{r} < 100$$

Según este método, el parámetro EL deberá tomarse según las siguientes expresiones:

$$EL = \frac{E_c I_g}{b} \left(0.5 - \frac{e}{h} \right)$$

E_c = Modulo de elasticidad del concreto

I_g = Momento de Inercia de la seccion bruta

$$\beta = 0.9 + 0.5 \beta_d^2 - 12\rho$$

$$EL \geq 0.1 \frac{E_c I_g}{b}$$

$$\beta_d : \text{Para pórticos arriostrados, } \beta_d = \frac{P_{Du}}{P_u}$$

$$EL \leq 0.4 \frac{E_c I_g}{\beta}$$

$$\beta_d : \text{Para pórticos no arriostrados, } \beta_d = \frac{V_{Du}}{V_u}$$

ρ = cuantía de acero vertical respecto al área bruta de concreto.

e = Excentricidad de la carga axial.

h = Espesor del muro.

19.2.3 Fuerzas cortantes generadas por cargas Paralelas a la cara del muro

a) Resistencia del concreto al corte

Se tomará el menor valor de:

$$V_c = 0.88 \sqrt{f'_c} h d + \frac{N_u d}{4 L_w}$$



$$V_c = \left[0.16 \sqrt{f'_c} + \frac{L_w \left(0.33 \sqrt{f'_c} + 0.2 \frac{N_u}{L_w h} \right)}{\frac{M_u}{V_u} - \frac{L_w}{2}} \right] h d$$

(Unidades en kg y cm)

N_u : Carga axial amplificada en el muro, positiva si es de compresión y negativa si es de tracción.

M_u : Momento flector amplificado en la sección analizada.

V_u : Fuerza cortante amplificada en la sección analizada.

d : Peralte efectivo del muro, se estima como $d = 0.8 L_w$

L_w : Longitud del muro.

El código ACI recomienda que la resistencia del concreto al corte entre el apoyo y la sección ubicada al valor menor entre $L_w/2$, $h_w/2$ deberá considerarse para el cálculo en dicha sección.

En lugar de estas fórmulas se puede usar las siguientes que resultan ser más prácticas.

- Si el muro está en compresión:

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} h d$$

- Si el muro está en tracción.

$$V_c = 0.53 \left(1 + \frac{0.029 N_u}{A_g} \right) \sqrt{f'_c} h d$$

Resistencia nominal máxima del muro

$$V_n \leq 2.7 \sqrt{f'_c} h d$$

Consideraciones:

$$\text{Si: } V_u \leq \frac{\phi V_c}{2}$$

se considerará el refuerzo mínimo considerado anteriormente.

$$\text{Si: } \frac{\phi V_c}{2} < V_u \leq \phi V_c$$

la cuantía mínima del refuerzo horizontal será 0.0025 y el espaciamiento del acero será menor que:

$$\frac{L_w}{5}, 3h, 45 \text{ cm}$$

b) Diseño Por Corte

Si $V_u > \phi V_c$, el área de acero horizontal se determinará de la siguiente forma:

$$A_{vh} = \frac{(V_u - \phi V_c) s_2}{\phi f_y d}$$

Siendo A_{vh} el área del refuerzo horizontal en una franja del muro de ancho s_2 . La cuantía del refuerzo vertical, ρ_v , respecto a una sección bruta horizontal, deberá cumplir:

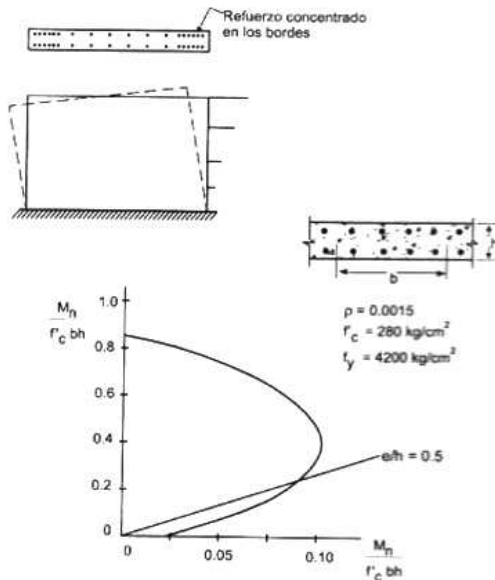
$$\rho_v \geq 0.0025 + 0.5 \left(2.5 - \frac{h_w}{L_w} \right) (\rho_h - 0.0025)$$

$\phi \geq 0.0025$, pero no necesita ser mayor que el requerido por refuerzo horizontal, su espaciamiento no excederá

$$\frac{L_w}{3}, 3h, 45 \text{ cm}$$

c) Diseño por Flexo-compresión

Teniéndose la distribución del acero vertical, se elabora el diagrama de interacción del muro con la cual verificamos que nuestros valores M_u/ϕ y P_u/ϕ se encuentren dentro de la zona del diagrama de interacción. En caso contrario será necesario hacer uso de diagramas hechos para una distribución dada de acero y calcular nuestra área de acero necesaria.



19.3 Requisitos del código ACI para resistencia sísmica de muros estructurales

Consideraciones de diseño de muros dúctiles (ACI 318-05)

- Muros Esbeltos:

$$\frac{h_w}{L_w} \geq 2$$

- Comportamiento similar a una viga en voladizo.
- Momentos grandes en la base del muro: Formación de rótulas plásticas
- En una longitud apreciable ($0.5 d_w$ a $1.0 d_w$).

- Fuerzas cortantes significativas: Fisuramiento por tracción diagonal.

$$h_{\min} = 1.5 L_w \text{ Longitud probable de rótulas plásticas} \\ \Rightarrow V_u = V_{\text{base}}$$

- Muros Cortos:

$$\frac{h_w}{L_w} < 2$$

- Cargas verticales relativamente pequeñas.
- Requerimientos menores por flexión (momentos de volteo).
- La fuerza cortante significativa: Fisuramiento por tracción diagonal.

- Refuerzos en Muros Estructurales

$$\rho_h \geq 0.0025 \\ \rho_v \geq 0.0025$$

Si $V_u \geq 0.53 \sqrt{f'_c} A_{cv}$, entonces se pondrán 2 capas de refuerzo o más.

$$\text{Para muros bajos: } h_w / L_w \leq 2 \Rightarrow \rho_v \geq \rho_h$$

- Espaciamientos Máximos

- Horizontal: 45 cm
- Vertical: 45 cm

- Resistencia al Cortante de Muros Estructurales

$$V_n = A_{cv} (\alpha_c \sqrt{f'_c} + \rho_n f_y)$$

$$\alpha_c = 0.80 \text{ para } \frac{h_w}{L_w} \leq 1.5$$

$$\alpha_c = 0.53 \text{ para } \frac{h_w}{L_w} \geq 2.0$$

Para valores de h_w / L_w entre 1.5 y 2.0, se interpolará linealmente los valores de α_c .

- Elementos de Borde o de Confinamiento en Muros Estructurales

- Los muros continuos desde la cimentación hasta el extremo superior que tienen una sección crítica por flexión y carga axial, la zona de compresión será reforzada con elementos de borde especiales:

$$c \geq \frac{L_w}{600 (\delta_u / h_w)}$$

$$\text{donde: } \delta_u / h_w \geq 0.007$$

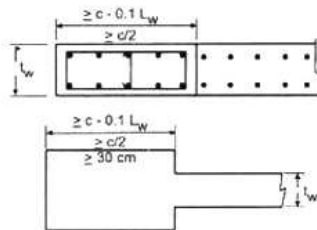
c = profundidad del eje neutro.

δ_u = desplazamiento de diseño.

Verticalmente el refuerzo deberá extenderse una distancia:

$$\geq \frac{L_w}{2}; \geq \frac{M_u}{4 V_u}$$

- b) Se pondrán elementos de confinamiento especiales, donde el esfuerzo de compresión máxima que ocurre en la fibra extrema es mayor que $0.20 f'_c$. Se puede discontinuar estos elementos si el esfuerzo de compresión es menor de $0.15 f'_c$. Estos esfuerzos se determinarán mediante un análisis lineal elástico, usando las propiedades de la sección.
- Deberá confinarse hasta una distancia no menor que el mayor valor de: $c - 0.1 L_w$ ó $c/2$.
 - En los bordes con alas está deberá extenderse de la fibra superior en compresión por lo menos 30 cm.

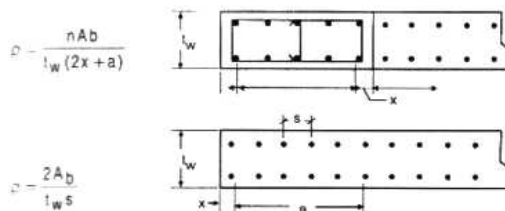


El refuerzo transversal de los elementos de borde deberá satisfacer los requerimientos para columnas especiales; este deberá extenderse por lo menos 30 cm en la base.

- Donde no se requiera elementos de borde deberá satisfacerse lo siguiente:

- a) Si $\rho > \frac{28.2}{f_y}$, se colocará refuerzo transversal especificado para columnas, a un espaciamiento no mayor de 20 cm.
- b) Si $V_u < 0.27 A_{cv} \sqrt{f'_c}$, el refuerzo horizontal deberá terminar en ganchos de 90° o se colocará un estribo en U.

- Determinación de la cuantía longitudinal en Elementos de Borde



n = número de varillas
 A_b = Área de una varrilla

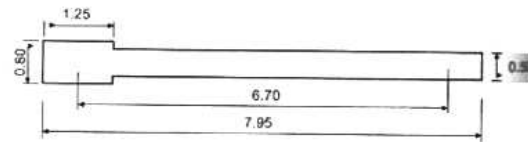
19.4 Aplicación de diseño de un muro estructural

Diseñar el muro estructural que debe ser capaz de resistir

en el primer nivel la siguiente combinación de fuerzas de diseño:

$$\begin{aligned} P_D &= 1280 \text{ t} & V_u &= 406 \text{ t} \\ P_L &= 195 \text{ t} & h_w &= 45 \text{ m} \\ & & L_w &= 7.95 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_B &= \text{Momento en la base debido al sismo} = 4778 \text{ t-m} \\ f'_c &= 280 \text{ kg/cm}^2 \\ f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$



Del análisis y diseño estructural de las columnas considerando la dirección transversal se obtiene dimensiones de 1.25m * 0.80m y refuerzo longitudinal de 30 ϕ No.11.

- Verificación de necesidad de elementos de confinamiento

Debe disponerse necesariamente de elementos de confinamiento si el esfuerzo máximo de compresión en la fibra extrema es mayor de $0.2 f'_c$.

$$A_g = 795 \cdot 50 + (125 \cdot 30) \cdot 2 = 47250 \text{ cm}^2$$

$$I = \left\{ \frac{80 \cdot 125^3}{12} + 80 \cdot 125(335)^2 \right\} \cdot 2 + 50 \cdot \frac{545^3}{12}$$

$$= 2,945'0.35,937.5 \text{ cm}^4$$

$$f'_c = \frac{P_u}{A_g} + \frac{M_u \cdot L_w}{I_g} = \frac{2065 \cdot 10^3}{47250} + \frac{6689.2 \cdot 10^5 \cdot 795 / 2}{2945'035,937.5}$$

$$= 133.99 \text{ kg / cm}^2$$

$$f'_c = 133.9 \text{ kg/cm}^2 > 0.2 f'_c = 0.2 \cdot 280 = 56 \text{ kg/cm}^2$$

$\therefore$ necesita elementos de confinamiento.

- Determinación de los refuerzos del muro y columna de confinamiento

a) Muro

1. Determinación de los requerimientos de refuerzo mínimo longitudinal y transversal en el muro:

- a. Verificar si se requiere refuerzo en dos capas. Se necesita refuerzo en dos capas si:
- la fuerza cortante factorada en el muro excede

$$V_u > 0.53 \sqrt{f'_c} A_{cv} \quad \text{ó}$$

- si: $h \geq 25 \text{ cm}$



$$V_u = 406 \text{ t} > 0.53 \sqrt{f'_c} A_{cv}$$

$$= 0.53 \sqrt{280} (10)(0.5)(7.95) = 352.53 \text{ t}$$

$$h = 50 \text{ cm} > 25 \text{ cm}$$

∴ necesita refuerzo en dos capas.

b. Refuerzo longitudinal y transversal requerido en el muro. Requerimiento mínimo de cuantía.

$$\rho_v = \frac{A_{sv}}{A_{cv}} = \rho_n \geq 0.0025$$

Espaciamiento Máximo = 45 cm ó 3h (el menor)

$$A_{cv}/m = (100)(50) = 5000 \text{ cm}^2/m$$

El área de acero en cada dirección por cada metro de muro

$$\rho_n A_{cv} = 0.0025 \cdot 5000 = 12.5 \text{ cm}^2/m$$

$$\text{Usando } \phi 5/8 \Rightarrow A_s = 2 \cdot 1.98 = 3.96 \text{ cm}^2$$

$$s^* \text{ requerido} = \frac{A_s}{A_{s/m}} = \frac{3.96 \text{ cm}^2}{12.5 \text{ cm}^2/m} = 0.32 \text{ m} < 0.45$$

CONFORME

Considerar $\phi 5/8 @ 0.32$ en 2 capas para el Ref. vertical.

2. Determinar requerimiento de refuerzo por cortante

$$V_n = A_{cv} (\alpha_c \sqrt{f'_c} + \rho_n f_y)$$

$$\alpha_c = 0.80 \text{ para } \frac{h_w}{L_w} \leq 1.5$$

$$\alpha_c = 0.53 \text{ para } \frac{h_w}{L_w} \geq 2.0$$

$$\text{Se tiene } \frac{h_w}{L_w} = \frac{45 \text{ m}}{7.95 \text{ m}} = 5.66 > 2 \therefore \alpha_c = 0.53$$

$$A_{cv} = 50 \cdot 795 = 39750 \text{ cm}^2$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} A_{cv} = 0.53 \sqrt{280} (10)(0.50 \cdot 7.95) = 352.53 \text{ t}$$

$$V_s = V_n - V_c = \frac{406}{0.6} - 352.53 = 324.14 \text{ t}$$

El valor de ϕ para el cortante es de 0.85. Sin embargo deberá usarse $\phi = 0.6$ si la resistencia al cortante nominal V_n es menor que el cortante correspondiente al desarrollo de la resistencia a flexión nominal. En forma conservadora se tomará $\phi = 0.6$.

$$s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{V_s} = \frac{3.96 \cdot 4.2 \cdot 636}{324.14} = 32.63 \text{ cm}$$

pero:

$$s = 32.63 \leq 45 \text{ cm}$$

$$s = 32.63 \leq 3h = 150 \text{ cm}$$

$$s = 32.63 \leq 32 \text{ cm (cuantía mínima)}$$

Usar $s = 32 \text{ cm}$

$$\phi 5/8 \text{ en 2 capas: } A_v = 2 \cdot 1.98 = 3.96 \text{ cm}^2$$

$$d = 0.8 L_w = 0.8 \cdot 795 = 636 \text{ cm}$$

Usar $\phi 5/8$ en dos capas @ 0.32m. para el Ref. Horizontal

b) Columna de confinamiento

1. Verificar si los elementos de confinamiento actuando como columna corta toman las cargas verticales debido a cargas de gravedad y de sismo.

Fuerza axial máxima sobre el elemento de confinamiento:

$$P_{u \max} = \frac{P_{u(\text{muro})}}{2} + \frac{M_u}{L_w}$$

$$P_{u(\text{muro})} = 1.4 (P_D + P_L + P_E)$$

$$P_{u(\text{muro})} = 1.4 (1280 + 195 + 0) = 2065 \text{ t}$$

$$\text{Momento factorado en la base } M_u = 1.4 M_{\text{BASE}}$$

$$M_u = 1.4 \cdot 4778 = 6689 \text{ t-m}$$

$$P_{u \max} = \frac{2065}{2} + \frac{6689.2}{6.70} = 2030.89 \text{ t}$$

Sobre el elemento de confinamiento:

$$P_u = 2030.89 \text{ t}$$

$$b \cdot h = 80 \cdot 125 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = 30 \phi \text{ No.11} = 30 \cdot 9.58 = 287.4 \text{ cm}^2$$

$$\rho_t = \frac{A_{st}}{b \cdot h} = 0.029 > \rho_{\min} = 0.01$$

$$< \rho_{\max} = 0.06$$

$$P_n \max = 0.80 (0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y)$$

Columnas estribadas

$$P_u \max = \phi P_n \max = 0.70 P_n \max$$

$$P_u \max = 0.7(0.80) [0.85 \cdot 280(80 \cdot 125 - 287.4) + 287.4 \cdot 4.2] = 1970.46 \text{ t}$$

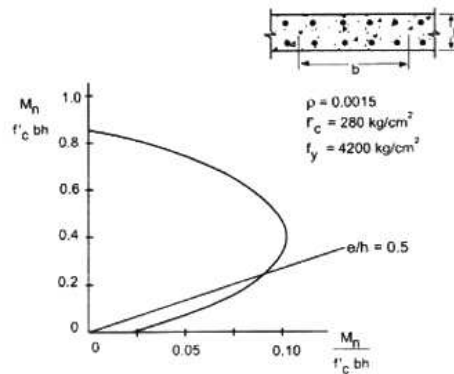
$$P_u \max < P_u \therefore \text{NO ES CONFORME}$$

$$\text{Usar } 34 \phi \text{ No.11} \rightarrow A_{st} = 34 \cdot 9.58 = 325.72 \text{ cm}^2$$

$$P_u \max = 0.70 \cdot 0.8[0.85 \cdot 0.28 (80 \cdot 125 - 325.72) + 325.72 \cdot 4.2]$$

$$P_u \max = 2055.48 \text{ t} > P_u = 2030.89 \text{ t} \therefore \text{CONFORME}$$

2. Verificar por flexo-compresión



3. Determinar los requerimientos de refuerzo transversal por confinamiento

$$s \leq \frac{l_{menor}}{4} = \frac{80}{4} = 20 \text{ cm}$$

s, en la dirección de la longitud menor

$$A_{sh} \geq \begin{cases} 0.3 s h_c \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \\ 0.09 s h_c \frac{f'_c}{f_y} \end{cases}$$

Considerando estribos de $\phi 1/2" @ 0.10 \text{ m}$

$$h_c = 125 - (2 \cdot 4 + 1.27) = 115.73 \text{ cm}$$

$$A_{sh} \geq \begin{cases} 0.3 \cdot 10 \cdot 115.73 \left(\frac{80 \cdot 125}{8424} - 1 \right) \frac{280}{4200} = 4.33 \text{ cm}^2 \\ 0.09 \cdot 10 \cdot 115.73 \cdot \frac{280}{4200} = 6.94 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

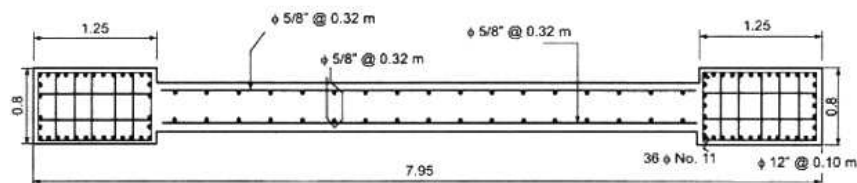
Usando $6 \phi 1/2" \rightarrow 6 \cdot 1.27 = 7.62 \text{ cm}^2 > 6.94 \text{ cm}^2$
 $\therefore$ CONFORME

En la dirección de longitud mayor:

$$h_c = 80 - (2 \cdot 4 + 1.27) = 70.73 \text{ cm}$$

$$A_{sh} \geq \begin{cases} 0.3 \cdot 10 \cdot 70.73 \left(\frac{80 \cdot 125}{8424} - 1 \right) \frac{280}{4200} = 2.65 \text{ cm}^2 \\ 0.09 \cdot 10 \cdot 70.73 \cdot \frac{280}{4200} = 4.24 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

Usando $4 \phi 1/2" \rightarrow A_{sh} = 4 \cdot 1.27 = 5.08 \text{ cm}^2$



CAPITULO 20

CONFIGURACION ESTRUCTURAL SISMORRESISTENTE

20.1 Requisitos Generales

20.1.1 Aspectos Generales

20.1.2 Concepción Estructural Sismorresistente

Factores que Influyen en la Respuesta Sísmica de Edificaciones

- a.1 Debido al Movimiento del Terreno:
 - Distancia a la falla
 - Longitud de la ruptura de falla
 - Amplitud de aceleración, velocidad y desplazamiento
 - Contenido de frecuencia
 - Duración
 - Dirección
 - Característica del pulso
- a.2 Debido a la Geología del Sitio:
 - Estrato de suelo uniforme
 - Suelo firme
 - Suelo blando
 - Suelo de transición
 - Profundidad del estrato resistente
- a.3 Debido al Impacto de los Métodos de Análisis:
 - Estático elástico
 - Estático inelástico
 - Dinámico elástico
 - Dinámico inelástico
- a.4 Debido a la Configuración de la Edificación:
 - Escala
 - Altura
 - Tamaño horizontal
 - Proporción
 - Simetría
 - Distribución y concentración
 - Densidad de la estructura en planta
 - Esquinas
 - Resistencia perimetral
 - Redundancia
- a.5 Debido al Sistema Estructural:
 - Propiedades dinámicas
 - Peso (ligero versus pesado)
 - Aporticados
 - Muros de corte
 - Elementos de arrioste
 - Dual (pórtico-muro), etc.
 - Ejes de resistencia: uniforme, no uniforme, aleatorio
 - Sistema de cimentación: superficial, profunda
 - Control de disipación de energía: por vínculo débil, por rotación o por aislamiento

- a.6 Debido a los Materiales Estructurales:
 - Dúctil (acero)
 - Semi-dúctil (concreto armado, madera)
 - Frágil (albañilería)
 - Comportamiento elástico
 - Comportamiento no-lineal

- a.7 Debido a los Componentes No Estructurales:
 - Independiente de la estructura principal
 - Compuesto con la estructura principal
 - Relleno variable
 - Contribución en la resistencia
 - Contribución en la rigidez

- a.8 Debido a la Construcción:
 - Calidad: excelente, buena, pobre
 - Inspección
 - No inspección

Opciones de Sistemas Estructurales por las Condiciones Locales del Suelo

Suelo "Blando" (Período largo)	Usar edificaciones rígidas con período corto. • Muro de corte • Arrioste de acero • Arrioste excéntrico
Sitio "Distante" (Período corto)	Usar edificaciones rígidas con período corto.
Sitio "Distante" (Período largo)	Usar edificaciones rígidas con período corto.
Suelo "Firme" (Período corto)	Usar edificaciones flexibles con período largo. • Pórtico de momento dúctil • Aislamiento en la base
Suelos pobres (Cimentación de pilotes)	Usar edificaciones rígidas de peso ligero. • Pórtico con arriostamiento de acero • Pórtico tubular de acero

Influencia de la Configuración Estructural

El término "configuración estructural" se refiere tanto a la forma global del edificio como al tamaño, naturaleza y ubicación de los elementos estructurales y componentes no estructurales dentro de él. Los aspectos que influyen en la configuración son:

A) Escala

En una casa con estructura de madera es posible transgredir ciertos principios de configuración, ya que debido a su peso ligero las fuerzas de inercia serán bajas. Además, cuenta con luces cortas; en relación al área de piso, habrá mayor número de muros para distribuir las cargas, y las medidas correctivas, si se diseñan adecuadamente, pueden ser de pequeña escala.

En un edificio de mayor tamaño, la transgresión de los principios básicos de distribución y proporción implica un costo crecientemente alto, además, a medida que crecen las fuerzas, no se puede confiar en el buen funcionamiento como en el caso de un edificio equivalente de mejor configuración. Sin embargo, esto no implica que los edificios pequeños no tengan inconvenientes significativos.

Se debe evitar comparar un tamaño de un edificio con otro aplicando simplemente la hipótesis de que todas las variables excepto una pueden permanecer constantes, más aún si se quiere analizar los efectos del tamaño sobre las fuerzas sísmicas, ya que a medida que aumenta el tamaño absoluto de una estructura, decrece el número de alternativas para su solución estructural.

B) Altura

A medida que un edificio se hace más alto, por lo general aumenta su período, esto implica un cambio del nivel de respuesta y magnitud de las fuerzas. Sin embargo, el período de un edificio no es sólo función de su altura, sino también de otros factores como la relación altura/ancho, altura de los pisos, materiales involucrados, sistemas estructurales, y la cantidad y distribución de la masa.

De modo que, muy raras veces la altura por sí sola constituye una variable que se deba controlar para atenuar el problema sísmico.

Hace varias décadas, se establecieron en los reglamentos de algunos países, límites en la altura de los edificios ubicados en zonas de alto riesgo sísmico. Dichos límites se fueron modificando con el transcurso del tiempo. En la actualidad, el enfoque no consiste en legislar sobre límites sísmicos para la altura, sino establecer criterios más específicos de diseño y comportamiento sísmicos.

C) Tamaño Horizontal

Cuando una planta es extremadamente grande, incluso si es de una forma sencilla y simétrica, el edificio puede tener dificultad para responder como una unidad a las sollicitaciones sísmicas.

Al determinar fuerzas sísmicas, usualmente se supone que la estructura vibra como un sistema en el que todos los puntos de una planta en el mismo nivel y en el mismo instante están en la misma fase de desplazamiento, velocidad y aceleración, y además tienen la misma amplitud. En realidad, como la propagación de las ondas sísmicas no es instantánea sino que tiene una velocidad final (finita) que depende de la densidad del suelo y de las características de los elementos estructurales, las diversas partes del edificio a todo lo largo de éste vibran asincrónicamente con aceleraciones diferentes, causando esfuerzos longitudinales de tracción-compresión y desplazamientos horizontales adicionales. Con las otras condiciones permaneciendo constantes, mientras más largo sea el edificio, mayor será la probabilidad de ocurrencia de estos esfuerzos y mayor será su efecto.

Como el aumento en la longitud de un edificio incrementa los esfuerzos en un piso que funciona como un diafragma horizontal, la rigidez de éste puede ser insuficiente para redistribuir la carga horizontal,

durante un sismo, de elementos portantes más débiles o dañados del edificio hacia los elementos más fuertes o hacia aquéllos que sufren menor daño.

A menos que haya numerosos elementos resistentes a fuerzas laterales, por lo general los edificios de planta grande imponen severos requerimientos sobre sus diafragmas, que tienen grandes luces y pueden tener que transmitir grandes fuerzas que serán resistidas por muros de corte o pórticos.

D) Proporción

Cuanto más esbelto sea un edificio peores serán los efectos de volteo de un sismo y mayores los esfuerzos sísmicos en las columnas exteriores.

El equivalente en planta de la relación altura/ancho, o de esbeltez, es la relación de aspecto. Las formas largas y esbeltas son inconvenientes. Si el arriostramiento está localizado sólo en la periferia, la dirección longitudinal será muy rígida, pero la dirección transversal teniendo sólo dos muros de corte o pórticos en los extremos, muy separados entre sí, será muy flexible. En este caso el diafragma actuaría como una viga larga y esbelta, mientras que las hipótesis empleadas para analizar diafragmas suponen un comportamiento de viga de corte de pequeña longitud.

E) Simetría

Cuando en una configuración, el centro de masa coincide con el centro de rigidez, se dice que existe simetría estructural.

Existen dos razones importantes para preferir las formas simétricas en una configuración: la primera es que, en términos puramente geométricos, la asimetría tiende a producir excentricidad entre el centro de masa y el centro de rigidez, y por tanto, provocará torsión; aunque ésta puede deberse a causas no geométricas (por ejemplo, variación en la distribución de masa en una estructura simétrica). La segunda razón es que la asimetría tiende a concentrar esfuerzos, como por ejemplo, en una esquina interior.

A medida que el edificio se vuelve más simétrico, se reducirá su tendencia a sufrir concentraciones de esfuerzos y torsión, y su comportamiento ante cargas sísmicas será menos difícil de analizar y más predecible. Es decir, se puede mantener la seguridad con economía de diseño y construcción con el empleo de formas simétricas. Sin embargo, esto no quiere decir que un edificio simétrico no sufrirá torsión.

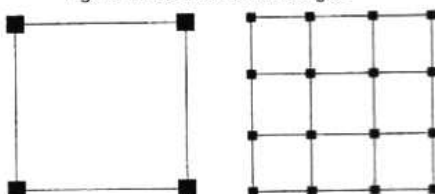
Los efectos de la simetría no sólo se refieren a la forma del conjunto del edificio sino también a los detalles de su diseño y construcción. Según investigaciones, el comportamiento sísmico de edificios es sensible a variaciones muy pequeñas de la simetría.

Es común encontrar elementos principales, como los núcleos de servicio, dispuestos asimétricamente dentro de una configuración simétrica, esto da lugar a una situación denominada "falsa simetría". La simetría va desde la simple geometría de la forma exterior hasta las distribuciones internas de elementos resistentes y componentes no estructurales.

F) Distribución y Concentración

En un edificio con resistencia bien distribuida, los elementos compartirán igualmente las cargas. Cuando hay muchos elementos, y un miembro empieza a fallar, habrá muchos otros elementos que proporcionen la resistencia necesaria. Por lo tanto tienen una obvia desventaja las configuraciones que concentran fuerzas sísmicas, de tal manera que acumulan fuerzas sucesivamente más grandes aplicadas en un número decreciente de elementos.

Figura 1. Distribución de Cargas



G) Densidad de la Estructura en Planta

En los edificios construidos en siglos pasados el tamaño y la densidad de los elementos estructurales son de manera sorprendente mayores que los de los edificios actuales.

En los edificios altos y flexibles, las fuerzas sísmicas son generalmente mayores al nivel del suelo. De esta forma se requiere que la planta inferior soporte su propia carga lateral además de las fuerzas cortantes de todos los pisos superiores. Paradójicamente, es en este mismo nivel donde a menudo se imponen ciertos criterios arquitectónicos que exigen eliminar tanto material como sea posible.

La densidad de la estructura en planta, a nivel del terreno, es una medida estadística frente a casos opuestos a una configuración sísmica eficiente; y se define como el área total de todos los elementos estructurales verticales (columnas, muros, arriostres) dividida entre el área bruta del piso.

El factor principal que da a los edificios antiguos cierto grado de resistencia sísmica, usualmente es su configuración. Debido a que en ellos se lleva hasta el terreno una gran cantidad de material por rutas regulares y directas, no hay razón para que las fuerzas sigan trayectorias más cortas y destructivas.

H) Esquinas

Las esquinas exteriores también pueden tener problemas debidos a efectos de ortogonalidad. Un movimiento de tierra orientado diagonalmente puede esforzar las esquinas en mayor medida que un movimiento a lo largo de los ejes principales.

Las columnas en esquina de los pórticos deben diseñarse conservadoramente; una forma sería, tomando en consideración los movimientos simultáneos en dirección tanto vertical como horizontal en planta.

En las esquinas de un edificio ocurre que la deflexión de un muro en un plano debe interactuar con la deflexión incompatible de otro muro ubicado en un plano perpendicular. Este problema es más grave si no se cuenta con un muro sólido en la esquina.



Figura 2. Daño producido en la esquina débil de un edificio en el sismo que sacudió la ciudad de Nazca en noviembre de 1996.

I) Resistencia Perimetral

Para resistir la torsión en un edificio simétrico, con el centro de giro situado exactamente en el centro geométrico, cuanto más distante del centro se coloque el material, mayor será el brazo de momento respecto al cual actúe, y por tanto, mayor será el momento resistente que pueda generar. Esto conlleva a establecer que, geométricamente, la distribución más eficiente es la circular, aunque se puede emplear muchas otras configuraciones con una adecuada eficiencia.

Es conveniente, entonces, colocar elementos resistentes en el perímetro, ya sea que los elementos sean muros, pórticos, o pórticos arriostres, y que tengan que resistir fuerzas laterales directas, de torsión, o ambas.



Figura 3. Ubicación de muros de corte para resistir los momentos de volteo y torsión

J) Redundancia

Los miembros redundantes son elementos estructurales que en condiciones normales de diseño no desempeñan una función estructural o están subesforzados con respecto a su resistencia, pero que son capaces de resistir fuerzas laterales si es necesario. Proporcionan un medio útil para obtener un factor de seguridad donde pueda haber incertidumbres analíticas en el diseño.

Se puede aducir que suministrar redundancia representa una violación de los conceptos de economía y elegancia de la ingeniería, puesto que implica que una parte del material, estará ocioso o subesforzado. Sin embargo, el concepto reconoce la necesidad de diseñar en función de desastres no calculados, así como para las condiciones diarias de servicio.

La redundancia en el diseño sísmico tiene importancia en varios aspectos. A menudo se cita el detallado de las conexiones como un factor clave, ya que cuanto más integrada o interconectada esté una estructura, habrá más posibilidades de redistribución de carga. La configuración también participa, ya que el número y la localización de los elementos resistentes se originan en el diseño arquitectónico y establecen un potencial de redistribución que puede ser efectivo mediante el adecuado detallado estructural.

1.3 Categoría de las Edificaciones

Las edificaciones son clasificadas de acuerdo a las categorías indicadas en la Tabla 3 de la norma. A cada categoría le corresponde un coeficiente de uso e importancia (U).

Se presenta una mayor exigencia en la categorización de las edificaciones. Los centros educativos y hospitales, se ubican dentro de las edificaciones esenciales, es decir, aquellas cuya función no debería interrumpirse inmediatamente después que ocurra un sismo.

Opciones de Sistemas Estructurales por las Condiciones de Uso

Hospitales, laboratorios, centros de cómputo, centros educativos.	• Usar sistemas rígidos para el control de daño • Pórtico con arrioste exocéntrico • Dual • Aislamiento en la base
Oficinas	• Usar edificaciones de planta libre. • Pórtico de momento dúctil de acero o de concreto • Pórtico con arrioste exocéntrico • Aporticado con amostramiento de acero
Residencias	• Usar edificaciones de espacios celulares. • Con muros de corte de concreto • Aporticado con amostramiento de acero

1.4 Configuración Estructural

ESTRUCTURAS REGULARES

Son las que no tienen discontinuidades significativas horizontales o verticales en su configuración resistente a cargas laterales.

ESTRUCTURAS IRREGULARES

Se definen como aquellas estructuras que presentan una o más de las características indicadas en las Tablas 4 ó 5.

IRREGULARIDADES ESTRUCTURALES EN ALTURA

Piso Blando

"En cada dirección la suma de las áreas de las secciones transversales de los elementos verticales resistentes al corte en un entrepiso, columnas y muros, es menor que 85% de la correspondiente suma para el entrepiso superior, o es menor que 90% del promedio para los 3 pisos superiores. No es aplicable en sótanos."

El nombre de piso blando se aplica por lo general a edificios cuya planta baja es menos rígida que las plantas superiores. Sin embargo, un piso blando en cualquier nivel crea problemas, pero como las fuerzas son mayores en la base del edificio, una discontinuidad de rigidez entre el primer y segundo piso tiende a provocar la condición más grave.

El piso blando se genera cuando hay una discontinuidad significativa de resistencia y rigidez entre la estructura vertical de un piso y el resto de la estructura. Esta discontinuidad se puede presentar debido a que un piso, por lo general el primero, es significativamente más alto que el resto, produciéndose así una disminución de rigidez.

También puede haber discontinuidad debido a un concepto de diseño muy común, en el cual no todos los elementos verticales se proyectan hacia la cimentación, sino que algunos terminan en el segundo piso para aumentar las luces de la planta baja. Esta condición crea una trayectoria de carga discontinua que produce una variación de resistencia y rigidez en el punto de cambio.

Finalmente, el piso blando se puede producir por un piso abierto que soporta muros superiores estructurales o no estructurales pesados. Esta situación es más grave cuando el muro superior es un muro de corte y actúa como elemento principal resistente de la fuerza lateral.



El problema principal del piso blando es que la mayor parte de las fuerzas sísmicas de un edificio, y cualquier deformación estructural consecuente, tenderán a concentrarse en el piso menos rígido o en el punto de discontinuidad, en lugar de distribuirse de manera más uniforme entre todos los pisos.

En la condición de piso blando, las deflexiones en éste serán mucho mayores que las de otros pisos, y por tanto, este piso experimentará esfuerzos y daños mayores.

En la condición de piso blando, las deflexiones en éste serán mucho mayores que las de otros pisos, y por tanto, este piso experimentará esfuerzos y daños mayores.



Figura 4. Daño sísmico en una configuración con el piso blando en el primer nivel. Las grandes aberturas generan grandes distorsiones en ese piso.



Figura 5. Colapso total producido por un sismo en una edificación de dos niveles con un primer piso blando.

Mediante el uso de la Tabla 4 de la norma se hace una evaluación de áreas transversales mas no de alturas de pisos, y de acuerdo a la definición de piso blando también se puede presentar tal discontinuidad cuando la altura de un piso es significativamente mayor que la de los otros pisos, pese a que sus elementos resistentes a cargas laterales pueden mantener la misma sección transversal en todos los niveles de la edificación.

Irregularidad de Masa

"Se considera que existe irregularidad de masa cuando la masa de un piso es mayor que el 150% de la masa de un piso adyacente. No es aplicable en azoteas."

Irregularidad Geométrica Vertical

"La dimensión en planta de la estructura resistente a cargas laterales es mayor que 130% de la correspondiente dimensión en un piso adyacente. No es aplicable en azoteas ni en sótanos".

Este tipo de irregularidad se conoce también con el nombre de escalonamiento vertical.

Se pueden adoptar escalonamientos por diversas razones, las tres más comunes son: los requisitos de zonificación en que los pisos superiores se escalonan hacia atrás para conservar la luz y el aire en los lugares adyacentes, los requisitos de programa cuando se necesitan pisos más pequeños a niveles más altos, y los requisitos de estilo relacionados con la forma del edificio. Actualmente los requisitos de volumen predominan sobre los requisitos de zonificación.

En formas escalonadas, es más probable que el cambio abrupto de resistencia y rigidez ocurra en el punto de escalonamiento o de cambio de sección. Cuanto más grandes sean los escalones o cambios de sección en un escalonamiento normal o invertido, mayor será el problema. Es preferible emplear un acartelamiento suave para evitar el problema del cambio de sección. Simulando el edificio como una viga en voladizo se puede decir que una viga acartelada no sufre concentraciones de esfuerzos, mientras que una viga escalonada sí. Los problemas de escalonamiento son mayores si los elementos verticales que se encuentran en la zona del cambio de sección no se prolongan hasta los niveles inferiores o cuando se tiene el escalonamiento invertido.

Discontinuidad en los Sistemas Resistentes

"Desalineamiento de elementos verticales, tanto por un cambio de orientación, como por un desplazamiento de magnitud mayor que la dimensión del elemento."

Es importante que las fuerzas sigan trayectorias regulares y directas a través de líneas de resistencia continuas hasta alcanzar la cimentación del edificio. Estas líneas de resistencia las proporcionan los elementos verticales sismorresistentes.

En esta sección se puede incluir la irregularidad impuesta por los muros de corte discontinuos, lo cual requiere suficiente rigidez de la losa para transmitir los esfuerzos de corte del muro hacia los elementos verticales del nivel inferior.

IRREGULARIDADES ESTRUCTURALES EN PLANTA

Irregularidad Torsional

"Se considerará sólo en edificios con diafragmas rígidos. En cada una de las direcciones de análisis, el desplazamiento relativo máximo entre dos pisos consecutivos es mayor que 1.3 veces el desplazamiento relativo de los centros de masas."

Esta verificación no puede efectuarse sin antes haber llevado a cabo el análisis sísmico. Se ha observado que la torsión en planta constituye una de las causas comunes de colapsos, principalmente en edificaciones de planta rectangular con muros es tres de los lados del perímetro.

Ya que la torsión en planta se presenta cuando el centro de masa no coincide con el centro de rigidez es conveniente buscar la ubicación simétrica de elementos sismorresistentes y una adecuada distribución de la masa no sólo en elevación sino también en la planta de la estructura.

Esquinas Entrantes

"La configuración en planta y el sistema resistente de la estructura, tienen esquinas entrantes, cuyas dimensiones en ambas direcciones, son mayores que el 20% de la correspondiente dimensión total en planta."

Las configuraciones con esquinas entrantes plantean dos problemas. El primero es que tienden a producir variaciones de rigidez y, por tanto, movimientos diferenciales entre diversas partes del edificio, provocando una concentración local de esfuerzos en la esquina entrante.

El segundo problema es la torsión. Ésta se produce porque el centro de masa y el centro de rigidez de esta forma no pueden coincidir geoméricamente para todas las posibles direcciones de un sismo. Esto provoca rotación, que tenderá a distorsionar la forma.

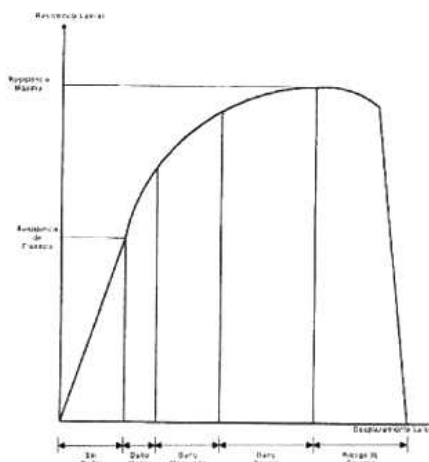
Discontinuidad del Diafragma

"Diafragma con discontinuidades abruptas o variaciones en rigidez, incluyendo áreas abiertas mayores a 50% del área bruta del diafragma.

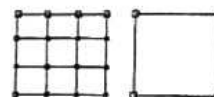
La rigidez de un diafragma con discontinuidades abruptas o aberturas significativas puede ser insuficiente para redistribuir la carga horizontal, durante un sismo, de elementos portantes más débiles o dañados del edificio hacia los elementos más fuertes o hacia aquéllos que sufren menor daño.

SOLUCIONES PARA LOS PROBLEMAS DE CONFIGURACIÓN

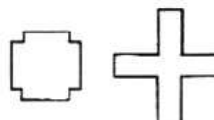
Ciertos tipos obvios de soluciones están disponibles para el diseñador con la finalidad de atenuar los problemas de configuración estructural:



Distribución de cargas



Simetría en caja Buena y mala geometría



Localización de Muros de Corte para resistir el vuelco y momentos torsionales

- Eliminar el problema, evitando o alterando la configuración global.
- Separar los elementos que causan la discontinuidad.
- Reforzar los elementos débiles.
- Proporcionar adecuada transición entre elementos.
- Minimizar la respuesta sísmica por medio de un sistema de aislamiento en la base.



2. INFLUENCIA DEL PISO BLANDO EN EDIFICACIONES

2.1 Características de los Modelos Estructurales

Los modelos matemáticos se dividieron en tres grupos: Modelos de 4 pisos, Modelos de 8 pisos, y Modelos de 12 pisos; éstos a su vez se dividieron en estructuras regulares e irregulares. Las estructuras irregulares tienen un piso blando en el primer nivel y requieren alas de concreto para uniformizar las rigideces en elevación.

Los modelos analizados están formados por un solo pórtico tridimensional, de tres vanos en una dirección y dos vanos en la dirección perpendicular. La luz de vanos es de 6 metros. Los elementos verticales están conectados por diafragmas horizontales, los cuales se suponen infinitamente rígidos en su plano.

El predimensionamiento de elementos para las "estructuras regulares" se realizó con las fórmulas clásicas empleadas en nuestro medio. En las Figuras A y B se muestran la planta típica para los grupos de modelos de 4, 8 y 12 pisos, con y sin alas de concreto, así como la distribución de los tipos de columnas y vigas.

El análisis sísmico realizado para todos los modelos fue del tipo dinámico tridimensional, con el método del espectro de respuesta, y para la obtención de los desplazamientos espectrales se empleó la Combinación Cuadrática Completa (CQC) de las formas de modo de vibración. Como herramienta de análisis se utilizó el programa ETABS, creado en la Universidad de California, Berkeley. Los elementos verticales, aún los que incluían alas de concreto, fueron modelados con el elemento "columna" de ETABS, y los elementos horizontales con el elemento "viga". En ningún caso se empleó el elemento "panel". La formulación del elemento "columna" toma en cuenta deformación axial, de corte, de flexión y de torsión. La flexión y el corte se dan en las direcciones principal y secundaria de la sección del elemento. La formulación del elemento "viga" incluye deformación de flexión y de corte, sólo en la dirección principal, y de torsión.

Se ha considerado un 75% de longitud de brazos rígidos, tanto en vigas como en columnas. Todas las columnas del primer piso se suponen empotradas en su extremo inferior.

La losa típica del techo es de concreto, de 16 cm de espesor, armada en dos sentidos. El empleo de este tipo de losa permite una distribución más uniforme de esfuerzos y deformaciones entre los elementos que llegan a ella. Además, tiene aproximadamente el mismo peso que una losa aligerada de 25 cm de espesor necesaria para cubrir las luces dadas.

RESULTADOS

En los modelos estructurales de 4 pisos sin irregularidades, los desplazamientos laterales del primer piso,

calculados según el código anterior, son de 1.14 cm en la dirección X y 1.16 cm en la dirección Y. Empleando el nuevo código, estos desplazamientos llegan a 2.96 cm y 2.97 cm, en las direcciones X e Y, respectivamente, es decir 2.6 veces los desplazamientos encontrados con el código anterior de diseño sismorresistente.

En los modelos estructurales de 8 pisos sin presencia del piso blando, los desplazamientos laterales del primer piso, calculados de acuerdo al código anterior, son de 1.18 cm en la dirección X y 1.23 cm en la dirección Y. Con el nuevo código, estos desplazamientos aumentan con un factor de 1.9 aproximadamente.

En los modelos estructurales de 12 pisos sin presencia del piso blando, los desplazamientos laterales del primer piso, determinados con el código anterior, resultan 1.67 cm y 1.74 cm, en las direcciones X e Y, respectivamente. Al aplicar el nuevo código, estos desplazamientos aumentan con un factor de 1.2 aproximadamente.

Los desplazamientos de entrepisos de los sistemas aporticados sin irregularidades de 4, 8 y 12 pisos, cumplen con el código anterior sin necesidad de modificar las secciones de los elementos estructurales. Sin embargo, no cumplen con el nuevo código por considerar límites más rigurosos para los desplazamientos de entrepisos.

En los modelos de 4 pisos con piso blando y sin alas de concreto, los desplazamientos laterales del primer nivel son de 9.23 cm y 9.38 cm, en las direcciones X e Y, respectivamente. Al colocar 5% de alas de concreto en las columnas tipo C2 y C3 de todos los pisos los desplazamientos se reducen en 29%; con 10% de alas los desplazamientos se reducen en 46%; y con 15% de alas, se reducen en 58%.

En los modelos de 8 pisos con piso blando y sin alas de concreto, los desplazamientos laterales del primer nivel son de 7.73 cm y 7.70 cm, en las direcciones X e Y, respectivamente. Al emplear 5% de alas de concreto en todos los pisos los desplazamientos se reducen en 19%; con 10% de alas los desplazamientos se reducen en 37%; y con 15% de alas, se reducen en 51%.

En los modelos de 12 pisos con piso blando y sin alas de concreto, los desplazamientos laterales del primer nivel son de 7.28 cm en la dirección X y 7.53 cm en la dirección Y. Al colocar alas de concreto en todos los pisos los porcentajes de reducción de desplazamientos laterales son de 18%, 34% y 48%, para 5%, 10% y 15% de alas de concreto, respectivamente. Al emplear 5% de alas de concreto en todos los pisos los desplazamientos se reducen en 19%; con 10% de alas los desplazamientos se reducen en 37%; y con 15% de alas, se reducen en 51%.

Los modelos estructurales con piso blando experimentan aproximadamente la misma deformación lateral para 10% de alas de concreto y diferente proyección vertical de éstas.

Figura A.- Planta Típica - Sistema Aporticado

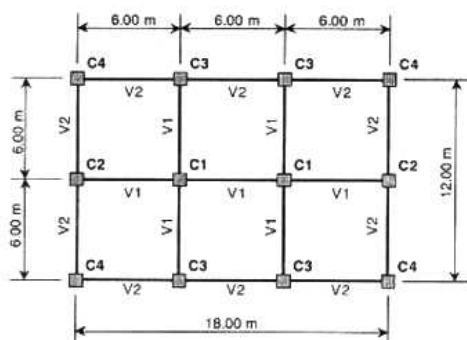
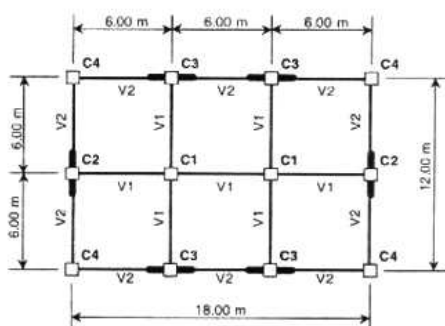


Figura B.- Planta Típica - Sistema Aporticado con Alas de Concreto



Todos los modelos son de concreto armado. En vigas y losas se ha empleado concreto $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$. En columnas, dependiendo del número de pisos del modelo, se ha incrementado la calidad del concreto en los pisos inferiores en vez de hacer reducciones de sección en los pisos más altos. Sólo para efectos de predimensionamiento de losas, el esfuerzo de fluencia del acero es de 4200 kg/cm^2 . En la siguiente tabla se muestra la variación de la calidad de concreto para los tres grupos de modelos.

N° de Pisos	Niveles	f'_c (kg/cm ²)
4	1° - 4°	210
8	5° - 8°	210
	1° - 4°	280
12	8° - 12°	210
	5° - 8°	280
	1° - 4°	350

Variación de la resistencia a la compresión simple del concreto de columnas según el número de pisos del modelo. Válido también para columnas con alas de concreto

Las alas de concreto fueron añadidas a las columnas tipo C2 y C3 de los modelos estructurales con piso blando. Estas alas tenían un ancho estándar de 20 cm (lo mínimo para incorporar 2 capas de acero estructural). La longitud de alas se fijó como un porcentaje de las dimensiones globales de la planta. Por ejemplo, si un modelo tiene una longitud total de alas de concreto en la dirección X de 10%, quiere decir, que como el lado del edificio orientado en esa dirección es de 18 metros, deberá haber 1.80 metros de alas de concreto en ese lado. A su vez, en ese lado existen dos columnas tipo C3, cada una de las cuales debe llevar dos alas de concreto, es decir, 1.80 m se reparten en 4 alas de 0.45 m cada una. Como el modelo también debe contar con 10% de longitud total de alas de concreto en la dirección Y, cada ala orientada según esa dirección tendrá 0.60 m. Notar que la dimensión de ese lado es 12 metros y hay sólo una columna tipo C2.

Para estructuras de 4, 8 y 12 pisos, con piso blando y 20% de alas de concreto en el primer nivel, la rigidez lateral del piso blando se aproxima a la rigidez lateral del correspondiente nivel del modelo estructural sin irregularidades en elevación.

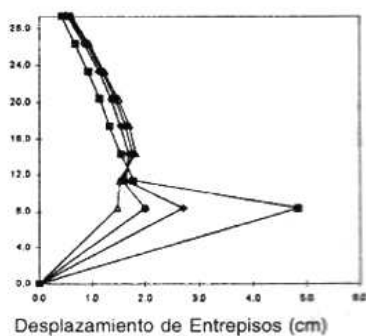
RECOMENDACIONES

Usar las fórmulas clásicas para el predimensionamiento de columnas tipo C1, C2 y C3. Además, se requiere ser más conservadores en las dimensiones de las columnas de esquina; en vez de usar columnas tipo C4, cambiarlas por tipo C2 o C3.

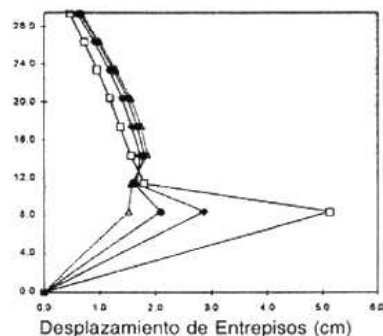
Para estructuras aporticadas ubicadas en zonas de alto riesgo sísmico, incrementar el peralte de vigas en 20% como mínimo, con respecto a las dimensiones obtenidas de un predimensionamiento clásico para losas armadas en dos direcciones.

Una forma de conseguir una corrección equivalente del peralte de las vigas es predimensionarlas como si la losa fuera armada en una sola dirección cuando en realidad lo está en ambas direcciones.

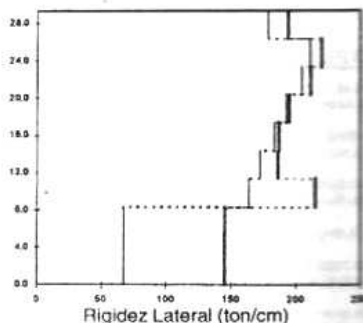
Para atenuar el efecto sísmico del piso blando en los modelos estudiados, usar por lo menos 20% de longitud de alas de concreto en el primer nivel. Por medio de esta corrección se consigue que la estructura se comporte como si fuera netamente aporticada y sin irregularidades en elevación



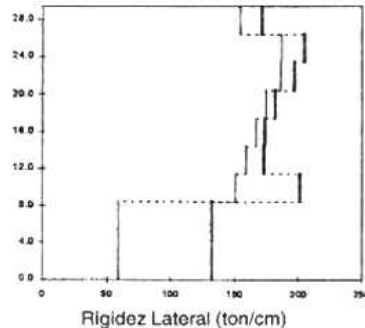
Modelos Estructurales de 8 Pisos con Piso Blando y Alas de Concreto en el Primer Nivel Desplazamientos de Entrepisos - Sismo en la Dirección X



Modelos Estructurales de 8 Pisos con Piso Blando y Alas de Concreto en el Primer Nivel Desplazamientos de Entrepisos - Sismo en la Dirección Y



Modelos Estructurales de 8 Pisos con Piso Blando y Alas de Concreto en el Primer Nivel de Desplazamientos de Rigideces Laterales de Pisos - Dirección X



Modelos Estructurales de 8 Pisos con Piso Blando y Alas de Concreto en el Primer Nivel de Desplazamientos de Rigideces Laterales de Pisos - Dirección Y

(*) Donde Figuran "alas de concreto", estas se localizan sólo en el primer nivel del edificio.

MODELOS ESTRUCTURALES DE 4 PISOS					
Estructura		Rigidez Lateral en X		Rigidez Lateral Y	
		(ton/cm)	%	(ton/cm)	%
Regular	Sin Alas de Concreto	124.0	K1	120.0	K1
Irregular por presencia del piso blando	Sin Alas de Concreto	19.6	0.16 K1	19.5	0.16 K1
	10% Alas de Concreto	54.7	0.44 K1	46.4	0.39 K1
	20% Alas de Concreto	131.6	1.06 K1	117.7	0.98 K1
	25% Alas de Concreto	194.8	1.57 K1	179.1	1.49 K1
	30% Alas de Concreto	278.7	2.25 K1	260.9	2.17 K1

MODELOS ESTRUCTURALES DE 8 PISOS					
Estructura		Rigidez Lateral en X		Rigidez Lateral Y	
		(ton/cm)	%	(ton/cm)	%
Regular	Sin Alas de Concreto	175.8	K1	167.9	K1
Irregular por presencia del piso blando	Sin Alas de Concreto	32.5	0.18 K1	31.6	0.19 K1
	10% Alas de Concreto	67.1	0.38 K1	58.8	0.35 K1
	20% Alas de Concreto	145.8	0.83 K1	131.9	0.79 K1
	25% Alas de Concreto	209.8	1.19 K1	193.6	1.15 K1
	30% Alas de Concreto	293.1	1.67 K1	275.8	1.64 K1

MODELOS ESTRUCTURALES DE 12 PISOS					
Estructura		Rigidez Lateral en X		Rigidez Lateral Y	
		(ton/cm)	%	(ton/cm)	%
Regular	Sin Alas de Concreto	143.4	K1	137.7	K1
Irregular por presencia del piso blando	Sin Alas de Concreto	30.3	0.21 K1	28.2	0.21 K1
	10% Alas de Concreto	55.1	0.38 K1	49.8	0.36 K1
	20% Alas de Concreto	119.6	0.83 K1	111.7	0.81 K1
	25% Alas de Concreto	173.5	1.21 K1	165.8	1.20 K1
	30% Alas de Concreto	244.1	1.70 K1	237.0	1.72 K1

ANEXO: TABLAS

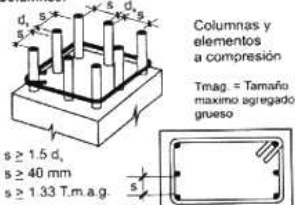
(*) Tablas extraídas de la Agenda Técnica ICG

DIMENSIONES NOMINALES DEL ACERO

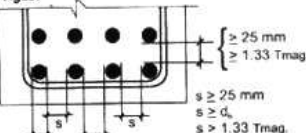
Nro Barra	Diametro pulg.	Peso cms.	kg/m	Area cm ²	Perimetro cm
3	3/8	0.95	0.559	0.71	2.99
4	1/2	1.27	0.993	1.27	3.99
5	5/8	1.59	1.552	1.98	4.99
6	3/4	1.91	2.235	2.85	5.98
7	7/8	2.22	3.042	3.88	6.98
8	1	2.54	3.973	5.07	7.98
9	1 1/8	2.86	5.028	6.41	8.98
10	1 1/4	3.18	6.207	7.92	9.97
11	1 3/8	3.49	7.511	9.58	10.97
12	1 1/2	3.81	8.938	11.40	11.97

ESPACIAMIENTO MINIMO DEL REFUERZO

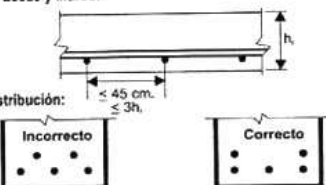
En Columnas:



En Vigas:

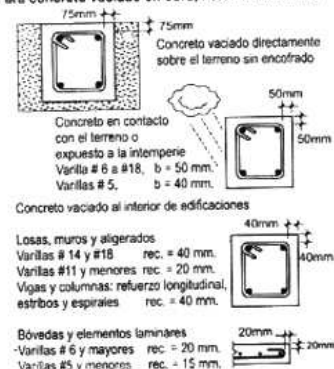


En Losas y Muros:

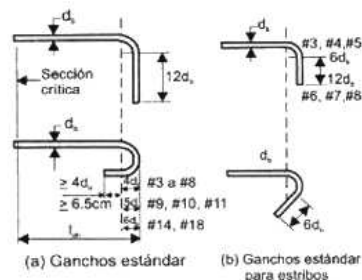


RECUBRIMIENTO MINIMO DE REFUERZO

Para concreto vaciado en obra, Recubrimiento mínimo



TIPOS DE GANCHOS ESTANDAR



EMPALMES DEL REFUERZO (Tracción)

Los empalmes de refuerzos se harán sólo como se indica o se permite en los planos, en las especificaciones, o con la autorización de un proyectista.

La longitud mínima del traslape para empalmes traslapados en tracción será como se indica para las clases A o B pero no menores de 30 cm, donde:

- Empalmes de clase A = $1.0 l_d$
- Empalmes de clase B = $1.3 l_d$

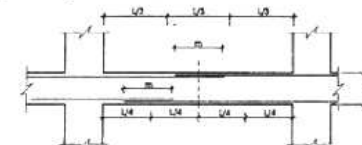
Donde l_d es la longitud de desarrollo anterior.

Los empalmes traslapados de barras corrugadas serán siempre de clase B excepto que se permite emplear los de clase A cuando se cumplen las dos condiciones siguientes:

- El área de acero colocada es por lo menos dos veces la necesaria por el análisis en toda la longitud de traslape.
- Se traslapa el 50% o menos del área de acero existente dentro de la longitud del traslape.

EMPALMES DE REFUERZO (Compresión)

La longitud mínima de un empalme traslapado en compresión será la longitud de desarrollo definida anteriormente, pero no menos de $0.007 f_c d_s$, ni de 30 cm. Para f_c menor de 210 kg/cm² la longitud de traslape se incrementará en un tercio.



Nota:

- No empalmar mas del 50% del área total de una misma sección
- En caso de no empalmarse en las zonas indicadas o con los porcentajes especificados aumentar la longitud de empalme en un 30% o consultar al proyectista.
- Para aligerados y vigas chatas, el acero interior se empalma sobre los apoyos, siendo la longitud del empalme igual a 50 cm, para fierros de 3/8", 60 cm para 1/2" y 70 cm para 5/8".

Reinforced interior	VALORES DE m	
	H < 30	H < 30
Reinforced exterior		
cubiquera		
3/8"	0.30	0.45
1/2"	0.45	0.45
5/8"	0.56	0.75
3/4"	0.66	0.9

EMPALMES SOLDADOS

El acero corrugado para concreto armado que se produce actualmente en el Perú con la norma ASTM A-615, la que no tiene requisitos de soldabilidad. La composición química de estos aceros en actual producción es tal que su carbono equivalente es muy alto para permitir una adecuada soldabilidad, por lo que no debe permitirse el empleo, salvo que se especifique en el proyecto el empleo de barras grado 80 que cumpla con la norma ASTM A-706, que si tiene requisitos que garanticen su soldabilidad.

ROBERTO MORALES MORALES

ICG, Instituto de la Construcción y Gerencia

Pedidos a: pat_pv_pca_11@hotmail.com

PATRICIA A. COSSI AROCUTIPA

UJCM-ING.CIVIL

Patricia A.C.-ING.CIVIL

CM-MOQUEGUA